CIÊNCIAS DA NATUREZA E SUAS TECNOLOGIAS

OBJETIVO
FRENTE 1

FÍSICA

Evangelista Torricelli (1608-1647)
Equação de Torricelli

Cinemática – Dinâmica – Módulos

Módulo 25 e 26 – Movimento uniformemente variado

Palavra-chave:

• Aceleração

Existem na natureza e no nosso dia-a-dia situações em que a velocidade de um corpo varia em uma taxa constante, isto é, para o mesmo intervalo de tempo a variação de velocidade é sempre a mesma. Isto se traduz dizendo-se que a **aceleração escalar** é **constante.**

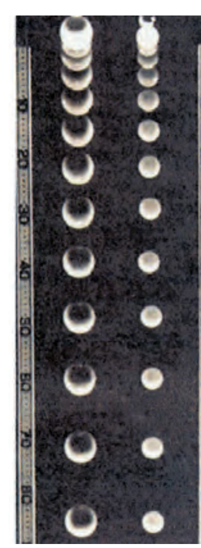
Quando um carro de corridas arranca, a partir do repouso, durante um certo intervalo de tempo, ele tem uma aceleração escalar constante, da ordem de 5,0m/s². **Isto significa que, a cada segundo que passa, sua velocidade escalar aumenta 5,0m/s**.

Quando um avião a jato está aterrissando, ele tem uma aceleração escalar constante da ordem de –8,0m/s², o que significa que sua velocidade escalar diminui 8,0m/s, em cada segundo que passa.

Quando um corpo é abandonado em queda livre, ele tem uma **aceleração escalar constante de 9,8m/s²**.

Isto significa que sua **velocidade está aumentando numa taxa constante de 9,8m/s em cada segundo**.

Todos esses movimentos em que a velocidade varia, porém numa taxa constante (aceleração escalar constante), são chamados de **uniformemente variados** (**variados** porque a velocidade varia e **uniformemente** porque a variação da velocidade ocorre de um modo uniforme, isto é, com aceleração escalar constante).



*Acima, temos uma fotografia estroboscópica mostrando a queda de duas esferas de **massas diferentes** no vácuo.*

Observe que as esferas caem com a mesma aceleração e num mesmo intervalo de tempo, mostrando de maneira irrefutável que o tempo de queda independe das massas das partículas.

1. Definição

Um movimento é chamado UNIFORMEMENTE VARIADO quando a relação espaço-tempo é do 2.º grau, isto é, da forma:

$$s = A + Bt + Ct^2$$

em que A, B e C são parâmetros constantes com C ≠ 0.

Podemos ter movimento uniformemente variado em qualquer trajetória.

2. Interpretação física dos parâmetros

Parâmetro A

Para t = 0 (origem dos tempos), temos s_0 = A e, portanto, o parâmetro A representa o espaço inicial.

$$A = s_0$$

A velocidade escalar V é dada por:

$$V = \frac{ds}{dt} = B + 2Ct$$

Para t = 0 (origem dos tempos), temos V_0 = B e, portanto, o parâmetro B representa a velocidade escalar inicial.

$$B = V_0$$

Parâmetro C

A aceleração escalar γ é dada por:

$$\gamma = \frac{dV}{dt} = 2C \quad \Rightarrow \quad C = \frac{\gamma}{2}$$

O parâmetro C representa a **metade** da aceleração escalar.

3. Relações no MUV

Relação espaço-tempo

Na relação s = f(t), substituindo-se os parâmetros **A**, **B** e **C** pelas suas interpretações físicas, vem:

$$s = s_0 + V_0 t + \frac{\gamma}{2} t^2$$

Ou, ainda: $$\Delta s = V_0 t + \frac{\gamma}{2} t^2$$

Relação velocidade escalar-tempo

Retomando-se a relação V = B + 2Ct e substituindo-se os parâmetros B e C pelas suas interpretações físicas, vem:

$$V = V_0 + \gamma\, t$$

Aceleração escalar

Como γ = 2C, concluímos que:

NO MOVIMENTO UNIFORMEMENTE VARIADO, A ACELERAÇÃO ESCALAR É CONSTANTE E DIFERENTE DE ZERO.

Sendo a aceleração escalar constante, os valores médio e instantâneo são iguais:

$$\gamma = \gamma_m = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \text{constante} \neq 0$$

• A denominação UNIFORMEMENTE VARIADO deriva do fato de a velocidade escalar ser variável (movimento variado), porém com aceleração escalar **constante**, isto é, a velocidade escalar varia, porém de uma maneira uniforme (em uma taxa constante).

Exercícios Resolvidos – Módulo 25

1 **(UNICAMP)** – As faixas de aceleração das auto-estradas devem ser longas o suficiente para permitir que um carro, partindo do repouso, atinja a velocidade escalar de 108km/h em uma estrada horizontal. Um carro popular é capaz de acelerar de 0 a 108km/h em 15s. Suponha que a aceleração escalar seja constante.

a) Qual o valor da aceleração escalar?

b) Qual a distância percorrida em 10s?

Resolução

a) 1) A velocidade escalar final é dada por

$$V = 108 \frac{km}{h} = \frac{108}{3{,}6} \text{ m/s} = 30\text{m/s}$$

2) A aceleração escalar é dada por

$$\gamma = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{30}{15} (\text{m/s}^2) \Rightarrow \boxed{\gamma = 2{,}0\text{m/s}^2}$$

b) Usando-se a equação horária do movimento uniformemente variado (aceleração escalar constante), vem:

$$\Delta s = V_0\, t + \frac{\gamma}{2}\, t^2$$

$$d = 0 + \frac{2{,}0}{2} (10)^2 \text{ (m)} \Rightarrow \boxed{d = 100\text{m}}$$

c) O comprimento mínimo da faixa de aceleração corresponderá à distância percorrida pelo carro ao acelerar de 0 a 100 km/h, isto é, a distância percorrida em 15s.

$$\Delta s = V_0\, t + \frac{\gamma}{2}\, t^2$$

$$D = 0 + \frac{2{,}0}{2} (15)^2 \text{ (m)} \Rightarrow \boxed{D = 225\text{m}}$$

Respostas: a) 2,0m/s² b) 100m c) 225m

2 **(MODELO ENEM)** – Para desferir um golpe em sua vítima, uma serpente movimenta sua cabeça com uma aceleração escalar de 50m/s². Se um carro pudesse ter essa aceleração escalar, partindo do repouso, ele atingiria uma velocidade escalar de 180km/h

a) após 1,0s e após percorrer uma distância de 50m.

b) após 1,0s e após percorrer uma distância de 25m.

c) após 3,6s e após percorrer uma distância de 324m.

d) após 3,6s e após percorrer uma distância de 648m.

e) após 10s e após percorrer uma distância de 250m.

Resolução

1) A velocidade escalar de 180 km/h, em m/s, é dada por:

$$V = 180 \frac{km}{h} = \frac{180}{3{,}6} \text{ m/s} \Rightarrow \boxed{V = 50\text{m/s}}$$

2) O tempo é calculado pela equação das velocidades do MUV:

$V = V_0 + \gamma\, t$

$50 = 0 + 50\, T \Rightarrow \boxed{T = 1{,}0s}$

3) A distância percorrida pode ser calculada pela equação horária do MUV:

$$\Delta s = V_0\, t + \frac{\gamma}{2}\, t^2$$

$$D = 0 + \frac{50}{2}\,(1{,}0)^2\ (m) \Rightarrow \boxed{D = 25m}$$

Resposta: B

3 **(MODELO ENEM)** – Um carro, de comprimento 3,0m, está com velocidade de módulo V_0 = 36km/h, descrevendo uma trajetória retilínea e se aproximando de um semáforo. Quando a frente do carro está a 50m de uma avenida cuja largura é de 25m, a luz do semáforo fica amarela.

Quando o motorista do carro vê o sinal ficar amarelo ele imprime ao carro uma aceleração escalar constante de $2{,}0m/s^2$ para tentar ultrapassar a avenida antes de o sinal ficar vermelho.

A luz permanece amarela durante 5,5s e o tempo de reação do motorista é de 0,5s.

No exato instante em que o sinal fica vermelho:

a) a frente do carro estará chegando ao início da avenida.
b) a frente do carro estará chegando ao final da avenida.
c) a traseira do carro estará chegando ao final da avenida.
d) a traseira do carro estará 2,0m além do final da avenida.
e) a traseira do carro estará a 2,0m aquém do final da avenida.

Dado: o tempo de reação da pessoa (0,5s) é o intervalo de tempo entre a visão do sinal amarelo e a atitude de acelerar o carro.

Resolução

1) Durante o tempo de reação (T_R = 0,5s), o carro mantém sua velocidade escalar constante (V_0 = 36km/h = 10m/s) e percorrerá uma distância d_1 dada por:

$d_1 = V_0 T_R = 10\ .\ 0{,}5(m) = 5{,}0m$

2) Quando o carro vai começar a acelerar, a sua frente estará a 70m do final da avenida e para ultrapassá-la completamente deverá percorrer, nos 5,0s restantes, uma distância total de 73m.

3) Cálculo da distância percorrida pelo carro nos 5,0s:

$$\Delta s = V_0 t + \frac{\gamma}{2}\, t^2\ (MUV)$$

$$d_2 = 10\ .\ 5{,}0 + \frac{2{,}0}{2}\,(5{,}0)^2\ (m) = 75m$$

Como a traseira do carro estava a 73m do final da avenida e o carro percorreu 75m até o sinal ficar vermelho, então a traseira do carro estará 2,0m à frente do final da avenida.

Resposta: D

Exercícios Propostos – Módulo 25

1 **(AFA)** – A tabela abaixo fixa os valores da velocidade escalar de um móvel em função do tempo.

t(s)	1,0	2,0	3,0	4,0
V(m/s)	5,0	8,0	11,0	14,0

A partir dos dados disponíveis, concluímos que o movimento pode

a) ser uniforme.
b) ter aceleração escalar sempre nula.
c) ser uniformemente acelerado com velocidade escalar inicial nula.
d) ser uniformemente variado com velocidade escalar inicial de 2,0m/s.
e) ser circular uniforme.

RESOLUÇÃO:

Da tabela: $\gamma = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{3{,}0}{1{,}0}\ (m/s^2) = 3{,}0m/s^2$

$V = V_0 + \gamma\, t \quad \left\{ \begin{matrix} t_1 = 1{,}0s \\ V_1 = 5{,}0m/s \end{matrix} \right\}\ 5{,}0 = V_0 + 3{,}0\ .\ 1{,}0 \quad \boxed{V_0 = 2{,}0m/s}$

Resposta: D

2 Uma ciclista parte do repouso e percorre 1,0m em 1,0s, com aceleração escalar constante, que é mantida durante 10,0s. Após os 10,0s de movimento acelerado, a velocidade escalar da bicicleta torna-se constante.

A velocidade escalar final da bicicleta (após os 10,0s iniciais) vale

a) 1,0m/s b) 2,0m/s c) 10,0m/s
d) 20,0m/s e) 40,0m/s

RESOLUÇÃO:

1) $s = V_0 t + \frac{\gamma}{2}\, t^2$ **(MUV)**

$1{,}0 = \frac{\gamma}{2}\,(1{,}0)^2 \Rightarrow \boxed{\gamma = 2{,}0m/s^2}$

2) $V = V_0 + \gamma\, t$

$V_f = 0 + 2{,}0\ .\ 10{,}0\ (m/s) \Rightarrow \boxed{V_f = 20{,}0m/s}$

Resposta: D

3 **(FUVEST)** – Um veículo parte do repouso com aceleração escalar constante e igual a $2{,}0m/s^2$.

Após 3,0s de movimento, calcule

a) a distância percorrida;
b) a velocidade escalar adquirida.

RESOLUÇÃO:

a) $\Delta s = v_0\, t + \frac{\gamma\, t^2}{2} \Rightarrow s = 0\ .\ 3{,}0 + \frac{2{,}0\,(3{,}0)^2}{2}\ (m)\ \boxed{\Delta s = 9{,}0m}$

b) $V = V_0 + \gamma\ .\ t \quad V = 0 + 2{,}0\,(3{,}0)\ (m/s) \Rightarrow \boxed{v = 6{,}0m/s}$

Respostas: a) 9,0m b) 6,0m/s

4 **(MODELO ENEM)** – Em uma propaganda na televisão, foi anunciado que um certo carro, partindo do repouso, atinge a velocidade escalar de 108km/h em 10s. Admitindo-se que a aceleração escalar do carro seja constante, assinale a opção que traduz corretamente os valores da aceleração escalar e da distância percorrida pelo carro neste intervalo de tempo de 10s.

	Aceleração Escalar (m/s^2)	Distância Percorrida (m)
a)	6,0	$3{,}0 \cdot 10^2$
b)	1,5	$7{,}5 \cdot 10^1$
c)	3,0	$3{,}0 \cdot 10^2$
d)	3,0	$1{,}5 \cdot 10^2$
e)	1,5	$1{,}5 \cdot 10^2$

RESOLUÇÃO:

1) $V = 108 \dfrac{km}{h} = \dfrac{108}{3{,}6} (m/s) = 30m/s$

2) $\gamma = \dfrac{\Delta V}{\Delta t} = \dfrac{30}{10} (m/s^2) = 3{,}0m/s^2$

3) $\Delta s = V_0 t + \dfrac{\gamma}{2} t^2$

$D = \dfrac{3{,}0}{2} (10)^2 (m) \Rightarrow \boxed{D = 1{,}5 \cdot 10^2 m}$

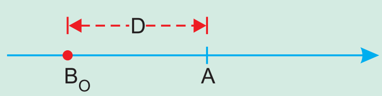
Resposta: D

Exercícios Resolvidos – Módulo 26

1 **(MACKENZIE-SP-MODELO ENEM)** – Em uma pista retilínea, um atleta A com velocidade escalar constante de 4,0m/s passa por outro B, que se encontra parado. Após 6,0s desse instante, o atleta B parte em perseguição ao atleta A, com aceleração escalar constante e o alcança em 4,0s. A aceleração escalar do atleta B tem o valor de

a) $5{,}0m/s^2$ b) $4{,}0m/s^2$ c) $3{,}5m/s^2$
d) $3{,}0m/s^2$ e) $2{,}5m/s^2$

Resolução



1) Em 6,0s o atleta A percorreu uma distância D dada por
$D = V_A\, t$ (MU)
$D = 4{,}0 \cdot 6{,}0$ (m) = 24,0m

2) Adotando-se a posição inicial de B como origem dos espaços e o instante de sua partida como origem dos tempos, vem:

$x_A = x_0 + V_A t$ (MU)

$x_A = 24{,}0 + 4{,}0\, t$ (SI)

$x_B = x_0 + V_{0B} t + \dfrac{\gamma_B}{2} t^2$ (MUV)

$x_B = 0 + 0 + \dfrac{\gamma_B}{2} t^2 \Rightarrow x_B = \dfrac{\gamma_B}{2} t^2$

Para t = 4,0 s, temos $x_A = x_B$

$24{,}0 + 4{,}0 \cdot 4{,}0 = \dfrac{\gamma_B}{2} (4{,}0)^2$

$40{,}0 = 8{,}0\, \gamma_B \Rightarrow \boxed{\gamma_B = 5{,}0m/s^2}$

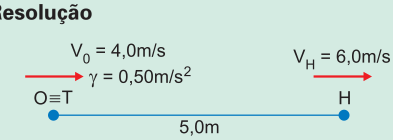
Resposta: A

2 **(VUNESP-FMTM-MG-MODELO ENEM)** – Neste antigo cartum, o atleta de meia idade, em total concentração durante uma corrida, não percebe a aproximação do rolo compressor que desce a ladeira, desligado e sem freio, com aceleração escalar constante de $0{,}50m/s^2$.

No momento registrado pelo cartum, a máquina já está com velocidade escalar de 4,0m/s, enquanto o atleta mantém velocidade escalar constante de 6,0m/s. Se a distância que separa o homem da máquina é de 5,0m, e ambos, máquina e corredor, mantiverem sua marcha sobre o mesmo caminho retilíneo, o tempo de vida que resta ao desatento corredor é, em s, de aproximadamente,

a) 6,0 b) 10,0 c) 12,0
d) 14,0 e) 16,0

Resolução



1) Equações horárias:

H: $s_H = s_0 + vt$ (MU)
$s_H = 5{,}0 + 6{,}0t$ (SI)

T: $s_T = s_0 + v_0 t + \dfrac{\gamma}{2} t^2$ (MUV)
$s_T = 4{,}0t + 0{,}25t^2$ (SI)

2) $s_H = s_T$

$5{,}0 + 6{,}0\,t_E = 4{,}0\,t_E + 0{,}25\,t_E^2$

$0{,}25\,t_E^2 - 2{,}0\,t_E - 5{,}0 = 0$

$t_E^2 - 8{,}0\,t_E - 20{,}0 = 0$

$t_E = \dfrac{8{,}0 \pm \sqrt{64{,}0 + 80{,}0}}{2}$ (s)

$t_E = \dfrac{8{,}0 \pm \sqrt{144{,}0}}{2}$ (s) $\Rightarrow \boxed{t_E = 10{,}0s}$

Resposta: B

3 **(ITA-MODELO ENEM)** – Billy sonha que embarcou em uma nave espacial para viajar até o distante planeta Gama, situado a 2,5 anos-luz da Terra. Tanto na ida como na volta, metade do percurso é percorrida com aceleração constante de módulo $0{,}15m/s^2$, e o restante com desaceleração constante de mesma magnitude. Desprezando-se a atração gravitacional e efeitos relativísticos, calcule o tempo total de ida e volta da viagem do sonho de Billy.

a) 10 anos b) 20 anos c) 30 anos
d) 40 anos e) 50 anos

Dados:
1) Ano-luz é a distância que a luz percorre no vácuo em um ano.
2) Módulo da velocidade da luz no vácuo: $3{,}0 \cdot 10^8 m/s$.
3) 1 ano = $3{,}2 \cdot 10^7 s$.

Resolução

(1) $\Delta s = V\, \Delta t$
1 ano-luz = $3{,}0 \cdot 10^8 \cdot 3{,}2 \cdot 10^7 m = 9{,}6 \cdot 10^{15} m$

(2) d = 2,5 anos-luz = $2{,}4 \cdot 10^{16} m$

(3) Do exposto no texto, o tempo de ida e o tempo de volta são iguais e, além disso, o tempo gasto na primeira metade do percurso é igual ao tempo gasto na segunda metade do percurso.

(4) Para a 1ª metade do percurso de ida, temos:
$\Delta s = V_0 t + \dfrac{\gamma}{2} t^2 \Rightarrow 1{,}2 \cdot 10^{16} = \dfrac{0{,}15}{2} t_1^2$

$t_1^2 = 16 \cdot 10^{16} \Rightarrow \boxed{t_1 = 4{,}0 \cdot 10^8 s}$

(5) O tempo total de trajeto T é dado por
$T = 4\, T_1 = 16{,}0 \cdot 10^8 s$

$T = \dfrac{16{,}0 \cdot 10^8}{3{,}2 \cdot 10^7}$ anos $\Rightarrow \boxed{T = 50 \text{ anos}}$

Resposta: E

1 **(PUC-RJ)** – Um corredor velocista corre a prova dos 100m rasos em, aproximadamente, 10s. Considerando-se que o corredor parte do repouso, tendo aceleração escalar constante, e atinge sua velocidade escalar máxima no final dos 100m, a aceleração escalar do corredor durante a prova em m/s^2 é:
a) 1,0 b) 2,0 c) 3,0 d) 4,0 e) 5,0

RESOLUÇÃO:

$\Delta s = V_0 t + \frac{\gamma}{2} t^2$ (MUV)

$100 = 0 + \frac{\gamma}{2} (10)^2 \Rightarrow \boxed{\gamma = 2{,}0 m/s^2}$

Resposta: B

2 **(UNIFOR-CE)** – A partir do repouso, um corpo inicia movimento com aceleração escalar constante de 1,0m/s^2, na direção de um eixo x.
Entre os instantes 3,0s e 5,0s, o corpo terá percorrido, em metros
a) 10,0 b) 8,0 c) 6,0 d) 4,0 e) 2,0

RESOLUÇÃO:

$s = s_0 + V_0 t + \frac{\gamma}{2} t^2$ (MUV)

$s = 0 + 0 + \frac{1{,}0}{2} t^2$

$s = 0{,}50t^2$ (SI)
$t_1 = 3{,}0s \Rightarrow s_1 = 0{,}50\ (3{,}0)^2$ (m) $= 4{,}5m$
$t_2 = 5{,}0s \Rightarrow s_2 = 0{,}50\ (5{,}0)^2$ (m) $= 12{,}5m$

$\boxed{\Delta s = s_2 - s_1 = 8{,}0m}$

Resposta: B

3 **(OLIMPÍADA COLOMBIANA DE FÍSICA)** – Um carro se move em linha reta com aceleração escalar constante, partindo do repouso.
Durante o primeiro segundo de movimento, o carro percorre uma distância d.
A distância total percorrida nos dois primeiros segundos de movimento será igual a
a) 2d b) 3d c) 4d d) 5d e) 8d

RESOLUÇÃO:

$\Delta s = V_0 t + \frac{\gamma}{2} t^2$

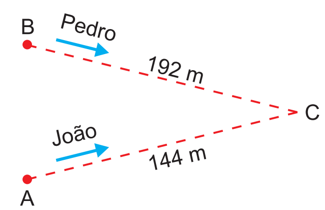
$\Delta s = \frac{\gamma}{2} t^2$

Para $t = 1s \Rightarrow \Delta s_1 = \frac{\gamma}{2} = d$

Para $t = 2s \Rightarrow \Delta s_2 = \frac{\gamma}{2} (2)^2 = 4 \cdot \frac{\gamma}{2} = 4d$

Resposta: C

4 **(UNIOESTE-PR-MODELO ENEM)** – Em uma competição esportiva entre escolas, dois alunos, João e Pedro, disputam quem vai chegar primeiro à posição C. João está inicialmente em repouso na posição A, conforme a figura abaixo, e precisa deslocar-se 144m para alcançar o ponto C, seguindo a trajetória retilínea AC. No mesmo instante em que João inicia seu movimento com uma aceleração constante de módulo 0,5m/s^2 mantida em todo o trajeto, Pedro está passando pela posição B com uma velocidade de módulo 2,0m/s. Pedro segue a trajetória retilínea BC de comprimento igual a 192m e alcança o ponto C no mesmo instante que João.



Assinale a alternativa que fornece o módulo da aceleração constante de Pedro, em metros por segundo ao quadrado (com arredondamento na segunda casa decimal), no trecho BC.
a) 0,01 b) 0,11 c) 0,17 d) 0,34 e) 0,50

RESOLUÇÃO:
$\Delta s_J = 144m$; $\Delta s_P = 192m$
$V_{0J} = 0$; $V_{0P} = 2{,}0m/s$
$a_J = 0{,}5m/s^2$; $a_P = ?$

$\Delta s = V_0 t + \frac{\gamma}{2} t^2$

1) $144 = \frac{0{,}5}{2} T^2 \Rightarrow T^2 = 144 \cdot 4 \Rightarrow \boxed{T = 24s}$

2) $192 = 2{,}0T + \frac{a_P}{2} T^2 \Rightarrow 192 = 48 + \frac{a_P}{2} \cdot 576 \Rightarrow 144 = a_P\ 288$

$a_P = \frac{144}{288}$ (m/s^2) $\boxed{a_P = 0{,}50 m/s^2}$

Resposta: E

No Portal Objetivo

Para saber mais sobre o assunto, acesse o **PORTAL OBJETIVO (www.portal.objetivo.br)** e, em “localizar”, digite **FIS1M201**

Módulo 27

Velocidade escalar média e Equação de Torricelli

Palavras-chave:

• Velocidade média • Torricelli

1. Velocidade escalar média no MUV

Como a relação velocidade escalar-tempo é do 1º grau em **t**, a velocidade escalar média, entre dois instantes, t_1 e t_2, pode ser calculada pela **média aritmética** entre as velocidades escalares nos respectivos instantes:

$$V_m = \frac{V_1 + V_2}{2}$$

2. Equação de Torricelli

A Equação de Torricelli relaciona a velocidade escalar **v** com a variação de espaço Δs.

Para obtê-la, basta eliminarmos a variável tempo (t) entre as equações s = f(t) e v = f(t)

$$\Delta s = V_0 t + \frac{\gamma}{2} t^2 \quad (1) \qquad \text{e} \qquad V = V_0 + \gamma t \quad (2)$$

De (2), vem: $t = \dfrac{V - V_0}{\gamma}$

Em (1), temos:

$$\Delta s = V_0 \left[\frac{V - V_0}{\gamma}\right] + \frac{\gamma}{2}\left[\frac{V - V_0}{\gamma}\right]^2$$

$$\Delta s = \frac{V_0 V - V_0^2}{\gamma} + \frac{\gamma}{2}\;\frac{[V^2 - 2\,V\,V_0 + V_0^2]}{\gamma^2}$$

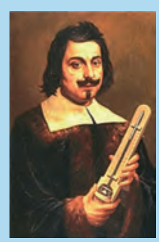
$$\Delta s = \frac{2\;V_0 V - 2V_0^2 + V^2 - 2\;V V_0 + V_0^2}{2\gamma}$$

$$2\gamma\Delta s = V^2 - V_0^2 \quad \Rightarrow \quad V^2 = V_0^2 + 2\gamma\Delta s$$

A Equação de Torricelli é usada quando não há envolvimento da variável tempo, isto é, o tempo não é dado nem é pedido.

O Destaque

EVANGELISTA TORRICELLI



Foi o principal discípulo de Galileu Galilei e, apesar do pouco tempo de convívio, pôde assimilar os principais conceitos de sua obra e, em muitos casos, ir além do mestre. Foi o primeiro a construir um instrumento capaz de medir a pressão do ar, chamado Tubo de Torricelli, que posteriormente se firmou com o nome de barômetro.

Morreu em 1647, aos 39 anos, na cidade de Florença.

Exercícios Resolvidos

1 **(VUNESP-FMJ-MODELO ENEM)** – Numa viagem, um motorista passa pela placa mostrada na Figura 1, quando sua velocidade escalar é 30m/s. Aciona os freios nesse instante e, mantendo uma desaceleração constante até chegar à lombada, passa pela placa mostrada na Figura 2, quando sua velocidade escalar é 20m/s.

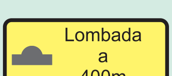


Figura 1

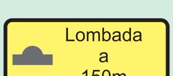


Figura 2

Pode-se afirmar que, para chegar da primeira placa à lombada, ele demorou um intervalo de tempo, em segundos, de:

a) 10 b) 15 c) 20 d) 25 e) 30

Resolução

1) Cálculo da aceleração escalar

$V_2^2 = V_1^2 + 2\gamma\;\Delta s$

$(20)^2 = (30)^2 + 2\;.\;\gamma\;.\;250$

$400 = 900 + 500\;\gamma \Rightarrow \boxed{\gamma = -1{,}0\text{m/s}^2}$

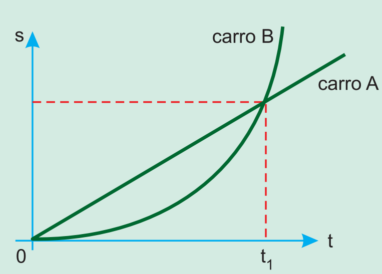
2) $\Delta s = V_0 t + \dfrac{\gamma}{2}\;t^2$

$400 = 30T - 0{,}5T^2$

$1{,}0T^2 - 60T + 800 = 0 \;\rightarrow\; \boxed{T_1 = 20\text{s}} \;;\; T_2 = 40\text{s}$

Resposta: C

2 **(MODELO ENEM)** – Dois carros A e B têm seus movimentos representados esquematicamente no gráfico espaço x tempo a seguir.



O carro B parte do repouso e tem movimento uniformemente variado.

No instante t_1, as velocidades escalares dos carros A e B são, respectivamente, iguais a V_A e V_B.

A razão $\dfrac{V_B}{V_A}$

a) não está determinada. b) vale $\dfrac{1}{2}$.

c) vale 1. d) vale 2.

e) é maior que 2.

Resolução

Nos instantes t = 0 e t = t_1, os carros A e B ocupam a mesma posição e, portanto, entre 0 e t_1, temos

$\Delta s_B = \Delta s_A \;\Rightarrow\; V_{m(B)} = V_{m(A)}$

Como A está em movimento uniforme,

$V_{m(A)} = V_A$ (constante).

Como B está em movimento uniformemente variado, temos:

$$V_{m(B)} = \frac{V_{0(B)} + V_B}{2} = \frac{V_B}{2}$$

Portanto: $\frac{V_B}{2} = V_A \Rightarrow \boxed{\frac{V_B}{V_A} = 2}$

Resposta: D

3 **(UNIFESP-MODELO ENEM)** – Um avião a jato, para transporte de passageiros, precisa atingir a velocidade escalar de 252km/h para decolar em uma pista horizontal e reta. Para uma decolagem segura, o avião, partindo do repouso, deve percorrer uma distância máxima de 1960m até atingir aquela velocidade. Para tanto, os propulsores devem imprimir ao avião uma aceleração escalar mínima e constante de:
a) $1{,}25m/s^2$ b) $1{,}40\ m/s^2$ c) $1{,}50\ m/s^2$
d) $1{,}75m/s^2$ e) $2{,}00\ m/s^2$

Resolução

Sendo o movimento uniformemente variado (aceleração escalar constante e não nula), temos:

$V^2 = V_0^2 + 2\,\gamma\,\Delta s$ (Equação de Torricelli)

$V_0 = 0$

$$V = 252\ \frac{km}{h} = \frac{252}{3{,}6}\ (m/s) = 70m/s$$

$\Delta s = 1960m$

$(70)^2 = 0 + 2\,\gamma\,1960$

$4900 = 3920\gamma$

$\boxed{\gamma = 1{,}25m/s^2}$

Resposta: A

Exercícios Propostos

1 Em uma decolagem, um avião parte do repouso e atinge a velocidade escalar final de 100m/s em um intervalo de tempo de 20s.
Supondo-se que a aceleração escalar do avião, durante a decolagem, seja constante, calcule
a) a distância percorrida pelo avião;
b) a aceleração escalar do avião.

RESOLUÇÃO:

a) $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{V_0 + V}{2} \Rightarrow \frac{\Delta s}{20} = \frac{0 + 100}{2} \Rightarrow \boxed{\Delta s = 1{,}0\ .\ 10^3 m = 1{,}0km}$

b) $V = V_0 + \gamma\,t$

$100 = 0 + \gamma\ .\ 20 \Rightarrow \boxed{\gamma = 5{,}0m/s^2}$

Respostas: a) 1,0km
b) $5{,}0m/s^2$

2 **(OLIMPÍADA BRASILEIRA DE FÍSICA)** – Um automóvel esportivo parte do repouso e atinge a velocidade escalar de 30m/s após acelerar uniformemente durante um intervalo de tempo de 10s.
a) Qual a distância percorrida pelo automóvel durante este intervalo de tempo?
b) Qual é a velocidade escalar média do carro durante este intervalo de tempo?

