



# FÍSICA

Volume 05



# Sumário - Física

## Frente A

- 09 **3** Dinâmica do movimento circular  
Autor: Francisco Pazzini Couto
- 10 **11** Trabalho, potência e rendimento  
Autor: Francisco Pazzini Couto

## Frente B

- 09 **21** Leis de Kepler  
Autor: Luiz Machado
- 10 **29** Lei da Gravitação Universal  
Autor: Luiz Machado

## Frente C

- 09 **41** Reflexão, refração e difração  
Autor: Lívio Ribeiro Canto
- 10 **51** Interferência de ondas  
Autor: Lívio Ribeiro Canto

## Frente D

- 13 **59** Cargas em movimento em campo magnético  
Autores: Luiz Machado  
Lívio Ribeiro Canto
- 14 **69** Força magnética sobre fios  
Autores: Luiz Machado  
Lívio Ribeiro Canto
- 15 **81** Indução eletromagnética e transformadores  
Autores: Luiz Machado  
Lívio Ribeiro Canto

# FÍSICA

## Dinâmica do movimento circular

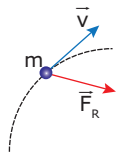
MÓDULO  
09

FRENTE  
A

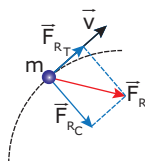
O estudo das aplicações das Leis de Newton nos conduz a situações em que os objetos descrevem trajetórias curvilíneas. No entanto, quando estudamos as aplicações das Leis de Newton, não analisamos as situações em que tais movimentos ocorrem, como a de satélites orbitando planetas, de um carro efetuando uma curva, de um pêndulo oscilando e de outras mais. Neste módulo, analisaremos tais situações e aprenderemos um importante conceito, o de força resultante centrípeta. Veremos que, em algumas situações, as Leis de Newton parecem não funcionar, situações essas em que os movimentos são analisados a partir de referenciais não inerciais.

### FORÇA RESULTANTE

Discutimos, em módulos anteriores, que o agente responsável pela mudança no vetor velocidade é a força, seja ela de qualquer natureza: peso, tensão, força normal, força de atrito, força elétrica, etc. Considere a figura a seguir, na qual uma partícula de massa  $m$  descreve uma trajetória curvilínea com velocidade  $\vec{v}$ , sujeita a uma força resultante  $\vec{F}_R$ .



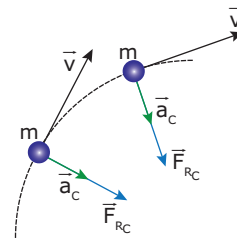
A força resultante  $\vec{F}_R$  pode ser decomposta em duas componentes ortogonais, uma na direção paralela à velocidade, força resultante tangencial ( $\vec{F}_{Rt}$ ), e a outra na direção perpendicular à velocidade, força resultante centrípeta ( $\vec{F}_{Rc}$ ).



Como já sabemos, a componente tangencial da força resultante altera o módulo do vetor velocidade, isto é, caso a força  $\vec{F}_{Rt}$  esteja no mesmo sentido do vetor velocidade, o módulo deste aumenta, e, caso apresente o sentido oposto ao do vetor velocidade, o módulo desse vetor diminui. A seguir, estudaremos com mais detalhes a componente centrípeta da força resultante.

### Força resultante centrípeta

A figura a seguir mostra uma partícula de massa  $m$  descrevendo uma curva de raio  $R$  com velocidade  $\vec{v}$ .



Como podemos observar, o vetor  $\vec{v}$  muda de direção ao longo do movimento da partícula. O ritmo no qual essa mudança ocorre é medido pelo vetor aceleração; no caso analisado, o vetor aceleração centrípeta.

Utilizando a 2ª Lei de Newton para a situação descrita, temos que:

$$\vec{F}_R = m \cdot \vec{a} \text{ (expressão geral da 2ª Lei)}$$

$$\vec{F}_{Rc} = m \cdot \vec{a}_c \text{ (expressão particular da 2ª Lei)}$$

Sabemos que o módulo da aceleração centrípeta é dado por  $a_c = v^2/R$ , em que  $v$  é o módulo da velocidade da partícula, e  $R$  é o raio da curva descrita pela partícula. Utilizando esse resultado na expressão da 2ª Lei de Newton, temos:

$$F_{Rc} = m \cdot a_c \Rightarrow F_{Rc} = m \frac{v^2}{R}$$

#### OBSERVAÇÕES

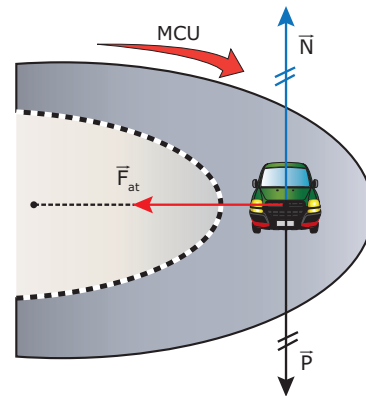
1. A expressão anterior nos mostra que o módulo de  $F_{Rc}$  é inversamente proporcional ao valor do raio  $R$  da curva, quando  $m$  e  $v$  forem constantes. Isso significa que, quando uma curva apresentar raio pequeno, o valor da força resultante centrípeta deve ser grande. Caso o valor de  $R$  seja reduzido três vezes, e  $m$  e  $v$  permaneçam constantes, o valor de  $F_{Rc}$  deve aumentar três vezes.
2. O módulo da  $F_{Rc}$  é proporcional ao quadrado do módulo da velocidade  $v$  do corpo, quando o raio de curvatura  $R$  e a massa  $m$  do corpo forem constantes. Isso significa que, se a força resultante centrípeta que atua sobre um corpo que descreve uma curva de raio  $R$  com velocidade  $v$  for  $F_{Rc}$ , então, para manter o corpo na curva, quando este possui uma velocidade  $2v$ , será necessária uma força de módulo igual a  $4F_{Rc}$ .

3. A força resultante centrípeta ( $F_{Rc}$ ) é uma resultante de forças; portanto, não tem sentido abordar alguns aspectos comuns às forças no sentido convencional. Não existe par de ação e reação para resultantes de forças, mas sim para cada força em separado.
4. Os vetores  $\vec{v}$  e  $\vec{F}_{Rc}$  são perpendiculares, pois a força resultante centrípeta altera a direção do vetor velocidade, mas não o módulo deste.

À medida que o módulo da velocidade do carro aumenta, o módulo da força de atrito estático também aumenta, até atingir um valor limite. Desse instante em diante, o carro derrapa e o motorista pode perder o controle do automóvel. Por essa razão, um motorista não pode aumentar indefinidamente o valor da velocidade com que o carro realiza a curva.

## EXERCÍCIO RESOLVIDO

- 01.** Sabemos que um carro, ao realizar uma curva em alta velocidade, pode derrapar e causar um acidente. Quando ocorre derrapagem, existe um movimento lateral do pneu na pista, indicando que a força de atrito estático máximo entre o pneu e o piso não é suficiente para manter o carro na curva. Considere um carro em uma pista circular de raio  $R$ , contida em um plano horizontal. O coeficiente de atrito estático entre os pneus e o asfalto tem valor igual a  $\mu$ . Despreze os efeitos da resistência do ar e considere o valor da aceleração devido à gravidade igual a  $g$ .



Determinar o módulo da velocidade máxima com que o carro pode efetuar a curva sem que ocorra a derrapagem.

**Resolução:**

Na direção vertical, as forças que atuam sobre o carro são a força peso  $\vec{P}$  e a força de reação normal  $\vec{N}$ . Essas forças se equilibram; logo,  $P = N$ .

Para que o carro possa descrever a curva, é necessário que atue sobre o carro uma força resultante centrípeta. Nessa situação, a força que exerce a função de força resultante centrípeta é a força de atrito. Como queremos determinar o módulo da velocidade máxima que o carro pode desenvolver nessa curva, temos de calcular o módulo da força de atrito estático máximo que atua sobre o carro. Logo:

$$F_{Rc} = F_{AE\text{máx}} \Rightarrow \frac{mv^2}{R} = \mu N \Rightarrow \frac{mv^2}{R} = \mu mg$$

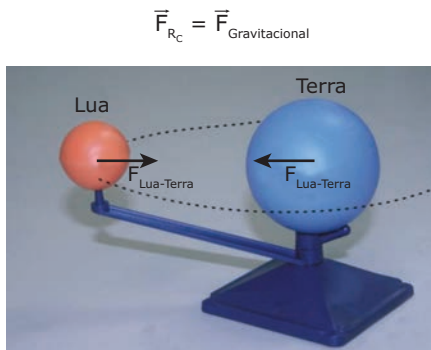
$$\Rightarrow v^2 = \mu gR \Rightarrow v = \sqrt{\mu gR}$$

Observe que o módulo da velocidade máxima com que o carro pode realizar a curva não depende da massa do carro, e sim do raio da curva, do coeficiente de atrito entre o pneu e a pista e da aceleração da gravidade.

## ANÁLISE DE SITUAÇÕES

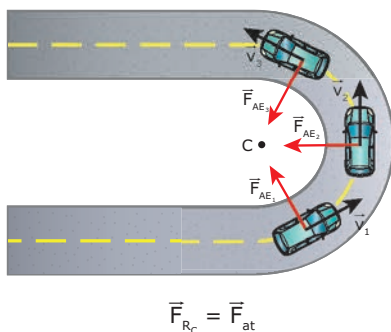
### Sistema Terra-Lua

O sistema Terra-Lua é representado na figura a seguir. Para um observador na Terra, a Lua gira ao redor do nosso planeta, descrevendo, com boa aproximação, um movimento circular uniforme. Lembre-se de que o módulo da força de atração da Terra sobre a Lua é igual ao módulo da força de atração da Lua sobre a Terra, pois essas forças formam um par de ação e reação. Observe que a força resultante centrípeta que atua sobre a Lua é a força de atração gravitacional exercida pela Terra. É essa força que "obriga" a Lua a mudar continuamente a direção de seu vetor velocidade, cujo módulo permanece praticamente constante.



### Carro em uma curva

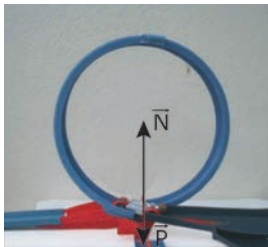
Quando um carro realiza uma curva, surge entre os pneus do carro e a pista uma força de atrito estático, na direção radial e dirigida para dentro dessa curva. É essa força de atrito estático que obriga o carro a descrever a curva, alterando a direção e o sentido de sua velocidade.



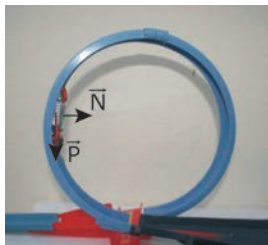
## Carrinho efetuando um loop

Os emocionantes passeios em uma montanha-russa muito devem à força centrípeta. O mesmo ocorre nos circos, com o popular número do Globo da Morte. Essa apresentação consiste em um determinado número de motocicletas – usualmente duas – movendo-se dentro de um globo de metal com cerca de 4 m de raio. As motos movem-se em círculos efetuando voltas de  $360^\circ$  e ficando de “ponta a cabeça”. Alguns brinquedos reproduzem essa situação ao realizarem trajetórias em *loop*, como as representadas a seguir. Para que o carrinho possa fazer o *loop*, é necessário que ele possua uma certa velocidade mínima.

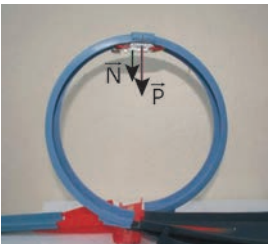
Nas figuras a seguir, representamos as forças peso  $\vec{P}$  e normal  $\vec{N}$  que atuam sobre o carrinho, em 4 pontos distintos de sua trajetória, A, B, C e D. Despreze as forças de atrito nessa situação. Observe que há sempre uma força resultante centrípeta atuando sobre o carrinho, embora cada situação possa ter uma representação diferente.



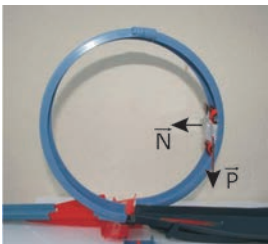
No ponto A:  $F_{Rc} = N - P$



No ponto B:  $F_{Rc} = N$



No ponto C:  $F_{Rc} = N + P$

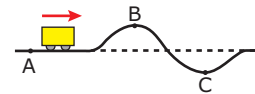


No ponto D:  $F_{Rc} = N$

A força resultante centrípeta ( $F_{Rc}$ ), ou simplesmente força centrípeta, não obedece à 3ª Lei de Newton, uma vez que não é uma força gerada pela interação entre dois corpos. A força centrípeta é uma resultante de forças que apresenta uma direção particular, perpendicular à velocidade. Portanto, seria errado dizer que no exercício resolvido anterior em que um carro percorre uma trajetória curva, atuam sobre o carro a força peso, a força normal, a força de atrito estático e a força resultante centrípeta. Nesse caso, a força de atrito é a força resultante centrípeta.

## EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

- 02.** Um carrinho desliza em um trilho com velocidade de módulo constante, no sentido indicado pela seta. O trilho pertence a um plano vertical. O ponto A situa-se em um trecho horizontal, e os pontos B e C, em curvas de raios iguais. Sejam  $N_A$ ,  $N_B$  e  $N_C$  os módulos da força normal nos pontos A, B e C, respectivamente. Colocar em ordem crescente os módulos dessas forças.



### Resolução:

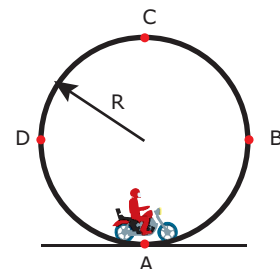
No trecho horizontal do circuito, as forças que atuam sobre o carrinho são a força normal e a força peso, de módulos iguais, uma vez que o carrinho está em equilíbrio na direção vertical. Logo,  $P = N_A$ .

No ponto B, a resultante das forças verticais que atuam sobre o carrinho deve estar direcionada para o centro da curva, isto é, para baixo. Logo, o módulo da força peso no ponto B deve ser maior que o módulo da força normal nesse mesmo ponto, pois a força centrípeta que atua sobre o carrinho, no ponto B, é dada por  $F_{RcB} = P - N_B$ . Logo,  $P > N_B$ .

No ponto C, a resultante das forças verticais que atuam sobre o carrinho deve estar direcionada para o centro da curva, isto é, para cima. Logo, o módulo da força peso no ponto C deve ser menor que o módulo da força normal nesse mesmo ponto, pois a força centrípeta que atua sobre o carrinho, no ponto C, é dada por  $F_{RcC} = N_C - P$ . Logo,  $P < N_C$ .

Sendo o peso do carrinho constante, temos que  $N_B < N_A < N_C$ .

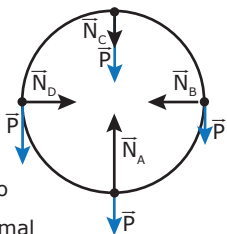
- 03.** Uma atração muito popular nos circos é o Globo da Morte, que consiste numa gaiola de forma esférica no interior da qual se movimenta uma pessoa pilotando uma motocicleta. Considere um globo de raio  $R = 3,6$  m.



- A) Fazer um diagrama das forças que atuam sobre a motocicleta nos pontos A, B, C e D, indicados na figura. Para efeitos práticos, considerar o conjunto piloto + motocicleta como um ponto material. Desprezar as forças de atrito.
- B) Determinar o módulo da velocidade mínima que o conjunto piloto + motocicleta deve ter no ponto C para não perder o contato com o interior do globo.

**Resolução:**

A)



$\vec{P}$  = força peso

$\vec{N}$  = força normal

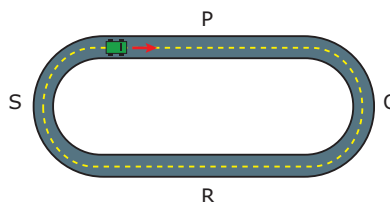
- B) No ponto mais alto da trajetória da motocicleta, ponto C, a força centrípeta é dada pela soma da força peso e da força normal, isto é,  $F_{Rc} = P + N$ .

Se desejamos determinar o módulo da velocidade mínima com a qual o conjunto piloto + motocicleta realiza o *loop*, devemos observar que, nessa velocidade limite, o valor da força normal é praticamente zero, isto é,  $N = 0$ . Desse modo, o valor da força resultante centrípeta será dado por  $F_{Rc} = P$ . Desenvolvendo a expressão, temos:

$$F_{Rc} = P \Rightarrow \frac{mv^2}{R} = mg \Rightarrow v = \sqrt{gR}$$

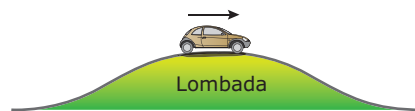
$$\Rightarrow v = \sqrt{10 \cdot 3,6} = 6,0 \text{ m/s}$$

02. (UFMG) Daniel está brincando com um carrinho, que corre por uma pista composta de dois trechos retilíneos – P e R – e dois trechos em forma de semicírculos – Q e S –, como representado nesta figura:



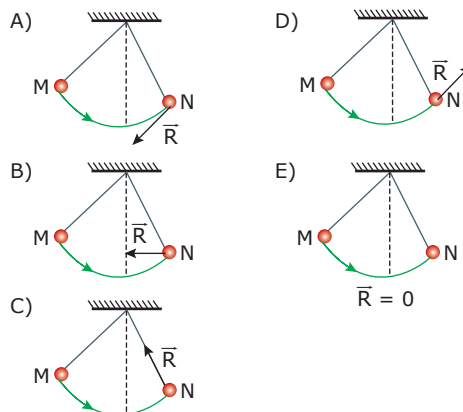
O carrinho passa pelos trechos P e Q, mantendo o módulo de sua velocidade constante. Em seguida, ele passa pelos trechos R e S, aumentando sua velocidade. Com base nessas informações, é **CORRETO** afirmar que a resultante das forças sobre o carrinho

- A) é nula no trecho Q e não é nula no trecho R.  
 B) é nula no trecho P e não é nula no trecho Q.  
 C) é nula nos trechos P e Q.  
 D) não é nula em nenhum dos trechos marcados.
03. (UFMG) Quando um carro se desloca numa estrada horizontal, seu peso  $\vec{P}$  é anulado pela reação normal  $\vec{N}$  exercida pela estrada. Quando esse carro passa no alto de uma lombada, sem perder o contato com a pista, como mostra a figura, seu peso será representado por  $\vec{P}'$ , e a reação normal da pista sobre ele, por  $\vec{N}'$ .



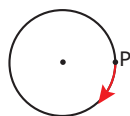
Com relação aos módulos dessas forças, pode-se afirmar que

- A)  $P' < P$  e  $N' = N$ .      D)  $P' = P$  e  $N' > N$ .  
 B)  $P' < P$  e  $N' > N$ .      E)  $P' > P$  e  $N' < N$ .  
 C)  $P' = P$  e  $N' < N$ .
04. (Cesgranrio) Em uma das missões científicas do Programa Apolo, os astronautas determinaram o período de oscilação de um pêndulo simples na superfície da Lua. As figuras das alternativas a seguir reproduzem a oscilação desse pêndulo desde um dos pontos mais altos de sua trajetória (M) até um outro ponto (N). Em qual das alternativas a seguir está **CORRETAMENTE** representada a resultante R de todas as forças que atuam sobre a massa do pêndulo simples quando esta passa pelo ponto N?



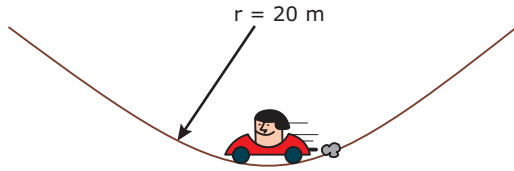
## EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

01. (VUNESP) Uma partícula de massa m descreve uma trajetória circular com movimento uniforme, no sentido horário, como mostra a figura.
- Qual dos seguintes conjuntos de vetores **MELHOR** representa a força resultante  $\vec{F}$  atuando na partícula, a velocidade  $\vec{v}$  e a aceleração  $\vec{a}$  da partícula, no ponto P indicado na figura?



- A)  $\vec{F}$  aponta para cima,  $\vec{v}$  aponta para cima,  $\vec{a}$  aponta para cima.
- B)  $\vec{F}$  aponta para cima,  $\vec{v}$  aponta para cima,  $\vec{a} = \vec{0}$ .
- C)  $\vec{F}$  aponta para a direita,  $\vec{v}$  aponta para cima,  $\vec{a} = \vec{0}$ .
- D)  $\vec{F}$  aponta para a esquerda,  $\vec{v}$  aponta para cima,  $\vec{a}$  aponta para a esquerda.
- E)  $\vec{F}$  aponta para a direita,  $\vec{v}$  aponta para cima,  $\vec{a}$  aponta para a esquerda.

05. (PUC-SP-2010) Um automóvel de massa 800 kg, dirigido por um motorista de massa igual a 60 kg, passa pela parte mais baixa de uma depressão de raio = 20 m com velocidade escalar de 72 km/h. Nesse momento, a intensidade da força de reação que a pista aplica no veículo é

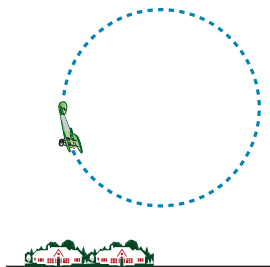


Adote  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

- A) 231 512 N.      C) 1 800 N.      E) 24 000 N.  
 B) 215 360 N.      D) 25 800 N.

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

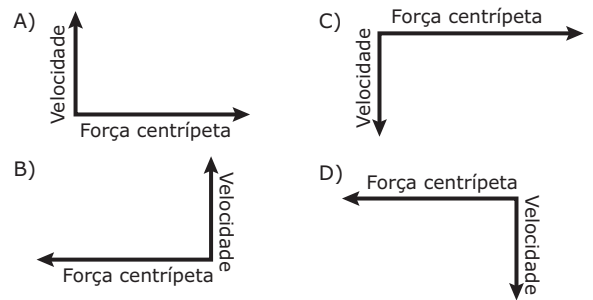
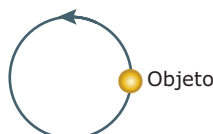
01. (PUC Minas-2009) Um objeto percorre uma circunferência em movimento circular uniforme. A força resultante sobre esse objeto
- A) é nula, porque não há aceleração.  
 B) é dirigida para o centro.  
 C) é tangente à velocidade do objeto.  
 D) tem sentido contrário ao da velocidade.
02. (UFMG) Durante uma apresentação da Esquadrilha da Fumaça, um dos aviões descreve a trajetória circular representada nesta figura:



Ao passar pelo ponto mais baixo da trajetória, a força que o assento do avião exerce sobre o piloto é

- A) igual ao peso do piloto.  
 B) maior que o peso do piloto.  
 C) menor que o peso do piloto.  
 D) nula.

03. (PUC Minas-2010) O diagrama mostra um objeto movendo-se no sentido anti-horário, em uma trajetória circular horizontal. Assinale o diagrama que **MELHOR** representa a direção e o sentido da velocidade do objeto e a direção e o sentido da força centrípeta sobre ele.



04. (PUC Rio) O trem rápido francês, conhecido como TGV (*Train à Grande Vitesse*), viaja de Paris para o sul com uma velocidade média de cruzeiro  $v = 216 \text{ km/h}$ . A aceleração experimentada pelos passageiros, por razões de conforto e segurança, está limitada a  $0,05 g$ . Qual é, então, o menor raio que uma curva pode ter nesta ferrovia? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )
- A) 7,2 km  
 B) 93 km  
 C) 72 km  
 D) 9,3 km  
 E) Não existe raio mínimo.

05. (UFRGS) Do ponto de vista de um certo observador inercial, um corpo executa movimento circular uniforme sob a ação exclusiva de duas forças.

Analise as seguintes afirmações a respeito dessa situação:

- I. Uma dessas forças necessariamente é centrípeta.  
 II. Pode acontecer que nenhuma dessas forças seja centrípeta.  
 III. A resultante dessas forças é centrípeta.

Quais estão **CORRETAS**?

- A) Apenas I  
 B) Apenas II  
 C) Apenas III  
 D) Apenas I e III  
 E) Apenas II e III

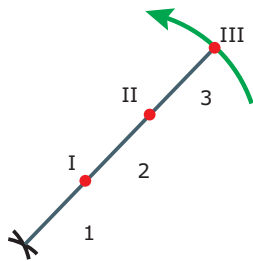
06. (FGV-SP) Um automóvel de 1 720 kg entra em uma curva de raio  $r = 200 \text{ m}$ , a  $108 \text{ km/h}$ . Sabendo que o coeficiente de atrito entre os pneus do automóvel e a rodovia é igual a  $0,3$ , considere as afirmações:

- I. O automóvel está a uma velocidade segura para fazer a curva.  
 II. O automóvel irá derrapar radialmente para fora da curva.  
 III. A força centrípeta do automóvel excede a força de atrito.  
 IV. A força de atrito é o produto da força normal do automóvel e o coeficiente de atrito.

Baseado nas afirmações anteriores, responda:

- A) Apenas I está correta.  
 B) As afirmativas I e IV estão corretas.  
 C) Apenas II e III estão corretas.  
 D) Estão corretas I, III e IV.  
 E) Estão corretas II, III e IV.

07. (UFMG) Observe a figura.

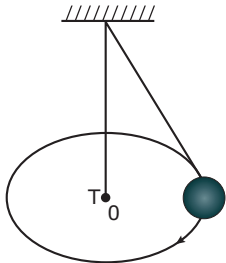


Essa figura representa três bolas, I, II e III, que estão presas entre si por cordas de 1,0 m de comprimento cada uma. As bolas giram com movimento circular uniforme, sobre um plano horizontal sem atrito, mantendo as cordas esticadas. A massa de cada bola é igual a 0,5 kg, e a velocidade da bola III é de 9,0 m/s.

A relação entre as tensões nas cordas 1, 2 e 3, representadas por  $F_1$ ,  $F_2$  e  $F_3$ , respectivamente, é

- A)  $F_3 > F_2 > F_1$ .
- B)  $F_3 = F_2 = F_1$ .
- C)  $F_3 < F_2 < F_1$ .
- D)  $F_3 = F_2$  e  $F_3 > F_1$ .
- E)  $F_2 = F_1$  e  $F_2 > F_3$ .

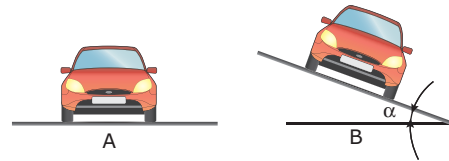
08. (Cesgranrio) Uma esfera de aço (figura a seguir) suspensa por um fio descreve uma trajetória circular de centro O em um plano horizontal no laboratório.



As forças exercidas sobre a esfera (desprezando-se a resistência do ar) são:

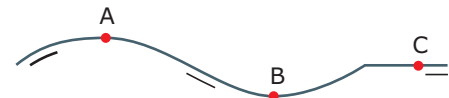
- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

09. (ITA-SP) Para que um automóvel percorra uma curva horizontal de raio dado, numa estrada horizontal, com uma certa velocidade, o coeficiente de atrito estático entre os pneus e a pista deve ter no mínimo um certo valor  $\mu$  (figura A). Para que o automóvel percorra uma curva horizontal, com o mesmo raio e com a mesma velocidade anterior, numa estrada com sobrelevação (figura B), sem ter tendência a derrapar, o ângulo de sobrelevação deve ter o valor  $\alpha$ . Podemos afirmar que



- A)  $\text{tg } \alpha = \mu$ .
- B)  $\text{tg } \alpha = gR$ .
- C)  $\text{tg } \alpha = \mu^2$ .
- D)  $\text{sen } \alpha = \mu$ .
- E)  $\text{cos } \alpha = gR$ .

10. (Mackenzie-SP) O eixo de um trecho de rodovia está contido num plano vertical e apresenta-se em perfil, conforme indica a figura. O raio de curvatura dos pontos A e B são iguais, e o trecho que contém o ponto C é horizontal. Um automóvel percorre a rodovia com velocidade escalar constante. Sendo  $N_A$ ,  $N_B$  e  $N_C$  a reação normal da rodovia sobre o carro nos pontos A, B e C, respectivamente, podemos dizer que



- A)  $N_B > N_A > N_C$ .
- B)  $N_B > N_C > N_A$ .
- C)  $N_C > N_B > N_A$ .
- D)  $N_A > N_B > N_C$ .
- E)  $N_A = N_C = N_B$ .

11. (PUC-SP) Que graça pode haver em ficar dando voltas na Terra uma, duas, três, quatro... 3 000 vezes? Foi isso que a americana Shannon Lucid, de 53 anos, fez nos últimos seis meses a bordo da estação orbital russa Mir [...]

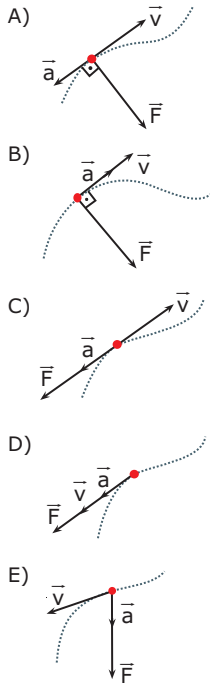
VEJA, 2 out. 1996.

Em órbita circular, aproximadamente 400 km acima da superfície, a Mir move-se com velocidade escalar constante de aproximadamente 28 080 km/h, equivalente a  $7,8 \times 10^3$  m/s. Utilizando-se o raio da Terra como  $6 \times 10^3$  km, qual é, aproximadamente, o valor da aceleração da gravidade nessa órbita?

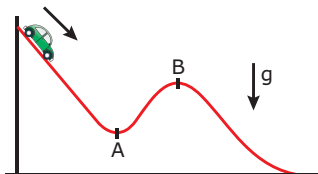
- A) Zero
- B)  $1,0 \text{ m/s}^2$
- C)  $7,2 \text{ m/s}^2$
- D)  $9,5 \text{ m/s}^2$
- E)  $11,0 \text{ m/s}^2$



12. (ITA-SP) Seja  $\vec{F}$  a resultante das forças aplicadas a uma partícula de massa  $m$ , velocidade  $\vec{v}$  e aceleração  $\vec{a}$ . Se a partícula descrever uma trajetória plana, indicada pela curva tracejada em cada um dos esquemas a seguir, segue-se que aquele que relaciona **CORRETAMENTE** os vetores coplanares  $\vec{v}$ ,  $\vec{a}$  e  $\vec{F}$  é



13. (FUVEST-SP) Um carrinho é largado do alto de uma montanha-russa, conforme a figura.



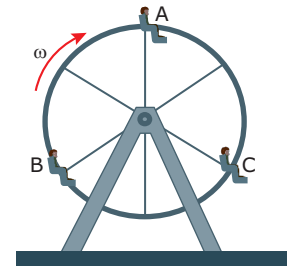
Ele se movimenta, sem atrito e sem saltar-se dos trilhos, até atingir o plano horizontal. Sabe-se que os raios de curvatura da pista em A e B são iguais. Considere as seguintes afirmações:

- I. No ponto A, a resultante das forças que agem sobre o carrinho é dirigida para baixo.
- II. A intensidade da força centrípeta que age sobre o carrinho é maior em A do que em B.
- III. No ponto B, o peso do carrinho é maior do que a intensidade da força normal que o trilho exerce sobre ele.

Está **CORRETO** apenas o que se afirma em

- A) I.
- B) II.
- C) III.
- D) I e III.
- E) II e III.

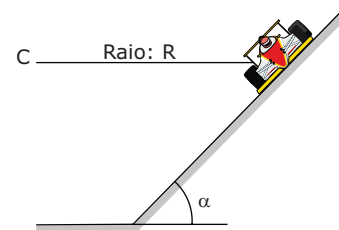
14. (UFV-MG-2008) Uma roda gigante gira com velocidade angular  $\omega$  constante, levando três meninos A, B e C, que, em um determinado instante, encontram-se nas posições ilustradas na figura a seguir.



Assinale a alternativa que representa **CORRETAMENTE** as direções e sentidos das forças resultantes que atuam, nesse instante, nos meninos A, B e C, respectivamente:

- A) ↓ ↗ ↘
- B) ↓ ↓ ↓
- C) ↑ ↑ ↑
- D) ↑ ↘ ↘

15. (UNESP-2010) Curvas com ligeiras inclinações em circuitos automobilísticos são indicadas para aumentar a segurança do carro a altas velocidades, como, por exemplo, no *Talladega Superspeedway*, um circuito utilizado para corridas promovidas pela NASCAR (*National Association for Stock Car Auto Racing*). Considere um carro como sendo um ponto material percorrendo uma pista circular, de centro C, inclinada de um ângulo  $\alpha$  e com raio R, constantes, como mostra a figura, que apresenta a frente do carro em um dos trechos da pista.



Se a velocidade do carro tem módulo constante, é **CORRETO** afirmar que o carro

- A) não possui aceleração vetorial.
- B) possui aceleração com módulo variável, direção radial e no sentido para o ponto C.
- C) possui aceleração com módulo variável e tangente à trajetória circular.
- D) possui aceleração com módulo constante, direção radial e no sentido para o ponto C.
- E) possui aceleração com módulo constante e tangente à trajetória circular.

## SEÇÃO ENEM

01. (Enem-2005) Observe o fenômeno indicado na tirinha adiante.



A força que atua sobre o peso e produz o deslocamento vertical da garrafa é a força

- A) de inércia.  
 B) gravitacional.  
 C) de empuxo.  
 D) centrípeta.  
 E) elástica.
02. (Enem-2009) O Brasil pode se transformar no primeiro país das Américas a entrar no seleto grupo das nações que dispõem de trens-bala. O Ministério dos Transportes prevê o lançamento do edital de licitação internacional para a construção da ferrovia de alta velocidade Rio-São Paulo. A viagem ligará os 403 quilômetros entre a Central do Brasil, no Rio, e a Estação da Luz, no centro da capital paulista, em uma hora e 25 minutos.

Disponível em: <<http://oglobo.globo.com>>.

Acesso em: 14 jul. 2009.

Devido à alta velocidade, um dos problemas a ser enfrentado na escolha do trajeto que será percorrido pelo trem é o dimensionamento das curvas. Considerando-se que uma aceleração lateral confortável para os passageiros e segura para o trem seja de  $0,1g$ , em que  $g$  é a aceleração da gravidade (considerada igual a  $10 \text{ m/s}^2$ ), e que a velocidade do trem se mantenha constante em todo o percurso, seria correto prever que as curvas existentes no trajeto deveriam ter raio de curvatura mínimo de, aproximadamente,

- A) 80 m.                                      D) 1 600 m.  
 B) 430 m.                                     E) 6 400 m.  
 C) 800 m.

## GABARITO

### Fixação

01. D  
 02. B  
 03. C  
 04. B  
 05. D

### Propostos

01. B  
 02. B  
 03. B  
 04. A  
 05. E  
 06. E  
 07. C  
 08. E  
 09. A  
 10. B  
 11. D  
 12. E  
 13. E  
 14. A  
 15. D

### Seção Enem

01. D  
 02. E

# FÍSICA

## Trabalho, potência e rendimento

MÓDULO  
10

FRENTE  
A

Originalmente, o termo energia, do grego antigo *ergos*, era utilizado para designar o trabalho. Atualmente, o termo energia está associado aos mais diferentes temas: alimentação, esportes, meio ambiente, reações químicas; enfim, o conceito de energia é importante nas mais diversas áreas do conhecimento.

Neste módulo, estudaremos o conceito físico de trabalho. Inicialmente, veremos quais são as grandezas que determinam o valor do trabalho realizado por uma força e aprenderemos a calcular esse trabalho. Em seguida, apresentaremos o conceito de potência, que está relacionado à rapidez com a qual certo trabalho é realizado. Finalizaremos a teoria do módulo estudando o conceito de rendimento, que está relacionado à potência útil obtida na realização de certo trabalho.

### ENERGIA (E)

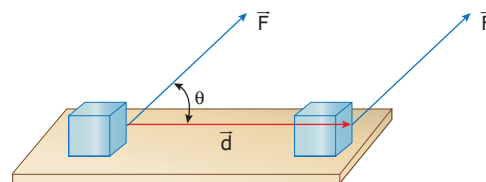
Estamos habituados a utilizar o termo energia nos mais diversos contextos, desde a energia contida nos alimentos que ingerimos, passando pela energia gasta nas atividades físicas, até a energia liberada nas explosões atômicas e nos terremotos. No rótulo de uma lata de azeite, encontramos a informação de que a energia contida nesse alimento é de  $1,26 \times 10^5$  cal ou  $5,27 \times 10^5$  J. A caloria (cal) e o joule (J) são unidades utilizadas para medir a energia. O conceito de energia foi um dos últimos a ser estruturado na ciência moderna e está associado intimamente à ideia de conservação. Isto é, nos diversos fenômenos observados na natureza, algo sempre permanece constante, apesar de a aparência, a forma, a cor, a temperatura, o volume, e outras propriedades variarem. Estudaremos aqui apenas o aspecto mecânico da energia, ou seja, aquele associado aos conceitos de força.

### CONCEITO DE TRABALHO (W)

O trabalho (W) é a grandeza física que mede a quantidade de energia transferida de um corpo para outro por meio da ação de uma força exercida pelo primeiro corpo sobre o segundo, fazendo com que este sofra um deslocamento na mesma direção da força. Para que um sistema realize trabalho sobre um corpo, é necessário que exista uma força e um deslocamento. Essas grandezas são necessárias, mas sua existência não é suficiente para garantir a realização de trabalho.

### Trabalho realizado por uma força constante

Considere um corpo deslocando-se entre dois pontos A e B, através de uma trajetória qualquer. O corpo está submetido a uma força  $\vec{F}$  constante em módulo, direção e sentido. Seja  $\vec{d}$  o vetor deslocamento realizado pelo corpo. Lembre-se de que o deslocamento difere da distância percorrida.

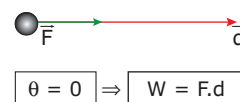


Matematicamente, o trabalho realizado pela força  $\vec{F}$  ao deslocar o corpo de A até B é dado pela relação:

$$W_{AB} = |\vec{F}| \cdot |\vec{d}| \cdot \cos \theta \text{ ou } W_{AB} = F \cdot d \cdot \cos \theta$$

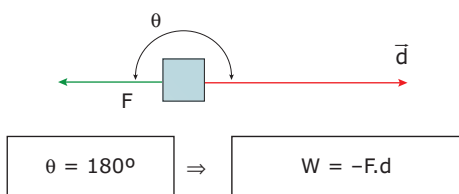
A relação nos mostra que

- o trabalho é uma grandeza escalar;
  - sua unidade, no SI, é o N.m = J (joule).
- O fato de o trabalho ter a mesma unidade que a energia não é coincidência, afinal, o trabalho mede a quantidade de energia que uma força transfere a um corpo;
- $\theta$  é o valor do ângulo entre os vetores  $\vec{F}$  e  $\vec{d}$ , podendo variar entre  $0^\circ$  e  $180^\circ$ ;
  - o termo  $F \cdot \cos \theta$  mostra que devemos utilizar a componente da força que está na mesma direção do deslocamento, isto é, parte da força pode não realizar trabalho algum;
  - se  $\vec{F}$  e  $\vec{d}$  têm a mesma direção e sentido, então  $\theta = 0^\circ$ , como mostra a figura a seguir. Nesse caso, a expressão geral para o cálculo do trabalho reduz-se a  $W = F \cdot d$ .



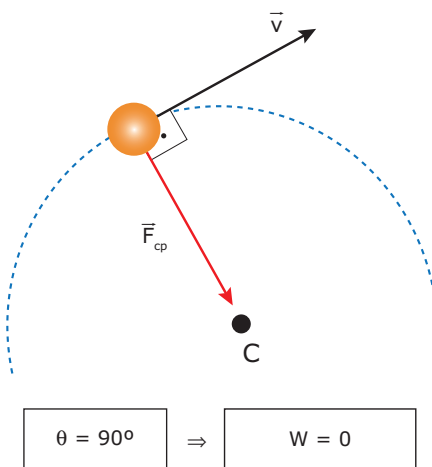
Sempre que o trabalho assume valores positivos, como na situação mostrada na figura anterior e em outras cujo ângulo entre os vetores  $\vec{F}$  e  $\vec{d}$  está compreendido entre  $0^\circ \leq \theta < 90^\circ$ , o sistema está recebendo energia da força  $\vec{F}$ , isto é, a força  $\vec{F}$  está transferindo energia para o sistema;

- se  $\vec{F}$  e  $\vec{d}$  têm a mesma direção, porém sentidos opostos, então  $\theta = 180^\circ$ , como mostra a figura a seguir. Nesse caso, a expressão geral para o cálculo do trabalho reduz-se a  $W = -F.d$ .



Sempre que o valor do trabalho assume valores negativos, como na situação mostrada na figura anterior e em outras cujo ângulo  $\theta$  está compreendido entre  $90^\circ < \theta \leq 180^\circ$ , o sistema está perdendo energia devido à ação da força  $\vec{F}$ , isto é, a força  $\vec{F}$  está retirando energia do sistema;

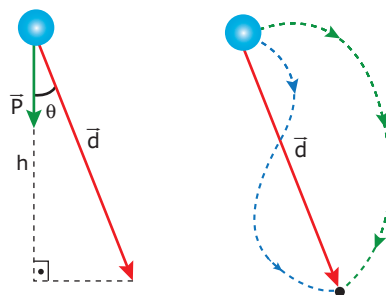
- se  $\vec{F}$  e  $\vec{d}$  são perpendiculares, então  $\theta = 90^\circ$ , como na situação mostrada na figura a seguir.



Nesse caso, o valor do trabalho é nulo, uma vez que  $\cos 90^\circ = 0$ . Isso indica que a força não realiza trabalho, isto é, nenhuma energia está sendo transferida para o sistema ou sendo retirada dele. A força resultante centrípeta nunca realiza trabalho, pois essa força sempre atua sobre o corpo perpendicularmente ao seu deslocamento.

## Trabalho realizado pela força peso

Quando um objeto se desloca de um ponto para outro, em uma região na qual a força peso atua, podemos determinar o trabalho realizado por essa força utilizando a expressão geral  $W = F.d.\cos \theta$ .



Como o módulo do deslocamento depende apenas das posições inicial e final do corpo, não importando a trajetória seguida por ele, o valor do trabalho realizado pela força peso será sempre o mesmo e igual a:

$$W = F.d.\cos \theta \Rightarrow W_p = P.d.\cos \theta \Rightarrow W_p = P.d.\frac{h}{d} \Rightarrow W_p = P.h$$

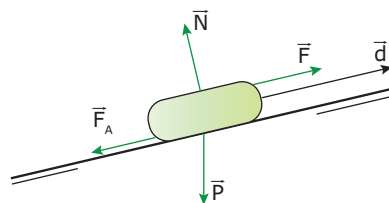
Quando o corpo cai,  $W_p = P.h$ , e, quando o corpo sobe,  $W_p = -P.h$ .

Esse estudo mostra que a força peso não realiza trabalho quando o deslocamento do corpo é horizontal, uma vez que, nessa situação, os vetores força e deslocamento são perpendiculares ( $\theta = 90^\circ$ ); logo, a força peso não transfere energia para o corpo.

Forças cujo valor do trabalho realizado não depende da trajetória descrita pelo corpo sobre o qual atuam, como é o caso da força peso, são denominadas **forças conservativas**. Forças de atrito ou de resistência dos fluidos não satisfazem a essa condição, pois o valor do trabalho realizado por essas forças depende da trajetória seguida pelo corpo sobre o qual atuam. Essas forças são denominadas **não conservativas**.

## Trabalho realizado pela força resultante

Em muitas situações, várias são as forças que atuam sobre um corpo, algumas transferindo energia para o corpo e outras retirando energia dele.



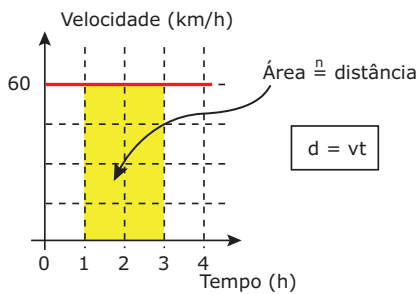
Para determinarmos o valor do trabalho total realizado sobre o corpo, podemos seguir dois caminhos que se equivalem:

- A) Calculamos, inicialmente, o trabalho realizado por cada uma das forças agindo individualmente,  $W_1 = F_1 d_1 \cos \theta_1$ ;  $W_2 = F_2 d_2 \cos \theta_2$ ;  $W_n = F_n d_n \cos \theta_n$ ; etc. Uma vez determinado o valor do trabalho realizado por cada uma das forças, basta somar algebricamente o valor desses trabalhos, considerando o sinal positivo e negativo de cada um deles:  $W = W_1 + W_2 + \dots + W_n$ .
- B) Determinamos, inicialmente, a força resultante que atua sobre o sistema:  $\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n$ . Em seguida, calculamos o valor do trabalho total realizado por essa força  $W = F_R \cdot d \cdot \cos \theta$ .

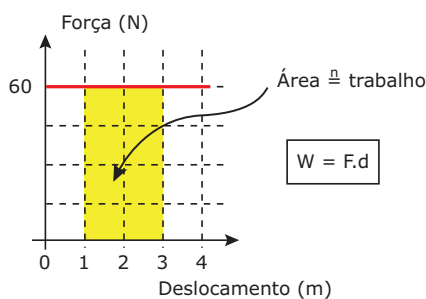
Ambos os caminhos conduzem ao mesmo resultado. É importante lembrar que o conceito de trabalho realizado por uma força está associado à energia que é transferida ao corpo por essa força.

### Determinação gráfica do trabalho

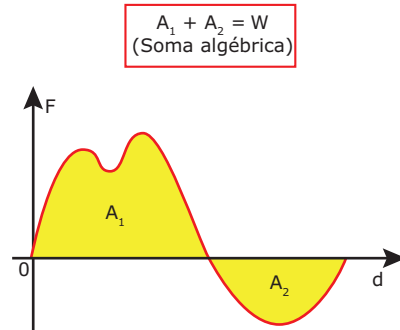
No estudo da Cinemática, vimos que, para um corpo em movimento uniforme, a distância  $d$  percorrida pelo corpo pode ser determinada pela relação  $d = vt$ . Graficamente, essa distância pode ser calculada determinando-se o valor da área sob a curva do gráfico de velocidade *versus* tempo, como indicado a seguir:



Quando a força aplicada sobre um corpo é paralela ao deslocamento deste, podemos, por analogia, inferir que:

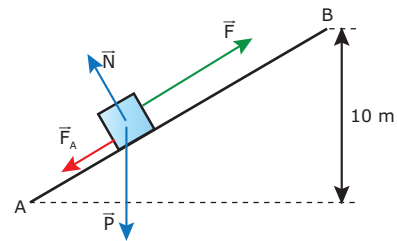


Embora tenhamos feito a analogia somente para o caso de a força apresentar módulo constante, pode-se provar que esse procedimento é válido mesmo nos casos em que o módulo da força é variável, como mostra a figura a seguir:



### EXERCÍCIO RESOLVIDO

- 01.** A figura a seguir mostra as quatro forças que atuam sobre um bloco que desliza em um plano inclinado, indo de A para B. As forças representadas possuem os seguintes módulos  $F = 15 \text{ N}$ ,  $F_A = 3 \text{ N}$ ,  $P = 20 \text{ N}$  e  $N = 15 \text{ N}$ .



O trajeto de A até B tem 25 m de comprimento. Determinar

- A) o valor do trabalho realizado por cada força.
- B) o valor do trabalho total realizado.
- C) o valor da energia recebida ou retirada do bloco.

**Resolução:**

- A) O trabalho realizado por cada força pode ser determinado utilizando-se a equação  $W = F \cdot d \cdot \cos \theta$ :
  - $W_F = F \cdot d \cdot \cos \theta = 15 \cdot 25 \cdot \cos 0^\circ = 375 \text{ J}$
  - $W_{F_A} = F_A \cdot d \cdot \cos \theta = 3 \cdot 25 \cdot \cos 180^\circ = -75 \text{ J}$
  - $W_P = -P \cdot h = -20 \cdot 10 = -200 \text{ J}$
  - $W_N = N \cdot d \cdot \cos \theta = 15 \cdot 25 \cdot \cos 90^\circ = 0 \text{ J}$
- B) O trabalho total realizado é igual à soma algébrica dos valores encontrados no item A, ou seja,  $(+375 \text{ J}) + (-75 \text{ J}) + (-200 \text{ J}) + 0 \text{ J} = +100 \text{ J}$ .
- C) Como o trabalho total realizado sobre o bloco foi positivo e igual a 100 J, isso indica que o bloco ganhou 100 J de energia durante o trajeto de A até B.

## Potência

Utilizamos máquinas para realizar forças sobre objetos e para os deslocar. Isso nos poupa muito esforço muscular. Imagine um guindaste erguendo um contêiner de massa  $m$  a uma altura  $h$ , como mostrado na imagem a seguir.



Dois motores distintos podem erguer o contêiner da figura anterior, a uma mesma altura  $h$ , em tempos diferentes. Ambos realizam o mesmo trabalho ( $W = Ph$ ), porém uma máquina o realiza em menos tempo. Dizemos, então, que as máquinas apresentam potências diferentes. A potência é uma grandeza física que mede a rapidez com a qual uma força realiza trabalho, isto é, o ritmo no qual um sistema transfere energia para outro. Matematicamente, podemos escrever que:

$$\text{Potência} = \frac{\text{Trabalho (energia transferida)}}{\text{Intervalo de tempo}} \text{ ou } P = \frac{W}{\Delta t}$$

No Sistema Internacional de Unidades, o trabalho é medido em joule (J), e o intervalo de tempo, em segundo (s). Dessa maneira, a potência é medida em  $\frac{\text{joule}}{\text{segundo}} = \frac{\text{J}}{\text{s}} = \text{watt (W)}$ .

Essa unidade, watt, é uma homenagem a James Watt (1736-1819), que muito contribuiu para aperfeiçoar as máquinas a vapor, impulsionando dessa forma a Primeira Revolução Industrial. Quando compramos uma lâmpada de 25 W (25 watts), significa que, a cada segundo que a lâmpada fica ligada, ela transforma 25 J de energia elétrica em outras formas de energia (luz, calor, etc.). Por isso, uma lâmpada de 25 W brilha mais que outra de 15 W. Quando vamos comprar um aparelho elétrico qualquer, devemos estar atentos à sua potência, pois quanto maior a potência, maior será o "consumo" (transformação) de energia envolvido e, conseqüentemente, maior será o custo.

Por motivos históricos, utilizamos outras unidades de potência que não o watt, como o cavalo-vapor (cv) e o *horse-power* (hp). As relações entre essas unidades e o watt são:

$$\begin{aligned} 1 \text{ hp} &= 445 \text{ W} \\ 1 \text{ cv} &= 435 \text{ W} \end{aligned}$$

## EXERCÍCIO RESOLVIDO

**02.** Um elevador de 1 000 kg sobe uma altura de 60 m, em meio minuto.

Dado:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

- A) Qual a velocidade do elevador?  
 B) Qual a potência média desenvolvida pelos motores do elevador?

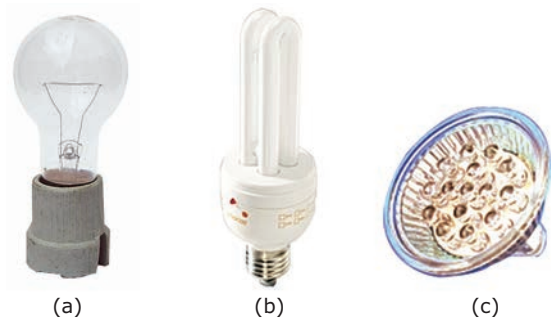
**Resolução:**

- A) Supondo que o valor da velocidade do elevador permaneça constante, podemos dizer que sua velocidade foi de 2 m/s, pois ele percorre 60 m em 30 s.  
 B) Para determinar o valor da potência média desenvolvida pelos motores para puxar o elevador, podemos utilizar a definição de potência:

$$\begin{aligned} P &= \frac{W}{\Delta t} = \frac{mgh}{\Delta t} = mg \cdot v \Rightarrow P = 1\,000 \cdot 10 \cdot 2 \\ P &= 20\,000 \text{ W} \end{aligned}$$

## RENDIMENTO

Hoje em dia, as lâmpadas incandescentes (fig. a) estão sendo, gradativamente, substituídas por lâmpadas compactas fluorescentes (fig. b), que, em um período de tempo não muito longo, devem ceder lugar às lâmpadas com tecnologia LED (fig. c). Não é um mero jogo de mercado, pois, por trás dessas trocas está uma intensa negociação energética. Afinal, o que desejamos quando acendemos uma lâmpada? Luz, com certeza! Vejamos, então, o que cada uma dessas tecnologias associadas às lâmpadas nos fornece, quando transformações energéticas ocorrem.

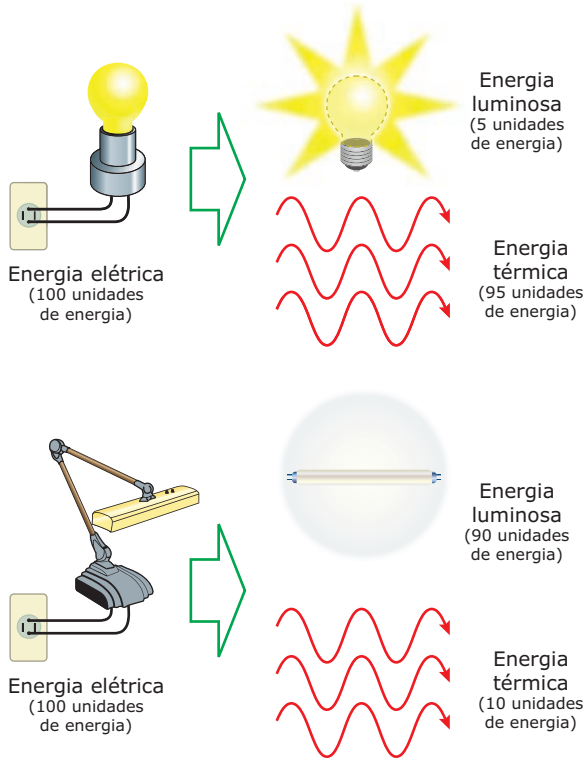


Lâmpadas de diferentes tecnologias: (a) incandescente; (b) compacta; (c) LED.

A tabela a seguir fornece um quadro comparativo entre as lâmpadas incandescentes e fluorescentes e mostra os valores das transformações energéticas que ocorrem nessas lâmpadas.

Tecnologia usada	Energia elétrica recebida	Energia luminosa emitida	Energia térmica emitida
Incandescente	100 J	5 J	95 J
Compacta PL	100 J	90 J	10 J

Observe que, de cada 100 J de energia elétrica, apenas 5 J são transformados em energia luminosa na lâmpada incandescente, enquanto esse valor chega a 90 J na lâmpada fluorescente compacta. Assim, dizemos que a eficiência ou o rendimento da lâmpada incandescente é de 5% (5 J/100 J), enquanto o rendimento da lâmpada compacta PL é de 90% (90 J/100 J).



Define-se o rendimento  $\eta$  de uma transformação energética como a razão entre a energia útil obtida e a energia total recebida. Podemos trocar a grandeza energia por potência, uma vez que a potência apenas representa a energia por unidade de tempo. Matematicamente, temos que:

$$\eta = \frac{P_{\text{ÚTIL}}}{P_{\text{TOTAL}}}$$

Observe que o rendimento é uma razão entre duas grandezas que apresentam a mesma unidade (joule ou watt); por isso, o rendimento é uma grandeza adimensional.

## EXERCÍCIO RESOLVIDO

- 03.** Um motor elétrico de potência 2 kW apresenta rendimento de 80% e é utilizado para erguer, com velocidade constante, um objeto de 40 kg. Qual é o módulo da velocidade com a qual o objeto é transportado? Use  $g = 10 \text{ m/s}^2$

**Resolução:**

Como o rendimento do motor é de 80%, temos que, dos 2 000 W de potência total, apenas 1 600 W serão efetivamente utilizados para movimentar o objeto, isto é, a potência útil do motor é de 1 600 W.

A velocidade  $v$  com a qual o objeto é transportado está relacionada à potência útil do motor,  $P_u$ , por meio da seguinte relação:

$$P_u = F \cdot v$$

Em que  $F$  é a força que o motor exerce sobre o objeto para erguê-lo. Como o objeto é erguido com velocidade constante, temos que o módulo da força exercida pelo motor sobre o objeto é igual ao módulo do peso deste. Assim, temos que a velocidade com a qual o objeto é transportado é dada por:

$$P = F \cdot v \Rightarrow 1\,600 \text{ W} = 400 \text{ N} \cdot v \Rightarrow v = 4 \text{ m/s}$$

## EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

- 01.** (PUC Minas) Considere um corpo sendo arrastado, com velocidade constante, sobre uma superfície horizontal onde o atrito não é desprezível. Considere as afirmações I, II e III a respeito da situação descrita:

- I. O trabalho da força de atrito é nulo.
- II. O trabalho da força peso é nulo.
- III. A força que arrasta o corpo é nula.

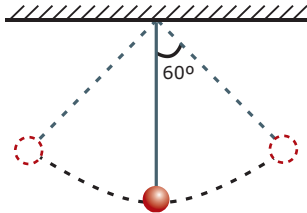
A afirmação está **INCORRETA** em

- A) I, apenas.
- B) I e III, apenas.
- C) II, apenas.
- D) I, II e III.