RESOLUÇÃO:

a) $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{V_0 + V}{2} \Rightarrow \frac{\Delta s}{10} = \frac{0 + 30}{2} \Rightarrow \boxed{\Delta s = 150m}$

b) $V_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{150m}{10s} \Rightarrow \boxed{V_m = 15\ m/s}$

Respostas: a) 150m
b) 15m/s

3 **(UNIP-SP)** – No instante em que um carro A parte do repouso, com aceleração escalar constante, ele é ultrapassado por um carro B que está em movimento uniforme com velocidade escalar de 60 km/h.
Os dois carros seguem trajetórias retilíneas e paralelas e são considerados pontos materiais.
Quando o carro A alcançar o carro B, a velocidade escalar de A
a) não está determinada. b) valerá 60km/h.
c) valerá 80km/h. d) valerá 100km/h.
e) valerá 120km/h.

RESOLUÇÃO:

$V_{m(A)} = V_{m(B)}$

$\frac{0 + V_A}{2} = 60 \Rightarrow \boxed{V_A = 120km/h}$

Resposta: E

4 **(FUVEST-SP-MODELO ENEM)** – A velocidade máxima permitida em uma autoestrada é de 110 km/h (aproximadamente 30 m/s) e um carro, nessa velocidade, leva 6,0s para parar completamente. Diante de um posto rodoviário, os veículos devem trafegar no máximo a 36 km/h (10 m/s). Assim, para que carros em velocidade máxima consigam obedecer ao limite permitido, ao passar em frente do posto, a placa referente à redução de velocidade deverá ser colocada antes do posto, a uma distância, pelo menos, de
a) 40 m b) 60 m c) 80 m d) 90 m e) 100 m
Admita, na solução, que durante as freadas a aceleração escalar permaneça constante e sempre com o mesmo valor.

RESOLUÇÃO:

1) Cálculo da aceleração escalar: $V = V_0 + \gamma\,t$ **(MUV)**

$0 = 30 + \gamma\ .\ 6{,}0 \Rightarrow \boxed{\gamma = -5{,}0m/s^2}$

2) Cálculo da distância percorrida para a velocidade escalar reduzir-se de 30m/s para 10m/s:

$V_2^2 = V_1^2 + 2\,\gamma\,\Delta s$ **(MUV)**

$(10)^2 = (30)^2 + 2\,(-5{,}0)\,\Delta s \Rightarrow 10\,\Delta s = 900 - 100 \Rightarrow \boxed{\Delta s = 80m}$

Resposta: C

Módulos **28 a 31**

Propriedades gráficas no MUV

Palavras-chave:

- Área dos gráficos

1. Gráficos horários do MUV

Gráfico espaço x tempo

Como a relação s = f(t) é do 2º grau em **t**, o gráfico **espaço x tempo** será uma **parábola**, com as seguintes características:

- A concavidade depende do **sinal da aceleração escalar** γ:

$\gamma > 0 \Leftrightarrow$ CONCAVIDADE PARA CIMA
$\gamma < 0 \Leftrightarrow$ CONCAVIDADE PARA BAIXO

- O eixo de simetria da parábola corresponde ao instante (t_1) em que a velocidade escalar se anula e o móvel inverte o sentido do movimento.

No instante correspondente ao vértice da parábola, a velocidade escalar se anula e o móvel inverte o sentido de seu movimento.

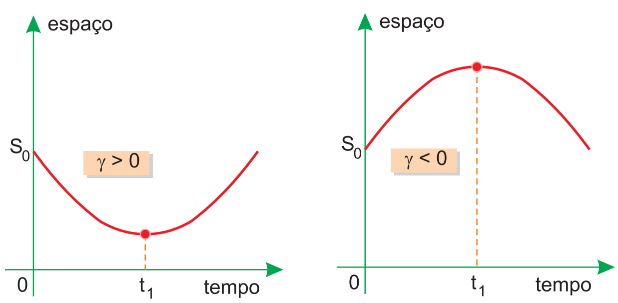


Gráfico velocidade escalar x tempo

Como a relação V = f(t) é do 1º grau em **t**, o gráfico **velocidade escalar x tempo** será uma **reta inclinada** em relação aos eixos, com as seguintes características:

- A reta será **crescente** quando a aceleração escalar for **positiva** e **decrescente** quando for **negativa**.
- O ponto onde a reta intercepta o eixo das velocidades corresponde à velocidade escalar inicial $\mathbf{V_0}$.
- O ponto onde a reta intercepta o eixo dos tempos corresponde ao instante em que o móvel para e inverte o sentido de seu movimento.

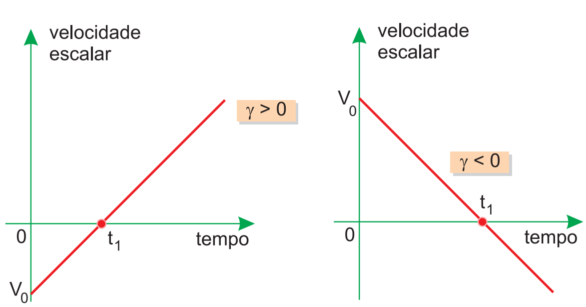
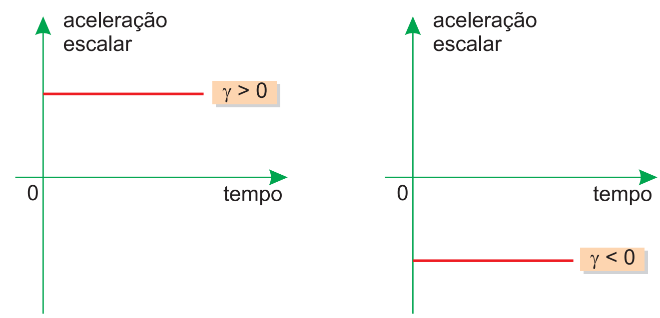


Gráfico aceleração escalar x tempo

Como a aceleração escalar é constante e não nula, o gráfico **aceleração escalar x tempo** será uma **reta paralela** ao eixo dos tempos: acima do eixo para acelerações positivas ($\gamma > 0$) e abaixo do eixo para acelerações negativas ($\gamma < 0$).



2. Interpretações gráficas

Gráfico espaço x tempo

Para obter **graficamente** o valor da velocidade escalar, em um instante t_1, devemos traçar uma reta tangente ao gráfico s = f(t) no instante considerado. A declividade (tg θ) dessa reta mede a velocidade escalar no instante t_1.

$$tg\ \theta \overset{N}{=} V_1$$

A declividade da reta tangente à curva s = f(t), em um instante t_1, mede a velocidade escalar no instante t_1.

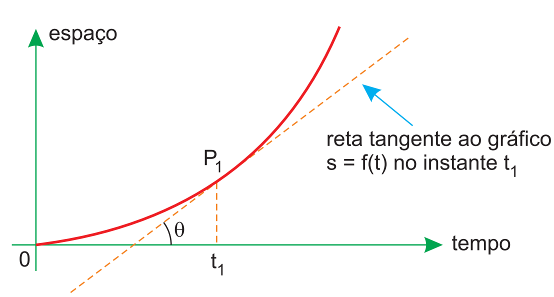
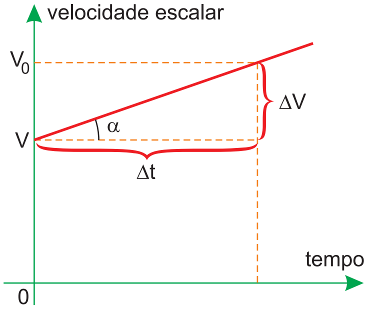


Gráfico velocidade escalar x tempo

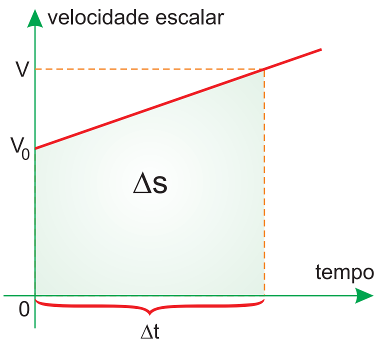
No gráfico **velocidade escalar x tempo**, temos duas interpretações gráficas importantes:

- **A declividade da reta V = f(t) mede a aceleração escalar γ**



$$tg\,\alpha \overset{N}{=} \frac{\Delta V}{\Delta t} = \gamma$$

- **A área sob o gráfico V = f(t) mede a variação de espaço Δs**



$$Área\ (V \times t) \overset{N}{=} \Delta s$$

Demonstração da propriedade

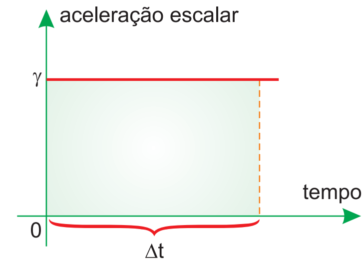
$$Área\ (V \times t) \overset{N}{=} \left(\frac{V + V_0}{2}\right) . \Delta t$$

Porém, $\dfrac{V + V_0}{2} = V_m = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$

Portanto: $Área\ (V \times t) \overset{N}{=} \dfrac{\Delta s}{\Delta t} . \Delta t$ $\quad$ $Área\ (V \times t) \overset{N}{=} \Delta s$

Gráfico aceleração escalar x tempo

No gráfico **aceleração escalar x tempo**, podemos calcular a variação de velocidade escalar (ΔV) por meio da área sob o gráfico $\gamma = f(t)$.

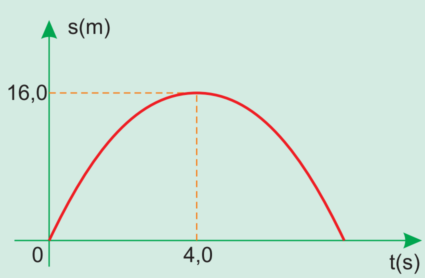


$Área\ (\gamma \times t) \overset{N}{=} \gamma . \Delta t = \dfrac{\Delta V}{\Delta t} . \Delta t$ $\quad$ $Área\ (\gamma \times t) \overset{N}{=} \Delta V$

A área sob o gráfico aceleração escalar x tempo mede a variação de velocidade escalar ΔV.

Exercícios Resolvidos – Módulo 28

1 O gráfico a seguir representa a posição em função do tempo para um móvel em movimento uniformemente variado.



Calcule
a) a velocidade escalar inicial;
b) a aceleração escalar;
c) a velocidade escalar no instante $t_1 = 5,0s$.

Resolução
Considerando-se o intervalo de tempo $0 \le t \le 4,0s$ e lembrando que no instante t = 4,0s ocorre uma inversão de movimento (v = 0):

a) $v_M = \dfrac{\Delta s}{\Delta t} = \dfrac{v_0 + v}{2}$

$\dfrac{16,0}{4,0} = \dfrac{v_0 + 0}{2}$ (m/s)

$\boxed{v_0 = 8,0m/s}$

b) $\gamma = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{0 - 8,0}{4,0}$ (m/s^2)

$\boxed{\gamma = -2,0m/s^2}$

c) $v = v_0 + \gamma\, t_1$

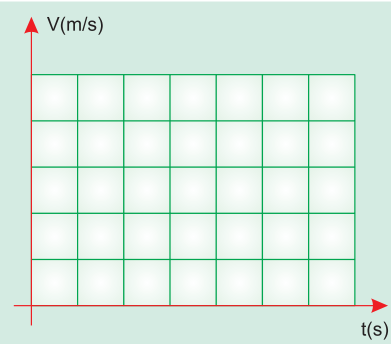
$v_1 = 8,0 - 2,0\ (5,0) \Rightarrow$ $\boxed{v_1 = -2,0m/s}$

Respostas: a) 8,0m/s b) $-2,0m/s^2$
c) –2,0m/s

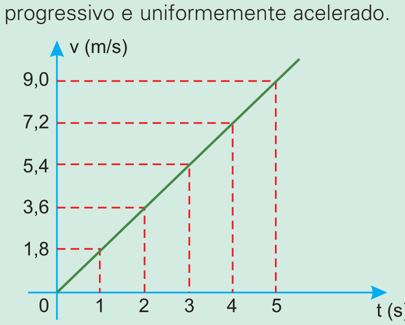
2 **(UNICAMP)** – A tabela a seguir mostra os valores da velocidade escalar de um atleta, na corrida de São Silvestre, em função do tempo nos 5,0s iniciais de movimento:

t(s)	0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0
V(m/s)	0	1,8	3,6	5,4	7,2	9,0

Para o citado intervalo de tempo:
a) identifique o movimento e construa o gráfico da velocidade escalar em função do tempo;
b) calcule a aceleração escalar do atleta e, supondo-se que ele parta da origem dos espaços, escreva a equação horária dos espaços que descreve seu movimento.



Resolução
a) Supondo-se que a lei de formação da tabela valha para quaisquer instantes, em intervalos de tempos iguais quaisquer, o atleta sofrerá variações de velocidades escalares iguais e o movimento será progressivo e uniformemente acelerado.



b) 1) $\gamma = \dfrac{\Delta V}{\Delta t} = \dfrac{9{,}0}{5{,}0}$ (m/s²)

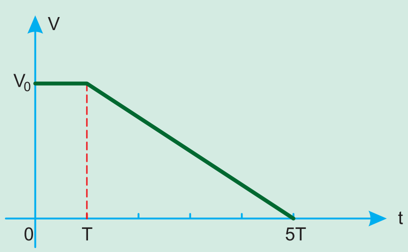
$\boxed{\gamma = 1{,}8\text{m/s}^2}$

2) $s = s_0 + V_0 t + \dfrac{\gamma}{2} t^2$ (MUV)

$s = 0 + 0 + \dfrac{1{,}8}{2} t^2$ (SI)

$\boxed{s = 0{,}9t^2 \text{ (SI)}}$

3 **(MODELO ENEM)** – Um automóvel está com movimento retilíneo e uniforme com velocidade escalar V_0 quando vê uma pessoa que vai atravessar a rua de modo imprudente. Após um tempo de reação T, o motorista freia o carro uniformemente. O intervalo de tempo decorrido desde a visão da pessoa (t = 0) até o carro parar vale 5T. O gráfico a seguir ilustra a velocidade escalar do carro em função do tempo, neste intervalo de tempo.



Se a velocidade escalar inicial do carro fosse $2V_0$, com o mesmo tempo de reação e com a mesma aceleração escalar de freada, o carro pararia no instante

a) t = 7T b) t = 8T c) t = 9T
d) t = 10T e) t = 12T

Resolução

O tempo de freada é dado por

$V = V_0 + \gamma\, t$

$0 = V_0 - a\, t_f$ $\boxed{t_f = \dfrac{V_0}{a}}$

Para o mesmo a, t_f é proporcional a V_0; se V_0 duplica, o tempo de freada também duplica.

O tempo de freada com velocidade inicial V_0 valia 4T.

O tempo de freada com velocidade inicial $2V_0$ valerá 8T.

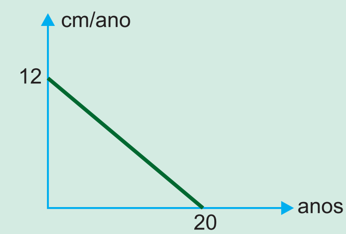
O tempo total gasto, desde a visão da pessoa até o carro parar, será dado por

Δt = tempo de reação + tempo de freada

$\Delta t = T + 8T \Rightarrow \boxed{\Delta t = 9T}$

Resposta: C

4 **(MODELO ENEM)** – Uma pessoa possui velocidade de crescimento dada pelo gráfico abaixo.



Após quanto tempo esta pessoa terá 1,025m de altura, sabendo-se que ao nascer ela tinha 50cm?

a) 4,0 anos b) 4,5 anos
c) 5,0 anos d) 5,5 anos
e) 6,0 anos

Resolução

Como V = f(t) é função do 1º grau, concluímos que o crescimento é um movimento uniformemente variado com V_0 = 12cm/a e

$\gamma = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{-12}{20}$ (cm/a²) $\boxed{\gamma = -0{,}6 \text{ cm/a}^2}$

De 50cm para 102,5cm o deslocamento (crescimento) vale Δs = 52,5cm.

Aplicando-se a relação espaço-tempo do MUV:

$\Delta s = V_0 t + \dfrac{\gamma}{2} t^2$, vem:

$52{,}5 = 12t - 0{,}3t^2$

$0{,}3t^2 - 12t + 52{,}5 = 0$

$t = \dfrac{12 \pm \sqrt{144 - 63}}{0{,}6}$ (a)

$t = \dfrac{12 \pm 9}{0{,}6}$ (a) $\Rightarrow t = \dfrac{12 - 9}{0{,}6}$ (a)

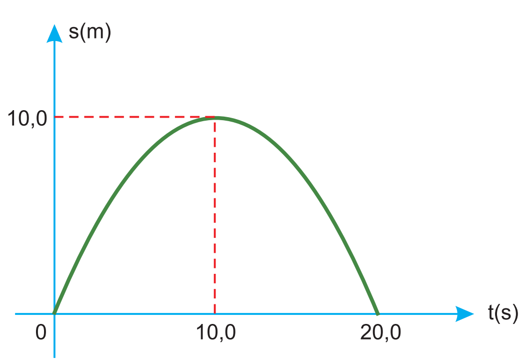
$\boxed{t = 5{,}0\text{a}}$

Resposta: C

Exercícios Propostos – Módulo 28

1 Um móvel descreve uma trajetória retilínea com aceleração escalar constante.

O gráfico a seguir representa a posição do móvel em função do tempo durante um intervalo de tempo de 20,0s.



Determine

a) a velocidade escalar inicial V_0;
b) a aceleração escalar γ;
c) a velocidade escalar V_1 no instante t_1 = 15,0s.

RESOLUÇÃO:

a) $\dfrac{\Delta s}{\Delta t} = \dfrac{V_0 + V}{2} \Rightarrow \dfrac{10{,}0}{10{,}0} = \dfrac{V_0 + 0}{2} \Rightarrow \boxed{V_0 = 2{,}0\text{m/s}}$

b) $V = V_0 + \gamma\, t$

$0 = 2{,}0 + \gamma \,.\, 10{,}0 \Rightarrow \boxed{\gamma = -\,0{,}20\text{m/s}^2}$

c) $V = V_0 + \gamma\, t$

$V_1 = 2{,}0 - 0{,}20 \,.\, 15{,}0$ (m/s)

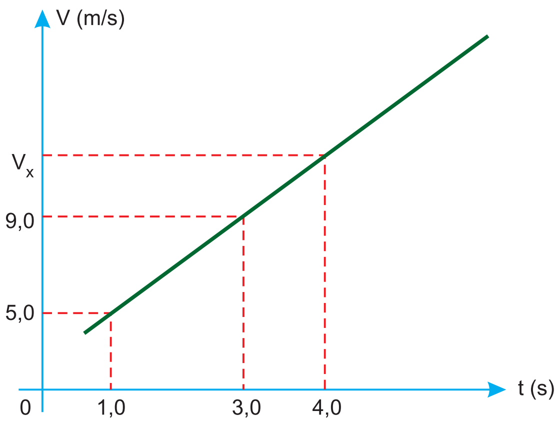
$\boxed{V_1 = -\,1{,}0\text{m/s}}$

Respostas: a) 2,0 m/s b) – 0,20 m/s² c) – 1,0 m/s

No Portal Objetivo

Para saber mais sobre o assunto, acesse o **PORTAL OBJETIVO (www.portal.objetivo.br)** e, em "localizar", digite **FIS1M202**

2 **(UFMT)** – Um móvel realiza um movimento uniformemente variado. Sua velocidade escalar varia com o tempo conforme pode ser observado no gráfico.



Calcule, em m/s, o valor de V_x.

RESOLUÇÃO:

$$\gamma = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{4,0}{2,0} = \frac{V_x - 9,0}{1,0}$$

$V_x - 9,0 = 2,0$

$\boxed{V_x = 11,0\text{m/s}}$

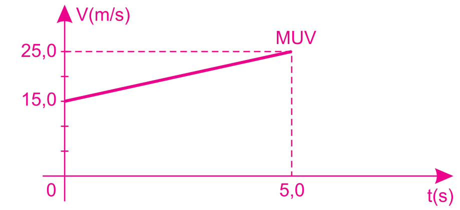
3 **(UDESC)** – Algumas empresas de transportes utilizam computadores de bordo instalados nos veículos e ligados a vários sensores já existentes, e que registram todas as informações da operação diária do veículo, como excesso de velocidade, rotação do motor, freadas bruscas etc. Um *software* instalado em um PC na empresa transforma as informações registradas em relatórios simples e práticos, para um eficaz gerenciamento da frota.

Um veículo movimenta-se em uma rodovia a 54,0km/h. Em um determinado instante, o motorista acelera e, depois de 5,0 segundos, o carro atinge uma velocidade de módulo 90,0km/h. Admite-se que a aceleração escalar tenha sido constante durante os 5,0 segundos.

a) Esboce o gráfico da velocidade escalar para o intervalo de tempo dado.
b) Determine o valor da aceleração escalar do movimento.
c) Escreva a função da posição em relação ao tempo, considerando-se que o espaço inicial do veículo é de 10,0 metros.

RESOLUÇÃO:

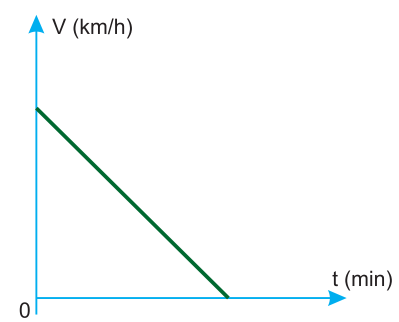
a)



b) $\gamma = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{10,0}{5,0}$ (m/s²) $\Rightarrow \boxed{\gamma = 2,0\text{m/s}^2}$

c) $s = s_0 + V_0 t + \frac{\gamma}{2} t^2$ (MUV) $\Rightarrow \boxed{s = 10,0 + 15,0t + 1,0t^2 \text{ (SI)}}$

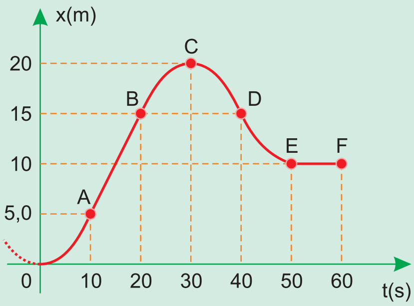
4 **(MODELO ENEM)** – Para realizar uma pesquisa, um estudante fez a leitura do velocímetro do carro de seu pai, durante um trecho de uma viagem e, com os dados obtidos, construiu o gráfico abaixo. Com base no gráfico, podemos concluir que o movimento é:



a) de aceleração escalar constante.
b) de velocidade escalar constante.
c) curvilíneo e de velocidade escalar decrescente.
d) retilíneo e de velocidade escalar constante.
e) retilíneo e de velocidade escalar crescente.

RESOLUÇÃO:
Como a relação velocidade escalar x tempo é do 1º grau, concluímos que o movimento é uniformemente variado e a aceleração escalar é constante (não nula).
O gráfico dado nada nos informa sobre a trajetória.
Resposta: A

1 **(MODELO ENEM)** – O gráfico a seguir representa a posição (x) de uma pessoa que está caminhando ao longo do eixo Ox, em função do tempo de trajeto (t).



Os trechos OA, BCD e DE são arcos de parábola e os trechos AB e EF são retilíneos.

Assinale a opção correta:

a) No intervalo de 0 a 60s, o móvel percorreu 10m;

b) No intervalo de 50s a 60s, o móvel tem movimento uniforme;

c) No instante t = 30s, a aceleração escalar é nula;

d) A velocidade escalar média no intervalo de 0 a 60s vale 0,20m/s;

e) A velocidade escalar no instante t = 15s vale 1,0m/s.

Resolução

a) Falsa. No referido intervalo de tempo, o móvel percorreu 30m, pois:

$d = |\Delta s_{ida}| + |\Delta s_{volta}|$

$d = 20m + 10m \Rightarrow d = 30m$

b) Entre 50s e 60s, o móvel encontra-se em repouso.

c) Entre 20s e 40s, o movimento é uniformemente variado (γ = constante $\neq 0$).

d) $v_M = \dfrac{\Delta s}{\Delta t} = \dfrac{10-0}{60}$ (m/s) $\Rightarrow v_M = \dfrac{1}{6}$ m/s

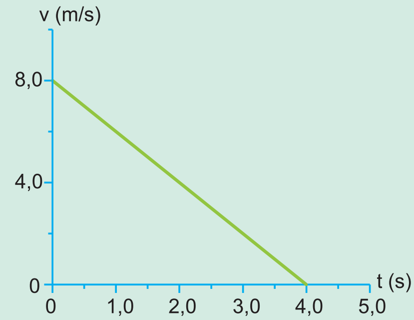
e) O trecho AB do diagrama evidencia um movimento uniforme entre 10s e 20s. Assim, nesse intervalo de tempo:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{15-5}{20-10} \text{ (m/s)}$$

$$\boxed{v = 1{,}0m/s}$$

Resposta: E

2 **(VUNESP)** – O gráfico na figura mostra a velocidade escalar de um automóvel em função do tempo, ao se aproximar de um semáforo que passou para o vermelho.

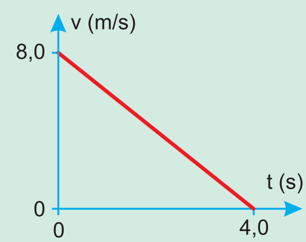


Determine, a partir desse gráfico,

a) a aceleração escalar do automóvel e

b) a distância percorrida pelo automóvel desde t = 0s até t = 4,0s.

Resolução



a) A aceleração escalar do carro é dada por:

$$\gamma = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

$$\gamma = \frac{-8{,}0}{4{,}0} \text{ (m/s}^2\text{)} \Rightarrow \boxed{\gamma = -2{,}0m/s^2}$$

b) A distância percorrida é dada pela área sob o gráfico velocidade escalar x tempo:

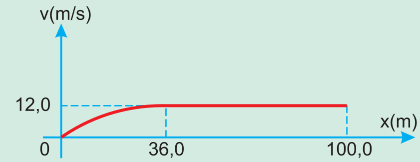
Δs = área (V x t)

$$\Delta s = \frac{4{,}0 \cdot 8{,}0}{2} \text{ (m)} \Rightarrow \boxed{\Delta s = 16{,}0m}$$

Respostas: a) –2,0m/s²
b) 16,0m

3 **(MODELO ENEM)** – Em uma corrida de 100m rasos, um atleta, em trajetória retilínea, teve o desempenho traduzido pelo gráfico a seguir, no qual representamos sua velocidade escalar em função de sua coordenada de posição (espaço).

O trecho curvo é um arco de parábola cujo eixo de simetria é o eixo dos x e cujo vértice é o ponto de coordenadas x = 0 e V = 0.



Considere as proposições que se seguem:

(I) Nos primeiros 36,0m, o movimento do atleta foi uniformemente variado.

(II) Nos primeiros 36,0m, a aceleração do atleta teve módulo igual a 2,0m/s².

(III) Com precisão de centésimo de segundo, o tempo gasto pelo atleta para completar a corrida foi de 10,33s.

(IV) O atleta cruzou a linha de chegada com uma velocidade de módulo igual a 43,2km/h.

Estão corretas apenas

a) I, II e III. b) I, II e IV. c) III e IV.
d) II e III. e) I e IV.

Resolução

(I) CORRETA.

Se o gráfico é um arco de parábola cujo eixo de simetria é o eixo x, então:

$V = k\sqrt{x} \Rightarrow V^2 = k^2x$

Como V^2 é proporcional a x (Equação de Torricelli), o movimento é uniformemente variado.

(II) CORRETA.

$V^2 = V_0^2 + 2\,\gamma\,\Delta s$

$(12{,}0)^2 = 0 + 2 \cdot \gamma \cdot 36{,}0 \Rightarrow 144 = 72{,}0\,\gamma$

$\boxed{\gamma = 2{,}0m/s^2}$

(III) FALSA.

Na fase de movimento acelerado:

$V = V_0 + \gamma\,t$

$12{,}0 = 0 + 2{,}0\,t_1 \Rightarrow t_1 = 6{,}00s$

Na fase de movimento uniforme:

$\Delta s = Vt$

$64{,}0 = 12{,}0t_2 \Rightarrow t_2 = 5{,}33s$

$T = t_1 + t_2 = 6{,}00s + 5{,}33s$

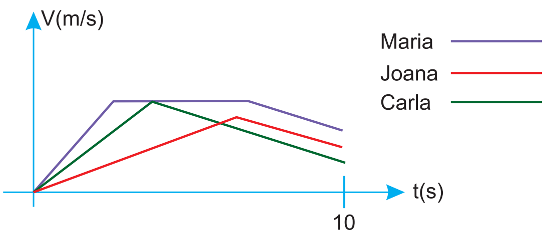
$\boxed{T = 11{,}33s}$

IV) CORRETA.

$V_f = 12{,}0m/s = 12{,}0 \cdot 3{,}6km/h = 43{,}2km/h$

Resposta: B

1 **(UEPA-MODELO ENEM)** – Nas corridas de 100m rasos, as velocidades dos atletas são registradas em cada instante e se observa que cada um tem desempenho máximo em momentos diferentes da corrida. Quando exibimos em um gráfico a velocidade escalar do atleta em relação ao tempo de seu movimento, podemos determinar a distância percorrida como sendo igual à área compreendida entre a linha do gráfico e o eixo dos tempos.



Considerando-se as informações acima, analise o gráfico com as velocidades escalares aproximadas de três atletas em uma corrida de 100m rasos. Marque a alternativa que indica qual atleta estava em primeiro, em segundo e em terceiro lugares, respectivamente, no instante 10s.

a) 1º Maria, 2º Joana, 3º Carla
b) 1º Joana, 2º Maria, 3º Carla
c) 1º Carla, 2º Maria, 3º Joana
d) 1º Maria, 2º Carla, 3º Joana
e) 1º Carla, 2º Joana, 3º Maria

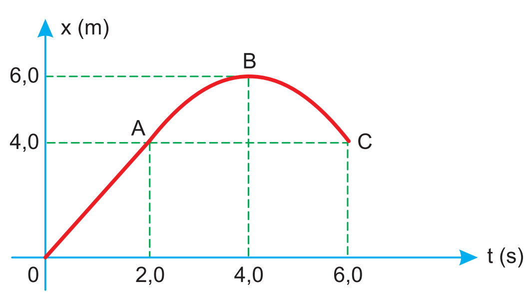
RESOLUÇÃO:

$Área_{(Maria)} > Área_{(Carla)} > Área_{(Joana)}$

$\Delta s_{(Maria)} > \Delta s_{(Carla)} > \Delta s_{(Joana)}$

Resposta: D

2 O gráfico a seguir apresenta a posição (espaço) de um móvel em trajetória retilínea, em função do tempo.



O trecho 0A é retilíneo e o trecho ABC é um arco de parábola com vértice em B.

a) Qual a distância percorrida e a velocidade escalar média no intervalo de 0 a 6,0s?
b) Qual a velocidade escalar nos instantes $t_1 = 1{,}0s$ e $t_2 = 4{,}0s$?
c) Qual a aceleração escalar no instante $t_2 = 4{,}0s$?

RESOLUÇÃO:

a) 1) $D = D_{OB} + D_{BC}$

$D = 6{,}0m + 2{,}0m = 8{,}0m$

2) $V_m = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{4{,}0m}{6{,}0s} \cong 0{,}7m/s$

b) 1) **De 0 a 2,0s a velocidade escalar é constante e é dada por:**

$V_1 = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{4{,}0m}{2{,}0s} = 2{,}0m/s$

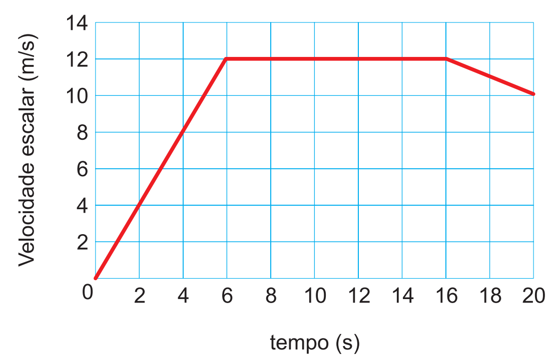
2) **No instante $t_2 = 4{,}0s$ (vértice da parábola) a velocidade escalar é nula porque corresponde ao ponto de inversão do movimento.**

c) De 2,0s a 6,0s a aceleração escalar é constante e é dada por:

$\gamma = \dfrac{\Delta V}{\Delta t} = \dfrac{0 - 2{,}0}{2{,}0}\ (m/s^2) = -1{,}0m/s^2$

Respostas: a) 8,0m e ≅ 0,7m/s
b) 2,0m/s e zero
c) – 1,0m/s²

3 **(UNICAMP-SP)** – O gráfico abaixo representa, aproximadamente, a velocidade escalar de um atleta em função do tempo, em uma competição olímpica.



a) Em que intervalo de tempo o módulo da aceleração escalar tem o menor valor?
b) Em que intervalo de tempo o módulo da aceleração escalar é máximo?
c) Qual é a distância percorrida pelo atleta durante os 20s?
d) Qual a velocidade escalar média do atleta durante a competição?

RESOLUÇÃO:

a) No intervalo de 6s a 16s o módulo da aceleração escalar é mínimo porque vale zero.

b) No intervalo de 0 a 6s, temos:

$\gamma_1 = \dfrac{\Delta V}{\Delta t} = \dfrac{12}{6{,}0}\ (m/s^2) = 2{,}0m/s^2$

No intervalo de 16s a 20s, temos:

$\gamma_3 = \dfrac{\Delta V}{\Delta t} = \dfrac{-2{,}0}{4{,}0}\ (m/s^2) = -0{,}5m/s^2$

Portanto $|\gamma_1| > |\gamma_3|$

c) Δs = área (V x t)

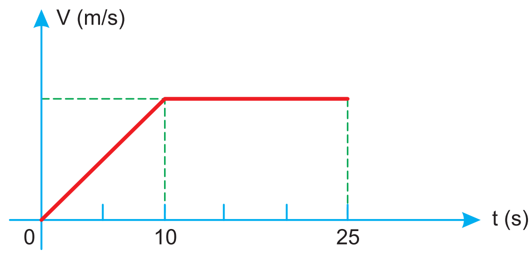
$\Delta s = (16 + 10)\ \dfrac{12}{2} + (12 + 10)\ \dfrac{4}{2}\ (m)$

$\Delta s = 156 + 44\ (m) \Rightarrow \boxed{\Delta s = 2{,}0 \cdot 10^2 m}$

d) $V_m = \dfrac{\Delta s}{\Delta t} = \dfrac{2{,}0 \,.\, 10^2 m}{20s} \Rightarrow \boxed{V_m = 10m/s}$

Respostas: a) 6s a 16s b) 0 a 6s
c) $2{,}0 \,.\, 10^2$m d) 10m/s

4 Em uma corrida olímpica de 200m, um atleta fez o percurso total em 25s.
O gráfico a seguir representa a velocidade escalar do atleta durante esta corrida.



Pedem-se:
a) a velocidade escalar média do atleta, neste percurso de 200m;
b) a velocidade escalar (em km/h) com que o atleta cruza a linha de chegada;
c) a aceleração escalar do atleta no instante t = 5,0s.

RESOLUÇÃO:

a) $V_m = \dfrac{\Delta s}{\Delta t} = \dfrac{200m}{25s} = 8{,}0m/s$

b) Δs = área (V x t)

$200 = (25 + 15)\dfrac{V_{máx}}{2} \Rightarrow \boxed{V_{máx} = 10m/s = 36km/h}$

c) De 0 a 10s a aceleração escalar é constante e é dada por:

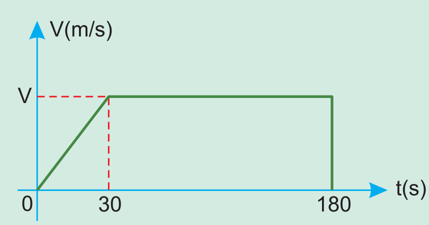
$\gamma = \dfrac{\Delta V}{\Delta t} = \dfrac{10}{10}\ (m/s^2) \Rightarrow \boxed{\gamma = 1{,}0m/s^2}$

Respostas: a) 8,0m/s
b) 36km/h
c) $1{,}0m/s^2$

Exercícios Resolvidos – Módulo 30

1 **(UFRGS-MODELO ENEM)** – Em uma manhã de março de 2001, a plataforma petrolífera P-36, da Petrobrás, foi a pique. Em apenas três minutos, ela percorreu os 1320 metros de profundidade que a separavam do fundo do mar. Suponha que a plataforma, partindo do repouso, acelerou uniformemente durante os primeiros 30 segundos, ao final dos quais sua velocidade escalar atingiu um valor V com relação ao fundo, e que, no restante do tempo, continuou a cair verticalmente, mas com velocidade escalar constante de valor igual a V. Nessa hipótese, qual foi o valor V?
a) 4,0m/s; b) 7,3m/s; c) 8,0m/s;
d) 14,6m/s; e) 30,0m/s.

Resolução

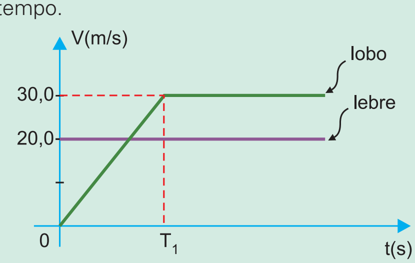


Δs = área (V x t)

$1320 = (180 + 150)\ \dfrac{V}{2} \Rightarrow \boxed{V = 8{,}0m/s}$

Resposta: C

2 **(MODELO ENEM)** – Uma lebre corre em linha reta, com velocidade escalar constante de 20,0m/s, rumo à sua toca.
No instante t = 0, a lebre está a 200m da toca e, neste instante, um lobo que está a 40,0m atrás da lebre parte do repouso com aceleração escalar constante de $5{,}0m/s^2$, mantida durante 90,0m, e em seguida desenvolve velocidade escalar constante.
O lobo descreve a mesma trajetória retilínea descrita pela lebre.
O gráfico a seguir representa as velocidades escalares do lobo e da lebre em função do tempo.



Considere as proposições a seguir:
I. Se a lebre não for molestada pelo lobo, ela chegará à sua toca no instante t = 10,0s.
II. O instante T_1, indicado no gráfico, corresponde a 4,0s.
III. Quando a lebre chegar à toca, o lobo estará a 30,0m da toca e, portanto, não conseguirá alcançá-la.
IV. A velocidade escalar do lobo é igual à da lebre no instante t = 4,0s.

Estão corretas apenas:
a) I e III b) I e IV c) II, III e IV
d) II e IV e) I, III e IV

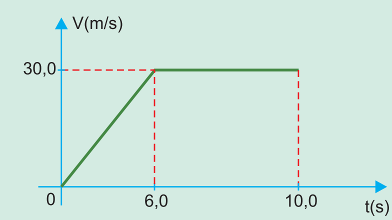
Resolução

I) *Verdadeira.*
$\Delta s = Vt$ (MU)
$200 = 20T \Rightarrow \boxed{T = 10{,}0s}$

II) *Falsa.*
De 0 a T_1, o lobo percorreu 90,0m.
Δs = área (V x t)

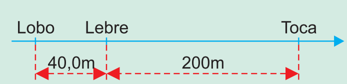
$90{,}0 = T_1 \cdot \dfrac{30{,}0}{2} \Rightarrow \boxed{T_1 = 6{,}0s}$

III) *Verdadeira.*



Δs = área (v x t)

$\Delta s = (10{,}0 + 4{,}0)\ \dfrac{30{,}0}{2}\ (m) \Rightarrow \boxed{\Delta s = 210m}$

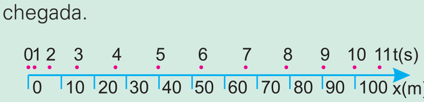


O lobo estava a 240m da toca; como percorreu 210m, ele está a 30,0m da toca.

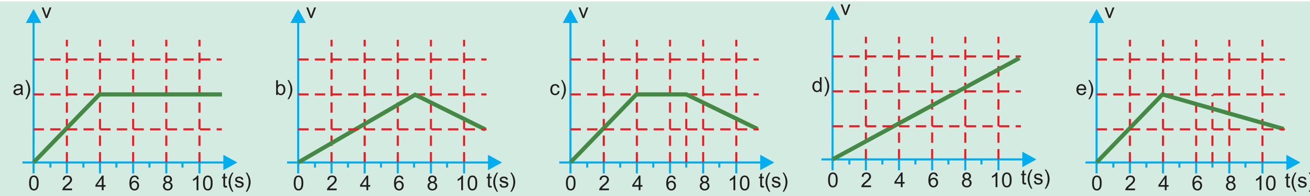
IV) *Verdadeira.*
$V = V_0 + \gamma\, t$
$20{,}0 = 0 + 5{,}0T' \Rightarrow \boxed{T' = 4{,}0s}$

Resposta: E

3 **(UFRGS-MODELO ENEM)** – A sequência de pontos na figura abaixo marca as posições, em intervalos de 1 segundo, de um corredor de 100 metros rasos, desde a largada até após a chegada.



Assinale o gráfico que melhor representa a evolução da velocidade escalar instantânea do corredor.



Resolução

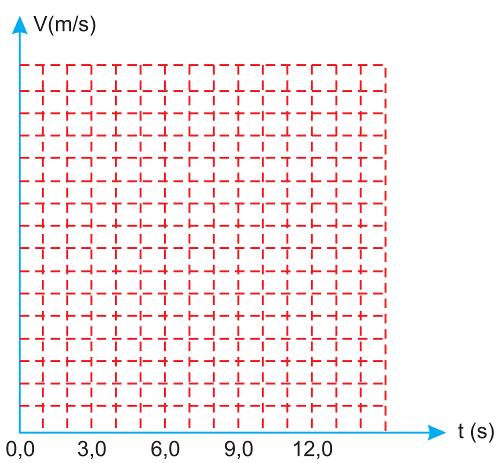
Até o instante t = 4s o movimento é acelerado porque os deslocamentos a cada segundo estão aumentando.
Entre os instantes t = 4s e t = 7s o movimento é uniforme porque os deslocamentos em cada segundo são iguais.
Entre os instantes t = 7s e t = 11s o movimento é retardado porque os deslocamentos a cada segundo estão diminuindo.

Resposta: C

Exercícios Propostos – Módulo 30

1 **(UFMG)** – Um carro está parado no sinal fechado. Quando o sinal abre, o carro parte com aceleração escalar constante de $2,0m/s^2$. Nesse mesmo instante, um ônibus, que se move com velocidade constante de módulo igual a 10,0m/s, passa pelo carro. Os dois veículos continuam a se mover dessa mesma maneira.

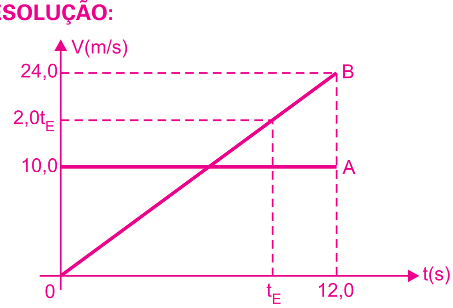
1) No diagrama abaixo, **quantifique** a escala no eixo de velocidades e **represente** as velocidades escalares do carro e do ônibus em função do tempo nos primeiros 12,0s após a abertura do sinal, **identificando-as**.



2) Considerando-se a situação descrita, calcule
a) o tempo decorrido entre o instante em que o ônibus passa pelo carro e o instante em que o carro alcança o ônibus;
b) a distância percorrida pelo carro desde o sinal até o ponto em que ele alcança o ônibus.

RESOLUÇÃO:

1)



2) a) $\Delta s_A = \Delta s_B$

$$10,0t_E = \frac{t_E \cdot 2,0\, t_E}{2} \qquad \boxed{t_E = 10,0s}$$

b) Δs_B = área (V x t)

$$\Delta s_B = \frac{10,0 \cdot 20,0}{2} \text{ (m)} \qquad \boxed{\Delta s_B = 100m}$$

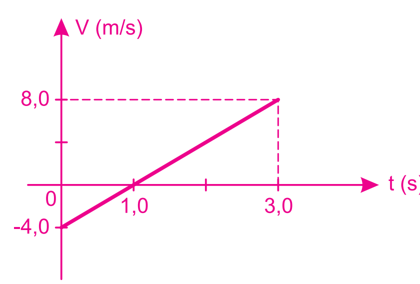
2 Uma partícula se desloca em linha reta com equação horária dos espaços dada por:

$$x = 2,0t^2 - 4,0t + 12,0 \text{ (SI)}$$

Calcule, entre os instantes $t_1 = 0$ e $t_2 = 3,0s$:
a) o deslocamento escalar;
b) a distância percorrida.

RESOLUÇÃO:

$$V = \frac{dx}{dt} = 4,0t - 4,0 \text{ (SI)}$$



$t_1 = 0 \Rightarrow V_1 = -4,0m/s$

$t_2 = 3,0s \Rightarrow V_2 = 8,0m/s$

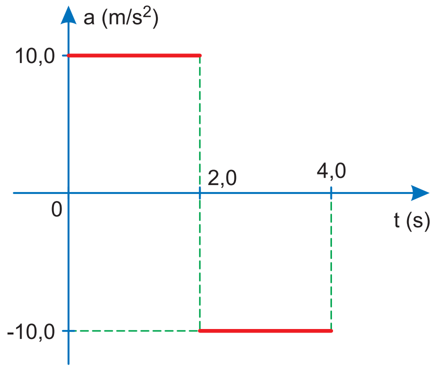
Δs = área (V x t)

$$\Delta s_1 = -1,0 \cdot \frac{4,0}{2} \text{ (m)} = -2,0m \qquad \Delta s_2 = 2,0 \cdot \frac{8,0}{2} \text{ (m)} = 8,0m$$

a) $\Delta s = \Delta s_1 + \Delta s_2 = 6,0m$ b) $d = |\Delta s_1| + |\Delta s_2| = 10,0m$

Respostas: a) 6,0m b) 10,0m

3 **(UFES)** – Uma partícula, partindo do repouso, ao longo de uma trajetória retilínea, é submetida a acelerações escalares, conforme mostra o gráfico **a x t** da figura.



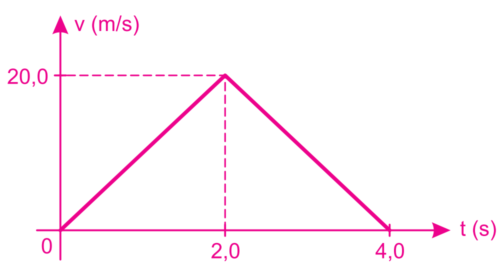
a) Construa o gráfico da velocidade escalar da partícula em função do tempo.
b) Calcule a distância percorrida pela partícula no intervalo de 0 a 4,0s.
c) Calcule a velocidade escalar média da partícula entre os instantes 0 e 4,0s.

RESOLUÇÃO:

a) ΔV = área (a x t)

$\Delta V_1 = 2{,}0 \,.\, 10 (m/s) = 20 m/s$

$\Delta V_2 = -2{,}0 \,.\, 10 (m/s) = -20 m/s$



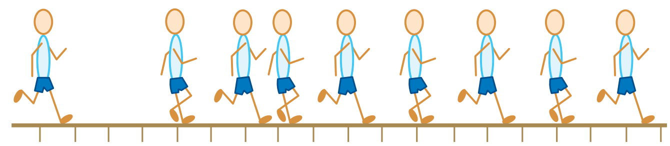
b) Δs = área (V x t)

$$\Delta s = \frac{4{,}0 \,.\, 20}{2} \text{ (m)} \Rightarrow \boxed{\Delta s = 40m}$$

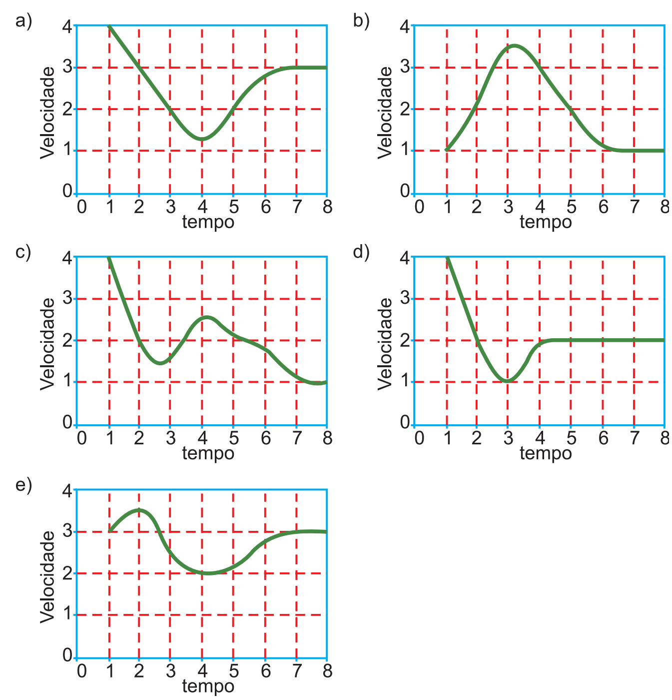
$$\text{c) } V_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{40m}{4{,}0s} \Rightarrow \boxed{V_m = 10m/s}$$

Respostas: a) ver gráfico   b) 40m   c) 10m/s

4 **(FGV-MODELO ENEM)** – Durante uma prova de 100m rasos, um fotógrafo tentou tirar uma foto de um competidor famoso. Para isso, o fotógrafo manteve a câmara fixa em um tripé. Quando o competidor se aproximava, ele disparou a câmara. Por azar, foram tiradas várias fotos em uma mesma chapa. O intervalo entre as fotos foi o mesmo. Ao revelar, ele teve uma surpresa: havia várias fotos do competidor, mostrando-o em função de seu deslocamento. A figura abaixo ilustra esquematicamente a foto revelada.

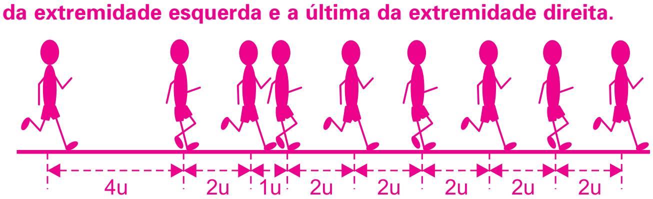


Sabendo-se que o intervalo entre uma foto e outra foi constante, o gráfico que representa a velocidade escalar instantânea do corredor em função do tempo é:



RESOLUÇÃO:

As fotos aparecem da esquerda para a direita, isto é, a 1.ª foto é a da extremidade esquerda e a última da extremidade direita.

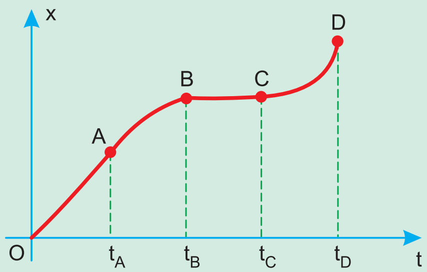


Como o intervalo de tempo entre fotos sucessivas é sempre o mesmo $\Delta t = 1u'$, temos:

$$V_1 = 4\,\frac{u}{u'} \;;\; V_2 = 2\,\frac{u}{u'} \;;\; V_3 = 1\,\frac{u}{u'} \;;\; V_4 = 2\,\frac{u}{u'} \;;\; V_5 = V_6 \ldots = 2\,\frac{u}{u'}$$

A velocidade escalar começa com valor 4, na foto seguinte cai para 2, na foto seguinte cai para 1, na foto seguinte volta a valer 2 e daí para frente permanece constante.
Resposta: D

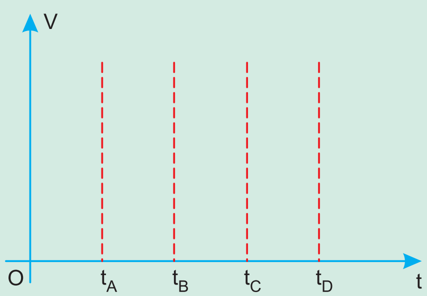
1 (PUCC) – O gráfico a seguir representa o espaço x em função do tempo t para o movimento de um corpo, em trajetória retilínea.



Os trechos OA e BC são retilíneos e os trechos curvos são arcos de parábola com vértices em B e C e eixos de simetria paralelos ao eixo dos espaços.

a) Construa o gráfico da velocidade escalar em função do tempo, no local indicado.

b) Classifique o movimento em cada trecho.



Resolução

1) Começamos o gráfico pelos instantes em que a velocidade é nula: instantes t_B e t_C (vértices das parábolas).

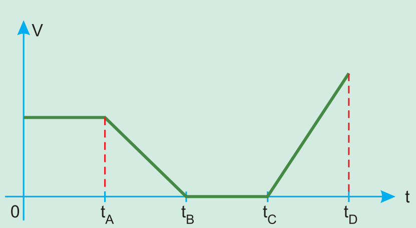
2) No intervalo entre t = 0 e t = t_A, o movimento é uniforme e progressivo porque a função x = f(t) é do 1º grau e é crescente.

3) No intervalo entre t = t_A e t = t_B, o movimento é uniformemente variado e o gráfico V = f(t) é um segmento de reta decrescente.

4) No intervalo entre t = t_B e t = t_C, o espaço é constante e o corpo está em repouso.

5) No intervalo entre t = t_C e t = t_D, o movimento é uniformemente variado porque a função x = f(t) é do 2º grau, é progressivo porque x = f(t) é crescente e é acelerado porque o módulo da velocidade está aumentado.

a)



b) 0 → t_A: uniforme e progressivo
t_A → t_B: uniformemente variado, progressivo e retardado
t_B → t_C: repouso
t_C → t_D: uniformemente variado, progressivo e acelerado

2 (ITA-MODELO ENEM) – Um automóvel com velocidade escalar de 90km/h passa por um guarda num local em que a velocidade escalar máxima é de 60km/h. O guarda começa a perseguir o infrator com a sua motocicleta, mantendo aceleração escalar constante, até que atinge 108km/h em 10s e continua com essa velocidade escalar até alcançá-lo, quando lhe faz sinal para parar. O automóvel e a moto descrevem trajetórias retilíneas paralelas. Pode-se afirmar que

a) o guarda levou 15s para alcançar o carro.

b) o guarda levou 60s para alcançar o carro.

c) a velocidade escalar do guarda, ao alcançar o carro, era de 25m/s.

d) o guarda percorreu 750m desde que saiu em perseguição até alcançar o motorista infrator.

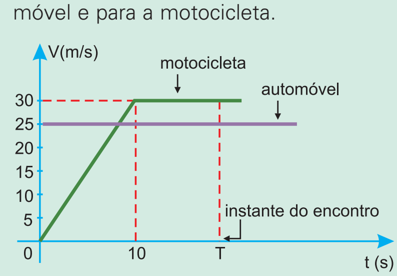
e) o guarda não consegue alcançar o infrator.

Resolução

1) $V_1 = 90\,\dfrac{km}{h} = \dfrac{90}{3,6}$ m/s = 25 m/s

2) $V_2 = 108\,\dfrac{km}{h} = \dfrac{108}{3,6}$ m/s = 30 m/s

3) Construção do gráfico V = f(t) para o automóvel e para a motocicleta.



4) Até o encontro (instante T), os deslocamentos do automóvel e da moto devem ser iguais:

Δs = área (V x t)

$\Delta s_A = \Delta s_M$

$25T = (T + T - 10)\,\dfrac{30}{2}$

25T = (2T – 10) 15

5T = (2T – 10) 3 ⇒ 5T = 6T – 30

$\boxed{T = 30s}$

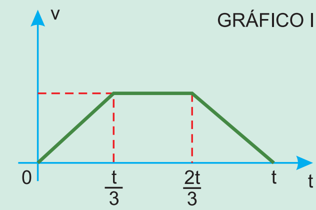
5) A distância percorrida pelo automóvel e pela motocicleta até o encontro é dada por:

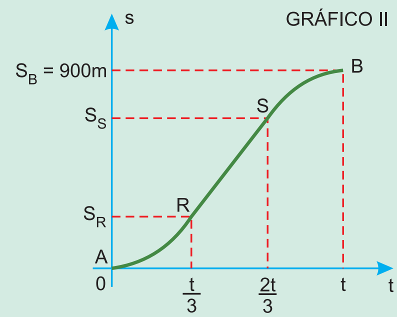
$\Delta s_A = V_A T$

D = 25 . 30 (m) ⇒ $\boxed{D = 750\text{ m}}$

Resposta: D

3 (MACK-MODELO ENEM) – Entre duas determinadas estações de uma das linhas do Metrô de São Paulo, o trem percorre o espaço de 900 m no intervalo de tempo t, com velocidade escalar média de 54,0 km/h. O gráfico I abaixo representa a velocidade escalar do trem nesse percurso, em função do tempo, e o gráfico II, o espaço percorrido em função do tempo.





Considerando-se que os trechos AR e SB do gráfico II são arcos de parábola e o trecho RS é um segmento de reta, os valores de S_R e S_S são, respectivamente,

a) 125 m e 775 m.
b) 200 m e 700 m.
c) 225 m e 675 m.
d) 250 m e 650 m.
e) 300 m e 600 m.

Resolução

1) A velocidade escalar média é dada por:

$V_m = \dfrac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \dfrac{54,0}{3,6} = \dfrac{900}{t} \Rightarrow \boxed{t = 60s}$

2) No gráfico V = f(t), a área mede o deslocamento escalar:

$900 = \dfrac{(t + t/3)\,V_1}{2}$

$1800 = (60 + 20)\,V_1 \Rightarrow \boxed{V_1 = 22{,}5m/s}$

3) Entre os instantes 0 e t/3, temos:

$S_R \overset{N}{=}$ área (V x t)

$S_R = \dfrac{(t/3)\,.\,V_1}{2} \Rightarrow S_R = \dfrac{20\,.\,22{,}5}{2}$ (m)

$\boxed{S_R = 225m}$

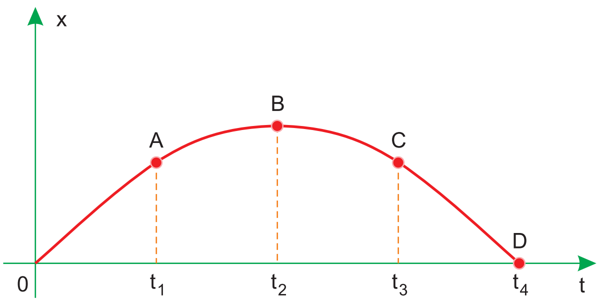
4) Entre os instantes $\dfrac{t}{3}$ e $\dfrac{2}{3}$ t, temos:

$\Delta s = V_1\,.\,\dfrac{t}{3}$

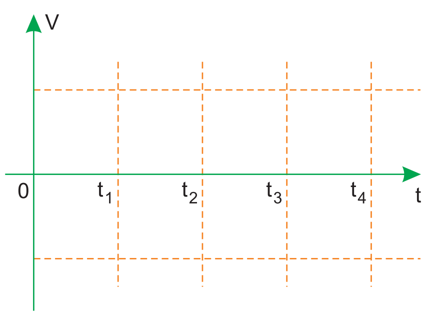
$S_S - 225 = 22{,}5\,.\,\dfrac{60}{3} \Rightarrow \boxed{S_S = 675m}$

Resposta: C

1 O gráfico a seguir representa a posição de uma bicicleta (x) em função do instante (t).



a) Construa no local indicado abaixo o gráfico da velocidade escalar da bicicleta em função do tempo.

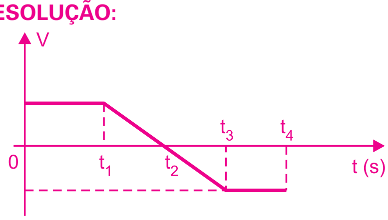


b) Apoiado no gráfico, responda em que intervalo de tempo o movimento é retrógrado e acelerado. Justifique a resposta.

Nota: Os trechos OA e CD são retos e o trecho ABC é um arco de parábola.

RESOLUÇÃO:

a)

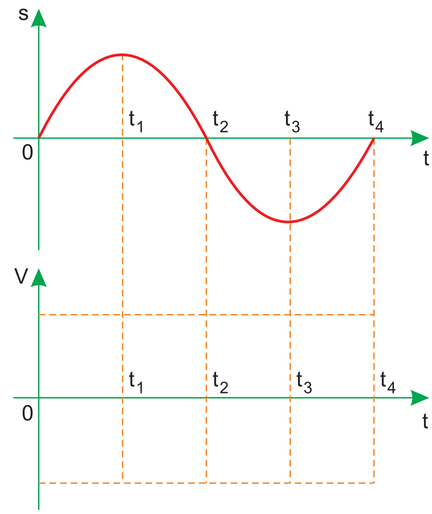


b) O movimento é retrógrado e acelerado no intervalo $t_2 < t < t_3$.

2 O gráfico a seguir representa o espaço de um ponto material em função do tempo. Os trechos são arcos de parábola.

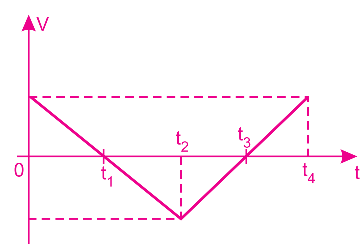
a) Construa o gráfico velocidade escalar x tempo no local indicado.

b) Classifique o movimento em cada secção do gráfico.



RESOLUÇÃO:

a)



b) $0 < t < t_1$: progressivo e retardado

$t = t_1$: inversão de movimento (v = 0)

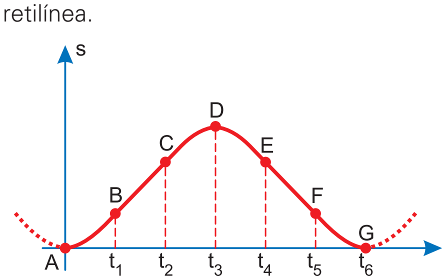
$t_1 < t < t_2$: retrógrado e acelerado

$t_2 < t < t_3$: retrógrado e retardado

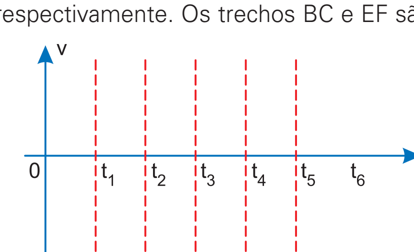
$t = t_3$: inversão de movimento (v = 0)

$t_3 < t < t_4$: progressivo e acelerado

3 **(UFSCar-SP)** – O diagrama mostra como varia o espaço **s** em função do tempo **t** para uma partícula que se desloca em trajetória retilínea.



Os trechos AB, CDE e FG são arcos de parábola com vértices em A, D e G, respectivamente. Os trechos BC e EF são retilíneos.

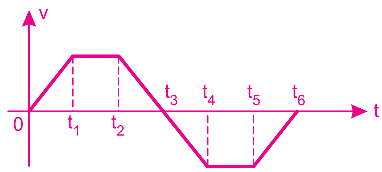


a) No local indicado, construa o gráfico velocidade escalar x tempo.

b) Classifique o movimento nos intervalos de tempo de t_2 a t_3 e de t_5 a t_6.