- 02.** (Unimontes-MG-2009) Uma bomba de 5,0 HP é usada para retirar água de um poço cuja profundidade é 18 metros, sendo  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $1 \text{ HP} = 750 \text{ W}$  e a densidade da água igual a  $1\,000 \text{ kg/m}^3$ . Se, em 7 horas de operação, foram retirados 420 000 litros de água, o rendimento da bomba foi de

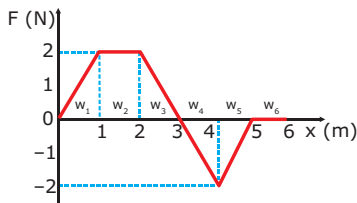
- A) 50%.
- B) 20%.
- C) 80%.
- D) 60%.

03. (UEL-PR) Um pêndulo é constituído de uma esfera de massa 2,0 kg, presa a um fio de massa desprezível e comprimento 2,0 m, que pende do teto, conforme figura a seguir. O pêndulo oscila formando um ângulo máximo de  $60^\circ$  com a vertical.

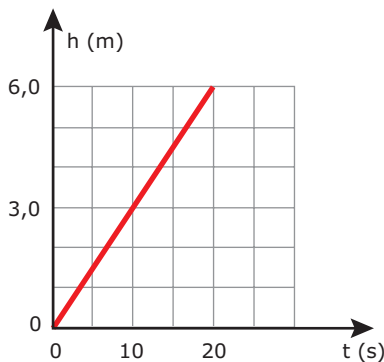


Nessas condições, o trabalho realizado pela força de tração que o fio exerce sobre a esfera, entre a posição mais baixa e mais alta, em joules, vale

- A) 20.                      C) zero.                      E) -20.  
 B) 10.                      D) -10.
04. (UFSCar-SP) Um bloco de 10 kg movimenta-se em linha reta sobre uma mesa lisa, em posição horizontal, sob a ação de uma força variável que atua na mesma direção do movimento, conforme o gráfico a seguir. O trabalho realizado pela força quando o bloco se desloca da origem até o ponto  $x = 6 \text{ m}$  é



- A) 1 J.                      C) 4 J.                      E) 2 J.  
 B) 6 J.                      D) zero.
05. (FUVEST-SP) Uma empilhadeira elétrica transporta do chão até uma prateleira, a 6 m do chão, um pacote de 120 kg. O gráfico adiante ilustra a altura do pacote em função do tempo. A potência aplicada ao corpo pela empilhadeira é



- A) 120 W.                      C) 720 W.                      E) 2 400 W.  
 B) 360 W.                      D) 1 200 W.

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

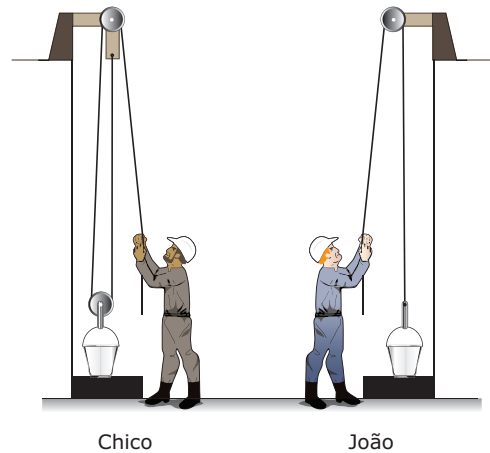
01. (PUC Rio) Durante a aula de Educação Física, ao realizar um exercício, um aluno levanta verticalmente um peso com sua mão, mantendo, durante o movimento, a velocidade constante.

Pode-se afirmar que o trabalho realizado pelo aluno é

- A) positivo, pois a força exercida pelo aluno atua na mesma direção e sentido oposto ao do movimento do peso.  
 B) positivo, pois a força exercida pelo aluno atua na mesma direção e sentido do movimento do peso.  
 C) zero, uma vez que o movimento tem velocidade constante.  
 D) negativo, pois a força exercida pelo aluno atua na mesma direção e sentido oposto ao do movimento do peso.  
 E) negativo, pois a força exercida pelo aluno atua na mesma direção e sentido do movimento do peso.

02. (UFT) Dois serventes de pedreiro – Chico e João – erguem baldes de concreto do solo até o segundo andar de um edifício.

Chico usa um sistema com duas roldanas – uma fixa e uma móvel –, enquanto João usa um sistema com uma única roldana fixa, como mostrado nesta figura:

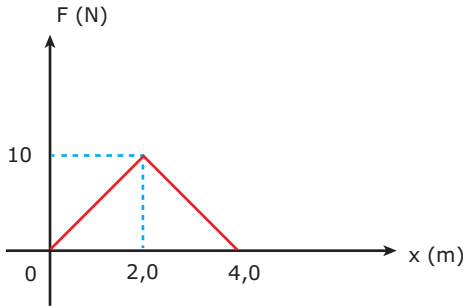


Considerando-se essas informações, é **CORRETO** afirmar que, para erguer baldes de mesma massa até uma mesma altura, com velocidade constante,

- A) Chico faz a mesma força que João, mas gasta mais energia que ele.  
 B) Chico faz a mesma força que João, mas gasta menos energia que ele.  
 C) Chico faz uma força menor que João, mas gasta, aproximadamente, a mesma energia que ele.  
 D) Chico faz uma força menor que João, mas gasta mais energia que ele.

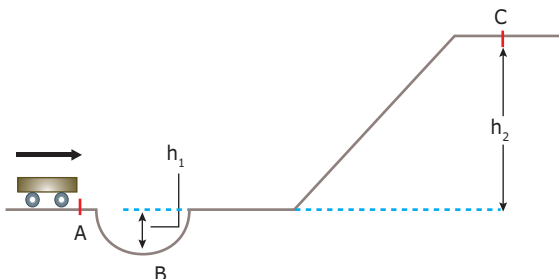


03. (UEL-PR) O gráfico representa o valor algébrico da força resultante  $F$  que age sobre um corpo de massa  $5,0$  kg, inicialmente em repouso, em função da abscissa  $x$ .



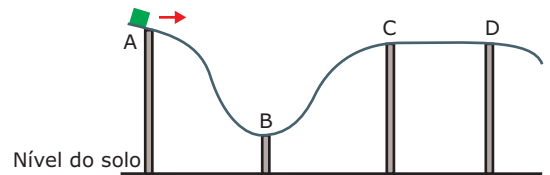
O trabalho realizado por  $F$ , no deslocamento de  $x = 0$  até  $x = 4,0$  m, em joules, vale

- A) zero.  
 B) 10.  
 C) 20.  
 D) 30.  
 E) 40.
04. (UNESP) O teste Margaria de corrida em escada é um meio rápido de medida de potência anaeróbica de uma pessoa. Consiste em fazê-la subir uma escada de dois em dois degraus, cada um com  $18$  cm de altura, partindo com velocidade máxima e constante de uma distância de alguns metros da escada. Quando pisa no  $8^{\circ}$  degrau, a pessoa aciona um cronômetro, que se desliga quando pisa no  $12^{\circ}$  degrau. Se o intervalo de tempo registrado para uma pessoa de  $70$  kg foi de  $2,8$  s e considerando a aceleração da gravidade igual a  $10$  m/s<sup>2</sup>, a potência média avaliada por esse método foi de
- A) 180 W.  
 B) 220 W.  
 C) 432 W.  
 D) 500 W.  
 E) 644 W.
05. (UERJ) Um pequeno vagão, deslocando-se sobre trilhos, realiza o percurso entre os pontos A e C, segundo a forma representada na figura a seguir, onde  $h_1$  e  $h_2$  são os desníveis do trajeto.



Os trabalhos realizados entre os pontos A e C, pelo peso ( $P$ ) do carrinho e pela reação normal ( $N$ ) exercida pelos trilhos sobre o vagão, correspondem, respectivamente, a

- A)  $-|P|(h_1 + h_2)$  e  $|N|(h_1 + h_2)$ .  
 B)  $-|P|(h_1 + h_2)$  e  $0$ .  
 C)  $-|P|h_2$  e  $|N|h_2$ .  
 D)  $-|P|h_2$  e  $0$ .  
 E) N.d.a.
06. (Unimontes-MG) Um pequeno carrinho movimentava-se, sem atrito, numa montanha-russa (veja a figura). Sua energia potencial, que é máxima no ponto A, é medida a partir do nível do solo. O trecho CD é retilíneo.

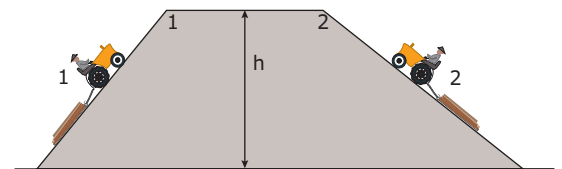


Considere as seguintes afirmativas a respeito da situação descrita:

- I. O trabalho realizado pela força gravitacional sobre o carrinho é positivo no trajeto de A para B.  
 II. O trabalho realizado pela força gravitacional sobre o carrinho é positivo no trajeto de B para C.  
 III. O trabalho realizado pela força gravitacional sobre o carrinho é nulo no trajeto de C para D.

Estão **CORRETAS** as afirmativas

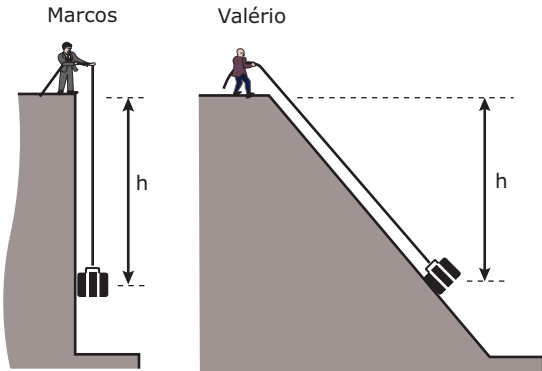
- A) I, II e III.  
 B) I e II, apenas.  
 C) I e III, apenas.  
 D) II e III, apenas.
07. (UNESP-2009) Suponha que os tratores 1 e 2 da figura arrastem toras de mesma massa pelas rampas correspondentes, elevando-as à mesma altura  $h$ . Sabe-se que ambos se movimentam com velocidades constantes e que o comprimento da rampa 2 é o dobro do comprimento da rampa 1.



Chamando de  $\tau_1$  e  $\tau_2$  os trabalhos realizados pela força gravitacional sobre essas toras, pode-se afirmar que

- A)  $\tau_1 = 2\tau_2$ ;  $\tau_1 > 0$  e  $\tau_2 < 0$ .  
 B)  $\tau_1 = 2\tau_2$ ;  $\tau_1 < 0$  e  $\tau_2 > 0$ .  
 C)  $\tau_1 = \tau_2$ ;  $\tau_1 < 0$  e  $\tau_2 < 0$ .  
 D)  $2\tau_1 = \tau_2$ ;  $\tau_1 < 0$  e  $\tau_2 < 0$ .

08. (UFMG–2006) Marcos e Valério puxam, cada um, uma mala de mesma massa até uma altura  $h$ , com velocidade constante, como representado nas figuras a seguir.



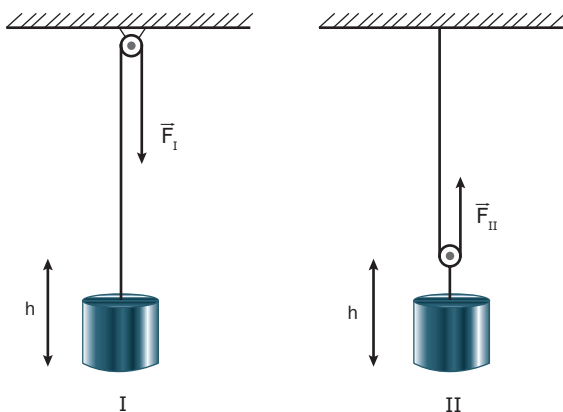
Marcos puxa sua mala verticalmente, enquanto Valério arrasta a sua sobre uma rampa. Ambos gastam o mesmo tempo nessa operação.

Despreze as massas das cordas e qualquer tipo de atrito.

Sejam  $P_M$  e  $P_V$  as potências e  $T_M$  e  $T_V$  os trabalhos realizados por, respectivamente, Marcos e Valério.

Considerando-se essas informações, é **CORRETO** afirmar que

- A)  $T_M = T_V$  e  $P_M = P_V$ .
  - B)  $T_M > T_V$  e  $P_M > P_V$ .
  - C)  $T_M = T_V$  e  $P_M > P_V$ .
  - D)  $T_M > T_V$  e  $P_M = P_V$ .
09. (UFMG–2007) Antônio precisa elevar um bloco até uma altura  $h$ . Para isso, ele dispõe de uma roldana e de uma corda e imagina duas maneiras para realizar a tarefa, como mostrado nestas figuras:



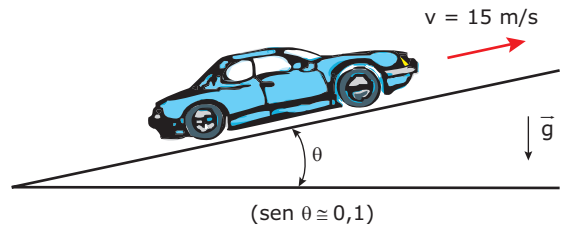
Despreze a massa da corda e a da roldana e considere que o bloco se move com velocidade constante.

Sejam  $F_I$  o módulo da força necessária para elevar o bloco e  $T_I$  o trabalho realizado por essa força na situação mostrada na figura I. Na situação mostrada na figura II, essas grandezas são, respectivamente,  $F_{II}$  e  $T_{II}$ .

Com base nessas informações, é **CORRETO** afirmar que

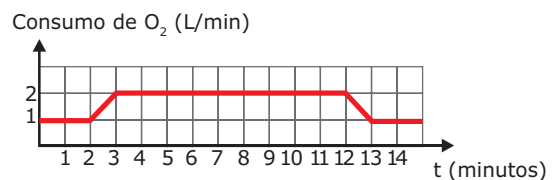
- A)  $2F_I = F_{II}$  e  $T_I = T_{II}$ .
- B)  $F_I = 2F_{II}$  e  $T_I = T_{II}$ .
- C)  $2F_I = F_{II}$  e  $2T_I = T_{II}$ .
- D)  $F_I = 2F_{II}$  e  $T_I = 2T_{II}$ .

10. (FUVEST-SP) Nos manuais de automóveis, a caracterização dos motores é feita em cv (cavalo-vapor). Essa unidade, proposta no tempo das primeiras máquinas a vapor, correspondia à capacidade de um cavalo típico, que conseguia erguer, na vertical, com auxílio de uma roldana, um bloco de 75 kg, à velocidade de 1 m/s. Para subir uma ladeira inclinada, como na figura, um carro de 1 000 kg, mantendo uma velocidade constante de 15 m/s (54 km/h), desenvolve uma potência útil que, em cv, é, aproximadamente, de



- A) 20 cv.
- B) 40 cv.
- C) 50 cv.
- D) 100 cv.
- E) 150 cv.

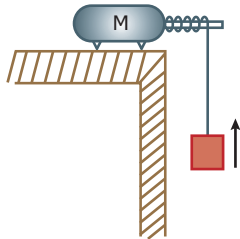
11. (FUVEST-SP) Em uma caminhada, um jovem consome 1 litro de  $O_2$  por minuto, quantidade exigida por reações que fornecem a seu organismo 20 kJ/minuto (ou 5 "calorias dietéticas"/minuto). Em dado momento, o jovem passa a correr, voltando depois a caminhar. O gráfico representa seu consumo de oxigênio em função do tempo.



Por ter corrido, o jovem utilizou uma quantidade de energia a mais do que se tivesse apenas caminhado durante todo o tempo, aproximadamente, de

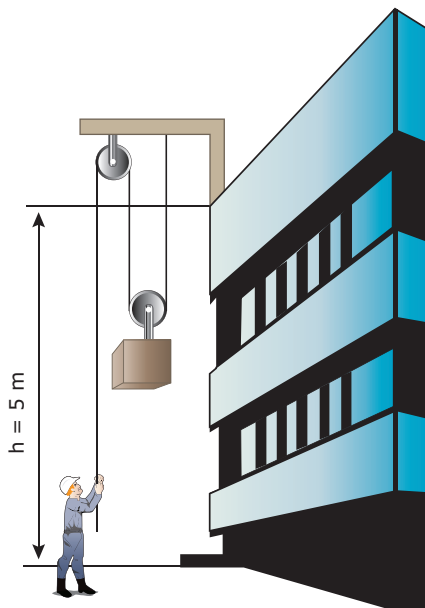
- A) 10 kJ.
- B) 21 kJ.
- C) 200 kJ.
- D) 420 kJ.
- E) 480 kJ.

12. (Mackenzie-SP) A figura a seguir representa um motor elétrico M que eleva um bloco de massa 20 kg com velocidade constante de 2 m/s. A resistência do ar é desprezível e o fio que sustenta o bloco é ideal. Nessa operação, o motor apresenta um rendimento de 80%. Considerando o módulo da aceleração da gravidade como  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , a potência dissipada por este motor tem valor



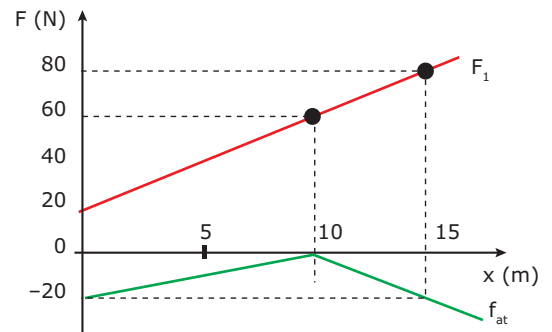
- A) 500 W.  
B) 400 W.  
C) 300 W.  
D) 200 W.  
E) 100 W.

13. (UFJF-MG-2010) Em uma construção civil, os operários usam algumas máquinas simples para facilitar e diminuir sua carga diária de energia gasta na execução de seu trabalho. Uma das máquinas simples mais utilizadas são, por exemplo, as roldanas fixas e móveis. Em um dia comum de trabalho, um operário deve elevar, com velocidade constante, um bloco de pedra de massa  $m = 100 \text{ kg}$  para o segundo andar da obra, que fica a uma altura  $h = 5,0 \text{ m}$  em relação ao solo. Para essa tarefa, o operário utilizou um sistema com duas roldanas, uma fixa e outra móvel, e um cabo de massa desprezível, como mostra a figura. Considere  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



- A) **FAÇA** um diagrama das forças que atuam sobre o bloco e **IDENTIFIQUE** cada uma das forças.  
B) **CALCULE** a tração no cabo que está em contato com a mão do operário e o trabalho realizado por ele, para elevar o bloco até o segundo andar da obra.  
C) Se foi gasto um tempo  $t = 10 \text{ s}$  para o operário elevar o bloco até o segundo andar da obra, **CALCULE** a potência gasta nessa tarefa.

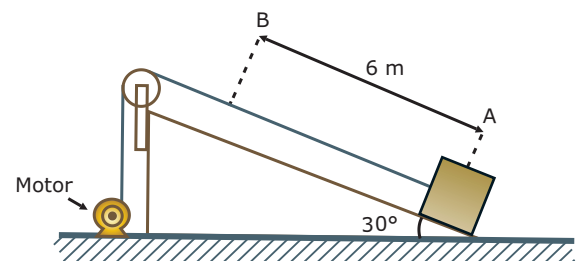
14. (FAAP-SP) O gráfico apresenta a variação das forças  $F_1$  e  $f_{at}$  (força de atrito) que agem num corpo que se desloca sobre o eixo x.



**CALCULE**

- A) o trabalho da força  $F_1$  para arrastar o corpo nos primeiros 10 m.  
B) o trabalho da força de atrito enquanto o corpo é arrastado nos primeiros 10 m.  
C) o trabalho da força resultante para arrastar o corpo nos primeiros 15 m.

15. (OBF) Um motor de potência 2,1 kW puxa, com velocidade constante e igual a 3 m/s, uma caixa de massa 80 kg sobre um plano inclinado de  $30^\circ$  com a horizontal. A caixa é puxada por uma extensão de 6 m ao longo do plano, do ponto A ao B (ver figura). Despreze as massas da corda e da polia.



- A) **CALCULE** o módulo da força exercida pelo motor e o módulo da força de atrito.  
B) **CALCULE** os trabalhos realizados pela força peso, pela força normal, pela força exercida pelo motor e pela força de atrito quando a caixa se desloca de A para B.

- 16.** (ITA-SP) Uma escada rolante transporta passageiros do andar térreo A ao andar superior B, com velocidade constante. A escada tem comprimento total igual a 15 m, degraus em número de 75 e inclinação igual a  $30^\circ$ .

Dados:  $\text{sen } 30^\circ = 0,5$ ;  
 $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

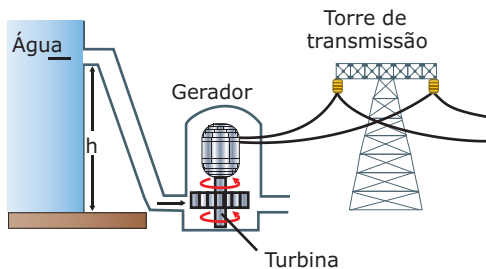
**DETERMINE**

- A) o trabalho da força motora necessária para elevar um passageiro de 80 kg de A até B.
- B) a potência correspondente ao item anterior, empregada pelo motor que aciona o mecanismo, efetuando o transporte em 30 s.
- C) o rendimento do motor, sabendo-se que sua potência total é 400 watts.

- Pode-se verificar que a eficiência dos fogões aumenta
  - A) à medida que diminui o custo dos combustíveis.
  - B) à medida que passam a empregar combustíveis renováveis.
  - C) cerca de duas vezes, quando se substitui fogão a lenha por fogão a gás.
  - D) cerca de duas vezes, quando se substitui fogão a gás por fogão elétrico.
  - E) quando são utilizados combustíveis sólidos.

**SEÇÃO ENEM**

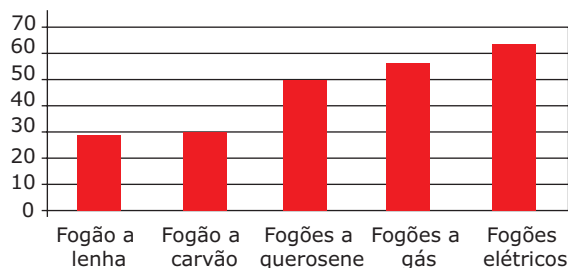
- 01.** (Enem-1998) A eficiência de uma usina, do tipo da representada na figura, é da ordem de 0,9, ou seja, 90% da energia da água no início do processo se transformam em energia elétrica. A usina Ji-Paraná, do estado de Rondônia, tem potência instalada de 512 milhões de watt, e a barragem tem altura de aproximadamente 120 m. A vazão do Rio Ji-Paraná, em litros de água por segundo, deve ser da ordem de



- A) 50.
- B) 500.
- C) 5 000.
- D) 50 000.
- E) 500 000.

- 02.** (ENEM-2003) A eficiência do fogão de cozinha pode ser analisada em relação ao tipo de energia que ele utiliza. O gráfico abaixo mostra a eficiência de diferentes tipos de fogão.

Eficiência do fogão (%)



**GABARITO**

**Fixação**

01. B    02. C    03. C    04. E    05. B

**Propostos**

- 01. B
- 02. C
- 03. C
- 04. A
- 05. D
- 06. C
- 07. C
- 08. A
- 09. B
- 10. A
- 11. C
- 12. A
- 13. A)
  - $\bar{T}$  = Tração
  - $\bar{P}$  = Peso
- B)  $\bar{T} = 500 \text{ N}$  e  $W = 5,0 \times 10^3 \text{ J}$
- C)  $P = 5,0 \times 10^2 \text{ W}$
- 14. A) 400 J
- B) -100 J
- C) 600 J
- 15. A)  $F_m = 700 \text{ N}$ ;  $F_{\text{atrito}} = 300 \text{ N}$
- B)  $W_M = 4 200 \text{ J}$ ;  $W_A = -1 800 \text{ J}$   
 $W_p = -2 400 \text{ J}$ ;  $W_N = 0$
- 16. A)  $6,0 \times 10^3 \text{ J}$
- B)  $2,0 \times 10^2 \text{ W}$
- C) 50%

**Seção Enem**

01. E    02. C

# FÍSICA

## Leis de Kepler

MÓDULO  
09

FRENTE  
B

Desde épocas remotas, o homem sabe que as estrelas e as constelações, como o Cruzeiro do Sul, movem-se em trajetórias circulares em torno da Terra, sem jamais mudarem a forma de sua trajetória. O homem primitivo notou, também, que, além do Sol e da Lua, outros cinco corpos celestes – os planetas Mercúrio, Vênus, Marte, Júpiter e Saturno – moviam-se entre as estrelas. Da Antiguidade à Idade Média, diversas teorias foram propostas para explicar os movimentos dos astros. No início do século XVII, o sistema heliocêntrico, proposto por Nicolau Copérnico, foi reconhecido como o mais apropriado para a descrição desses movimentos. Logo após o reconhecimento desse sistema, o astrônomo alemão Johannes Kepler estabeleceu três relações matemáticas para descrever as órbitas dos planetas do Sistema Solar. Essas relações, atualmente conhecidas como Leis de Kepler, constituem o escopo deste módulo.

Iniciaremos este estudo com uma breve descrição histórica das teorias sobre os movimentos dos corpos celestes. Em seguida, apresentaremos as três Leis de Kepler, que foram obtidas empiricamente a partir de medições das posições dos planetas do Sistema Solar em suas respectivas órbitas em torno do Sol. Veremos que essas leis aplicam-se a outras órbitas, tais como a de um cometa em torno do Sol ou a de um satélite em torno de um planeta. Na verdade, as Leis de Kepler são leis universais. A universalidade dessas leis foi esclarecida por Newton na ocasião em que ele elaborou a Teoria da Gravitação Universal.

## SISTEMAS PLANETÁRIOS

Utilizando a Terra como referencial, os movimentos observados para o Sol, para a Lua e para o conjunto de estrelas são regulares e simples. Entretanto, os movimentos observados para os planetas são mais complicados. Por exemplo, o planeta Marte, quando observado durante vários meses, apresenta uma curiosa mudança no sentido de sua trajetória, conforme mostrado na figura 1. Nos três primeiros meses de observação, note que o planeta se move da direita para a esquerda. Em seguida, a trajetória é invertida, e o movimento se mantém da esquerda para a direita durante cerca de dois meses, quando, então, a tendência inicial do movimento é restabelecida.

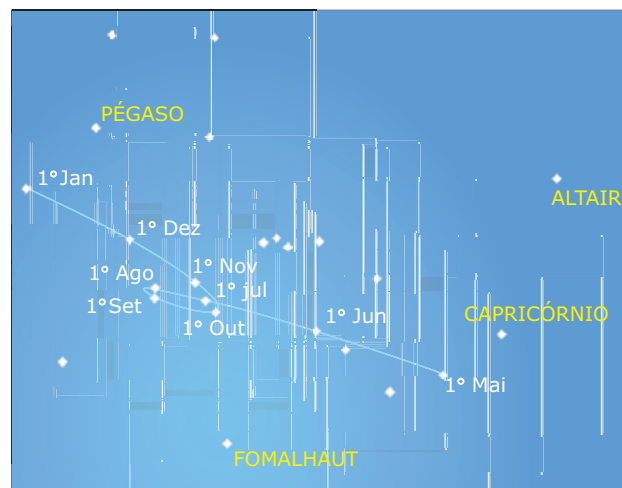


Figura 1: Movimento retrógrado de Marte.

Um dos primeiros modelos de sistema planetário foi proposto pelo grego Eudóxio, discípulo de Platão. Nesse modelo, as estrelas, o Sol, a Lua e os planetas permanecem fixos sobre superfícies de esferas concêntricas. As esferas são ligadas entre si por meio de eixos, de forma que cada uma das esferas gira em relação às outras. A Terra é fixa e imóvel no centro comum das esferas.

O grego Claudius Ptolomeu propôs um modelo de sistema planetário, no qual o Sol, a Lua e os planetas descrevem grandes órbitas circulares em torno da Terra. Além disso, esses astros giram em pequenos círculos centrados nas órbitas principais, como mostra a figura 2. Por meio dessa combinação de movimentos, o modelo geocêntrico explica bem a trajetória irregular do planeta Marte.

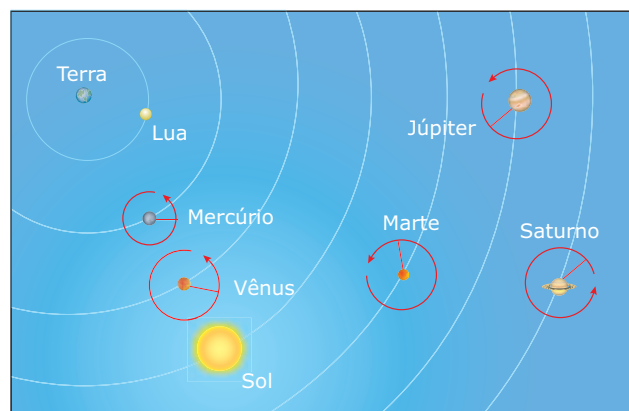


Figura 2: Sistema planetário de Ptolomeu.

No início do século XVI, o astrônomo polonês Nicolau Copérnico propôs um modelo de sistema planetário simples, capaz de explicar satisfatoriamente os movimentos dos corpos celestes. Primeiramente, Copérnico considerou que as estrelas estão fixas no céu e que a Terra gira em torno de si. Por isso, na Terra, temos a alternância do dia com a noite, além de vermos as estrelas girando em círculos acima de nós. Além da rotação terrestre, Copérnico também percebeu o movimento de translação da Terra no espaço. Segundo seu modelo, a Terra e os outros planetas giram em torno do Sol, que é, de fato, o centro do sistema. Copérnico considerou corretamente que a Lua era um satélite da Terra e que o sistema Terra-Lua gira em torno do Sol. A figura 3 mostra o sistema planetário de Copérnico, com a presença dos planetas externos, descobertos posteriormente. O sistema planetário de Copérnico também permite explicar as trajetórias dos planetas observadas da Terra, inclusive o movimento peculiar de Marte.

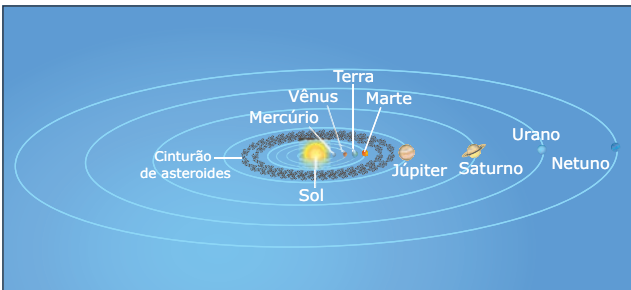


Figura 3: Sistema planetário de Copérnico.

O sistema heliocêntrico de Copérnico rebaixou a Terra à categoria de planeta, retirando-a do centro do Universo – ideia defendida pela Igreja e muito enraizada entre as pessoas. Sabendo das críticas que sofreria, Copérnico retardou a publicação de sua teoria heliocêntrica (a qual apresenta o Sol como o centro do Universo) para o final de sua vida. Após a publicação dessa teoria, assistiu-se a um crescente debate sobre o modelo heliocêntrico. Galileu foi julgado por defendê-lo e também por divulgar as suas próprias descobertas científicas. Para evitar uma condenação maior, Galileu precisou negar suas convicções publicamente. Outros seguidores de Copérnico e de Galileu conseguiram, paulatinamente, implantar o novo paradigma científico. No início do século XVII, as ideias de Copérnico e de Galileu foram aceitas pela maioria dos pensadores.

Vamos finalizar este tópico com dois comentários importantes. O primeiro é que, ainda na Idade Antiga, embora a principal corrente de pensamento fosse baseada em teorias geocêntricas (a qual apresenta a Terra como o centro do Universo), alguns pensadores anteviram o modelo de Copérnico. Alguns filósofos gregos defendiam até mesmo o fato de que a Terra movia-se em torno do Sol.

O outro comentário é que, do ponto de vista da Cinemática, não é errado pensar que o Sol gira em torno da Terra, e que esta está fixa no espaço. Para um observador na Terra, o planeta está parado, enquanto o Sol e as estrelas giram em sua volta. Isso é semelhante à percepção que um motorista tem ao ver o seu carro parado e o solo movendo-se debaixo dele.

Muitas vezes, é mais conveniente usar o sistema geocêntrico de Ptolomeu. Ainda hoje, os procedimentos de navegação de barcos e de aviões são baseados nesse modelo. Contudo, quando lidamos com a análise de forças, isto é, com problemas de Dinâmica, o sistema heliocêntrico de Copérnico é o mais indicado.

## AS TRÊS LEIS DE KEPLER

### O mapeamento dos céus

O dinamarquês Tycho Brahe nasceu três anos após a morte de Copérnico. Discordando do modelo heliocêntrico do astrônomo polonês, Brahe propôs um modelo geocêntrico em que todos os planetas giravam em torno do Sol, enquanto este girava em torno da Terra. A Lua, mais próxima, também girava em torno da Terra. Para confirmar a sua teoria, Brahe inventou e fabricou grandes sextantes e compassos para medir os ângulos entre as estrelas e os planetas, realizando milhares de medições referentes às órbitas planetárias ao longo de quase quarenta anos. As medições de Brahe foram feitas com tanta precisão que até hoje são usadas para analisar as órbitas dos planetas interiores. Tendo em vista as condições limitantes de sua época, para muitos, Tycho Brahe foi o maior astrônomo de todos os tempos.

Apesar de ter catalogado milhares de informações sobre as distâncias planetárias, Tycho Brahe não tinha a paciência nem a destreza matemática necessárias para analisar aquela avalanche de números. Relutante, ele acabou cedendo suas preciosas tabelas ao alemão Johannes Kepler. Hábil matemático, Kepler se debruçou sobre os dados e, após anos de árduo trabalho, conseguiu decifrá-los, exprimindo-os na forma do que hoje conhecemos como as Leis de Kepler. O restante deste módulo é dedicado à apresentação dessas leis.

### Primeira Lei de Kepler – A Lei das Órbitas

Cada planeta gira em torno do Sol em uma órbita elíptica, com o Sol ocupando um dos focos dela.

A consequência imediata dessa lei é que a distância do planeta ao Sol é variável ao longo da órbita. Observe esse fato na figura 4, que representa a órbita elíptica de um planeta em torno do Sol. A posição em que o planeta está mais próximo do Sol é chamada de periélio, e a posição de máximo afastamento em relação ao Sol é denominada de afélio. Neste estudo, quando for preciso, denominaremos a distância do periélio ao Sol pela letra “p”, e a distância do afélio ao Sol pela letra “a”. Essas distâncias estão indicadas na figura 4. Em geral, o raio orbital médio do planeta é definido por  $R = (p + a)/2$ .

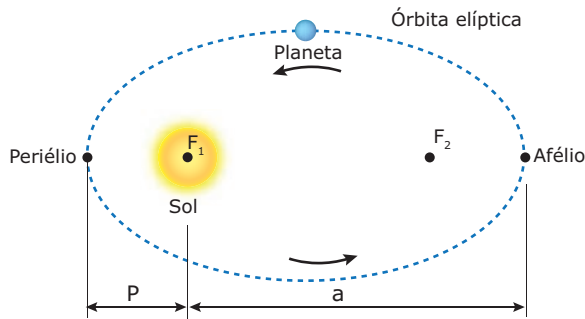


Figura 4: O planeta se move em uma órbita elíptica, com o Sol em um dos focos.

A trajetória, na figura 4, está demasiadamente exagerada. À exceção de Mercúrio, que apresenta uma órbita mais excêntrica, as trajetórias dos outros planetas são quase circulares. Para entender o significado da excentricidade de uma elipse, primeiramente, precisamos saber que a soma das distâncias de qualquer ponto da elipse aos focos  $F_1$  e  $F_2$  da elipse, conforme mostra a figura 5. O cordão serve de guia para a ponta de um lápis, de forma que a soma da distância de  $F_1$  ao ponto P com a distância de  $F_2$  ao ponto P é constante (igual ao comprimento do barbante), independentemente da posição de P. A elipse traçada é muito excêntrica, porque os focos estão muito separados, e os comprimentos dos dois semieixos são bem diferentes. Para  $F_1$  e  $F_2$  praticamente sobre o centro C, a elipse tende para um círculo. Esse é o caso das trajetórias de quase todos os planetas do Sistema Solar, cujas excentricidades são pequenas.

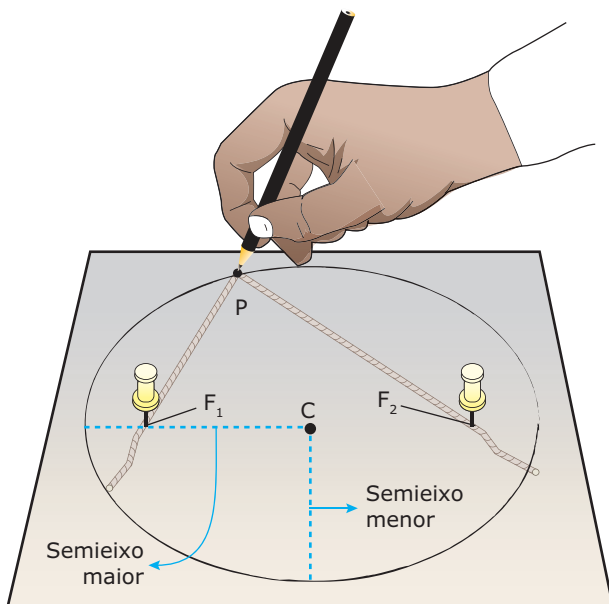


Figura 5: Método prático para traçar uma elipse.

## Segunda Lei de Kepler – A Lei das Áreas

O segmento que liga o Sol ao planeta (raio orbital) “varre” áreas iguais em tempos iguais.

A consequência imediata dessa lei é que a velocidade orbital do planeta varia ao longo da órbita. De acordo com a 2ª Lei de Kepler, se as áreas  $A_1$  e  $A_2$  mostradas na figura 6 são iguais, então os intervalos de tempo  $\Delta t_1$  e  $\Delta t_2$ , gastos em suas varreduras, também são iguais. Como o raio orbital médio referente à área  $A_1$  é menor do que o raio orbital médio da área  $A_2$ , então a distância percorrida pelo planeta na varredura da área  $A_1$  deve ser maior do que aquela referente à área  $A_2$ . Por isso, a velocidade média do planeta na varredura da área  $A_1$  é maior do que a velocidade média na varredura da área  $A_2$ . Na verdade, o módulo da velocidade do planeta é mínimo quando ele passa pelo afélio, posição de afastamento máximo do Sol. À medida que o planeta se aproxima do Sol, a sua velocidade aumenta. No periélio, posição de menor afastamento do planeta em relação ao Sol, o módulo da velocidade do planeta atinge o valor máximo.

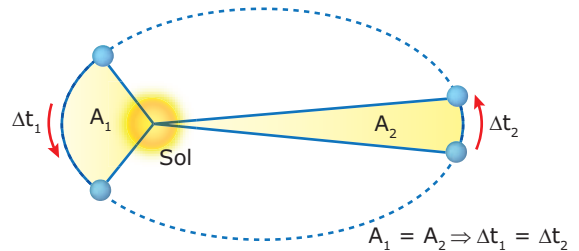


Figura 6: A linha que liga o Sol ao planeta descreve áreas iguais em tempos iguais.

## Terceira Lei de Kepler – A Lei dos Períodos

O quadrado do tempo gasto pelo planeta para percorrer sua órbita em torno do Sol é proporcional ao cubo do raio orbital médio.

O tempo necessário para que um planeta complete uma volta em torno do Sol é igual ao seu período orbital T. Denominando o raio orbital médio por R, podemos expressar a 3ª Lei de Kepler por meio da seguinte equação:

$$\frac{T^2}{R^3} = K$$

Em que K é uma constante que possui o mesmo valor para todos os planetas do Sistema Solar. A consequência dessa lei é que os planetas mais distantes do Sol possuem menor velocidade orbital. Para provar isso, podemos combinar a equação anterior com a equação da velocidade orbital do planeta,  $v = 2\pi R/T$ . Fazendo isso, obtemos:

$$v = \frac{2\pi}{\sqrt{KR}}$$

De acordo com essa equação,  $v$  diminui à medida que  $R$  aumenta. Isso significa que um planeta muito distante do Sol leva muito tempo para completar a sua órbita, pois, além de o módulo da velocidade do planeta ser pequeno, ele ainda deve percorrer uma circunferência de grande perímetro para dar uma volta em torno do Sol. É por isso que a Terra, que se encontra relativamente próxima ao Sol, gasta apenas 1 ano para completar a sua órbita. No entanto, Netuno, que se acha quase 30 vezes mais distante do Sol, gasta 165 anos para completar a sua órbita.

Vamos, agora, calcular o valor da constante  $K$ , usando os dados da órbita terrestre. Como você pode imaginar, as distâncias interplanetárias são muito grandes. Por exemplo, os raios médios das órbitas de Mercúrio, da Terra e de Marte valem 58, 150 e 230 milhões de quilômetros, respectivamente. Para facilitar a compreensão dessas distâncias, é usual expressá-las em frações ou múltiplos da distância média da Terra ao Sol, valor definido como uma unidade astronômica (1 UA) de comprimento. Assim, a distância média da Terra ao Sol vale simplesmente 1 UA, a de Mercúrio ao Sol vale 0,39 UA, a de Marte ao Sol vale 1,5 UA, e assim por diante para os outros planetas. Como o período orbital da Terra vale 1 ano, podemos substituir  $T = 1$  ano e  $R = 1$  UA na equação da 3ª Lei de Kepler e obter o seguinte valor para a constante  $K$ :

$$K = \frac{(1 \text{ ano})^2}{(1 \text{ UA})^3} = 1 \text{ ano}^2/\text{UA}^3$$

Embora as Leis de Kepler tenham sido desenvolvidas originalmente a partir de órbitas planetárias, elas também podem ser aplicadas a órbitas de cometas e de outros corpos que giram em torno do Sol. Na verdade, as Leis de Kepler se aplicam a qualquer corpo que gira ao redor de um astro central, sendo atraído pelo campo gravitacional deste. Nesse caso, a constante  $K$  não será  $1 \text{ ano}^2/\text{UA}^3$ , pois esse é o valor referente às órbitas solares. O importante é termos em mente que a razão  $T^2/R^3$  possui o mesmo valor para todos os corpos que orbitam em torno de certo astro comum.

Finalizamos aqui a teoria deste módulo. A seguir, apresentamos uma questão para você refletir e um exercício resolvido referente à órbita do famoso cometa Halley.



**PARA REFLETIR**

Sabendo-se que a Lua gasta 28 dias para completar uma volta em torno da Terra, por que os períodos orbitais dos satélites artificiais da Terra são bem menores do que esse valor?

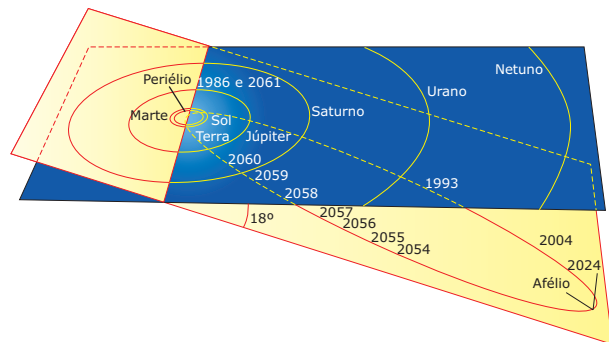
## EXERCÍCIO RESOLVIDO

**01.** O cometa Halley é assim chamado em homenagem a Edmond Halley. Analisando antigos relatos sobre as passagens de uma bola de fogo pelos céus, Halley percebeu que havia uma periodicidade no fenômeno e que, de fato, tratava-se de um mesmo corpo que aparecia a cada 75 anos. Esse é o período orbital do cometa. No periélio, a sua distância ao Sol é de 0,59 UA. No afélio, a órbita do cometa se estende para além da órbita de Netuno, e o seu afastamento em relação ao Sol não pode ser medido porque nós não podemos vê-lo.

- A) Determinar o ano da próxima aparição do cometa Halley, sabendo que a sua última aparição ocorreu em 1986.
- B) Estimar o afastamento máximo do cometa em relação ao Sol utilizando a 3ª Lei de Kepler.

**Resolução:**

- A) A última aparição do cometa ocorreu em 1986. Somando o período de 75 anos a essa data, obtemos o ano de 2061 como o da nova aparição. A figura a seguir mostra a órbita do cometa Halley e algumas indicações de datas.



**Comentário:** Quando um cometa passa próximo ao Sol, ocorre uma forte emissão de luz (a cauda do cometa) devido aos efeitos da radiação solar sobre o núcleo do cometa.

- B) Para calcular o afastamento máximo do cometa, primeiramente, vamos determinar o raio orbital médio de sua órbita. Utilizando a 3ª Lei de Kepler, temos:

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{1 \text{ ano}^2}{\text{UA}^3} \Rightarrow \frac{75^2}{R^3} = 1 \Rightarrow R = \sqrt[3]{75^2}$$

Usando uma calculadora, obtemos  $R = 17,8$  UA. Chamando as distâncias do periélio e do afélio até o Sol de  $p$  e  $a$ , respectivamente, o raio orbital médio pode ser aproximado por  $R = (p + a)/2$ . Substituindo  $R = 17,8$  UA e  $p = 0,59$  UA nessa equação, obtemos o afastamento máximo do cometa em relação ao Sol.

$$17,8 = \frac{0,59 + a}{2} \Rightarrow a = 35 \text{ UA}$$



## EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

- 01.** (UERJ) Adotando o Sol como referencial, aponte a alternativa que condiz com a 1ª Lei de Kepler da gravitação universal.
- A) As órbitas planetárias são curvas quaisquer, desde que fechadas.  
 B) As órbitas planetárias são espiraladas.  
 C) As órbitas planetárias não podem ser circulares.  
 D) As órbitas planetárias são elípticas, com o Sol ocupando o centro da elipse.  
 E) As órbitas planetárias são elípticas, com o Sol ocupando um dos focos da elipse.
- 02.** (Unisa-SP) A 2ª Lei de Kepler permite concluir que um planeta possui
- A) maior velocidade, quando se encontra mais longe do Sol.  
 B) maior velocidade, quando se encontra mais perto do Sol.  
 C) menor velocidade, quando se encontra mais perto do Sol.  
 D) velocidade constante em toda sua trajetória.  
 E) velocidade areolar variável.
- 03.** (UFSM-RS) Dois planetas A e B do Sistema Solar giram em torno do Sol com períodos de movimento  $T_A$  e  $T_B$  e raios orbitais  $8R$  e  $R$ , respectivamente. Com base nas Leis de Kepler, é **CORRETO** afirmar que a razão  $T_A/T_B$  é dada por
- A)  $2\sqrt{2}$ .                      C)  $1/8$ .                      E) 4.  
 B)  $4\sqrt{2}$ .                      D)  $8\sqrt{8}$ .
- 04.** (UEM-PR-2007) Dois satélites, A e B, estão em órbitas circulares em torno da Terra e a massa de A é maior que a massa de B. É **CORRETO** afirmar que
- A) os períodos de rotação dos satélites são iguais e independem dos raios das órbitas.  
 B) o módulo da velocidade orbital de A é maior que o módulo da velocidade orbital de B quando os raios das órbitas forem iguais.  
 C) as velocidades angulares dos dois satélites são diferentes quando os raios das órbitas forem iguais.  
 D) o módulo das velocidades orbitais dos satélites são iguais para órbitas de mesmo raio.  
 E) a força centrípeta que atua sobre o satélite só depende do raio da órbita.
- 05.** (Unicamp-SP-2007) Em agosto de 2006, Plutão foi reclassificado pela União Astronômica Internacional, passando a ser considerado um planeta anão. A 3ª Lei de Kepler diz que  $T^2 = Ka^3$ , em que T é o tempo para um planeta completar uma volta em torno do Sol, e  $a$  é a média entre a maior e a menor distância do planeta ao Sol. No caso da Terra, essa média é  $a_T = 1,5 \times 10^{11}$  m, enquanto que, para Plutão,  $a_p = 60 \times 10^{11}$  m.

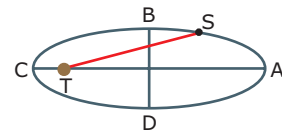
A constante K é a mesma para todos os objetos em órbita em torno do Sol. A velocidade da luz no vácuo é igual a  $3,0 \times 10^8$  m/s.

Dado:  $\sqrt{10} \approx 3,2$ .

- A) Considerando-se as distâncias médias, quanto tempo leva a luz do Sol para atingir a Terra? E para atingir Plutão?  
 B) Quantos anos terrestres Plutão leva para dar uma volta em torno do Sol? **EXPRESSE** o resultado de forma aproximada como um número inteiro.

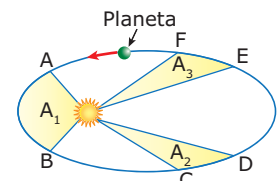
## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

- 01.** (UNITAU-SP) Um satélite artificial S descreve uma órbita elíptica em torno da Terra, sendo que a Terra está no foco, conforme a figura adiante:

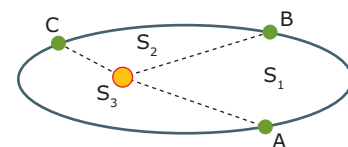


Indique a alternativa **CORRETA**.

- A) A velocidade do satélite é sempre constante.  
 B) A velocidade do satélite cresce à medida que o satélite caminha ao longo da curva ABC.  
 C) A velocidade no ponto B é máxima.  
 D) A velocidade no ponto D é mínima.  
 E) A velocidade tangencial do satélite é sempre nula.
- 02.** (UERJ) A figura ilustra o movimento de um planeta em torno do Sol. Se os tempos gastos para o planeta se deslocar de A para B, de C para D e de E para F são iguais, então as áreas  $A_1$ ,  $A_2$  e  $A_3$  apresentam a seguinte relação:



- A)  $A_1 = A_2 = A_3$   
 B)  $A_1 > A_2 = A_3$   
 C)  $A_1 < A_2 < A_3$   
 D)  $A_1 > A_2 > A_3$
- 03.** (Unimontes-MG-2007) Um astrônomo registrou as posições A, B e C de um planeta em sua órbita em torno do Sol e constatou que as áreas  $S_1$ ,  $S_2$  e  $S_3$ , conforme aparecem na ilustração a seguir, têm o mesmo valor. O intervalo de tempo ocorrido entre os registros das posições A e B foi de 3 meses terrestres. O "ano" desse planeta corresponde a



- A) 1 ano terrestre.                      C)  $\frac{3}{4}$  do ano terrestre.  
 B)  $\frac{1}{3}$  do ano terrestre.                      D) 2 anos terrestres.



11. (UNIFAP–2006) Analise as assertivas a seguir:
- O cubo do período orbital de qualquer planeta é proporcional ao quadrado do semieixo maior da órbita elíptica ao redor do Sol.
  - O raio vetor traçado do Sol até qualquer planeta descreve áreas iguais em intervalos de tempo iguais.
  - Todo planeta, no Sistema Solar, descreve uma órbita elíptica com o Sol no centro da elipse.
  - A 3ª Lei de Kepler afirma que a força gravitacional de repulsão entre duas partículas quaisquer varia com o inverso do quadrado da distância entre essas partículas.

Qual(is) a(s) assertiva(s) **INCORRETA(S)**?

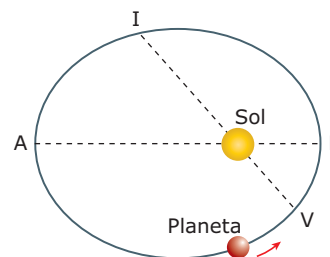
- Apenas IV
- Apenas II
- Apenas I, III, IV
- Apenas II, III, IV
- I, II, III, IV

12. (IME-RJ–2010) Três satélites orbitam ao redor da Terra: o satélite  $S_1$  em órbita elíptica com o semieixo maior  $a_1$  e o semieixo menor  $b_1$ ; o satélite  $S_2$  em outra órbita elíptica com semieixo maior  $a_2$  e semieixo menor  $b_2$ ; e o satélite  $S_3$  em uma órbita circular com raio  $r$ .

Considerando que  $r = a_1 = b_2$ ,  $a_1 \neq b_1$  e  $a_2 \neq b_2$ , é **CORRETO** afirmar que

- os períodos de revolução dos três satélites são iguais.
- os períodos de revolução dos três satélites são diferentes.
- $S_1$  e  $S_3$  têm períodos de revolução idênticos, maiores do que o de  $S_2$ .
- $S_1$  e  $S_3$  têm períodos de revolução idênticos, menores do que o de  $S_2$ .
- $S_2$  e  $S_3$  têm períodos de revolução idênticos, maiores do que o de  $S_1$ .

13. (Unicamp-SP) A figura a seguir representa exageradamente a trajetória de um planeta em torno do Sol. O sentido do percurso é indicado pela seta. O ponto V marca o início do verão no Hemisfério Sul e o ponto I marca o início do inverno. O ponto P indica a maior aproximação do planeta ao Sol, o ponto A marca o maior afastamento. Os pontos V, I e o Sol são colineares, bem como os pontos P, A e o Sol.



- A) Em que ponto da trajetória a velocidade do planeta é máxima? Em que ponto essa velocidade é mínima? **JUSTIFIQUE** sua resposta.

- B) Segundo Kepler, a linha que liga o planeta ao Sol percorre áreas iguais em tempos iguais. **COLOQUE** em ordem crescente os tempos necessários para realizar os seguintes percursos: VPI, PIA, IAV, AVP.

## SEÇÃO ENEM

01. (Enem–2009) Na linha de uma tradição antiga, o astrônomo grego Ptolomeu (100-170 d.C.) afirmou a tese do geocentrismo, segundo a qual a Terra seria o centro do Universo, sendo que o Sol, a Lua e os planetas girariam em seu redor em órbitas circulares. A teoria de Ptolomeu resolvia de modo razoável os problemas astronômicos da sua época. Vários séculos mais tarde, o clérigo e astrônomo polonês Nicolau Copérnico (1473-1543), ao encontrar inexatidões na teoria de Ptolomeu, formulou a teoria do heliocentrismo, segundo a qual o Sol deveria ser considerado o centro do Universo, com a Terra, a Lua e os planetas girando circularmente em torno dele. Por fim, o astrônomo e matemático alemão Johannes Kepler (1571-1630), depois de estudar o planeta Marte por cerca de trinta anos, verificou que a sua órbita é elíptica. Esse resultado generalizou-se para os demais planetas.

A respeito dos estudiosos citados no texto, é correto afirmar que

- Ptolomeu apresentou as ideias mais valiosas, por serem mais antigas e tradicionais.
- Copérnico desenvolveu a teoria do heliocentrismo inspirado no contexto político do Rei Sol.
- Copérnico viveu em uma época em que a pesquisa científica era livre e amplamente incentivada pelas autoridades.
- Kepler estudou o planeta Marte para atender às necessidades de expansão econômica e científica da Alemanha.
- Kepler apresentou uma teoria científica que, graças aos métodos aplicados, pôde ser testada e generalizada.

02. (Enem–2001) O texto foi extraído da peça *Tróilo e Créssida*, de William Shakespeare, escrita, provavelmente, em 1601.

*Os próprios céus, os planetas, e este centro reconhecem graus, prioridade, classe, constância, marcha, distância, estação, forma, função e regularidade, sempre iguais; eis porque o glorioso astro Sol está em nobre eminência entronizado e centralizado no meio dos outros, e o seu olhar benfazejo corrige os maus aspectos dos planetas malfazejos, e, qual rei que comanda, ordena sem entraves aos bons e aos maus.*

(Personagem Ulysses, Ato I, cena III). SHAKESPEARE, W. *Tróilo e Créssida*. Porto: Lello & Irmão, 1948.

A descrição feita pelo dramaturgo renascentista inglês se aproxima da teoria

- A) geocêntrica do grego Claudius Ptolomeu.  
 B) da reflexão da luz do árabe Alhazen.  
 C) heliocêntrica do polonês Nicolau Copérnico.  
 D) da rotação terrestre do italiano Galileu Galilei.  
 E) da Gravitação Universal do inglês Isaac Newton.
03. (Enem–2000) A tabela a seguir resume alguns dados importantes sobre os satélites de Júpiter.

Nome	Diâmetro	Distância média ao centro de Júpiter (Km)	Período orbital (dias terrestres)
Io	3 642	421 800	1,8
Europa	3 138	670 900	3,6
Ganimesdes	5 262	1 070 000	7,2
Calisto	4 800	1 880 000	16,7

Ao observar os satélites de Júpiter pela primeira vez, Galileu Galilei fez diversas anotações e tirou importantes conclusões sobre a estrutura de nosso Universo. A figura a seguir reproduz uma anotação de Galileu referente a Júpiter e seus satélites.



De acordo com essa representação e com os dados da tabela, os pontos indicados por 1, 2, 3 e 4 correspondem, respectivamente, a

- A) Io, Europa, Ganimesdes e Calisto.  
 B) Ganimesdes, Io, Europa e Calisto.  
 C) Europa, Calisto, Ganimesdes e Io.  
 D) Calisto, Ganimesdes, Io e Europa.  
 E) Calisto, Io, Europa e Ganimesdes.