RESOLUÇÃO:

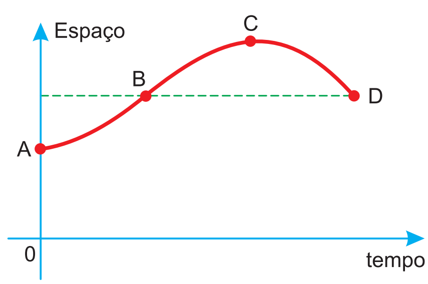
a)



b) **1) t_2 a t_3:**
- **1) MUV**
- **2) progressivo (V > 0)**
- **3) retardado (V > 0 e γ < 0)**

2) t_5 a t_6:
- **1) MUV**
- **2) retrógrado (V < 0)**
- **3) retardado (V < 0 e γ > 0)**

4 **(FCM-MG-MODELO ENEM)** – O gráfico espaço x tempo, a seguir, representa o movimento de um carro numa estrada retilínea.



As secções AB e BCD são dois arcos de parábola, com eixos de simetria na direção do eixo dos espaços e vértices nos pontos A e C, respectivamente.

Este gráfico está mostrando que o carro

a) Partiu com uma certa velocidade escalar, que foi aumentando, e depois freou sem chegar a parar.

b) Partiu do repouso, aumentou de velocidade escalar, freou até parar e começou a voltar com movimento acelerado.

c) Partiu com uma certa velocidade escalar, mantendo esta por um tempo, e começou a voltar.

d) Partiu do repouso, mantendo uma mesma velocidade escalar, freando logo depois.

e) Partiu do repouso e acelerou no restante do tempo sem frear em nenhum momento.

RESOLUÇÃO:

A velocidade inicial (ponto A) é nula, pois corresponde ao vértice da parábola.

De A para B, a velocidade escalar é positiva e a aceleração escalar é positiva (parábola com concavidade para cima): o movimento é acelerado e o módulo da velocidade aumentou.

De B para C, a velocidade escalar continua positiva e a aceleração escalar é negativa (parábola com concavidade para baixo): o movimento é retardado e o módulo da velocidade diminuiu.

No ponto C, a velocidade se anula e de C para D a velocidade escalar é negativa e a aceleração escalar é negativa: o movimento é retrógrado (volta) e acelerado.

Resposta: B

No Portal Objetivo

Para saber mais sobre o assunto, acesse o **PORTAL OBJETIVO** (**www.portal.objetivo.br**) e, em “localizar”, digite **FIS1M203**

Módulo 32 Queda livre

Palavras-chave:

- Aceleração da gravidade

Introdução

Desde a época de Galileu que o estudo da queda livre dos corpos foi objeto de curiosidade dos grandes pensadores.

Cada planeta, dependendo de sua massa e de seu raio, tem nas suas vizinhanças um campo de gravidade que é traduzido pelo valor da aceleração da gravidade, que é a aceleração que todos os corpos em queda livre têm, independentemente de suas massas.

No caso da Terra, o valor da aceleração da gravidade não é o mesmo em qualquer local: depende da latitude e da altitude do lugar. Em consequência da rotação da Terra, a aceleração da gravidade tem valor máximo nos polos ($9{,}83m/s^2$) e valor mínimo no Equador ($9{,}78m/s^2$).

Em relação à altitude, o valor da aceleração da gravidade é máximo no nível do mar e vai diminuindo à medida que nos afastamos da superfície terrestre.

A aceleração da gravidade no nível do mar e na latitude de 45° tem valor de $9{,}8m/s^2$, sendo denominada **gravidade normal**.

Em nossos estudos de queda livre (ação exclusiva da gravidade), vamos adotar a aceleração da gravidade como constante com um valor aproximado de $10m/s^2$.

Apresentamos a seguir uma tabela com a aceleração da gravidade na superfície dos oito planetas do sistema solar e do planeta-anão Plutão.

Planeta	Aceleração da gravidade em m/s^2
Mercúrio	3,78
Vênus	8,60
Terra	9,81
Marte	3,72
Júpiter	22,9
Saturno	9,05
Urano	7,77
Netuno	11,0
Plutão	0,50

Exercícios Resolvidos

1 Uma bolinha de gude é abandonada, a partir do repouso, da janela de um prédio de uma altura de 45m acima do solo terrestre. Despreze o efeito do ar e adote $g = 10m/s^2$.

Determine

a) o tempo de queda da bolinha até atingir o solo;

b) o módulo da velocidade com que a bolinha atinge o solo;

c) o gráfico da velocidade escalar da bolinha em função do tempo;

d) a velocidade escalar média desde o instante em que a bolinha é abandonada até o instante em que atinge o solo.

Resolução

a) $\Delta s = V_0 t + \frac{\gamma}{2} t^2$

$H = \frac{g}{2} t_Q^2$

$t_Q = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{2 \,.\, 45}{10}}$ (s) = 3,0s

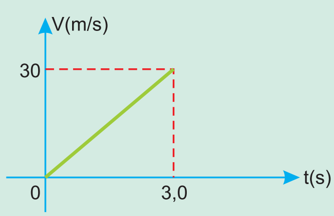
b) $V^2 = V_0^2 + 2\gamma \,\Delta s$

$V^2 = 0 + 2g\,H$

$V = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \,.\, 10 \,.\, 45}$ (m/s)

$\boxed{\mathbf{V = 30m/s}}$

c)



d) $V_m = \frac{V_0 + V}{2} = 15m/s$

2 **(MODELO ENEM)** – Uma bola, partindo do repouso, de uma altura H, gasta um tempo T para atingir o solo terrestre.

A bola é levada para um planeta X e, partindo do repouso, de uma mesma altura H, gasta um tempo 2T para atingir o solo do planeta.

Despreze o efeito da atmosfera tanto na Terra como no planeta X e adote para o módulo da aceleração da gravidade na Terra o valor $g_T = 10,0m/s^2$.

A aceleração da gravidade, no planeta X, tem módulo igual a:

a) $2,5m/s^2$ b) $5,0m/s^2$ c) $10,0m/s^2$
d) $20,0m/s^2$ e) $40,0m/s^2$

Resolução

$\Delta s = V_0 t + \frac{\gamma}{2} t^2$ (MUV) $\qquad H = \frac{g}{2} T^2$

$\boxed{T = \sqrt{\frac{2H}{g}}}$

Na Terra: T_T: $\sqrt{\frac{2H}{g_T}}$

No planeta X: $\sqrt{\frac{2H}{g_x}}$

Dado da questão: $T_x = 2T_T$

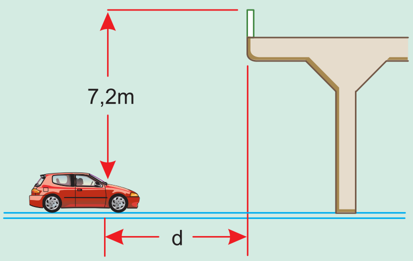
$\sqrt{\frac{2H}{g_x}} = 2\sqrt{\frac{2H}{g_T}}$

$\frac{2H}{g_x} = 4 \,.\, \frac{2H}{g_T}$

$4g_x = g_T \qquad \boxed{\mathbf{g_x = \frac{g_T}{4} = 2,5m/s^2}}$

Resposta: A

3 **(FGV-SP-MODELO ENEM)** – Frequentemente, quando estamos por passar sob um viaduto, observamos uma placa orientando o motorista para que comunique à polícia qualquer atitude suspeita em cima do viaduto. O alerta serve para deixar o motorista atento a um tipo de assalto que tem se tornado comum e que segue um procedimento bastante elaborado. Contando que o motorista passe em determinado trecho da estrada com velocidade constante, um assaltante, sobre o viaduto, aguarda a passagem do para-brisa do carro por uma referência previamente marcada na estrada. Nesse momento, abandona em queda livre uma pedra que cai enquanto o carro se move para debaixo do viaduto. A pedra atinge o vidro do carro quebrando-o e forçando o motorista a parar no acostamento mais à frente, onde outro assaltante aguarda para realizar o furto.



Suponha que, em um desses assaltos, a pedra caia por 7,2m antes de atingir o para-brisa de um carro. Nessas condições, desprezando-se a resistência do ar e considerando-se a aceleração da gravidade com módulo $10m/s^2$, a distância *d* da marca de referência, relativamente à trajetória vertical que a pedra realizará em sua queda, para um trecho de estrada onde os carros se movem com velocidade constante de módulo 120km/h, está a

a) 22m b) 36m c) 40m
d) 64m e) 80m

Resolução

1) Cálculo do tempo de queda:

$\Delta s = V_0 t + \frac{\gamma}{2} t^2$ (MUV)

$7,2 = 0 + \frac{10}{2} t_Q^2$

$t_Q^2 = 1,44 \Rightarrow \boxed{\mathbf{t_Q = 1,2s}}$

2) Cálculo da distância d:

$\Delta s = Vt$ (MU)

$d = \frac{120}{3,6} \,.\, 1,2$ (m)

$\boxed{\mathbf{d = 40m}}$

Resposta: C

Exercícios Propostos

1 **(UFCG-PB-MODELO ENEM)** – Veja o que o estudante Cirilo Cerebelo aprontou na sala de aula.

"Diante da turma da escola, Cirilo Cerebelo pegou uma nota de R$1,00 e, com a mão direita, segurou-a pela extremidade entre os dedos indicador e polegar. Na outra extremidade da nota, e sem tocá-la, ele deixou abertos os mesmos dedos, só que da mão esquerda. Aí, ele soltou a nota com a mão direita e, num rápido reflexo para a nota não cair no chão, segurou-a com os dedos da mão esquerda. Depois de ter exibido toda a velocidade de reflexo do seu cérebro, Cirilo passou a fazer esse teste com seus amigos. Ele fazia assim: segurava a nota com a mão direita e pedia para cada um dos meninos e das meninas tentar pegá-la com a mão esquerda, como ele havia feito anteriormente. Só que ninguém conseguiu pegar a nota. [...]"

Ciência Hoje das Crianças, v.17, n.149, ago. 2004, p. 17.

Para que os colegas de Cirilo conseguissem apanhar a nota de R$1,00, que tem comprimento de 14 cm, deveriam fechar os dedos da mão esquerda, posicionados de tal forma que a nota, ao longo de seu comprimento, se encontrasse entre o indicador e o polegar abertos ao máximo e prestes a apanhá-la. Considerando-se o módulo da aceleração da gravidade igual a 10 m/s^2, o intervalo de tempo necessário para que seus colegas segurassem a nota, contado a partir do momento em que vissem Cirilo abandoná-la, é um valor mais próximo de:
a) 0,17 s b) 0,28 s c) 1,2 s d) 1,4 s e) 1,7 s

RESOLUÇÃO:

$\Delta s = V_0 t + \frac{\gamma}{2} t^2$ **(MUV)**

$0,14 = 0 + \frac{10}{2} T^2$

$T^2 = 0,028 \Rightarrow \boxed{T \cong 0,17s}$

Resposta: A

2 **(VUNESP-MODELO ENEM)** – A indústria de alimentos com seus novos materiais que os embalam, tem mostrado sua preocupação ambiental com respeito à reorganização desse material para a reciclagem. Essa preocupação está impressa nessas embalagens, quando observamos a figura que se segue

Imagine que você, segurando uma pilha a uma distância de 1,8m do fundo de um cesto, a abandone em queda livre. Desconsiderando-se a ação do ar sobre a pilha e supondo-se que a aceleração da gravidade tem módulo 10 m/s^2, a pilha largada atingirá o fundo do cesto com velocidade de módulo, em km/h, próxima a
a) 15,5 b) 18,0 c) 21,6 d) 24,0 e) 27,5

RESOLUÇÃO:
$V^2 = V_0^2 + 2\gamma \Delta s$
$V^2 = 0 + 2 . 10 . 1,8$
$V^2 = 36$
$V = 6,0$ m/s $= 6,0 . 3,6$ km/h

$\boxed{V = 21,6 \text{ km/h}}$

Resposta: C

3 Uma bolinha de gude é abandonada da janela de um prédio de uma altura H = 20m acima do solo terrestre. Adote g = 10m/s^2 e despreze o efeito do ar.
O tempo de queda da bolinha, até chegar ao chão, vale T e a velocidade de impacto contra o chão tem módulo V. Os valores de T e V são:
a) T = 2,0s e V = 20m/s
b) T = 3,0s e V = 20m/s
c) T = 4,0s e V = 20m/s
d) T = 3,0s e V = 30m/s
e) T = 1,0s e V = 10m/s

RESOLUÇÃO:

1) $\Delta s = V_0 t + \frac{\gamma}{2} t^2$

$H = \frac{g}{2} T^2$

$T = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{2 . 20}{10}}$ (s) $\Rightarrow \boxed{T = 2,0s}$

2) $V^2 = V_0^2 + 2\gamma \Delta s$

$V^2 = 2 g H$

$V = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 . 10 . 20}$ (m/s) $\Rightarrow \boxed{V = 20m/s}$

Resposta: A

4 **(UFCG-PB-MODELO ENEM)** – Num certo momento, no faroeste *Justiça Selvagem* de 1933, John Wayne está prestes a saltar sobre um fora-da-lei, espreitando-o sobre uma árvore. A altura do herói, medida verticalmente, em relação à sela do cavalo, que se move em movimento retilíneo uniforme com velocidade escalar de 10m/s, é de 3,2m. Despreze o efeito do ar e adote g = 10m/s^2.

Sagebrush Trail, Lone Star Productions, 1933.

O herói conseguiu deter o fora-da-lei. Considerando-se que sobre ele atuou, durante todo o tempo de queda, somente a força peso, pode-se afirmar que
a) o tempo de queda do herói foi de 0,32s.
b) o herói pulou quando o cavalo estava a uma distância de sua posição, medida horizontalmente, de 8,0m.
c) quando o cavalo estava exatamente abaixo do herói, ele pulou, gastando 0,80s para atingir o fora-da-lei.

d) desde o instante em que o herói pulou até o instante em que atingiu o fora-da-lei, o cavalo percorreu uma distância igual a 6,4m.

e) ao atingir o fora-da-lei, a velocidade escalar do herói era 4,0m/s.

RESOLUÇÃO:

a) (F) $\Delta s = v_0\, t + \frac{\gamma}{2}\, t^2$ (MUV)

$3{,}2 = 0 + \frac{10}{2}\, T^2 \Rightarrow T^2 = 0{,}64 \Rightarrow \boxed{T = 0{,}8s}$

b) (V) $\Delta s = v\, t$ (MU)

$D = 10 \,.\, 0{,}8\ (m) = 8{,}0m$

e) (F) $V = v_0 + \gamma\, t$

$v_1 = 0 + 10 \,.\, 0{,}8\ (m/s) \Rightarrow \boxed{v_1 = 8{,}0\ m/s}$

Resposta: B

Módulo 33 Lançamento vertical

Exercícios Resolvidos

1 **(PUC-RJ)** – Uma bola é lançada verticalmente para cima: Podemos dizer que no ponto mais alto de sua trajetória

a) a velocidade da bola é máxima, e a aceleração da bola é vertical e para baixo.

b) a velocidade da bola é máxima, e a aceleração da bola é vertical e para cima.

c) a velocidade da bola é mínima, e a aceleração da bola é nula.

d) a velocidade da bola é nula, e a aceleração da bola é vertical e para baixo.

e) a velocidade da bola é mínima, e a aceleração da bola é vertical e para cima.

Resolução

No ponto mais alto da trajetória (ponto de inversão), a velocidade se anula e a aceleração é igual à da gravidade.

Resposta: D

2 Um projétil **A** é lançado verticalmente para cima, a partir do solo, com velocidade inicial de módulo $\mathbf{V_0}$. O tempo de subida do projétil **A** vale T_A e a altura máxima atingida vale H_A. Um outro projétil, **B**, é lançado verticalmente para cima, da mesma posição de lançamento de **A**, com velocidade inicial de módulo $\mathbf{2V_0}$. Despreze o efeito do ar e admita que a aceleração da gravidade seja constante. O tempo de subida do projétil **B** (T_B) e a altura máxima por ele atingida (H_B) são dados por:

a) $T_B = T_A$ e $H_B = H_A$

b) $T_B = 2T_A$ e $H_B = 2H_A$

c) $T_B = 2T_A$ e $H_B = 4H_A$

d) $T_B = 4T_A$ e $H_B = 4H_A$

e) $T_B = 4T_A$ e $H_B = 2H_A$

Resolução

1) Tempo de subida

$V = V_0 + \gamma\ t$

$0 = V_0 - gt_s \Rightarrow \boxed{t_s = \frac{V_0}{g}}$

2) Altura máxima

$V^2 = V_0^2 + 2\gamma\, \Delta s$

$0 = V_0^2 + 2\,(-g)H$

$\boxed{H = \frac{V_0^2}{2g}}$

Quando V_0 duplica, t_s também duplica e H quadruplica.

$T_B = 2T_A$ e $H_B = 4H_A$

Resposta: C

3 **(MODELO ENEM)** – Nos jogos olímpicos de 1996, a atleta búlgara Stefka Kostadinova estabeleceu o recorde olímpico feminino para o salto em altura: 2,05m.

Sabe-se que na Lua a aceleração da gravidade equivale a um sexto da aceleração da gravidade na Terra.

Considere os seguintes dados:

1) No cálculo da altura máxima a ser atingida, o que importa é a elevação do centro de gravidade da atleta que, no instante em que seu pé esquerdo perde o contato com o solo, estava a 1,10 m acima do solo.

2) Quando a atleta está ultrapassando o sarrafo, o seu centro de gravidade está praticamente na mesma altura do sarrafo.

3) O efeito do ar no salto realizado na Terra é desprezível.

Se a atleta búlgara realizasse o mesmo salto na Lua, mantendo a mesma velocidade de saída do solo, a marca atingida seria um valor mais próximo de:

a) 5,0 m b) 5,30 m c) 5,70 m

d) 6,80 m e) 12,30 m

Resolução

A elevação do CG da atleta é calculada usando-se a Equação de Torricelli para o movimento vertical da atleta.

$V_y^2 = V_{0y}^2 + 2\gamma_y \Delta s_y$ (MUV)

$0 = V_{0y}^2 + 2\,(-g)\, \Delta H_{CG}$

$\Delta H_{CG} = \frac{V_{0y}^2}{2g}$

Para o mesmo V_{0y}, na Lua ΔH_{CG} torna-se 6 vezes maior.

Na Terra: $\Delta H_{CG} = (2{,}05 - 1{,}10)\ m = 0{,}95\ m$

Na Lua: $\Delta H'_{CG} = 6 \,.\, 0{,}95m = 5{,}70m$

Altura máxima na Lua:

$H_L = H_0 + \Delta H'_{CG}$

$H_L = 1{,}10\ m + 5{,}70\ m \Rightarrow \boxed{H_L = 6{,}80\ m}$

Resposta: D

4 **(UERJ-MODELO ENEM)** – Em um jogo de voleibol, denomina-se tempo de voo o intervalo de tempo durante o qual um atleta que salta para cortar uma bola está com ambos os pés sem contato com o chão, como ilustra a fotografia.

Considere um atleta que consegue elevar verticalmente o seu centro de gravidade a 0,45m do chão e a aceleração da gravidade com módulo igual a $10m/s^2$. Despreze o efeito do ar.

O tempo de voo do atleta foi de

a) 0,20s b) 0,40s c) 0,50s

d) 0,60s e) 0,80s

Resolução

a) $V^2 = V_0^2 + 2\,\gamma\,\Delta s$ (MUV) ↑(+)

$0 = V_0^2 + 2(-10)\,0,45 \Rightarrow V_0^2 = 9,0$

$\boxed{V_0 = 3,0m/s}$

b) $V = V_0 + \gamma\,t$ (MUV)

$-3,0 = 3,0 - 10T \Rightarrow 10T = 6,0$

$\boxed{T = 0,60s}$

Resposta: D

Exercícios Propostos

1 **(UEMS)** – Um juiz de futebol, para definir qual time inicia a partida, joga uma moeda para o alto. O movimento da moeda ocorre somente no eixo vertical, ou seja, formando um ângulo de 90° com o campo de futebol. É correto afirmar que, no ponto mais alto da trajetória da moeda, ela tem

a) velocidade e aceleração nulas.
b) menor aceleração e, portanto, maior velocidade.
c) aceleração nula e maior velocidade.
d) velocidade nula.
e) aceleração nula.

RESOLUÇÃO:
No ponto mais alto, a velocidade se anula (ponto de inversão) e a aceleração é igual à da gravidade.
Resposta: D

2 **(UFSC)** – Quanto ao movimento de um corpo lançado verticalmente para cima e submetido somente à ação da gravidade, é correto afirmar que

01. a velocidade escalar do corpo no ponto de altura máxima é zero.
02. a velocidade escalar do corpo é constante para todo o percurso.
04. o tempo necessário para a subida é igual ao tempo de descida, quando o corpo é lançado de um ponto e retorna ao mesmo ponto.
08. a aceleração escalar do corpo é maior na descida do que na subida.
16. para um dado ponto na trajetória, a velocidade escalar tem os mesmos valores, em módulo, na subida e na descida.

Dê como resposta a soma dos número associados aos itens corretos.

RESOLUÇÃO:
(01) CORRETO. Ponto de inversão.
(02) ERRADO. Trata-se de MUV.
(04) CORRETO. $t_s = t_Q = \dfrac{V_0}{g}$
(08) ERRADO. A aceleração escalar é constante.
(16) CORRETO. Vem da Equação de Torricelli.
$\Delta s = 0 \Rightarrow V_2^2 = V_1^2 \Rightarrow |V_2| = |V_1|$
Resposta: 21

3 **(UFF-RJ-MODELO ENEM)** – Duas pequenas esferas, **X** e **Y**, possuem o mesmo raio e massas respectivamente iguais a $\mathbf{m_x}$ e $\mathbf{m_y = 2m_x}$. Estas esferas são, simultaneamente, lançadas na direção vertical, para cima, com a mesma velocidade inicial, a partir do solo.

Desprezando-se a resistência do ar, é correto afirmar que

a) X atinge uma altura maior do que Y e volta ao solo depois de Y.
b) X atinge uma altura maior do que Y e volta ao solo ao mesmo tempo que Y.
c) X atinge uma altura igual à de Y e volta ao solo antes de Y.
d) X atinge uma altura igual à de Y e volta ao solo ao mesmo tempo que Y.
e) X atinge uma altura menor do que Y e volta ao solo antes de Y.

RESOLUÇÃO:
Qualquer que seja a massa da esfera sua aceleração será igual à da gravidade e o tempo de voo e a altura máxima atingida não dependerão da massa.
Resposta: D

4 Um projétil é lançado verticalmente para cima, a partir do solo terrestre, com velocidade escalar inicial $V_0 = 10m/s$. Despreze o efeito do ar e adote $g = 10m/s^2$. O tempo de subida do projétil vale **T** e a altura máxima atingida vale **H**. Os valores de **T** e **H** são, respectivamente:

a) 2,0s e 10,0m b) 1,0s e 10,0m c) 2,0s e 20,0m
d) 2,0s e 5,0m e) 1,0s e 5,0m

RESOLUÇÃO:
1) Cálculo de T:

$V = V_0 + \gamma\,t$

$0 = V_0 - g\,T$

$\boxed{T = \dfrac{V_0}{g}} \Rightarrow T = \dfrac{10}{10}\ (s) = 1,0s$

2) Cálculo de H:

$V^2 = V_0^2 + 2\gamma\,\Delta s$

$0 = V_0^2 + 2\,(-g)\,H$

$\boxed{H = \dfrac{V_0^2}{2g}} \Rightarrow H = \dfrac{100}{20}\ (m) = 5,0m$

Resposta: E

Módulo 34

Vetores

Palavras-chave:
• Direção • Sentido • Orientação

Conceitos novos são criados na Física quando as ferramentas utilizadas para traduzir os fenômenos se tornam inadequadas ou ineficientes.

Isaac Newton, ao desenvolver seus estudos de Mecânica, chegou a um ponto em que a Matemática disponível não era suficiente para traduzir as leis físicas que ele estava descobrindo e ele teve de "inventar" uma Matemática nova, que foi o Cálculo Diferencial e Integral, que é estudado nas universidades.

Isto também ocorreu na Cinemática, na descrição de um movimento não retilíneo.

Quando um carro descreve uma curva em movimento uniforme, ele deve estar sujeiro à ação de uma força e, portanto, ele deve ter uma aceleração e sua velocidade deve estar variando de alguma maneira.

Houve então a necessidade de associar à velocidade do carro uma orientação, isto é, uma direção e um sentido e surgiu um novo ente matemático, isto é, uma nova personagem nos estudos da Física: **o vetor**.

1. Introdução

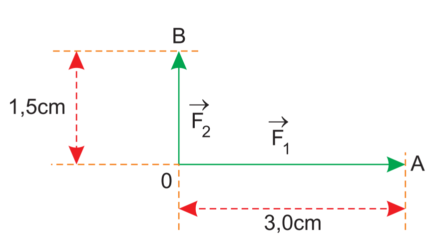
Para estudar as grandezas escalares, usamos o conjunto dos números reais.

Para estudar as grandezas vetoriais, necessitamos de um outro conjunto cujos elementos admitam os conceitos de módulo (ou valor numérico), direção e sentido. Tais elementos são chamados de vetores.

Assim, os vetores vão representar as grandezas vetoriais.

Não confunda a grandeza vetorial com o elemento matemático que a representa e que é o vetor.

O vetor é simbolizado geometricamente por um segmento de reta orientado; a direção e sentido do segmento orientado são os mesmos da grandeza vetorial e a medida do segmento orientado é proporcional à intensidade da grandeza vetorial.



Na figura o vetor $\overrightarrow{OA}$ representa uma força horizontal e dirigida para a direita; o vetor $\overrightarrow{OB}$ representa uma força vertical e dirigida para cima.

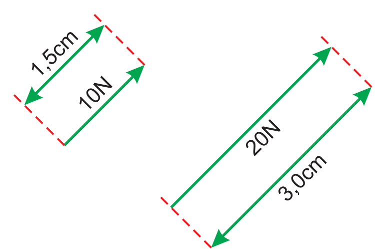
Como o segmento orientado OA tem medida duas vezes maior do que o segmento orientado OB, então a intensidade da força $\vec{F}_1$ é duas vezes maior do que a intensidade da força $\vec{F}_2$.

A intensidade da grandeza vetorial $\vec{F}$ pode ser simbolizada por F ou $|\vec{F}|$.

No caso, temos: $F_1 = 2F_2$ ou $|\vec{F}_1| = 2\,|\vec{F}_2|$

O vetor que representa a grandeza vetorial $\vec{F}$ pode ser simbolizado pela notação de segmento orientado ou por uma "diferença" entre o seu ponto extremidade e o seu ponto origem:

***$\vec{F}_1$* grandeza vetorial**	$\Rightarrow$	***$\overrightarrow{OA} = A - O$* vetor representativo de *$\vec{F}_1$***
***$\vec{F}_2$* grandeza vetorial**	$\Rightarrow$	***$\overrightarrow{OB} = B - O$* vetor representativo de *$\vec{F}_2$***



Se uma força de 10N for representada por uma flecha de 1,5cm, uma outra que tenha intensidade 20N será representada por uma flecha de 3,0cm de comprimento (em escala).

2. Operações com vetores

Adição de dois vetores

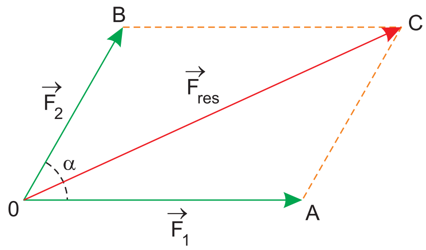
Consideremos duas grandezas vetoriais, $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$, representadas pelos vetores $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$.

Para somarmos as grandezas vetoriais, $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$, devemos somar os vetores $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$ e obter o vetor soma ou resultante $\overrightarrow{OC}$, que vai representar a grandeza **vetorial** resultante.

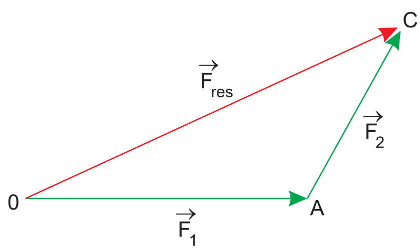
A soma de vetores é feita pela regra do paralelogramo ou pela regra do polígono.

Regra do paralelogramo

- Representam-se os dois vetores a partir de uma mesma origem arbitrária O;
- Da extremidade de $\vec{F}_1$, traça-se uma reta paralela a $\vec{F}_2$;
- Da extremidade de $\vec{F}_2$, traça-se uma reta paralela a $\vec{F}_1$;
- Na intersecção das retas paralelas traçadas, temos o ponto C;
- O vetor resultante é o vetor $\overrightarrow{OC}$ (vetor soma)



Regra do polígono



- Escolhemos um ponto O qualquer para começarmos o polígono;
- A partir de O, colocamos o vetor que representa $\vec{F}_1$;
- A partir da extremidade A desse vetor, colocamos o vetor que representa $\vec{F}_2$;
- O vetor resultante (vetor soma) é o vetor que fecha o polígono, isto é, sua origem é o ponto O e sua extremidade é a extremidade do último vetor representado (C).

3. Determinação do módulo do vetor resultante

Sendo a adição de vetores feita pela regra do paralelogramo, o módulo do vetor resultante pode ser calculado pela aplicação da lei dos cossenos no triângulo OAC.

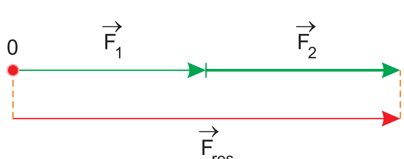
$$|\vec{F}_{res}|^2 = |\vec{F}_1|^2 + |\vec{F}_2|^2 + 2\,|\vec{F}_1|\,|\vec{F}_2|\cos\alpha$$

Note que o módulo do vetor resultante depende do ângulo α entre os vetores que foram adicionados.

Em particular:

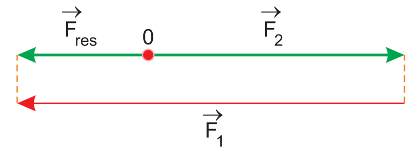
(1) Quando $\alpha = 0$, temos:

$|\vec{F}_{res}| = |\vec{F}_1| + |\vec{F}_2|$ e o vetor resultante tem módulo máximo;



(2) Quando $\alpha = 180°$, temos:

$|\vec{F}_{res}| = |\vec{F}_1| - |\vec{F}_2|$ (supondo-se $|\vec{F}_1| > |\vec{F}_2|$) e o vetor resultante tem módulo mínimo;



(3) Quando $\alpha = 90°$, o cálculo de $|\vec{F}_{res}|$ recai no Teorema de Pitágoras.

Do exposto, concluímos que, para qualquer valor de α com $|\vec{F}_1| > |\vec{F}_2|$, temos:

$$|\vec{F}_1| - |\vec{F}_2| \le |\vec{F}_{res}| \le |\vec{F}_1| + |\vec{F}_2|$$

Nota: a unidade de força no S.I. é chamada **newton** e simbolizada por **N**.