## GABARITO

### Fixação

01. E  
 02. B  
 03. D  
 04. D  
 05. A)  $t_r = 5,0 \times 10^2$  s e  $t_p = 2,0 \times 10^4$  s  
 B) 256 anos

### Propostos

01. B  
 02. A  
 03. C  
 04. B  
 05. A  
 06. E  
 07. A  
 08. E  
 09. C  
 10. A  
 11. C  
 12. D  
 13. A) Segundo a Lei das Áreas de Kepler, num intervalo de tempo fixo  $\Delta t$ , a linha que une o planeta ao Sol percorre a mesma área. O deslocamento, nesse intervalo de tempo, é máximo próximo a P e mínimo próximo a A. Logo, a velocidade é máxima em P e mínima em A.  
 B)  $\Delta t$  (VPI) <  $\Delta t$  (PIA) =  $\Delta t$  (AVP) <  $\Delta t$  (IAV)

### Seção Enem

01. E  
 02. C  
 03. B

# FÍSICA

## Lei da Gravitação Universal

MÓDULO  
10

FRENTE  
B

As Leis de Kepler, introduzidas no início do século XVII, representaram um passo fundamental na compreensão do movimento dos planetas. Contudo, sendo empíricas, essas leis não constituem uma teoria. Coube a Isaac Newton dar o gigantesco passo de elaborar a Teoria da Gravitação Universal. Usando essa teoria, Newton conseguiu não somente demonstrar as Leis de Kepler sobre o movimento dos planetas, como também pôde aplicá-la ao sistema Terra-Lua e ao movimento das marés oceânicas. Neste módulo, estudaremos a Lei da Gravitação Universal e algumas de suas aplicações.

Iniciaremos o módulo apresentando o raciocínio usado por Newton para obter a expressão matemática da Lei da Gravitação Universal. Em seguida, vamos utilizar essa lei para calcular a aceleração da gravidade em um planeta e para calcular a velocidade orbital de planetas e satélites. Além disso, mostraremos que, a partir da Lei da Gravitação Universal, podemos deduzir as três Leis de Kepler. Uma leitura complementar sobre a órbita de estrelas binárias fechará a teoria deste módulo.

### A DEDUÇÃO DA LEI DA GRAVITAÇÃO UNIVERSAL

Isaac Newton havia concluído sua teoria sobre as três leis do movimento quando começou a refletir mais profundamente sobre o tipo de força que a Terra deveria exercer sobre a Lua para mantê-la em órbita. Segundo dizem, ao ver uma maçã cair, Newton teria feito a seguinte reflexão: Quem sabe, a força que a Terra exerce sobre a Lua possui a mesma natureza que a força de atração gravitacional da Terra sobre a maçã? Mais do que isso, Newton imaginou que uma interação atrativa desse tipo poderia acontecer mesmo entre o Sol e a Terra, conforme ilustra a figura a seguir:

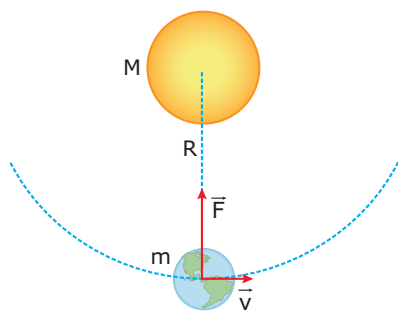


Figura 1: Newton percebeu que uma força de atração exercida pelo Sol sobre a Terra mantém a órbita desse planeta.

Se a força atrativa exercida pelo Sol sobre a Terra fosse muito pequena, a Terra tenderia a seguir uma trajetória em linha reta. Se essa força fosse demasiadamente grande, a Terra se aproximaria do Sol até "cair" sobre ele. Newton sabia que a órbita da Terra, além de estável, era quase circular. Então, ele concluiu que a força de atração exercida pelo Sol sobre a Terra fazia o papel de força centrípeta, necessária para o planeta se manter continuamente em órbita. Então, aplicando a 2ª lei do movimento, Newton escreveu:

$$F = ma_c$$

Em que  $m$  é a massa da Terra, e  $a_c$  é a sua aceleração centrípeta. Essa aceleração é dada por  $a_c = \omega^2 R$ , expressão bem conhecida na época de Newton, em que  $\omega$  e  $R$  são a velocidade angular e o raio orbital do movimento da Terra em torno do Sol, respectivamente. Para aparecer o período orbital  $T$  na equação anterior, Newton substituiu  $\omega$  por  $2\pi/T$  e obteve:

$$F = m \cdot \frac{4\pi^2 R}{T^2}$$

Em seguida, para eliminar o período  $T$ , de forma a obter uma expressão de  $F$  em função apenas de  $m$  e  $R$ , Newton usou a 3ª Lei de Kepler:  $T^2 = KR^3$ , em que  $K$  é a constante referente às órbitas planetárias, cujo valor é igual a  $1 \text{ ano}^2/\text{UA}^3$ . Newton substituiu essa expressão na equação da força exercida pelo Sol sobre a Terra e obteve:

$$F = K_s \frac{m}{R^2}$$

Em que  $K_s = 4\pi^2/K$  é uma constante referente ao Sol, pois a constante  $K$  corresponde às órbitas planetárias. Nesse ponto, Newton voltou à pergunta inicial: Qual seria a natureza da força de atração exercida pelo Sol sobre os corpos ou, ainda, que propriedade do Sol determinaria o valor da constante  $K_s$ ? Uma vez que a atração gravitacional ocorria com todos os corpos, Newton imaginou que a própria matéria seria a propriedade dos corpos que lhes conferia a capacidade de atraírem uns aos outros. Então, ele postulou que  $K_s$  fosse proporcional à massa  $M$  do Sol, de forma que  $K_s = G.M$ , em que  $G$  é uma constante de proporcionalidade. Assim, Newton chegou à seguinte expressão para calcular a força de atração exercida pelo Sol sobre a Terra:

$$F = G \frac{Mm}{R^2}$$

Newton sabia que, de acordo com a Lei da Ação e Reação, se o Sol atrai a Terra, então esta também deve atrair o Sol. Além disso, o mesmo deveria acontecer com outros sistemas, como a Terra e a Lua, o Sol e Júpiter, etc. Newton generalizou essa ideia, afirmando que qualquer par de corpos, de massas  $m_1$  e  $m_2$ , separados pela distância  $r$ , se atraem gravitacionalmente com uma força dada por:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Essa é a equação da Lei da Gravitação Universal. Em palavras, essa lei pode ser assim expressa:

Matéria atrai matéria na razão direta do produto de suas massas e na razão inversa do quadrado da distância entre elas.

A constante  $G$ , que aparece na Lei da Gravitação Universal de Newton, é uma constante universal. Ela não depende do tipo de matéria dos corpos e nem do local onde eles se encontram. Por isso,  $G$  é denominada de constante da gravitação universal. Newton tinha somente uma ideia do seu valor. Apenas muito tempo depois das descobertas de Newton é que o valor de  $G$  foi obtido com razoável precisão (veja o Exercício Resolvido 01). No Sistema Internacional de Unidades, o valor dessa constante é:

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$$

Em que a unidade  $\text{Nm}^2/\text{kg}^2$  garante a consistência dimensional da equação da Lei da Gravitação Universal. Observe que, multiplicando a unidade da constante  $G$  por  $\text{kg}^2$  (relativo ao produto  $m_1 \cdot m_2$ ) e dividindo o resultado por  $\text{m}^2$  (relativo à razão  $1/r^2$ ), obtemos o newton (N), que é a unidade de força no Sistema Internacional.

Note que o valor da constante  $G$  é muito pequeno. Por isso, a força gravitacional assume valores apreciáveis apenas quando pelo menos uma das massas é muito grande. Para comprovar isso, vamos fazer dois cálculos com a equação da Lei da Gravitação Universal, o primeiro para calcular a força de atração entre duas pessoas próximas e o outro para calcular o peso de uma delas. Observe a figura 2, que mostra dois lutadores de sumô, um mais leve, de massa  $m_1 = 100$  kg, e o outro mais pesado, de massa  $m_2 = 200$  kg, separados pela distância  $r = 1,0$  m.

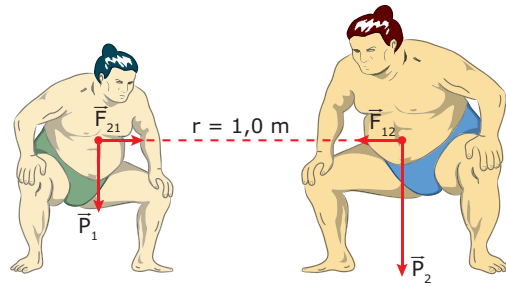


Figura 2: A atração gravitacional entre os lutadores é desprezível, mas a atração gravitacional da Terra sobre eles não é.

Inicialmente, vamos calcular o módulo da força gravitacional  $\bar{F}_{12}$  que o lutador mais leve exerce sobre o lutador mais pesado. Para isso, precisamos usar a equação da Lei da Gravitação Universal. Substituindo as massas dos dois homens e a distância entre eles nessa equação e aproximando a constante gravitacional para  $G \approx 10^{-10} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ , obtemos:

$$F_{12} = G \frac{m_1 m_2}{r^2} = 10^{-10} \cdot \frac{100 \cdot 200}{1,0^2} = 0,000002 \text{ N}$$

Essa força é tão pequena que não faz o menor sentido considerá-la em problemas sobre a dinâmica dos lutadores. De acordo com a Lei da Ação e Reação, o módulo da força  $\bar{F}_{21}$  que o lutador mais pesado exerce sobre o lutador mais leve tem a mesma intensidade da força  $\bar{F}_{12}$ .

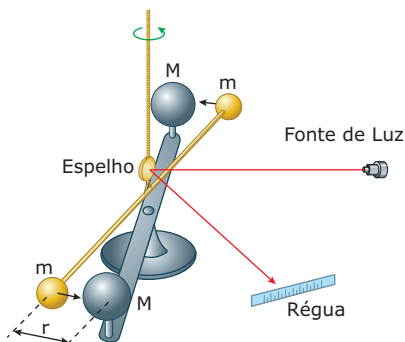
Agora, vamos calcular a força de atração gravitacional que a Terra exerce sobre o lutador mais pesado. Cada um dos incontáveis pedaços de matéria da Terra, distribuídos a diferentes distâncias do centro desta, atrai o homem com uma pequena força. Admitindo uma distribuição esfericamente simétrica e homogênea da massa da Terra, é possível provar que a soma vetorial de todas essas forças possui o mesmo módulo, a mesma direção e o mesmo sentido da força que a Terra exerceria sobre o lutador caso a massa da Terra estivesse concentrada em seu centro. Assim, para calcular a força total que a Terra exerce sobre o lutador, que nada mais é do que o peso dele, devemos substituir, na equação da Lei da Gravitação Universal, a massa da Terra  $M_T = 10^{25}$  kg, a massa do lutador  $m_L = 200$  kg e a distância entre o centro da Terra e o lutador, que é o raio da Terra,  $R = 10^7$  m. O resultado é:

$$P_L = G \frac{M m_L}{R_L} = 10^{-10} \frac{10^{25} \cdot 200}{(10^7)^2} = 2,0 \times 10^3 \text{ N}$$

Podemos, ainda, calcular o peso do lutador por meio da equação  $P_L = m_L \cdot g$ , em que  $g = 10 \text{ m/s}^2$  é a aceleração da gravidade na superfície da Terra. Substituindo  $m_L = 200$  kg nessa equação, obtemos o mesmo resultado anterior. Nesse cálculo,  $m_L$  é a massa inercial do lutador. No cálculo de  $P_L$ , utilizando a Lei da Gravitação,  $m_L$  é a massa gravitacional do lutador. Como os dois resultados são idênticos, concluímos que a massa inercial e a massa gravitacional são iguais.

## EXERCÍCIO RESOLVIDO

- 01.** Em 1798, o inglês Henry Cavendish determinou o valor da constante da gravitação universal  $G$  por meio de uma balança de torção, como aquela representada na figura a seguir. Nessa balança, duas pequenas massas ( $m$ ) são presas às extremidades de uma haste suspensa por um fio. Duas massas maiores ( $M$ ) atraem as massas menores, causando uma torção no fio. Considere que a haste dessa montagem tenha um comprimento  $L = 2,0$  m e que o fio obedeça à Lei de Hooke rotacional  $M_0 = k\theta$ , em que  $M_0$  é o momento de força aplicado na haste e  $\theta$  é o ângulo de torção do fio. A constante de torção do fio é  $k = 2,0 \times 10^{-8}$  N.m/gra. Considere ainda que as massas sejam  $m = 2,0$  kg e  $M = 5,0$  kg.



Determinar o valor da constante da gravitação universal para os seguintes dados:  $\theta = 6,0^\circ$  e  $r = 10$  cm (separação entre as massas  $m$  e  $M$ ).

**Resolução:**

O valor da constante da gravitação universal pode ser calculado por:

$$G = \frac{Fr^2}{Mm}$$

Em que  $F$  é o módulo da força de atração gravitacional entre as massas  $M$  e  $m$ . Nessa equação, conhecemos os valores de  $M$ ,  $m$  e  $r$ . Para calcular o valor de  $F$ , vamos usar a equação  $M_0 = F.L/2 + F.L/2 = FL$ , que representa o momento do binário de forças sobre a haste. Nessa equação, sabemos o valor de  $L$ , o comprimento da haste. O momento  $M_0$  que atua sobre a haste pode ser calculado por meio da Lei de Hooke  $M_0 = k\theta$ . Substituindo os valores dados de  $k$  e  $\theta$ , obtemos:

$$M_0 = 2,0 \times 10^{-8} \cdot 6,0 = 12 \times 10^{-8} \text{ N.m}$$

Substituindo esse momento na expressão  $M_0 = FL$ , obtemos a força de atração gravitacional:

$$12 \times 10^{-8} = F \cdot 2,0 \Rightarrow F = 6,0 \times 10^{-8} \text{ N}$$

Finalmente, substituindo essa força na equação inicial, obtemos a constante  $G$ :

$$G = \frac{6,0 \times 10^{-8} \cdot 0,10^2}{5,0 \cdot 2,0} = 6,0 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$$

**Comentário:**

O resultado anterior apresenta um desvio de  $0,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$  e um erro de 10% em relação ao valor preciso de  $G$ , que é  $6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ . A dificuldade em obter o valor de  $G$  com precisão deve-se à pequena intensidade da força gravitacional entre massas ordinárias. Cavendish iniciou seus experimentos em 1797 e levou dois anos modificando a balança de torção, até ela produzir resultados confiáveis. Uma das modificações feitas consistiu em realizar a medição do ângulo de torção com o auxílio do sistema óptico mostrado na figura deste exercício.

## APLICAÇÕES DA LEI DA GRAVITAÇÃO UNIVERSAL

### Aceleração da gravidade

Imagine uma pedra caindo de um ponto muito alto em direção à superfície da Terra. Considere que a altitude da pedra em relação à superfície da Terra seja  $h$ , conforme mostra a figura 3. A massa da pedra é  $m$ , e a massa e o raio da Terra são  $M$  e  $R$ , respectivamente.

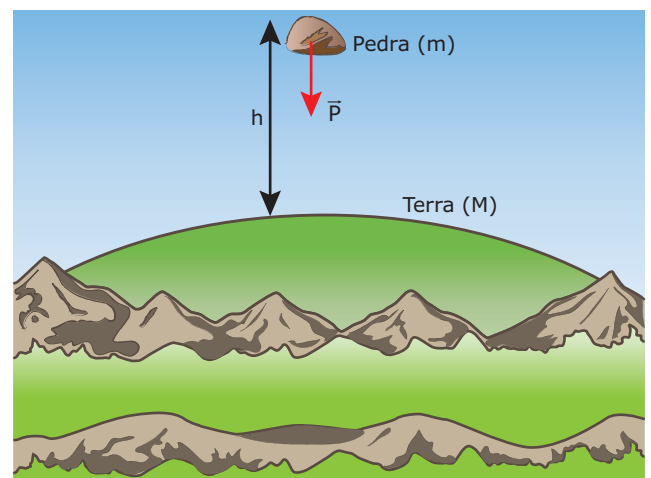


Figura 3: O peso da pedra diminui com o aumento da altura em relação à superfície da Terra; logo, o módulo da aceleração da gravidade também diminui com o aumento da altura.

Agora, vamos calcular a intensidade do peso da pedra de duas maneiras. A primeira consiste simplesmente em utilizar a equação  $P = mg$ , que aprendemos no estudo das Leis de Newton para o movimento.

A outra maneira consiste em calcular a força de atração gravitacional que a Terra exerce sobre a pedra por meio da equação da Lei da Gravitação Universal. Nessa equação,  $m_1$  representa a massa  $M$  da Terra,  $m_2$  é a massa  $m$  da pedra, e  $r$  é a distância entre a pedra e o centro da Terra. É fácil ver que  $r$  é igual à altitude  $h$  somada à distância do ponto de impacto da pedra no solo até o centro da Terra, que é o raio  $R$  desta. Matematicamente,  $P = GMm/(R + h)^2$ . Igualando as duas equações que obtivemos anteriormente para o peso da pedra e cancelando a massa da pedra que aparece em ambas as equações, obtemos a seguinte expressão para a aceleração da gravidade na Terra (ou em qualquer outro astro):

$$P = mg = \frac{GMm}{(R + h)^2} \Rightarrow g = \frac{GM}{(R + h)^2}$$

Observe que, sendo  $h = 0$  nessa equação, obtemos a equação  $g = GM/R^2$ , que fornece o módulo da aceleração da gravidade na superfície da Terra. Newton utilizou o valor de  $9,8 \text{ m/s}^2$  para  $g$  e de  $6,4 \times 10^6 \text{ m}$  para o raio da Terra (valores bem conhecidos naquela época), conseguindo determinar o produto  $GM$ . Em seguida, Newton estimou a massa da Terra, supondo uma densidade cinco vezes maior do que a da água e multiplicando esse valor pelo volume do planeta ( $V = 4\pi R^3/3$ ). Assim, Newton calculou, grosseiramente, o valor da constante da gravitação universal  $G$ . Muito tempo depois, Cavendish obteve o valor de  $G$  com maior precisão (veja o Exercício Resolvido 01) e pôde, assim, calcular com maior exatidão a massa da Terra, obtendo o valor de  $6,0 \times 10^{24} \text{ kg}$ . Por isso, Cavendish é conhecido como aquele que primeiro conseguiu “pesar” a Terra.

Analisando a equação da aceleração da gravidade, podemos tirar três conclusões importantes. A primeira é que  $g$  não depende da massa  $m$  do corpo imerso no campo gravitacional do planeta, pois, como vimos, essa massa é cancelada no cálculo de  $g$ . Entretanto, a aceleração da gravidade depende da massa  $M$  do planeta. Na superfície,  $g$  é diretamente proporcional à massa do planeta e inversamente proporcional ao quadrado do raio do planeta. Isso significa que planetas mais densos apresentam aceleração da gravidade maior do que planetas de menor densidade, considerando que ambos tenham o mesmo raio.

Outra conclusão que podemos tirar da equação da aceleração da gravidade diz respeito ao significativo decréscimo de  $g$  em função da distância à superfície do planeta. Por exemplo, para  $h = R$ , temos:

$$g = \frac{GM}{(R + R)^2} = \frac{1}{4} \frac{GM}{R^2}$$

Como  $GM/R^2$  é a aceleração da gravidade na superfície do planeta, concluímos que a aceleração a uma altitude equivalente ao raio do planeta vale  $1/4$  da aceleração da gravidade na superfície do planeta. O gráfico da figura 4 ilustra a diminuição da aceleração da gravidade  $g$  em função da distância  $r$  ao centro do planeta Terra. Observe que a aceleração da gravidade é máxima na superfície da Terra e que ela diminui na razão inversa de  $r^2$ , quando nos afastamos do planeta, e na razão direta de  $r$ , quando afundamos na Terra. Essa aproximação linear é válida se admitirmos uma densidade constante para a Terra, conforme discutiremos no Exercício Resolvido 02.

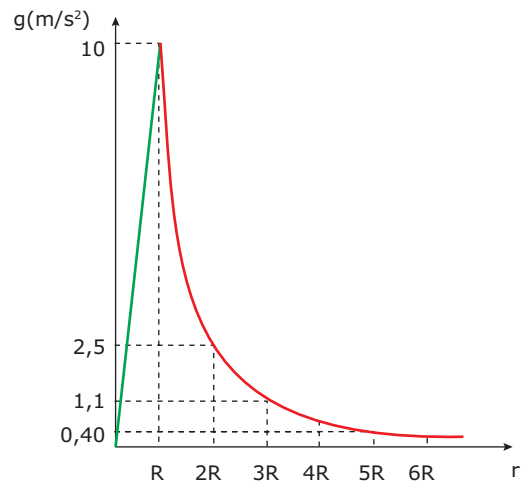


Figura 4: Aceleração da gravidade da Terra em função da distância ao centro do planeta.

A última conclusão importante que podemos tirar da equação  $g = GM/R^2$  é que a aceleração da gravidade na superfície da Terra não é exatamente constante, pois a Terra não é uma esfera perfeita. O valor médio da aceleração da gravidade na superfície da Terra é  $9,81 \text{ m/s}^2$ . Porém, devido ao achatamento do planeta, o raio polar é um pouco menor que o raio equatorial. O resultado disso é que, em geral, pontos na superfície terrestre próximos aos polos apresentam aceleração da gravidade um pouco maior do que aquela de pontos próximos ao Equador. Além disso, cidades mais elevadas tendem a ter valores de aceleração da gravidade menores. Na verdade, o achatamento da Terra é discreto, e a altura das montanhas mais elevadas é pequena em comparação ao raio da Terra. Assim, a variação da aceleração da gravidade sobre a superfície terrestre é pequena. Por exemplo, em Belo Horizonte, cidade relativamente próxima ao Equador (latitude:  $20^\circ$  sul) e a cerca de  $800 \text{ m}$  acima do nível do mar, a aceleração da gravidade vale  $9,78 \text{ m/s}^2$ . Esse valor difere apenas  $0,31\%$  do valor médio da aceleração da gravidade na superfície do planeta.



## Velocidade orbital

A figura 5 mostra dois corpos em órbitas estáveis em torno do Sol. Um deles é a Terra, e o outro, uma nave espacial. Qual deve ser o módulo da velocidade de cada um dos corpos para que eles se mantenham em órbitas estáveis em torno do Sol? O módulo dessa velocidade depende apenas da massa do Sol e da distância entre este e o corpo orbitante. A seguir, aplicando a Lei da Gravitação Universal, vamos demonstrar essa afirmativa.

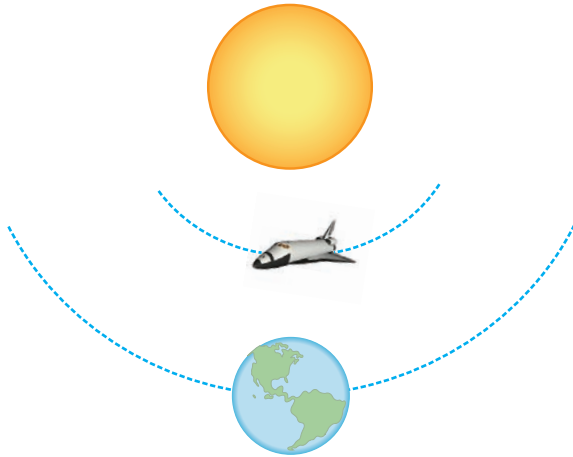


Figura 5: As órbitas estáveis da Terra e da nave ocorrem com velocidades bem definidas.

De acordo com a 1ª Lei de Kepler, as órbitas descritas pela Terra e pela nave são elípticas. Contudo, é razoável considerar os movimentos da Terra e da nave em torno do Sol como circulares e com velocidades constantes, em módulo. Nesse caso, a força de atração gravitacional exercida pelo Sol sobre o corpo em órbita exerce o papel de força centrípeta. Então, podemos calcular o módulo dessa força tanto por meio da equação da força centrípeta,  $F_c = mv^2/r$ , quanto por meio da equação da força de atração gravitacional exercida pelo Sol sobre o corpo orbitante, cujo valor é dado pela Lei da Gravitação Universal,  $F = GMm/r^2$ . Nessas equações,  $v$  e  $m$  são a velocidade e a massa do corpo em órbita, respectivamente, enquanto  $M$  é a massa do Sol, e  $r$  é a distância do corpo orbitante ao Sol. Igualando essas equações, obtemos a seguinte expressão para a velocidade  $v$ :

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{GMm}{r^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

Observe que a velocidade orbital não depende da massa do corpo orbitante, que foi cancelada na dedução da equação. O módulo da velocidade de um corpo em órbita estável em torno de um astro central, como o Sol, depende da massa do astro central e da distância entre os centros desse astro e do

corpo orbitante. De acordo com a equação anterior, quanto mais distante do astro central, menor será a velocidade relativa do corpo em órbita estável. Dessa forma, o módulo da velocidade orbital da nave da figura 5 é maior do que o módulo da velocidade orbital da Terra, pois a distância da nave ao Sol é menor do que a distância da Terra ao Sol. Se os motores da nave forem acionados, de forma que ela seja deslocada para uma órbita mais distante do Sol do que a órbita terrestre, então o módulo da velocidade orbital da nave deverá ser menor do que o da Terra, para que a nave se mantenha em uma órbita estável. Usando esse raciocínio, concluímos que os planetas mais longínquos, como Urano e Netuno, são mais lentos, enquanto os planetas próximos ao Sol, como Mercúrio e Vênus, são mais velozes.

Podemos estender a dedução da equação anterior para qualquer corpo que esteja orbitando em torno de outro. Para isso, devemos considerar que  $M$  é sempre a massa do astro central. Por exemplo, para calcularmos a velocidade orbital da Lua em torno da Terra, basta igualar  $M$  à massa da Terra e  $r$  à distância Terra-Lua. Júpiter possui quatro satélites naturais. A velocidade orbital de cada um deles também é dada pela equação anterior, sendo  $M$  igual à massa de Júpiter e  $r$  igual à distância do satélite em questão até o centro de Júpiter.



### PARA REFLETIR

Apesar de estar mais distante da Terra, por que é bem mais fácil determinar a massa de Júpiter do que a massa da nossa Lua?

## As Leis de Kepler

A partir da equação da Lei da Gravitação Universal e das leis do movimento, Newton conseguiu demonstrar as três Leis de Kepler. A dedução da 3ª Lei é a mais simples das três. Na verdade, Newton chegou à Lei da Gravitação Universal usando, em parte, a 3ª Lei de Kepler, conforme vimos no início deste módulo. De forma inversa, podemos deduzir a 3ª Lei de Kepler igualando a força centrípeta à força de atração gravitacional e utilizando  $v = 2\pi r/T$  ( $T$  é o período orbital) nessa igualdade. O resultado obtido é mostrado a seguir:

$$\begin{aligned} \frac{mv^2}{r} &= \frac{GMm}{r^2} \Rightarrow \frac{1}{r} \left( \frac{2\pi r}{T} \right)^2 = \frac{GM}{r^2} \\ \Rightarrow \frac{1}{r} \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} &= \frac{GM}{r^2} \Rightarrow \frac{4\pi^2}{GM} = \frac{T^2}{r^3} \end{aligned}$$

Essa expressão é a 3ª Lei de Kepler, e o quociente  $4\pi^2/GM$  representa a constante  $K = 1 \text{ ano}^2/UA^3$  dessa lei. Como esperado,  $K$  depende apenas do Sol, mais especificamente, da sua massa. A utilização dos valores de  $K$  e  $G$  nessa equação permitiu que o valor da massa do Sol,  $2,0 \times 10^{30} \text{ kg}$ , fosse calculado no final do século XVIII.

De maneira semelhante à equação da velocidade orbital, a equação da 3ª Lei de Kepler também pode ser estendida a outros sistemas orbitais, por exemplo, a Terra e a Lua ou a Terra e seus demais satélites artificiais. Nesse caso, na constante  $4\pi^2/GM$ , o termo  $M$  é a massa da Terra.

A figura 6 mostra dois satélites artificiais. O satélite geoestacionário tem a órbita contida no plano equatorial da Terra e gira no mesmo sentido da rotação do planeta. Além disso, o período orbital desse satélite é igual a 24 h, ou seja, igual ao tempo que a Terra gasta para girar em torno de si. Dessa forma, esse satélite permanece estacionário em relação à superfície da Terra, sendo ideal para receber e transmitir sinais de rádio e televisão. Além das características citadas anteriormente, a órbita de um satélite geoestacionário deve situar-se a uma altitude igual a seis vezes o raio da Terra. Esse valor pode ser deduzido diretamente da 3ª Lei de Kepler. O outro satélite na figura tem a órbita contida no plano polar da Terra. Esse satélite é uma espécie de escâner, pois, à medida que sobe e desce, a superfície da Terra passa sob ele, permitindo que toda essa superfície seja fotografada.

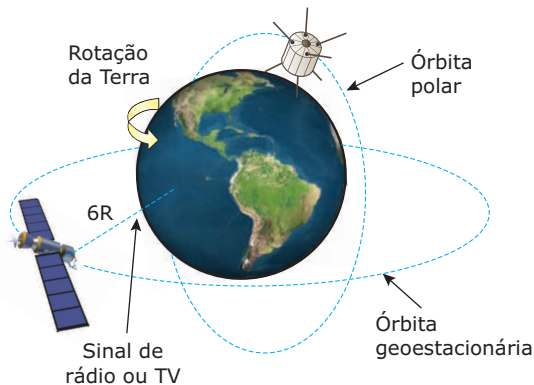


Figura 6: A órbita geoestacionária é ideal para comunicações, e a polar, para o mapeamento do planeta.

As deduções da 1ª e da 2ª Lei de Kepler exigem uma matemática mais avançada. Por isso, apresentaremos apenas uma discussão conceitual sobre a relação entre essas leis e a Lei da Gravitação Universal. A 1ª Lei de Kepler refere-se às órbitas elípticas dos planetas. Newton mostrou que a trajetória de qualquer corpo que se move em torno de um centro de força, atraído por uma força cujo módulo é proporcional ao inverso do quadrado da distância, deve ser uma elipse, uma parábola ou uma hipérbole. As duas últimas trajetórias seriam de corpos que fazem uma passagem nas vizinhanças do Sol e nunca mais voltam. A elipse e o círculo (que é um caso especial de elipse) correspondem a órbitas fechadas, como aquelas de planetas e satélites.

A figura 7 mostra a órbita circular de um satélite terrestre girando no plano do Trópico de Câncer da Terra. Observe que o centro de força (centro da Terra) e o centro da órbita não coincidem. Por isso, essa órbita não é estável. Embora a componente radial  $\vec{F}_x$  da força de atração exercida pela Terra sobre o satélite exerça o papel da força centrípeta, necessária para manter o satélite em movimento circular, a componente  $\vec{F}_y$  puxa o satélite para baixo, desestabilizando sua órbita. Podemos propor infinitas órbitas circulares estáveis em torno da Terra, mas todas devem estar em planos que contenham o centro da Terra, de forma que o centro de força e o centro da órbita sejam coincidentes, como aquelas mostradas na figura 6.

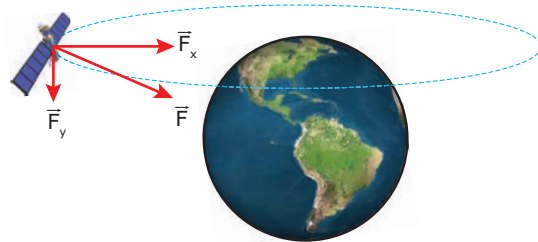


Figura 7: Órbitas cujos centros não coincidam com o centro da Terra não são estáveis.

Para analisar a 2ª Lei de Kepler (velocidade areolar dos planetas é constante), considere a figura 8, que mostra um planeta em duas posições. A área varrida pelo planeta (em verde) pode ser aproximada pela área de um triângulo,  $\Delta A = r(v.\Delta t)/2$ , em que  $r$  e  $v$  são, respectivamente, o raio e o módulo da velocidade orbital do planeta, e  $\Delta t$  é o intervalo de tempo gasto nesse deslocamento. O produto  $v.\Delta t$  é a distância percorrida pelo planeta durante o intervalo de tempo  $\Delta t$ . Passando  $\Delta t$  para o outro lado da equação, obtemos  $\Delta A/\Delta t = r.v/2$ , que é a velocidade areolar do planeta. A constância dessa velocidade se deve ao fato de o produto  $r.v$  ser constante. Ao longo da órbita, quando  $r$  aumenta,  $v$  diminui, e vice-versa. Na figura 8, observe que  $r$  aumenta ao longo do deslocamento, pois o planeta se afasta do Sol. Por outro lado, como a componente tangencial da força de atração exercida pelo Sol,  $\vec{F}_x$ , é oposta ao movimento,  $v$  diminui. Observe ainda que a componente radial,  $\vec{F}_y$ , exerce o papel da força centrípeta, alterando a direção da velocidade. Represente você mesmo um deslocamento em que  $r$  diminui e veja que a componente tangencial da força exercida pelo Sol, nesse caso, tem o mesmo sentido da velocidade e, logo, o módulo desta aumenta.

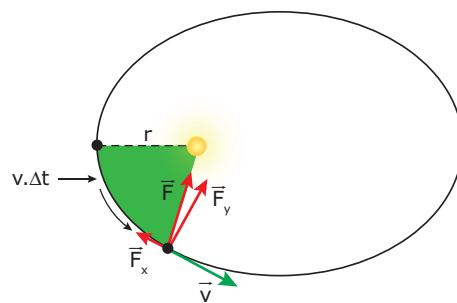
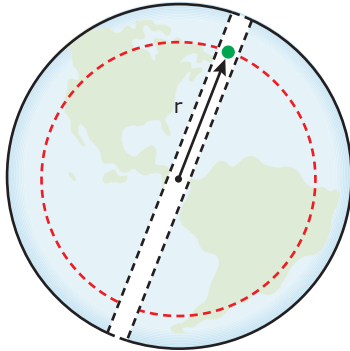


Figura 8: A direção de  $\vec{v}$  varia devido à componente  $\vec{F}_y$ , e o módulo de  $\vec{v}$  varia devido à componente  $\vec{F}_x$ .

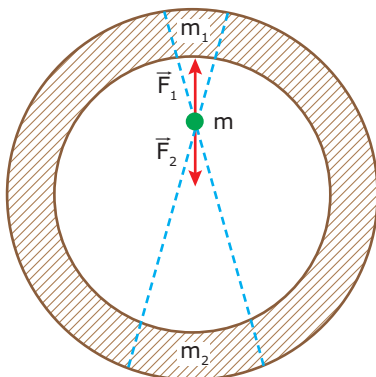
## EXERCÍCIO RESOLVIDO

- 02.** Imagine que fosse possível construir um túnel que atravessasse a Terra diametralmente, conforme mostra a figura a seguir. Supondo uma densidade  $\rho$  uniforme para a Terra e desprezando qualquer força de atrito, mostrar que um corpo, abandonado em uma das extremidades do túnel, executa um movimento harmônico simples. Calcular o tempo que o corpo leva para viajar de uma ponta à outra do túnel. Adotar  $\rho = 5,5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ .



### Resolução:

Para mostrar que o movimento do corpo é harmônico simples, precisamos provar que a força gravitacional que a Terra exerce sobre o corpo, além de ser voltada para o centro do planeta, é proporcional à distância  $r$  entre o corpo e o centro desta. A força de atração gravitacional exercida pela Terra sobre um corpo localizado em seu interior é exercida apenas pela matéria localizada nas cascas internas ao corpo. Isso ocorre porque os elementos de massa das cascas exteriores, em lados opostos destas, exercem forças de sentidos opostos sobre um corpo dentro da casca, conforme ilustra a figura a seguir. O anulamento dessas forças decorre do fato de que o elemento mais próximo do corpo possui massa menor do que aquela do elemento mais distante. Dessa forma, o efeito de proximidade, que tenderia a gerar uma maior atração, é compensado pela menor quantidade de matéria.



A força gravitacional exercida sobre o corpo, dentro do túnel diametral que atravessa a Terra, provém apenas da massa  $M'$  da esfera de raio  $r$  mostrada na figura deste exercício. Aplicando a Lei da Gravitação Universal, obtemos o módulo dessa força:

$$F = \frac{GM'm}{r^2}$$

A massa  $M'$  pode ser calculada em função da densidade da Terra e do volume da esfera de raio  $r$ :

$$M' = \rho \frac{4\pi r^3}{3}$$

Substituindo essa massa na equação anterior, obtemos a expressão procurada:

$$F = \frac{G(\rho 4\pi r^3/3)m}{r^2}$$

$$\Rightarrow F = \frac{4\pi G\rho m r}{3}$$

$$\Rightarrow F = kr, \text{ em que } k = 4\pi G\rho m/3$$

Como  $k$  é constante, a força e, é claro, a aceleração que atuam sobre o corpo são proporcionais a  $r$  (por isso, o gráfico da figura 4 é uma reta para  $r < R$ ,  $R =$  raio da Terra). Além disso, a força e a aceleração são sempre dirigidas para o centro da Terra, onde temos  $r = 0$ . Essas são as condições para o movimento do corpo ser harmônico simples. Assim, após ser abandonado em uma das extremidades do túnel, o corpo inicia o movimento com uma aceleração máxima ( $kR/m$ ), caindo com uma aceleração que decresce proporcionalmente com  $r$ . No centro da Terra, a força e a aceleração anulam-se, mas a velocidade do corpo é máxima. Esse é o ponto de equilíbrio do movimento. Após passar pelo centro da Terra, o corpo prossegue o movimento em direção à outra extremidade, uma vez que ela deve ser sempre voltada para a posição  $r = 0$ . A aceleração cresce proporcionalmente com  $r$ , de forma que, na outra extremidade, a aceleração é máxima, mas a velocidade se anula. Então, o corpo cai em direção ao centro, repetindo o mesmo tipo de movimento descrito anteriormente, emergindo com uma velocidade nula na extremidade em que foi abandonado. O intervalo de tempo necessário para que o corpo complete esse ciclo pode ser calculado utilizando a equação do período do movimento harmônico simples:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{3m}{4\pi G\rho m}} = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}}$$

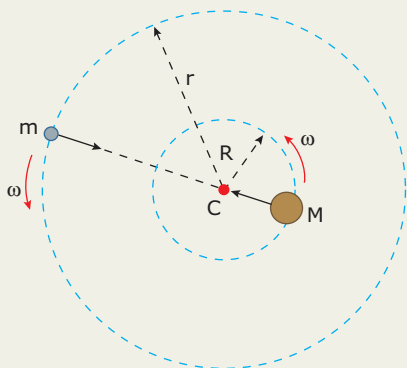
Substituindo  $\rho = 5,5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$  e  $G = 6,7 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{kg}^2$  nessa expressão, obtemos  $T = 5\,056 \text{ s} = 84$  minutos. O tempo para o corpo viajar de uma extremidade à outra da Terra é a metade de  $T$ , ou seja, 42 minutos.

## LEITURA COMPLEMENTAR

### Estrelas duplas

A maioria das estrelas da Via Láctea, e, quem sabe, de todas as galáxias, são estrelas duplas, triplas, etc. Ao contrário do nosso Sol, as estrelas tendem a formar sistemas múltiplos, em que cada componente orbita em torno de um centro de massa comum. Nessa leitura, vamos deduzir a 3ª Lei de Kepler para um sistema formado por duas estrelas. Veremos que a expressão da 3ª Lei de Kepler usada até agora é, na verdade, um caso particular da equação geral que vamos apresentar nesta leitura.

A figura seguinte mostra duas estrelas que giram em órbitas circulares em torno do centro de massa C do sistema. A estrela de massa maior (M) apresenta o raio orbital menor (R), enquanto a estrela de massa menor (m) possui o raio orbital maior (r). Utilizando o conceito de centro de massa (média, ponderada em massa, das posições das massas das estrelas), podemos provar que  $M.R = m.r$ . Note que essa expressão indica que o centro de massa realmente localiza-se mais próximo à estrela mais massiva.



Outra propriedade fundamental sobre esse sistema é que as duas estrelas giram com a mesma velocidade angular  $\omega$ , ou seja, o intervalo de tempo necessário para que uma estrela complete a sua órbita é igual ao intervalo de tempo gasto por sua companheira para completar sua respectiva órbita. Dessa forma, as estrelas giram solidariamente, como se estivessem unidas por um raio trator. De fato, essa tração existe, e ela é a força de atração gravitacional entre as massas M e m das estrelas.

É fácil explicar por que as velocidades angulares das estrelas são iguais. As forças centrípetas que mantêm as estrelas em órbitas circulares são exercidas pelas atrações gravitacionais entre elas. Como essas forças constituem um par de ação e

reação, elas possuem mesmo módulo, mesma direção e sentidos opostos, ou seja, elas são iguais e opostas, conforme indicado na figura anterior. Então, aplicando a Segunda Lei de Newton e lembrando que a aceleração centrípeta é o produto entre o quadrado da velocidade angular e o raio, temos que:

$$F = \text{massa} \cdot \text{aceleração} = M\omega^2 R = m\omega^2 r$$

Se as estrelas realmente girarem em torno do centro de massa C do sistema com a mesma velocidade angular  $\omega$ , então esse termo pode ser cancelado nos dois lados da equação. Veja que, assim, temos que  $M.R = m.r$ , que é exatamente a igualdade que obtivemos utilizando o conceito de centro de massa, conforme discutimos anteriormente. Isso ratifica que a velocidade angular realmente possui o mesmo valor para as duas estrelas.

Por último, vamos obter a relação matemática entre o período T das estrelas e os raios R e r de suas órbitas. Como a força centrípeta sobre qualquer estrela, digamos a de massa m, deve ser igual à força gravitacional, então, temos:

$$m\omega^2 r = \frac{GMm}{(R+r)^2}$$

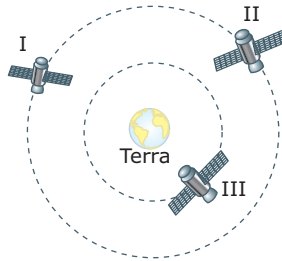
Cancelando m e substituindo  $\omega$  por  $2\pi/T$  nessa equação, obtemos:

$$\frac{4\pi^2 r}{T^2} = \frac{GM}{(R+r)^2} \Rightarrow \frac{T^2}{(R+r)^2 r} = \frac{4\pi^2}{GM}$$

Essa é a 3ª Lei de Kepler para um sistema binário, formado por duas estrelas, ou por dois astros genéricos, que giram em órbitas circulares. Quando M é muito maior do que m, o centro de massa do sistema coincide com o centro do astro massivo, de forma que  $R = 0$ . Nesse caso, obtemos a forma simples da 3ª Lei de Kepler,  $T^2/r^3 = 4\pi^2/GM$ . Esse é o caso da massa do nosso Sol, que é muito maior do que a massa de quase todos os planetas do Sistema Solar. A massa de Júpiter, porém, é expressiva, de modo que o centro de massa do sistema Sol-Júpiter acha-se um pouco acima da superfície do Sol. Mesmo assim, a forma simplificada da 3ª Lei de Kepler pode ser usada com precisão para o caso de Júpiter.

## EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

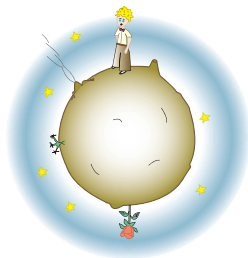
- 01.** (UFMG–2007) Três satélites – I, II e III – movem-se em órbitas circulares ao redor da Terra. O satélite I tem massa  $m$  e os satélites II e III têm, cada um, massa  $2m$ . Os satélites I e II estão em uma mesma órbita de raio  $r$  e o raio da órbita do satélite III é  $r/2$ . Nesta figura (fora de escala), está representada a posição de cada um desses três satélites:



Sejam  $F_I$ ,  $F_{II}$  e  $F_{III}$  os módulos das forças gravitacionais da Terra sobre, respectivamente, os satélites I, II e III.

Considerando-se essas informações, é **CORRETO** afirmar que

- A)  $F_I = F_{II} < F_{III}$ .                      C)  $F_I < F_{II} < F_{III}$ .  
 B)  $F_I = F_{II} > F_{III}$ .                      D)  $F_I < F_{II} = F_{III}$ .
- 02.** (UFOP-MG–2008) Imagine que a massa do Sol se tornasse subitamente 4 vezes maior do que é. Para que a força de atração do Sol sobre a Terra não sofresse alteração, a distância entre a Terra e o Sol deveria se tornar
- A) 4 vezes maior.                      C) 8 vezes maior.  
 B) 2 vezes maior.                      D) 3 vezes maior.
- 03.** (UFMG) O Pequeno Príncipe, do livro de mesmo nome, de Antoine de Saint-Exupéry, vive em um asteroide pouco maior que esse personagem, que tem a altura de uma criança terrestre. Em certo ponto desse asteroide, existe uma rosa, como ilustrado nesta figura:



Após observar essa figura, Júlia formula as seguintes hipóteses:

- I. O Pequeno Príncipe não pode ficar de pé ao lado da rosa, porque o módulo da força gravitacional é menor que o módulo do peso do personagem.

- II. Se a massa desse asteroide for igual à da Terra, uma pedra solta pelo Pequeno Príncipe chegará ao solo antes de uma que é solta na Terra, da mesma altura.

Analisando-se essas hipóteses, pode-se concluir que

- A) apenas a I está correta.  
 B) apenas a II está correta.  
 C) as duas estão corretas.  
 D) nenhuma das duas está correta.
- 04.** (UFMG) Um satélite é colocado em órbita e fica estacionário sobre um ponto fixo do Equador terrestre. O satélite se mantém em órbita porque
- A) a força de atração que a Terra exerce sobre o satélite equilibra a atração exercida sobre ele pela Lua.  
 B) a força que o satélite exerce sobre a Terra, de acordo com a 3ª Lei de Newton, é igual à força que a Terra exerce sobre o satélite, resultando disso o equilíbrio.  
 C) o satélite é atraído por forças iguais, aplicadas em todas as direções.  
 D) o satélite está a uma distância tão grande da Terra que a força gravitacional exercida pela Terra sobre o satélite é desprezível.  
 E) a força de atração da Terra é a força centrípeta necessária para manter o satélite em órbita em torno do centro da Terra com um período de 24 horas.
- 05.** (UFSCar-SP) Um satélite espacial encontra-se em órbita em torno da Terra e, no seu interior, existe uma caneta flutuando. Essa flutuação ocorre porque
- A) ambos, o satélite espacial e a caneta, encontram-se em queda livre.  
 B) a aceleração da gravidade local é nula.  
 C) a aceleração da gravidade, mesmo não sendo nula, é desprezível.  
 D) há vácuo dentro do satélite.  
 E) a massa inercial da caneta é desprezível, em comparação com a do satélite.

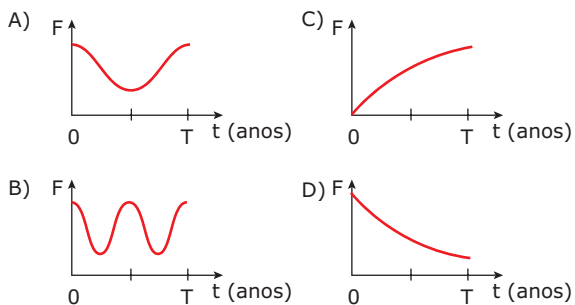
## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

- 01.** (UFRGS) O módulo da força de atração gravitacional entre duas pequenas esferas de massa  $m$ , iguais, cujos centros estão separados por uma distância  $d$ , é  $F$ . Substituindo-se uma das esferas por outra de massa  $2m$  e reduzindo-se a distância entre os centros das esferas para  $d/2$ , resulta uma força gravitacional de módulo
- A)  $F$ .    D)  $8F$ .  
 B)  $2F$ .    E)  $16F$ .  
 C)  $4F$ .

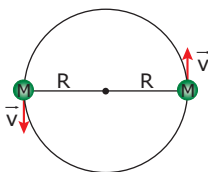
- 02.** (UFES) Suponha a Terra com a mesma massa, porém com o dobro do raio. O nosso peso seria
- A) a metade.                      D) o quádruplo.  
 B) o dobro.                        E) reduzido à sua quarta parte.  
 C) o mesmo.

- 03.** (CICE-RJ) Júpiter, o maior planeta do Sistema Solar, tem diâmetro 11 vezes maior do que a Terra e massa 320 vezes maior que a terrestre. Qual será, na superfície de Júpiter, o peso de uma astronauta e seu equipamento cujo peso total na Terra é 1 200 N?
- A) 1 200 N            C) 2 400 N            E) 3 500 N  
 B) 1 800 N            D) 3 200 N

- 04.** (UFV-MG-2010) Seja  $F$  o módulo da força da gravidade que o Sol faz sobre um cometa, de massa constante, cujo período orbital é  $T$  (em anos). Dos gráficos a seguir, aquele que representa **CORRETAMENTE** a variação de  $F$  com o tempo  $t$  é:



- 05.** (UPE-2010) A figura a seguir representa a trajetória de duas estrelas idênticas (cada uma com massa  $M$ ) que giram em torno do centro de massa das duas estrelas. Cada órbita é circular e possui raio  $R$ , de modo que as duas estrelas estão sempre em lados opostos do círculo. Considere  $G$  a constante de gravitação universal.

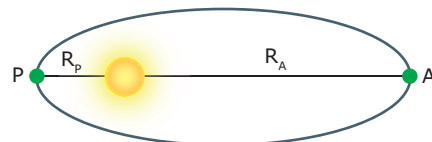


- Analise as proposições que se seguem:
- (04) A força de atração gravitacional de uma estrela sobre a outra vale  $GM^2/4R^2$ .
- (08) A velocidade orbital de cada estrela vale  $\sqrt{4M/GR}$ .
- (12) O período de cada estrela vale  $4\pi\sqrt{R^3/GM}$ .
- A soma dos números entre parênteses das proposições que correspondem aos itens **CORRETOS** é igual a
- A) 24.    B) 12.    C) 8.    D) 20.    E) 16.

- 06.** (IME-RJ-2010) No interior da Estação Espacial Internacional, que está em órbita em torno da Terra a uma altura correspondente a aproximadamente 5% do raio da Terra, o valor da aceleração da gravidade é
- A) aproximadamente zero.  
 B) aproximadamente 10% do valor na superfície da Terra.  
 C) aproximadamente 90% do valor na superfície da Terra.  
 D) duas vezes o valor na superfície da Terra.  
 E) igual ao valor na superfície da Terra.

- 07.** (Cesgranrio) Dois pêndulos simples, A e B, de mesmo comprimento, oscilam a nível do mar; o pêndulo A está no Equador e o pêndulo B no polo da Terra. O tempo de oscilação (período) é
- A) maior para A.  
 B) maior para B.  
 C) igual para A e B.  
 D) função da temperatura ambiente.  
 E) variável com a estação do ano.

- 08.** (UFV-MG-2008) A figura a seguir ilustra a órbita do planeta Mercúrio em torno do Sol. Os pontos A e P denotam o afélio e o periélio desse planeta, que estão a distâncias  $R_A$  e  $R_P$  do Sol, respectivamente.



Sabendo que a razão entre os módulos das forças de atração gravitacional entre o Sol e Mercúrio nos pontos P e A é  $F_P/F_A=2,3$ , é **CORRETO** afirmar que, dentre as alternativas a seguir, a **MELHOR** aproximação para a razão  $R_P/R_A$  é

A) 0,43.    B) 0,66.    D) 0,12.    C) 0,23.

- 09.** (UFU-MG) Um astronauta observou que o período de um pêndulo simples, em um dos polos do planeta Alfa, era duas vezes maior que o período deste pêndulo, quando medido nos polos da Terra. Sabendo-se que o dia desse planeta é 3 vezes menor que o dia terrestre, e a aceleração centrípeta é 18 vezes maior do que a aceleração centrípeta na Terra, medidas no Equador dos dois planetas, podemos afirmar sobre a massa do planeta Alfa ( $m_a$ ) em relação à massa da Terra ( $m_T$ ):
- A)  $m_a = 4m_T$                       C)  $m_a = m_T$   
 B)  $m_a = 2m_T$                       D)  $m_a = 0,5m_T$

- 10.** (CESCEA-SP) Para um satélite permanecer em uma órbita circular a uma altura  $h$  da Terra ( $h \ll R$ , sendo  $R$  o raio da Terra), é necessário que
- A) a aceleração centrípeta do satélite seja igual à aceleração da gravidade na altura  $h$ .  
 B) a força de atração da Terra sobre o satélite seja equilibrada pela atração do Sol sobre o satélite.  
 C) a velocidade angular do satélite seja proporcional à altura  $h$ .  
 D) N.d.a.

11. (CEFET-MG-2010) Considere os valores das seguintes grandezas relacionadas ao movimento da Terra em torno do Sol:

T: período de translação da Terra

F: força de atração entre os dois

v: velocidade tangencial em sua órbita ao redor do Sol

Se a massa do Sol dobrar, então

- A) F dobra, v e T não se alteram.
- B) T e F não se alteram e v dobra.
- C) F e v ficam multiplicados por  $\sqrt{2}$ .
- D) T fica dividido por  $\sqrt{2}$  e F duplica.
- E) T fica dividido por  $\sqrt{2}$  e v duplica.

12. (UFJF-MG-2006) Considere dois satélites, A e B, com massas  $m_A$  e  $m_B$  ( $m_A > m_B$ ), respectivamente, que giram em torno da Terra em órbitas circulares, com velocidades constantes de módulo v. Considerando que somente atue sobre eles a força gravitacional da Terra, podemos afirmar que

- A) A tem órbita de raio maior que B.
- B) A tem órbita de raio menor que B.
- C) os dois satélites têm órbitas de raios iguais.
- D) a razão entre os raios das órbitas de A e de B é  $m_A/m_B$ .
- E) a razão entre os raios das órbitas de A e de B é  $m_B/m_A$ .

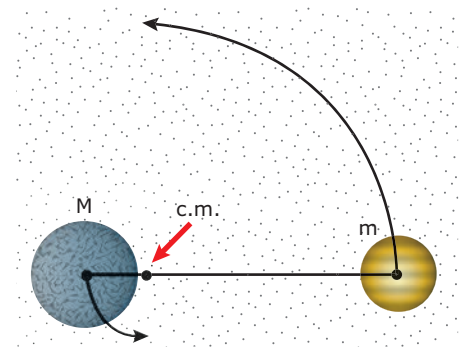
13. (FUVEST-SP) Satélites utilizados para telecomunicações são colocados em órbitas geoestacionárias ao redor da Terra, ou seja, de tal forma que permaneçam sempre acima de um mesmo ponto da superfície da Terra. Considere algumas condições que poderiam corresponder a esses satélites:

- I. Ter o mesmo período, de cerca de 24 horas.
- II. Ter aproximadamente a mesma massa.
- III. Estar aproximadamente à mesma altitude.
- IV. Manter-se num plano que contenha o círculo do Equador terrestre.

O conjunto de todas as condições a que satélites em órbita geoestacionária devem, necessariamente, obedecer corresponde a

- A) I e III.                      C) I, III e IV.                      E) II, IV.
- B) I, II, III.                      D) II e III.

14. (PUCPR-2010) Um planeta binário é um sistema formado por dois planetas que se atraem mutuamente pela força gravitacional e que orbitam em torno do centro de massa do sistema. Para que seja considerado planeta binário, o centro de massa (c.m.) do sistema não pode se localizar dentro de nenhum dos planetas. Suponha um planeta binário composto por um planeta maior (M) de massa quatro vezes a massa do planeta menor (m), ambos realizando órbitas circulares em torno do centro de massa.



Analise as alternativas:

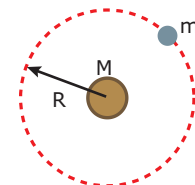
- I. O raio da órbita do planeta menor é quatro vezes o raio da órbita do planeta maior.
- II. A velocidade escalar do planeta menor é quatro vezes maior que a do planeta maior.
- III. O período da órbita do planeta menor é quatro vezes maior que o do planeta maior.

Assinale a alternativa **CORRETA**.

- A) Somente as afirmativas II e III estão corretas.
- B) Somente a afirmativa I está correta.
- C) Somente as afirmativas I e II estão corretas.
- D) Somente a afirmativa II está correta.
- E) Todas as afirmativas estão corretas.

15. (VUNESP) Costumamos dizer que a aceleração da gravidade é constante sobre um dado ponto da superfície da Terra. Essa afirmação constitui uma boa aproximação para pequenas altitudes, pois, no caso geral, aquela aceleração é dada por  $g = G(M_t/R^2)$ , em que G é uma constante universal,  $M_t$  é a massa da Terra e R é a distância do ponto considerado ao centro do planeta,  $R = h + R_t$  ( $R_t$  = raio da Terra). Chamando de  $g_t$  a gravidade sobre a superfície, a que altura h devemos subir para que g decresça 2% em relação a  $g_t$ ? Despreze termos da ordem de  $(h/R_t)^2$ . Considere  $R_t = 6\,300$  km.

16. (PUC Rio) Um satélite de massa m gira com velocidade angular  $\omega$  constante em torno de um planeta de massa M, em órbita circular de raio R.



- A) **REPRESENTE**, no desenho anterior, por setas, a(s) força(s) que atua(m) no satélite.
- B) **CALCULE** a velocidade angular  $\omega$  do satélite em função de M, R e G (constante de gravidade universal).

17. (UFMG–2008) Um astronauta, de pé sobre a superfície da Lua, arremessa uma pedra, horizontalmente, a partir de uma altura de 1,25 m, e verifica que ela atinge o solo a uma distância de 15 m. Considere que o raio da Lua é de  $1,6 \times 10^6$  m e que a aceleração da gravidade na sua superfície vale  $1,6 \text{ m/s}^2$ .

Com base nessas informações,

- A) **CALCULE** o módulo da velocidade com que o astronauta arremessou a pedra.  
 B) **CALCULE** o módulo da velocidade com que, nas mesmas condições e do mesmo lugar, uma pedra deve ser lançada, também horizontalmente, para que, após algum tempo, ela passe novamente pelo local de lançamento.



Considerando o texto e as Leis de Kepler, pode-se afirmar que a frase dita pelo astronauta

- A) se justifica, porque o tamanho do telescópio determina a sua massa, enquanto seu pequeno peso decorre da falta de ação da aceleração da gravidade.  
 B) se justifica ao verificar que a inércia do telescópio é grande comparada à dele próprio, e que o peso do telescópio é pequeno porque a atração gravitacional criada por sua massa era pequena.  
 C) não se justifica, porque a avaliação da massa e do peso de objetos em órbita tem por base as Leis de Kepler, que não se aplicam a satélites artificiais.  
 D) não se justifica, porque a força peso é a força exercida pela gravidade terrestre, neste caso sobre o telescópio, e é a responsável por manter o próprio telescópio em órbita.  
 E) não se justifica, pois a ação da força peso implica a ação de uma força de reação contrária, que não existe naquele ambiente. A massa do telescópio poderia ser avaliada simplesmente pelo seu volume.