Exemplificando, com $|\vec{F}_1| = 4{,}0N$ e $|\vec{F}_2| = 3{,}0N$:

$$4{,}0N - 3{,}0N \le |\vec{F}_{res}| \le 4{,}0N + 3{,}0N$$

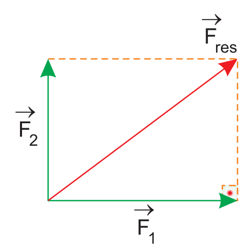
$$1{,}0N \le |\vec{F}_{res}| \le 7{,}0N$$

Para $\alpha = 90°$, temos:

$$|\vec{F}_{res}|^2 = |\vec{F}_1|^2 + |\vec{F}_2|^2$$

$$|\vec{F}_{res}|^2 = (4{,}0N)^2 + (3{,}0N)^2$$

$$|\vec{F}_{res}|^2 = 16{,}0N^2 + 9{,}0N^2 = 25{,}0N^2$$



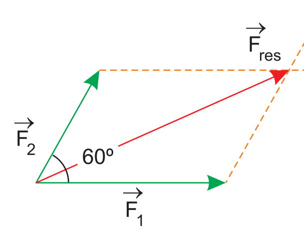
$$|\vec{F}_{res}| = 5{,}0N$$

Para $\alpha = 60°$, temos:

$$|\vec{F}_{res}|^2 = |\vec{F}_1|^2 + |\vec{F}_2|^2 + 2\,|\vec{F}_1|\,|\vec{F}_2|\cos\alpha$$

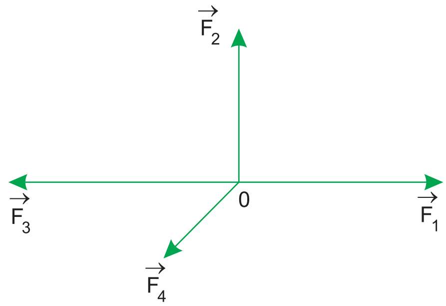
$$|\vec{F}_{res}|^2 = (4{,}0N)^2 + (3{,}0N)^2 + 2 \,.\, 4{,}0N \,.\, 3{,}0N \,.\, \frac{1}{2}$$

$$|\vec{F}_{res}|^2 = 16{,}0N^2 + 9{,}0N^2 + 12{,}0N^2 = 37{,}0N^2$$



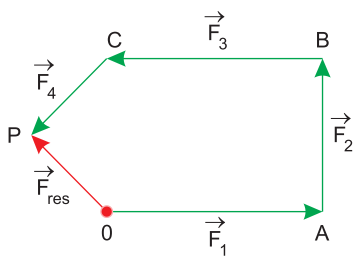
$$|\vec{F}_{res}| = \sqrt{37{,}0}\ N$$

4. Adição de N vetores



Para somar vários vetores, é mais simples usarmos a regra do polígono.

Escolhemos um ponto qualquer (0) para começarmos o polígono. A partir de 0, colocamos o vetor que representa $\vec{F}_1$; a partir da extremidade A desse vetor, colocamos o vetor que representa $\vec{F}_2$; a partir da extremidade B desse vetor, colocamos o vetor que representa $\vec{F}_3$ e assim sucessivamente. O vetor soma é o vetor que fecha o polígono, isto é, sua origem é o ponto 0 e sua extremidade é a extremidade do último vetor representado.



$$\vec{F}_{res} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4$$

Exercícios Resolvidos

1 **(UFJF-MG)** – Assinale a alternativa em que há somente grandezas vetoriais:

a) velocidade, aceleração, momento linear, campo elétrico.
b) massa, tempo, carga elétrica, temperatura.
c) força, índice de refração, resistência elétrica, momento linear.
d) energia, campo elétrico, densidade, empuxo.
e) trabalho, pressão, período, calor.

Resolução

a) todas vetoriais b) E; E; E; E
c) V; E; E; V d) E; V; E; V
e) E; E; E; E

Resposta: A

As principais grandezas vetoriais são:

1) Deslocamento: $\vec{d}$
2) Velocidade: $\vec{V}$
3) Aceleração: $\vec{a}$
4) Força: $\vec{F}$
5) Impulso: $\vec{I} = \vec{F}\,\Delta t$
6) Quantidade de movimento ou momento linear: $\vec{Q} = m\,\vec{V}$
7) Campo elétrico: $\vec{E}$
8) Campo magnético: $\vec{B}$

2 Considere duas forças, $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$, de intensidades constantes $F_1 = 6{,}0N$ e $F_2 = 8{,}0N$. Seja θ o ângulo formado entre $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$. Responda aos quesitos que se seguem:

a) Por que a força é uma grandeza vetorial?
b) Quais são os valores máximo e mínimo da intensidade da resultante entre $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$? Indique os respectivos valores de θ.
c) Para $\theta = 90°$, qual a intensidade da resultante entre $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$?

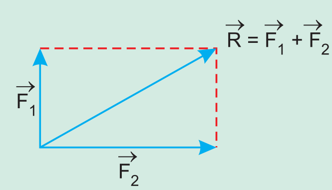
Resolução

a) A força é uma grandeza vetorial porque, para caracterizá-la, precisamos conhecer a sua intensidade, a sua direção e o seu sentido, isto é, a força é uma grandeza orientada (tem direção e sentido).

b) $\theta = 0° \Rightarrow R_{máx} = F_1 + F_2 = 14{,}0N$

$\theta = 180° \Rightarrow R_{mín} = F_2 - F_1 = 2{,}0N$

c)



$R^2 = F_1^2 + F_2^2$

$R^2 = (6{,}0)^2 + (8{,}0)^2$

$R^2 = 100$

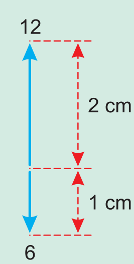
$\boxed{R = 10{,}0N}$

Respostas: a) Força tem direção e sentido.
b) 14,0N e 2,0N
c) 10,0N

3 **(PUC-RJ-MODELO ENEM)** – Os ponteiros de hora e minuto de um relógio suíço têm, respectivamente, 1 cm e 2 cm. Supondo-se que cada ponteiro do relógio é um vetor que sai do centro do relógio e aponta na direção dos números na extremidade do relógio, determine o vetor resultante da soma dos dois vetores correspondentes aos ponteiros de hora e minuto quando o relógio marca 6 horas.

a) O vetor tem módulo 1 cm e aponta na direção do número 12 do relógio.
b) O vetor tem módulo 2 cm e aponta na direção do número 12 do relógio.
c) O vetor tem módulo 1 cm e aponta na direção do número 6 do relógio.
d) O vetor tem módulo 2 cm e aponta na direção do número 6 do relógio.
e) O vetor tem módulo 1,5 cm e aponta na direção do número 6 do relógio.

Resolução

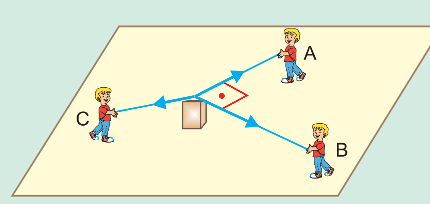


Quando o relógio marcar 6h, o ponteiro das horas aponta para o 6 e o ponteiro dos minutos aponta para o 12, formando entre si um ângulo de 180°.

A soma dos referidos vetores terá módulo igual a 1cm e sentido apontando para o número 12.

Resposta: A

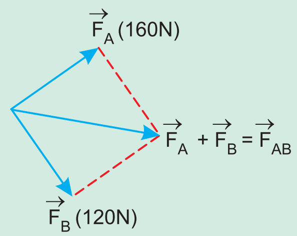
4 **(MACKENZIE-SP-MODELO ENEM)** – Os garotos A e B da figura puxam, por meio de cordas, uma caixa de 40kg, que repousa sobre uma superfície horizontal, aplicando forças paralelas a essa superfície e perpendiculares entre si, de intensidades 160N e 120N, respectivamente. O garoto C, para impedir que a caixa se desloque, aplica outra força horizontal, em determinada direção e sentido.



Desprezando-se o atrito entre a caixa e a superfície de apoio, a força aplicada pelo garoto C tem intensidade de

a) 150N b) 160N c) 180N d) 190N e) 200N

Resolução



A resultante entre $\vec{F}_A$ e $\vec{F}_B$ tem módulo dado por

$$F_{AB}^2 = F_A^2 + F_B^2$$

$$\boxed{F_{AB} = 200N}$$

Para o equilíbrio, a força aplicada pelo garoto C deve ser oposta a $\vec{F}_{AB}$.

$\vec{F}_C = -\vec{F}_{AB}$ $\boxed{|\vec{F}_C| = |\vec{F}_{AB}| = 200N}$

Resposta: E

Exercícios Propostos

1 **(UELON–PR)** – São grandezas vetoriais a

a) energia cinética e a corrente elétrica.
b) corrente elétrica e o campo elétrico.
c) força e o calor.
d) aceleração e o trabalho.
e) aceleração e o campo elétrico.

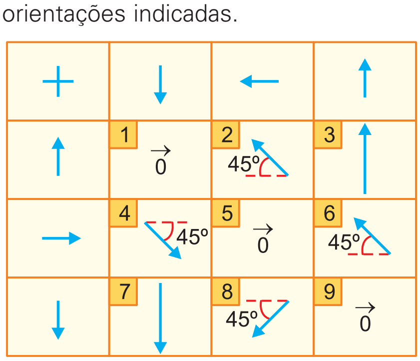
Resposta: E

2 Considere duas forças, $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$, de intensidades $F_1 = 10,0N$ e $F_2 = 15,0N$, aplicadas a um ponto material. Um possível valor da intensidade da força resultante entre $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ é

a) zero b) 2,0N c) 4,0N d) 12,0N e) 30,0N

RESOLUÇÃO:
$F_2 - F_1 \le R \le F_2 + F_1$
$5,0N \le R \le 25,0N$
Resposta: D

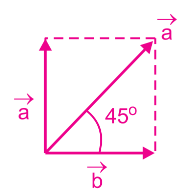
3 **(MODELO ENEM)** – A tabela de dupla entrada da figura mostra a soma de vetores de mesmo módulo e com as orientações indicadas.



Assinale a opção correta:

a) Todas as somas representadas estão corretas.
b) Apenas a soma representada no quadro (6) está incorreta.
c) As somas representadas nos quadros (1), (5) e (9) estão incorretas.
d) Apenas as somas representadas nos quadros (2), (3) e (4) estão corretas.
e) As somas representadas nos quadros (2) e (8) estão incorretas.

RESOLUÇÃO:
A soma dos vetores representada no quadro 6 está incorreta, pois, de acordo com a regra do paralelogramo, temos:



$|\vec{a}| = |\vec{b}|$
$|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{2}\,|\vec{a}|$

Resposta: B

4 **(FATEC)** – Duas forças têm intensidades $F_1 = 10N$ e $F_2 = 15N$.
O módulo da resultante $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ **não** pode ser:

a) 4N b) 10N c) 15N d) 20N e) 25N

RESOLUÇÃO:
$F_2 - F_1 \le R \le F_1 + F_2$
$5N \le R \le 25N$
Resposta: A

Operações com vetores

Palavras-chave:
• Componentes vetoriais

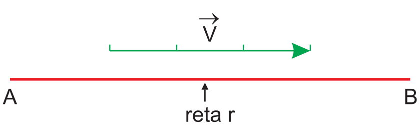
1. Produto de um escalar por um vetor

Consideremos uma grandeza escalar **e** e uma grandeza vetorial $\vec{V}$.

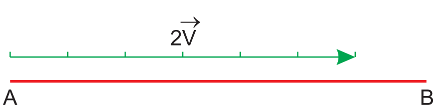
O produto **e** $\vec{\mathbf{V}}$ tem como resultado uma grandeza vetorial $\vec{\mathbf{G}}$ = **e** $\vec{\mathbf{V}}$ com as seguintes características:

a) $|\vec{G}| = |e| \cdot |\vec{V}|$
b) direção: a mesma de $\vec{V}$
c) sentido: depende do sinal de e
   $e > 0$: mesmo sentido de $\vec{V}$
   $e < 0$: sentido oposto ao de $\vec{V}$

Exemplificando: consideremos um número real n = 2 e um vetor $\vec{V}$ com módulo igual a 3, direção da reta (r) e sentido de A para B.



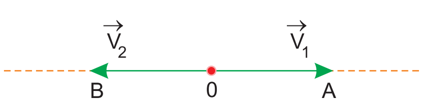
O vetor $2\vec{V}$ é um vetor de módulo 6, direção da reta (r) e sentido de A para B.



2. Vetor oposto

Dado um vetor $\vec{V}_1$, define-se vetor oposto a $\vec{V}_1$ como sendo um vetor $\vec{V}_2$ que resulta do produto do número –1 pelo vetor $\vec{V}_1$:

$$\vec{V}_2 = (-1)\ \vec{V}_1 = -\vec{V}_1$$



$$\vec{V}_1 = \vec{OA} = A - O$$
$$\vec{V}_2 = -\vec{V}_1 = \vec{OB} = B - O$$

Dois vetores opostos, $\vec{V}_1$ e $\vec{V}_2$, têm módulos iguais, mesma direção e sentidos opostos.

A soma de vetores opostos é o vetor nulo:

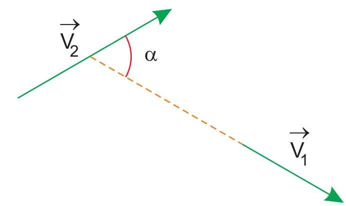
$$\vec{V}_2 + \vec{V}_1 = \vec{0}$$

3. Diferença de vetores

A subtração entre dois vetores, $\vec{V}_2$ e $\vec{V}_1$, pode ser transformada em uma adição:

$$\Delta\vec{V} = \vec{V}_2 - \vec{V}_1 = \vec{V}_2 + (-\vec{V}_1)$$

Para subtrairmos um vetor $\vec{V}_1$ de um vetor $\vec{V}_2$, basta somarmos $\vec{V}_2$ com o oposto de $\vec{V}_1$.



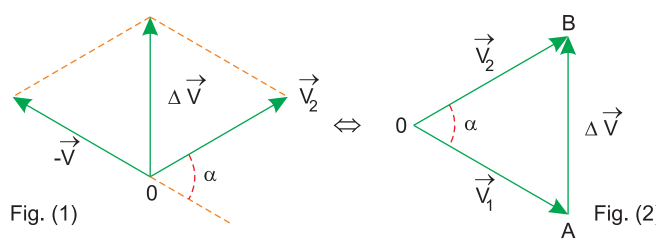
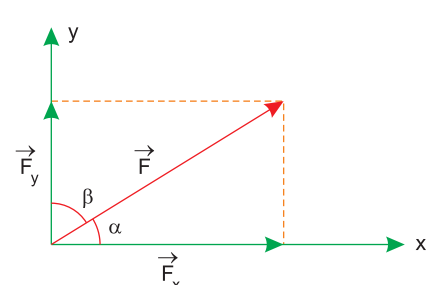


Fig. (1) Fig. (2)

Um modo prático de se obter o vetor $\vec{V}_2 - \vec{V}_1$ é representá-los com a mesma origem e unir a extremidade de $\vec{V}_1$ com a extremidade de $\vec{V}_2$ (Fig. 2).

4. Decomposição de um vetor em duas direções perpendiculares

Seja o vetor $\vec{F}$ inclinado de α em relação ao eixo Ox e inclinado de β em relação ao eixo Oy.



$\vec{F}_x$ = componente de $\vec{F}$ segundo Ox.
$\vec{F}_y$ = componente de $\vec{F}$ segundo Oy.

Da figura, temos:

$\text{sen}\,\alpha = \dfrac{F_y}{F}$; $\cos\alpha = \dfrac{F_x}{F}$

$\text{sen}\,\beta = \dfrac{F_x}{F}$; $\cos\beta = \dfrac{F_y}{F}$

Portanto:

$$F_x = F\cos\alpha = F\,\text{sen}\,\beta$$
$$F_y = F\cos\beta = F\,\text{sen}\,\alpha$$
$$F^2 = F_x^2 + F_y^2$$

Exemplificando: $F = 10{,}0N$; $\alpha = 37°$; $\beta = 53°$

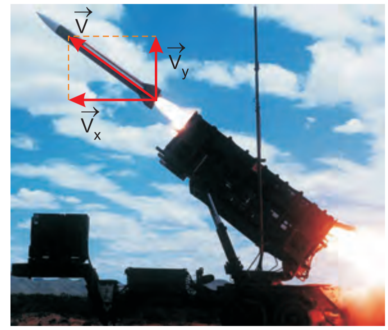
Dados: $\text{sen}\,\alpha = \cos\beta = 0{,}60$

$\cos\alpha = \text{sen}\,\beta = 0{,}80$

As componentes de F serão:

$F_x = |\vec{F}|\cos\alpha = 10{,}0N \cdot 0{,}80 \Rightarrow \boxed{F_x = 8{,}0N}$

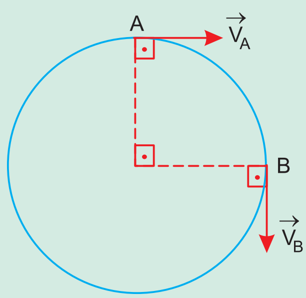
$F_y = |\vec{F}|\,\text{sen}\,\alpha = 10{,}0N \cdot 0{,}60 \Rightarrow \boxed{F_y = 6{,}0N}$



Durante o lançamento, a velocidade do míssil ($\vec{V}$) pode ser separada em duas componentes, uma horizontal $\vec{V}_x$ e outra vertical $\vec{V}_y$.

Exercícios Resolvidos

1 Uma partícula descreve uma trajetória circular com velocidade escalar constante de módulo igual a **V**.



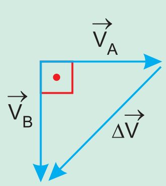
Quando a partícula vai de A para B, percorrendo um quarto da circunferência, a variação de sua velocidade vetorial ($\Delta\vec{V}$) é uma grandeza vetorial cujo módulo vale:

a) zero b) $\dfrac{V}{2}$ c) $\dfrac{V}{\sqrt{2}}$

d) V e) $V\sqrt{2}$

Resolução

Nas posições A e B, as velocidades $\vec{V}_A$ e $\vec{V}_B$ são perpendiculares entre si. O vetor diferença $\Delta\vec{V} = \vec{V}_B - \vec{V}_A$ é o vetor que, na figura, vai da extremidade de $\vec{V}_A$ para a extremidade de $\vec{V}_B$.



O módulo de $\Delta\vec{V}$ é obtido pela aplicação do Teorema de Pitágoras.

$|\Delta\vec{V}|^2 = |\vec{V}_A|^2 + |\vec{V}_B|^2$

Como $|\vec{V}_A| = |\vec{V}_B| = V$, temos:

$|\Delta\vec{V}|^2 = V^2 + V^2 = 2V^2$

$$\boxed{|\Delta\vec{V}| = \sqrt{2}\,V}$$

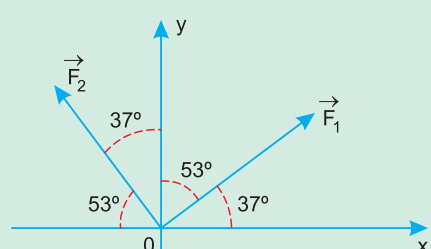
Resposta: E

2 No esquema da figura, as forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ têm intensidades iguais a 10N cada uma. Pedem-se:

a) as componentes de $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ nos eixos Ox e Oy.

b) as componentes da resultante $(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)$ nos eixos Ox e Oy.

Dados: $\text{sen}\,37° = \cos 53° = 0{,}60$
$\cos 37° = \text{sen}\,53° = 0{,}80$



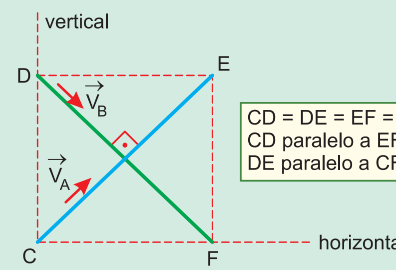
Resolução

a) $F_{1x} = F_1 \cos 37º = 10{,}0\text{ N} \cdot 0{,}80 = 8{,}0N$
$F_{1y} = F_1 \cos 53º = 10{,}0\text{ N} \cdot 0{,}60 = 6{,}0N$
$F_{2x} = -F_2 \cos 53º = -10{,}0\text{ N} \cdot 0{,}60 = -6{,}0N$
$F_{2y} = F_2 \cos 37º = 10{,}0\text{ N} \cdot 0{,}80 = 8{,}0N$

b) $R_x = F_{1x} + F_{2x} = 2{,}0\text{ N}$
$R_y = F_{1y} + F_{2y} = 14{,}0\text{ N}$

3 **(MODELO ENEM)** – Na figura, temos o perfil vertical de duas escadas rolantes, perpendiculares entre si, que deslizam com velocidades constantes de módulos iguais a 2,0m/s em relação ao solo terrestre.

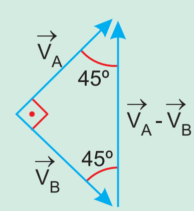
Uma pessoa A utiliza a escada que sobe, enquanto outra pessoa, B, simultaneamente, utiliza a escada que desce; ambas, A e B, permanecem paradas em relação aos degraus.



Assinale a opção que caracteriza em módulo, direção e sentido a velocidade da pessoa A em relação à pessoa B ($\vec{V}_A - \vec{V}_B$).

	Módulo	Direção	Sentido
a)	2,0m/s	vertical	para cima
b)	$2{,}0\sqrt{2}$m/s	vertical	para baixo
c)	$2{,}0\sqrt{2}$m/s	vertical	para cima
d)	2,0m/s	horizontal	para a direita
e)	4,0m/s	horizontal	para a esquerda

Resolução:



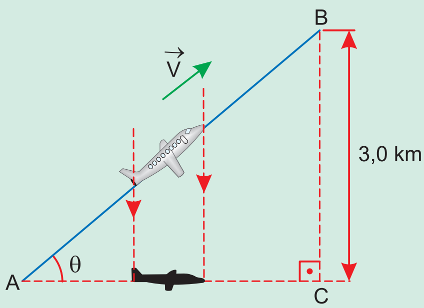
$|\vec{V}_A - \vec{V}_B|^2 = |\vec{V}_A|^2 + |\vec{V}_B|^2$

$|\vec{V}_A - \vec{V}_B|^2 = (2{,}0)^2 + (2{,}0)^2 = 2 \cdot (2{,}0)^2$

$$\boxed{|\vec{V}_A - \vec{V}_B| = 2{,}0\sqrt{2}\text{ m/s}}$$

Resposta: C

4 **(MODELO ENEM)** – Um avião decola de um aeroporto, descrevendo nos primeiros 50s uma trajetória retilínea, inclinada, até atingir a altura de 3,0km, com velocidade escalar constante de 360km/h.
Durante esse tempo, os raios solares são perpendiculares ao solo do aeroporto, que é plano e horizontal.
Calcule, durante esses 50s,
a) o módulo da velocidade da sombra do avião;
b) o módulo da velocidade de ascensão do avião (componente vertical de sua velocidade).



Resolução

a) 1) $AB = V\,\Delta t = \dfrac{360}{3,6}\,.\,50(m) = 5,0\,.\,10^3 m$

$\boxed{AB = 5,0km}$

2) $(AB)^2 = (AC)^2 + (BC)^2$

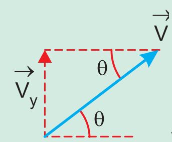
$(5,0)^2 = (AC)^2 + (3,0)^2 \Rightarrow \boxed{AC = 4,0km}$

3) $\cos\theta = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{4,0}{5,0} = 0,80$

4) $V_S = V\cos\theta = 100\,.\,0,80(m/s) \Rightarrow \boxed{V_S = 80m/s = 288km/h}$

b) 1) $\text{sen}\,\theta = \dfrac{BC}{AB} = \dfrac{3,0}{5,0} = 0,60$

2)



$\text{sen}\,\theta = \dfrac{V_y}{V}$

$V_y = V\,\text{sen}\,\theta$

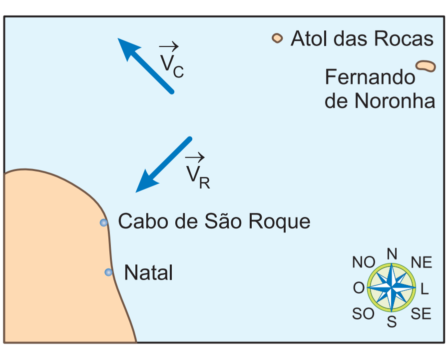
$V_y = 100\,.\,0,60(m/s)$

$\boxed{V_y = 60m/s = 216km/h}$

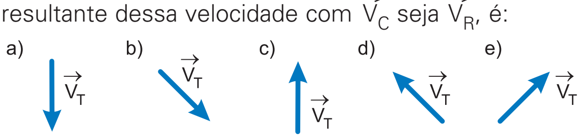
Respostas: a) 80m/s ou 288km/h
b) 60m/s ou 216km/h

Exercícios Propostos

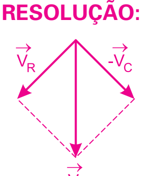
1 **(UFRN-MODELO ENEM)** – Considere que uma tartaruga marinha esteja deslocando-se diretamente do Atol das Rocas para o Cabo de São Roque e que, entre esses dois pontos, exista uma corrente oceânica dirigida para noroeste. Na figura abaixo, $\vec{V}_R$ e $\vec{V}_C$ são vetores de módulos iguais que representam, respectivamente, a velocidade resultante e a velocidade da corrente oceânica em relação à Terra.



Entre os vetores a seguir, aquele que melhor representa a velocidade $\vec{V}_T$ com que a tartaruga deve nadar, de modo que a resultante dessa velocidade com $\vec{V}_C$ seja $\vec{V}_R$, é:



RESOLUÇÃO:



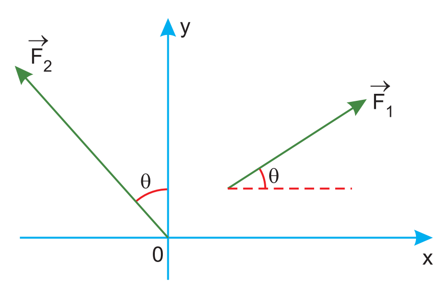
$\vec{V}_R = \vec{V}_C + \vec{V}_T$

$\vec{V}_T = \vec{V}_R - \vec{V}_C$

$\vec{V}_T = \vec{V}_R + (-\vec{V}_C)$

Resposta: A

2 **(UFLA-MG)** – Duas forças, $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$, de módulos 30N e 50N têm suas direções indicadas no diagrama abaixo.

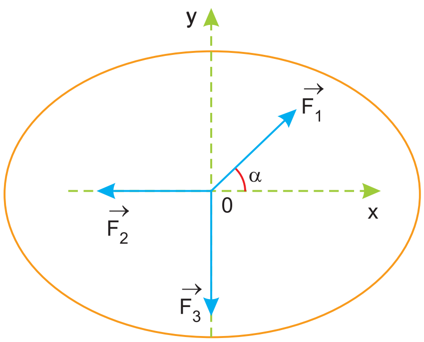


Considerando-se cos θ = 0,6 e sen θ = 0,8, as projeções F_{1x} e F_{2x} valem, respectivamente
a) $F_{1x} = 18$ N; $F_{2x} = -30$N
b) $F_{1x} = 24$ N; $F_{2x} = -18$N
c) $F_{1x} = 18$ N; $F_{2x} = -40$N
d) $F_{1x} = 30$ N; $F_{2x} = -40$N

RESOLUÇÃO:
$F_{1x} = F_1 \cos\theta = 30\,.\,0,6\,(N) = 18N$
$F_{2x} = -F_2\,\text{sen}\,\theta = -50\,.\,0,8\,(N) = -40N$
Resposta: C

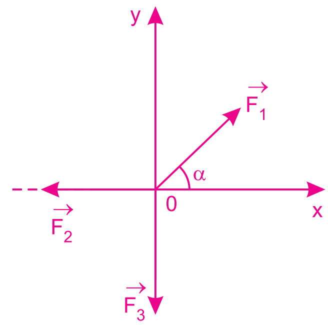
3 **(MACKENZIE-SP)** – As forças coplanares $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$, de intensidades respectivamente iguais a 10N, 11N e 10N, agem sobre um corpo, conforme mostra o desenho abaixo. Para que o corpo fique em equilíbrio, a força que devemos adicionar ao sistema terá módulo igual a:

a) 6N b) 5N c) 4N d) 3N e) 2N



Dados:
cos α = 0,8 e sen α = 0,6

RESOLUÇÃO:



Na direção x, temos:

$F_{1x} = F_1 \cos\alpha = 10 \,.\, 0{,}8 \text{ (N)} = 8\text{N}$

$F_2 = -11\text{N}$

$F_x = F_{1x} + F_2 = -3\text{N}$

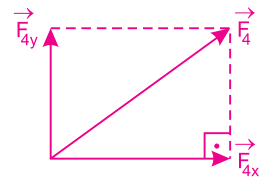
Na direção y, temos:

$F_{1y} = F_1 \,\text{sen}\,\alpha = 10 \,.\, 0{,}6 \text{ (N)} = 6\text{N}$

$F_3 = -10\text{N}$

$F_y = F_{1y} + F_3 = -4\text{N}$

Para que a resultante seja nula, devemos acrescentar uma força $\vec{F}_4$ com componentes F_{4x} = 3N e F_{4y} = 4N.



$F_4^2 = F_{4x}^2 + F_{4y}^2$

$\boxed{F_4 = 5\text{N}}$

Resposta: B

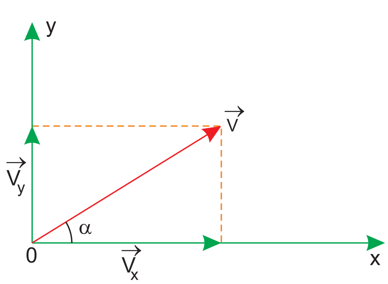
Módulo 36 — Versores

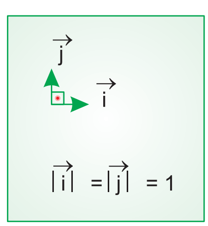
Palavras-chave:

• Vetor unitário

1. Definição

Denomina-se **versor** um vetor unitário (módulo igual à unidade) usado para definir uma direção e sentido.





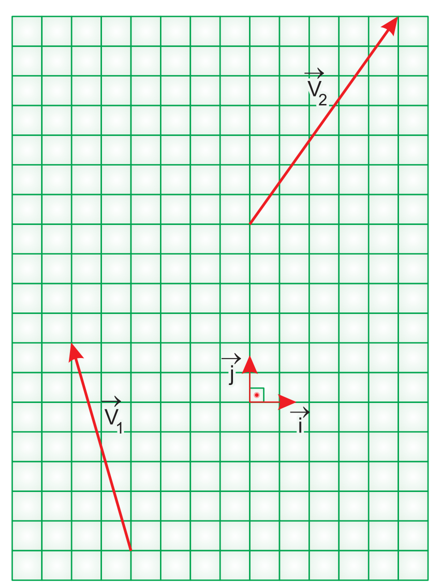
Os versores dos eixos Ox e Oy são indicados, respectivamente, por $\vec{i}$ e $\vec{j}$.

O vetor $\vec{V}$ pode ser representado por: $\vec{V} = \vec{V}_x + \vec{V}_y$

$$\vec{V} = (V\cos\alpha)\,\vec{i} + (V\,\text{sen}\,\alpha)\,\vec{j}$$

A representação de um vetor com o uso dos versores é útil no caso de adição e subtração de vetores.

Exemplifiquemos com os vetores $\vec{V}_1$ e $\vec{V}_2$ indicados na figura a seguir, feita em escala.



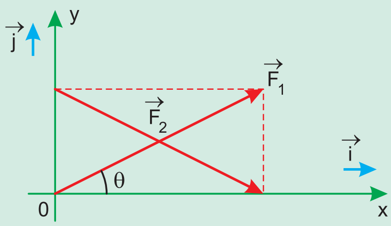
$\vec{V}_1 = -2\vec{i} + 7\vec{j}$ $\vec{V}_2 = 5\vec{i} + 7\vec{j}$

$\vec{V}_2 - \vec{V}_1 = 7\vec{i}$ $\vec{V}_1 - \vec{V}_2 = -7\vec{i}$

$\vec{V}_1 + \vec{V}_2 = 3\vec{i} + 14\vec{j}$

Exercícios Resolvidos

1 Considere as forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$, que têm módulos iguais a 10N e orientações indicadas no esquema.



Sendo sen θ = 0,60 e cos θ = 0,80, pede-se:

a) obter as expressões de $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ em função dos versores $\vec{i}$ e $\vec{j}$.

b) obter a expressão da força resultante entre $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ em função dos versores $\vec{i}$ e $\vec{j}$ e calcular o seu módulo.

Resolução

a) $F_{1x} = F_1 \cdot \cos\theta = 10 \cdot 0{,}80$ (N)

$F_{1x} = 8{,}0$N

$F_{1y} = F_1 \cdot \text{sen}\,\theta = 10 \cdot 0{,}60$ (N)

$F_{1y} = 6{,}0$N

$\vec{F}_1 = F_{1x}\vec{i} + F_{1y}\vec{j}$

$\boxed{\vec{F}_1 = 8{,}0\vec{i} + 6{,}0\vec{j}}$ (N)

$F_{2x} = F_2 \cdot \cos\theta = 10 \cdot 0{,}80$ (N)

$F_{2x} = 8{,}0$N

$F_{2y} = -F_2 \cdot \text{sen}\,\theta = -10 \cdot 0{,}60$ (N)

$F_{2y} = -6{,}0$N

$\vec{F}_2 = F_{2x}\vec{i} + F_{2y}\vec{j}$

$\boxed{\vec{F}_2 = 8{,}0\vec{i} - 6{,}0\vec{j}}$ (N)

b) $\vec{F}_{res} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$

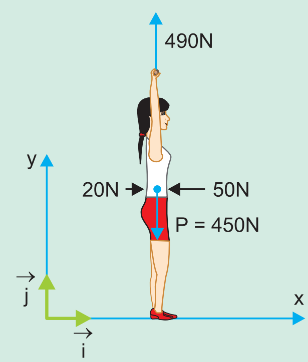
$\vec{F}_{res} = (8{,}0\vec{i} + 6{,}0\vec{j}) + (8{,}0\vec{i} - 6{,}0\vec{j})$ (N)

$\boxed{\vec{F}_{res} = 16{,}0\vec{i}}$ (N)

$\boxed{|\vec{F}_{res}| = 16{,}0\text{N}}$

2 **(UFRN-MODELO ENEM)** – Chiquita treina barra fixa no Ginásio Municipal Machadinho. Em um de seus treinos, ela corre, salta e segura a barra, enquanto o treinador diminui o balanço de Chiquita exercendo forças na cintura da atleta.

A figura a seguir representa o exato momento em que quatro forças atuam sobre Chiquita: duas horizontais, aplicadas pelo treinador, de intensidades 20N e 50N; e duas verticais, o peso e a reação normal da barra, de intensidades 450N e 490 N.



Também está indicado na figura o sistema de eixos cartesianos, x e y , em relação ao qual se pode expressar cada uma das forças que atuam sobre Chiquita, em que $\vec{i}$ e $\vec{j}$ são vetores unitários na direção e no sentido dos respectivos eixos.

(As representações das forças por setas não estão em escala.)

A força resultante que atua sobre Chiquita, no referido momento, é:

a) $[30\vec{i} - 40\vec{j}]$ N b) $[-30\vec{i} + 40\vec{j}]$ N

c) $[30\vec{i} + 40\vec{j}]$ N d) $[-30\vec{i} - 40\vec{j}]$ N

Resolução

Na direção y, temos:

$\vec{R}_y = (490 - 450)\,\vec{j}$ (N) $= 40\,\vec{j}$ (N)

Na direção x, temos:

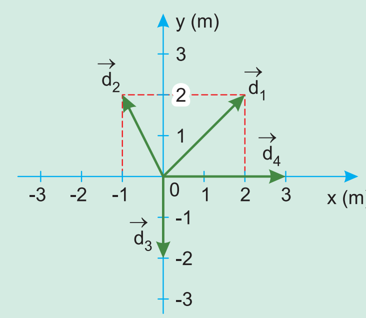
$\vec{R}_x = (50 - 20)\,(-\vec{i})$ (N) $= -30\,\vec{i}$ (N)

A resultante $\vec{R}$ é dada por: $\vec{R} = \vec{R}_x + \vec{R}_y$

$\boxed{\vec{R} = -30\,\vec{i} + 40\,\vec{j}\ \text{(N)}}$

Resposta: B

3 **(UFPB-MODELO ENEM)** – Uma bola de bilhar sofre quatro deslocamentos sucessivos representados pelos vetores $\vec{d}_1$, $\vec{d}_2$, $\vec{d}_3$ e $\vec{d}_4$, apresentados no diagrama abaixo.



O deslocamento resultante $\vec{d}$ da bola está corretamente descrito, em unidades SI, por:

a) $\vec{d} = -4\,\vec{i} + 2\,\vec{j}$ b) $\vec{d} = -2\,\vec{i} + 4\,\vec{j}$

c) $\vec{d} = 2\,\vec{i} + 4\,\vec{j}$ d) $\vec{d} = 4\,\vec{i} + 2\,\vec{j}$

e) $\vec{d} = 4\,\vec{i} + 4\,\vec{j}$

$\vec{i}$ = versor do eixo x $\vec{j}$ = versor do eixo y

Resolução

$\vec{d}_1 = 2\,\vec{i} + 2\,\vec{j}$ (m) $\vec{d}_2 = -1\,\vec{i} + 2\,\vec{j}$ (m)

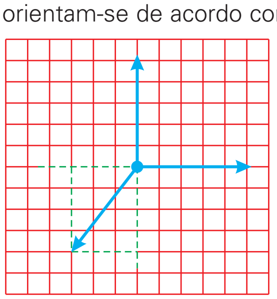
$\vec{d}_3 = -2\,\vec{j}$ (m) $\vec{d}_4 = 3\,\vec{i}$ (m)

$\vec{d} = \vec{d}_1 + \vec{d}_2 + \vec{d}_3 + \vec{d}_4 \Rightarrow \boxed{\vec{d} = 4\vec{i} + 2\,\vec{j}\ \text{(m)}}$

Resposta: D

Exercícios Propostos

1 **(UNIFOR-CE)** – Três forças, de intensidades iguais a 5,0N, orientam-se de acordo com o esquema abaixo.



O módulo da força resultante das três, em newtons, é

a) 2,0 b) $\sqrt{5{,}0}$ c) $\sqrt{7{,}0}$

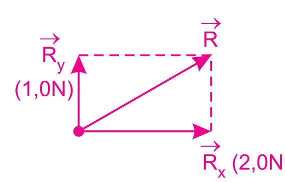
d) 3,0 e) $\sqrt{15{,}0}$

RESOLUÇÃO:

$\vec{F}_1 = 5{,}0\vec{x}$ (N) $\vec{F}_2 = 5{,}0\vec{y}$ (N) $\vec{F}_3 = -3{,}0\vec{x} - 4{,}0\vec{y}$ (N)

$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$

$\vec{R} = 2{,}0\,\vec{x} + 1{,}0\,\vec{y}$ (N)



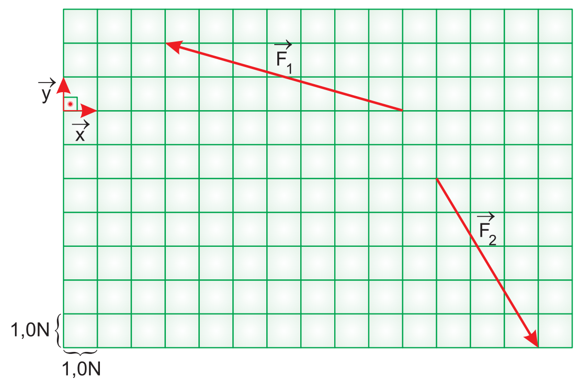
$|\vec{R}|^2 = |\vec{R}_x|^2 + |\vec{R}_y|^2$

$|\vec{R}|^2 = (1{,}0)^2 + (2{,}0)^2 = 5{,}0$

$\boxed{|\vec{R}| = \sqrt{5{,}0}\ \text{N}}$

Resposta: B

2 Na figura, representamos duas forças, $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$. Sejam $\vec{x}$ e $\vec{y}$ os vetores unitários que definem as direções horizontal e vertical, respectivamente. Estes vetores unitários são chamados de versores.



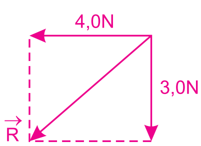
a) Obter as expressões de $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ em função dos versores $\vec{x}$ e $\vec{y}$;

b) Obter a expressão da força resultante entre $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ em função dos versores $\vec{x}$ e $\vec{y}$ e calcular o seu módulo.

RESOLUÇÃO:

a) $\vec{F}_1 = -7{,}0\,\vec{x} + 2{,}0\,\vec{y}$ (N) $\qquad \vec{F}_2 = 3{,}0\,\vec{x} - 5{,}0\,\vec{y}$ (N)

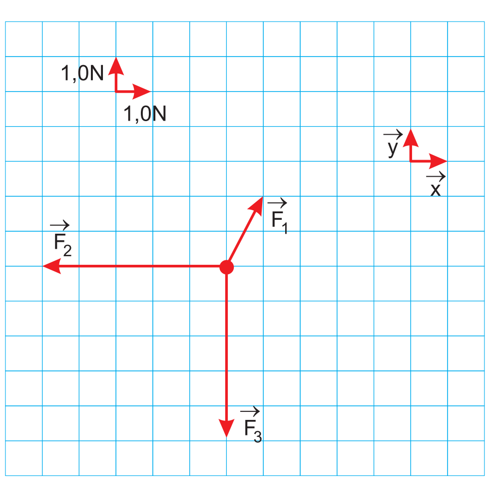
b) $\vec{R} = -4{,}0\,\vec{x} - 3{,}0\,\vec{y}$ (N)



$|\vec{R}|^2 = |\vec{R}_x|^2 + |\vec{R}_y|^2$

$\boxed{|\vec{R}| = 5{,}0\text{N}}$

3 Considere as forças $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$, representadas em escala na figura a seguir.



a) Represente as forças $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$, usando os versores $\vec{x}$ e $\vec{y}$.

b) Escreva a resultante entre $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$, usando os versores $\vec{x}$ e $\vec{y}$ e calcule o módulo dessa resultante.

Respostas: **a)** $\vec{F}_1 = 1{,}0\,\vec{x} + 2{,}0\,\vec{y}$ (N)

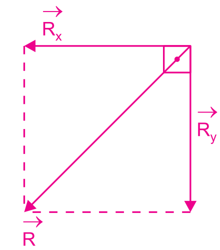
$\vec{F}_2 = -5{,}0\,\vec{x}$ (N)

$F_3 = -5{,}0\,\vec{y}$ (N)

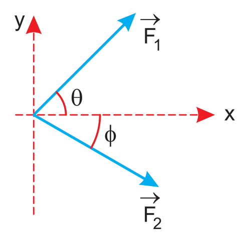
b) $\vec{R} = -4{,}0\,\vec{x} - 3{,}0\,\vec{y}$ (N)

$|\vec{R}|^2 = |\vec{R}_x|^2 + |\vec{R}_y|^2$

$|\vec{R}| = 5{,}0$ N



4 **(UFPB-MODELO ENEM)** – Dois homens, com auxílio de duas cordas, puxam um bloco sobre uma superfície horizontal lisa e sem atrito, conforme representação abaixo.



Nessa situação, é correto afirmar que a equação cartesiana da força resultante no bloco, em newtons, é:

a) $-5\vec{i} + 10\vec{j}$ b) $10\vec{i} + 10\vec{j}$

c) $10\vec{i} - 5\vec{j}$ d) $-10\vec{i} - 5\vec{j}$

e) $5\vec{i} + 10\vec{j}$

Considere que os módulos e direções das forças exercidas pelos homens são dados por:

- $F_1 = 5$N e $F_2 = 10$N
- $\cos\theta = 0{,}8$ e $\cos\phi = 0{,}6$

Os vetores unitários $\vec{i}$ e $\vec{j}$ estão ao longo dos eixos x e y respectivamente, nos sentidos positivos, em um sistema cartesiano.

RESOLUÇÃO:

$F_{1x} = F_1 \cos\theta = 5 \,.\, 0{,}8$ (N) $= 4$N

$F_{2x} = F_2 \cos\phi = 10 \,.\, 0{,}6$ (N) $= 6$N

$F_{1y} = F_1 \,\text{sen}\,\theta = 5 \,.\, 0{,}6$ (N) $= 3$N

$F_{2y} = -F_2 \,\text{sen}\,\phi = -10 \,.\, 0{,}8$ (N) $= -8$N

$R_x = F_{1x} + F_{2x} = 10$N

$R_y = F_{1y} + F_{2y} = -5$N

$\boxed{\vec{R} = 10\vec{i} - 5\vec{j} \text{ (N)}}$

Resposta: C

Cinemática vetorial

Palavras-chave:
- Velocidade vetorial
- Aceleração vetorial

1. Introdução

Na **Cinemática Escalar**, o estudo de um movimento era feito independentemente da trajetória do móvel.

Na **Cinemática Vetorial**, as grandezas posição, deslocamento, velocidade e aceleração passam a ser encaradas como grandezas orientadas, isto é, associadas aos conceitos de direção e sentido e, nesse caso, torna-se fundamental conhecer a trajetória descrita pelo móvel. Nosso estudo vai restringir-se apenas à velocidade vetorial $\vec{v}$ e à aceleração vetorial $\vec{a}$, elementos fundamentais para o estudo do movimento circular uniforme.

2. Velocidade vetorial $\vec{v}$

A velocidade vetorial $\vec{v}$ apresenta as seguintes características:

Intensidade ou módulo

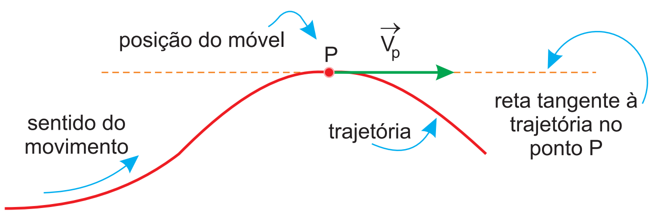
Igual ao valor absoluto da velocidade escalar.

Direção

A mesma da reta que tangencia a trajetória na posição do móvel.

Sentido

Coincidente com o sentido do movimento.



A velocidade vetorial de uma partícula em movimento somente será constante se o movimento for retilíneo e uniforme.

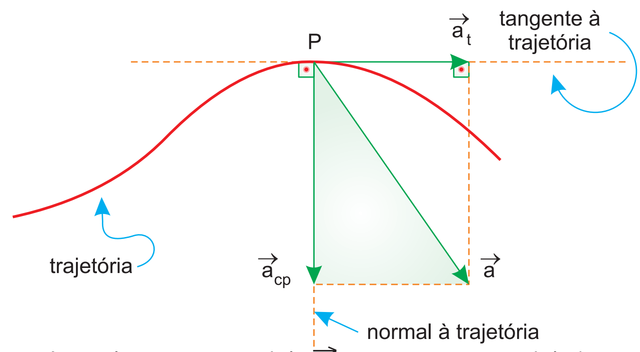
Se o movimento for uniforme, em trajetória curva, a velocidade vetorial terá módulo constante, porém direção variável.

3. Aceleração vetorial ($\vec{a}$)

O conceito de aceleração está sempre ligado à ideia de variação de velocidade.

Qualquer alteração na velocidade vetorial ($\vec{v}$), seja em módulo, seja em orientação (direção e sentido), implicará a existência de uma aceleração vetorial ($\vec{a}$).

Para facilidade de estudo, a aceleração vetorial ($\vec{a}$) é decomposta em duas parcelas, que são denominadas **aceleração tangencial** ($\vec{a}_t$) e **aceleração centrípeta** ($\vec{a}_{cp}$).



A aceleração vetorial $\vec{a}$ é a soma vetorial de suas componentes tangencial e centrípeta:

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_{cp}$$

Aplicando-se o Teorema de Pitágoras no triângulo indicado na figura, podemos relacionar as intensidades da aceleração vetorial e de suas componentes:

$$a^2 = a_t^2 + a_{cp}^2$$

4. Aceleração tangencial ($\vec{a}_t$)

Conceito

A componente tangencial $\vec{a}_t$ da aceleração vetorial está ligada **à variação do módulo da velocidade vetorial** $\vec{v}$, isto é, está ligada ao ato de **acelerar** ou **frear** o móvel.

A aceleração tangencial $\vec{a}_t$ está presente nos **movimentos variados** e **é nula nos movimentos uniformes**, **não importando a trajetória** descrita pelo móvel.

Características vetoriais

Módulo

O módulo da aceleração tangencial é igual ao valor absoluto da aceleração escalar (γ).

$$|\vec{a}_t| = |\gamma|$$

Direção

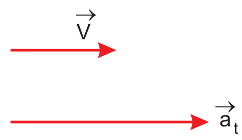
A aceleração tangencial tem direção tangente à trajetória, isto é, é paralela à velocidade vetorial.

$$\vec{a}_t \,//\, \vec{v}$$

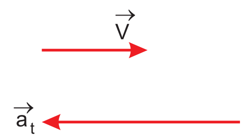
Sentido

Quando o movimento é acelerado ($|\vec{v}|$ aumenta), a aceleração tangencial tem o mesmo sentido da velocidade vetorial.

Quando o movimento é retardado ($|\vec{v}|$ diminui), a aceleração tangencial tem sentido oposto ao da velocidade vetorial.



Movimento Acelerado



Movimento Retardado

Se a trajetória do foguete for retilínea e o seu movimento for acelerado, ele estará sujeito apenas a uma aceleração tangencial.

5. Aceleração centrípeta ($\vec{a}_{cp}$)

Conceito

A componente centrípeta da aceleração vetorial ($\vec{a}_{cp}$) está ligada à **variação da direção** da velocidade vetorial $\vec{V}$, isto é, está ligada ao ato de **curvar** a trajetória.

A aceleração centrípeta ($\vec{a}_{cp}$) **está presente nos movimentos com trajetória curva** e **é nula nos movimentos retilíneos**.

Quando um corpo descreve uma curva, a direção de sua velocidade vetorial varia e o corpo está sujeito a uma aceleração centrípeta.

Características vetoriais

Módulo

Sendo **v** a velocidade escalar e **R** o raio de curvatura da trajetória, o módulo da aceleração centrípeta é dado por:

$$|\vec{a}_{cp}| = \frac{v^2}{R}$$

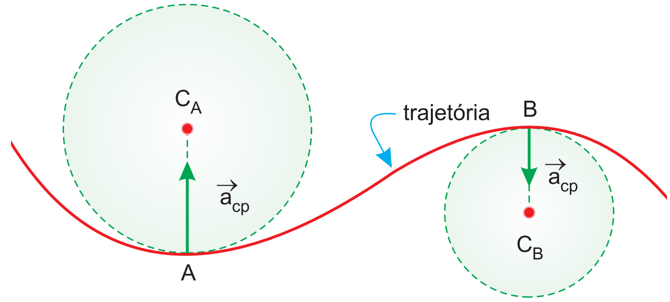
Direção

A aceleração centrípeta tem a direção da reta normal à trajetória, isto é, perpendicular à velocidade vetorial.

$$\vec{a}_{cp} \perp \vec{v}$$

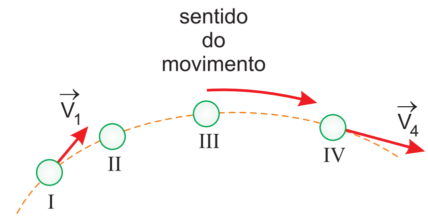
Sentido

A aceleração centrípeta é dirigida para o centro da curva descrita pelo móvel.



Na figura, representamos as circunferências que "tangenciam" a trajetória nos pontos A e B. Os raios dessas circunferências são os raios de curvatura da trajetória nos pontos A e B.

A aceleração centrípeta é dirigida para o centro da circunferência que "tangencia" a trajetória.



Na figura, representamos as posições de um móvel a cada intervalo de tempo igual a 1,0s. Observe que as variações de espaço a cada 1,0s aumentam, indicando um movimento acelerado. Comparando-se $\vec{V}_1$ com $\vec{V}_4$, podemos perceber que a velocidade vetorial do móvel varia em módulo e direção.

Análise vetorial dos principais movimentos

MRU: Movimento Retilíneo e Uniforme

MRV: Movimento Retilíneo e Variado

MCU: Movimento Curvo e Uniforme

MCV: Movimento Curvo e Variado

Movimento	$\vec{V}$	$\vec{a}_t$	$\vec{a}_{cp}$
MRU	Módulo: constante Direção: constante	nula	nula
MRV	Módulo: variável Direção: constante	não nula	nula
MCU	Módulo: constante Direção: variável	nula	não nula
MCV	Módulo: variável Direção: variável	não nula	não nula

1 Em relação aos valores instantâneos da velocidade escalar e da velocidade vetorial de uma partícula em movimento, considere as proposições que se seguem.

(I) O módulo da velocidade vetorial é sempre igual ao módulo da velocidade escalar.

(II) A velocidade vetorial somente será constante se o movimento for retilíneo e uniforme.

(III) No movimento circular e uniforme, a velocidade escalar é constante e a velocidade vetorial é variável.

(IV) Se a velocidade vetorial for constante, então a velocidade escalar também será constante.

(V) Se a velocidade escalar for constante, então a velocidade vetorial também será constante.

Estão corretas apenas as proposições:

a) I, II, III e IV b) I e V c) II e IV
d) II e V e) III e IV

Resolução

(I) CORRETA. $|\vec{V}| = |V|$ qualquer que seja o movimento e qualquer que seja a trajetória.

(II) CORRETA. Para ser constante em módulo, o movimento tem de ser uniforme e para ser constante em direção, a trajetória tem de ser retilínea.

(III) CORRETA. A velocidade vetorial varia em direção, embora tenha módulo constante.

(IV) CORRETA. O movimento será retilíneo e uniforme.

(V) FALSA. Se o movimento for uniforme e curvo, a velocidade escalar será constante e a vetorial será variável.

Resposta: A

2 **(FMTM-MG)** – Uma esfera metálica move-se, com movimento uniforme, sobre uma calha circular de raio **R**. Se $\vec{v}$ é a velocidade da esfera, $\vec{a}$ sua aceleração, $\vec{a}_c$ e $\vec{a}_t$, respectivamente, as componentes centrípeta e tangencial da aceleração do movimento, pode-se afirmar que

a) $\vec{a}_c = \vec{0}$, $\vec{a}_t = \vec{0}$ e $\vec{v}$ é variável.

b) $\vec{a}_c = \vec{0}$, $\vec{a}_t \neq \vec{0}$ e $\vec{v}$ é constante.

c) $|\vec{a}|$ é constante e $\vec{v}$ é variável.

d) $\vec{a} = \vec{0}$ e $\vec{v}$ é variável.

e) $\vec{v}$ tem a direção de $\vec{a}$.

Resolução

Sendo o movimento circular e uniforme, resulta:

1) $\vec{a}_t = \vec{0}$ (MU) e $\vec{a}_{cp} \neq \vec{0}$ (circular)

2) $|\vec{a}| = |\vec{a}_{cp}| = \dfrac{V^2}{R}$ = constante

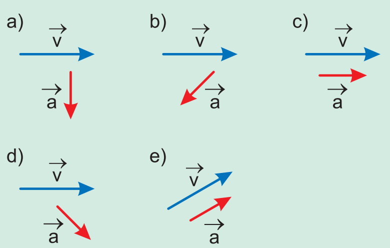
3) $|\vec{V}|$ é constante e $\vec{V}$ varia em direção

4) $\vec{V}$ e $\vec{a}$ são perpendiculares

Resposta: C

3 **(EXAME NACIONAL DE PORTUGAL-MODELO ENEM)** – Uma motocicleta percorre uma lombada com velocidade de módulo crescente.

Qual das seguintes representações vetoriais pode traduzir a velocidade e a aceleração no instante em que a motocicleta passa na posição mais alta da lombada?

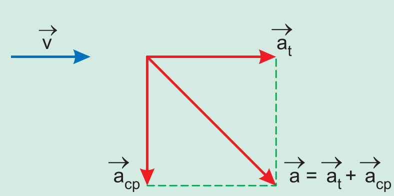


Resolução

1) A velocidade vetorial é sempre tangente à trajetória e tem o mesmo sentido do movimento.
$\vec{V}$: vetor horizontal e dirigido para direita.

2) Como o movimento é curvo, a aceleração vetorial tem uma componente centrípeta.
$\vec{a}_{cp}$: vetor vertical e dirigido para baixo.

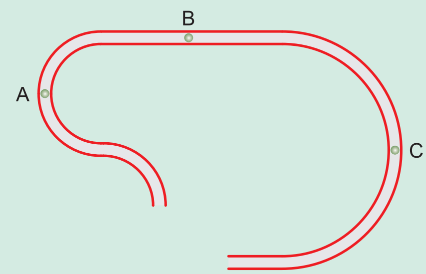
3) Como a velocidade tem módulo crescente, a aceleração vetorial tem uma componente tangencial com o mesmo sentido da velocidade vetorial.
$\vec{a}_t$: vetor horizontal e dirigido para a direita.



Resposta: D

4 **(UFF-RJ-MODELO ENEM)** – Para um bom desempenho em corridas automobilísticas, esporte que consagrou Ayrton Senna como um de seus maiores praticantes, é fundamental que o piloto faça o aquecimento dos pneus nas primeiras voltas.

Suponha que esse aquecimento seja feito no trecho de pista exibido na figura abaixo, com o velocímetro marcando sempre o mesmo valor.



Assinale a opção que indica corretamente como os módulos das acelerações do carro nos pontos A, B e C assinalados na figura estão relacionados.

a) $a_A = a_C > a_B \neq 0$ b) $a_A = a_B = a_C = 0$
c) $a_C = a_B = a_C = 0$ d) $a_A > a_C > a_B = 0$
e) $a_A = a_B = a_C \neq 0$

Resolução

Como o velocímetro marca sempre o mesmo valor o movimento é uniforme.

Na posição B temos um trecho de movimento retilíneo e uniforme e, portanto, $a_B = 0$.

Nos trechos A e C temos movimentos curvos e uniformes e a aceleração é centrípeta.

Em C o raio da curvatura é maior que em A e, portanto:

$$a_A = \frac{V^2}{R_A} \qquad a_C = \frac{V^2}{R_C}$$

$$R_C > R_A \Rightarrow \boxed{a_C < a_A}$$

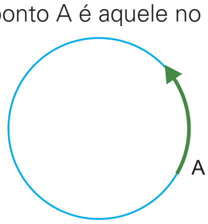
Resposta: D

Exercícios Propostos – Módulo 37

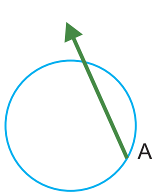
1 Considere as seguintes proposições em relação ao movimento de uma partícula:
(I) A velocidade escalar somente será constante se o movimento for uniforme.
(II) A velocidade vetorial somente será constante se o movimento for retilíneo e uniforme.
(III) Se o movimento for circular e uniforme, a velocidade escalar será constante.
(IV) Se o movimento for circular e uniforme, a velocidade vetorial será constante.
São verdadeiras apenas:
a) I e III b) II e IV c) I, II e III
d) I, II e IV e) II, III e IV

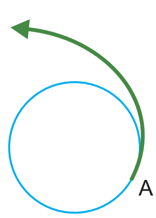
RESOLUÇÃO:
I (V) Se o movimento for uniforme, a velocidade escalar será constante.
II (V) A velocidade tem de ser constante em módulo, direção e sentido.
III (V)
(IV) (F) No MCU, a velocidade vetorial tem módulo constante e direção variável.
Resposta: C

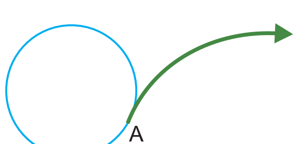
2 **(UFF-RJ-MODELO ENEM)** – Na prova de lançamento de martelo nas Olimpíadas, o atleta coloca o martelo a girar e o solta quando atinge a maior velocidade que ele lhe consegue imprimir. Para modelar este fenômeno, suponha que o martelo execute uma trajetória circular num plano horizontal. A figura abaixo representa esquematicamente esta trajetória enquanto o atleta o acelera, e o ponto A é aquele no qual o martelo é solto.

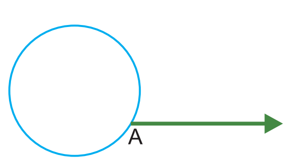


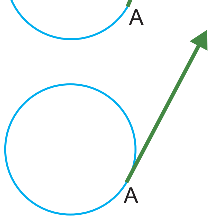
Assinale a opção que representa corretamente a trajetória do martelo, vista de cima, após ser solto.

a)


b)


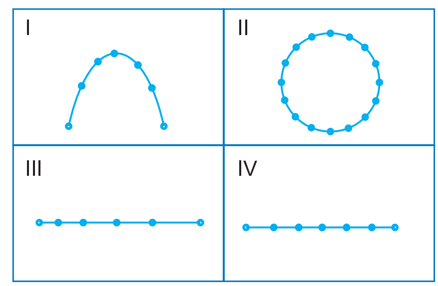
c)


d)


e)


RESOLUÇÃO:
A trajetória do martelo será parabólica contida num plano vertical que contém a velocidade vetorial $\vec{V}$ do martelo, a qual é tangente à trajetória no ponto A. De cima, vemos apenas a projeção da trajetória na direção do vetor velocidade.
Resposta: E

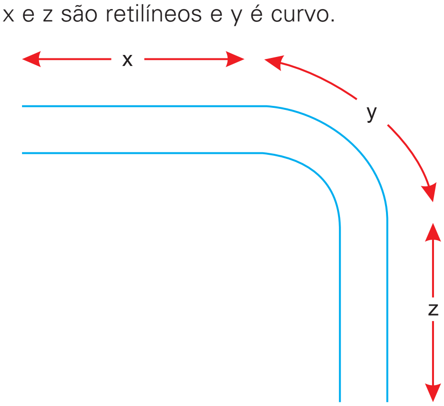
3 **(AFA-MODELO ENEM)** – As figuras abaixo representam pontos que indicam as posições de um móvel, obtidas em intervalos de tempos iguais.



Em quais figuras o móvel apresenta aceleração **não** nula?
a) Apenas em I, III e IV.
b) Apenas em II e IV.
c) Apenas em I, II e III.
d) Em I, II, III e IV.

RESOLUÇÃO:
No esquema I, o movimento é curvo e variado e, portanto, temos $\vec{a}_t \neq \vec{0}$ e $\vec{a}_{cp} \neq \vec{0}$.
No esquema II, o movimento é curvo e uniforme e, portanto, temos $\vec{a}_t = \vec{0}$ e $\vec{a}_{cp} \neq \vec{0}$.
No esquema III, o movimento é retilíneo e variado e, portanto, temos $\vec{a}_t \neq \vec{0}$ e $\vec{a}_{cp} = \vec{0}$.
No esquema IV, o movimento é retilíneo e uniforme e, portanto, temos $\vec{a}_t = \vec{0}$ e $\vec{a}_{cp} = \vec{0}$.
Resposta: C

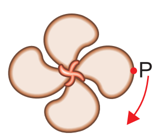
4 **(FCM-MG)** – Um automóvel se move numa estrada com o aspecto mostrado na figura, percorrendo os trechos x, y e z, tais que x e z são retilíneos e y é curvo.