## SEÇÃO ENEM

01. As Ciências Naturais consistem em um conjunto de conhecimentos que permite explicar os fenômenos que ocorrem na natureza. O emprego dessas ideias leva ao entendimento e à previsão de fenômenos naturais que ocorrem na Terra, no Sol, em nossa galáxia e, ao que parece, nas partes mais longínquas do cosmos. Em outras palavras, os princípios e leis que governam a natureza são conceitos universais. Um dos exemplos mais contundentes da universalidade da ciência é a Teoria da Gravidade, que foi formulada pelo físico inglês Isaac Newton em 1666. De acordo com essa teoria, a força de atração gravitacional exercida pela Terra sobre uma maçã que cai rumo ao chão tem

- A) a mesma intensidade que a força de atração gravitacional exercida pelo Sol sobre um planeta que gira ao seu redor.  
 B) maior intensidade que a força de atração gravitacional exercida pelo Sol sobre um planeta que gira ao seu redor.  
 C) sentido oposto ao da força de atração gravitacional exercida pelo Sol sobre um planeta que gira ao seu redor.  
 D) o mesmo sentido da força de atração gravitacional exercida pelo Sol sobre um planeta que gira ao seu redor.  
 E) a mesma origem da força de atração gravitacional exercida pelo Sol sobre um planeta que gira ao seu redor.

02. (Enem–2009) O ônibus espacial *Atlantis* foi lançado ao espaço com cinco astronautas a bordo e uma câmera nova, que iria substituir uma outra danificada por um curto-circuito no telescópio *Hubble*. Depois de entrarem em órbita a 560 km de altura, os astronautas se aproximaram do *Hubble*. Dois astronautas saíram da *Atlantis* e se dirigiram ao telescópio. Ao abrir a porta de acesso, um deles exclamou: “Esse telescópio tem a massa grande, mas o peso é pequeno.”

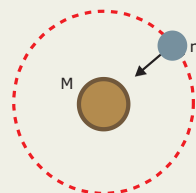
## GABARITO

### Fixação

01. C    02. B    03. B    04. E    05. A

### Propostos

01. D    06. C    11. D  
 02. E    07. A    12. C  
 03. D    08. B    13. C  
 04. A    09. C    14. C  
 05. E    10. A    15.  $h = 63 \text{ km}$   
 16. A)



B)  $\omega = \sqrt{\frac{GM}{R^3}}$

17. A) 12 m/s  
 B)  $1,6 \times 10^3 \text{ m/s}$

### Seção Enem

01. E    02. D



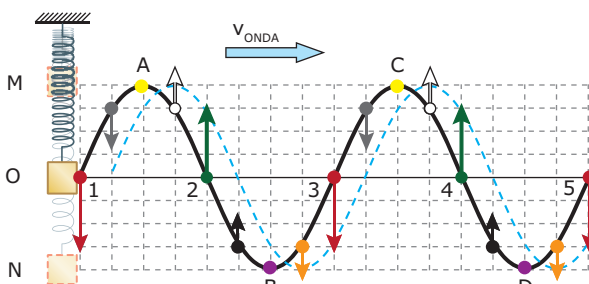
Sabemos que a luz pode sofrer reflexão e refração durante a sua propagação. Assim, é de se esperar que outros tipos de ondas, como aquelas que se propagam em cordas, molas ou líquidos, também experimentem esses fenômenos. Isso, de fato, é o que acontece. Dizemos que houve uma reflexão se a onda, após encontrar um obstáculo, retorna para o meio de origem com as mesmas características de velocidade, frequência e comprimento de onda. A onda sofre uma refração ao passar de um meio para outro, diferente do primeiro, de modo que sua velocidade de propagação e seu comprimento de onda sejam alterados, aumentando ou diminuindo, dependendo dos meios em questão. Apesar de tais variações, a frequência da onda permanecerá inalterada durante a refração.

A difração é outro fenômeno muito interessante. Diferentemente da reflexão, a difração é uma característica estritamente ondulatória, ou seja, apenas as ondas, ou partículas que apresentem comportamento ondulatório, podem sofrer difração. Esse fenômeno é comum em nosso cotidiano e é responsável por uma série de efeitos que percebemos no dia a dia. O fato de ouvirmos uma pessoa que se encontra do outro lado de um muro, por exemplo, é uma consequência da difração.

Para estudarmos tais fenômenos, vamos apresentar algumas definições iniciais.

### FASE DE UMA ONDA

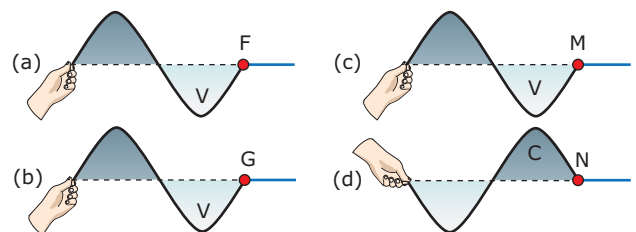
Considere um sistema massa-mola ideal executando um MHS na vertical entre os pontos M e N. Uma corda elástica ideal está presa ao bloco e, como consequência, uma onda se propaga através dela, para a direita, com velocidade  $v_{\text{ONDA}}$ . A figura a seguir mostra a vibração de alguns pontos da corda durante a passagem da onda. A linha azul pontilhada mostra a onda em um instante posterior. Observe que alguns pontos da corda devem descer e outros subir (velocidade de vibração para baixo e para cima, respectivamente).



Quando uma onda se propaga por uma corda, por exemplo, cada ponto do meio apresenta características de posição, velocidade de vibração e aceleração. Dois ou mais pontos de uma onda estão em fase (ou em concordância de fase) quando apresentam valores iguais para essas três características. Tais pontos devem estar separados por uma distância múltipla inteira de um comprimento de onda ( $\lambda$ ). A figura anterior mostra diversos pontos em fase. Entre eles, podemos citar: 1, 3 e 5 ou 2 e 4 ou A e C ou B e D. A figura mostra, ainda, outros quatro pares de pontos em fase. Esses pares estão destacados com as mesmas cores (cinza, branco, preto ou alaranjado).

Dois ou mais pontos de uma onda estão em oposição de fase se estiverem separados por uma distância que seja múltipla ímpar de meio comprimento de onda ( $\lambda/2$ ,  $3\lambda/2$ , etc.). Assim, alguns pontos em oposição de fase, destacados na figura, são: 2 e 4 com 1, 3 e 5 ou A e C com B e D. Outros pontos em oposição de fase são: os pontos cinza com os pretos ou os brancos com os alaranjados. Observe que esses pontos são simétricos em relação à posição de equilíbrio.

Quando duas ondas diferentes se propagam na mesma região do espaço e ao mesmo tempo, elas podem estar em fase ou em oposição de fase. Considere as ondas (a) e (b) mostradas a seguir. Observe que os pontos F e G vão descer com a máxima velocidade de vibração (vem chegando um vale de cada onda). Assim, dizemos que as duas ondas estão em fase (ou em concordância de fase).

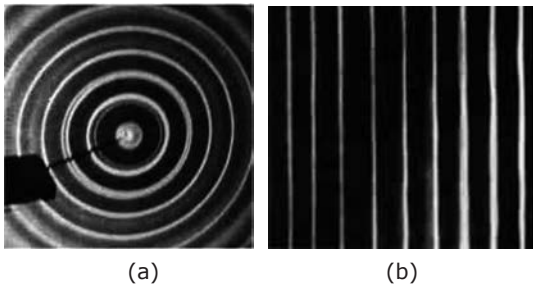


A onda (c), ao atingir o ponto M, faz com que ele desça com a máxima velocidade (está chegando um vale). A onda (d), por outro lado, faz com que o ponto N suba com a maior velocidade (está chegando uma crista). Nesse caso, dizemos que as ondas (c) e (d), mostradas anteriormente, estão em oposição de fase.

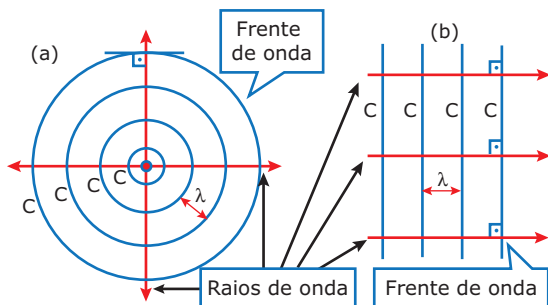
A mesma definição pode ser usada para ondas bi ou tridimensionais. Duas (ou mais) ondas estão em fase quando cada ponto do meio é atingido, simultaneamente, por ondas com as mesmas características de aceleração, velocidade e elongação. Se os pontos do meio recebem, ao mesmo tempo, comandos simétricos, as ondas estão em oposição de fase.

## FRENTE E RAIOS DE UMA ONDA

Chamamos de frente de onda a todos os pontos da onda que atingem, simultaneamente, as partículas do meio pela primeira vez. Ou seja, a frente de onda é a região da onda que foi gerada no primeiro instante. Se a onda é bidimensional e se essa região for uma crista, a frente de onda é formada por todos os pontos que fazem parte dessa primeira crista. Se a onda é unidimensional, a frente de onda se resume ao ponto que foi gerado inicialmente. Nas figuras anteriores, os pontos F, G, M e N, correspondentes à posição de equilíbrio da onda, são as frentes de onda de cada uma das ondas mostradas. O raio de onda é um segmento imaginário, semelhante ao raio luminoso, que determina a direção de deslocamento da onda e que está no mesmo sentido da velocidade de propagação desta. Dessa forma, o raio de onda, para ondas bi e tridimensionais, é sempre perpendicular à frente de onda em cada ponto. Considere dois tipos de ondas que foram estabelecidos nas águas de um lago, por exemplo. Veja as fotografias a seguir. A primeira, (a), é formada por ondas circulares que se propagam a partir do ponto onde um pequeno objeto toca, sucessivamente, a superfície da água. A outra, (b), é formada por ondas retas que se propagam a partir da posição em que uma pessoa atinge, continuamente, a água com uma régua, por exemplo.



As figuras a seguir mostram, numa visão do alto, algumas das cristas (C) das ondas que se formam na água. Considere, nas figuras, que a frente de onda seja uma crista.



Frentes e raios de onda para uma onda circular e outra plana que se propagam na água.

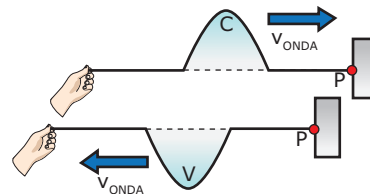
Na figura (a), as ondas foram geradas no centro dos círculos e se propagam em todas as direções, conforme mostram os raios de onda. Na figura (b), elas foram produzidas à esquerda e se propagam para a direita – numa única direção. Veja que os raios de onda são paralelos entre si. Nas figuras, a distância entre duas cristas consecutivas corresponde ao comprimento de onda ( $\lambda$ ) das ondas.

Alguns autores consideram que, se a frente de onda é uma crista, todas as outras cristas são, também, frentes de onda. Nesta coleção, usaremos o termo frentes de onda secundárias. De uma forma geral, todos os pontos que estejam em concordância de fase com os pontos da frente de onda são frentes de onda secundárias.

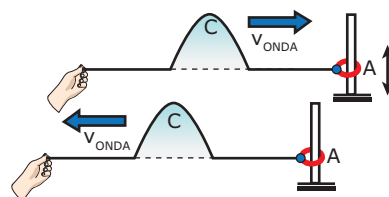
## REFLEXÃO DE ONDAS

Considere uma corda elástica ideal com uma das suas extremidades presa a um suporte. Uma pessoa vibra a extremidade livre da corda para cima e para baixo, apenas uma vez, produzindo um pulso transversal na vertical (que contém uma crista). Esse pulso se desloca para a direita através da corda e, dessa forma, cada ponto da corda sobe e desce enquanto o pulso passa por ele. Quando o pulso atinge o suporte, a onda sofre uma reflexão, e o pulso retorna pela corda, deslocando-se para a esquerda. A velocidade, a frequência e o comprimento de onda do pulso não se alteram. Na reflexão, a amplitude da onda pode ser alterada. Como a amplitude depende da energia, a amplitude da onda refletida pode ser menor que a da onda incidente, desde que haja transferência de energia para o suporte, por exemplo.

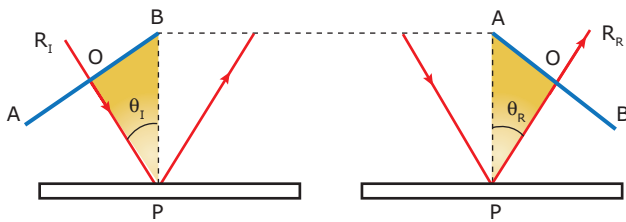
A fase da onda refletida, em relação à da onda incidente, depende da conexão existente entre a corda e o suporte. A figura a seguir mostra uma onda que se reflete numa extremidade fixa (ponto P de uma parede). A onda, ao atingir o ponto P, tenta empurrá-lo para cima. Como a corda está fixa e o ponto P não pode deslocar-se para cima, ele reage e empurra a corda para baixo. Como consequência, temos uma onda refletida com inversão de fase em relação à onda incidente, ou seja, o pulso refletido apresenta um vale (V).



Considere, agora, que a extremidade da corda está presa a um anel (A), de massa desprezível, que pode se deslocar livremente, para cima e para baixo, em torno de uma haste. Dessa forma, a extremidade da corda é móvel. Quando o pulso atinge o anel, este sobe e desce junto com aquele, e a onda é refletida sem inversão de fase, ou seja, o pulso refletido também apresenta uma crista. Veja a seguir:

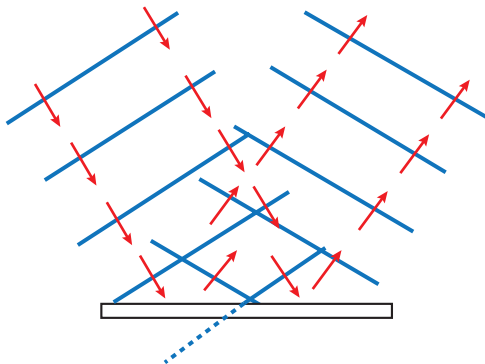


Considere, agora, uma onda reta que se propaga na água de um reservatório. Essa onda encontra, durante o seu deslocamento, um anteparo que impede a sua continuação e, dessa forma, obriga a onda a sofrer uma reflexão. As figuras a seguir mostram uma frente de onda (AOB) antes e depois de atingir, obliquamente, o obstáculo. Considere que O seja o ponto médio da frente de onda,  $R_I$  e  $R_R$  os raios de onda, incidente e refletido, respectivamente, e que BP e AP estão sobre a normal no ponto de incidência. Nas figuras, percebemos a 1ª Lei da Reflexão: os raios incidente e refletido (e as frentes de onda) estão no mesmo plano (aqui, o plano da folha de papel).

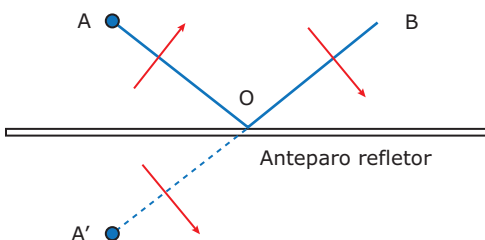


Observe que os triângulos destacados são congruentes. Logo,  $OB = OA$  e  $BP = AP \Rightarrow \text{sen } \theta_I = \text{sen } \theta_R \Rightarrow \theta_I = \theta_R$ . Assim, a 2ª Lei da Reflexão, embora tenha sido demonstrada para uma onda reta, vale para qualquer tipo de onda.

A figura a seguir mostra uma onda que incide e é refletida em um obstáculo. Uma eventual inversão de fase, que pode ocorrer nesse caso, não foi contemplada nessa figura.



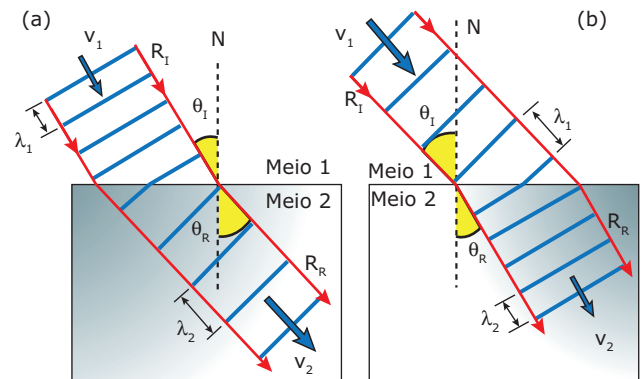
Veja em destaque, a seguir, a parte da crista que parece estar "quebrada" na figura anterior. Se o anteparo não estivesse na posição mostrada, a crista da onda ocuparia a semirreta A'OB. O segmento da onda que já refletiu, AO, é uma "imagem simétrica" da parte A'O em relação ao anteparo, como se este fosse um espelho plano.



## REFRAÇÃO DE ONDAS

A refração de qualquer onda obedece às mesmas leis vistas no estudo da Óptica. Sabemos que a velocidade ( $v$ ) e a frequência ( $f$ ) de uma determinada onda dependem do meio de propagação e do oscilador que produziu a onda, respectivamente. Assim, quando a onda sofre refração, a sua frequência não altera, mas a velocidade deve, necessariamente, aumentar ou diminuir. O comprimento de onda ( $\lambda$ ) pode ser calculado por  $\lambda = v/f$ . Como a frequência permanece constante, o comprimento de onda será proporcional à velocidade ( $\lambda \propto v$ ). Sabemos, também, que os ângulos de incidência e refração, formados pelo raio de onda e pela normal, são proporcionais às velocidades da onda. O quadro e as figuras a seguir mostram as grandezas de uma onda que sofre refração.

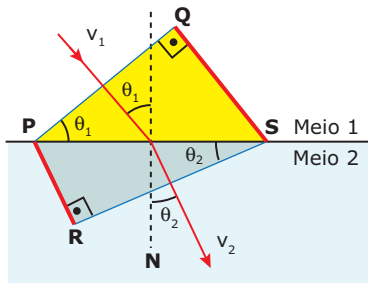
	Fig. (a)	Fig. (b)
Se a velocidade ( $v$ )	Aumenta	Diminui
Frequência ( $f$ )	Não altera	Não altera
Comprimento de onda ( $\lambda$ )	Aumenta	Diminui
Ângulo de refração ( $\theta_R$ ) (em relação ao de incidência)	Aumenta	Diminui
O raio de onda (em relação à normal)	Afasta	Aproxima



$$v_2 > v_1 \Rightarrow \begin{cases} f_2 = f_1 \\ \lambda_2 > \lambda_1 \\ \theta_R > \theta_I \end{cases}$$

$$v_2 < v_1 \Rightarrow \begin{cases} f_2 = f_1 \\ \lambda_2 < \lambda_1 \\ \theta_R < \theta_I \end{cases}$$

A figura a seguir mostra uma frente de onda, que nesse caso é uma crista, no instante em que ela atinge a superfície de separação entre dois meios (PQ) e, depois, no momento em que ela acaba de penetrar no segundo meio (RS). Observe que os raios de onda e as suas cristas estão no plano do papel. Logo, percebemos a 1ª Lei da Refração, vista no estudo de Óptica: a normal e os raios incidente e refratado são coplanares. As velocidades da onda nos meios 1 e 2 são  $v_1$  e  $v_2$ , e os ângulos dos raios de onda com a normal (N) são  $\theta_1$  e  $\theta_2$ , respectivamente. Enquanto a frente de onda vai de uma posição a outra, os pontos P e Q se deslocam, simultânea e respectivamente, até os pontos R e S.



Como a onda propaga, em cada meio, com velocidade constante, as distâncias percorridas, por cada ponto da extremidade da onda, são:

$$QS = v_1 \Delta t \text{ e } PR = v_2 \Delta t$$

Nos triângulos destacados (PQS e SRP), temos:

$$\text{sen } \theta_1 = QS/PS \text{ e } \text{sen } \theta_2 = PR/PS$$

$$(1) \text{sen } \theta_1 = v_1 \Delta t / PS \text{ e } (2) \text{sen } \theta_2 = v_2 \Delta t / PS$$

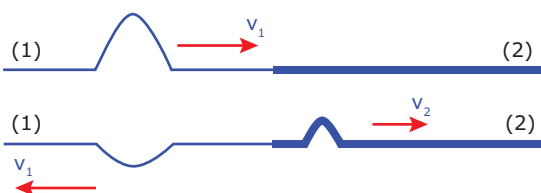
Dividindo as equações (1) e (2), membro a membro, encontramos a 2ª Lei da Refração, que pode ser escrita como:

$$\frac{\text{sen } \theta_1}{\text{sen } \theta_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

## REFLEXÃO E REFRAÇÃO EM CORDAS ELÁSTICAS

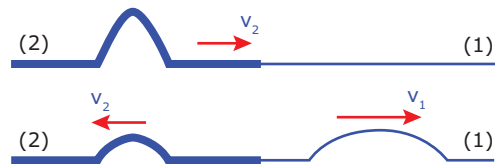
Considere duas cordas elásticas, de densidades lineares ( $\mu$ ) diferentes, sendo  $\mu_1 < \mu_2$ . As duas cordas estão ligadas e, assim, a força de tração ( $F$ ) nas duas cordas é a mesma. Sabemos que a velocidade da onda que se estabelece em cada corda é dada por  $v = \sqrt{F/\mu}$ . Logo, a onda na corda de menor densidade linear ( $\mu$ ) terá maior velocidade, ou seja,  $v_1 > v_2$ .

Um pulso, que contém uma crista, foi estabelecido na corda de baixa densidade (1), conforme ilustrado na figura a seguir. Quando esse pulso atinge a corda de maior densidade linear (2), parte do pulso sofre reflexão no ponto de junção das cordas, enquanto a outra parte sofre refração. A parte refletida volta com inversão de fase, pois é difícil a corda leve fazer oscilar a de maior densidade, semelhante ao fenômeno de reflexão numa extremidade fixa. A parte refratada conserva a mesma fase e a mesma frequência da onda incidente. Veja a seguir.



Observe que as velocidades dos pulsos incidente e refletido são iguais (mesma corda). A velocidade do pulso refratado é menor que a do pulso refletido ( $v_2 < v_1$ ), conforme já explicado. Assim, o comprimento de onda é menor na corda 2 ( $\lambda = v/f$ ). Observe também que os pulsos, após incidirem na junção, seguiram com amplitudes menores que a do pulso incidente, pois nesse caso ocorreu uma divisão de energia da onda incidente.

Agora, o pulso foi estabelecido na corda de maior densidade linear (2). Quando ele atinge a corda de menor densidade linear (1), uma parte da onda é refletida e outra parte é refratada, assim como no primeiro caso, exceto quanto à fase do pulso refletido e quanto à velocidade de propagação do pulso refratado. Como é fácil para uma corda pesada oscilar a corda de menor densidade, semelhante ao fenômeno de reflexão numa extremidade livre, o pulso é refletido sem inversão de fase. Como a densidade linear da corda (1) é menor, o pulso refratado se propaga com velocidade maior que o pulso incidente. Logo, o comprimento de onda do pulso refratado é maior que o do pulso incidente. Veja a seguir.



## DIFRAÇÃO DE ONDAS

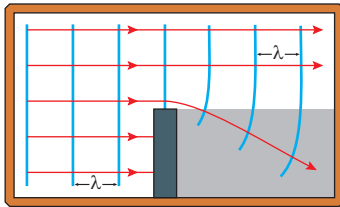
A difração é um fenômeno estritamente ondulatório e muito complexo. Por isso, vamos fazer uma análise semiquantitativa, procurando descrevê-lo com pouca abordagem matemática.

Antes de iniciar, vamos entender o Princípio de Huygens, pois ele é a explicação para a difração. Considere duas ondas, uma reta e outra circular, se deslocando para cima, conforme mostrado a seguir. Segundo Huygens, cada ponto da onda se comporta como se fosse uma fonte secundária ( $F$ ) de ondas circulares. Dessa forma, a onda seria tangente a todas as ondas circulares formadas pelas fontes secundárias. Logo, a onda, num momento posterior ao mostrado na figura, estaria acima da posição atual, tangenciando as ondas circulares naquele instante.



Geralmente, uma onda se propaga em linha reta, ou seja, a energia que sai da fonte, numa dada direção (raio de onda), mantém essa direção durante sua propagação. Se ela sofre reflexão ou refração, os raios de onda continuam retilíneos após tais fenômenos.

A propagação retilínea, dependendo de alguns fatores, pode não acontecer. Considere uma onda reta, de comprimento de onda  $\lambda$ , que se propaga para a direita na água contida em uma cuba de ondas. Veja a figura a seguir. As cristas e os raios de onda estão representados pelas linhas azuis e vermelhas, respectivamente. Se a onda é parcialmente interrompida por um obstáculo, uma parte dela é refletida (não mostrada na figura) e a outra prossegue. Era de se esperar que a parte não refletida continuasse o seu trajeto na mesma direção de incidência. Entretanto, não é o que acontece. A região em destaque cinza, à direita da figura, corresponde à "sombra" do obstáculo. Observe que a parte da onda não interrompida contorna o obstáculo e invade a região de "sombra". Esse fenômeno se chama difração e pode ocorrer quando a onda encontra um obstáculo, um orifício ou uma fenda entre dois obstáculos. A velocidade, a frequência e o comprimento de onda da onda não sofrem alteração quando ela se difrata. Apenas a forma da onda se modifica.

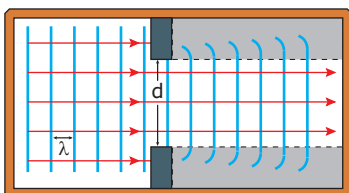


Observe que a região da onda na parte inferior da figura anterior é refletida pelo obstáculo. Assim, o equilíbrio que havia entre as ondas formadas pelas fontes secundárias foi quebrado. Dessa forma, a fonte secundária que está na parte inferior da onda não refletida gera uma onda circular que tende a contornar aquela barreira.

Vamos discutir mais detalhes da difração. Considere um orifício ou uma barreira de dimensão igual a ( $d$ ). A difração é mais ou menos acentuada e, portanto, perceptível dependendo da relação entre essa grandeza e o comprimento de onda ( $\lambda$ ). As situações a seguir mostram o que acontece quando a onda, formada por cristas retas, por exemplo, encontra orifícios de tamanhos variados.

### 1) $\lambda \ll d$

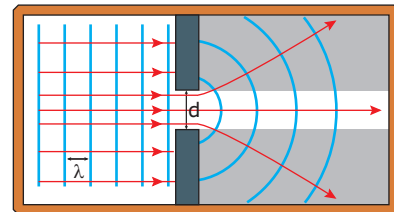
Se o comprimento de onda ( $\lambda$ ) é muito menor que a largura do orifício ( $d$ ), a onda passa através dele sem que a difração seja perceptível. Ou seja, os raios continuam quase que em linha reta, e a onda praticamente não invade a região de "sombra" dos obstáculos que formam o orifício. Veja a seguir. Observe que as partes das cristas contidas na região do orifício continuam sendo retas.



Se o comprimento de onda ( $\lambda$ ) aumenta e / ou a largura do orifício ( $d$ ) diminui, a difração se torna mais acentuada e a onda invade, cada vez mais, a região de "sombra". Se essas grandezas são da mesma ordem de grandeza, ou seja, com valores próximos um do outro, a difração é muito pronunciada e bastante perceptível.

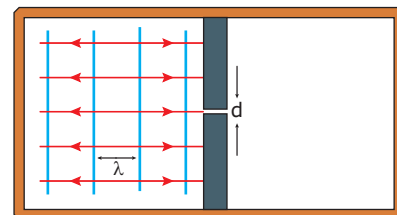
### 2) $\lambda \cong d$

Se o comprimento de onda ( $\lambda$ ) é igual (ou muito próximo) à largura da fenda ( $d$ ), temos uma difração extremamente pronunciada, e as ondas que "saem" do orifício são praticamente circulares, como se no centro do orifício existisse uma única fonte secundária gerando ondas circulares. Veja a seguir. Observe que a onda invade toda a região de "sombra" destacada na cor cinza.



### 3) $\lambda \gg d$

Se o comprimento de onda ( $\lambda$ ) é muito maior que a largura da fenda ( $d$ ), não haverá difração. Ou seja, toda a onda é refletida pelo obstáculo como se o orifício não existisse. Isso acontece mesmo se a barreira tiver vários orifícios. Veja a seguir.



Se a onda encontrar uma barreira (obstáculo), em vez de uma fenda, o seu comportamento apresentará duas importantes diferenças em comparação com a difração em um orifício. Se as dimensões do obstáculo e o comprimento de onda da onda forem da mesma ordem de grandeza, a difração é acentuada e a onda vai contornar o obstáculo, invadindo toda a "sombra" produzida por ele, de forma semelhante à difração no orifício de mesma dimensão do comprimento de onda. Por outro lado, se as dimensões da barreira são muito maiores que o comprimento de onda, a parte da onda que chega às laterais do obstáculo segue direto sem sofrer difração perceptível, e a região de "sombra" não é invadida pela onda. E, por último, se a onda incide em uma barreira de dimensões muito menores que o comprimento de onda, a onda vai seguir o seu trajeto normal. Ou seja, o obstáculo não interfere na trajetória da onda e nenhuma difração é observada.

A tabela a seguir mostra o valor do comprimento de onda de três ondas muito conhecidas. Com base nesses valores, vamos analisar a difração de tais ondas.

Onda	Comprimento de onda ( $\lambda$ )
Som	1,7 cm a 17 m
Luz	$4,0 \times 10^{-7}$ mm a $7,0 \times 10^{-7}$ mm
Micro-ondas de um forno	$\sim 12$ cm

Considere duas pessoas, uma de cada lado de um muro de 2,0 m de altura e 30 cm de espessura. Elas podem se ouvir, mas não podem se ver. É fácil perceber o motivo. O comprimento de onda do som da voz de uma pessoa é da mesma ordem de grandeza das dimensões do muro. Dessa forma, o som difrata bastante e atinge a pessoa do outro lado. As dimensões do muro, por sua vez, são muito maiores que o comprimento de onda da luz refletida pelas pessoas. Dessa forma, essa onda passa pela parte superior do muro, sem sofrer difração perceptível, e não chega à pessoa do outro lado.

O forno de micro-ondas tem uma tampa com furinhos da ordem de 1,0 mm. Quando ele é acionado, e a luz interna se acende, podemos ver os alimentos em seu interior. Isso acontece porque o furinho da tampa tem diâmetro muito maior que o comprimento de onda da luz. Assim, esta passa pelo orifício sem sofrer difração acentuada, o que nos permite uma visão distinta dos objetos no interior do forno.

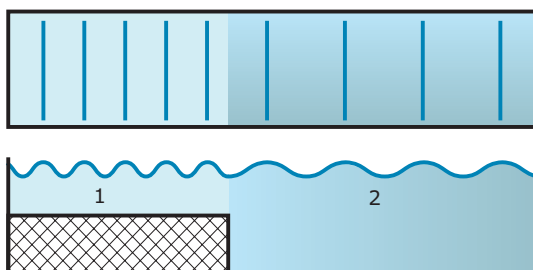


**PARA REFLETIR**

Por que as micro-ondas do forno não atravessam a tampa do aparelho?

**EXERCÍCIO RESOLVIDO**

**01.** Dentro de uma cuba de ondas, contendo água, foi colocado um bloco de modo a formar duas regiões de profundidades diferentes. As figuras a seguir mostram, numa vista superior e lateral, respectivamente, as ondas que se propagam na água, a partir da esquerda. O oscilador que produz as ondas vibra com uma frequência de 2,0 Hz. Os comprimentos de onda, nas partes rasa (1) e profunda (2), são 10 cm e 20 cm, respectivamente.



- A) Determinar a velocidade das ondas em cada região.
- B) A velocidade da onda na água depende, basicamente, da profundidade da água ( $h$ ) e da aceleração da gravidade ( $g$ ). Com base na análise dimensional, no Sistema Internacional (SI), determinar a proporcionalidade entre a velocidade da onda e as grandezas citadas.

**Resolução:**

A) A frequência das ondas é imposta pelo gerador. Assim, a frequência da onda nas duas regiões é igual à da fonte:

$$f_1 = f_2 = f_{\text{FONTE}} = 2,0 \text{ Hz}$$

Usando  $v = \lambda f$ , temos:

$$v_1 = 0,10 \cdot 2,0 \Rightarrow v_1 = 0,20 \text{ m/s}$$

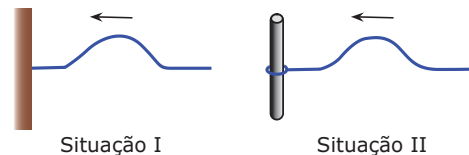
$$v_2 = 0,20 \cdot 2,0 \Rightarrow v_2 = 0,40 \text{ m/s}$$

B) A unidade de velocidade é  $[v] = \text{m/s}$ , da aceleração da gravidade é  $[g] = \text{m/s}^2$ , e da profundidade é  $[h] = \text{m}$ . Como queremos obter m/s, devemos multiplicar as grandezas e extrair a sua raiz quadrada, ou seja:

$$[v] = \sqrt{\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{m}} = \sqrt{\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} = \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow v \propto \sqrt{gh}$$

**EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO**

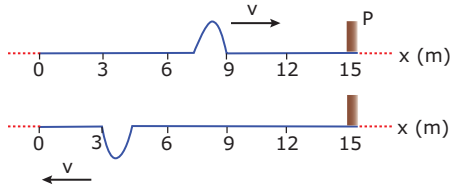
**01.** (UFF-RJ) A figura representa a propagação de dois pulsos em cordas idênticas e homogêneas. A extremidade esquerda da corda, na situação I, está fixa na parede e, na situação II, está livre para deslizar, com atrito desprezível, ao longo de uma haste.



Identifique a opção em que estão **MAIS BEM** representados os pulsos refletidos nas situações I e II.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

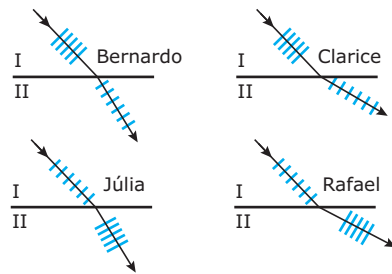
- 02.** (UFC) A figura mostra duas fotografias de um mesmo pulso que se propaga em uma corda de 15 m de comprimento e densidade uniforme, tensionada ao longo da direção  $x$ . As fotografias foram tiradas em dois instantes de tempo, separados de 1,5 segundo. Durante esse intervalo de tempo, o pulso sofreu uma reflexão na extremidade da corda que está fixa na parede P.



Observando as fotografias, verificamos que a velocidade de propagação do pulso na corda, suposta constante, é

A) 4 m/s.                      C) 8 m/s.                      E) 12 m/s.  
 B) 6 m/s.                      D) 10 m/s.

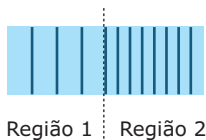
- 03.** (UFMG) Uma onda sofre refração ao passar de um meio I para um meio II. Quatro estudantes, Bernardo, Clarice, Júlia e Rafael, traçaram os diagramas mostrados na figura para representar esse fenômeno. Nesses diagramas, as retas paralelas representam as cristas das ondas e as setas, a direção de propagação da onda.



Os estudantes que traçaram um diagrama coerente com as leis da refração foram

A) Bernardo e Rafael.                      C) Júlia e Rafael.  
 B) Bernardo e Clarice.                      D) Clarice e Júlia.

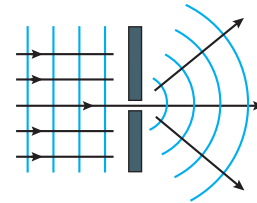
- 04.** (UFV-MG-2006) A figura a seguir representa uma fotografia aérea de um canal onde uma onda se propaga na superfície da água, da região 1 para a região 2. As linhas contínuas e paralelas representam as cristas das ondas.



Comparando com a região 1, é **CORRETO** afirmar que na região 2

A) a frequência da onda é maior.  
 B) a velocidade de propagação da onda é menor.  
 C) o comprimento de onda é maior.  
 D) a razão entre a velocidade e a frequência é maior.  
 E) a razão entre a velocidade e a frequência é a mesma.

- 05.** (UFAL) Na figura a seguir, está representada a propagação de uma onda que atinge um obstáculo no qual é feito um orifício.

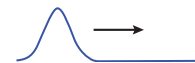


Sobre o fenômeno reproduzido na figura, analise as afirmações:

( ) O fenômeno reproduzido na figura chama-se refração.  
 ( ) Ondas luminosas não se comportam como a onda reproduzida na figura.  
 ( ) O fenômeno reproduzido na figura explica por que ouvimos o som emitido por uma fonte mesmo que, entre nós e a fonte, exista, por exemplo, um muro de concreto.  
 ( ) Apenas ondas propagando-se em meio material se comportam como o modelo reproduzido na figura.  
 ( ) Quanto maior for a largura do orifício, menos será possível observar o fenômeno reproduzido na figura.

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

- 01.** (UNIFESP-2008) A figura representa um pulso se propagando em uma corda.



Pode-se afirmar que, ao atingir a extremidade dessa corda, o pulso se reflete

A) se a extremidade for fixa e se extingue se a extremidade for livre.  
 B) se a extremidade for livre e se extingue se a extremidade for fixa.  
 C) com inversão de fase se a extremidade for livre e com a mesma fase se a extremidade for fixa.  
 D) com inversão de fase se a extremidade for fixa e com a mesma fase se a extremidade for livre.  
 E) com mesma fase, seja a extremidade livre ou fixa.

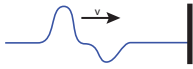
- 02.** (UCSal-BA) O esquema representa um pulso que se propaga numa mola de extremidades fixas. A seta indica o sentido de propagação.



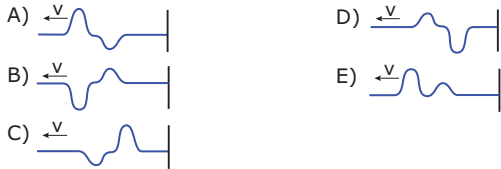
Entre os esquemas a seguir, o que corresponde ao pulso refletido é

A)                      D)   
 B)                      E)   
 C)

03. (PUC Rio) Um pulso com a forma mostrada na figura a seguir propaga-se com uma velocidade constante ( $v$ ) ao longo de uma corda que tem a sua extremidade presa a uma parede.



Qual das opções **MELHOR** apresenta a forma que o pulso terá após refletir-se na extremidade fixa da corda?



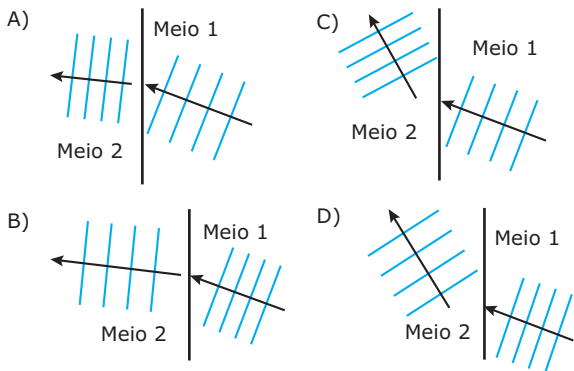
04. (UFMG-2008) Quando uma onda sonora incide na superfície de um lago, uma parte dela é refletida e a outra é transmitida para a água.

Sejam  $f_I$  a frequência da onda incidente,  $f_R$  a frequência da onda refletida e  $f_T$  a frequência da onda transmitida para a água.

Considerando-se essas informações, é **CORRETO** afirmar que

- A)  $f_R = f_I$  e  $f_T > f_I$ .      C)  $f_R = f_I$  e  $f_T = f_I$ .  
 B)  $f_R < f_I$  e  $f_T > f_I$ .      D)  $f_R < f_I$  e  $f_T = f_I$ .

05. (FCMMG) Uma onda plana é emitida na superfície de um líquido (meio 1) e atinge, após alguns instantes, uma região de maior profundidade (meio 2). Nas figuras a seguir, cada grupo de quatro retas representa as cristas das ondas e a seta, o sentido de propagação dessas ondas. O diagrama que **MELHOR** representa a disposição das cristas das ondas nos dois meios é



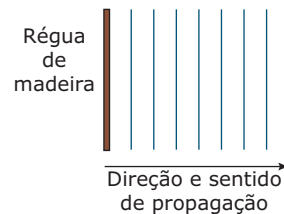
06. (UFV-MG-2009) Uma onda luminosa monocromática proveniente do ar passa a se propagar no vidro. Lembrando que a velocidade de propagação da luz no vidro é menor que no ar, é **CORRETO** afirmar que, no vidro,

- A) o comprimento de onda da luz será menor que no ar.  
 B) a frequência da luz será maior que no ar.  
 C) a frequência da luz será menor que no ar.  
 D) o comprimento de onda da luz será o mesmo que no ar.

07. (PUC RS) A velocidade de uma onda sonora no ar é 340 m/s, e seu comprimento de onda é 0,340 m. Passando para outro meio, onde a velocidade do som é o dobro (680 m/s), os valores da frequência e do comprimento de onda no novo meio serão, respectivamente,

- A) 400 Hz e 0,340 m.  
 B) 500 Hz e 0,340 m.  
 C) 1 000 Hz e 0,680 m.  
 D) 1 200 Hz e 0,680 m.  
 E) 1 360 Hz e 1,360 m.

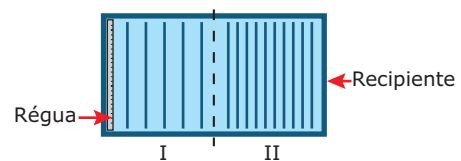
08. (UFMG) Para se estudar as propriedades das ondas num tanque de água, faz-se uma régua de madeira vibrar regularmente, tocando a superfície da água e produzindo uma série de cristas e vales que se deslocam da esquerda para a direita. Retirando-se uma certa quantidade de água do tanque, a velocidade das ondas torna-se menor.



Nessas condições, pode-se afirmar que

- A) a frequência da onda aumenta, e o seu comprimento de onda também aumenta.  
 B) a frequência da onda diminui, e o comprimento de onda também diminui.  
 C) a frequência da onda não se altera, e o seu comprimento de onda aumenta.  
 D) a frequência da onda não se altera, e o seu comprimento de onda diminui.  
 E) a frequência da onda não se altera, e o seu comprimento de onda também não se altera.

09. (UFMG-2009) Numa aula no laboratório de Física, o professor faz, para seus alunos, a experiência que se descreve a seguir. Inicialmente, ele enche de água um recipiente retangular, em que há duas regiões - I e II -, de profundidades diferentes. Esse recipiente, visto de cima, está representado nesta figura:



No lado esquerdo da região I, o professor coloca uma régua a oscilar verticalmente, com frequência constante, de modo a produzir um trem de ondas. As ondas atravessam a região I e propagam-se pela região II, até atingirem o lado direito do recipiente. Na figura, as linhas representam as cristas de onda dessas ondas. Dois dos alunos que assistem ao experimento fazem, então, estas observações:

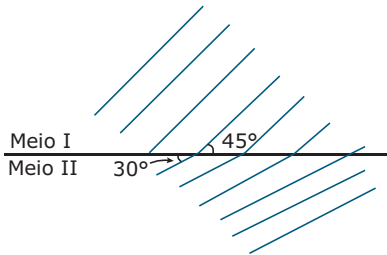


- Bernardo: "A frequência das ondas na região I é menor que na região II."
- Rodrigo: "A velocidade das ondas na região I é maior que na região II."

Considerando-se essas informações, é **CORRETO** afirmar que

- A) apenas a observação do Bernardo está certa.
- B) apenas a observação do Rodrigo está certa.
- C) ambas as observações estão certas.
- D) nenhuma das duas observações está certa.

- 10.** (UNIRIO-RJ) Um vibrador produz ondas planas na superfície de um líquido com frequência  $f = 10$  Hz e comprimento de onda  $\lambda = 28$  cm. Ao passarem do meio I para o meio II, como mostra a figura, foi verificada uma mudança na direção de propagação das ondas.



Dados:  $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = 0,5$ ;  
 $\sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \sqrt{3}/2$ ;  
 $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \sqrt{2}/2$  e considere  $\sqrt{2} = 1,4$ .

No meio II, os valores da frequência e do comprimento de onda serão, respectivamente, iguais a

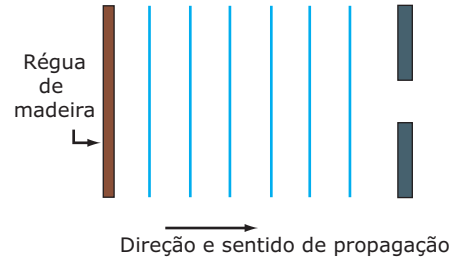
- A) 10 Hz; 14 cm.
- B) 10 Hz; 20 cm.
- C) 10 Hz; 25 cm.
- D) 15 Hz; 14 cm.
- E) 15 Hz; 25 cm.

- 11.** (UFC) Para que ocorra difração, a onda deve encontrar
- A) um obstáculo de dimensões muito menores que seu comprimento de onda.
  - B) uma fenda de dimensões muito maiores que seu comprimento de onda.
  - C) uma fenda de dimensões muito menores que seu comprimento de onda.
  - D) uma fenda ou obstáculo de dimensões da mesma ordem de grandeza do seu comprimento de onda.

- 12.** (UFMG) O muro de uma casa separa Laila de sua gatinha. Laila ouve o miado da gata, embora não consiga enxergá-la. Nessa situação, Laila pode ouvir, mas não pode ver sua gata, porque
- A) a onda sonora é uma onda longitudinal e a luz é uma onda transversal.
  - B) a velocidade da onda sonora é menor que a velocidade da luz.
  - C) a frequência da onda sonora é maior que a frequência da luz visível.
  - D) o comprimento de onda do som é maior que o comprimento de onda da luz visível.

- 13.** (UFMG) Para se estudar as propriedades das ondas num tanque de água, faz-se uma régua de madeira vibrar regularmente, tocando a superfície da água e produzindo uma série de cristas e de vales que se deslocam da esquerda para a direita.

Na figura a seguir, estão esquematizadas duas barreiras verticais separadas por uma distância aproximadamente igual ao comprimento de onda das ondas.



Após passar pela abertura, a onda apresenta modificação

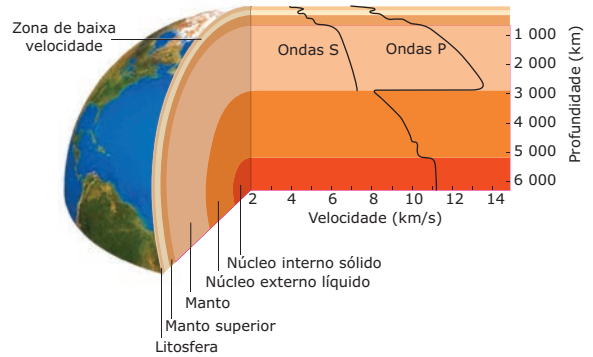
- A) em sua forma e em seu comprimento de onda.
  - B) em sua forma e em sua velocidade.
  - C) em sua velocidade e em seu comprimento de onda.
  - D) somente em sua forma.
  - E) somente em sua velocidade.
- 14.** (Fatec-SP-2010) Um forno de micro-ondas tem em sua porta uma grade junto ao vidro, com espaços vazios menores que o comprimento de onda das micro-ondas, a fim de não permitir que essas ondas atravessem a porta. Supondo a frequência de 2,45 GHz ( $G = \text{Giga} = 10^9$ ) e a velocidade de propagação de uma onda eletromagnética de  $3 \times 10^8$  m/s, o comprimento de onda das micro-ondas será, aproximadamente, em cm, de
- A) 2.
  - B) 5.
  - C) 8.
  - D) 10.
  - E) 12.

- 15.** (UFOP-MG-2007) As sentenças a seguir se referem a situações que são explicadas pelas leis da reflexão e / ou da refração, **EXCETO**
- A) O pescador situado à beira do rio vê o peixe nadando dentro da água. O que o pescador está vendo é a imagem virtual do peixe formada acima da posição ocupada pelo peixe.
  - B) A luz branca do Sol dispersa em gotículas de água em suspensão na atmosfera durante ou após a chuva, formando o arco-íris.
  - C) A fibra óptica é um material que permite transmitir a luz de uma fonte luminosa de um ponto a outro. Esse é o princípio básico de funcionamento de um endoscópio que permite ao médico visualizar o interior do estômago de um paciente.
  - D) Um menino está de um lado do muro alto de sua casa ouvindo a conversa das garotas que estão do outro lado do muro.

- 16.** (UFG–2010) Uma estação de rádio emite ondas médias na faixa de 1 MHz com comprimento de onda de 300 m. Essa radiação contorna facilmente obstáculos como casas, carros, árvores, etc., devido ao fenômeno físico da
- A) difração.      C) reflexão.      E) difusão.  
 B) refração.      D) interferência.
- 17.** (UFLA-MG–2009) Uma onda sonora passa do ar para a água. Pode-se afirmar que
- A) sua velocidade de propagação aumenta, sua frequência diminui e seu comprimento de onda também diminui.  
 B) sua velocidade de propagação diminui, sua frequência não se altera e seu comprimento de onda aumenta.  
 C) sua velocidade de propagação aumenta, sua frequência não muda e seu comprimento de onda aumenta.  
 D) sua velocidade de propagação não se altera, sua frequência aumenta e seu comprimento de onda diminui.

- Ondas P (ou primárias) – movimentam as partículas do solo, comprimindo-as e dilatando-as. A direção do movimento das partículas é paralela à direção de propagação da onda;
- Ondas S (ou secundárias) – movimentam as partículas do solo perpendicularmente à direção da propagação da onda.

A figura a seguir mostra como varia a velocidade das ondas em função da profundidade.



Com base na análise do texto e da figura, podemos concluir que

- A) as ondas S são sempre mais rápidas que as ondas P.  
 B) as ondas S são longitudinais.  
 C) as ondas P são transversais.  
 D) as ondas P, à medida que se propagam, possuem sempre velocidades crescentes.  
 E) as ondas S e P sofrem refração no interior do planeta Terra.

## SEÇÃO ENEM

- 01.** (Enem–2009) A ultrassonografia, também chamada de ecografia, é uma técnica de geração de imagens muito utilizada em Medicina. Ela se baseia na reflexão que ocorre quando um pulso de ultrassom, emitido pelo aparelho colocado em contato com a pele, atravessa a superfície que separa um órgão do outro, produzindo ecos que podem ser captados de volta pelo aparelho. Para a observação de detalhes no interior do corpo, os pulsos sonoros emitidos têm frequências altíssimas, de até 30 MHz, ou seja, 30 milhões de oscilações a cada segundo.
- A determinação de distâncias entre órgãos do corpo humano feita com esse aparelho fundamenta-se em duas variáveis imprescindíveis:
- A) A intensidade do som produzido pelo aparelho e a frequência desses sons.  
 B) A quantidade de luz usada para gerar as imagens no aparelho e a velocidade do som nos tecidos.  
 C) A quantidade de pulsos emitidos pelo aparelho a cada segundo e a frequência dos sons emitidos pelo aparelho.  
 D) A velocidade do som no interior dos tecidos e o tempo entre os ecos produzidos pela superfícies dos órgãos.  
 E) O tempo entre os ecos produzidos pelos órgãos e a quantidade de pulsos emitidos a cada segundo pelo aparelho.
- 02.** Terremotos, ou sismos, são tremores bruscos e passageiros que acontecem na superfície da Terra, causados por choques subterrâneos de placas rochosas da crosta terrestre. Esses choques liberam uma grande quantidade de energia, a qual se propaga pela Terra, em todas as direções, por meio de ondas elásticas.
- Diversos tipos de ondas elásticas são produzidos quando ocorre um terremoto. Os tipos mais importantes são:

## GABARITO

### Fixação

01. B      03. D      05. F F V F V  
 02. E      04. B

### Propostos

01. D      10. B  
 02. A      11. D  
 03. D      12. D  
 04. C      13. D  
 05. D      14. E  
 06. A      15. D  
 07. C      16. A  
 08. D      17. C  
 09. B

### Seção Enem

01. D  
 02. E

A interferência, assim como a difração, é um fenômeno estritamente ondulatório. Assim, apenas as ondas, ou partículas que possuam comportamento ondulatório, podem sofrer interferência. Esse fenômeno é comum no nosso dia a dia e muitos são os exemplos de interferência na natureza. As belas cores na cauda de um pavão, por exemplo, são explicadas pela interferência da luz. Como é um fenômeno complexo, vamos analisar a interferência com o mínimo de abordagem matemática.

O fenômeno da interferência é consequência de um princípio simples chamado de Princípio da Superposição. Nesta Coleção, vamos tratar apenas das ondas para as quais esse princípio é válido. A superposição ocorre quando dois ou mais pulsos ocupam, num dado instante, o mesmo lugar no espaço.

### PRINCÍPIO DA SUPERPOSIÇÃO

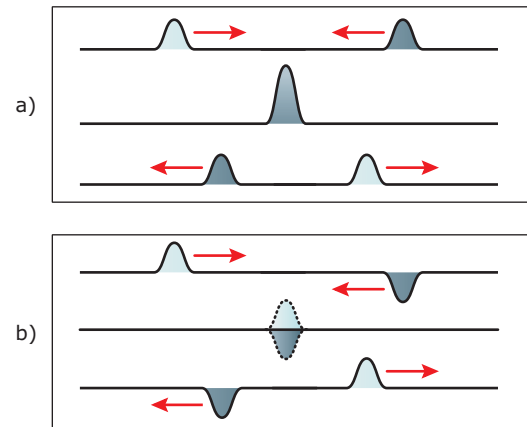
O Princípio da Superposição pode ser usado tanto para as ondas transversais quanto para as longitudinais. Vamos começar com a superposição de dois pulsos unidimensionais numa corda elástica, por exemplo. Quando dois pulsos se cruzam, numa certa posição e num dado instante, os seus efeitos se sobrepõem. Assim, cada ponto do meio deve deslocar-se, naquele instante, de acordo com a "resultante" dos efeitos individuais de cada pulso. O efeito resultante pode fazer com que o deslocamento de cada ponto da corda seja maior ou menor do que aquele que ela teria se apenas um pulso se propagasse.

Sejam  $x$  a elongação resultante da corda com os pulsos superpostos e  $x_1$  e  $x_2$  as elongações da corda devido a cada pulso individual. Se os pulsos têm:

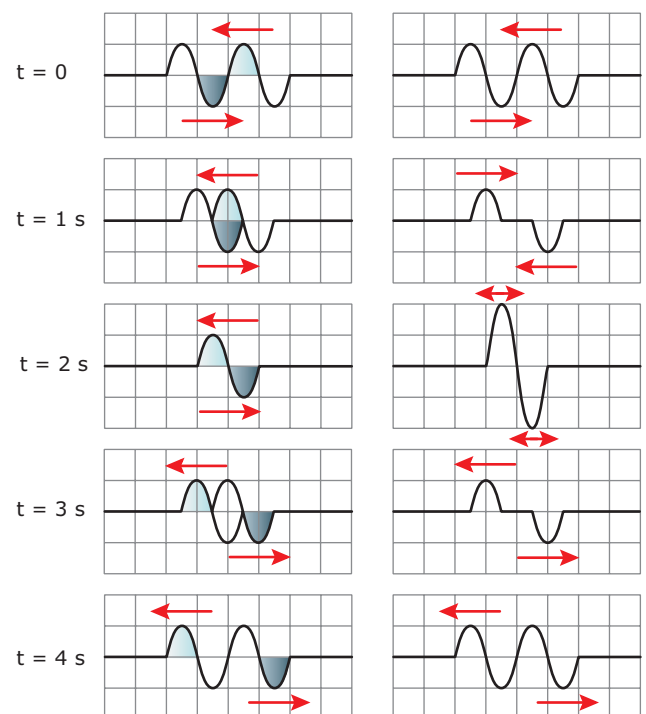
1 - Elongações de mesmo sinal  $\Rightarrow x = x_1 + x_2$

2 - Elongações de sinais opostos  $\Rightarrow x = x_1 - x_2$

A interferência, que acontece devido à superposição dos pulsos, pode ser de dois tipos. Se as elongações de um determinado ponto do meio, devido a cada comando individual, são somadas, a interferência é chamada de construtiva. Se as elongações são subtraídas, ela é chamada de interferência destrutiva. Um fato importante da interferência diz respeito ao que acontece com cada pulso após a superposição deles. Independentemente do tipo de interferência (construtiva ou destrutiva), após a superposição dos pulsos, cada um segue o seu caminho com as mesmas características originais. Ou seja, cada pulso mantém inalterados a forma, a velocidade, a frequência e o comprimento de onda. Veja a seguir a superposição de dois pulsos transversais em fase (a) e em oposição de fase (b).



Considere dois pulsos completos, com a mesma amplitude e em oposição de fase, que se propagam em sentidos opostos ao longo de uma corda elástica, em cinco instantes de tempo. Considere cada quadriculado da figura a seguir com dimensões 2 cm  $\times$  2 cm e que a velocidade de cada pulso seja igual a 1,0 cm/s. Dessa forma, a cada segundo, os pulsos caminham 1,0 cm. Cada figura da direita, em cada um dos instantes, mostra a onda resultante e, claro, a forma que a corda assume devido à superposição dos pulsos.