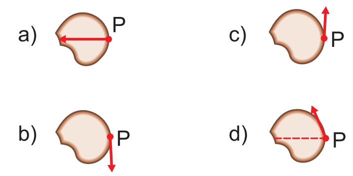
Nos trechos x e y, o automóvel mantém uma mesma velocidade escalar e no trecho z, o módulo de sua velocidade escalar diminui. Pode-se afirmar que o carro, neste movimento, tem aceleração vetorial não nula:
a) apenas no trecho z.
b) apenas no trecho y.
c) apenas nos trechos y e z.
d) nos três trechos x, y e z.
e) em nenhum trecho.

RESOLUÇÃO:
1) No trecho x, o movimento é retilíneo e uniforme e a aceleração vetorial é nula.
2) No trecho y, o movimento é curvo e uniforme e a aceleração vetorial tem apenas componente centrípeta diferente de zero.
3) No trecho z, o movimento é retilíneo e retardado e a aceleração vetorial tem apenas componente tangencial diferente de zero.
Resposta: C

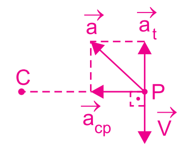
5 **(UECE-MODELO ENEM)** – Um ventilador acaba de ser desligado e está parando vagarosamente, girando no sentido horário, conforme a figura abaixo.



A aceleração vetorial da pá do ventilador no ponto P tem orientação mais bem representada na opção:



RESOLUÇÃO:



1) A velocidade vetorial $\vec{V}$ é tangente à trajetória e tem o mesmo sentido do movimento.

2) Como a trajetória é curva, existe aceleração centrípeta dirigida de P para C.

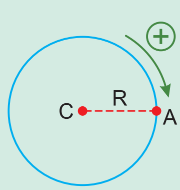
3) Como o movimento é retardado, existe aceleração tangencial $\vec{a}_t$ com sentido oposto ao de $\vec{V}$.

4) A aceleração vetorial $\vec{a}$ é a soma vetorial (regra do paralelogramo) entre $\vec{a}_t$ e $\vec{a}_{cp}$.

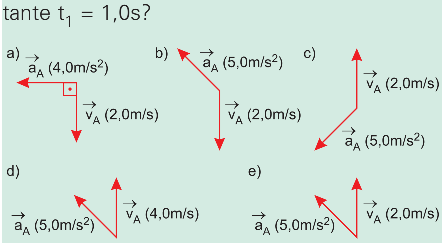
Resposta: D

Exercícios Resolvidos – Módulo 38

1 Uma partícula percorre uma circunferência de raio R = 1,0m, com lei de movimento dada pela função horária dos espaços: $s = 1{,}0 + 1{,}0t - 1{,}5t^2$ em unidades SI e com a trajetória orientada positivamente no sentido horário.



No instante t_1 = 1,0s, a partícula está passando pelo ponto A representado na figura. Em qual das opções estão representados corretamente o módulo, a direção e o sentido da velocidade vetorial ($\vec{V}_A$) e da aceleração vetorial ($\vec{a}_A$) no instante t_1 = 1,0s?



Resolução

1) $v = 1{,}0 - 3{,}0t$ (SI)

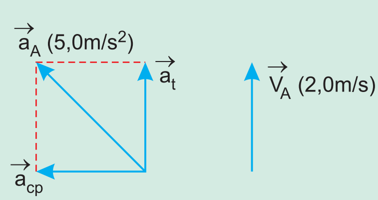
$t_1 = 1{,}0s \Rightarrow V_A = -2{,}0m/s$

2) $\gamma = -3{,}0m/s^2$

$|\vec{a}_t| = |\gamma| = 3{,}0m/s^2$

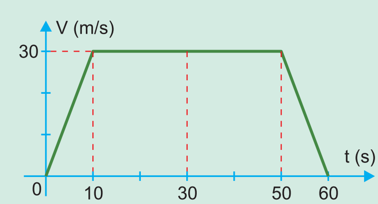
$$|\vec{a}_{cp}| = \frac{V^2}{R} = \frac{4{,}0}{1{,}0}\ (m/s^2) = 4{,}0m/s^2$$

$a_A^2 = a_t^2 + a_{cp}^2 \Rightarrow a_A = 5{,}0m/s^2$



O movimento é acelerado porque V e γ têm mesmo sinal.
Resposta: E

2 Um carro percorre uma pista circular de raio R. O carro parte do repouso de um ponto A e retorna ao ponto A, completando uma volta após um intervalo de tempo de 1,0min.
O gráfico a seguir representa a velocidade escalar do carro em função do tempo.



Determine
a) o raio R da circunferência descrita, adotando $\pi = 3$;
b) o módulo **a** da aceleração vetorial do carro no instante t = 30s;
c) a razão **r** entre os módulos da aceleração centrípeta e da aceleração tangencial do carro no instante t = 5,0s.

Resolução

a) Δs = área (V x t)

$$2\,\pi\,R = (60 + 40)\ \frac{30}{2}$$

$6R = 1500 \Rightarrow \boxed{R = 250m}$

b) No instante t = 30s, o movimento do carro é circular e uniforme e a aceleração vetorial só tem componente centrípeta.

$$a = a_{cp} = \frac{V^2}{R} \Rightarrow a = \frac{(30)^2}{250} \ (m/s^2)$$

$$\boxed{a = 3{,}6m/s^2}$$

c) No intervalo de 0 a 10s a aceleração tangencial tem módulo constante dado por:

$$|\vec{a}_t| = |\gamma| = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{30}{10} \ (m/s^2) = 3{,}0m/s^2$$

No instante t_1 = 5,0s, temos V_1 = 15m/s e

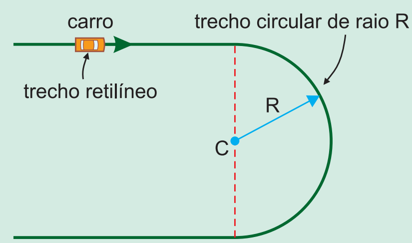
$$|\vec{a}_{cp}| = \frac{V_1^2}{R} = \frac{(15)^2}{250} \ (m/s^2)$$

$$|\vec{a}_{cp}| = 0{,}9m/s^2$$

$$r = \frac{|\vec{a}_{cp}|}{|\vec{a}_t|} = \frac{0{,}9}{3{,}0} \Rightarrow \boxed{r = 0{,}3}$$

Respostas: a) R = 250m
b) a = 3,6m/s²
c) r = 0,3

3 **(MODELO ENEM)** – Considere uma pista de corridas, contida em um plano horizontal.
A pista tem um trecho retilíneo que prossegue com um trecho circular de raio R = 100m.
A aceleração máxima que a pista pode proporcionar ao carro tem módulo de 16m/s².
O carro tem no trecho retilíneo uma velocidade escalar de 50m/s.



Podemos afirmar que o carro
a) consegue fazer a curva mantendo sua velocidade escalar de 50m/s.
b) só poderá fazer a curva se sua velocidade escalar for reduzida a 16m/s.
c) poderá acelerar na curva com velocidade escalar inicial de 50m/s.
d) poderá fazer a curva, em movimento uniforme, com uma velocidade escalar máxima de 40m/s.
e) só poderá fazer a curva em movimento uniforme.

Resolução
A máxima velocidade com que o carro consegue fazer a curva é dada por:

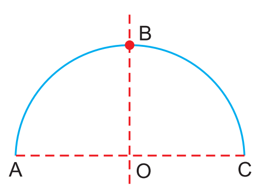
$$a_{cp} = \frac{V^2}{R} \Rightarrow a_{máx} = \frac{V^2_{máx}}{R}$$

$$16 = \frac{V^2_{máx}}{100} \Rightarrow \boxed{V_{máx} = 40m/s}$$

Com a velocidade de 50m/s, o carro não poderá fazer a curva, devendo reduzi-la no mínimo para 40m/s.
Resposta: D

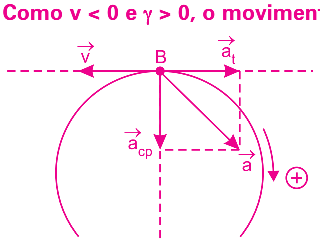
Exercícios Propostos – Módulo 38

1 Uma bicicleta descreve uma trajetória circular de raio R = 1,0m e centro O. A velocidade escalar é dada pela função:
v = –5,0 + 3,0t em unidades do SI e com a orientação positiva da trajetória no sentido horário.
Sabe-se que, no instante t = 1,0s, a bicicleta passa pelo ponto B.



Pede-se:
a) desenhar na figura os vetores que representam a velocidade vetorial e a aceleração vetorial, no instante t = 1,0s;
b) calcular as intensidades da velocidade vetorial e da aceleração vetorial, no instante t = 1,0s.

RESOLUÇÃO:
a) t = 1,0s ⇒ v = –2,0m/s
γ = 3,0m/s² (constante)
Como v < 0 e γ > 0, o movimento é retardado.



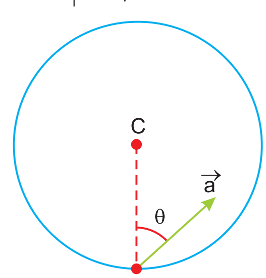
b) 1) $|\vec{v}| = |v| = 2{,}0m/s$ **2)** $|\vec{a}_t| = |\gamma| = 3{,}0m/s^2$

$$|\vec{a}_{cp}| = \frac{v^2}{R} = \frac{4{,}0}{1{,}0} \ (m/s^2) = 4{,}0m/s^2$$

$$|\vec{a}|^2 = |\vec{a}_t|^2 + |\vec{a}_{cp}|^2 \qquad \boxed{|\vec{a}| = 5{,}0m/s^2}$$

Respostas: a) Ver figura b) 2,0m/s e 5,0m/s²

2 **(CEFET-PI)** – Um carro descreve uma trajetória circular com movimento uniformemente acelerado.
No instante t_0 = 0, a velocidade escalar do carro vale 4,0m/s.
Representamos na figura a aceleração vetorial do carro no instante t_1 = 2,0s.

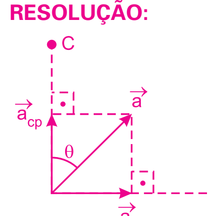


Dados

$|\vec{a}|$ = 30,0m/s²
sen θ = 0,60
cos θ = 0,80

Determine
a) o módulo da aceleração escalar;
b) a velocidade escalar no instante t_1;
c) o módulo da aceleração centrípeta no instante t_1;
d) o raio da circunferência descrita.

RESOLUÇÃO:



a) $|\gamma| = |\vec{a}_t| = a \text{ sen } \theta$

$|\gamma| = 30{,}0 \cdot 0{,}60 \ (m/s^2)$

$$\boxed{|\gamma| = 18{,}0m/s^2}$$

b) $V = V_0 + \gamma t$ **(MUV)**

$$V_1 = 4{,}0 + 18{,}0 \cdot 2{,}0 \ (m/s) \Rightarrow \boxed{V_1 = 40{,}0m/s}$$

c) $|\vec{a}_{cp}| = a \cos \theta$

$|\vec{a}_{cp}| = 30{,}0 \; . \; 0{,}80 \; (m/s^2) \Rightarrow \boxed{|\vec{a}_{cp}| = 24{,}0 m/s^2}$

d) $|\vec{a}_{cp}| = \dfrac{V_1^2}{R} \Rightarrow R = \dfrac{V_1^2}{|\vec{a}_{cp}|} = \dfrac{1600}{24{,}0} \; (m) \Rightarrow \boxed{R \cong 66{,}7m}$

Respostas: a) $18{,}0 m/s^2$ b) $40{,}0 m/s$
c) $24{,}0 m/s^2$ d) $66{,}7 m$

3 **(OLIMPÍADA PAULISTA DE FÍSICA-MODELO ENEM)** – Uma moto parte do repouso e percorre uma trajetória circular de raio 36m. Adote $\pi = 3$. A sua velocidade escalar obedece à relação V = 4,0t, em que a velocidade escalar é medida em m/s e o tempo em s. Indique a alternativa que melhor apresenta o tempo, T, que a moto gasta para completar 3 voltas na pista e o módulo da aceleração centrípeta, **a**, neste mesmo instante.

a) T = 18 s e a = 4,0 m/s^2
b) T = 18 s e a = 144 m/s^2
c) T = 12 s e a = 4,0 m/s^2
d) T = 12 s e a = 144 m/s^2

RESOLUÇÃO:
1) Sendo V = 4,0t (SI), vem $\gamma = 4{,}0 m/s^2$ e $V_0 = 0$

2) $\Delta s = V_0 t + \dfrac{\gamma}{2} t^2$

$\Delta s = 3 \; . \; 2 \pi R = 3 \; . \; 2 \; . \; 3 \; . \; 36 \; (m) = 648m$

$648 = \dfrac{4{,}0}{2} T^2 \Rightarrow T^2 = 324 \Rightarrow \boxed{T = 18s}$

3) $V = 4{,}0T = 4{,}0 \; . \; 18 \; (m/s) = 72m/s$

4) $a = \dfrac{V^2}{R} = \dfrac{(72)^2}{36} \; (m/s^2) \Rightarrow \boxed{a = 144 m/s^2}$

Resposta: B

Módulos
39 a 42

Movimento circular e uniforme

Palavras-chave:
• Aceleração centrípeta

Quando um planeta gravita em torno de uma estrela, sua órbita pode ter a forma de uma circunferência ou a forma de uma elipse.

Se a órbita for circular, o movimento orbital será necessariamente uniforme.

Um satélite estacionário em relação à Terra (parado para um observador na superfície terrestre) tem órbita circular e movimento uniforme, gastando 24h para dar uma volta completa. Esse satélite é usado em telecomunicações.

A órbita da Lua em torno da Terra, embora seja elíptica, é quase circular e o movimento orbital da Lua pode ser considerado circular e uniforme e o tempo gasto pela Lua para uma volta completa é de aproximadamente 27,3 dias.

Os ponteiros das horas, minutos e segundos de um relógio convencional têm suas extremidades descrevendo trajetórias circulares, com movimentos uniformes.

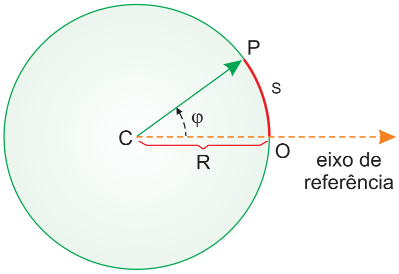
Os ponteiros das horas, minutos e segundos gastam, respectivamente, 12h, 1h e 1min para darem uma volta completa.

Os exemplos citados mostram que o movimento circular uniforme está presente na natureza e na nossa vida cotidiana.

1. Ângulo horário ou fase (φ)

Considere um ponto material descrevendo uma circunferência de centro C e raio R, com origem dos espaços em O.

Seja P a posição do móvel em um instante **t**. A medida do arco de trajetória OP é o valor do espaço **s**, no instante **t**.



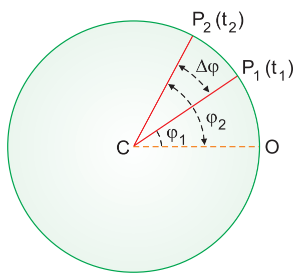
Define-se ângulo horário ou fase (φ) como sendo o ângulo formado entre o vetor posição $\vec{CP}$ e o eixo de referência CO.

A medida do ângulo φ, em radianos, é dada por:

$$\varphi = \frac{s}{R}$$

2. Velocidade angular

Seja $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ a variação do ângulo horário em um intervalo de tempo $\Delta t = t_2 - t_1$.



Define-se velocidade angular (ω) pela relação:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

No SI, Δt é medido em segundos e ω é medido em **rad/s**.

3. Movimento periódico

Conceito

Um movimento é chamado periódico quando todas as características do movimento (posição, velocidade e aceleração) se repetem em intervalos de tempos iguais.

O movimento circular e uniforme é um exemplo de movimento periódico, pois, a cada volta, o móvel repete a posição, a velocidade e a aceleração e, além disso, o tempo gasto para dar uma volta é sempre o mesmo.

Período (T)

Define-se **período (T)** como sendo o menor intervalo de tempo para que haja repetição das características do movimento.

No movimento circular e uniforme, o período é o intervalo de tempo para o móvel dar uma volta completa.

Frequência (f)

Define-se **frequência (f)** como sendo o número de vezes que as características do movimento se repetem na unidade de tempo.

No movimento circular e uniforme, a frequência é o número de voltas realizadas na unidade de tempo.

Se o móvel realizar **n** voltas em um intervalo de tempo Δt, a frequência **f** será dada por:

$$f = \frac{n}{\Delta t}$$

Relação entre período e frequência

Quando o intervalo de tempo é igual ao período (Δt = T), o móvel realiza uma volta (n = 1) e, portanto, temos:

$$f = \frac{1}{T}$$

Unidades

As unidades SI de período e frequência são:

u(T) = segundo (s) **e** *u(f) = hertz (Hz)*

4. Relações fundamentais

Velocidade escalar linear (V)

Para uma volta completa, temos Δs = 2πR e Δt = T, das quais:

$$V = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi f R$$

Velocidade escalar angular (ω)

Para uma volta completa, temos Δφ = 2π e Δt = T, das quais:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

Relação entre V e ω

Da expressão V = 2π f R, sendo ω = 2π f, vem:

$$\underset{\text{linear}}{V} = \underset{\text{angular}}{\omega}\, R$$

5. Vetores no MCU

Velocidade vetorial

No movimento circular e uniforme, a velocidade vetorial tem módulo constante, porém direção variável e, portanto, é variável.

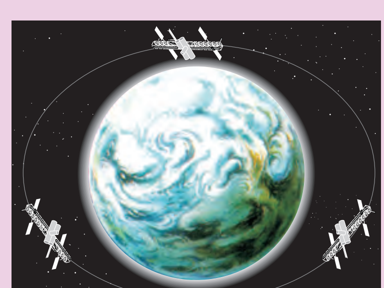
Aceleração vetorial

Sendo o movimento uniforme, a componente tangencial da aceleração vetorial é nula ($\vec{a}_t = \vec{0}$).

Sendo a trajetória curva, a componente centrípeta da aceleração vetorial não é nula ($\vec{a}_{cp} \neq \vec{0}$).

Saiba mais

SATÉLITES ESTACIONÁRIOS



Os três satélites da figura são estacionários, isto é, estão parados em relação à superfície terrestre. São utilizados em telecomunicações e conseguem cobrir, praticamente, toda a superfície terrestre.

Um satélite estacionário tem movimento circular uniforme em torno do centro da Terra, com período de 24h e com sua órbita contida no plano equatorial da Terra.

Aceleração centrípeta

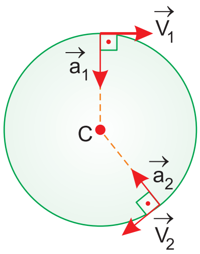
O valor da aceleração centrípeta pode ser calculado pelas seguintes expressões:

(I) $\boxed{a_{cp} = \dfrac{V^2}{R}}$ (II) $\boxed{a_{cp} = \omega^2 \cdot R}$

(III) $\boxed{a_{cp} = \omega \cdot V}$

Para obtermos a relação (II), basta substituir, em (I), V por ωR.

Para obtermos a relação (III), basta substituir, em (I), R por $\dfrac{V}{\omega}$.

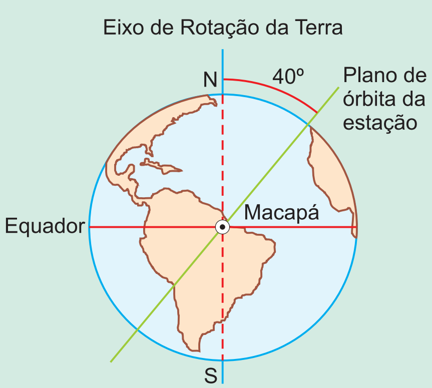


Observe que, no movimento circular e uniforme, a aceleração vetorial (centrípeta) tem módulo constante (v^2/R), porém direção variável e, portanto, é variável.

Observe ainda que, no movimento circular uniforme, a velocidade vetorial (tangente à trajetória) e a aceleração vetorial (normal à trajetória) têm direções perpendiculares entre si.

Exercícios Resolvidos – Módulo 39

1 **(FUVEST-SP-MODELO ENEM)** – A Estação Espacial Internacional mantém atualmente uma órbita circular em torno da Terra, de tal forma que permanece sempre em um plano, normal a uma direção fixa no espaço. Esse plano contém o centro da Terra e faz um ângulo de 40° com o eixo de rotação da Terra. Em um certo momento, a Estação passa sobre Macapá, que se encontra na linha do Equador.



Depois de uma volta completa em sua órbita, a Estação passará novamente sobre o Equador em um ponto que está a uma distância de Macapá de, aproximadamente,

a) zero km b) 500 km
c) 1000 km d) 2500 km
e) 5000 km

Dados da Estação:
Período aproximado: 90 minutos
Altura acima da Terra ≅ 350 km
Dados da Terra:
Circunferência no Equador ≅ 40 000 km

Resolução

1) Para dar uma volta completa, o tempo gasto pela estação espacial é igual ao seu período: 90 min = 1,5 h

2) Neste intervalo de tempo, um ponto na linha do Equador terá percorrido uma distância d dada por:

$d = V_{Equador} \cdot \Delta t = \omega_T R_T \, \Delta t$

$d = \dfrac{2\pi R_T}{T_T} \cdot \Delta t \Rightarrow d = \dfrac{40\ 000}{24} \cdot 1{,}5 \text{ (km)}$

$\boxed{d = 2500 \text{ km}}$

Resposta: D

2 **(VUNESP-MODELO ENEM)** – Uma ciclovia horizontal apresenta um trecho em forma de quarto de circunferência com raio interno de 100 m. Um ciclista pedala por esse trecho percorrendo-o em 6,25 s, com velocidade escalar constante. As rodas da bicicleta têm raio de 40 cm.

Então, a frequência de giro dessas rodas é, em Hz,

a) 1,0 b) 6,25 c) 10
d) 10 . π e) 6,25 . π

Resolução

1) A velocidade escalar constante da bicicleta é dada por:

$V = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$

Δs corresponde a um quarto da circunferência c e como c = $2\pi R$, vem:

$V = \dfrac{2\pi R/4}{\Delta t} = \dfrac{2\pi\ 100/4}{6{,}25} \text{ (m/s)}$

$V = \dfrac{50\pi}{6{,}25} \text{ (m/s)}$

$\boxed{V = 8\pi \text{ m/s}}$

2) Quando a roda da bicicleta dá uma volta completa, ela percorre uma distância $\Delta s = 2\pi r$, em que r é o raio externo da roda e o tempo gasto é o período T.

$V = \dfrac{\Delta s}{\Delta t} = \dfrac{2\pi r}{T}$

Como a frequência f é o inverso do período, vem:

$V = 2\pi f r$

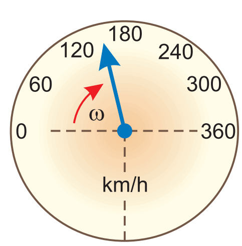
$8\pi = 2\pi \text{ f } 0{,}40 \Rightarrow \boxed{f = 10 \text{Hz}}$

Resposta: C

Exercícios Propostos – Módulo 39

1 **(FUVEST-SP)** – Um carro de corrida parte do repouso e descreve uma trajetória retilínea, com aceleração constante, atingindo, após 15 segundos, a velocidade escalar de 270km/h (ou seja, 75m/s).

A figura representa o velocímetro, que indica o módulo da velocidade escalar instantânea do carro.



a) Qual o valor do módulo da aceleração do carro nesses 15 segundos?

b) Qual a velocidade angular ω do ponteiro do velocímetro durante a fase de aceleração constante do carro? Indique a unidade usada.

RESOLUÇÃO:

a) $\gamma = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{75}{15}$ (m/s²) = 5,0m/s²

b) 1) **Tempo gasto para ir de 0 a 180km/h:**

$V = V_0 + \gamma\, t$

$50 = 0 + 5,0\, t_1 \Rightarrow \boxed{t_1 = 10s}$

2) $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{\pi/2}{10} \left(\frac{rad}{s}\right)$ $\boxed{\omega = \frac{\pi}{20}\ \frac{rad}{s}}$

Respostas: a) 5,0m/s² b) $\frac{\pi}{20}\ \frac{rad}{s}$

2 **(VUNESP-MODELO ENEM)** – Os cavalinhos do carrossel de um parque de diversões encontram- se dispostos a 3,0 m do centro dele. Quando o carrossel efetua cada volta em 10 s, a velocidade linear média de uma criança montada num cavalinho deverá ser, em relação ao solo e em m/s, próxima de

a) 0,60 b) 0,90 c) 1,2 d) 1,5 e) 1,8

Adote $\pi = 3$

RESOLUÇÃO:

$V = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi R}{T}$

$V = \frac{2 . 3 . 3,0}{10}$ (m/s)

$\boxed{V = 1,8m/s}$

Resposta: E

3 **(UFU-MG-MODELO ENEM)** – Em 10 de setembro de 2008, foi inaugurado na Europa o maior acelerador de partículas (LHC), que é capaz de acelerar prótons, em um anel de raio 4,5km, até uma velocidade próxima da luz.

Assuma que o movimento do próton seja descrito pela mecânica newtoniana e que possua a velocidade da luz ($3,0 \times 10^8$ m/s). Considerando-se $\pi = 3$, marque para as alternativas abaixo (V) Verdadeira, (F) Falsa.

1 ( ) O próton gastará um tempo menor que $1,0 . 10^{-4}$ s para dar uma volta completa no anel.

2 ( ) A frequência de rotação do próton no interior do anel será $1,0 . 10^5$ rotações por segundo.

3 ( ) A velocidade angular do próton será $1,0 . 10^5$ rad/s.

4 ( ) O período de rotação do próton será $9,0 . 10^{-5}$ s.

Estão corretas apenas:

a) 1 e 4 b) 1 e 3 c) 2 e 3
d) 2 e 4 e) 1, 2 e 4

RESOLUÇÃO:

1) (V) $V = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi R}{T}$

$3,0 . 10^8 = \frac{2 . 3 . 4,5 . 10^3}{T}$

$\boxed{T = 9,0 . 10^{-5}s}$

2) (F) $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{9,0} . 10^5$ Hz

$f = 0,11 . 10^5$ Hz $= 1,1 . 10^4$ Hz

3) (F) $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{6}{9,0 . 10^{-5}}\ \frac{rad}{s} = \frac{2}{3} . 10^5$ rad/s

4) (V)

Resposta: A

Exercícios Resolvidos – Módulo 40

1 **(UnB-MODELO ENEM)** – Considere um satélite em órbita geoestacionária distante 35 900km da superfície terrestre e que 6 500km é um valor aproximado do raio da Terra e adote para o número π um valor aproximado igual a 3. Nessa situação, com os valores aproximados apresentados, em um intervalo de tempo de 6 h o satélite percorre uma distância mais próxima de:

a) 6 500km b) 35 900km
c) 60 000km d) 63 600km
e) 65 600km

Resolução

1) O satélite geoestacionário tem órbita contida no plano equatorial da Terra e tem raio de órbita dado por:

$R = R_T + h = 6\,500 + 35\,900$(km) $= 42\,400$km

2) A velocidade angular do satélite estacionário em seu movimento orbital é igual à velocidade angular de rotação da Terra:

$\omega_e = \omega_T = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 . 3}{24}\ \frac{rad}{h} = \frac{1}{4}\ \frac{rad}{h}$

3) A velocidade linear do satélite é dada por:

$V = \omega_e\, R = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

$\frac{1}{4} . 42\,400 = \frac{\Delta s}{6} \Rightarrow \boxed{\Delta s = 63\,600\text{ km}}$

Resposta: D

2 **(INATEL)** – Sr. João é um motorista consciente, e ao constatar que os pneus de seu carro estavam carecas, dirigiu-se a uma concessionária para realizar a substituição. A concessionária tinha em estoque somente pneus com raio 5% maior que os pneus originais. Como sr. João não tinha alternativa, optou pela troca. No trajeto de volta à sua residência, sr. João precisa trafegar por uma estrada cuja velocidade escalar máxima é de 80 km/h. Com os novos pneus, qual é a velocidade escalar que ele deverá respeitar no seu marcador de velocidade, já que os pneus foram substituídos por outro modelo com diâmetro maior?

a) 72 km/h b) 76 km/h c) 80 km/h
d) 84 km/h e) 88 km/h

Resolução

O velocímetro, embora esteja calibrado em unidades de velocidade linear (km/h), em realidade mede a velocidade angular com que giram as rodas do carro. Se o raio do pneu aumenta, a velocidade linear, para o mesmo valor de ω, aumenta e a indicação será menor do que a velocidade real.

$V_I = \omega R_i \qquad V_R = \omega R_f$

V_I = velocidade indicada no velocímetro

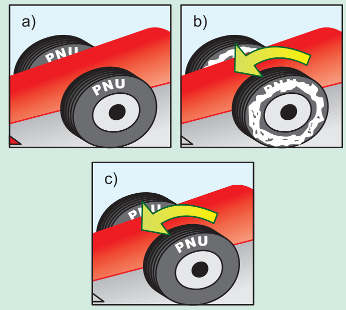
V_R = velocidade real do carro

$$\frac{V_R}{V_I} = \frac{R_f}{R_i} = 1{,}05 \Rightarrow \frac{80}{V_I} = 1{,}05$$

$$V_I = \frac{80}{1{,}05} \text{ km/h} \cong 76 \text{ km/h}$$

Resposta: B

3 **(UNICAMP-SP)** – O quadro (a), ao lado, refere-se à imagem de televisão de um carro parado, em que podemos distinguir claramente a marca do pneu ("PNU"). Quando o carro está em movimento, a imagem da marca aparece como um borrão em volta de toda a roda, como ilustrado em (b). A marca do pneu volta a ser nítida, mesmo com o carro em movimento, quando este atinge uma determinada velocidade. Essa ilusão de movimento na imagem gravada é devida à frequência de gravação de 30 quadros por segundo (30Hz).



Considerando-se que o diâmetro do pneu é igual a 0,6m e π = 3,0, responda:

a) Quantas voltas o pneu completa em um segundo, quando a marca filmada pela câmara aparece parada na imagem, mesmo estando o carro em movimento?

b) Qual a menor frequência angular (velocidade angular) ω do pneu em movimento, quando a marca aparece parada?

c) Qual a menor velocidade linear (em m/s) que o carro pode ter na figura (c)?