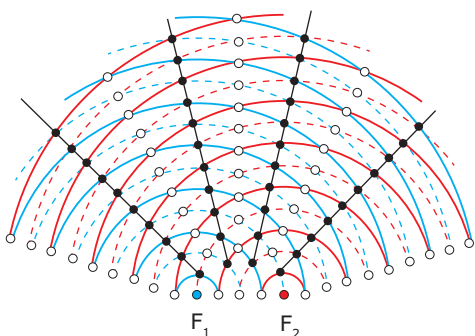


No instante  $t = 2 \text{ s}$ , as cristas e os vales dos dois pulsos se superpõem. Dessa forma, a onda resultante apresenta amplitude igual a  $4,0 \text{ cm}$ . Nos instantes  $t = 1 \text{ s}$  e  $t = 3 \text{ s}$ , a crista de um pulso se sobrepõe ao vale do outro e vice-versa. Assim, o efeito resultante é uma amplitude nula. Nesse caso, a interferência é destrutiva total. Você deve desenhar, em casa, as ondas resultantes, nos cinco instantes mostrados anteriormente, para dois pulsos em concordância de fase.

## INTERFERÊNCIA DE ONDAS BIDIMENSIONAIS

Da mesma forma que ocorre com ondas unidimensionais, as ondas bidimensionais (ou tridimensionais) também sofrem interferência quando ocorre a superposição dos pulsos, no mesmo instante e em cada ponto do meio, gerados por uma ou por mais de uma fonte de ondas.

A figura a seguir mostra duas ondas, geradas por duas fontes  $F_1$  e  $F_2$ , que se propagam na água contida em uma cuba de ondas. Considere que as fontes sejam coerentes, ou seja, que elas produzam ondas com a mesma frequência e em concordância de fase. Assim, o comprimento de onda é o mesmo para as duas ondas. As linhas cheias e pontilhadas representam, respectivamente, as cristas e os vales das ondas. Considere que as duas ondas foram geradas com a mesma amplitude ( $A$ ).

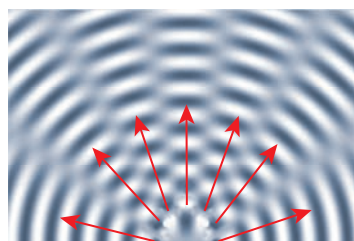


Essa figura mostra um padrão de interferência. Observe que os pontos pretos indicam posições em que a interferência é destrutiva total (cristas e vales superpostos). Nesses pontos, a todo instante, a amplitude é sempre nula. A linha que une tais pontos (linha preta na figura) é chamada de linha nodal. Em todos os pontos dessas linhas temos, sempre, uma interferência destrutiva total e, portanto, a água permanece em repouso. Uma rolha, por exemplo, colocada em qualquer ponto da linha nodal não oscila, ou seja, existe um padrão ou um modelo para a interferência.

As bolinhas brancas mostram pontos do meio em que a interferência é totalmente construtiva (superposições de crista com crista ou de vale com vale). Nesses pontos,

a amplitude resultante é máxima, e a água tem a sua maior oscilação. Um objeto flutuante, colocado em qualquer um desses pontos, oscila para cima e para baixo com uma amplitude  $2A$ . A região compreendida entre duas linhas nodais é chamada de região ventral. Nela, a água está oscilando, para cima e para baixo, com variadas amplitudes.

A fotografia a seguir mostra o padrão de interferência discutido na figura anterior.

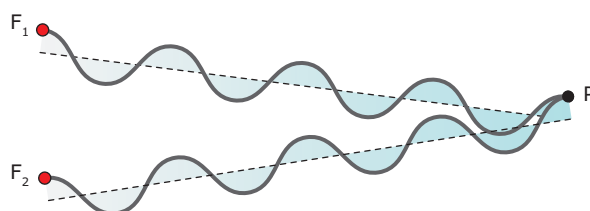


Observe que a fotografia mostra seis linhas nodais. Na linha central das regiões ventrais, as partes claras correspondem a superposições de cristas e as escuras, à superposição de vales. Na região ventral, temos a noção do deslocamento das ondas no sentido das setas vermelhas.

As ondas tridimensionais também apresentam padrão de interferência semelhante. A diferença está no fato de que elas, por se propagarem nas três dimensões do espaço, podem formar superfícies nodais (em vez de linhas) e regiões ventrais espaciais (e não planas). Devido à dificuldade de se desenhar tais padrões, eles serão omitidos.

## CONDIÇÕES DE INTERFERÊNCIA

Vamos tratar apenas das interferências construtiva ou destrutiva total. Considere duas fontes  $F_1$  e  $F_2$  emitindo ondas em concordância de fase e que se deslocam pelo meio de propagação com comprimento de onda ( $\lambda$ ). Essas ondas se superpõem em um ponto  $P$ , como mostra a figura a seguir. Observe que o ponto  $P$  é atingido, simultaneamente, por duas cristas e, dessa forma, a interferência é construtiva. Observe que cada onda percorre uma distância igual a  $4\lambda$  até o ponto  $P$ . Se nesse ponto chegasse a crista de uma das ondas e o vale da outra, a interferência seria destrutiva. Portanto, o que define se num ponto existe interferência construtiva ou destrutiva, além da fase da onda, é a distância percorrida por cada uma delas até esse ponto. Sejam  $L_1$  e  $L_2$  as distâncias das fontes 1 e 2 até o ponto  $P$ , respectivamente.



Para fontes que geram ondas em concordância de fase, a interferência será:

- 1 - Construtiva, se  $|L_1 - L_2| = n\lambda$
- 2 - Destrutiva, se  $|L_1 - L_2| = (n + \frac{1}{2})\lambda$

Para fontes que geram ondas em oposição de fase, a interferência será:

- 1 - Construtiva, se  $|L_1 - L_2| = (n + \frac{1}{2})\lambda$
- 2 - Destrutiva, se  $|L_1 - L_2| = n\lambda$

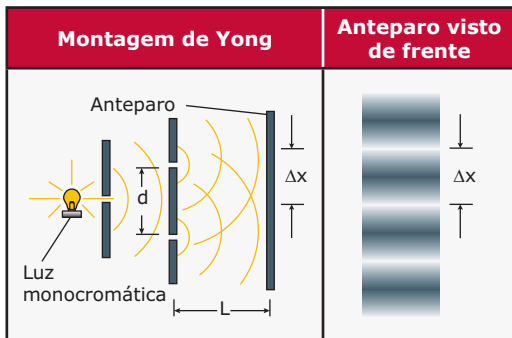
Nessas relações,  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

**OBSERVAÇÃO**

Se um ponto é atingido por uma onda que chega direto de uma fonte e por outra emitida pela mesma fonte, mas que sofreu uma reflexão com inversão de fase, devemos usar as relações de interferência para fontes em oposição de fase.

## INTERFERÊNCIA COM A LUZ

O físico inglês Thomas Young, em 1800, conseguiu, pela primeira vez, produzir interferência com a luz. A figura a seguir mostra o esquema da montagem usada por Young e a visão do anteparo que recebe as ondas.



A luz emitida pela fonte de luz monocromática sofre difração ao passar pelos orifícios e sofre o fenômeno de interferência exibido no anteparo. Observe o padrão de interferência, constituído por faixas (franjas) claras e escuras. As franjas claras são regiões onde ocorre interferência construtiva, enquanto nas franjas escuras ocorre interferência destrutiva. Vamos chamar de  $\Delta x$  a distância entre duas franjas claras (ou escuras) consecutivas, de  $d$  a distância entre as duas fendas e de  $L$  a distância entre as fendas e o anteparo de projeção das franjas de interferência. Usando a semelhança de triângulos (não mostrados na figura), é possível provar que:

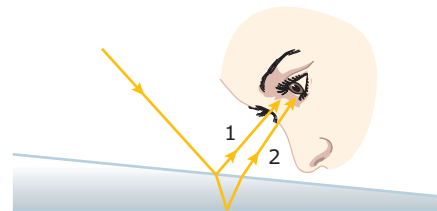
$$\lambda = \Delta x \cdot d / L$$

Em que  $\lambda$  é o comprimento da luz emitida pela lâmpada. Para realizar essa experiência, é necessário que o tamanho dos orifícios seja muito pequeno e que a distância  $L$  seja muito maior que a distância entre os orifícios onde ocorrem a segunda difração. Medindo-se os valores de  $\Delta x$ ,  $d$  e  $L$ , é possível determinar o comprimento de onda da luz.

A consequência mais importante dessa experiência foi a aceitação, por parte dos cientistas da época, de que a luz apresenta um comportamento ondulatório. Ou seja, em certas situações, a luz comporta-se como uma onda. Até então, era considerado que a luz possuía caráter corpuscular. Essa diferença será mais bem discutida em Física Moderna.

Uma outra situação em que acontece o fenômeno de interferência da luz, muito interessante, ocorre quando ela incide em películas finas e transparentes. Você já deve ter notado que aparecem diversas cores numa bolha de sabão, num CD ou numa película de óleo, quando iluminados com luz branca. Veja como isso acontece.

Considere uma película de espessura variável (por exemplo, uma fina placa de vidro) iluminada com luz do Sol. A luz incidente é parcialmente refletida na superfície superior e uma outra parte dela, que penetra no vidro, é refletida pela superfície inferior. Veja a seguir.



O observador recebe duas ondas que percorrem distâncias diferentes até o seu olho. Considere a espessura da lâmina, no ponto de incidência, igual a  $d$ . Assim, existe uma diferença de caminhos (igual a  $2d$ ) entre as ondas refletidas 1 e 2 até chegarem ao observador. Dessa forma, algumas radiações sofrem interferência construtiva e outras vão apresentar interferência destrutiva. O observador percebe a película na cor da radiação que apresenta interferência construtiva. Como a espessura da película é variável, o observador vai notar cores diferentes em lugares distintos da película.

## EXERCÍCIO RESOLVIDO

01. Os alunos de uma escola foram solicitados a repetir a experiência de Young a fim de determinar o comprimento de onda da luz vermelha ( $\lambda = 6,5 \times 10^{-7}$  m). Depois de várias tentativas, eles conseguiram estabelecer medidas que permitiram calcular o resultado. Eles colaram uma fita isolante numa placa de vidro e, com uma lâmina de barbear, fizeram dois cortes nessa fita, espaçados por 0,20 mm. Eles pegaram uma caneta laser e direcionaram a luz para as fendas obtidas na fita isolante. O anteparo, onde se formaram as franjas de interferência, foi colocado a 6,5 m da placa de vidro. Nele, as franjas escuras de interferência destrutiva estavam espaçadas 2,0 cm. Determinar o valor obtido pelos estudantes para o comprimento de onda da luz vermelha do laser. Calcular o erro percentual (EP) cometido pelos estudantes na medição realizada.

**Resolução:**

Na montagem de Young, a relação entre a distância do anteparo (L), a distância entre as fendas (d), a largura entre as franjas de interferência consecutivas ( $\Delta x$ ) e o comprimento de onda ( $\lambda$ ) é:

$$\lambda = d\Delta x/L \Rightarrow \lambda = (0,02 \text{ cm} \cdot 2,0 \text{ cm})/650 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \lambda = 6,15 \times 10^{-5} \text{ cm} \Rightarrow \lambda \cong 6,2 \times 10^{-7} \text{ m}$$

A diferença entre o valor correto e o valor medido é:

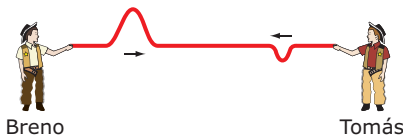
$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_M = 6,5 \times 10^{-7} \text{ m} - 6,2 \times 10^{-7} \text{ m} = 0,3 \times 10^{-7} \text{ m}$$

Assim, o erro percentual (EP) foi de:

$$EP = (\Delta\lambda / \lambda)100\% = 4,6\%$$

## EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

- 01.** (UFMG) A figura mostra pulsos produzidos por Breno e Tomás nas extremidades de uma corda. O pulso produzido por Breno tem maior amplitude que o produzido por Tomás. As setas indicam os sentidos de seus movimentos. Assinale a alternativa que contém a **MELHOR** representação dos pulsos, logo depois de se encontrarem.



- A) C) B) D)

- 02.** (UFMG-2010) Na figura I, estão representados os pulsos P e Q, que estão se propagando em uma corda e se aproximam um do outro com velocidades de mesmo módulo. Na figura II, está representado o pulso P, em um instante t, posterior, caso ele estivesse se propagando sozinho.

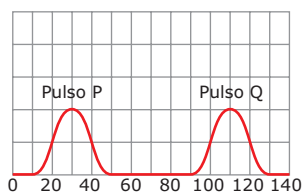


Figura I

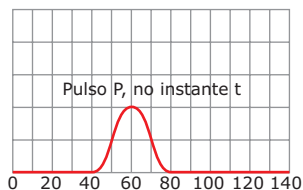
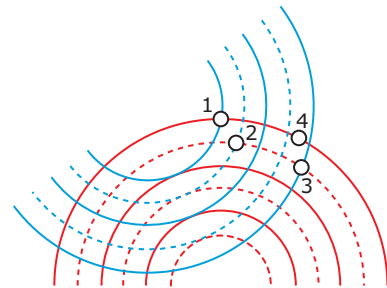


Figura II

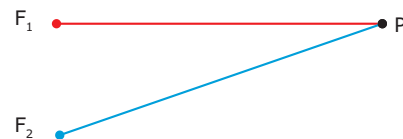
A partir da análise dessas informações, assinale a alternativa em que a forma da corda no instante t está **CORRETAMENTE** representada.

- A) C) B) D)

- 03.** (UEL-PR-2010) A figura a seguir representa uma área coberta pela radiação eletromagnética emitida por duas antenas. Considerando que a radiação eletromagnética é uma onda e que, nesta questão, essa onda está representada pelos semicírculos, cujas cristas são os traços cheios e os vales, os traços pontilhados, assinale a alternativa **CORRETA**.



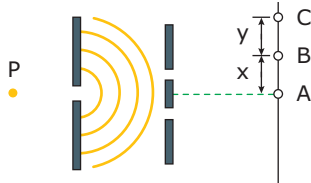
- A) No ponto 1, a amplitude resultante é mínima.  
 B) No ponto 2, a amplitude resultante é máxima.  
 C) No ponto 3, a amplitude resultante é metade do que a do ponto 1.  
 D) No ponto 4, a amplitude resultante é nula.  
 E) No ponto 2, a amplitude resultante é o dobro do que a do ponto 3.
- 04.** (UFRGS) Em um tanque de ondas, duas fontes  $F_1$  e  $F_2$  oscilam com a mesma frequência e sem diferença de fase, produzindo ondas que se superpõem no ponto P, como mostra a figura:



A distância entre  $F_1$  e P é de 80 cm e entre  $F_2$  e P é de 85 cm. Para qual dos valores de comprimento de onda das ondas produzidas por  $F_1$  e  $F_2$  ocorre um mínimo de intensidade (interferência destrutiva) no ponto P?

- A) 1,0 cm  
 B) 2,5 cm  
 C) 5,0 cm  
 D) 10 cm  
 E) 25 cm

05. Uma fonte puntual, localizada em P, emite luz monocromática em direção às barreiras. Os pontos A, B e C encontram-se no anteparo e são os pontos centrais de regiões de interferência construtiva consecutivas. As fendas são da ordem de grandeza do comprimento de onda da luz. Assim, é **CORRETO** afirmar que a relação entre  $x$  e  $y$  é



- A)  $x = y$ .
- B)  $x > y$ .
- C)  $x < y$ .
- D) um valor que depende da frequência da luz incidente.

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

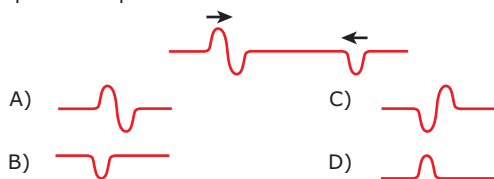
01. (UDESC-SC-2006) Dois pulsos, A e B, são produzidos em uma corda esticada que tem uma das extremidades fixada em uma parede, conforme mostra a figura a seguir.



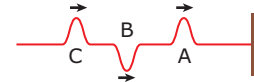
Depois de o pulso A ter sofrido reflexão no ponto da corda fixo na parede, ocorrerá interferência entre os dois pulsos. É **CORRETO** afirmar que a interferência entre esses dois pulsos é

- A) destrutiva e, em seguida, os pulsos seguirão juntos, no sentido do pulso de maior energia.
- B) destrutiva e, em seguida, cada pulso seguirá seu caminho, mantendo suas amplitudes originais.
- C) construtiva e, em seguida, os pulsos seguirão juntos, no sentido do pulso de maior energia.
- D) construtiva e, em seguida, cada pulso seguirá seu caminho, mantendo suas amplitudes originais.
- E) destrutiva e, em seguida, os pulsos deixarão de existir, devido à absorção de energia durante a interação.

02. (Cesgranrio) A figura mostra dois pulsos que se propagam em sentidos contrários ao longo de uma corda. Qual das opções a seguir representa uma configuração **POSSÍVEL**, quando os pulsos se cruzam?



03. Três pulsos, A, B e C, são produzidos em uma corda esticada, que tem uma extremidade fixada numa parede, e se deslocam conforme a figura. Quando os pulsos se superpuserem, após reflexão na parede, ocorrerá

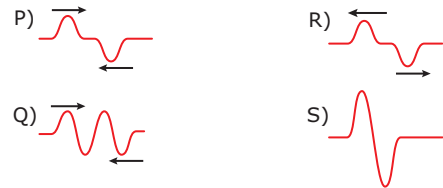


- A) três interferências, nessa ordem, construtiva, construtiva e destrutiva.
- B) três interferências, nessa ordem, construtiva, destrutiva e construtiva.
- C) quatro interferências, nessa ordem, construtiva, destrutiva, construtiva e destrutiva.
- D) quatro interferências, nessa ordem, construtiva, destrutiva, construtiva e construtiva.

04. (UFMG) Duas ondas idênticas são produzidas, ao mesmo tempo, numa corda elástica onde se propagam com velocidades constantes.

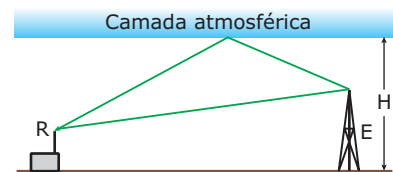


As figuras a seguir (PQRS) mostram a forma das ondas em instantes posteriores ao inicial. A ordem com que tais figuras se formaram é



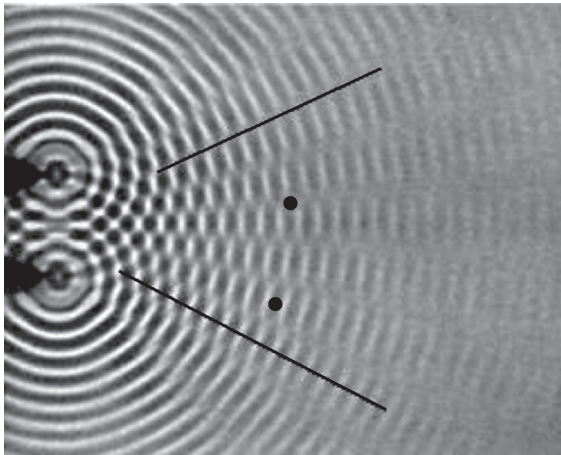
- A) PSQR.
- B) QPSR.
- C) QRSP.
- D) PSRQ.
- E) SPQR.

05. (UFV-MG) Um aparelho de rádio (R) recebe simultaneamente os sinais direto e refletido em uma camada atmosférica, provenientes de uma emissora (E). Quando a camada está a uma altura (H), o sinal é forte; à medida que a camada se desloca verticalmente a partir dessa posição, o sinal enfraquece gradualmente, passa por um mínimo e recupera gradativamente o valor inicial. Este fenômeno se deve à



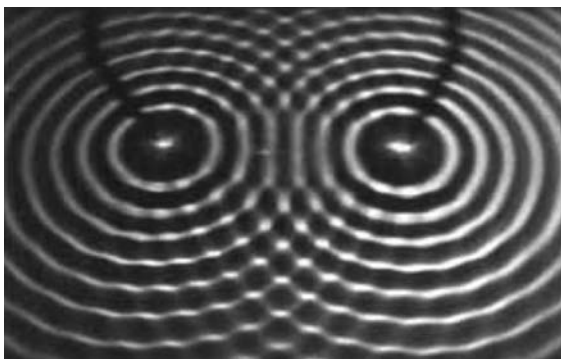
- A) interferência, entre os sinais direto e refletido, construtiva quando o sinal for máximo e destrutiva quando o sinal for mínimo.
- B) difração, pois a facilidade para o sinal contornar a camada é função da altura.
- C) absorção do sinal pela camada, que depende da sua altura em relação à Terra.
- D) variação do índice de reflexão da camada, o que é uma função da altura.

- 06.** (FCMMG–2009) A foto mostra duas fontes vibrantes produzindo ondas na superfície da água com a mesma frequência e destacando alguns elementos característicos da interferência dessas ondas.



Pode-se afirmar que, na foto,

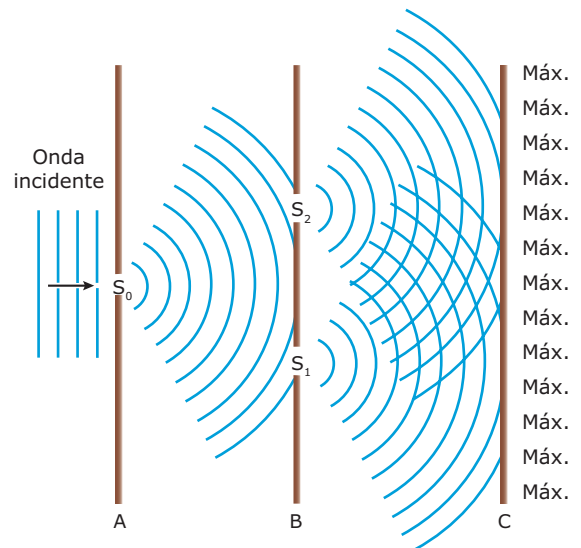
- A) o ponto inferior representa um nó.  
 B) o ponto superior representa um ventre.  
 C) a linha superior representa uma linha nodal.  
 D) a linha inferior representa uma linha com interferência destrutiva.
- 07.** (UNESP–2009) A figura mostra um fenômeno ondulatório produzido em um dispositivo de demonstração chamado tanque de ondas, que, neste caso, são geradas por dois martelinhos que batem simultaneamente na superfície da água 360 vezes por minuto. Sabe-se que a distância entre dois círculos consecutivos das ondas geradas é 3,0 cm.



Pode-se afirmar que o fenômeno produzido é a

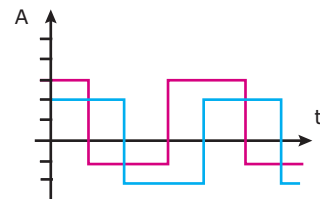
- A) interferência entre duas ondas circulares que se propagam com velocidade de 18 cm/s.  
 B) interferência entre duas ondas circulares que se propagam com velocidade de 9,0 cm/s.  
 C) interferência entre duas ondas circulares que se propagam com velocidade de 2,0 cm/s.  
 D) difração de ondas circulares que se propagam com velocidade de 18 cm/s.  
 E) difração de ondas circulares que se propagam com velocidade de 2,0 cm/s.

- 08.** (UECE–2008) Na figura a seguir, C é um anteparo e  $S_0$ ,  $S_1$  e  $S_2$  são fendas nos obstáculos A e B.



Assinale a alternativa que contém os fenômenos ópticos esquematizados na figura.

- A) Reflexão e difração  
 B) Difração e interferência  
 C) Polarização e interferência  
 D) Reflexão e interferência
- 09.** (UFC) Duas ondas ocupam a mesma região no espaço e têm amplitudes que variam com o tempo, conforme o gráfico a seguir.

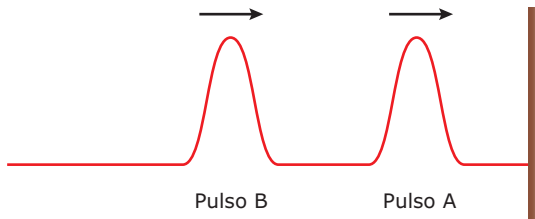


Assinale a alternativa que contém o gráfico resultante da soma dessas duas ondas.

- A) D)   
 B) E)   
 C)



- 10.** (UFSCar-SP) Dois pulsos, A e B, são produzidos em uma corda esticada, que tem uma extremidade fixada numa parede, conforme mostra a figura.



Quando os dois pulsos se superpuserem, após o pulso A ter sofrido reflexão na parede, ocorrerá interferência

- A) construtiva e, em seguida, os dois pulsos seguirão juntos no sentido do pulso de maior energia.  
 B) construtiva e, em seguida, cada pulso seguirá seu caminho, mantendo suas características originais.  
 C) destrutiva e, em seguida, os pulsos deixarão de existir, devido à absorção da energia durante a interação.  
 D) destrutiva e, em seguida, os dois pulsos seguirão juntos no sentido do pulso de maior energia.  
 E) destrutiva e, em seguida, cada pulso seguirá seu caminho, mantendo suas características originais.

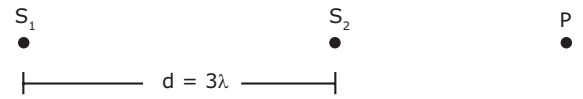
- 11.** (UFTM-MG) Sobre o fenômeno da interferência, pode-se afirmar que

- A) só ocorre com ondas mecânicas e longitudinais.  
 B) as linhas ventrais indicam interferência destrutiva.  
 C) num ponto do meio para o qual  $\Delta x = n\lambda/2$ , ocorre interferência construtiva.  
 D) não é apropriado para demonstrar o caráter ondulatório da luz.  
 E) pode ocorrer a situação na qual som + som = silêncio.

- 12.** (UEM-PR-2006) Em uma danceteria, são instalados em paredes opostas dois alto-falantes que emitem ondas sonoras iguais. É possível, estando os dois alto-falantes ligados, haver pontos na sala com silêncio, ou seja, com intensidade do som igual a zero?

- A) Não, pois, com dois alto-falantes a intensidade do som é duplicada.  
 B) Sim. Devido ao fenômeno da refração, nos pontos onde houver a superposição da crista de uma onda e o vale da outra onda, haverá silêncio.  
 C) Não, devido ao fenômeno da dispersão.  
 D) Sim. Devido ao fenômeno da interferência, nos pontos onde houver uma superposição da crista de uma onda e o vale da outra onda, haverá silêncio.  
 E) Sim. Devido ao fenômeno da polarização, nos pontos onde houver uma superposição do vale de uma onda e o vale da outra onda, haverá silêncio.

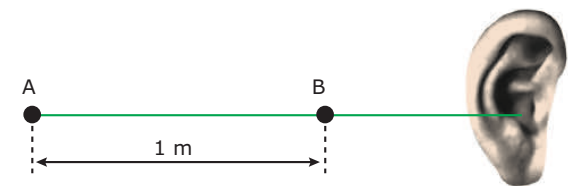
- 13.** (UFC) Duas fontes,  $S_1$  e  $S_2$ , emitem ondas sonoras, em fase, com a mesma amplitude,  $Y$ , e o mesmo comprimento de onda,  $\lambda$ . As fontes estão separadas por uma distância  $d = 3\lambda$ . Considere que a amplitude  $Y$  não varia.



A amplitude da onda resultante, no ponto P, é

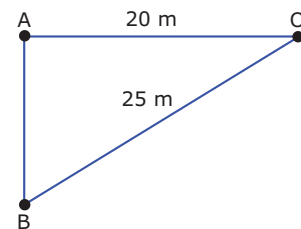
- A)  $4Y$ .  
 B)  $2Y$ .  
 C)  $0$ .  
 D)  $Y$ .  
 E)  $Y/2$ .

- 14.** (UNITAU-SP) Nos pontos A e B da figura a seguir, estão dois alto-falantes que emitem sons de mesma frequência e em fase. Se a frequência for crescendo desde cerca de 30 Hz, atingirá um valor em que o observador deixa de ouvir o som. Qual é essa frequência? (Velocidade do som no ar = 340 m/s)



- A) 70 Hz  
 B) 120 Hz  
 C) 170 Hz  
 D) 340 Hz

- 15.** (PUCPR) Um observador, situado no ponto O, recebe ondas sonoras emitidas por duas fontes situadas nos pontos A e B, idênticas, que emitem em oposição de fase.



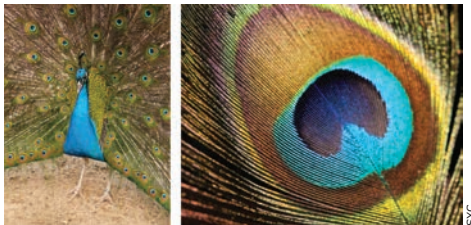
A velocidade de propagação do som emitido pelas fontes é de 340 m/s e a frequência é de 170 Hz. No ponto O, ocorre interferência

- A) destrutiva e não se ouve o som emitido pelas fontes.  
 B) construtiva e a frequência da onda sonora resultante será de 170 Hz.  
 C) construtiva e a frequência da onda sonora resultante será de 340 Hz.  
 D) construtiva e a frequência da onda sonora resultante será de 510 Hz.  
 E) destrutiva e a frequência da onda sonora nesse ponto será de 340 Hz.

## SEÇÃO ENEM

**01.** As cores que percebemos nos objetos dependem, basicamente, de dois fatores: das cores dos pigmentos que compõem o objeto propriamente dito e da luz que o ilumina. Considere um objeto que possua pigmentação exclusivamente vermelha, por exemplo. Se for iluminado por luz que contenha a radiação vermelha, seja uma luz branca ou uma monocromática vermelha, por exemplo, o objeto vai ser visto na sua própria cor, ou seja, vermelho. Se esse objeto for iluminado por qualquer luz que não tenha a radiação vermelha, ele será visto na cor preta.

O pavão é uma ave que apresenta as penas da cauda com uma profusão fantástica de cores e formas. Na época do acasalamento, ele fica saltitando de um lugar para o outro, balançando as plumas e as penas da sua calda para atrair a fêmea. As figuras a seguir mostram um pavão e, no detalhe, os ocelos que compõem a sua cauda. Nessa espécie de ave, as cores predominantes na cauda são o verde, o azul, o alaranjado e o amarelo, todas em diversas tonalidades.



Considere esse pavão num local sem iluminação natural. Caso ele seja iluminado com luz branca todas as cores mostradas serão vistas. Entretanto, se ele for iluminado com qualquer luz monocromática, a sua cauda vai se mostrar preta. Ou seja, nenhuma das cores vai aparecer e toda a sua beleza desaparece.

Marque a alternativa que mais bem explica o fato mostrado.

- A) As penas da cauda do pavão não possuem pigmentos coloridos e as cores que aparecem, quando iluminadas com luz branca, surgem por efeito da difração da luz nos espaços das suas plumas.
- B) As penas da cauda do pavão não possuem pigmentos coloridos e as cores que aparecem, quando iluminadas com luz branca, surgem por efeito da interferência da luz nos espaços das suas plumas.
- C) As penas da cauda do pavão não possuem pigmentos coloridos e as cores que aparecem, quando iluminadas com luz branca, surgem por efeito da refração e da reflexão da luz nas suas plumas.
- D) Apesar de as penas da cauda do pavão apresentarem todos os pigmentos coloridos, quando elas são iluminadas por qualquer luz monocromática, a interferência destrutiva faz com que a cauda se mostre preta.

- 02.** (Enem–2010) As ondas eletromagnéticas, como a luz visível e as ondas de rádio, viajam em linha reta em um meio homogêneo. Então, as ondas de rádio emitidas na região litorânea do Brasil não alcançariam a Região Amazônica do Brasil por causa da curvatura da Terra. Entretanto, sabemos que é possível transmitir ondas de rádio entre essas localidades devido à ionosfera. Com a ajuda da ionosfera, a transmissão de ondas planas entre o litoral do Brasil e a Região Amazônica é possível por meio da
- A) reflexão.
  - B) refração.
  - C) difração.
  - D) polarização.
  - E) interferência.

- 03.** (Enem–2010) Um garoto que passeia de carro com seu pai pela cidade, ao ouvir rádio, percebe que a sua estação de rádio preferida, a 94,9 FM, que opera na banda de frequência de megahertz, tem seu sinal de transmissão superposto pela transmissão de uma rádio pirata, de mesma frequência, que interfere no sinal da emissora do centro em algumas regiões da cidade.

Considerando a situação apresentada, a rádio pirata interfere no sinal da rádio do centro devido à

- A) atenuação promovida pelo ar nas radiações emitidas.
- B) maior amplitude da radiação emitida pela estação do centro.
- C) diferença de intensidade entre as fontes emissoras de onda.
- D) maior potência de transmissão das ondas da emissora pirata.
- E) semelhança dos comprimentos de onda das radiações emitidas.

## GABARITO

### Fixação

01. C    02. D    03. B    04. D    05. A

### Propostos

- 01. B
- 02. B
- 03. B
- 04. B
- 05. A
- 06. C
- 07. A
- 08. B
- 09. C
- 10. E
- 11. E
- 12. D
- 13. B
- 14. C
- 15. B

### Seção Enem

01. B    02. A    03. E

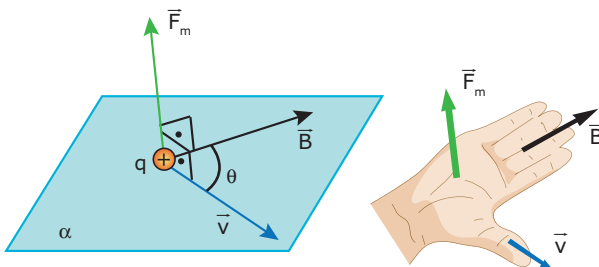
## Cargas em movimento em campo magnético

Anteriormente, estudamos o campo magnético, que caracteriza as propriedades do espaço em torno de um ímã ou de um fio percorrido por uma corrente elétrica, por exemplo. Vimos, ainda, que um ímã atrai um pedaço de ferro porque este fica magnetizado. Sabemos, assim, que ímãs exercem forças uns sobre os outros através da interação dos seus campos magnéticos.

Conhecemos o fato de que uma carga elétrica **em movimento** cria um campo magnético no espaço ao seu redor. Assim, uma carga elétrica em movimento, em uma região onde há um campo magnético, pode sofrer ação de uma força magnética devido a esse campo. É o que vamos discutir agora.

### FORÇA SOBRE UMA CARGA ELÉTRICA EM MOVIMENTO EM UM CAMPO MAGNÉTICO

A figura seguinte mostra uma carga elétrica positiva ( $q$ ) penetrando em uma região na qual existe um campo magnético. Observe que o campo magnético ( $\vec{B}$ ) e a velocidade da carga ( $\vec{v}$ ) formam um ângulo ( $\theta$ ) entre si e estão no mesmo plano ( $\alpha$ ). A carga, ao penetrar na região em que há o campo, sofre a ação de uma força magnética que a obriga a descrever uma curva.



A experiência nos mostra que:

$$\vec{F}_m \perp \vec{B} \text{ e } \vec{F}_m \perp \vec{v} \Rightarrow \vec{F}_m \perp \alpha$$

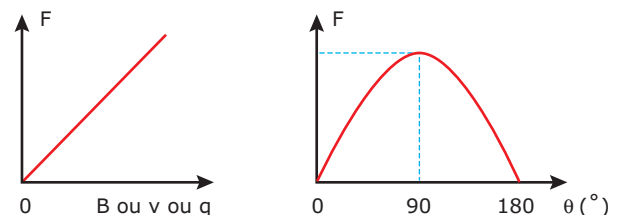
Dessa forma, a direção da força magnética está determinada (perpendicular ao plano  $\alpha$ ). O sentido dessa força pode ser encontrado a partir de uma regra prática, conhecida por **regra do tapa**. Na figura anterior,

posicionamos a mão direita para determinar o sentido da força magnética sobre a carga naquela situação. Você deve orientar o polegar no sentido da velocidade da carga e os demais dedos devem ficar estendidos no sentido do campo magnético. Feito isso, a palma da mão fica virada para cima, como mostrado. O sentido da força magnética atuante na carga é obtido por meio de um tapa dado pela **palma** da mão, se a carga for **positiva**. Para as cargas **negativas**, o tapa deverá ser dado com as **costas** da mão.

O módulo da força magnética é calculado pela equação:

$$F = Bqv \cdot \sin \theta$$

Na expressão,  $B$  é o módulo do campo magnético,  $q$  e  $v$  são os valores da carga e da velocidade da partícula e  $\theta$  é o ângulo formado entre o vetor velocidade e o vetor campo magnético. Veja os gráficos de como varia o módulo da força magnética ( $F$ ), mantendo as demais variáveis constantes, em função do campo ( $B$ ), da carga ( $q$ ), da velocidade ( $v$ ) e do ângulo ( $\theta$ ).



A seguir, apresentamos três aspectos importantes sobre a força magnética.

1. Pela equação, percebemos que a força magnética pode ser **nula** em quatro situações.

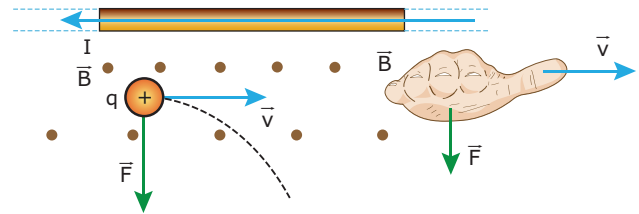
$$F_m = 0$$



- $B = 0$  (não existe força magnética sem campo magnético);
- $q = 0$  (campo magnético não interage com partículas que não estejam eletrizadas);
- $v = 0$  (campo magnético não interage com partículas em repouso);
- $\theta = 0^\circ$  ou  $\theta = 180^\circ$  (campo magnético não interage com partículas que se movem paralelamente a ele).

- Se a velocidade da carga é perpendicular às linhas de indução magnética, temos  $\theta = 90^\circ$  e o valor do seno será máximo e igual a 1 (veja os gráficos anteriores). Assim, a força magnética será **máxima** e de módulo  $F_m = Bqv$ .
- De acordo com a regra do tapa, a força magnética  $F$  é perpendicular ao plano  $\alpha$  (formado pelos vetores  $v$  e  $B$ ). A força magnética, sendo perpendicular ao movimento da carga, não altera o módulo da velocidade e nem a energia cinética da partícula. A força magnética altera apenas a direção e o sentido do vetor velocidade.

Veja que a palma da mão fica voltada para a parte inferior da folha de papel. Esse é o sentido da força magnética ( $\vec{F}$ ) que atua sobre a carga positiva naquela posição. De acordo com a 3ª Lei de Newton, a força sobre o fio aponta para a parte superior da folha.

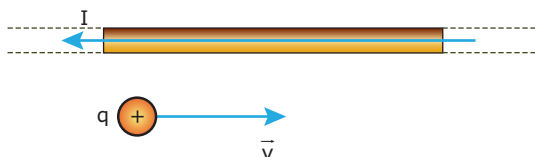


Uma vez que a força magnética sobre a carga aponta para baixo, a tendência dessa carga é deslocar-se nesse sentido, afastando-se do fio (veja a trajetória pontilhada na figura anterior).

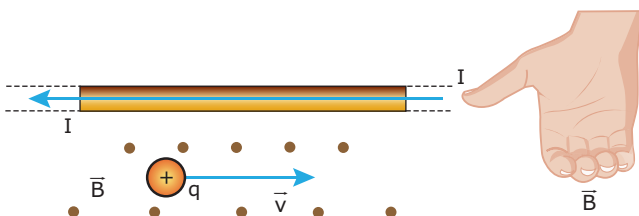
## INTERAÇÃO ENTRE CARGA E CORRENTE ELÉTRICA

O fato de uma corrente elétrica criar linhas de indução magnética no espaço ao seu redor e o de uma carga elétrica em movimento poder sofrer a ação de uma força exercida pelo campo magnético nos leva a uma aplicação importante. Vamos usar a regra da mão direita e, depois, a regra do tapa para investigar a interação entre carga elétrica em movimento e corrente elétrica.

Veja, a seguir, um exemplo. Um fio longo, colocado no plano da folha de papel, é percorrido por uma corrente elétrica ( $I$ ). Uma carga puntiforme ( $q$ ) positiva, por exemplo, é lançada com velocidade ( $v$ ) paralelamente ao fio. Vamos determinar a força que existe entre os dois – carga e fio.



Primeiro, vamos determinar o campo magnético produzido pela corrente, na região em que a carga se movimenta. Usando a regra da mão direita (dedão no sentido da corrente e girando a mão em torno do fio), descobrimos que o campo na parte de baixo do fio sai da folha de papel. Veja a figura seguinte.



Agora, vamos usar a regra do tapa sobre a carga. Aponte os quatro dedos no sentido do campo magnético (sentido dos seus olhos) e o dedão no sentido da velocidade da carga (para a direita).

## MOVIMENTO DE UMA CARGA EM UM CAMPO MAGNÉTICO UNIFORME

Em todas as situações a seguir, vamos desprezar o peso da partícula. Dependendo da velocidade inicial da carga ( $\vec{v}_0$ ) e do ângulo ( $\theta$ ) entre a velocidade e as linhas do campo magnético, o movimento da partícula no campo pode ser de quatro tipos.

### Partícula colocada em repouso em uma região onde há um campo magnético ( $v_0 = 0$ )

A força é dada por  $F = Bqv \cdot \sin \theta$ . Se  $v_0 = 0 \Rightarrow F_m = 0$ . Logo, a partícula permanece em repouso na posição em que foi colocada no campo magnético.

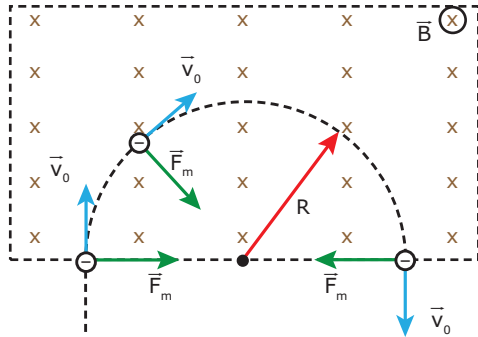
### Partícula lançada paralelamente à linha de campo magnético ( $\vec{v}_0 // \vec{B}$ )

A força é  $F = Bqv \cdot \sin \theta$ . Para  $\theta = 0^\circ$  ou  $\theta = 180^\circ$ , a força magnética vale zero ( $\sin 0^\circ = \sin 180^\circ = 0$ ). Por isso, uma partícula lançada paralelamente às linhas de indução magnética descreve, de acordo com a 1ª Lei de Newton, um movimento retilíneo uniforme no sentido do movimento inicial.

### Partícula lançada perpendicularmente à linha de campo magnético ( $\vec{v}_0 \perp \vec{B}$ )

A figura a seguir representa uma partícula, carregada **negativamente**, penetrando em uma região na qual o campo magnético é perpendicular à sua velocidade.

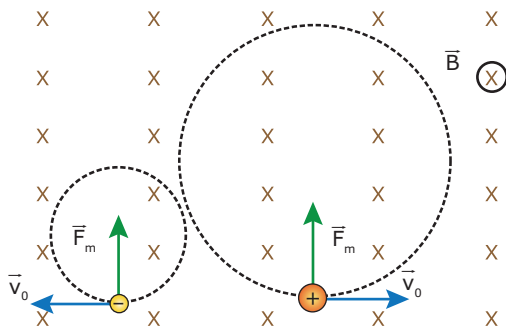
Indicamos o sentido da força magnética sobre a partícula em alguns pontos da sua trajetória circular (**regra do tapa** com as costas da mão). Para  $\theta = 90^\circ$ , o movimento da partícula será circular e uniforme, uma vez que a força magnética que atua sobre ela exerce o papel de força centrípeta e não altera o módulo da velocidade.



O raio da trajetória pode ser determinado igualando-se a equação da força magnética com a expressão que fornece o módulo da força centrípeta:  $F_m = F_c$ .

$$Bqv_0 \cdot \sin 90^\circ = \frac{mv_0^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv_0}{Bq}$$

A partícula só pode descrever uma trajetória circular completa se ela for lançada do interior da região em que há o campo magnético. A figura a seguir mostra um elétron e um próton lançados do interior de uma região onde há um campo magnético uniforme, com velocidades de mesmo módulo.



Observe que, embora as forças magnéticas que atuam sobre eles tenham o mesmo módulo, as trajetórias têm raios diferentes por causa da diferença entre as massas ( $R \propto m$ ). O período do movimento (T) de cada um deles pode ser calculado por:

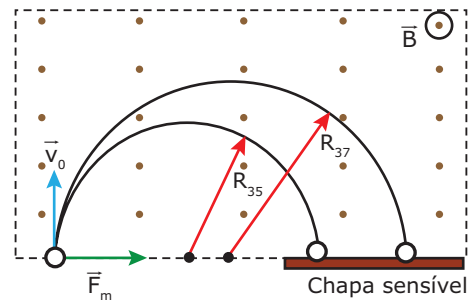
$$RBq = mv_0 \rightarrow RBq = m \frac{2\pi R}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi \cdot m}{B \cdot q}$$

Observe que o período não depende do raio da trajetória e nem da velocidade da partícula. Ele vai depender, apenas, da razão massa/carga dessa partícula.

As trajetórias circulares descritas por partículas lançadas em uma região na qual há um campo magnético uniforme apresentam uma aplicação prática muito interessante.

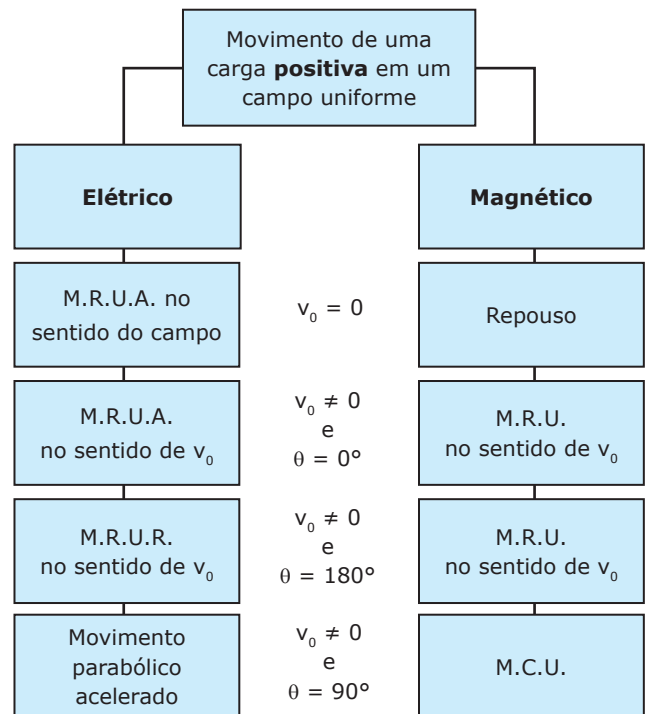
Você sabe, da Química, que o cloro tem dois isótopos principais –  $^{35}\text{Cl}$  e  $^{37}\text{Cl}$  – e que uma amostra de cloro tem massa atômica média, aproximada, de 35,5 u. Mas como os químicos descobriram isso? Usando um aparelho chamado espectrômetro de massa, cujo funcionamento é muito simples.

Considere uma amostra de cloro com partículas ionizadas positivamente, com a mesma carga (q). Ao serem lançadas, perpendicularmente, com a mesma velocidade ( $\vec{v}_0$ ), em uma região na qual atua um campo magnético uniforme ( $\vec{B}$ ), elas descrevem trajetórias circulares conforme mostrado a seguir.



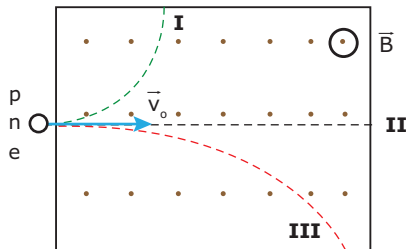
A força magnética que atua sobre todas as partículas é a mesma ( $F_m = Bqv_0$ ). O raio da trajetória de cada um dos isótopos, porém, é diferente ( $R \propto m$ ). Os isótopos são detectados numa chapa sensível à colisão de cada um deles. Revelando a chapa e medindo a densidade de colisões em cada ponto, é possível detectar a quantidade de cada um dos isótopos. Assim, fazendo uma média ponderada das massas dos isótopos, conclui-se que a massa atômica aproximada do cloro é 35,5 u.

Veja o mapa comparativo entre os movimentos de uma carga positiva em campos elétrico e magnético uniformes.



## EXERCÍCIO RESOLVIDO

01. Prótons (p), nêutrons (n) e elétrons (e), todos com a mesma velocidade, são lançados perpendicularmente a um campo magnético uniforme e descrevem as trajetórias mostradas a seguir. Identificar cada partícula com as trajetórias I, II e III.



### Resolução:

O nêutron não tem carga elétrica ( $q = 0$ ). Ele não sofre ação da força magnética e, portanto, não se desvia. Logo, o nêutron segue a trajetória II.

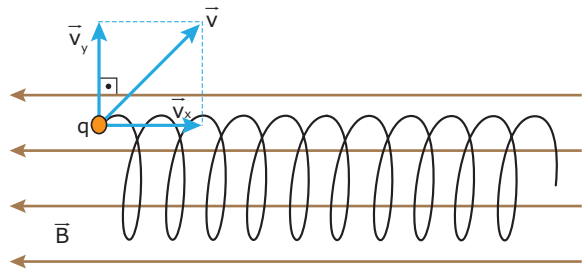
Uma vez que o sentido do campo é conhecido (saindo da página), podemos usar a regra do tapa (com os dedos no sentido do campo magnético e o dedão no sentido da velocidade). Feito isso, percebemos que sobre o próton atua uma força magnética para baixo (trajetória III) e sobre o elétron atua uma força magnética para cima – tapa com as costas da mão (trajetória I).

Mesmo sem conhecer o sentido do campo, podemos saber qual é a trajetória do próton e qual é a trajetória do elétron pelo raio da curva descrita por cada um. Sabemos que o raio da trajetória circular é dado por  $R = mv/(Bq)$ . Como ele é proporcional à massa ( $R \propto m$ ), o próton descreve a trajetória III (maior raio) e o elétron, a trajetória I (menor raio), porque a massa do próton é, aproximadamente, 1 840 vezes maior que a massa do elétron.

Temos, ainda, outra solução para a nossa dúvida anterior. Você sabe, da Mecânica, que a aceleração é inversamente proporcional à massa. A força magnética é a mesma para as duas partículas, e o valor da velocidade é constante. A aceleração que atua no elétron é a aceleração centrípeta ( $a_c = v^2/R$ ). Como a aceleração do elétron é maior (menor massa), ele deve descrever a trajetória de menor raio – trajetória I.

## Partícula lançada obliquamente às linhas de campo

Para  $0^\circ < \theta < 90^\circ$  ou  $90^\circ < \theta < 180^\circ$ , a trajetória da partícula será uma hélice cilíndrica. Podemos entender o porquê dessa trajetória se lembrarmos que a velocidade da partícula, nesses casos, é oblíqua em relação às linhas do campo magnético. Vamos decompor a velocidade em duas componentes, uma paralela às linhas de indução do campo magnético ( $\vec{v}_x$ ) e a outra perpendicular a essas linhas ( $\vec{v}_y$ ).



Conforme discutido anteriormente, a componente  $\vec{v}_x$  gera um movimento retilíneo uniforme, enquanto a componente  $\vec{v}_y$  proporciona um movimento circular uniforme. A combinação desses dois movimentos corresponde a um movimento helicoidal uniforme. Esse é exatamente o tipo de movimento descrito por um ponto na hélice de um avião que se move em linha reta e com velocidade constante.

Dois dos fenômenos atmosféricos mais bonitos, que ocorrem próximos aos polos da Terra, são as auroras boreal e austral (polos norte e sul, respectivamente). Elas acontecem porque partículas carregadas, vindas do espaço (principalmente do Sol), atingem a Terra em altas velocidades e obliquamente ao campo magnético terrestre. Dessa forma, elas ficam “aprisionadas” dentro desse campo, descrevendo trajetórias helicoidais, como mostrado na figura anterior. Uma vez que o campo da Terra é mais intenso próximo aos polos, tais partículas (chamadas de raios cósmicos) são deslocadas para os polos, segundo a trajetória helicoidal. Lá, por diversos motivos, que não são relevantes aqui, elas colidem com átomos presentes na alta atmosfera, fazendo com que eles emitam luzes coloridas que “dançam” nos céus, como se fossem fantasmas multicoloridos e bem animados. Os povos da Antiguidade creditavam essas “luzes do céu” a manifestações divinas.

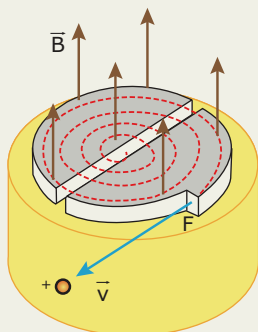


Os raios cósmicos vindos do espaço são mais frequentes quando o Sol tem a sua atividade mais acentuada. Em determinadas épocas do ano, as manchas solares (regiões onde ocorrem explosões muito intensas, gerando uma enorme quantidade de energia e de partículas eletrizadas) estão mais impetuosas. Nesse período, a quantidade de raios cósmicos que vem em direção à Terra é muito grande. Eles podem interferir no funcionamento de diversos aparelhos eletrônicos. Dessa forma, o campo magnético terrestre serve de escudo contra tais partículas, aprisionando ou expulsando a maioria delas e protegendo o nosso planeta.

## LEITURA COMPLEMENTAR

### O ciclotron e suas aplicações

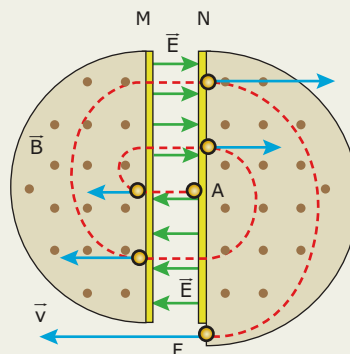
O ciclotron é um aparelho usado para acelerar cargas elétricas de modo a obter partículas eletrizadas com altas velocidades e, portanto, com energias elevadas. O aparelho foi desenvolvido em 1932, na Universidade da Califórnia. Ele é formado por duas câmaras metálicas ocas, dentro das quais é feito um vácuo parcial. Essas regiões têm o formato de dois "D" invertidos um em relação ao outro. A figura a seguir mostra um ciclotron de forma simplificada.



O seu funcionamento está baseado em três consequências do movimento de cargas elétricas em regiões onde há campos elétrico e magnético, a saber:

1. Uma carga elétrica sofre ação de uma força elétrica exercida por um campo elétrico na mesma direção desse campo;
2. Uma carga elétrica em movimento perpendicular às linhas de indução de um campo magnético descreve uma trajetória circular no interior da região desse campo;
3. O período do movimento citado (tempo de cada volta) não depende do raio da trajetória e nem da velocidade da partícula, conforme já explicado. Ele vai depender apenas da razão massa/carga dessa partícula.

O campo magnético está restrito à região central dos "dês" e é perpendicular à sua superfície. O campo elétrico existe apenas entre as partes planas dos "dês" (entre M e N, mostradas a seguir). Tais campos são uniformes.



A partícula eletrizada é abandonada no ponto A da figura anterior (parte central do ciclotron). Ela é acelerada pelo campo elétrico (de N para M) e, a seguir, entra no "D" esquerdo com certa velocidade. O campo magnético deflete a partícula num semicírculo de raio pequeno. Ela é novamente acelerada pelo campo elétrico e penetra no "D" da direita com velocidade de maior módulo. O campo elétrico é ajustado de forma que a partícula sempre o encontre no sentido de sua velocidade (assim, o módulo da velocidade estará sempre aumentando ao passar de um "D" para o outro). Dessa forma, o raio da trajetória aumenta. A trajetória total da partícula está representada pela linha pontilhada vermelha. Depois de várias "voltas" (muitas vezes, centenas delas) dentro dos "dês", a partícula sai, com enorme energia, pela fresta (F) e atinge alvos específicos e devidamente escolhidos (núcleos a serem "bombardeados" pelas partículas).

O ciclotron foi muito usado na pesquisa de Física das Partículas, uma vez que ele permitia obter íons com velocidades muito elevadas. Tais íons colidindo contra núcleos de átomos produziam as partículas mais elementares da natureza, o que permitiu um grande desenvolvimento da Física e da tecnologia.

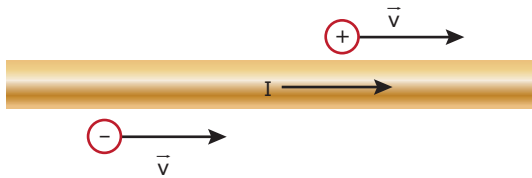
O principal fator que determina a energia (velocidade) da partícula ao sair do ciclotron é o tamanho deste e, portanto, o custo dos eletroímãs que têm de existir em todo o seu raio. Além desses fatores, à medida que a velocidade da partícula aumenta e atinge um valor relevante comparado à velocidade da luz, conceitos ligados à Teoria da Relatividade mostram que a massa inercial do íon aumenta e, por consequência, cresce o tempo que ele gasta em cada volta. Assim, o ciclotron perde o sincronismo e, acima de determinado valor de velocidade, não consegue mais acelerar a partícula. Por esses motivos, o ciclotron deixou de ser usado em pesquisa avançada de Física e foi substituído por seus sucessores, entre eles, o síncrotron.

O ciclotron, hoje, é muito utilizado para produzir isótopos radioativos usados na detecção e no tratamento de diversas doenças. Infelizmente, o número de aparelhos usados com esse objetivo no Brasil é limitado. O ciclotron está sendo usado, recentemente, no Hospital das Clínicas da USP, para a produção de prótons de altas energias que são lançados diretamente contra tecidos com diversos tipos de câncer. O país está se preparando para uma nova área de pesquisa médica, ou seja, a Medicina ressuscitou o ciclotron.

## EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

- 01.** (UFMG) Um feixe de elétrons entra em uma região na qual existe um campo magnético, cuja direção coincide com a direção da velocidade dos elétrons. Com base nessas informações, é **CORRETO** afirmar que, ao entrar no campo magnético, os elétrons desse feixe
- são desviados e sua energia cinética não se altera.
  - não são desviados e sua energia cinética aumenta.
  - são desviados e sua energia cinética aumenta.
  - não são desviados e sua energia cinética não se altera.

- 02.** (UFMG) A figura representa um longo fio conduzindo corrente elétrica  $I$ . Em um dado instante, duas cargas, uma positiva e outra negativa, estão com velocidade  $\vec{v}$ , uma de cada lado do fio.



A configuração que **MELHOR** representa as forças do fio sobre cada uma das cargas é

- |           |           |
|-----------|-----------|
| <p>A)</p> | <p>C)</p> |
| <p>B)</p> | <p>D)</p> |

- 03.** (UFMG) O tubo de imagem de um televisor está representado, esquematicamente, na figura I. Elétrons são acelerados da parte de trás desse tubo em direção ao centro da tela. Quatro bobinas – K, L, M e N – produzem campos magnéticos variáveis, que modificam a direção dos elétrons, fazendo com que estes atinjam a tela em diferentes posições, formando uma imagem, como ilustrado na figura II. As bobinas K e L produzem um campo magnético na direção vertical e as bobinas M e N, na horizontal. Em um certo instante, um defeito no televisor interrompe a corrente elétrica nas bobinas K e L e apenas as bobinas M e N continuam funcionando.

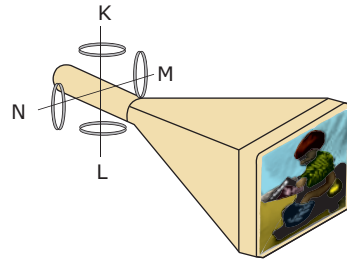


Figura I

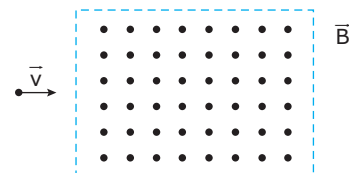


Figura II

Assinale a alternativa em que **MELHOR** se representa a imagem que esse televisor passa a produzir nessa situação.

- |           |           |
|-----------|-----------|
| <p>A)</p> | <p>C)</p> |
| <p>B)</p> | <p>D)</p> |

- 04.** (Unimontes-MG) Uma partícula com carga positiva  $q$  e massa  $m$  entra em uma região do espaço em que há um campo magnético uniforme de módulo  $B$ , perpendicularmente às linhas do campo (veja a figura).



Marque a opção que contém uma afirmativa **CORRETA** a respeito da situação descrita.

- Pouco tempo após penetrar a região, a partícula terá descrito um arco de circunferência de raio  $r = qB/mv$ .
  - Após penetrar a região, a partícula se moverá em linha reta, com velocidade constante  $v$ .
  - Após penetrar a região, a partícula se moverá em linha reta, com aceleração  $a = qvB/m$ .
  - Após penetrar a região, a partícula executará um movimento circular uniforme de período  $T = 2\pi m/qB$ .
- 05.** (PUC RS) Cargas elétricas podem ter sua trajetória alterada quando em movimento no interior de um campo magnético. Esse fenômeno fundamental permite explicar
- o funcionamento da bússola.
  - o aprisionamento de partículas carregadas pelo campo magnético da Terra.
  - a construção de um aparelho de raio X.
  - o funcionamento do para-raios.
  - o funcionamento da célula fotoelétrica.



## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

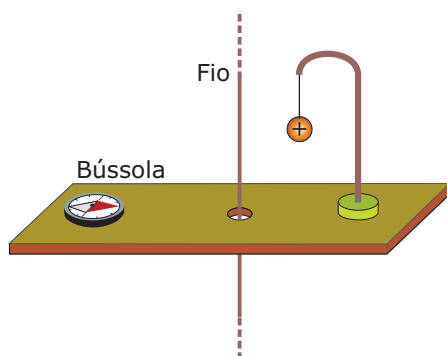
- 01.** (UFPI) O vento solar, um plasma fino de alta velocidade, sopra constantemente do Sol a uma velocidade média de 400 km/h. Se a Terra não tivesse um campo magnético global, ou magnetosfera, o vento solar teria um impacto direto em nossa atmosfera e a desgastaria gradualmente. Mas o vento solar bate na magnetosfera da Terra e é desviado ao redor do planeta...

Disponível em: <<http://www.uol.com.br/inovacao/ultimas/ult762u212.shl>>

Para que ocorra o desvio anteriormente mencionado, é absolutamente necessário que as partículas do vento solar tenham

- A) carga positiva e alta velocidade.
- B) carga negativa e baixa velocidade.
- C) carga diferente de zero e velocidade alta.
- D) carga diferente de zero e velocidade diferente de zero.
- E) carga positiva e baixa velocidade.

- 02.** (UFMG-2007) Um fio condutor reto e vertical passa por um furo em uma mesa, sobre a qual, próximo ao fio, são colocadas uma esfera carregada, pendurada em uma linha de material isolante, e uma bússola, como mostrado nesta figura:



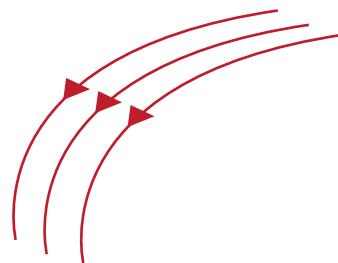
Inicialmente, não há corrente elétrica no fio, e a agulha da bússola aponta para ele, como se vê na figura. Em certo instante, uma corrente elétrica constante é estabelecida no fio. Considerando-se essas informações, é **CORRETO** afirmar que, após se estabelecer a corrente elétrica no fio,

- A) a agulha da bússola vai apontar para uma outra direção, e a esfera permanece na mesma posição.
- B) a agulha da bússola vai apontar para uma outra direção, e a esfera vai se aproximar do fio.
- C) a agulha da bússola não se desvia, e a esfera permanece na mesma posição.
- D) a agulha da bússola não se desvia, e a esfera vai se afastar do fio.

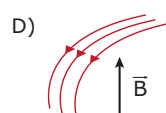
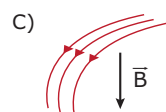
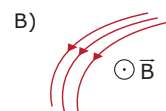
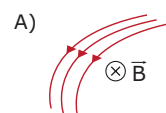
- 03.** (UFV-MG) A direção do campo elétrico  $E$  é definida como a direção da força elétrica aplicada sobre uma carga positiva. Por que não se pode definir a direção do campo magnético  $B$  do mesmo modo?

- A) Porque a força magnética sobre uma carga em repouso não é nula.
- B) Porque a força magnética em uma carga positiva é sempre nula.
- C) Porque a direção da força magnética em uma carga positiva depende do vetor velocidade,  $v$ , da carga.
- D) Porque o sentido da força magnética sobre uma carga positiva é o mesmo para uma carga negativa.
- E) Porque a direção da força magnética em uma carga positiva depende da massa da carga.

- 04.** (UFMG) A figura mostra parte da trajetória descrita por um feixe de elétrons na presença de um campo magnético.

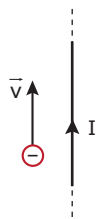


As setas indicam o sentido do movimento dos elétrons. Nas alternativas, o sinal  $\otimes$  representa um vetor perpendicular ao papel "entrando" nele e o sinal  $\odot$ , um vetor também perpendicular, mas "saindo" do papel. Assinale a alternativa em que estão representados **CORRETAMENTE** a direção e o sentido do campo magnético que atua nesse feixe de elétrons.

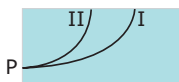


- 05.** (PUC RS) A respeito da força magnética que pode atuar sobre um próton que se encontra nas proximidades de um longo condutor retilíneo percorrido por corrente elétrica, é **CORRETO** afirmar que
- A) a força magnética é máxima quando o próton se desloca obliquamente em relação ao condutor.
  - B) a intensidade da força magnética decresce com o quadrado da distância do próton ao condutor.
  - C) a força magnética é de atração quando o próton se desloca paralelamente ao fio e contrário ao sentido (convencional) da corrente.
  - D) a força magnética é de atração quando o próton se desloca paralelamente ao fio e no sentido (convencional) da corrente.
  - E) a intensidade da força magnética é diretamente proporcional ao quadrado da intensidade da corrente no condutor.

- 06.** (UFV-MG) A figura a seguir mostra um elétron e um fio retilíneo muito longo, ambos dispostos no plano desta página. No instante considerado, a velocidade  $v$  do elétron é paralela ao fio que transporta uma corrente elétrica  $I$ . Considerando somente a interação do elétron com a corrente, é **CORRETO** afirmar que o elétron



- A) não será desviado.
  - B) será desviado para a direita desta página.
  - C) será desviado para a esquerda desta página.
  - D) será desviado para fora desta página.
  - E) será desviado para dentro desta página.
- 07.** (PUC Minas) Duas partículas carregadas são lançadas com a mesma velocidade em um ponto P de uma região na qual existe um campo magnético vertical constante perpendicular à folha do desenho e saindo da folha. Uma delas segue uma trajetória I dentro da região, e a outra segue uma trajetória II. Analisando a figura seguinte, conclui-se que, necessariamente,



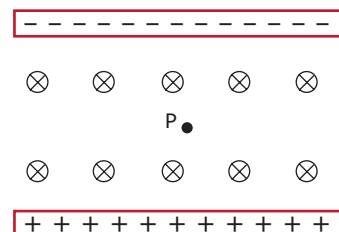
- A) as duas partículas têm a mesma massa e a mesma carga.
- B) as duas partículas têm massas e cargas diferentes.
- C) a trajetória I corresponde ao movimento da carga de maior massa.
- D) a trajetória II corresponde ao movimento da carga de menor massa.
- E) a partícula II está sujeita a uma maior aceleração.

- 08.** (UNIFAL-MG) Dois íons de cargas opostas e massas diferentes movem-se em um plano, descrevendo trajetórias retilíneas e paralelas, com velocidades de mesmo módulo e sentido. Ao atravessarem uma região em que há um campo magnético uniforme e orientado perpendicularmente ao plano, é **CORRETO** afirmar que descreverão trajetórias
- A) circulares de raios diferentes, ambos movendo-se no mesmo sentido.
  - B) circulares de raios iguais, um movendo-se em sentido horário e outro, em sentido anti-horário.
  - C) retilíneas e paralelas ao campo, movendo-se em sentidos opostos.
  - D) circulares e de raios diferentes, um movendo-se em sentido horário e outro, em sentido anti-horário.
  - E) circulares de raios iguais, ambos movendo-se no mesmo sentido.

- 09.** (PUC Minas) Uma partícula eletricamente carregada penetra, com uma dada velocidade, em uma região de campo magnético uniforme. Leia as afirmações a seguir:
- I. A trajetória da partícula será circular se sua velocidade for perpendicular à direção do campo magnético.
  - II. A trajetória da partícula será sempre circular.
  - III. A força magnética que age sobre a partícula não altera sua velocidade vetorial.
  - IV. A força magnética que age sobre a partícula não modifica sua energia cinética.

Assinale

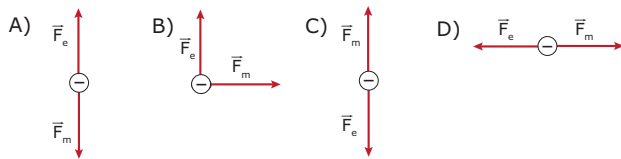
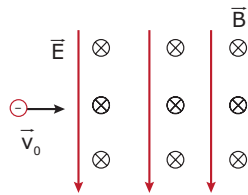
- A) se III e IV são incorretas.
  - B) se I e III são corretas.
  - C) se I e II são incorretas
  - D) se I e IV são corretas.
- 10.** (UFMG) Na figura, estão representadas duas placas metálicas paralelas, carregadas com cargas de mesmo valor absoluto e de sinais contrários. Entre essas placas, existe um campo magnético uniforme  $\vec{B}$ , perpendicular ao plano da página e dirigido para dentro desta, como mostrado, na figura, pelo símbolo  $\otimes$ . Uma partícula com carga elétrica positiva é colocada no ponto P, situado entre as placas.



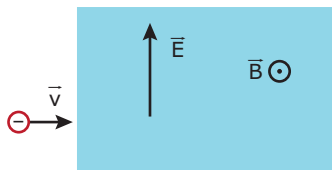
Considerando essas informações, assinale a alternativa em que **MELHOR** está representada a trajetória da partícula após ser solta no ponto P.



- 11.** (UFMG) Um elétron entra com uma velocidade  $v_0$  em uma região em que existem um campo elétrico  $\vec{E}$  e um campo magnético  $\vec{B}$  uniformes e perpendiculares entre si, como mostra a figura. A velocidade  $v_0$  é perpendicular aos dois campos. O elétron não sofre nenhum desvio ao cruzar a região dos campos. As forças elétrica,  $\vec{F}_e$ , e magnética,  $\vec{F}_m$ , que atuam sobre o elétron nessa situação, são **MELHOR** representadas por

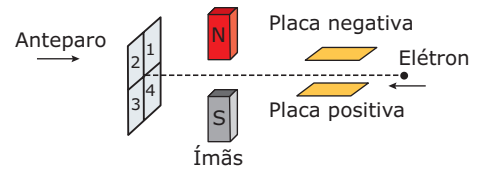


- 12.** (CEFET-MG-2007) Um elétron é lançado com velocidade  $\vec{v}$  em uma região onde existem um campo elétrico  $\vec{E}$  e um campo magnético  $\vec{B}$ , uniformes e mutuamente perpendiculares, conforme a figura a seguir. Após penetrar nessa região, a trajetória do elétron será



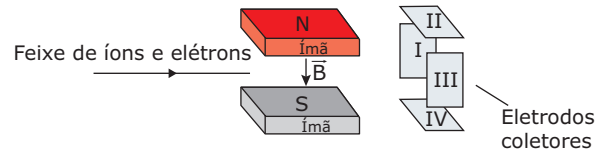
- A) circular, se  $E < vB$ .      D) parabólica, se  $E > vB$ .  
 B) circular, se  $E = vB$ .      E) parabólica, se  $E = vB$ .  
 C) retilínea, se  $E = vB$ .

- 13.** (FCMMG) Um feixe de elétrons é lançado horizontalmente e passa no interior de um par de placas, carregadas eletricamente, e nas proximidades dos polos norte (N) e sul (S) de dois ímãs permanentes, até colidir com um anteparo, como mostra a figura. Ao passar pelas regiões das placas e ímãs, o feixe de elétrons será desviado para a região do anteparo designada pelo número



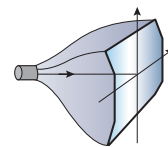
- A) 1.      C) 3.  
 B) 2.      D) 4.

- 14.** (UFRN-2009 / Adaptado) Considerada como futura alternativa para geração de energia elétrica a partir da queima de biomassa, a geração magneto-hidrodinâmica utiliza um fluxo de gás ionizado (íons positivos e elétrons), que passa com velocidade,  $v$ , através de um campo magnético intenso,  $B$ . A ação da força magnética desvia essas partículas para eletrodos metálicos distintos, gerando, entre eles, uma diferença de potencial elétrico capaz de alimentar um circuito externo. O esquema a seguir mostra um gerador magneto-hidrodinâmico no qual estão identificados a direção do fluxo do gás, os polos do ímã gerador do campo magnético e quatro eletrodos coletores dos íons e dos elétrons. Nessas condições, pode-se afirmar que os potenciais (V) dos eletrodos são tais que

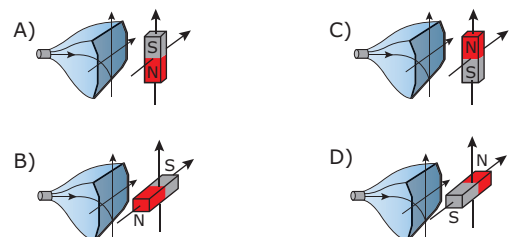


- A)  $V_{II} > V_{IV}$ .      C)  $V_I > V_{III}$ .  
 B)  $V_{II} < V_{IV}$ .      D)  $V_I < V_{III}$ .

- 15.** (FCMMG) As imagens numa televisão são formadas pelo impacto sobre a tela de inúmeros feixes de elétrons que provêm da parte posterior do tubo de TV. A imagem é distorcida pela aproximação de um ímã. Considere apenas um feixe de elétrons que se dirige para o centro da tela, como mostra a figura.

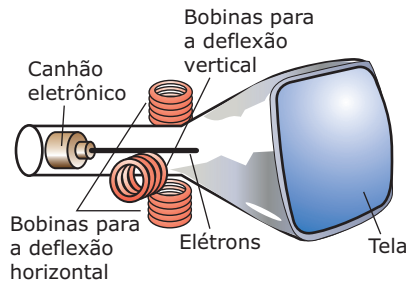


Cada uma das figuras a seguir mostra a representação de uma TV e de um ímã em forma de barra com seus polos norte (N) e sul (S) próximos da TV. Para deslocar o feixe de elétrons para baixo, a posição do ímã, em relação à TV, deve estar representada como na figura



## SEÇÃO ENEM

- 01.** (Enem–2001) A figura mostra o tubo de imagens dos aparelhos de televisão usado para produzir as imagens sobre a tela. Os elétrons do feixe emitido pelo canhão eletrônico são acelerados por uma tensão de milhares de volts e passam por um espaço entre bobinas em que são defletidos por campos magnéticos variáveis, de forma a fazerem a varredura da tela.



Nos manuais que acompanham os televisores, é comum encontrar, entre outras, as seguintes recomendações:

- I. Nunca abra o gabinete ou toque as peças no interior do televisor.
- II. Não coloque seu televisor próximo de aparelhos domésticos com motores elétricos ou ímãs.

Essas recomendações estão associadas, respectivamente, aos aspectos de

- A) riscos pessoais por alta tensão / perturbação ou deformação de imagem por campos externos.
- B) proteção dos circuitos contra manipulação indevida / perturbação ou deformação de imagem por campos externos.
- C) riscos pessoais por alta tensão / sobrecarga dos circuitos internos por ações externas.
- D) proteção dos circuitos contra a manipulação indevida / sobrecarga da rede por fuga de corrente.
- E) proteção dos circuitos contra manipulação indevida / sobrecarga dos circuitos internos por ação externa.

- 02.** Durante as explosões solares, diversas partículas são ejetadas pelo Sol e se deslocam pelo espaço em todas as direções. Em escala planetária, o campo magnético terrestre forma um escudo que protege a Terra dos ventos solares e de suas partículas mortais. Nos últimos 150 anos, a intensidade do campo caiu de 10% a 15%, queda que vem se acelerando recentemente. A chamada magnetosfera se estende por cerca de 60 mil quilômetros acima da superfície terrestre na direção voltada para o Sol. A parte oposta é ainda mais longa, formando uma cauda semelhante a de um cometa.



O colapso do campo magnético poderia enfraquecer esse escudo e deixar penetrar a radiação solar na atmosfera terrestre. As tempestades solares golpeariam a atmosfera com radiação suficiente para destruir quantidades significativas de ozônio, que protege a Terra dos nocivos raios ultravioletas. A radiação ultravioleta emitida pelo Sol pode destruir formas de vida, arrasar os campos de cultivo, aumentar as incidências de câncer, principalmente de pele, e produzir cataratas em humanos e animais. Altos níveis de radiação ultravioleta se espalhariam dos polos até o Equador.

Disponível em: <<http://fisicawatchatcha.blogspot.com/2009/09/campo-magnetico-terrestre-curiocidades.html>>. (Adaptação).

As partículas carregadas emanadas do Sol e que atingem a magnetosfera são desviadas pelo campo magnético. Havendo uma redução drástica na intensidade do campo magnético terrestre,

- A) a força magnética sobre tais partículas aumenta, o que provoca maior aceleração, fazendo com que um número maior delas consiga chegar à camada atmosférica.
- B) a velocidade das partículas aumenta e, dessa forma, um maior número delas colide com a superfície terrestre, uma vez que o campo, mais fraco, não consegue desacelerar as partículas.
- C) o ângulo entre a velocidade das partículas e o campo magnético terrestre aumenta e tende a 90° e, assim, numa incidência perpendicular, fica mais fácil de as partículas penetrarem na magnetosfera.
- D) a força magnética sobre tais partículas diminui, ficando menor o desvio magnético sofrido por elas e, dessa forma, um número maior de partículas consegue chegar à superfície da Terra.
- E) a velocidade das partículas diminui e, dessa forma, mais partículas atingem a superfície, principalmente na região do Equador, uma vez que o campo não mais consegue desviá-las para os polos Norte e Sul.

## GABARITO

### Fixação

01. D    02. B    03. B    04. D    05. B

### Propostos

01. D    05. D    09. D    13. D  
 02. A    06. C    10. B    14. C  
 03. C    07. E    11. A    15. B  
 04. B    08. D    12. C

### Seção Enem

01. A    02. D

## Força magnética sobre fios

Imagine a felicidade de uma criança brincando com seu carrinho elétrico. Sabemos que, dentro dele, existem pilhas ou baterias e que elas podem acender uma lâmpada. Mas como essas pilhas produzem movimento no carrinho desse garoto felizardo? Você já deve ter visto as torres de transmissão de eletricidade. Por que os fios, nessas torres, ficam tão longe uns dos outros? Não seria mais econômico aproximá-los, para que a estrutura da torre ocupasse menos espaço e se gastasse menos material na sua construção? Neste módulo, você descobrirá as respostas para tais questionamentos.

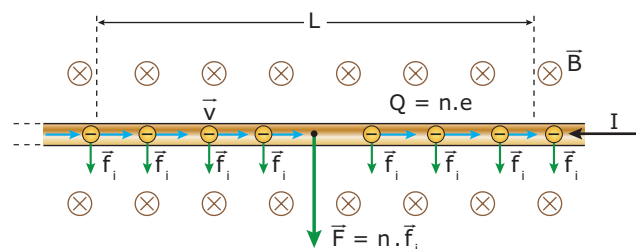
Já sabemos que uma carga elétrica, deslocando-se em uma região onde há um campo magnético, pode sofrer a ação de uma força que desvia sua trajetória. Uma corrente elétrica é um movimento ordenado de cargas elétricas. Assim, nada mais sensato do que esperar que as cargas que constituem a corrente elétrica também sofram, em condições particulares, a ação de forças de origem magnética, o que, de fato, acontece.

Uma das aplicações mais importantes desse fenômeno é o funcionamento dos motores elétricos, presentes em aparelhos que apresentam rotação, tais como ventilador, geladeira, liquidificador e muitos outros.

### FORÇA EM CONDUTOR MERGULHADO EM UM CAMPO MAGNÉTICO

Vamos considerar uma região na qual exista um campo magnético uniforme e, também, um condutor colocado nessa região, perpendicularmente às linhas de indução. Nesse condutor, as cargas livres estão se movendo aleatoriamente. Isso faz com que a força magnética que atua sobre cada uma dessas cargas aponte em direções também aleatórias. Assim, a força resultante que atua sobre o conjunto de cargas é nula. Quando uma corrente elétrica ( $I$ ) passa pelo condutor, cada carga em movimento ordenado, dentro do fio, ficará sujeita a uma força magnética individual ( $f_i$ ), com direção e

sentido bem definidos. Na figura a seguir, essa força tenta desviar as cargas para baixo (regra do tapa). Entretanto, como essas cargas estão confinadas ao fio, o efeito resultante das forças magnéticas atuando sobre cada uma das cargas será uma força magnética resultante ( $\vec{F}$ ) atuando sobre o condutor, que o empurra, também, para baixo.



Observe que, em um comprimento  $L$  do fio, existem  $n$  cargas elementares ( $e$ ) em movimento e, dessa forma, a carga total contida naquele trecho é  $Q = n.e$ . A velocidade média de cada carga, ao percorrer o comprimento  $L$ , será  $v = L/\Delta t$ . Sabemos que a força, em cada uma das cargas, é  $f_i = B.e.v$ , e que a corrente no fio é  $I = Q/\Delta t$ . Assim, a força resultante que atua no fio, de comprimento  $L$ , terá módulo igual a:

$$F = n.f_i = n.B.e.v = B.n.e.L/\Delta t = B(Q/\Delta t)L = B.I.L$$

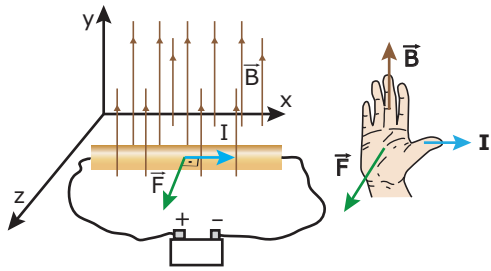
$$F = B.I.L$$

Na equação anterior,  $B$  é o módulo do campo magnético,  $I$  é o valor da corrente elétrica, e  $L$  é o comprimento do condutor mergulhado no campo magnético.

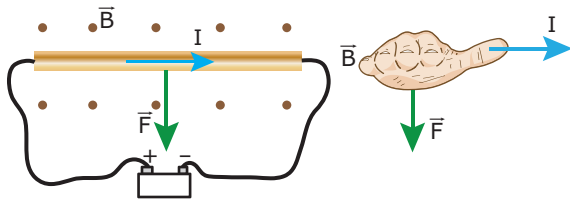
Sabemos que a força magnética é perpendicular ao vetor campo magnético e ao vetor velocidade da carga. Como a corrente ( $I$ ) está na direção do movimento das cargas ( $v$ ), a força sobre o fio será:

$$\vec{F} \perp \vec{B} \text{ e } \vec{F} \perp I$$

O sentido da força magnética é dado pela regra do tapa, colocando-se o dedão no sentido da corrente elétrica ( $I$ ) e os quatro dedos no sentido do vetor campo magnético ( $\vec{B}$ ). O sentido da força magnética sobre o condutor é indicado pela palma da mão direita. Veja a figura seguinte:

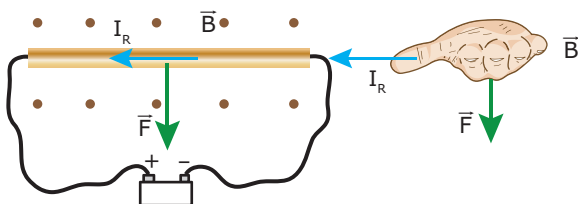


Lembre-se de que o sentido da corrente elétrica (convencional) corresponde ao sentido do movimento das cargas positivas. Por isso, o “tapa” que determina o sentido da força magnética foi dado com a palma da mão. Imagine a figura anterior vista “de cima” (eixo y). O campo aponta para os seus olhos e a corrente elétrica, para a direita. Assim, os dedos da mão devem apontar para fora da página (para o seu rosto) e o dedão, para a direita. Faça você mesmo e confira na figura a seguir. Veja que a força magnética, nessa situação, aponta para a parte de baixo da folha de papel.



## Considerações importantes sobre a força magnética que atua em fios

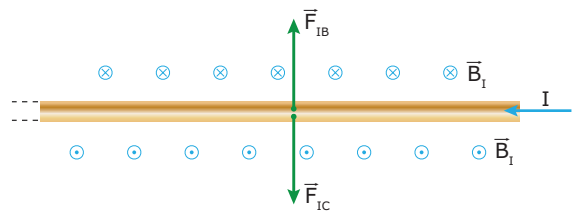
1. A força magnética que atua no condutor da figura anterior foi obtida tomando como base a corrente convencional (movimento de cargas positivas). Qual seria a força magnética que atuaria sobre o fio se fosse tomada como base a corrente real (movimento de elétrons)? Na figura anterior, a corrente (convencional) é da esquerda para a direita. Logo, a corrente de elétrons é da direita para a esquerda, conforme a figura seguinte. A diferença é que o “tapa”, agora, é dado com as costas da mão. Teríamos, assim, a mesma força magnética resultante. Veja a figura a seguir:



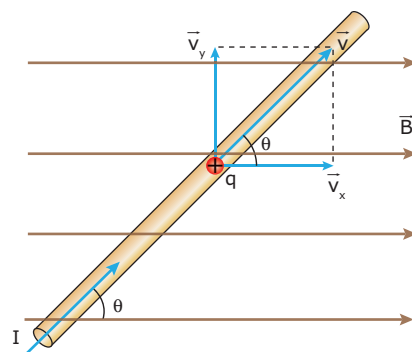
2. Sabemos que um corpo condutor impede que um campo elétrico externo atue em seu interior. Porém, isso não acontece com o campo magnético, ou seja, não existe blindagem magnética. Assim, o campo magnético da figura anterior, o qual chamaremos de campo externo (B), atua **dentro** do condutor.

É por isso, e só por isso, que esse campo aplica força sobre as cargas ordenadas que constituem a corrente elétrica.

3. Use a regra do tapa (na figura seguinte) com o campo magnético gerado pela própria corrente ( $\vec{B}_1$ ). Se ele aplicasse força sobre o fio, haveria duas forças. Uma para baixo,  $\vec{F}_{1C}$  (exercida pelo campo que está na parte de cima do fio), e outra para cima,  $\vec{F}_{1B}$  (exercida pelo campo que está na parte de baixo do condutor). Logo, a resultante dessas forças seria nula. Dessa forma, somente os campos magnéticos externos devem ser usados para determinar a força magnética que atua sobre o fio.



4. Considere um condutor de 20 m de comprimento, submetido a uma força magnética de 600 N. Assim, cada metro desse condutor sofrerá uma força de módulo igual 30 N. É muito comum, principalmente em linhas de transmissão e de distribuição de energia, informar o valor da força que atua em cada unidade de comprimento do fio. Na situação desse exemplo, esse valor seria de 30 N/m.
5. A equação da força magnética foi obtida para um fio colocado perpendicularmente às linhas de indução ( $\theta = 90^\circ$ ). Se o fio formar um ângulo  $\theta \neq 90^\circ$  com o vetor campo magnético, a componente  $\vec{v}_x$  da velocidade das cargas será paralela ao campo e, devido a ela, não haverá força magnética sobre o fio. Apenas a componente da velocidade perpendicular ao campo ( $\vec{v}_y$ ) contribuirá para que uma força magnética atue sobre o fio. Veja a seguir:



Essa componente é  $v_y = v \cdot \text{sen } \theta$ . Dessa forma, a equação anterior deverá ser escrita como:

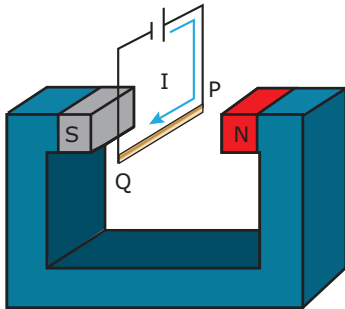
$$F = n \cdot B \cdot e \cdot v \cdot \text{sen } \theta = B \cdot n \cdot e \cdot \text{sen } \theta \cdot L / \Delta t$$

$$\Rightarrow F = B \cdot (Q / \Delta t) \cdot L \cdot \text{sen } \theta$$

$$F = B \cdot I \cdot L \cdot \text{sen } \theta$$

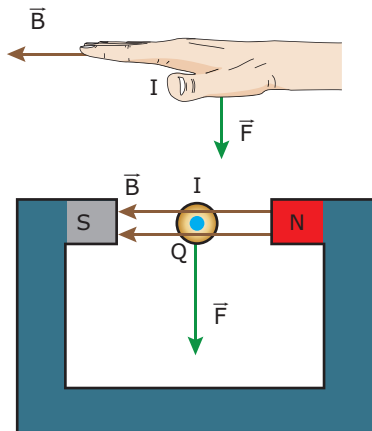
## EXERCÍCIO RESOLVIDO

- 01.** Na figura a seguir, a corrente elétrica vale  $I = 2,0 \text{ A}$ , o módulo do campo magnético entre os polos do ímã é  $B = 1,0 \times 10^{-2} \text{ T}$ , o comprimento do fio PQ e a largura do ímã valem  $L = 20 \text{ cm}$ . Determinar o sentido e o módulo da força magnética sobre o fio PQ.



### Resolução:

O sentido da força magnética, no fio, é dado pela regra do tapa com a palma da mão. A figura a seguir mostra a visão frontal do sistema (olhando de Q para P). A corrente sai pelo ponto Q, e o campo do ímã aponta para a esquerda. O sentido da força magnética atuante no fio PQ é para baixo, conforme mostrado.



Observe que a corrente é perpendicular ao campo. Assim, o valor dessa força é igual a:

$$F = B \cdot I \cdot L = 1,0 \times 10^{-2} \cdot 2,0 \cdot 0,20 = 4,0 \times 10^{-3} \text{ N}$$

### Atenção:

Veja que, na resolução, optamos por trabalhar com a visualização da figura em duas dimensões. Na maioria das vezes, essa técnica facilita a resolução do exercício, pois muitas pessoas têm dificuldade de visualizar figuras em três dimensões. Seria interessante você se acostumar com esse tipo de visualização.

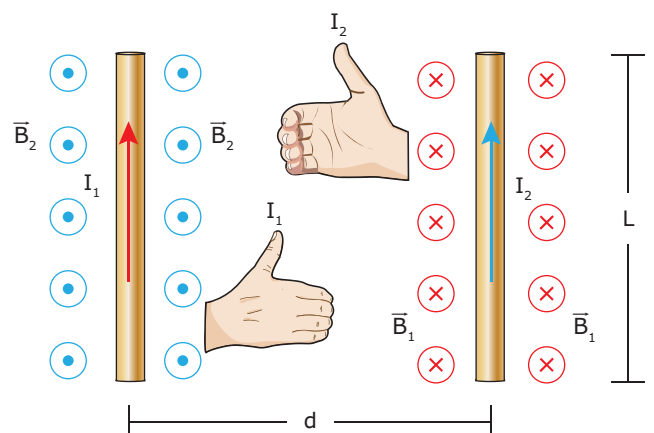
## FORÇA MAGNÉTICA ENTRE CONDUTORES PERCORRIDOS POR CORRENTES ELÉTRICAS

Sabemos que uma corrente elétrica gera um campo magnético no espaço à sua volta. Vimos, anteriormente, que um fio percorrido por corrente elétrica e mergulhado numa região onde existem linhas de indução sofre ação de uma força exercida pelo campo magnético. Nada mais lógico do que esperar que dois ou mais fios, nos quais circulam correntes elétricas, devam exercer forças entre si. E é o que, de fato, acontece. Vamos analisar dois casos:

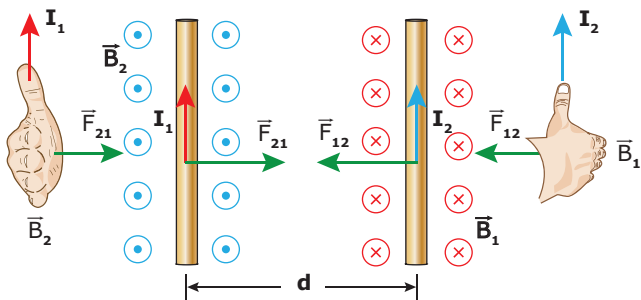
### Condutores paralelos

Considere dois fios de comprimento  $L$ , longos e finos, paralelos um ao outro, separados pela distância  $d$  e percorridos por correntes elétricas  $I_1$  e  $I_2$ . Cada uma das correntes gera, em torno do fio percorrido por ela, um campo magnético, que vamos chamar de  $\vec{B}_1$  e  $\vec{B}_2$ , respectivamente. Observe que cada fio se encontra imerso no campo magnético criado pela corrente do outro fio.

O que acontece entre eles quando as correntes têm o mesmo sentido? A figura seguinte mostra o campo magnético gerado por cada corrente na região onde se encontra o outro fio. Os sentidos dos campos magnéticos  $\vec{B}_1$  e  $\vec{B}_2$  foram determinados usando a regra da mão direita. Utilize essa regra, você também, para comprovar o resultado.



Conhecidos os campos  $\vec{B}_1$  e  $\vec{B}_2$  e os sentidos das correntes  $I_1$  e  $I_2$ , vamos determinar a força magnética entre os fios (regra do tapa). Note que as forças entre fios percorridos por correntes de mesmo sentido são de atração. Utilize a regra do tapa e confira esse fato na figura seguinte:



Você se lembra de que começamos o módulo dizendo que os fios, principalmente nas torres de transmissão e de distribuição de energia, encontram-se distantes uns dos outros? Isso é necessário, entre outras coisas, porque eles podem ser percorridos por correntes de mesmo sentido. Assim, haverá atração entre eles, o que pode levar a um eventual contato e, por consequência, a um curto-circuito na rede elétrica. Ninguém gosta quando isso acontece, não é verdade?

Se as correntes elétricas que percorrem os fios paralelos tiverem sentidos opostos, a força entre esses fios será de repulsão. Deixamos, como exercício para você, a demonstração de tal fato.

**Resumindo:**

Fios percorridos por correntes de

- mesmo sentido se **atraem**.
- sentidos **opostos** se **repelem**.

As forças magnéticas determinadas na figura anterior sempre terão o mesmo módulo, independentemente dos valores das correntes, uma vez que formam um par de ação e reação.

O valor de cada campo pode ser determinado por:

$$B_1 = \mu_0 \cdot \frac{I_1}{2\pi d}$$

$$B_2 = \mu_0 \cdot \frac{I_2}{2\pi d}$$

A força sobre cada fio pode ser calculada por:

$$F_{21} = B_2 \cdot I_1 \cdot L \quad \text{e} \quad F_{12} = B_1 \cdot I_2 \cdot L$$

Substituindo os valores dos campos, temos:

$$F_{21} = \mu_0 \cdot \frac{I_2}{2\pi d} \cdot I_1 \cdot L = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{d} \cdot L$$

$$F_{12} = \mu_0 \cdot \frac{I_1}{2\pi d} \cdot I_2 \cdot L = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{d} \cdot L$$

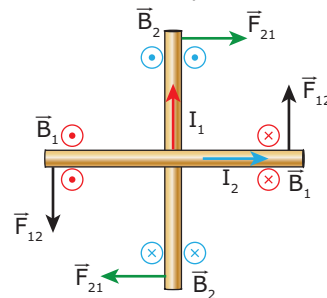
Observe que as duas equações anteriores são, exatamente, as mesmas. Dessa forma, as duas forças (de atração ou de repulsão) entre os fios têm, de fato, o mesmo módulo. Não há necessidade de se decorar tais equações. Quando precisar usá-las, você poderá fazer a dedução, conforme realizado anteriormente. Basta saber que as forças magnéticas entre condutores são proporcionais ao produto das correntes e inversamente proporcionais à distância entre os fios, ou seja:

$$F \propto \frac{I_1 \cdot I_2}{d}$$

### Condutores perpendiculares

Considere dois fios de comprimento L, longos e finos, perpendiculares um ao outro, isolados eletricamente e percorridos por correntes elétricas I<sub>1</sub> e I<sub>2</sub>. Sabemos que a corrente, em cada fio, cria um campo magnético na região onde está o outro e que os fios exercem forças entre si. No caso anterior, tais forças produziram atração ou repulsão entre os fios. Veja, agora, o que vai acontecer.

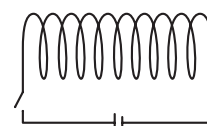
Na figura a seguir, já estão desenhados os campos magnéticos (obtidos pela regra da mão direita) e as forças magnéticas (desenhadas conforme a regra do tapa). Utilize as regras da mão direita e do tapa para conferir as direções e os sentidos dos campos e das forças.



Observe que as forças  $F_{21}$  tendem a girar o fio vertical no sentido horário, e as forças  $F_{12}$  tendem a girar o fio horizontal no sentido anti-horário, provocando um alinhamento entre eles. As forças magnéticas atuam de forma a dispor os fios, paralelamente, entre si e a fazer com que eles sejam percorridos por correntes de mesmo sentido. Se os fios puderem girar livremente, é o que vai acontecer com eles.

### EXERCÍCIO RESOLVIDO

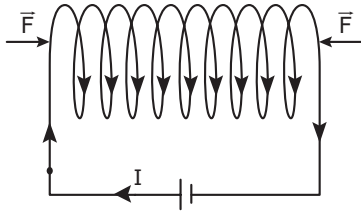
**02.** Considere um solenoide formado por fios flexíveis e finos, de modo que se possa alterar, com facilidade, as suas dimensões. Ele é apoiado sobre uma mesa sem atrito e existe ar dentro dele. Ao ser ligado a uma bateria, uma corrente percorre os anéis do solenoide. Discutir as alterações que vão ocorrer nas dimensões do solenoide devido à passagem da corrente elétrica.



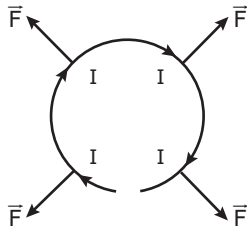


**Resolução:**

Observe, a seguir, que cada anel é percorrido, tanto na parte superior (onde estão indicadas as setas) quanto na parte inferior (que está em contato com a mesa), por correntes de mesmo sentido. Dessa forma, haverá uma atração entre os anéis e, assim, o comprimento do solenoide ficará menor, ou seja, os anéis irão se aproximar.



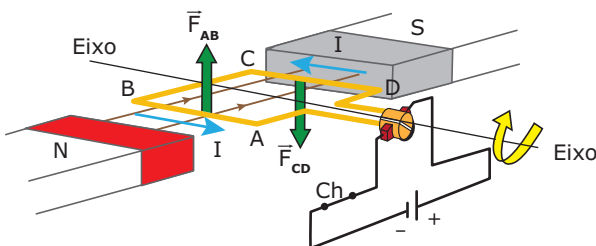
Agora, veja o que acontece com o raio de cada anel. A figura a seguir mostra um dos anéis visto de frente. Note que a corrente, em pontos simétricos do anel, possui sentidos contrários.



Assim, haverá uma repulsão entre todas as partes do anel, o que provoca um aumento no seu raio. Portanto, o solenoide ficará mais curto e mais largo.

## O TORQUE MAGNÉTICO E SUAS APLICAÇÕES

A figura a seguir mostra uma espira retangular ligada a uma fonte de tensão. A espira é colocada em repouso no interior de um campo magnético que aponta para a direita. Fechando-se a chave Ch, o circuito é percorrido por uma corrente elétrica, de forma que ela atravessa o fio CD de D para C e o fio AB de B para A. Aplicando a regra do tapa, verificamos que o fio AB sofre uma força  $\vec{F}_{AB}$  voltada para cima, enquanto o fio CD sofre uma força  $\vec{F}_{CD}$  voltada para baixo. Os outros fios, BC e AD, acham-se paralelos às linhas do campo e, por isso, não sofrem ações de forças magnéticas.



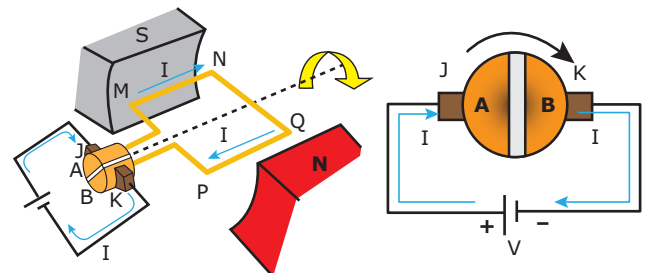
Devido às forças  $\vec{F}_{AB}$  e  $\vec{F}_{CD}$ , a espira sofre um torque (binário de forças) no sentido horário e começa a girar em torno do eixo nesse sentido. Esse é o princípio básico de funcionamento dos motores elétricos e dos medidores (galvanômetro) de quadro móvel, descritos a seguir.

## Motor de corrente contínua

Assim que a espira da figura anterior completar meia volta, os fios AB e CD trocarão de posições. A partir desse ponto, desde que a corrente, em cada fio, continue no mesmo sentido, o torque se inverterá, passando a ser no sentido anti-horário e retardando a rotação da espira.

Para evitar isso, a cada meia volta da espira, a polaridade da fonte de tensão deve ser invertida. Nos motores alimentados por corrente alternada, essa inversão de polaridade da fonte se faz de forma natural. Nesse caso, para se obter torque sempre de mesmo sentido, basta haver uma sincronização entre as frequências de rotação do motor e de alternância da corrente.

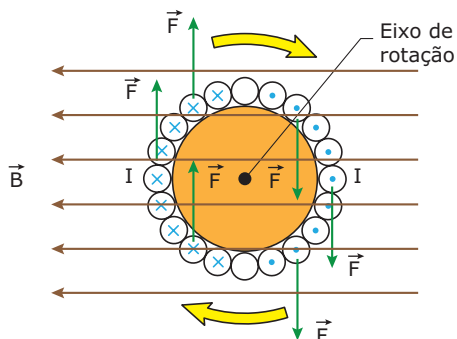
Nos motores de corrente contínua, para se obter torque sempre favorável ao movimento, existem duas peças muito importantes: as escovas (J e K) e o comutador (AB). O comutador é um pequeno cilindro cortado ao longo de seu comprimento e preenchido por um isolante. A figura seguinte mostra um modelo simplificado de um motor alimentado por uma fonte de corrente contínua, com destaque para as escovas e para o comutador. Veja que a corrente elétrica sempre entra pela escova J e sai pela escova K. A espira PQNM tem suas extremidades soldadas às partes condutoras do comutador (AB), que gira junto com o motor.



Quando a fonte é ligada, a corrente entra no motor pelo fio MN (através da parte A do comutador) e sai pelo fio QP. Use a regra do tapa (o campo magnético aponta do norte para o sul) e veja que o fio MN sofre ação de uma força magnética para cima, e que o fio QP sofre ação de uma força para baixo. Após meia volta da espira, os fios terão trocado de lugar. Assim, a corrente entra no motor pelo fio PQ (através do lado B do comutador) e sai pelo fio NM, o que mantém o torque no mesmo sentido anterior. Dessa forma, a rotação do motor é mantida sempre no sentido horário.

Quando se quer inverter o sentido de rotação do motor, basta trocar a polaridade da bateria. Dessa forma, o carrinho elétrico do nosso feliz garotinho pode andar para frente ou para trás.

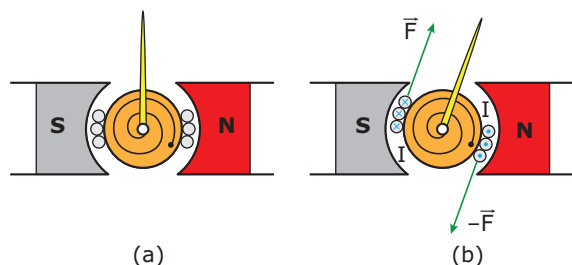
Naturalmente, para se obter torques mais elevados, os motores elétricos são dotados de uma grande quantidade de espiras enroladas em torno do rotor – parte mecânica que dá sustentação aos fios – em forma de bobinas. Isso faz com que cada fio sofra ação de uma força magnética, o que produz um torque resultante elevado no motor. Veja, a seguir, um corte lateral em um motor com algumas espiras enroladas em torno do rotor. Considere que o campo magnético esteja orientado conforme mostrado na figura. A corrente entra no motor pelos fios à esquerda e sai pelos fios à direita. Os fios superior e inferior não contribuem para o torque (as forças apontam na direção do eixo de rotação do motor) e, por isso, as correntes não foram desenhadas.



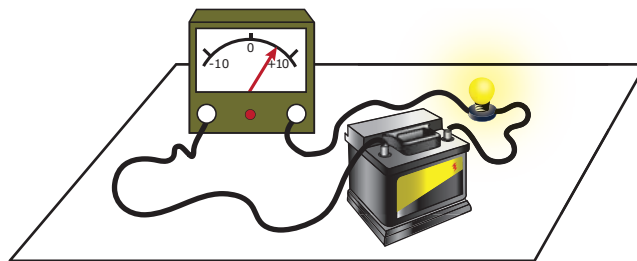
Nessa figura, foram indicadas apenas algumas forças para não poluí-la. Nos motores comerciais, o campo magnético é radial ao eixo do motor (o ímã tem forma curva acompanhando o rotor). Assim, cada espira fica submetida a forças perpendiculares aos fios, o que aumenta o torque.

### Galvanômetro de quadro móvel

Vários galvanômetros analógicos (de ponteiros) têm o funcionamento baseado no torque magnético. Nesse caso, o binário de forças nas espiras é usado para girar o ponteiro desses aparelhos – que ficam presos ao rotor. As figuras a seguir mostram um galvanômetro em corte, em que são vistos três espiras (que formam a bobina), o ponteiro, o ímã e uma mola espiral. Na figura (a), não há corrente passando pelo aparelho, o ponteiro está no meio da escala – trata-se de um galvanômetro de zero central –, e a mola não está deformada.



Na figura (b), uma corrente entra no aparelho pelos fios da esquerda. O torque aplicado pela força magnética gira o ponteiro no sentido horário. Agora, a mola está deformada e exerce um torque em sentido oposto. No momento em que os torques se equilibram, o ponteiro se estabiliza e a leitura pode ser feita na escala do instrumento, conforme a figura a seguir:



Se o sentido da corrente for invertido, o torque magnético será oposto ao mostrado anteriormente. Assim, o ponteiro gira para a esquerda. Esse tipo de galvanômetro, além de medir o valor da corrente, determina o sentido desta no circuito.

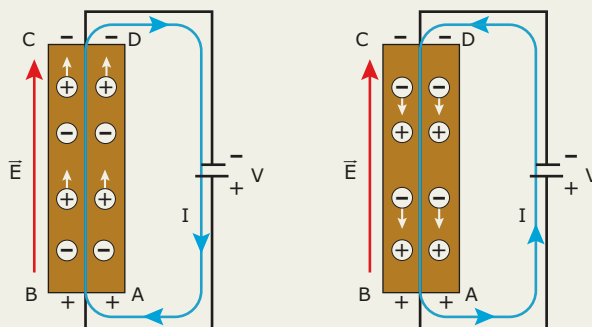
## LEITURA COMPLEMENTAR

### A corrente elétrica nos sólidos

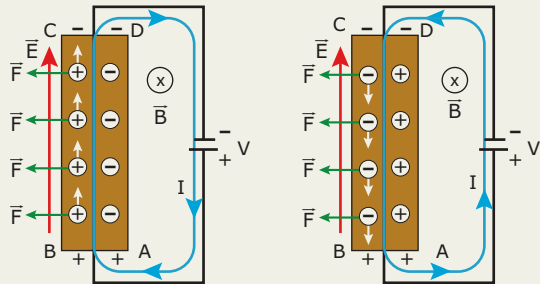
Fizemos, em estudos anteriores, a convenção de que a corrente elétrica, num condutor qualquer, era formada pelo movimento de cargas positivas – corrente convencional. Hoje, sabemos que, nos condutores sólidos, ela é formada pelo deslocamento de elétrons. Quem descobriu isso, em 1879, foi o cientista E. H. Hall, no mesmo ano da experiência com raios catódicos (elétrons) feita por J. J. Thomson.

Vimos que o sentido da força magnética que atua em um condutor, percorrido por corrente elétrica, independe de quem sejam os portadores de carga, ou seja, a força magnética externa que atua sobre o condutor é a mesma, seja a corrente formada por cargas elétricas positivas ou negativas.

Vamos agora descobrir, juntos, quem, na verdade, se movimenta dentro de um condutor sólido (prótons ou elétrons). Considere, a seguir, uma placa metálica ABCD ligada a uma bateria. Observe que o lado AB está num potencial elétrico maior (polo positivo da pilha) e o lado CD, num menor potencial (polo negativo da pilha). Assim, um campo elétrico surge, dentro da placa, no sentido  $AB \rightarrow CD$ . As cargas elétricas da placa se movimentam devido a esse campo, ou seja, uma corrente elétrica flui através dela, conforme indicado a seguir. Na primeira figura, temos uma corrente convencional (movimento de cargas “positivas”) e, na segunda, uma corrente real ou eletrônica (movimento de elétrons). As setas brancas indicam o sentido do movimento das cargas (positivas, na primeira figura, e negativas, na segunda).



O que acontece com as cargas da figura anterior se um campo magnético for aplicado perpendicularmente à placa? Lembre-se de que o campo magnético não atua em cargas em repouso. Assim, apenas os prótons, na primeira figura, ou os elétrons, na segunda, sofreriam a ação de uma força exercida pelo campo magnético. Sabemos que a força magnética desvia as cargas lateralmente. Considere as linhas de indução entrando na folha de papel (para não poluir a figura, mostramos apenas uma linha do campo magnético). Veja, nas figuras a seguir, o resultado desse deslocamento lateral.



A direção e o sentido da força magnética que atua em cada uma das cargas em movimento foram obtidos com a regra do tapa (com a palma da mão para as cargas positivas e com as costas da mão para as cargas negativas).

Primeiro, observe que a força magnética resultante que atua na placa aponta para a esquerda (independentemente de quais cargas estejam em movimento).

Depois, veja que, na primeira figura, o lado BC apresenta excesso de cargas positivas e, na segunda, é o lado AD que apresenta excesso de cargas positivas. Isso acontece porque as cargas em movimento sofrem a ação de forças magnéticas que as desviam lateralmente. Dessa forma, existe uma diferença de potencial entre as laterais da placa. Hall mediu a diferença de potencial entre as laterais e concluiu que os portadores de carga da corrente elétrica nos sólidos são, na verdade, elétrons. Dessa forma, a segunda figura apresenta o que ocorre na realidade.

Perceba, por último, que só é importante você usar a corrente eletrônica se for necessário descobrir qual lateral ficará positiva e qual estará negativa ou se o exercício pedir a força magnética sobre os elétrons. Para os outros casos, continue a usar a corrente convencional.

- A) Na situação II, flui corrente no sentido BA, e o campo está saindo da folha.
- B) Na situação II, flui corrente no sentido BA, e o campo está entrando na folha.
- C) Na situação III, flui corrente no sentido AB, e o campo está entrando na folha.
- D) Na situação III, flui corrente no sentido BA, e o campo está saindo da folha.

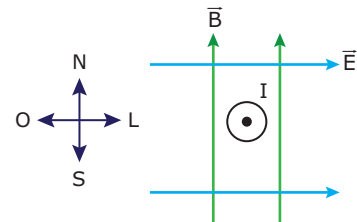
**02.** (UFMG-2006) Em um experimento, André monta um circuito em que dois fios – K e L – retilíneos e paralelos são percorridos por correntes elétricas constantes e de sentidos opostos. Inicialmente, as correntes nos fios são iguais, como mostrado na figura I. Em seguida, André dobra o valor da corrente no fio L, como representado na figura II.



Sejam  $F_K$  e  $F_L$ , respectivamente, os módulos das forças magnéticas nos fios K e L. Considerando-se essas informações, é **CORRETO** afirmar que,

- A) na figura I,  $F_K = F_L = 0$  e, na figura II,  $F_K \neq F_L$ .
- B) na figura I,  $F_K = F_L \neq 0$  e, na figura II,  $F_K \neq F_L$ .
- C) na figura I,  $F_K = F_L = 0$  e, na figura II,  $F_K = F_L \neq 0$ .
- D) na figura I,  $F_K = F_L \neq 0$  e, na figura II,  $F_K = F_L \neq 0$ .

**03.** Um fio longo, percorrido por uma corrente convencional (I), está colocado num plano perpendicular à folha, saindo dela. Dois campos, um elétrico (sentido oeste-leste) e outro magnético (sentido sul-norte), atuam na região onde se encontra o fio. Os campos são uniformes, perpendiculares, e suas direções estão no plano da folha. O fio pode se deslocar para qualquer direção. A respeito das forças que os campos exercem sobre o fio, dois estudantes assim se expressaram:



Lalá: A resultante entre elas, na situação mostrada, aponta na direção nordeste, pois a corrente é a convencional.

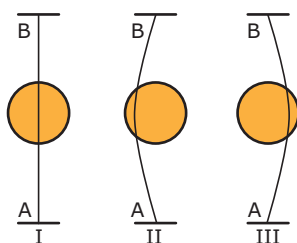
Lulu: O fio tende a se deslocar para a esquerda, pois o campo magnético é maior do que o campo elétrico.

Fez (fizeram) afirmações **CORRETAS** e pertinentes

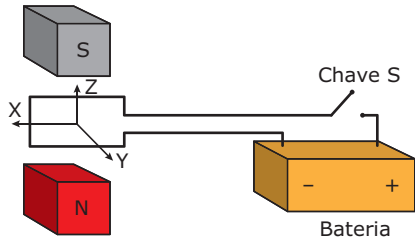
- A) Lalá, apenas.
- B) Lulu, apenas.
- C) os dois.
- D) nenhum dos dois.

## EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

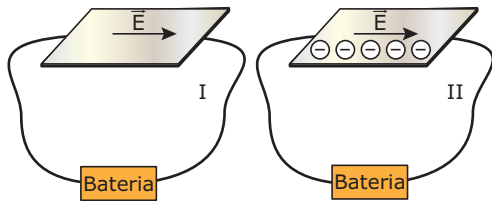
**01.** (PUC) A figura a seguir representa um fio condutor flexível estendido entre as extremidades A e B, na vertical, e uma região circular em que existe um campo magnético uniforme e constante, perpendicular ao plano da folha. Na situação I, não flui corrente pelo fio. Assinale a afirmativa **CORRETA**.



04. (UFSM-RS) A figura representa uma espira ligada a uma bateria por meio de uma chave S e imersa numa região de campo magnético. Ao se ligar a chave S, a espira tende a



- A) girar ao redor do eixo X, no sentido  $Y \rightarrow Z$ .  
 B) girar ao redor do eixo X, no sentido  $Z \rightarrow Y$ .  
 C) se deslocar, sem girar, na direção do eixo Z.  
 D) escapar da região de campo ao longo do eixo X.  
 E) escapar da região de campo ao longo do eixo Y.
05. (UFMG) Uma bateria, ligada a uma placa metálica, cria nesta um campo elétrico  $\vec{E}$ , como mostrado na figura I. Esse campo causa movimento de elétrons na placa. Se essa placa for colocada em uma região em que existe um determinado campo magnético  $\vec{B}$ , observa-se que elétrons se concentram em um dos lados dela, como mostrado na figura II.

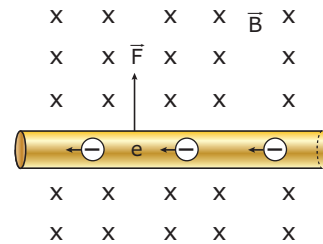


Com base nessas informações, assinale a alternativa em que **MELHOR** estão representados a direção e o sentido do campo magnético existente nessa região.

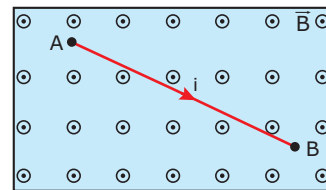
- A)
- B)
- C)
- D)

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01. (UECE) Um condutor metálico, mesmo transportando uma corrente, tem carga líquida zero. Quando colocado numa região com um campo magnético perpendicular a esta folha de papel, como mostra a figura, ele sofre uma força magnética lateral. Isso ocorre porque a força magnética



- A) é mais forte nos prótons por terem maior massa que os elétrons.  
 B) acontece somente em cargas que se movem.  
 C) nos prótons é neutralizada pelas forças elétricas.  
 D) nos elétrons é paralela à direção e ao sentido de  $\vec{B}$ .
02. (MEDSantos-SP) O condutor AB contido no plano da figura, de comprimento  $L = 10 \text{ cm}$ , é percorrido por uma corrente de 5 A, numa região de indução magnética uniforme de intensidade 0,01 T. Podemos concluir que

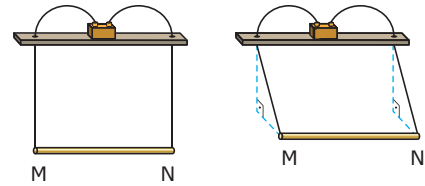
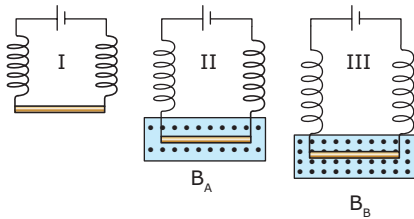


- A) não há força magnética sobre o condutor.  
 B) a força magnética não pode ser calculada, pois não se conhece o ângulo entre o condutor e a indução magnética.  
 C) a força magnética tem intensidade  $5 \times 10^{-3} \text{ N}$ .  
 D) a força magnética tem intensidade  $5 \times 10^{-4} \text{ N}$ .  
 E) a força magnética tem intensidade 5 N.

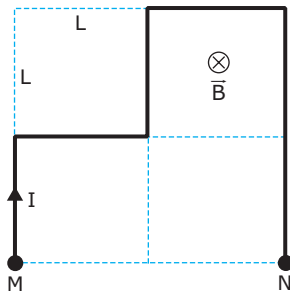
(PUC Minas)

**Instrução:** Leia o texto a seguir para responder às questões 03 e 04.

Um condutor retilíneo está preso a duas molas verticais idênticas, cujas extremidades estão ligadas aos polos de uma bateria, conforme indicado. Na situação I, cada mola apresenta uma deformação de 2,0 cm em relação ao seu comprimento natural. Na situação II, o condutor foi colocado dentro de uma região na qual existe um campo magnético horizontal, constante e uniforme  $B_A$ , e, nessa situação, a deformação de cada mola passou a ser de 4,0 cm. Na situação III, o campo magnético horizontal, uniforme e constante atuante no condutor é  $B_B$ , e a deformação foi medida em 6,0 cm. A fonte é a mesma nas três situações.



- 03.** A força que cada mola exerce sobre o condutor, na situação III, é
- igual ao peso do condutor.
  - o dobro do peso do condutor.
  - três vezes o peso do condutor.
  - 1,5 vez o peso do condutor.
- 04.** O valor do campo  $B_B$  dividido pelo valor do campo  $B_A$  é igual a
- um.
  - dois.
  - três meios.
  - dois terços.
- 05.** Um condutor MN, de comprimento total igual a  $6L$ , percorrido por uma corrente elétrica  $I$ , foi dobrado conforme a figura a seguir. Ele foi colocado em uma região na qual existe um campo magnético externo, uniforme e de módulo igual a  $B$ , perpendicular ao plano da folha de papel. O módulo da resultante das forças que atuam no condutor MN, devido ao campo magnético externo, é igual a



- zero.
  - $2B \cdot I \cdot L$ .
  - $4B \cdot I \cdot L$ .
  - $6B \cdot I \cdot L$ .
- 06.** Marcela e Bárbara montaram, para seus colegas, a demonstração a seguir. Uma barra cilíndrica condutora horizontal MN está pendurada em um suporte por meio de dois fios condutores, de massas desprezíveis, ligados às suas extremidades. Os dois fios são ligados aos polos de uma bateria. Nessas circunstâncias, a barra fica em equilíbrio quando os fios de sustentação estão na vertical. Aplicando-se um campo magnético vertical, de baixo para cima, os fios de sustentação ficam inclinados  $45^\circ$  em relação à vertical, aproximando-se dos olhos do leitor.

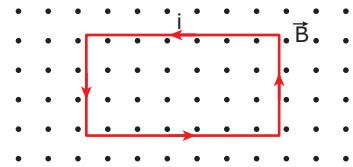
Guilherme e Douglas emitem as seguintes opiniões a respeito da demonstração:

Guilherme: A corrente elétrica percorre a barra de M para N.

Douglas: A força magnética que atua na barra é igual ao seu peso.

A respeito das afirmações dos colegas, pode-se concluir que

- apenas Guilherme está correto.
  - apenas Douglas está correto.
  - os dois colegas estão corretos.
  - nenhum deles está correto.
- 07.** (ITA-SP-2006) Uma espira retangular é colocada em um campo magnético com o plano da espira perpendicular à direção do campo, conforme mostra a figura. Se a corrente elétrica flui no sentido mostrado, pode-se afirmar, em relação à resultante das forças e ao torque total em relação ao centro da espira, que

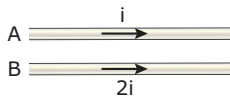


- a resultante das forças não é zero, mas o torque total é zero.
- a resultante das forças e o torque total são nulos.
- o torque total não é zero, mas a resultante das forças é zero.
- a resultante das forças e o torque total não são nulos.
- o enunciado não permite estabelecer correlações entre as grandezas consideradas.

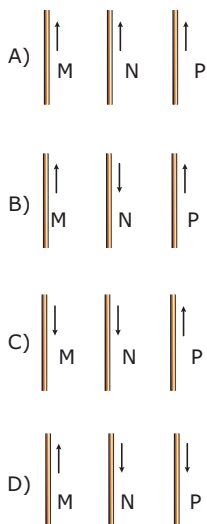
- 08.** (PUC Minas) Há uma força de atração entre dois fios longos retilíneos e paralelos, quando, em cada um deles, circula uma corrente elétrica com o mesmo sentido, porque há uma interação entre

- o campo elétrico dentro de um condutor e o campo elétrico dentro do outro condutor.
- o campo magnético criado pela corrente que passa em um condutor e a corrente que circula no outro.
- a diferença de potencial aplicada a um condutor e o campo elétrico dentro do outro condutor.
- o campo elétrico dentro de um condutor e a corrente do outro condutor.
- os condutores, devido ao efeito joule.

09. (UFRGS) Selecione a alternativa que preenche **CORRETAMENTE** as lacunas do texto a seguir, na ordem em que elas aparecem. A figura seguinte representa dois fios metálicos paralelos, A e B, próximos um do outro, que são percorridos por correntes elétricas de mesmo sentido e de intensidades iguais a  $i$  e  $2i$ , respectivamente. A força que o fio A exerce sobre o fio B é \_\_\_\_\_, e sua intensidade é \_\_\_\_\_ intensidade da força exercida pelo fio B sobre o fio A.



- A) repulsiva – duas vezes maior do que a  
 B) repulsiva – igual à  
 C) atrativa – duas vezes menor do que a  
 D) atrativa – duas vezes maior do que a  
 E) atrativa – igual à
10. Três condutores longos e retilíneos, M, N e P, são percorridos por correntes elétricas e colocados paralelamente um ao outro. Assinale a alternativa que indica os sentidos das correntes elétricas nos fios de modo que a força magnética resultante sobre cada fio seja nula.



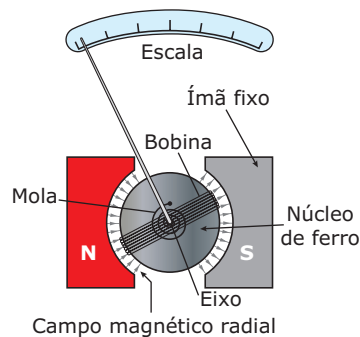
11. (FUVEST-SP) Um circuito é formado por dois fios muito longos, retilíneos e paralelos, ligados a um gerador de corrente contínua como mostra a figura. O circuito é percorrido por uma corrente constante  $I$ . Pode-se afirmar que a força de origem magnética que um trecho retilíneo exerce sobre o outro é



- A) nula.  
 B) atrativa e proporcional a  $I$ .  
 C) atrativa e proporcional a  $I^2$ .  
 D) repulsiva e proporcional a  $I$ .  
 E) repulsiva e proporcional a  $I^2$ .

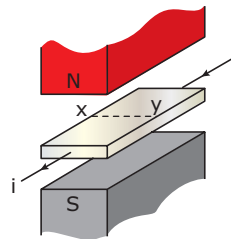
12. (UFRN / Adaptado) Alguns instrumentos analógicos de medidas elétricas, como o ilustrado na figura seguinte, são constituídos basicamente pelos seguintes elementos:

- I) Um ímã fixo.  
 II) Uma bobina de fio condutor enrolado num núcleo de ferro. Essa bobina fica imersa no campo magnético produzido pelo ímã fixo.  
 III) Um ponteiro fixado na bobina de tal forma a acompanhar qualquer movimento de rotação da bobina, permitindo, assim, o registro dos valores medidos pelo equipamento numa escala devidamente calibrada.  
 IV) Uma mola espiral capaz de produzir um torque restaurador na bobina, garantindo, portanto, o processo de leitura da medida elétrica considerada.



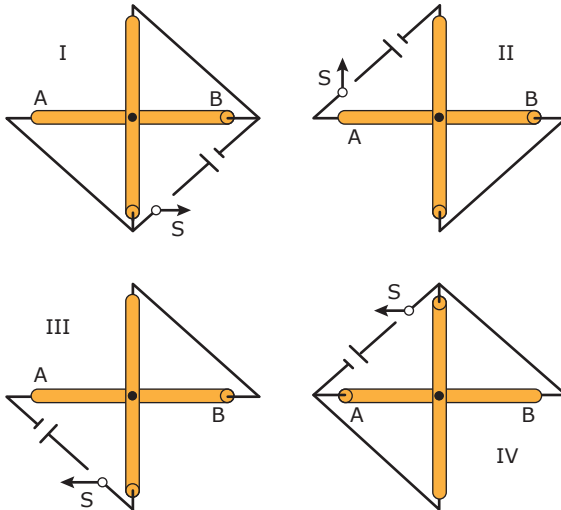
- Quando os terminais desse instrumento são ligados a um circuito elétrico, uma determinada corrente elétrica circulará na bobina. A presença da corrente na bobina faz aparecer um torque,  $M_r$ , que faz o ponteiro girar, e um outro torque originário da mola,  $M_m$ , que tenta restaurar a posição inicial do ponteiro. Assim, quando, numa medição, o ponteiro desse equipamento para, em um determinado valor da escala, é porque o campo magnético do ímã fixo exerce força sobre
- A) o campo elétrico da bobina e  $M_i = M_m$ .  
 B) o campo magnético da bobina e  $M_i > M_m$ .  
 C) as cargas elétricas em movimento na bobina e  $M_i > M_m$ .  
 D) as cargas elétricas em movimento na bobina e  $M_i = M_m$ .

13. (Mackenzie-SP) A lâmina metálica indicada na figura é percorrida longitudinalmente pela corrente convencional  $i$  e está imersa no campo magnético originado pelo ímã. Sendo  $V_x$  e  $V_y$  os potenciais elétricos nos pontos  $x$  e  $y$ , respectivamente, podemos dizer que



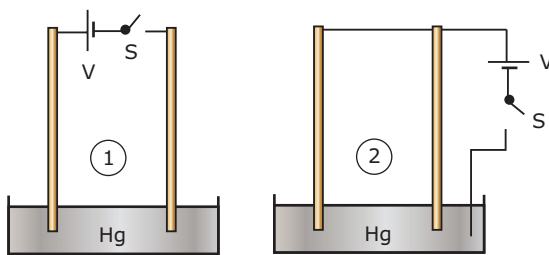
- A)  $V_x = V_y$ .  
 B)  $V_x > V_y$ .  
 C)  $V_x < V_y$ .  
 D)  $V_x = 2V_y$ .  
 E)  $V_x = V_y / 2$ .

14. Considere dois fios condutores, rígidos, perpendiculares, e ligados pelos seus centros (C) a uma haste isolante. Não existe contato elétrico entre eles. O fio AB é fixado sobre uma mesa e o outro pode girar livremente. Eles são conectados a uma bateria por cabos condutores flexíveis e extensíveis.



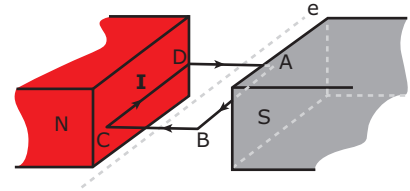
Ligando-se a chave S, os fios rígidos tendem a se colocar paralelos um ao outro nas montagens

- A) I e II, apenas.                      D) II e III, apenas.  
 B) I e III, apenas.                    E) I, II, III e IV.  
 C) II e IV, apenas.
15. (UFMG / Adaptado) Duas barras de cobre foram colocadas em um recipiente isolante que contém mercúrio e ligadas a um circuito contendo uma bateria (V), fios de ligação rígidos de resistência desprezível e uma chave (S), conforme figuras 1 e 2. Ligando-se a chave S, as barras de cobre tendem a ficar conforme está mostrado na alternativa:



- A)      C)   
 B)      D)

16. (FEI-SP) Uma espira retangular ABCD, de dimensões  $AB = 2 \text{ cm}$  e  $BC = 1 \text{ cm}$ , localiza-se entre os polos N e S de um ímã permanente conforme a figura. O campo de indução pode ser considerado uniforme nessa região, com intensidade  $B = 0,8 \text{ T}$ . A bobina pode girar em torno do eixo de simetria  $e$  e é percorrida pela corrente  $I = 5 \text{ A}$ .

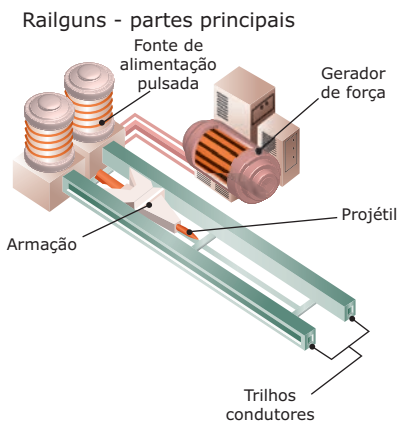


- A) **CALCULE** o momento (torque) de rotação da espira, na posição indicada.  
 B) **INDIQUE** o sentido em que a espira irá girar e qual a posição de equilíbrio. **JUSTIFIQUE** sua resposta.

## SEÇÃO ENEM

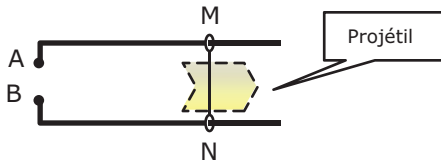
### 01. Princípios básicos sobre as Railguns (Canhões "elétricos")

Basicamente, uma railgun é um grande circuito elétrico composto de três partes: uma fonte de energia, um par de trilhos (rails, em inglês) condutores e paralelos e uma armação móvel. Esta deve ser condutora e deve ficar em contato elétrico com as partes internas de cada trilho. Nessa armação, fica preso o projétil a ser disparado. Quando a fonte de energia é ativada, a armação é impulsionada, com velocidade crescente, para fora do canhão (sentido oposto ao da fonte de alimentação).



Disponível em: <<http://ciencia.hsw.uol.com.br/canhao-eletrico1.htm>>. Acesso em: 16 de mar. 2011 (Adaptação).

A figura a seguir apresenta o esquema básico da railgun. Nele, a haste MN, condutora, está em contato com os trilhos horizontais. Quando a fonte de alimentação é ligada aos pontos A e B, a haste é disparada levando o projétil consigo. Isso acontece porque a corrente elétrica que circula pelos trilhos (AM e BN) cria um campo magnético que interage com a corrente que circula na haste.



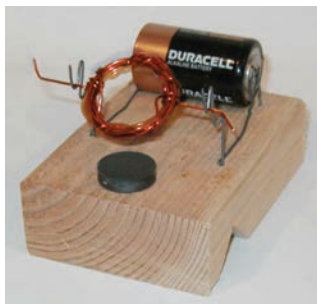
Para que o projétil seja disparado para a direita, na figura anterior, a fonte de alimentação ligada aos pontos A e B

- A) deve ser, necessariamente, contínua e o campo magnético criado pela corrente que circula nos trilhos deve ser perpendicular ao plano da railgun.
- B) deve ser, necessariamente, contínua e o campo magnético criado pela corrente que circula nos trilhos deve ser paralelo ao plano da railgun.
- C) deve ser, necessariamente, alternada e o campo magnético criado pela corrente que circula nos trilhos deve ser perpendicular ao plano da railgun.
- D) pode ser contínua ou alternada e o campo magnético criado pela corrente que circula nos trilhos deve ser perpendicular ao plano da railgun.
- E) pode ser contínua ou alternada e o campo magnético criado pela corrente que circula nos trilhos deve ser paralelo ao plano da railgun.

**02.** O motor elétrico é uma máquina destinada a transformar energia elétrica em mecânica. É o mais usado dos motores, pois combina as vantagens da energia elétrica (baixo custo, facilidade de transporte, limpeza), com a grande versatilidade na adaptação às mais diversas funções e com os melhores rendimentos. No ano de 1833, o inglês W. Ritchie inventou o comutador e construiu um pequeno motor elétrico em que o núcleo de ferro enrolado girava em torno de um ímã permanente. Para dar uma volta completa, a polaridade do eletroímã era alternada a cada meia volta através do comutador.

Disponível em: <[http://pt.wikipedia.org/wiki/Motor\\_el%C3%A9trico](http://pt.wikipedia.org/wiki/Motor_el%C3%A9trico)>. Acesso em: 17 mar. 2011 (Adaptação).

Um motor elétrico bem simples pode ser construído em casa usando uma pilha de 1,5V, um ímã, um suporte de madeira, fio esmaltado para a bobina, arames e pregos. A figura a seguir mostra a montagem descrita.



Disponível em: <[http://www.fisica.net/feirasdeciencias/motor\\_eletrico\\_simples.php](http://www.fisica.net/feirasdeciencias/motor_eletrico_simples.php)>. Acesso em: 17 mar. 2011 (Adaptação).

O fio esmaltado deve ser enrolado na forma de uma bobina e as suas extremidades devem ficar em contato com o arame que estará ligado aos polos da bateria. Para que o motor possa funcionar, as extremidades do fio da bobina devem ser raspadas de modo a retirar o esmalte. Entretanto, para que o motor funcione de forma efetiva e possa girar em alta rotação, uma das extremidades do fio deve ser raspada apenas de um dos lados, mantendo o esmalte no outro. Para colocar o motor em funcionamento, basta dar uma rotação inicial, e a força magnética nos fios da bobina produz o torque necessário para o movimento. Raspar apenas uma das metades de um dos fios é necessário porque isso

- A) reduz o consumo de energia à metade, uma vez que a corrente elétrica não circula pelo motor quando a metade isolada do fio está em contato com o arame.
- B) faz com que a força magnética que atua em cada fio da bobina tenha seu valor dobrado em relação ao fio todo descascado.
- C) permite que o torque da força magnética sobre a bobina seja sempre no mesmo sentido de rotação, o que não aconteceria com o fio todo descascado.
- D) aumenta a resistência da bobina e reduz o valor da corrente elétrica. Com isso, a força magnética aumenta de valor e aumenta a frequência de rotação do motor.
- E) transforma a corrente elétrica fornecida pela pilha em alternada, e isso permite que o torque exercido pela força magnética seja sempre no mesmo sentido de rotação.

## GABARITO

### Fixação

- 01. A
- 02. D
- 03. D
- 04. A
- 05. A

### Propostos

- 01. B    04. B    07. B    10. B    13. B
- 02. C    05. B    08. B    11. E    14. E
- 03. D    06. C    09. E    12. D    15. D
- 16. A)  $M = 8,0 \times 10^{-4} \text{ N.m}$

- B) Sentido anti-horário. O equilíbrio é possível com o plano da espira perpendicular às linhas de indução.

### Seção Enem

- 01. D    02. C



# FÍSICA

## Indução eletromagnética e transformadores

MÓDULO  
15

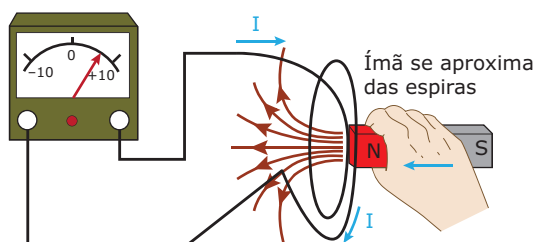
FRENTE  
D

Em 1820, Oersted descobriu que uma corrente elétrica gera um campo magnético. Em 1831, o cientista Michael Faraday observou que o fenômeno contrário também é possível. Ele percebeu que, em determinadas condições, um campo magnético é capaz de produzir corrente elétrica. Essa descoberta é conhecida como a Lei da Indução Eletromagnética, um dos legados da Física que mais auxiliou o homem na busca de novas tecnologias.

Certa vez, Faraday procurou o Ministro das Finanças da França para mostrar seu trabalho e foi questionado sobre qual seria a utilidade de tais invenções. Faraday respondeu-lhe: “Um dia, V. Ex.<sup>a</sup> coletará impostos com elas”. Para comprovar essa afirmação, basta pensar que as usinas de eletricidade (hidroelétricas, como Itaipu e Furnas, ou termoelétricas, como Igarapé e Angra I e II) funcionam com base no fenômeno da indução eletromagnética. A geração de energia elétrica em grande escala foi a mola propulsora do mundo contemporâneo.

### A INDUÇÃO ELETROMAGNÉTICA

A figura seguinte ilustra uma das experiências realizadas por Faraday durante suas pesquisas. Nesse caso, ele construiu um circuito que tinha uma bobina com algumas voltas de fio. O amperímetro de zero central servia para detectar a presença de corrente elétrica no circuito. Quando ele aproximava o ímã, rapidamente, da bobina, verificava desvio no ponteiro do aparelho, indicando passagem de corrente elétrica pelo circuito. Quando o ímã era, rapidamente, afastado, o ponteiro se desviava para o outro lado, indicando uma corrente elétrica em sentido oposto ao anterior. Mantendo o ímã parado diante da bobina, nenhuma corrente era observada.



Analisando a figura, percebemos que o número de linhas de indução magnética que atravessam a bobina se altera quando o ímã se movimenta em relação a ela. Quando o ímã é aproximado da bobina, o número de linhas que a penetram aumenta. Quando ele é afastado, o número de linhas que a “furam” diminui. Com o ímã parado diante da bobina, o número de linhas que a atravessam não é alterado. Assim, Faraday chegou à seguinte conclusão:

Um campo magnético produz corrente elétrica numa bobina, por exemplo, desde que o número de linhas de indução magnética que atravessam o circuito esteja variando com o tempo.

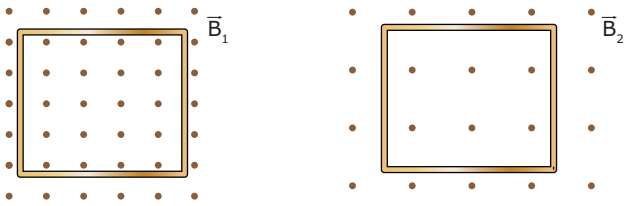
### O fluxo magnético ( $\phi$ )

Para entender a Lei da Indução Eletromagnética, é necessário definir uma grandeza chamada fluxo magnético ( $\phi$ ). O fluxo magnético é **proporcional ao número de linhas de indução que atravessam uma determinada superfície a cada instante** (em geral, a superfície de uma espira).

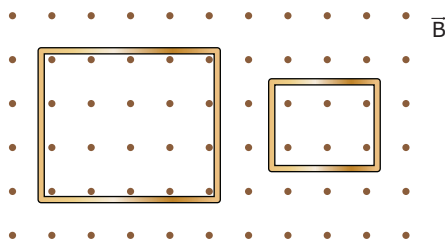
Para que possamos entender o conceito de fluxo magnético com mais facilidade, vamos, antes, entender o significado de um fluxo de gotas de água. Imagine que você precisa coletar água da chuva em um recipiente. Vamos juntos responder à seguinte pergunta: Quais são as grandezas que determinam o número de gotas de chuva que atravessam a “boca” do recipiente a cada instante? Fácil, concorda? Primeiro, a intensidade da chuva. Chuva mais forte tem maior número de gotas por metro quadrado. Segundo, a área da “boca” da vasilha. Um recipiente de bocal mais largo coleta maior quantidade de gotas a cada instante. E, por último, o ângulo da “boca” do recipiente em relação à chuva. Se o bocal é colocado perpendicularmente ao movimento da chuva, o número de gotas recolhidas é grande. Ao contrário, se girarmos o recipiente, de modo que a “boca” fique paralela à chuva, nenhuma gota é recolhida pela vasilha.

O mesmo acontece, com o fluxo magnético. A intensidade do campo magnético externo (chamado campo indutor) interfere no valor do fluxo, pois um campo magnético mais intenso corresponde a linhas de indução mais concentradas.

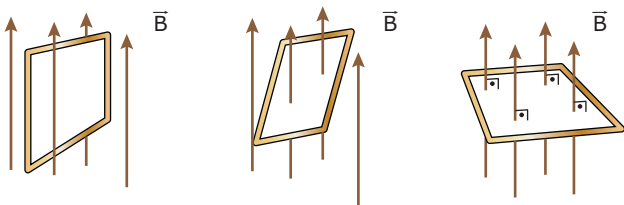
Por isso, na figura a seguir, a primeira espira, que se encontra em um campo magnético mais intenso ( $|\vec{B}_1| > |\vec{B}_2|$ ), está sujeita a um fluxo magnético maior. O número de linhas que atravessam a espira da esquerda (20) é maior do que o número de linhas que atravessam a espira da direita (6).



Assim como a intensidade do campo, a área (A) da espira também influencia o valor do fluxo magnético. A figura seguinte mostra duas espiras dentro de um mesmo campo magnético uniforme, no qual as duas espiras apresentam suas faces perpendiculares às linhas de indução do campo magnético. Naturalmente, a primeira espira, de área maior, apresenta o maior valor de fluxo magnético, pois ela é "perfurada" por um maior número de linhas de indução (20) do que a espira menor (6).



A figura a seguir representa uma espira quadrada sendo girada dentro de um campo magnético. Na figura à esquerda (espira paralela ao campo), o fluxo magnético vale zero, pois nenhuma linha de indução "fura" a superfície da espira. Na figura do centro, existe um pequeno fluxo magnético, mas é na figura à direita (espira perpendicular ao campo magnético) que o fluxo é máximo, pois, nesse caso, a superfície da espira é "perfurada" pelo maior número de linhas de indução magnética possível.

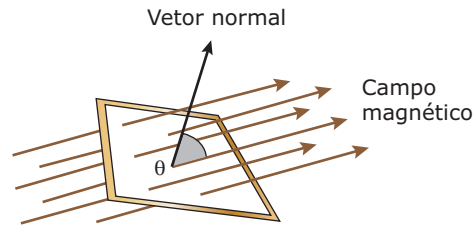


Assim, o fluxo magnético em uma espira colocada em um campo magnético depende da intensidade do campo, da área da espira e da inclinação desta em relação às linhas de indução. Operacionalmente, o fluxo magnético é definido pela seguinte expressão:

$$\varphi = B.A.\cos \theta$$

Sendo B e A os valores do campo magnético e da área da espira, respectivamente. O ângulo  $\theta$  mede a inclinação da espira em relação ao vetor campo magnético.

O ângulo  $\theta$  é o ângulo formado entre o vetor campo magnético e um vetor imaginário normal à superfície da espira (figura a seguir). Para  $\theta = 0^\circ$ , a espira apresenta a sua face perpendicular às linhas do campo. Nesse caso, o fluxo magnético é máximo e igual a  $B.A$ , pois  $\cos 0^\circ = 1$ . Para  $\theta = 90^\circ$ , a face da espira é paralela às linhas de indução e o fluxo magnético é nulo, pois  $\cos 90^\circ = 0$ .



A unidade de fluxo magnético no SI é o weber (Wb), em homenagem ao cientista alemão Wilhelm Weber. Um fluxo magnético de 1,0 Wb corresponde a determinado número de linhas de indução através de um circuito. Se o fluxo passar para 2,0 Wb, por exemplo, o número de linhas de indução que atravessam a área daquele circuito terá dobrado.

Vimos, anteriormente, que a unidade de medida do campo magnético era  $U(B) = N/A.m = T$  (tesla). Usando a definição de fluxo, podemos obter outra unidade para o campo magnético no SI. Veja a seguir:

$$\varphi = B.A.\cos \theta \Rightarrow B = \varphi / (A.\cos \theta) \Rightarrow U(B) = Wb/m^2 = T$$

Assim, as duas unidades são idênticas, ou seja,  $Wb/m^2 = N/A.m = T$ . Podemos usar qualquer uma delas para medir o campo magnético.

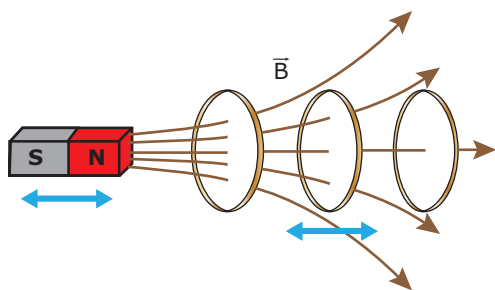
## A variação do fluxo magnético ( $\Delta\varphi$ )

Vimos, na experiência de Faraday, que o medidor indicava a passagem de corrente pelas espiras quando havia uma variação do fluxo magnético. Uma vez que a definição de fluxo envolve três grandezas (campo, área e ângulo), a variação do fluxo pode ser conseguida por meio da variação de qualquer uma destas. Vamos analisar alguns casos.

### Variação do campo magnético ( $\Delta B$ )

Considere um fio reto, uma espira ou um solenoide percorrido por corrente elétrica. Em cada ponto próximo a eles, existe um campo magnético. Se a corrente elétrica aumentar ou diminuir, o valor do campo magnético será mais intenso ou menos intenso naquele ponto. Assim, podemos variar o fluxo magnético, alterando o valor da corrente elétrica. Isso produzirá uma variação do fluxo magnético através de uma espira colocada nessa região.

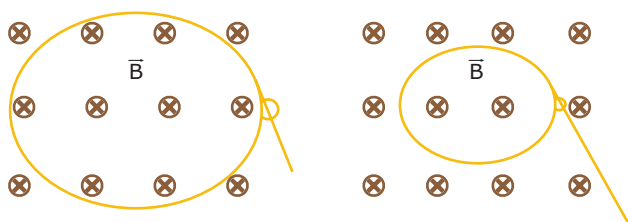
Sabemos que um ímã apresenta um valor de campo magnético bem definido em cada ponto próximo a ele. Assim, uma forma de variar o fluxo magnético em uma espira, por exemplo, é alterar a distância entre esta e o ímã, conforme mostrado na figura seguinte. Nessa representação, usaremos apenas algumas linhas de indução magnética para não poluir muito a figura.



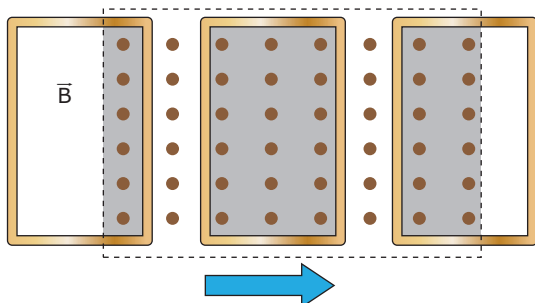
Se o ímã e a espira se aproximam, seja pelo movimento dele, dela ou de ambos, o campo magnético que “fura” a espira é mais intenso e, assim, o fluxo magnético aumenta. Se, ao contrário, eles se afastam, o campo magnético é menos intenso, e o fluxo magnético diminui. Observe que o número de linhas de indução que atravessam a espira diminui à medida que esta é afastada do ímã. O mesmo efeito seria obtido, mantendo a espira sempre dentro do campo do ímã, se o ímã fosse deslocado paralelamente à espira, para cima, para baixo, para a direita ou para a esquerda. A variação de fluxo também poderia ser obtida deslocando a espira da mesma forma.

### Variação da área da espira ( $\Delta A$ )

Podemos variar a área da espira de duas formas. Primeiro, variando literalmente o tamanho da espira, conforme mostrado na figura a seguir. Veja que, puxando a extremidade livre do fio, a área da espira fica menor, e o fluxo através dela diminui.

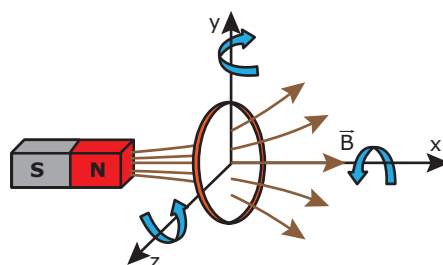


Segundo, alterando a área da espira sujeita ao campo. Na figura seguinte, uma espira de área definida se desloca entrando e saindo de uma região na qual existe um campo magnético. A parte cinza mostra a área da espira sujeita ao campo. Veja que, quando a espira entra no campo, o fluxo magnético aumenta, quando ela se movimenta, estando totalmente dentro do campo, o fluxo é constante, e, quando a espira deixa a região onde há o campo magnético, o fluxo diminui.



### Variação do ângulo ( $\Delta\theta$ )

Considere uma espira colocada de frente para um ímã e três eixos de rotação possíveis (x, y e z), conforme mostrado a seguir. Os eixos x e y estão no plano da folha, e o eixo z é perpendicular a ela e para fora desta. Observe que o campo magnético atravessa a espira perpendicularmente ao plano formado por ela, e, por isso, o fluxo magnético é máximo. Se girarmos a espira em torno do eixo x, ela continuará perpendicular ao campo, e o fluxo continuará máximo, sem sofrer alteração. Mas, se a rotação for em torno dos eixos y ou z, após um quarto de volta, a espira estará paralela ao campo, e o fluxo magnético através dela será nulo. Veja, portanto, que a rotação em torno de y ou z faz variar o fluxo magnético na espira.



## A LEI DA INDUÇÃO DE FARADAY

Conhecendo o conceito de fluxo magnético e suas possíveis variações, podemos expressar a Lei da Indução Eletromagnética de Faraday da seguinte forma:

Toda vez que o fluxo magnético externo que atravessa um circuito fechado **VARIAR** com o passar do tempo, surgirá, no circuito, uma força eletromotriz induzida e, portanto, uma corrente elétrica induzida.

O valor médio da força eletromotriz induzida (também chamada de eletromotância induzida) é dado por:

$$\epsilon_I = N \left( \frac{\Delta\phi}{\Delta t} \right)$$

Na equação anterior, N é o número de espiras,  $\Delta\phi$  é a variação sofrida pelo fluxo magnético, e  $\Delta t$  é o intervalo de tempo decorrido nessa variação.

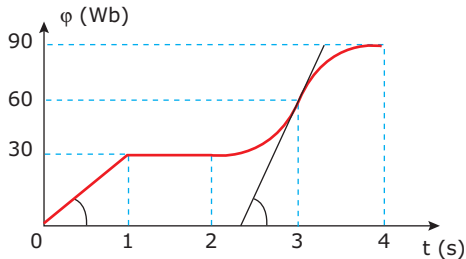
Sabemos que a corrente elétrica pode ser calculada por  $I = \epsilon/R_{EQ}$ . Dessa forma, a corrente induzida que surge num circuito fechado de resistência constante vai depender do valor da f.e.m. induzida.

Veja, na equação anterior, que a f.e.m. induzida será tanto maior quanto maiores forem dois fatores básicos:

1. O número de espiras (voltas de fio) do circuito;
2. A taxa de variação temporal de fluxo ( $\Delta\phi/\Delta t$ ).

## EXERCÍCIO RESOLVIDO

- 01.** Considere uma espira de resistência constante, sendo atravessada por um fluxo magnético hipotético que tem o seu valor, em função do tempo, dado pelo gráfico a seguir. Nele, as curvas entre os instantes 2 e 4 são funções quadráticas ( $2^{\circ}$  grau). Analisar a variação temporal do fluxo magnético e construir um gráfico qualitativo da intensidade da corrente elétrica induzida ( $I_1$ ) que aparece na espira em função do tempo.



### Resolução:

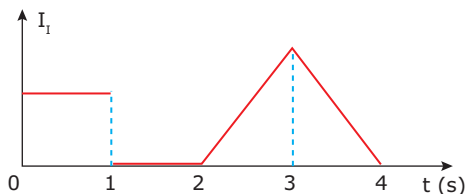
A intensidade da corrente induzida na espira pode ser calculada por  $I_1 = \varepsilon_1/R = (N/R) \cdot (\Delta\phi/\Delta t)$ . Na situação desse exercício, temos somente uma espira ( $N = 1$ ) de resistência elétrica constante. Assim, a corrente induzida ( $I_1$ ) é proporcional apenas à variação temporal do fluxo ( $I_1 \propto \Delta\phi/\Delta t$ ). Em um gráfico de  $\phi \times t$ , a inclinação da curva é uma medida da variação de fluxo magnético. Dessa forma, a corrente induzida está relacionada com a inclinação da curva do gráfico. Para facilitar, lembre-se de que, na Cinemática, o gráfico  $v \times t$  era obtido a partir da inclinação da curva do gráfico  $s \times t$ .

Entre 0 e 1 s, o gráfico é uma reta. Logo, a inclinação do gráfico é constante e, assim, a corrente induzida é também constante.

Entre 1 s e 2 s, o gráfico é uma reta de inclinação nula (não existe variação de fluxo). Dessa forma, a corrente induzida é igual a zero.

De 2 s a 3 s, a inclinação aumenta e, claro, a corrente induzida também aumenta.

Entre 3 s e 4 s, a inclinação diminui (tendendo a zero). Assim, a corrente induzida também diminui e tende a zero.



Observe a reta tangente à curva, no instante  $t = 3$  s, mostrada no gráfico de  $\phi \times t$ . Podemos perceber que ela é mais inclinada do que a reta que representa o valor do fluxo entre 0 e 1 s. Consequentemente, a corrente é maior naquele instante do que no primeiro intervalo. Veja, ainda, que a variação de fluxo magnético foi a mesma em todos os

intervalos apresentados (30 Wb/s), à exceção do intervalo de 1 s a 2 s, em que a variação do fluxo foi nula. Isso quer dizer que a f.e.m. média induzida e, portanto, a corrente média induzida são as mesmas nos intervalos de 0 a 1 s, de 2 s a 3 s e de 3 s a 4 s. Porém, entre 2 s e 3 s e entre 3 s e 4 s, a corrente deve ter valor máximo maior que a média. Fica de "para casa" você explicar isso, usando esse argumento.

## A LEI DE LENZ

É muito comum encontrarmos a equação que determina a f.e.m. induzida escrita conforme a expressão a seguir:

$$\varepsilon_1 = -N \left( \frac{\Delta\phi}{\Delta t} \right)$$

Observe o sinal negativo na expressão para a f.e.m. induzida. Esse sinal existe para indicar que a variação de fluxo estabelece, em um circuito fechado, uma corrente elétrica induzida contrária à sua causa. Quem melhor interpretou esse aspecto da Lei de Faraday foi o físico russo Heinrich Lenz. Por isso, chamamos de Lei de Lenz a regra para determinar o sentido da corrente induzida, que, em palavras, pode ser assim escrita:

Em um circuito fechado (espira ou bobina), a corrente elétrica induzida apresenta um sentido que **CONTRARIA** a sua causa (que é a variação do fluxo magnético no circuito).

A Lei de Lenz estabelece uma relação de sentidos entre os dois campos magnéticos presentes no fenômeno da indução eletromagnética: o campo magnético externo (criado, por exemplo, pelo ímã) e o campo magnético induzido (criado pela própria corrente induzida). Daqui para frente, chamaremos o campo magnético externo de  $\vec{B}_E$  e o campo magnético gerado pela corrente induzida de  $\vec{B}_I$ . Para que a corrente induzida contrarie a sua causa, o seu sentido deve ser tal que:

- 1) Se o fluxo magnético **aumenta**, a corrente elétrica induzida cria um campo  $\vec{B}_I$  **contrário** ao campo externo  $\vec{B}_E$ , para tentar conter o aumento do fluxo e conservar a energia do sistema.
- 2) Se o fluxo magnético **diminui**, a corrente elétrica induzida produz um campo  $\vec{B}_I$  no **mesmo sentido** do campo externo  $\vec{B}_E$ , na tentativa de conter a redução do fluxo e conservar a energia do sistema.

A fim de encontrar, de forma mais fácil, o sentido da corrente induzida em qualquer processo, vamos usar a seguinte ordenação de eventos (embora estes não aconteçam nesta sequência):

$$\vec{B}_E \rightarrow \Delta\phi \rightarrow \vec{B}_I \rightarrow I_1$$

Primeiro, devemos descobrir o sentido do campo magnético externo (chamado de campo indutor). A seguir, devemos observar a variação do fluxo (se ele está aumentando

ou diminuindo). Feito isso, devemos desenhar o sentido do campo induzido (conforme a regra a seguir). Agora, basta colocar o dedão no sentido do campo induzido e, usando a regra da mão direita, os quatro dedos indicarão o sentido da corrente induzida.

**Resumindo:**

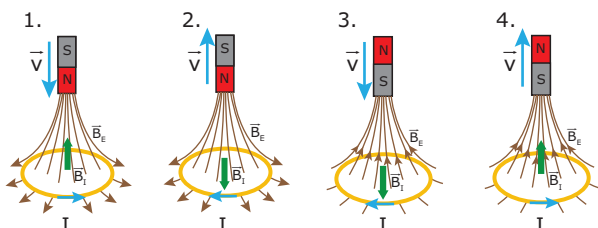
Se o fluxo magnético:  
 AUMENTA → desenhar  $\vec{B}_I$  em sentido **contrário** a  $\vec{B}_E$ ;  
 DIMINUI → desenhar  $\vec{B}_I$  no **mesmo** sentido de  $\vec{B}_E$ .

Vejam, agora, um dos aspectos mais importantes das leis de Faraday e de Lenz. Quando uma corrente passa por um resistor, existe transformação de energia elétrica em energia térmica (efeito Joule). Uma vez que surge a corrente induzida e, conseqüentemente, energia elétrica, algum elemento presente no processo tem de realizar trabalho sobre o sistema (e “gastar” da sua própria energia), de modo a conservar a energia total dos objetos envolvidos. Procure, nas situações apresentadas de agora em diante, analisar todas as transformações de energia envolvidas – “quem gasta” qual forma de energia, e “quem ganha” qual tipo de energia.

Veja a seguir a forma correta de se usar a Lei de Lenz. Um estudante aproxima e afasta um ímã de uma espira. Nas situações 1 e 2, o polo norte do ímã está voltado para a espira. Nas figuras 3 e 4, o polo sul está mais próximo da espira. Vamos determinar os sentidos da corrente induzida na espira, vista por cima do ímã, nas quatro situações apresentadas.

Observe, nas duas primeiras figuras, que o campo externo (do ímã) está apontado para baixo e, nas outras duas, dirigido para cima.

Nas figuras 1 e 3, o ímã é aproximado da espira (o fluxo magnético através dela aumenta). Assim, desenhamos o campo induzido ( $\vec{B}_I$ ) em sentido oposto a  $\vec{B}_E$ . Use a regra da mão direita, com o dedão no sentido do campo induzido, gire os quatro dedos em torno da espira e confira, nas figuras 1 e 3 a seguir, os sentidos das correntes induzidas.



Observe agora que, nas situações 2 e 4, o ímã é afastado da espira (o fluxo magnético que a atravessa diminui). Logo, vamos desenhar um campo induzido ( $\vec{B}_I$ ) no mesmo sentido de  $\vec{B}_E$ . Novamente com a regra da mão direita (dedão no sentido de  $\vec{B}_I$ ), determinamos os sentidos das correntes induzidas, mostradas nas situações 2 e 4.

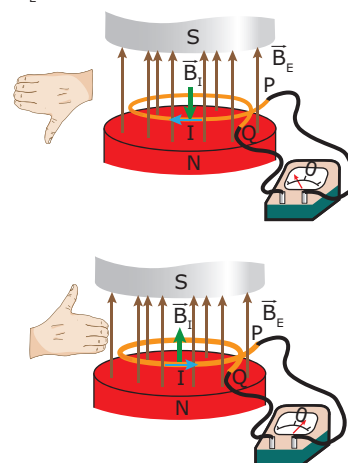
Assim, observaremos correntes induzidas no sentido horário nas situações 2 e 3 e no sentido anti-horário nas situações 1 e 4.

## EXERCÍCIO RESOLVIDO

**02.** Uma espira circular de extremidades PQ é colocada perpendicularmente aos polos de um solenoide (para simplificar a figura, as espiras do solenoide não foram desenhadas). O campo do solenoide aponta para cima e o seu módulo pode ser variado. Determinar o sentido da corrente induzida na espira quando o campo do solenoide aumenta e, depois, diminui.

**Resolução**

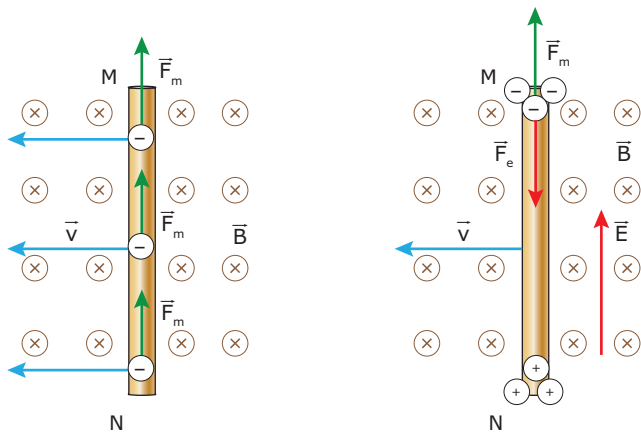
As figuras mostram a situação apresentada. Conhecemos o sentido do campo externo (para cima). Na primeira figura, o campo está aumentando e, por isso, o campo induzido ( $\vec{B}_I$ ) aponta para baixo – contrário a  $\vec{B}_E$ . Na segunda figura, o campo externo está diminuindo e foi desenhado um campo induzido ( $\vec{B}_I$ ) para cima – mesmo sentido de  $\vec{B}_E$ .



Usando a regra da mão direita, com o dedão no sentido do campo induzido, percebemos que a corrente circula, na espira, de P para Q, na primeira situação, e de Q para P, na segunda. Observe que as correntes têm sentidos opostos, o que pode ser verificado na indicação do galvanômetro. Confira as figuras anteriores.

## ELETROMOTÂNCIA (F.E.M.) INDUZIDA EM UM FIO

Podemos conseguir uma f.e.m. induzida sem que exista, necessariamente, um fluxo magnético variável no tempo. Considere um fio condutor (ou uma barra de metal) em movimento uniforme, por exemplo, onde há um campo magnético considerado uniforme. O material, sendo condutor, possui elétrons livres. Com o movimento do fio, tais elétrons também estão em movimento em relação ao campo. Assim, eles sofrem ação de uma força magnética que os desloca, momentaneamente, dentro do condutor. De acordo com a regra do tapa, os elétrons se deslocam para cima. Veja na primeira figura a seguir:



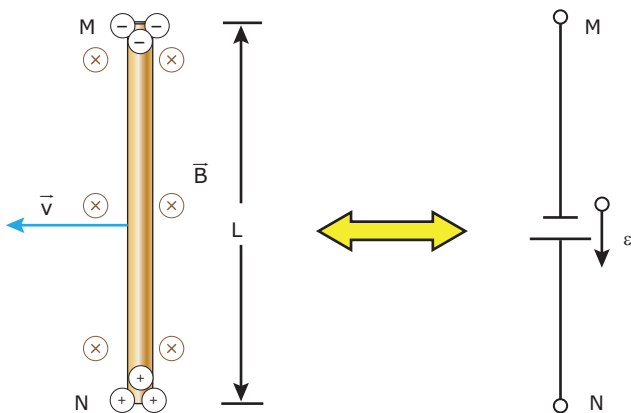
Com o deslocamento dos elétrons livres, as extremidades do fio ficam com cargas positivas localizadas em N, e negativas, em M. Isso faz com que um campo elétrico ( $\vec{E}$ ), praticamente uniforme, aponte de baixo para cima (dentro do fio), conforme mostrado na figura anterior, à direita. O deslocamento dos elétrons termina quando estes atingirem uma situação de equilíbrio, instante em que as forças elétrica e magnética se anulam.

O fio com extremidades positiva e negativa equivale a uma f.e.m. ( $\epsilon$ ) que aponta de M para N. Veja a seguir. Considere a distância MN igual a L. Assim, a f.e.m. que aparece nas extremidades do fio pode ser calculada por:

$$\vec{F}_R = 0 \quad (F_e = F_m) \quad \text{e} \quad \epsilon = E \cdot L \quad (V = E \cdot d)$$

$$E \cdot q = B \cdot q \cdot v \Rightarrow E = B \cdot v \Rightarrow \epsilon/L = B \cdot v$$

$$\Rightarrow \epsilon = B \cdot L \cdot v$$



Se uma lâmpada for, convenientemente, conectada entre os pontos M e N, ela será percorrida por uma corrente elétrica como se o fio MN (ou a barra) fosse uma genuína bateria.

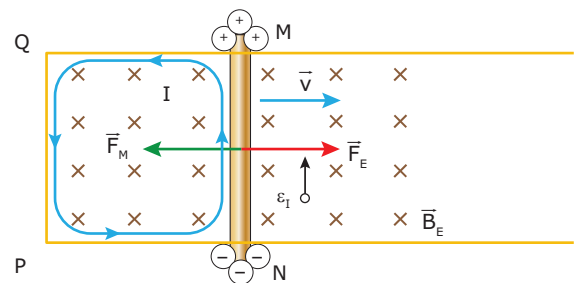
Quando uma corrente elétrica é produzida por uma pilha ou por uma bateria, a energia química se transforma em energia elétrica. No caso da geração de corrente elétrica induzida, utilizando as leis de Faraday e de Lenz, ela surge como consequência da transformação de energia mecânica em energia elétrica. A seguir, vamos apresentar um exemplo que nos permitirá compreender melhor tal transformação de energia.

## EXERCÍCIO RESOLVIDO

**03.** Seja uma barra metálica (MN) apoiada sobre suportes condutores. Ela é puxada para a direita por um agente externo, por meio de uma força  $\vec{F}_{Ee}$  e se desloca com velocidade constante, numa região onde o campo magnético externo ( $\vec{B}_E$ ) é perpendicular ao sistema. Determinar os sentidos da corrente induzida e da força magnética que atuam na barra e as transformações de energia envolvidas nessa situação.

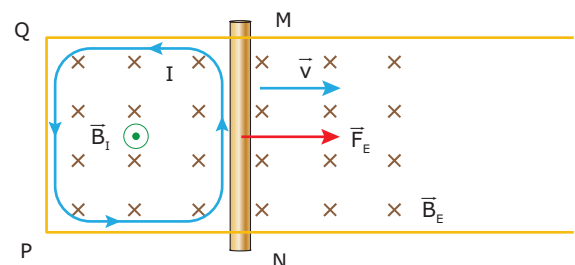
**Resolução:**

O sentido da corrente induzida pode ser determinado de duas maneiras. Primeiro, determinando a f.e.m. induzida na barra, como foi feito no tópico anterior. Veja a seguir:



Aplicue a regra do tapa nas cargas livres da barra MN (que se deslocam para a direita com velocidade  $\vec{v}$ , devido ao movimento da barra) e confirme que as extremidades M e N ficam submetidas a uma f.e.m. induzida ( $\epsilon_i$ ), conforme indicado – positivo em M e negativo em N. Assim, surge, como consequência da f.e.m. induzida, uma corrente elétrica induzida (I) na espira MNPQ, no sentido anti-horário. Use agora a regra do tapa na corrente que percorre a barra e você verá que a força magnética é oposta à força do agente externo. Assim, o agente deve realizar trabalho para deslocar a barra, “gastando” parte da sua energia no movimento. Tal energia “aparece”, na espira, na forma de energia elétrica (que vai aquecer a espira), ou seja, houve transformação de energia mecânica (do agente externo) em energia elétrica (na espira).

Outra maneira de determinar o sentido da corrente induzida no circuito é observar a variação do fluxo através da espira. Veja que a barra está se deslocando para a direita. Assim, o fluxo magnético aumenta com o tempo (a área da espira MNPQ, sujeita ao campo, aumenta). Assim, basta desenhar um campo induzido ( $\vec{B}_i$ ) oposto ao campo externo ( $\vec{B}_E$ ). Veja a seguir:



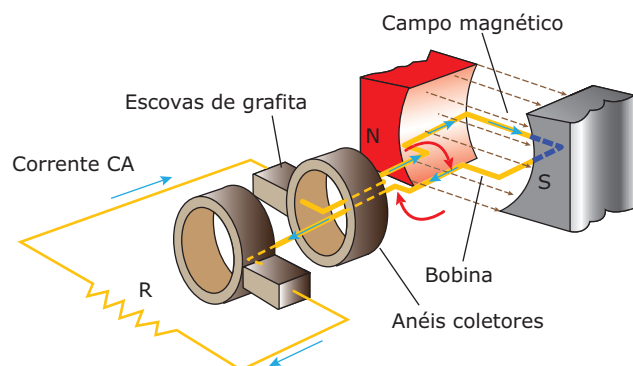
Se você apontar o dedo da mão direita no sentido do campo induzido (aponte para os seus olhos) e girar a mão em torno dele, os quatro dedos da mão indicarão o sentido da corrente induzida, conforme mostrado. O restante da discussão é idêntico ao da primeira solução e será omitido.

**Observação:** Despreze quaisquer tipos de atrito na análise a seguir. O que aconteceria com a barra do exemplo anterior se o agente externo deixasse de fazer força ou se a barra tivesse sido lançada sobre os suportes condutores? Veja, no Exercício Resolvido, o sentido da força magnética que atua na barra – em sentido oposto ao movimento dela. Dessa forma, a barra tende ao repouso, ou seja, a força magnética que surge como consequência da corrente induzida é sempre oposta ao movimento que gerou essa corrente. Assim, dizemos que essa força tende a neutralizar a ação que gera a corrente induzida – outra forma de expor a Lei de Lenz. A esse fenômeno, damos o nome de Frenagem Eletromagnética. Ele é o responsável, por exemplo, pela redução de velocidade dos famosos trens-balas.

## GERADOR DE CORRENTE ALTERNADA

### Princípio de funcionamento

A figura a seguir mostra o esquema de um gerador de corrente alternada simples. Esse dispositivo é uma bobina que gira em um campo magnético uniforme. Para simplificar a figura, representamos a bobina com apenas uma espira, embora, na prática, ela seja constituída por centenas ou até milhares de voltas. A bobina é acoplada em um eixo (não mostrado na figura). Esse eixo é acionado por uma fonte de energia mecânica, que pode ser uma turbina hidráulica, uma manivela manual ou outro dispositivo qualquer capaz de impor rotação ao sistema. O circuito elétrico externo é constituído por uma carga, aqui representada pela resistência  $R$ . Os terminais da bobina são conectados ao circuito externo, por meio de anéis metálicos que giram junto com a bobina. Esses anéis fazem um contato móvel e abrasivo com escovas de grafita fixadas no circuito externo.



Enquanto a bobina gira, o fluxo magnético em seu interior varia. Segundo a Lei de Faraday, uma força eletromotriz é induzida entre os terminais da bobina, e uma corrente elétrica flui através do circuito. Essa corrente é alternada, isto é, ora ela percorre o circuito em um sentido, ora em sentido oposto. Por isso, o gerador de CA também é conhecido como alternador. Para entender isso, considere o instante mostrado na figura e observe que o plano da bobina se acha em posição horizontal. Nessa condição, o fluxo magnético vale zero, pois não há nenhuma linha de campo magnético passando através da área da bobina. À medida que a bobina gira e o seu plano começa a se inclinar, a área da bobina é perfurada por algumas linhas de campo magnético, e o fluxo magnético, em seu interior, começa a aumentar. Nesse caso, de acordo com a Lei de Lenz, a corrente induzida tem um sentido que determina o surgimento de um campo magnético de sentido oposto ao do campo indutor (campo do ímã). Aplique você mesmo a regra da mão direita e veja que essa corrente tem o sentido horário em relação a você, percorrendo a resistência  $R$  no sentido indicado na figura anterior.

Agora, considere que a bobina da figura anterior tenha acabado de completar 1/4 de volta em relação à posição mostrada na figura. Nesse novo instante, o plano da bobina está passando pela posição vertical, e o fluxo magnético é máximo. À medida que a espira continua a girar, o fluxo diminui. Por isso, o sentido da corrente induzida deve determinar o surgimento de um campo magnético no mesmo sentido do campo do ímã. Em relação a você, a corrente induzida no circuito externo apresentará o sentido anti-horário, sendo, portanto, invertida em relação à primeira análise que fizemos.

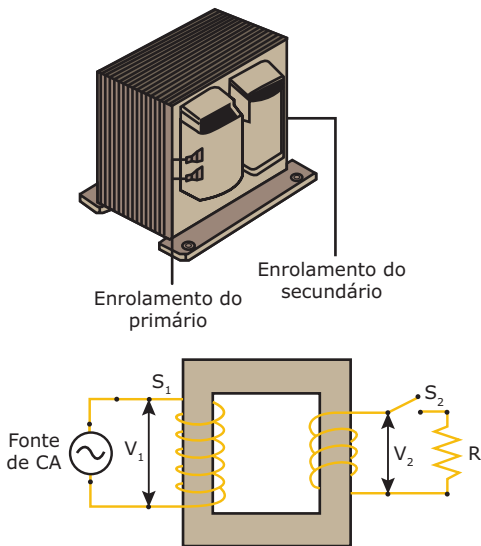
Você notou que a inversão da corrente elétrica, na bobina do gerador da figura anterior, ocorre exatamente quando a bobina passa por uma posição na qual o fluxo magnético é máximo? Isso significa que a corrente possui valor nulo quando o fluxo é máximo. Não há nenhuma inconsistência nesse fato, pois a corrente elétrica induzida depende da taxa de variação do fluxo magnético e não do fluxo propriamente dito. Assim, quando o plano da bobina passa pelas posições verticais, apesar de o fluxo magnético ser máximo, a taxa de variação desse fluxo é, nesse momento, nula.

## TRANSFORMADOR

### Princípio de funcionamento

Um transformador elétrico é um dispositivo usado para modificar o valor de uma tensão alternada, aumentando-a ou diminuindo-a conforme a necessidade. Essa transformação é possível, porque a variação do campo magnético gerado por uma corrente alternada é capaz de induzir uma f.e.m. em um circuito vizinho. O princípio de funcionamento de um transformador, portanto, é baseado na Lei da Indução Eletromagnética.

A figura a seguir mostra um transformador padrão. O equipamento é constituído por duas bobinas independentes, enroladas em torno de um núcleo de ferro (na forma da letra O). Uma das bobinas é alimentada por uma fonte de tensão alternada e é denominada bobina ou enrolamento do circuito primário. A outra é a bobina ou enrolamento do circuito secundário. As bobinas do primário e do secundário possuem  $N_1$  e  $N_2$  espiras, respectivamente. Para facilitar o entendimento da figura seguinte, representamos as bobinas com poucas espiras, embora, na prática, os transformadores sejam fabricados com centenas e até milhares delas.



Quando uma tensão alternada  $V_1$  é aplicada no circuito primário, uma tensão  $V_2$ , também alternada, é induzida no circuito secundário. Para  $N_2 > N_1$ , a variação de fluxo magnético no circuito secundário é grande, e a tensão de saída  $V_2$  é maior que a tensão de entrada  $V_1$ . Para  $N_2 < N_1$ , ocorre o inverso, isto é, a tensão  $V_2$  é menor que  $V_1$ .

## Cálculo da tensão de saída

Agora, vamos deduzir uma equação simples para calcular a tensão de saída em um transformador, em função da tensão de entrada e do número de espiras existentes nos dois enrolamentos. Quando o circuito primário é alimentado por uma tensão elétrica, uma corrente elétrica passa por seu enrolamento. Como consequência, um campo magnético aparece não apenas no enrolamento primário, como também no enrolamento secundário, pois o núcleo de ferro, além de intensificar o campo, permite que as suas linhas de indução se estendam até o enrolamento do secundário.

Na figura anterior, considere que o enrolamento do circuito primário é alimentado por uma fonte de tensão alternada  $V_1$ . Uma variação de fluxo magnético ocorre nos dois enrolamentos. Assim, de acordo com a Lei de Faraday, aparece uma tensão induzida  $V_2$  entre os terminais do enrolamento do secundário de valor. O valor da tensão induzida  $V_2$  é dado por:

$$V_2 = N_2 \cdot \Delta\phi / \Delta t$$

Da mesma forma, a variação do fluxo induz uma diferença de potencial entre os terminais do enrolamento do circuito primário. Vamos chamar essa d.d.p. de  $U_1$  (e não de  $V_1$ , pois reservamos essa denominação para a tensão de entrada que alimenta o primário). De acordo com a Lei de Faraday, o valor da d.d.p. induzida  $U_1$  é igual a:

$$U_1 = N_1 \cdot \Delta\phi / \Delta t$$

No circuito primário, se a resistência do enrolamento for desprezível (essa hipótese é razoável), a d.d.p.  $U_1$  deve ser igual à tensão de alimentação  $V_1$ . Matematicamente, temos:

$$V_1 = U_1 = N_1 \cdot \Delta\phi / \Delta t$$

Como o núcleo de ferro confina as linhas de indução em seu interior (a fuga de fluxo magnético é desprezível), o campo e o fluxo magnético são os mesmos nos dois enrolamentos. Por isso, a taxa de variação do fluxo também é a mesma nos dois enrolamentos. Então, combinando as equações que fornecem  $V_1$  e  $V_2$  e cancelando as taxas de variação do fluxo, obtemos a equação desejada:

$$V_2 = \frac{N_2}{N_1} V_1$$

Essa expressão pode ser usada para obter a relação entre os valores instantâneos, ou entre os valores médios, das tensões no circuito primário e no secundário. Analisando a equação, vemos que a tensão de saída é diretamente proporcional ao quociente  $N_2/N_1$ . Por exemplo, se o número de espiras da bobina do secundário for o dobro do número de espiras da bobina do primário, então, teremos  $V_2 = 2V_1$ . Um transformador desse tipo é chamado de transformador de alta, pois serve para elevar a tensão. No caso contrário, o aparelho é chamado de transformador de baixa. Alguns carregadores de baterias automotivas possuem um transformador de baixa. Alimentado por uma tensão  $V_1 = 120$  V de uma tomada, esse transformador abaixa a tensão para  $V_2 = 12$  V. Nesse caso, se o número de espiras no primário for  $N_1 = 500$ , então o número de espiras no secundário deverá ser  $N_2 = 50$ , pois a relação  $V_2/V_1$  é igual a 1/10.

Na figura anterior, em que representamos um transformador, o que acontecerá se a chave  $S_2$  for fechada? A resposta é que haverá uma corrente alternada  $I_2 = V_2/R$  no circuito secundário ( $R$  é a resistência de carga do secundário). Essa corrente cria um fluxo magnético extra no núcleo do transformador. Apesar disso, a taxa de variação do fluxo magnético não é alterada. Mesmo com a presença de uma carga no secundário, a taxa de variação do fluxo continua sendo determinada pela tensão de entrada  $V_1$ . O mesmo ocorre com a tensão de saída. A explicação para isso é que o valor da corrente  $I_1$ , no primário, aumenta quando a carga é introduzida no secundário. O crescimento dessa corrente gera maior variação de fluxo, que compensa a variação de fluxo oposta causada pelo aparecimento da corrente  $I_2$ . Uma experiência simples que comprova o aumento de  $I_1$  consiste em ligar uma



lâmpada em série com a bobina do primário. Com a chave  $S_2$  aberta, essa lâmpada brilha pouco, mas, com a chave fechada, a lâmpada brilha muito mais. A conclusão mais importante que tiramos dessa discussão, e que você deve reter, é que a tensão de saída  $V_2$  pode ser calculada pela equação anterior, existindo ou não uma carga no secundário.

## Potência e rendimento de um transformador

Agora, vamos discutir as transformações de energia em um transformador. No núcleo de um transformador, circulam correntes parasitas, induzidas pela variação do fluxo magnético. Esse é um dos motivos que explicam por que um transformador fica quente durante o seu funcionamento. As correntes parasitas que circulam pelo transformador ocasionam perdas de energia por efeito Joule, devido às próprias resistências das bobinas. Para minimizar os efeitos das correntes parasitas, os núcleos dos transformadores são formados por lâminas de ferro montadas lado a lado, separadas por um esmalte isolante. Veja, novamente, o transformador mostrado na figura anterior e observe o seu núcleo laminado.

Para um transformador sem perdas (equipamento que, na prática, não existe), a potência elétrica aplicada ao primário é igual à potência elétrica de saída. Matematicamente, isso se traduz pela seguinte equação:

$$P_1 = P_2 \Rightarrow V_1 \cdot I_1 = V_2 \cdot I_2$$

No caso real, definimos o rendimento, ou a eficiência, de um transformador pela seguinte relação:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{V_2 \cdot I_2}{V_1 \cdot I_1}$$

Por exemplo, se um transformador ideal ( $\eta = 100\%$ ) com  $N_1/N_2 = 10$  for alimentado com uma tensão alternada  $V_1 = 120 \text{ V}$ , e o secundário for conectado a uma resistência  $R = 10 \ \Omega$ , teremos uma tensão alternada de saída  $V_2 = 12 \text{ V}$ . Além disso, as correntes na resistência e no primário serão  $I_2 = 1,2 \text{ A}$  e  $I_1 = 0,12 \text{ A}$ , respectivamente (faça os cálculos para obter esses valores). Agora, vamos considerar que o rendimento desse mesmo transformador seja  $\eta = 0,80$  (rendimento de 80%). A tensão  $V_2$  continuará sendo 12 V, e a corrente na resistência também continuará sendo 1,2 A (por quê?), mas a corrente no circuito primário mudará de valor.

$$\eta = \frac{V_2 \cdot I_2}{V_1 \cdot I_1} \Rightarrow 0,80 = \frac{12 \cdot 1,2}{120 \cdot I_1} \Rightarrow I_1 = 0,15 \text{ A}$$

Observe que a corrente no primário do transformador real foi maior do que a corrente no primário do transformador ideal. Quanto menor for o rendimento de um transformador de baixa, maior será a corrente no primário e maior será a dissipação de calor por efeito Joule no enrolamento do circuito primário.

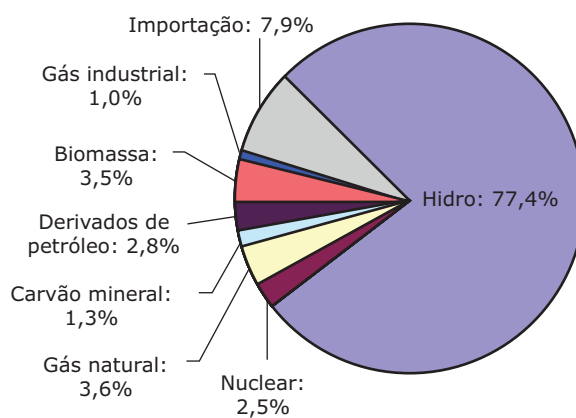
No caso de um transformador de alta ideal, a corrente de saída é menor do que a de entrada, a fim de que a potência do primário seja igual à potência do secundário. No caso real, o rendimento do transformador é menor que 100%, e, conseqüentemente, a corrente de entrada do transformador real é um pouco maior que a corrente que entra no transformador ideal.

No próximo e último tópico deste módulo, que é dedicado ao estudo do transporte da energia elétrica das usinas até os locais de consumo, veremos por que os transformadores são peças fundamentais nesse processo.

## TRANSPORTE DA ENERGIA ELÉTRICA

### Transmissão em alta tensão

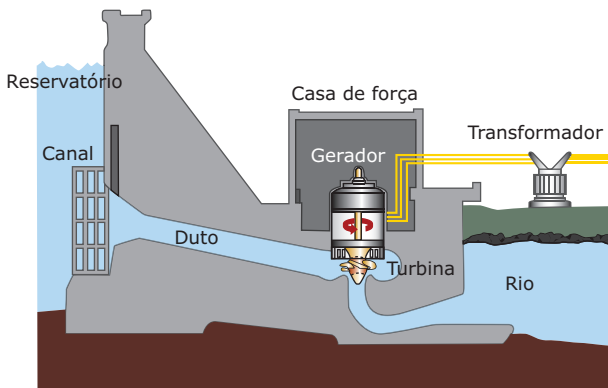
Anteriormente, estudamos a produção da corrente alternada por meio dos geradores elétricos. Quase toda energia elétrica utilizada no mundo é obtida em usinas, onde a energia mecânica de rotação do eixo de uma turbina é convertida em energia elétrica por meio de um gerador de CA. No Brasil, quase 80% da energia elétrica utilizada provém de usinas hidroelétricas, como pode ser constatado no diagrama mostrado na figura a seguir. O grande potencial hídrico do nosso país é um bem precioso, uma vez que a energia elétrica gerada a partir dessa fonte é mais barata, além de causar menores impactos ambientais.



Fonte: Ministério de Minas e Energia.

A figura seguinte mostra o corte de uma usina hidroelétrica. Nesse tipo de usina, a energia potencial gravitacional da água armazenada na represa é convertida em energia cinética de rotação do eixo da turbina hidráulica. No gerador elétrico, a energia cinética é transformada em energia elétrica, que é distribuída para os centros de consumo por meio da corrente alternada. Essa corrente é transportada a longas distâncias através de linhas de transmissão.

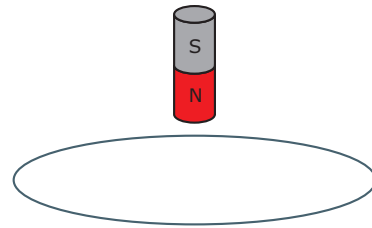
Observe o transformador mostrado na parte direita da figura. Esse equipamento é um transformador de alta, cuja função é elevar o valor da tensão gerada na usina. Em geral, a tensão alternada de saída, gerada nas grandes usinas, é cerca de 10 mil volts. O transformador da usina aumenta essa tensão para valores como 100 mil volts, ou muito mais, quando a distância que separa a usina do local de consumo é muito grande. Por exemplo, o Sistema de Transmissão de Itaipu, cujas linhas de transmissão cruzam 900 km, desde o estado do Paraná até São Paulo, possui linhas de corrente alternada de 750 kV. Uma das linhas de transmissão da usina de Três Gargantas, na China, opera com a tensão de 500 kV e possui uma extensão de quase 200 km.



O transporte de energia elétrica em altas tensões permite reduzir muito as perdas de energia em uma linha de transmissão. A potência fornecida pelo gerador de uma usina é dada por  $P = \varepsilon \cdot I$ , sendo  $\varepsilon$  a f.e.m. (tensão) induzida no gerador e  $I$  a corrente elétrica correspondente. De acordo com o Princípio da Conservação da Energia, a potência  $P$  deve ser conservada. Assim, quando a tensão é elevada no transformador da usina, o valor da corrente diminui. Como resultado, as perdas de energia na linha de transmissão sofrem uma redução proporcional ao quadrado da redução de  $I$ , pois essas perdas valem  $r \cdot I^2$ , sendo  $r$  a resistência elétrica dos fios. O transporte da energia elétrica é realizado, portanto, em alta tensão e baixa corrente. O motivo principal da escolha da transmissão por corrente alternada é a facilidade que esta proporciona para alterarmos o valor da tensão por meio de transformadores elétricos.

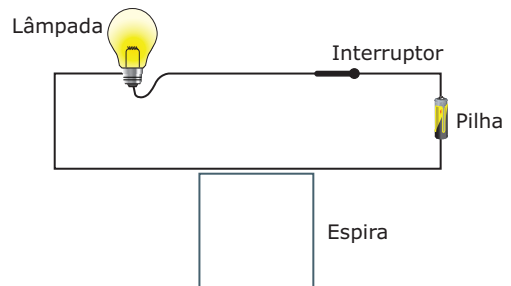
## EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

**01.** (UFV-MG-2007) A figura a seguir ilustra um ímã cilíndrico que é abandonado acima de uma espira condutora situada num plano horizontal, no campo gravitacional da Terra. Após ser abandonado, o ímã cai verticalmente, passando pelo centro da espira. Desprezando-se a resistência do ar, é **CORRETO** afirmar que as forças que a espira exerce no ímã quando este está se aproximando e, depois, se afastando da mesma são, respectivamente,



- A) vertical para baixo e vertical para baixo.
- B) vertical para cima e vertical para baixo.
- C) vertical para cima e vertical para cima.
- D) vertical para baixo e nula.
- E) nula e vertical para cima.

**02.** (CEFET) Uma espira condutora quadrada é colocada no mesmo plano e ao lado de um circuito constituído por uma pilha, uma lâmpada e um interruptor ligado, como mostra a figura a seguir. Dentre os procedimentos a seguir, assinale **V** para aqueles que produzem corrente elétrica induzida na espira e **F** para os que não produzem.



- ( ) Manter ligado o interruptor e afastar a espira.
- ( ) Manter ligado o interruptor e manter a espira em repouso.
- ( ) Desligar e ligar o interruptor mantendo a espira em repouso.

A sequência **CORRETA** encontrada é

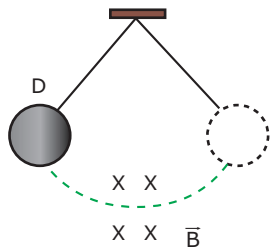
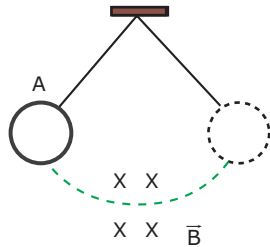
- A) F V F.
- B) V F V.
- C) F F V.
- D) V V F.

**03.** (UFSM-RS) As usinas geradoras de energia elétrica produzem \_\_\_\_\_ que permite, através de um transformador, elevar a \_\_\_\_\_ e, assim, diminuir a \_\_\_\_\_, de modo a diminuir as perdas de energia por efeito Joule nas linhas de transmissão.

Assinale a alternativa que preenche **CORRETAMENTE** as lacunas.

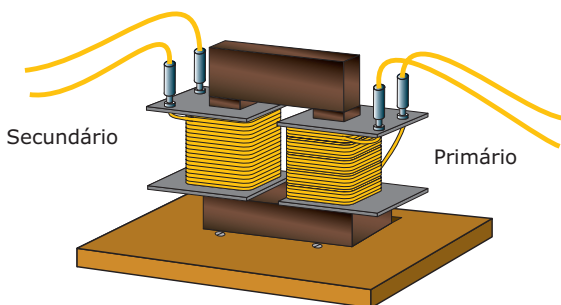
- A) tensão – corrente elétrica – tensão
- B) corrente contínua – corrente elétrica – tensão
- C) corrente alternada – tensão – corrente elétrica
- D) corrente contínua – tensão – corrente elétrica
- E) corrente alternada – corrente elétrica – tensão

04. (UFMG) Um anel metálico (A) e um disco metálico (D), de mesmo tamanho e mesma massa, presos a um fio de seda são postos a oscilar na forma de um pêndulo, conforme a figura. Eles passam por uma pequena região onde existe um campo magnético, perpendicular aos seus planos de oscilação. Os atritos são desprezíveis. A respeito de seus movimentos, é **CORRETO** afirmar que



- A) o disco diminui sua oscilação e o anel oscila indefinidamente.
- B) o anel diminui sua oscilação e o disco oscila indefinidamente.
- C) os dois diminuem suas oscilações e param ao mesmo tempo.
- D) os dois diminuem suas oscilações e o disco para primeiro.

05. (UFMG) O circuito de um aparelho eletrônico é projetado para funcionar com uma diferença de potencial de 12 V. Para esse aparelho poder ser ligado à rede elétrica de 120 V, utiliza-se um transformador, que reduz a diferença de potencial. Esse transformador consiste em um núcleo de ferro, em que são enroladas duas bobinas – a do primário e a do secundário –, como mostrado nesta figura:

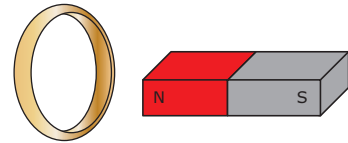


Nesse caso, a bobina do primário é ligada à rede elétrica e a do secundário, ao circuito do aparelho eletrônico. Com base nessas informações, responda:

- A) Esse transformador pode ser usado em uma rede elétrica de corrente contínua? **JUSTIFIQUE** sua resposta.
- B) Considere que, nesse transformador, as perdas de energia e as resistências elétricas das bobinas são desprezíveis e que a resistência equivalente do circuito ligado na bobina do secundário é de  $30 \Omega$ . **CALCULE** a corrente na bobina do primário.

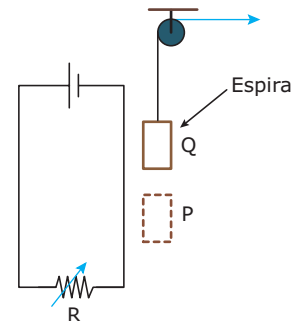
## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01. (UFV-MG) As figuras a seguir representam uma espira e um ímã próximos. Das situações que se seguem, a que **NÃO** corresponde à indução de corrente na espira é aquela em que



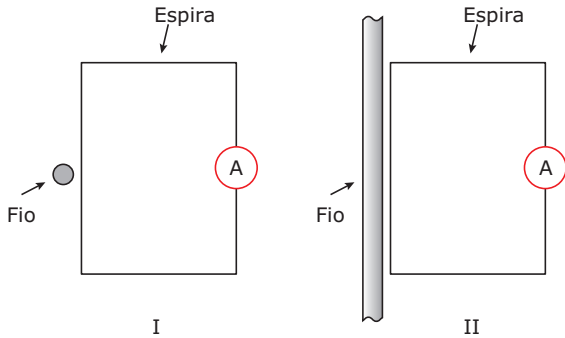
- A) a espira e o ímã se afastam.
- B) a espira está em repouso e o ímã se move para cima.
- C) a espira se move para cima e o ímã para baixo.
- D) a espira e o ímã se aproximam.
- E) a espira e o ímã se movem com a mesma velocidade para a direita.

02. (FCMMG) A figura mostra um circuito elétrico posicionado num plano vertical, alimentado por uma bateria, contendo um resistor variável R. Ao lado do circuito, existe uma espira retangular de fio condutor, suspensa por um cordão isolante, que passa por uma roldana fixa. A seguir, são listadas ações que provocam o aparecimento de uma corrente induzida na espira, **EXCETO**



- A) Girar a espira em torno do cordão que a sustenta.
- B) Variar a resistência R, mantendo a espira em repouso no ponto P.
- C) Subir a espira do ponto P ao Q, puxando o cordão.
- D) Afastar o circuito da espira, mantendo a espira em repouso no ponto P.

**03.** (UFMG–2009) Sabe-se que uma corrente elétrica pode ser induzida em uma espira colocada próxima a um cabo de transmissão de corrente elétrica alternada, ou seja, uma corrente que varia com o tempo. Considere que uma espira retangular é colocada próxima a um fio reto e longo de duas maneiras diferentes, como representado nestas figuras:



Na situação representada em I, o fio está perpendicular ao plano da espira e, na situação representada em II, o fio está paralelo a um dos lados da espira. Nos dois casos, há uma corrente alternada no fio. Considerando-se essas informações, é **CORRETO** afirmar que uma corrente elétrica induzida na espira

- A) ocorre apenas na situação I.
- B) ocorre apenas na situação II.
- C) ocorre nas duas situações.
- D) não ocorre em qualquer das duas situações.

**04.** (UFV-MG) A figura a seguir ilustra duas situações diferentes nas quais uma mesma espira fechada pode se encontrar. Na situação 1, a espira se encontra numa região com campo magnético  $\vec{B}$ . Na situação 2, a mesma espira se encontra próxima de uma outra espira, esta, por sua vez, percorrida por uma corrente  $i$ . Entre as alternativas a seguir relacionadas, assinale a **ÚNICA** na qual será gerada corrente elétrica na espira fechada.

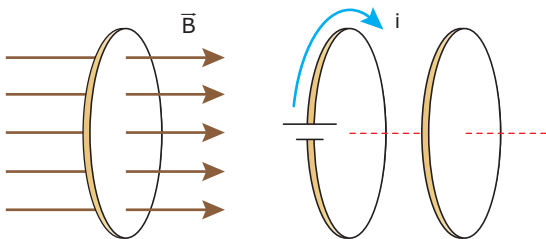
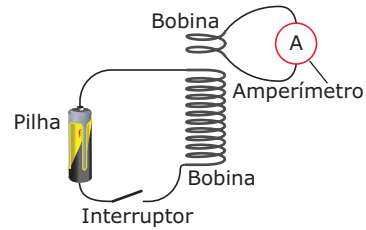


Figura 1

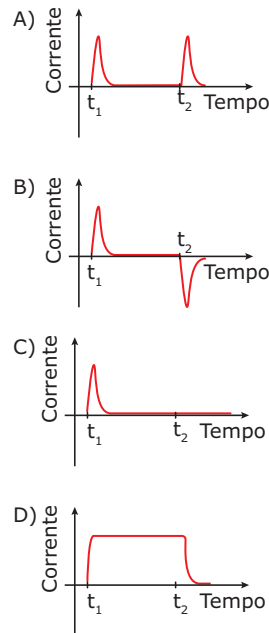
Figura 2

- A) Campo magnético  $\vec{B}$  intenso e constante
- B) Campo magnético  $\vec{B}$  fraco e variável
- C) Corrente elétrica  $i$  grande e constante
- D) Campo magnético  $\vec{B}$  fraco e constante
- E) Corrente elétrica  $i$  pequena e constante

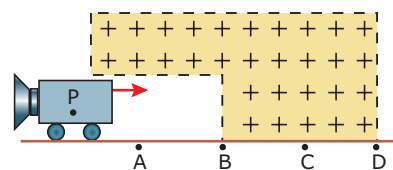
**05.** (UFMG–2006) Rafael utiliza duas bobinas, uma pilha, um interruptor e um amperímetro para fazer a montagem mostrada nesta figura:



Ele liga uma das bobinas em série com a pilha e com o interruptor, inicialmente, desligado. A outra bobina, ele a conecta ao amperímetro e a coloca próximo à primeira. Em seguida, Rafael liga o interruptor no instante  $t_1$  e desliga-o no instante  $t_2$ . Assinale a alternativa cujo gráfico **MELHOR** representa a corrente no amperímetro, em função do tempo, na situação descrita.

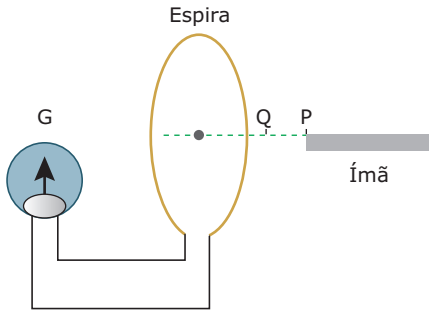


**06.** (FCMMG–2007) Um carrinho possui nas suas bordas uma espira retangular ligada a um pequeno alto-falante muito sensível, pois qualquer corrente elétrica, por menor que seja, fará com que ele emita som. O carrinho se move numa superfície horizontal em cujas proximidades existe um campo magnético representado, na figura a seguir, pela região delimitada pelas linhas tracejadas e pelas cruzes. O alto-falante emitirá som quando o ponto P do carrinho passar pelos pontos



- A) A e C.
- B) A e B.
- C) B e D.
- D) C e D.

07. (CEFET-MG) A figura ilustra uma espira circular, ligada a um galvanômetro G, e um ímã parado, com uma das extremidades no ponto P. Dessa forma, o ponteiro do galvanômetro permanece na posição indicada. As ações executadas com esse ímã, ao longo da reta que une os pontos P e Q, consistem em

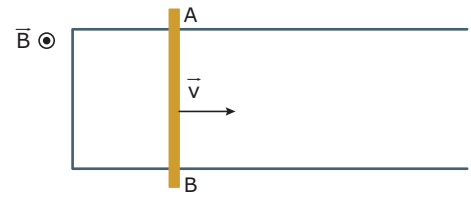


- I. aproximá-lo da espira até a posição Q.
- II. mantê-lo parado no ponto Q, durante um certo intervalo de tempo.
- III. afastá-lo da espira, de volta à sua posição inicial.

As **POSSÍVEIS** indicações do ponteiro do galvanômetro nas ações I, II e III, são, respectivamente,

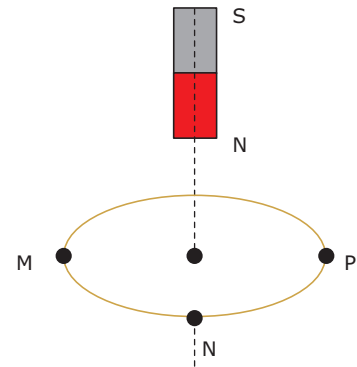
- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

08. (UFV-MG-2006) A figura a seguir ilustra a situação inicial de uma haste metálica AB, de resistência elétrica constante R, em contato com uma outra haste também metálica, em forma da letra C e de resistência elétrica desprezível. A partir do instante ilustrado, a haste AB é deslocada horizontalmente para a direita com velocidade constante v, mantendo, durante o movimento, contato elétrico com a outra haste, configurando, assim, um circuito fechado. Durante todo o tempo, o conjunto encontra-se sob um campo magnético  $\vec{B}$ , constante e uniforme, saindo perpendicularmente do plano da página. A corrente elétrica que surge no circuito, devido ao movimento da haste AB, é



- A) alternada e de intensidade constante.
- B) alternada e de intensidade variável.
- C) contínua, de sentido horário e de intensidade constante.
- D) contínua, de sentido anti-horário e de intensidade variável.
- E) contínua, de sentido anti-horário e de intensidade constante.

09. (UFMG) Na figura a seguir, representa-se um ímã prismático, com seu polo norte voltado para baixo. Esse ímã foi abandonado e cai passando pelo centro de uma espira circular situada em um plano horizontal. Sejam  $\vec{F}_{ie}$  e  $\vec{F}_{ei}$  as forças do ímã sobre a espira e da espira sobre o ímã, respectivamente. Enquanto o ímã se aproxima do plano da espira, pode-se afirmar que



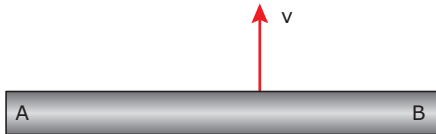
- A)  $\vec{F}_{ie}$  é vertical para cima, e  $\vec{F}_{ei}$  é vertical para baixo.
- B)  $\vec{F}_{ie}$  é vertical para cima, e  $\vec{F}_{ei}$  também é vertical para cima.
- C)  $\vec{F}_{ie}$  é nula, e  $\vec{F}_{ei}$  também é nula.
- D)  $\vec{F}_{ie}$  é vertical para baixo, e  $\vec{F}_{ei}$  é vertical para cima.
- E)  $\vec{F}_{ie}$  e  $\vec{F}_{ei}$  têm direções e sentidos indeterminados.

10. (UFMG) Considere a figura da questão anterior. Sejam  $i_1$  e  $i_2$ , respectivamente, as correntes na espira quando o ímã se aproxima e quando se afasta dela. Sobre as correntes na espira, pode-se afirmar que

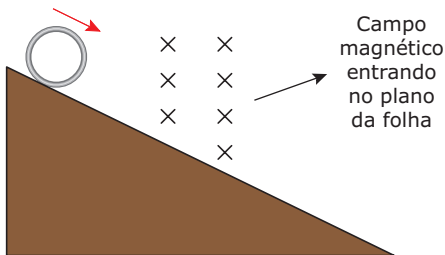
- A)  $i_1$  está no sentido MNP, e  $i_2$ , no sentido MPN.
- B)  $i_1$  está no sentido MPN, e  $i_2$ , no sentido MNP.
- C)  $i_1$  está no sentido MNP, e  $i_2$  é nula.
- D)  $i_1$  e  $i_2$  estão no sentido MNP.
- E)  $i_1$  e  $i_2$  estão no sentido MPN.

11. (CEFET-MG-2007) A barra metálica AB, movendo-se com velocidade constante  $v$ , apresenta uma separação de cargas com acúmulo de elétrons em A. Esse efeito pode ter sido provocado por um campo magnético uniforme \_\_\_\_\_ ou por um campo elétrico uniforme \_\_\_\_\_ na região.

A opção que completa, **CORRETA** e respectivamente, as lacunas é:

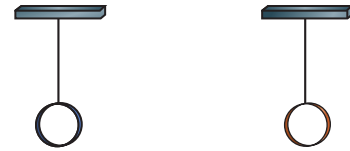


- A) saindo da folha / de B para A  
 B) saindo da folha / de A para B  
 C) de A para B / saindo da folha  
 D) de B para A / entrando na folha  
 E) entrando na folha / de A para B
12. (UFMG) Um aro metálico com uma certa resistência elétrica desce um plano inclinado. Em determinado trecho, ele passa por uma região em que existe um campo magnético, como mostra a figura. Com relação a essa situação, é **CORRETO** afirmar que



- A) o campo magnético não influenciará no tempo de descida do aro.  
 B) nada se pode dizer sobre a influência do campo magnético no tempo de queda, sem conhecer a resistência elétrica do aro.  
 C) o tempo gasto pelo aro, para atingir a base do plano, é maior do que o tempo que ele gastaria se o campo magnético não existisse.  
 D) o tempo gasto pelo aro, para atingir a base do plano, é menor do que o tempo que ele gastaria se o campo magnético não existisse.

13. (UFMG) Considere a situação descrita a seguir. Em uma aula, o prof. Antônio apresenta uma montagem com dois anéis dependurados, como representado na figura a seguir. Um dos anéis é de plástico – material isolante – e o outro é de cobre – material condutor. Em seguida, o prof. Antônio mostra que o anel de plástico e o de cobre não são atraídos nem repelidos por um ímã que está parado em relação a eles.



Anel de plástico Anel de cobre

Ele, então, aproxima rapidamente o ímã, primeiro, do anel de plástico e, depois, do anel de cobre. Com base nessas informações, é **CORRETO** afirmar que

- A) os dois anéis se aproximam do ímã.  
 B) o anel de plástico não se movimenta e o de cobre se afasta do ímã.  
 C) nenhum dos anéis se movimenta.  
 D) o anel de plástico não se movimenta e o de cobre se aproxima do ímã.

14. (UFRN / Adaptado) Pedro colocou em sua bicicleta um dínamo que alimenta uma lâmpada de 12 V. Num dínamo de bicicleta, a parte fixa (estator) é constituída de bobinas, onde é gerada a corrente elétrica, e de uma parte móvel (rotor), onde existe um ímã permanente, que gira devido ao contato do eixo do rotor com o pneu da bicicleta.



Figura I: Parte dianteira da bicicleta

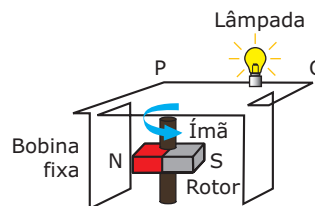
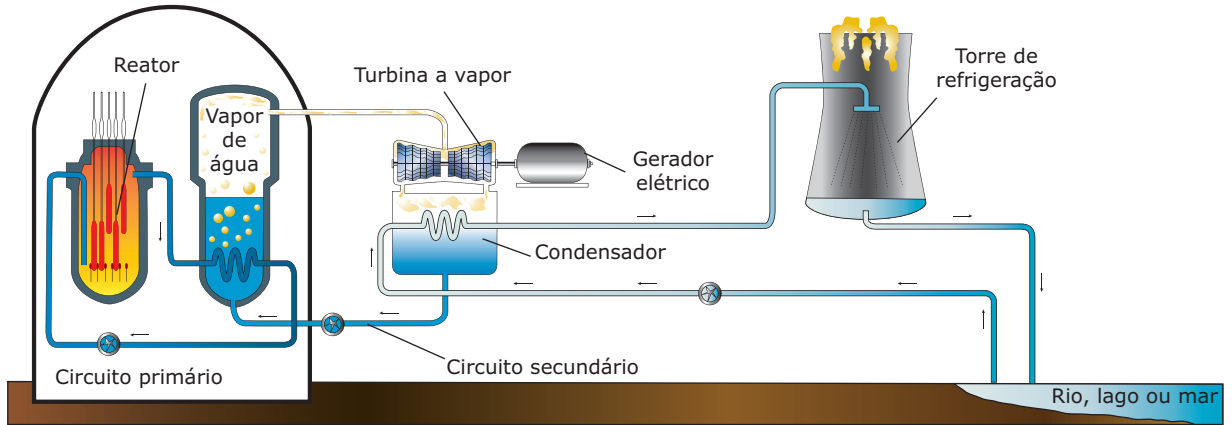


Figura II: Esquema do dínamo em certo instante

Usando a descrição anterior e os seus conhecimentos de Física, pode-se afirmar:

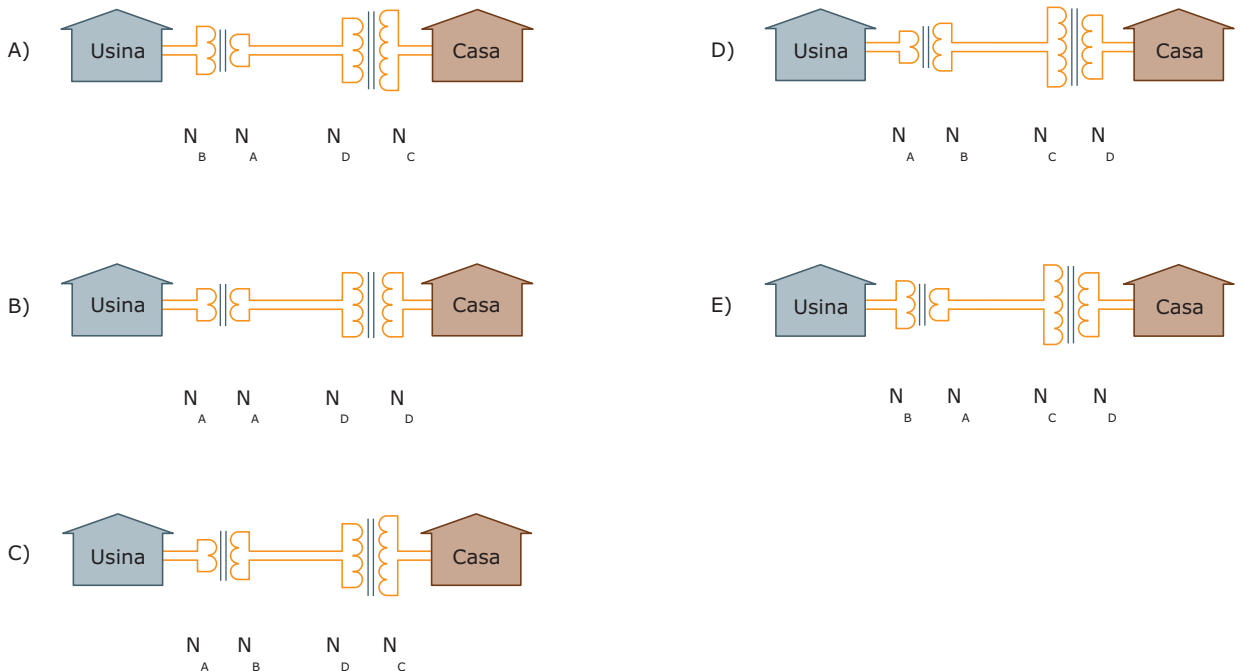
- A) A energia por unidade de tempo emitida pela lâmpada mostrada na figura I não depende da velocidade da bicicleta.  
 B) No instante representado na figura II, o sentido correto da corrente elétrica induzida é do ponto Q para o ponto P.  
 C) A conversão de energia mecânica em energia elétrica ocorre devido à variação temporal do fluxo magnético nas espiras (figura II).  
 D) A velocidade angular do rotor (figura II) tem de ser igual à velocidade angular do pneu da bicicleta (figura I), para a lâmpada funcionar.

15. (UFRN-2010) As usinas nucleares funcionam a partir da grande quantidade de calor liberada pelas reações nucleares. O calor é absorvido por um circuito de água primário, do tipo ciclo fechado. Esse circuito fica em contato com outro, o circuito secundário, que, por sua vez, produz vapor de água à alta pressão, para fazer girar uma turbina capaz de acionar um gerador elétrico, conforme mostra, esquematicamente, a figura a seguir.



Com base nas informações anteriores, a sequência **CORRETA** das principais formas de energia envolvidas nesse processo é

- A) energia nuclear, energia mecânica, energia potencial e energia elétrica.  
 B) energia nuclear, energia mecânica, energia térmica e energia elétrica.  
 C) energia nuclear, energia potencial, energia mecânica e energia elétrica.  
 D) energia nuclear, energia térmica, energia mecânica e energia elétrica.
16. (UFV-MG-2007) As figuras a seguir representam diferentes arranjos de transformadores num sistema de transmissão de energia elétrica.  $N_A$ ,  $N_B$ ,  $N_C$  e  $N_D$  representam o número de voltas dos enrolamentos nos transformadores. Supondo que  $N_A < N_B$  e que  $N_C > N_D$  o arranjo **CORRETO** de transformadores para a transmissão de energia elétrica desde a usina até a casa, por uma rede muito longa, é

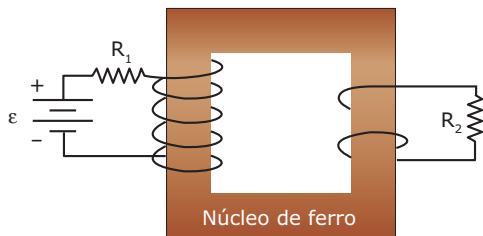


- 17.** (UFG-GO) A energia elétrica que chega às residências, ao comércio e à indústria é transportada por linhas de transmissão na forma de corrente alternada. Sobre essa modalidade de transporte de energia elétrica, julgue as afirmações que se seguem:
- A transmissão por corrente alternada consolidou-se ao longo dos anos, mas não é a forma mais conveniente de transmissão devido às oscilações na voltagem e na corrente.
  - A transmissão por corrente alternada é conveniente, porque a voltagem pode ser facilmente modificada usando-se transformadores.
  - Usando corrente alternada, pode-se realizar a transmissão por longas distâncias em alta voltagem e baixa corrente, minimizando as perdas por efeito Joule.

Está **CORRETO** o que se afirma em

- A) I, apenas.                      D) I e III, apenas.  
 B) II, apenas.                    E) II e III, apenas.  
 C) I e II, apenas.

- 18.** (Mackenzie-SP) A figura a seguir representa um transformador com um primário constituído por  $N_1 = 5$  espiras de resistência  $R_1 = 10 \Omega$ , alimentado por um gerador de força eletromotriz constante  $\varepsilon = 100 \text{ V}$ , e um secundário de  $N_2 = 2$  espiras de resistência  $R_2 = 100 \Omega$ . No secundário, não passa corrente porque

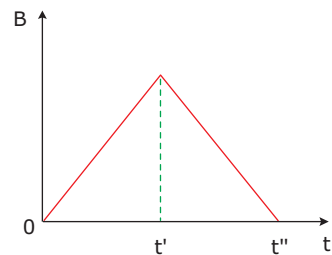


- A)  $N_2 < N_1$ .  
 B)  $R_2 > R_1$ .  
 C) o núcleo de ferro é fechado.  
 D) as espiras estão enroladas em sentidos contrários.  
 E) a corrente que passa no primário é constante.

- 19.** (Unicentro-PR) Nos motores do automóvel, para se produzir a faísca necessária à explosão, é preciso que haja entre os terminais da vela uma tensão de alguns milhares de volts. Essa tensão é obtida através da elevação da voltagem da bateria, utilizando-se bobinas transformadoras de tensão. Sobre a elevação da tensão, é **CORRETO** afirmar:
- Somente há elevação de tensão por bobina transformadora em circuitos de corrente contínua.
  - A bobina é um circuito de eletricidade estática e por isso atinge voltagens elevadas.

- A bobina é constituída por dois enrolamentos: o primário e o secundário. A corrente variável que atravessa o primário induz a alta tensão no secundário.
- A bobina é um transformador de potência elétrica que aumenta a energia do enrolamento primário para uma energia que atinge milhares de volts no enrolamento secundário.
- A elevação da tensão pela bobina ocorre através da transmissão da corrente da bateria para as velas, por meio de ondas eletromagnéticas.

- 20.** (Unimar-SP) Uma espira está imersa em um campo magnético cujo vetor  $B$  é perpendicular à espira. O módulo de  $B$  varia conforme indica o gráfico a seguir.



O módulo da f.e.m.  $\varepsilon$ , induzida na espira por esse campo, varia de acordo com o gráfico

- Gráfico de  $\varepsilon$  versus  $t$  mostrando uma função constante positiva de  $t=0$  a  $t'$ , e uma função constante negativa de  $t=t'$  a  $t''$ .
- Gráfico de  $\varepsilon$  versus  $t$  mostrando uma função constante positiva de  $t=0$  a  $t''$ .
- Gráfico de  $\varepsilon$  versus  $t$  mostrando uma função linear positiva de  $t=0$  a  $t'$ , e uma função linear negativa de  $t=t'$  a  $t''$ .
- Gráfico de  $\varepsilon$  versus  $t$  mostrando uma função linear negativa de  $t=0$  a  $t'$ , e uma função linear positiva de  $t=t'$  a  $t''$ .
- Gráfico de  $\varepsilon$  versus  $t$  mostrando uma função senoidal completa de  $t=0$  a  $t''$ .



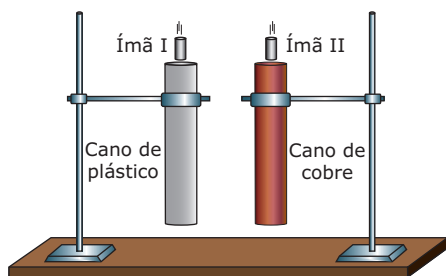
- 21.** (PUC-Campinas-SP) Numa usina elétrica, um transformador aumenta a tensão gerada de 10 000 V para 300 000 V e assim transporta, com reduzida perda, a energia a grandes distâncias por linhas de transmissão. Nesse transformador, o número de espiras do secundário deve ser 30 vezes
- menor que no primário e a tensão neste é contínua.
  - menor que no primário e a tensão neste é alternada.
  - maior que no primário e a tensão neste é alternada.
  - menor que no primário e a tensão neste é contínua ou alternada.

- 22.** (UEPG-PR) Sobre um transformador ideal em que o número de espiras do enrolamento secundário é menor que o do enrolamento primário, assinale o que for **CORRETO**.

- A potência elétrica na entrada do enrolamento primário desse transformador é igual à potência elétrica na saída do enrolamento secundário.
- Se ligarmos os terminais do enrolamento primário a uma bateria de 12 V, teremos uma d.d.p. menor no enrolamento secundário.
- A energia no enrolamento primário é igual à energia no enrolamento secundário, caracterizando o Princípio da Conservação da Energia.
- As correntes nos enrolamentos primário e secundário desse transformador são iguais.
- A transferência de potência do enrolamento primário para o enrolamento secundário não ocorre por indução.

Soma ( )

- 23.** (UFMG) Dois ímãs idênticos, I e II, são soltos simultaneamente, de uma mesma altura. Nessa queda, o ímã I cai atravessando um cano de plástico e o ímã II, um cano de cobre, como representado nesta figura:



Sabe-se que um ímã não atrai objetos de plástico nem de cobre e que o plástico é isolante e o cobre, condutor de eletricidade. Despreze a resistência do ar. Considerando essas informações, responda:

O tempo que o ímã I leva para atingir o solo é menor, igual ou maior que o tempo gasto pelo ímã II? **JUSTIFIQUE** sua resposta.

- 24.** (UFMG)
- A) Uma barra condutora é colocada entre os polos de dois ímãs, na horizontal, perpendicularmente às linhas de indução (fig. 1). Se a barra for abandonada e cair, qual de suas extremidades apresentará excesso de elétrons? **EXPLIQUE** sua resposta.

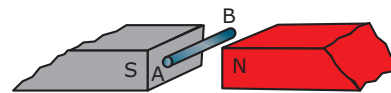


Figura 1

- B) Quando uma espira de fio condutor gira em um campo magnético uniforme, o sentido da corrente induzida muda duas vezes por rotação (fig. 2). **EXPLIQUE** por quê.

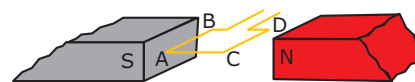
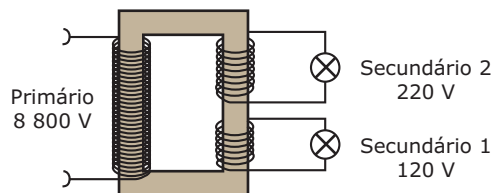


Figura 2

- 25.** (UERJ) Um supermercado dispõe de um transformador de energia elétrica que opera com tensão de 8 800 V no enrolamento primário e tensões de 120 V e 220 V, respectivamente, nos enrolamentos secundários 1 e 2.



Considere que os valores das tensões sejam eficazes e que o transformador seja ideal.

- A) **DETERMINE** a relação entre o número de espiras no enrolamento primário e no secundário 2.
- B) Sabendo que a potência no enrolamento primário é de 81 000 W e que a corrente no secundário 2 é de 150 A, **CALCULE** a corrente elétrica no enrolamento secundário 1.

## SEÇÃO ENEM

- 01.** (Enem-2002) Em usinas hidrelétricas, a queda-d'água move turbinas que acionam geradores. Em usinas eólicas, os geradores são acionados por hélices movidas pelo vento. Na conversão direta solar-elétrica são células fotovoltaicas que produzem tensão elétrica. Além de todos produzirem eletricidade, esses processos têm em comum o fato de
- não provocarem impacto ambiental.
  - independerem de condições climáticas.
  - a energia gerada poder ser armazenada.
  - utilizarem fontes de energia renováveis.
  - dependerem das reservas de combustíveis fósseis.

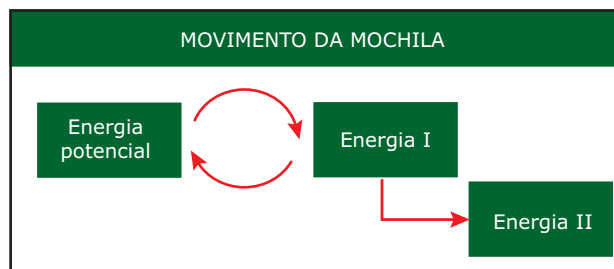
02. (Enem-2007)

MOCHILA GERADORA DE ENERGIA
O sobe e desce dos quadris faz a mochila gerar eletricidade

- ▶ A mochila tem uma estrutura rígida semelhante à usada por alpinista.
- ▶ O compartimento de carga é suspenso por molas colocadas na vertical.
- ▶ Durante a caminhada, os quadris sobem e descem em média cinco centímetros. A energia produzida pelo vai e vem do compartimento de peso faz girar um motor conectado ao gerador de eletricidade.

ISTOÉ, n. 1 864, set. 2005, p. 69 (Adaptação).

Com o projeto de mochila ilustrado anteriormente, pretende-se aproveitar, na geração de energia elétrica para acionar dispositivos eletrônicos portáteis, parte da energia desperdiçada no ato de caminhar. As transformações de energia envolvidas na produção de eletricidade enquanto uma pessoa caminha com essa mochila podem ser assim esquematizadas:



As energias I e II, representadas no esquema anterior, podem ser identificadas, respectivamente, como

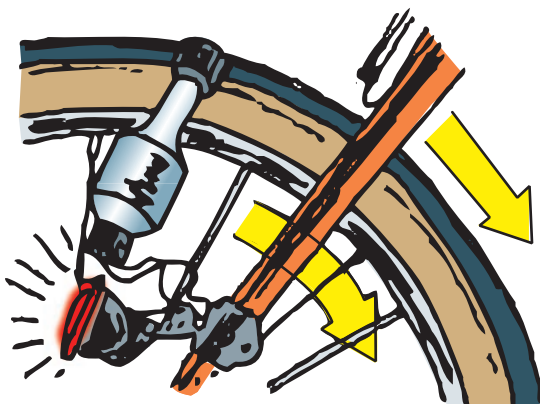
- A) cinética e elétrica.
- B) térmica e cinética.
- C) térmica e elétrica.
- D) sonora e térmica.
- E) radiante e elétrica.

03. (Enem-2010) Há vários tipos de tratamentos de doenças cerebrais que requerem a estimulação de partes do cérebro por correntes elétricas. Os eletrodos são introduzidos no cérebro para gerar pequenas correntes em áreas específicas. Para se eliminar a necessidade de introduzir eletrodos no cérebro, uma alternativa é usar bobinas que, colocadas fora da cabeça, sejam capazes de induzir correntes elétricas no tecido cerebral.

Para que o tratamento de patologias cerebrais com bobinas seja realizado satisfatoriamente, é necessário que

- A) haja um grande número de espiras nas bobinas, o que diminui a voltagem induzida.
- B) o campo magnético criado pelas bobinas seja constante, de forma a haver indução eletromagnética.
- C) se observe que a intensidade das correntes induzidas depende da intensidade da corrente nas bobinas.
- D) a corrente nas bobinas seja contínua, para que o campo magnético possa ser de grande intensidade.
- E) o campo magnético dirija a corrente elétrica das bobinas para dentro do cérebro do paciente.

**04.** (Enem–2010) Os dínamos são geradores de energia elétrica utilizados em bicicletas para acender uma pequena lâmpada. Para isso, é necessário que a parte móvel esteja em contato com o pneu da bicicleta e, quando ela entra em movimento, é gerada energia elétrica para acender a lâmpada. Dentro desse gerador, encontra-se um ímã e uma bobina.



Disponível em: <<http://www.if.usp.br>>. Acesso em: 1 maio. 2010.

O princípio de funcionamento desse equipamento é explicado pelo fato de que a

- A) corrente elétrica no circuito fechado gera um campo magnético nessa região.
- B) bobina imersa no campo magnético em circuito fechado gera uma corrente elétrica.
- C) bobina em atrito com o campo magnético no circuito fechado gera uma corrente elétrica.
- D) corrente elétrica é gerada pelo circuito fechado por causa da presença do campo magnético.
- E) corrente elétrica é gerada em circuito fechado quando há variação do campo magnético.

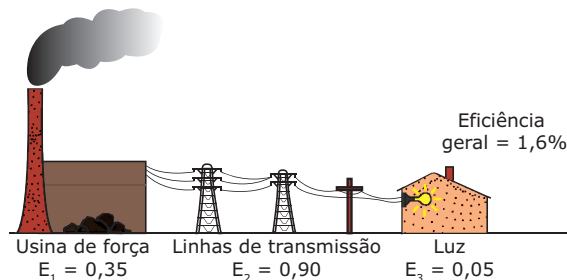
**06.** (Enem–1999) A tabela a seguir apresenta alguns exemplos de processos, fenômenos ou objetos em que ocorrem transformações de energia. Nessa tabela, aparecem as direções de transformações de energia. Por exemplo, o termopar é um dispositivo onde energia térmica se transforma em energia elétrica.

De \ Em	Elétrica	Química	Mecânica	Térmica
Elétrica	Transformador			Termopar
Química				Reações endotérmicas
Mecânica		Dinamite	Pêndulo	
Térmica				Fusão

Dentre os processos indicados na tabela, ocorre conservação de energia

- A) em todos os processos.
- B) somente nos processos que envolvem transformações de energia sem dissipação de calor.
- C) somente nos processos que envolvem transformações de energia mecânica.
- D) somente nos processos que não envolvem energia química.
- E) somente nos processos que não envolvem nem energia química nem energia térmica.

**05.** (Enem–2009) A eficiência de um processo de conversão de energia é definida como a razão entre a produção de energia ou trabalho útil e o total de entrada de energia no processo. A figura mostra um processo com diversas etapas. Nesse caso, a eficiência geral será igual ao produto das eficiências das etapas individuais. A entrada de energia que não se transforma em trabalho útil é perdida sob formas não utilizáveis (como resíduos de calor).



Eficiência geral da conversão de energia química em energia luminosa:  
 $E_1 \times E_2 \times E_3 = 0,35 \times 0,90 \times 0,05 = 0,016$

Aumentar a eficiência dos processos de conversão de energia implica economizar recursos e combustíveis. Das propostas seguintes, qual resultará em maior aumento da eficiência geral do processo?

- A) Aumentar a quantidade de combustível para queima na usina de força.
- B) Utilizar lâmpadas incandescentes, que geram pouco calor e muita luminosidade.
- C) Manter o menor número possível de aparelhos elétricos em funcionamento nas moradias.
- D) Utilizar cabos com menor diâmetro nas linhas de transmissão a fim de economizar o material condutor.
- E) Utilizar materiais com melhores propriedades condutoras nas linhas de transmissão e lâmpadas fluorescentes nas moradias.

## GABARITO

### Fixação

01. C
02. B
03. C
04. D
05. A) Não, pois a corrente contínua não produz variação do fluxo magnético nas espiras do transformador, e, conseqüentemente, não há tensão induzida no secundário.  
B)  $i_p = 4,0 \times 10^{-2} \text{ A}$

### Propostos

01. E
02. C
03. B
04. B
05. B
06. C
07. A
08. C
09. D
10. A
11. B
12. C
13. B
14. C
15. D
16. D
17. E

18. E
19. C
20. A
21. C
22. Soma = 5
23. O tempo que o ímã I gasta para chegar ao solo é menor. Quando a queda acontece dentro do cano de cobre, que é condutor, aparecem correntes parasitas induzidas nesse cano. Dessa forma, o ímã recebe uma força de frenagem eletromagnética que retarda a sua queda. O mesmo não acontece no cano de plástico, pois este é isolante.
24. A) Pela regra da mão direita, a força magnética age nos elétrons no sentido de B para A. Logo, haverá acúmulo de elétrons em A.  
B) Quando a espira ficar com o seu plano na vertical, o fio AB, por exemplo, estará iniciando o movimento de descida. De acordo com a explicação dada no item anterior, haverá uma corrente (convencional) de A para B e, no fio oposto, a corrente será de D para C. Depois de meia volta, o fio AB estará em baixo, iniciando a subida. Logo, a corrente mudará de sentido.
25. A)  $\frac{N_1}{N_2} = 40$   
B) 400 A

### Seção Enem

01. D
02. A
03. C
04. E
05. E
06. A