Resolução

a) Para que o pneu pareça estar parado, entre duas fotos sucessivas $\left(\Delta t = T = \frac{1}{30} \text{ s}\right)$, ele deve ter dado um número completo de voltas, isto é, a sua frequência de rotação deve ser múltipla da frequência de gravação: $f_r = n\, f_g$

Portanto, f_r pode valer 30Hz, 60Hz, 90Hz..., n 30 Hz, com n inteiro positivo, isto é, o pneu pode dar 30 voltas por segundo, 60 voltas por segundo... n 30 voltas por segundo.

b) Quando f for mínimo (30 Hz), a velocidade angular também será mínima:

$\omega = 2\pi f$

$\omega_{mín} = 2 \,.\, 3{,}0 \,.\, 30$ (rad/s)

$\boxed{\omega_{mín} = 180\text{rad/s}}$

c) A menor velocidade linear será dada por:

$V = \omega R \qquad V_{mín} = \omega_{mín} \,.\, R$

$V_{mín} = 180 \,.\, 0{,}3$ (m/s)

$\boxed{V_{mín} = 54\text{m/s}}$

Nota: Pelo valor encontrado para $V_{mín}$, os valores de frequência 60Hz, 90Hz, ... dariam valores exagerados para a velocidade do carro.

Respostas: a) 30n voltas por segundo, com n inteiro positivo
b) 180rad/s c) 54m/s

Exercícios Propostos – Módulo 40

1 **(UFPE)** – Um satélite artificial geoestacionário orbita em torno da Terra, de modo que sua trajetória permanece no plano do Equador terrestre, e sua posição aparente para um observador situado na Terra não muda. Qual deve ser a velocidade linear orbital, em unidades de 10^3km/h, deste satélite cuja órbita circular tem raio de 4,3 . 10^4km?
Adote π = 3.

RESOLUÇÃO:

$$V = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi R}{T} \Rightarrow V = \frac{2 \,.\, 3 \,.\, 43 \,.\, 10^3}{24} \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$\boxed{V \cong 11 \,.\, 10^3\text{km/h}}$

Resposta: 11

2 **(PUC-RJ)** – O ponteiro dos minutos de um relógio tem 1,0 cm de comprimento. Supondo-se que o movimento deste ponteiro é contínuo e que π = 3, a velocidade escalar de translação na extremidade deste ponteiro é:

a) 0,1 cm/min. b) 0,2 cm/min. c) 0,3 cm/min.
d) 0,4 cm/min. e) 0,5 cm/min

RESOLUÇÃO:

T_{min} = 1h = 60 min

$$V = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi R}{T} \Rightarrow V = \frac{2 \,.\, 3 \,.\, 1{,}0}{60} \frac{\text{cm}}{\text{min}}$$

$\boxed{V = 0{,}1 \text{ cm/min}}$

Resposta: A

3 **(UERJ-MODELO ENEM)** – Segundo o modelo simplificado de Bohr, o elétron do átomo de hidrogênio executa um movimento circular uniforme, de raio igual a 5,0 . 10^{-11}m, em torno do próton, com período igual a 2,0 . 10^{-15}s. Com o mesmo valor da velocidade orbital no átomo, a distância, em quilômetros, que esse elétron percorreria no espaço livre, em linha reta, durante 10 minutos, seria da ordem de:

a) 10^2 b) 10^3 c) 10^4 d) 10^5 d) 10^6

Adote π = 3

RESOLUÇÃO:

1) $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi R}{t} = \frac{6 \,.\, 5{,}0 \,.\, 10^{-11}}{2{,}0 \,.\, 10^{-15}}$ (m/s) = 15 . 10^4m/s

$v = 1{,}5 \,.\, 10^5$ m/s

2) $\Delta s = Vt$ (MU)

$\Delta s = 1{,}5 \,.\, 10^5 \,.\, 600$ (m) $= 9{,}0 \,.\, 10^7$m

$\Delta s = 9{,}0 \,.\, 10^4$ km

ordem de grandeza : 10^5 km

Resposta: D

Exercícios Resolvidos – Módulo 41

1 No dia 10/09/2008 foi inaugurado o grande colisor de Hádrons, na fronteira da França com a Suíça. Situado a uma profundidade de 100m, com diâmetro de 8,6km e perímetro de 27km e formato circular o condutor onde ocorrerão as colisões de prótons tem como objetivo principal reproduzir as condições do Universo imediatamente após o big-bang e por meio de colisões entre prótons, com velocidades próximas da luz, tentar encontrar uma partícula denominada bóson de Higgs responsável por atribuir massa às partículas elementares.
De acordo com as informações apresentadas o próton, em movimento circular e uniforme, percorre o perímetro de 27km com uma frequência próxima a 11 000Hz.
Não considerando efeitos relativísticos, determine:
a) o módulo da velocidade do próton em relação ao módulo da velocidade da luz $C = 3{,}00 \cdot 10^8$m/s.
b) o módulo da aceleração do próton adotando-se $\pi = 3$. Considere o módulo da velocidade do próton aproximadamente igual a $3{,}0 \cdot 10^8$m/s.

Resolução

a) $V = \dfrac{\Delta s}{\Delta t} = \dfrac{2\pi R}{T} = 2\pi f R$

$2\pi R = 27\text{km} = 27 \cdot 10^3\text{m}$

$f = 11\,000\text{Hz}$

$V = 27 \cdot 10^3 \cdot 11 \cdot 10^3 \text{ (m/s)}$

$V = 297 \cdot 10^6\text{m/s} = 2{,}97 \cdot 10^8\text{m/s}$

$\dfrac{V}{C} = \dfrac{2{,}97 \cdot 10^8}{3{,}00 \cdot 10^8} \Rightarrow \boxed{V = 0{,}99C}$

b) $C = 2\pi R$

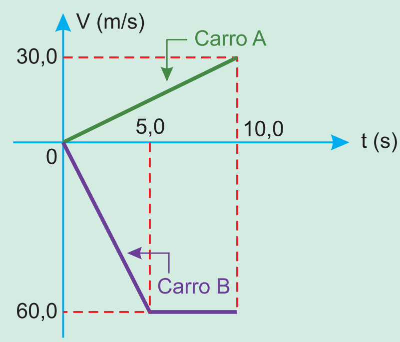
$27 \cdot 10^3 = 6 \cdot R \Rightarrow R = 4{,}5 \cdot 10^3\text{m}$

$a = \dfrac{V^2}{R} = \dfrac{9{,}0 \cdot 10^{16}}{4{,}5 \cdot 10^3} \text{ (m/s}^2)$

$\boxed{a = 2{,}0 \cdot 10^{13}\text{m/s}^2}$

Respostas: a) $V = 0{,}99C$
b) $a = 2{,}0 \cdot 10^{13}\text{m/s}^2$

2 **(MODELO ENEM)** – Dois carros de corrida, A e B, assimiláveis a pontos materiais, partem simultaneamente de uma mesma posição no instante t = 0 e percorrem uma mesma trajetória circular em sentidos opostos. No instante t = 10,0s, os carros se encontram pela primeira vez.
Os gráficos a seguir representam as velocidades escalares dos carros A e B em função do tempo. Adote $\pi = 3$.



A aceleração vetorial do carro B, no instante t = 7,5s, tem módulo igual a
a) zero b) $3{,}0\text{m/s}^2$
c) $12{,}0\text{m/s}^2$ d) $36{,}0\text{m/s}^2$
e) $64{,}0\text{m/s}^2$

Resolução

1) Δs = área (V x t)

$\Delta s_A = \dfrac{10{,}0 \cdot 30{,}0}{2} \text{ (m)} = 150\text{m}$

$\Delta s_B = -(10{,}0 + 5{,}0)\,\dfrac{60{,}0}{2} \text{ (m)} = -450\text{m}$

2) O comprimento da circunferência C é dado por

$C = 2\pi R = \Delta s_A + |\Delta s_B|$

$2 \cdot 3 \cdot R = 600 \Rightarrow \boxed{R = 100\text{m}}$

3) No instante t = 7,5s, o movimento do carro B é circular uniforme e sua aceleração é centrípeta.

$a_B = \dfrac{V_B^2}{R} = \dfrac{(60{,}0)^2}{100} \text{ (m/s}^2)$

$\boxed{a_B = 36{,}0\text{m/s}^2}$

Resposta: D

3 **(PUC-SP-MODELO ENEM)** – *Que graça pode haver em ficar dando voltas na Terra uma, duas, três, quatro… 3000 vezes? Foi isso que a americana Shannon Lucid, de 53 anos, fez nos últimos seis meses a bordo da estação orbital russa Mir…*
Revista *Veja*, 2/10/96.

Em órbita circular, aproximadamente 400km acima da superfície, a Mir move-se com velocidade escalar constante de aproximadamente 28080km/h, equivalente a $7{,}8 \cdot 10^3$ m/s. Utilizando-se o raio da Terra como $6 \cdot 10^6$m, qual é, aproximadamente, o valor do módulo da aceleração da gravidade nessa órbita?
a) zero b) $1{,}0\text{m/s}^2$ c) $7{,}2\text{m/s}^2$
d) $9{,}5\text{m/s}^2$ e) $11{,}0\text{m/s}^2$

Resolução
Para um satélite em órbita circular a aceleração centrípeta é igual à aceleração da gravidade nos pontos de sua órbita (o satélite está em queda livre).

$\boxed{a_{cp} = g = \dfrac{V^2}{r}}$

$r = R + h = 6 \cdot 10^6 + 0{,}4 \cdot 10^6\text{(m)} = 6{,}4 \cdot 10^6\text{m}$

$g = \dfrac{(7{,}8 \cdot 10^3)^2}{6{,}4 \cdot 10^6} \text{ (m/s}^2) \Rightarrow \boxed{g = 9{,}5\text{m/s}^2}$

Resposta: D

Exercícios Propostos – Módulo 41

1 **(OLIMPÍADA BRASILEIRA DE FÍSICA)** – Um aeromodelo descreve um movimento circular uniforme com velocidade escalar de 12m/s, perfazendo 4 voltas por minuto. A sua aceleração vetorial tem módulo igual a:
Adote $\pi = 3$
a) zero b) $0{,}8\text{ m/s}^2$ c) $4{,}8\text{ m/s}^2$
d) $7{,}2\text{ m/s}^2$ e) $9{,}6\text{ m/s}^2$

RESOLUÇÃO:
Sendo o movimento circular e uniforme, a aceleração vetorial só tem componente centrípeta:

$a = \dfrac{V^2}{R} = V \cdot \omega = V \cdot 2\pi f$

$a = 12 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dfrac{4}{60} \text{ (m/s}^2)$

$a = \dfrac{24}{5} \text{ (m/s}^2) = 4{,}8\text{m/s}^2$

Resposta: C

2 A órbita da Terra em torno do Sol, em razão de sua baixa excentricidade, é aproximadamente uma circunferência. Sabendo-se que a Terra leva um ano para realizar uma volta completa em torno do Sol e que a distância média da Terra ao Sol é $1,5 \times 10^{11}$m, calcule o módulo dos vetores

a) velocidade;

b) aceleração.

Considere $\pi \cong 3,1$ e 1 ano $\cong 3,1 \cdot 10^7$s

RESOLUÇÃO:

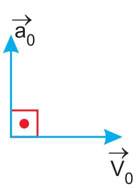
a) $V = \dfrac{2\,\pi\,R}{T} = \dfrac{2 \cdot 3,1 \cdot 1,5 \cdot 10^{11}}{3,1 \cdot 10^7}\ \dfrac{m}{s}$

$$\boxed{V = 3,0 \cdot 10^4 m/s = 30 km/s}$$

b) $a = \dfrac{V^2}{R} = \dfrac{9,0 \cdot 10^8}{1,5 \cdot 10^{11}}\ m/s^2$ $\boxed{a = 6,0 \cdot 10^{-3} m/s^2}$

Respostas: a) 30km/s b) $6,0 \cdot 10^{-3}$m/s²

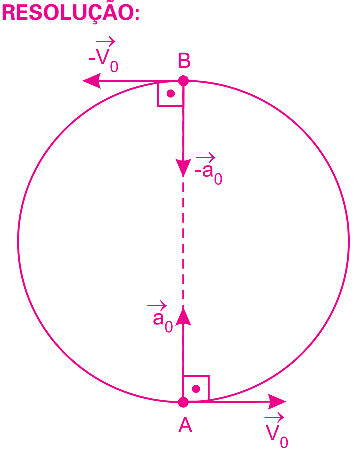
3 **(UFPI)** – Uma partícula descreve um movimento circular uniforme de raio r = 1,0m. No instante t = 0, sua velocidade $\vec{v}_0$ e sua aceleração $\vec{a}_0$ apontam nas direções indicadas na figura ao lado. Dois segundos depois, a partícula tem pela primeira vez velocidade $\vec{v} = -\vec{v}_0$ e aceleração $\vec{a} = -\vec{a}_0$. Os módulos de $\vec{v}_0$ (em m/s) e de $\vec{a}_0$ (em m/s²) são, respectivamente:



a) $\dfrac{\pi}{2}$ e $\dfrac{\pi^2}{2}$ b) $\dfrac{\pi}{4}$ e $\dfrac{\pi^2}{16}$ c) $\dfrac{\pi}{2}$ e $\dfrac{\pi^2}{4}$

d) $\dfrac{\pi}{4}$ e $\dfrac{\pi^2}{8}$ e) $\dfrac{\pi}{2}$ e π^2

RESOLUÇÃO:



O trajeto de A para B corresponde a meia volta e é feito em meio período:

$\dfrac{T}{2} = 2,0s.$

$$\boxed{T = 4,0s}$$

O módulo de $\vec{V}_0$ é dado por:

$V_0 = \dfrac{\Delta s}{\Delta t} = \dfrac{2\pi r}{T} = \dfrac{2\pi \cdot 1,0}{4,0}\ (m/s) = \dfrac{\pi}{2}\ m/s$

O módulo de $\vec{a}_0$ é dado por:

$a_0 = \dfrac{V_0^2}{R} = \dfrac{\pi^2/4}{1,0}\ (m/s^2) = \dfrac{\pi^2}{4}\ m/s^2$

Resposta: C

4 **(ACAFE-SC-MODELO ENEM)** – O lançamento do martelo é uma modalidade do atletismo que estreou nos Jogos Olímpicos de Paris, em 1900, com a presença de cinco competidores. O lançamento de martelo masculino foi um dos eventos do atletismo nos Jogos Pan-americanos de 2007, no Rio de Janeiro. A prova foi disputada no Estádio Olímpico João Havelange no dia 25 de julho com 13 atletas de 10 países. O campeão foi o canadense James Steacy, que lançou o martelo a uma distância de 73,77m. Os lançadores do martelo competem lançando uma pesada bola de ferro presa a um arame metálico com uma alça na extremidade.

Admita que, antes de ser lançada, a bola descreve uma circunferência de raio R = 1,2m em movimento uniforme com frequência f = 75rpm. Adote $\pi = 3$.

A velocidade da bola e sua aceleração centrípeta, durante este movimento circular uniforme, terão módulos, em unidades SI, mais próximos de:

a) 9,0 e 67,5 b) 9,0 e zero c) 3,0 e 67,5

d) 3,0 e 9,0 e) 6,0 e 7,5

RESOLUÇÃO:

1) $V = \dfrac{\Delta s}{\Delta t} = \dfrac{2\pi R}{T} = 2\pi f R$

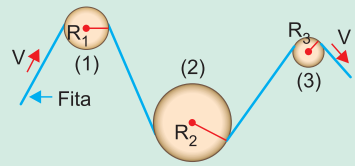
$V = 2 \cdot 3 \cdot \dfrac{75}{60} \cdot 1,2\ (m/s) \Rightarrow \boxed{V = 9,0 m/s}$

2) $a_{cp} = \dfrac{V^2}{R} = \dfrac{(9,0)^2}{1,2}\ (m/s^2) \Rightarrow \boxed{a = 67,5 m/s^2}$

Resposta: A

Exercícios Resolvidos – Módulo 42

1 Um dispositivo mecânico apresenta três polias, (1), (2) e (3), de raios $R_1 = 6{,}0cm$, $R_2 = 8{,}0cm$ e $R_3 = 2{,}0cm$, respectivamente, pelas quais passa uma fita que se movimenta, sem escorregamento, conforme indicado na figura.



A polia (1) tem frequência $f_1 = 4{,}0$ Hz.
Determine, adotando-se $\pi = 3$,

a) o módulo da velocidade dos pontos da correia;
b) a frequência de rotação da polia (2);
c) o período de rotação da polia (3).

Resolução

a) Para um ponto da correia em contato com a polia (1), temos:

$$V = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi R_1}{T_1} = 2\pi f_1 R_1$$

$$V = 2 \,.\, 3 \,.\, 4{,}0 \,.\, 6{,}0 \text{ (cm/s)}$$

$$\boxed{V = 144 \frac{cm}{s} = 1{,}44 m/s}$$

b) Os pontos das polias em contato com a correia têm a mesma velocidade escalar linear:

$$V_2 = V_1$$

$$2\pi f_2 R_2 = 2\pi f_1 R_1$$

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow \frac{f_2}{4{,}0} = \frac{6{,}0}{8{,}0}$$

$$\boxed{f_2 = 3{,}0Hz}$$

c) $V_3 = V_1$

$$\frac{2\pi R_3}{T_3} = 2\pi f_1 R_1 \Rightarrow \frac{R_3}{T_3} = f_1 R_1$$

$$T_3 = \frac{R_3}{R_1 f_1} = \frac{2{,}0}{6{,}0 \,.\, 4{,}0} \text{ (s)}$$

$$\boxed{T_3 = \frac{1}{12{,}0} s}$$

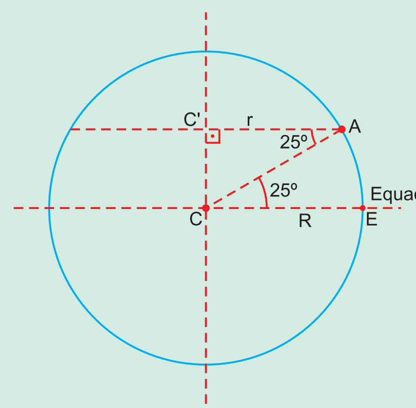
Respostas: a) 1,44m/s

b) 3,0Hz c) $\frac{1}{12{,}0}$ s

2 **(UFAM-MODELO ENEM)** – Uma propaganda na internet diz: **"Seus negócios precisam andar mais rápido que a velocidade do mundo"**. As velocidades lineares, aproximadas, de um ponto sobre o Equador terrestre e a uma latitude de 25°, respectivamente, são: (Dados: Raio da Terra no Equador terrestre = = 6400 km; sen 25° = 0,42 e cos 25° = 0,91). Adote $\pi = 3$.

a) 350 m/s e 350 m/s
b) 444 m/s e 404 m/s
c) 400 m/s e 500 m/s
d) 220 m/s e 200 m/s
e) nenhuma das respostas

Resolução



O ponto E, na linha do Equador terrestre, acompanhando a rotação da Terra, terá movimento circular e uniforme com período T = 24h e raio R = 6400 km.

$$V_E = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2 \,.\, 3 \,.\, 6400}{24} \frac{km}{h}$$

$$V_E = 1600 \frac{km}{h} = \frac{1600}{3{,}6} m/s \cong 444 m/s$$

Para um ponto A, na latitude de 25°, o ponto descreve movimento circular uniforme com o mesmo período de 24h e raio r = R cos 25°

$$\frac{V_A}{V_E} = \frac{\omega r}{\omega R} \Rightarrow V_A = \frac{r}{R} V_E = V_E \cos 25°$$

$$V_A = 444 \,.\, 0{,}91 \text{ m/s} \Rightarrow \boxed{V_A \cong 404 m/s}$$

Resposta: B

3 **(MODELO ENEM)** – Dois automóveis A e B, percorrem uma mesma pista circular no mesmo sentido com movimentos uniformes e períodos respectivamente iguais a T_A e T_B, com $T_A > T_B$. No instante t = 0, os carros estão lado a lado. Os carros estarão lado a lado novamente, pela primeira vez, no instante:

a) $t = \frac{2T_B T_A}{T_A - T_B}$ b) $t = \frac{T_B T_A}{T_A - T_B}$

c) $t = \frac{T_B T_A}{T_B - T_A}$ d) $t = \frac{2T_B T_A}{T_B + T_A}$

e) $t = \frac{T_B T_A}{T_B + T_A}$

Resolução

Consideremos o carro A como referencial e o carro B se movendo com a velocidade escalar relativa. Para que os carros fiquem lado a lado, pela primeira vez, o carro B em seu movimento relativo deve dar uma volta completa e percorrer a distância $\Delta s_{rel} = 2\pi R$.

$$V_{rel} = V_B - V_A$$

$$\frac{\Delta s_{rel}}{\Delta t} = \frac{2\pi R}{T_B} - \frac{2\pi R}{T_A}$$

$$\frac{2\pi R}{\Delta t} = \frac{2\pi R}{T_B} - \frac{2\pi R}{T_A}$$

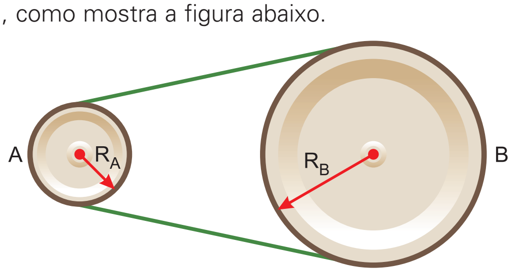
$$\frac{1}{\Delta t} = \frac{1}{T_B} - \frac{1}{T_A} = \frac{T_A - T_B}{T_B T_A}$$

$$\Delta t = \frac{T_B T_A}{T_A - T_B}$$

Resposta: B

Exercícios Propostos – Módulo 42

1 **(UFV-MG)** – Duas polias, A e B, giram acopladas por uma correia, como mostra a figura abaixo.



Considere que $R_A = \frac{1}{2} R_B$ e que não existe deslizamento entre a correia e as polias. A relação entre os módulos das velocidades lineares V_A e V_B, acelerações centrípetas a_A e a_B e velocidades angulares w_A e w_B para um ponto na borda de cada uma das polias é:

a) $V_A = V_B$, $a_A = a_B$ e $w_A = w_B$

b) $V_A = 2V_B$, $a_A = 2a_B$ e $w_A = \frac{1}{2} w_B$

c) $V_A = V_B$, $a_A = 2a_B$ e $w_A = 2w_B$

d) $V_A = \frac{1}{2} V_B$, $a_A = a_B$ e $w_A = \frac{1}{2} w_B$

RESOLUÇÃO:

1) Para não haver deslizamento: $\boxed{V_A = V_B}$

2) $V_A = V_B \Rightarrow w_A R_A = w_B R_B$

$w_A R_A = w_B\, 2 R_A \Rightarrow \boxed{w_A = 2w_B}$

3) $a = \dfrac{V^2}{R} \Rightarrow \dfrac{a_A}{a_B} = \dfrac{R_B}{R_A} = 2 \Rightarrow \boxed{a_A = 2a_B}$

Resposta: C

2 **(MODELO ENEM)** – Na tentativa de reproduzir uma cena em movimento, com um projetor de *slides*, um professor de Física uniu o porta-*slides* do projetor (raio 10 cm e capacidade para 16 *slides*) com a roldana de um motor elétrico (raio 1cm), por meio de uma correia. Supondo-se que a correia não derrape, para projetar em 1 segundo os 16 *slides*, é necessário que o motor tenha a rotação, em r.p.m., de

a) 500 b) 600 c) 700 d) 800 e) 900

RESOLUÇÃO:
Como o porta-*slides* e a roldana estão ligadas por uma correia eles terão a mesma velocidade linear:

$V_1 = V_2$

$$\frac{2\pi R_1}{T_1} = \frac{2\pi R_2}{T_2}$$

$$\boxed{\frac{T_2}{T_1} = \frac{R_2}{R_1}}$$

Porta-*slides*: $\begin{cases} R_1 = 10cm \\ T_1 = 1s \end{cases}$ **roldana:** $\begin{cases} R_2 = 1cm \\ T_2 = ? \end{cases}$

$$\frac{T_2}{1} = \frac{1}{10} \Rightarrow T_2 = \frac{1}{10}\ s$$

$$\boxed{f_2 = \frac{1}{T_2} = 10Hz = 600rpm}$$

Resposta: B

No Portal Objetivo

Para saber mais sobre o assunto, acesse o **PORTAL OBJETIVO** (**www.portal.objetivo.br**) e, em "localizar", digite **FIS1M204**

3 **(UFABC)** – Um pequeno motor tem, solidariamente associado a seu eixo, uma engrenagem de $2 \cdot 10^{-2}$ m de raio. O motor gira com rotação constante de frequência 5 r.p.m. Uma segunda engrenagem, em contato com a do motor, gira com período de rotação igual a 0,5 minuto. Nessa situação, determine

a) a velocidade escalar de um dente da engrenagem do motor;

b) a relação entre as velocidades escalares de um dente da engrenagem do motor e um dente da segunda engrenagem;

c) o raio da segunda engrenagem.

(Se necessário, adote $\pi = 3$)

RESOLUÇÃO:

a) $V = \dfrac{\Delta s}{\Delta t} = \dfrac{2\pi R}{T} = 2\pi f R$

$R = 2 \cdot 10^{-2} m$

$f = 5\ rpm = \dfrac{5}{60}\ Hz = \dfrac{1}{12}\ Hz$

$V = 2 \cdot 3 \cdot \dfrac{1}{12} \cdot 2 \cdot 10^{-2}$ (m/s)

$$\boxed{V = 1 \cdot 10^{-2} m/s = 1cm/s}$$

b) As velocidades lineares são iguais e, portanto, a razão entre elas vale 1.

c) $V_1 = V_2$

$2\pi f_1 R_1 = 2\pi f_2 R_2$

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{R_1}{R_2}$$

$$f_2 = \frac{1}{T_2} = \frac{1}{30}\ Hz$$

$$f_1 = \frac{1}{12}\ Hz$$

$R_1 = 2 \cdot 10^{-2}$ m

$$\frac{\frac{1}{30}}{\frac{1}{12}} = \frac{2 \cdot 10^{-2}}{R_2}$$

$$\frac{12}{30} = \frac{2 \cdot 10^{-2}}{R_2}$$

$$R_2 = \frac{60 \cdot 10^{-2}}{12}\ m$$

$$\boxed{R_2 = 5 \cdot 10^{-2} m}$$

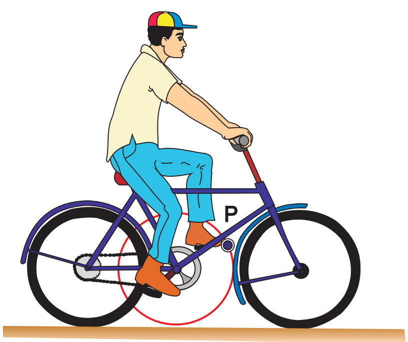
Respostas: a) 1cm/s b) $V_1 = V_2$ c) $5 \cdot 10^{-2}$m

Módulo 43

A física da bicicleta

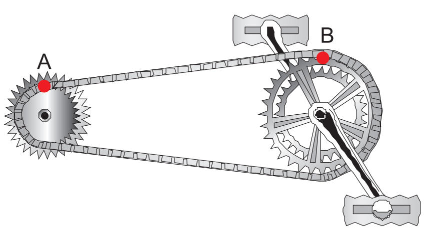
Palavras-chave:

• Frequência • Período



Em uma bicicleta o pedal está fixo na **coroa**, que é uma espécie de polia dentada. Quando o pedal gira, a coroa gira junto com a mesma velocidade angular e, portanto, com a mesma frequência:

$$f_{coroa} = f_{pedal}$$



A coroa está presa à **catraca**, que é outra polia com dentes, por uma corrente e, portanto, os pontos periféricos têm a mesma velocidade linear:

$$V_A = V_B$$

$$2\pi f_{catraca} R_{catraca} = 2\pi f_{coroa} \cdot R_{coroa}$$

$$f_{catraca} = \frac{R_{coroa}}{R_{catraca}} \cdot f_{coroa}$$

Uma bicicleta sofisticada tem várias coroas e várias catracas e cada combinação coroa-catraca é uma marcha da bicicleta. Por exemplo, uma bicicleta com 18 marchas tem três coroas e seis catracas.

A catraca, por sua vez, está fixa (é solidária) na roda traseira e, portanto, catraca e roda da bicicleta giram juntas com frequências iguais:

$$f_{roda} = f_{catraca}$$

A velocidade escalar da bicicleta, suposta constante, é dada por:

$$V = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi R_{roda}}{T_{roda}} = 2\pi f_{roda} \cdot R_{roda}$$

$$V = 2\pi f_{catraca} \cdot R_{roda}$$

$$V = 2\pi \cdot \frac{R_{coroa}}{R_{catraca}} \cdot f_{pedal} \cdot R_{roda}$$

Quando se pretende velocidade máxima, usamos uma marcha que combina a coroa de raio máximo com a catraca de raio mínimo.

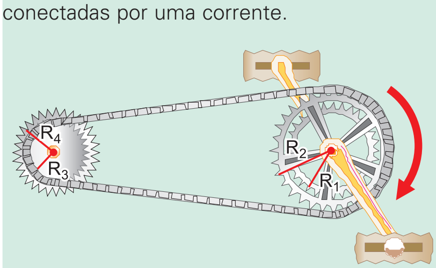
Quando se pretende subir uma ladeira íngreme, devemos conseguir uma força motriz maior, o que nos obriga a reduzir a velocidade (o produto força x velocidade representa a potência muscular desenvolvida) e, para tanto, usamos uma marcha que combina a coroa de raio mínimo com a catraca de raio máximo.

Exercícios Resolvidos

(MODELO ENEM) – Texto para os testes 1 e 2.

Funcionamento de uma bicicleta

As bicicletas sofisticadas possuem um elevado número de marchas. Qual o significado da marcha em uma bicicleta?
O mecanismo básico no funcionamento da bicicleta é a presença de duas polias denteadas conectadas por uma corrente.



A polia maior é chamada de coroa e é acionada pelo pedal, girando com a mesma frequência do pedal. A polia menor é chamada de catraca (ou pinhão) e é solidária à roda traseira, de modo que sua frequência de rotação é a mesma da roda traseira. Uma bicicleta com 21 marchas possui 3 coroas e 7 catracas e cada combinação coroa-catraca é uma marcha da bicicleta. A razão entre as frequências da coroa e da catraca é a razão inversa dos respectivos raios:

$$\frac{f_{catraca}}{f_{coroa}} = \frac{R_{coroa}}{R_{catraca}}$$

Como a frequência da roda é igual à da catraca e a frequência da coroa é igual à do pedal, tem-se:

$$\frac{f_{roda}}{f_{pedal}} = \frac{R_{coroa}}{R_{catraca}} \Rightarrow f_{roda} = \frac{R_{coroa}}{R_{catraca}} \cdot f_{pedal}$$

A velocidade da bicicleta tem módulo **V** dado por:

$$v = 2\pi f_{roda} \cdot R_{roda}$$

R_{roda} = raio da roda da bicicleta

$$\boxed{V = 2\pi \frac{R_{coroa}}{R_{catraca}} \cdot f_{pedal} \cdot R_{roda}}$$

Para um dado esforço muscular no ato de pedalar, mantendo-se constante a frequência do pedal, a velocidade de uma dada bicicleta (R_{roda} = constante) vai depender da razão $\frac{R_{coroa}}{R_{catraca}}$, ou seja, da marcha da bicicleta que está sendo utilizada. Considere uma bicicleta com 21 marchas, em que as três coroas têm raios R_1, R_2 e R_3, tais que $R_1 < R_2 < R_3$, e as 7 catracas têm raios R_4, R_5, R_6, R_7, R_8, R_9 e R_{10}, tais que $R_4 < R_5 < R_6 < R_7 < R_8 < R_9 < R_{10}$.

1 A marcha que permite a máxima velocidade da bicicleta, para uma frequência do pedal fixa, é aquela que combina

a) R_1 com R_4 b) R_3 com R_4
c) R_1 com R_{10} d) R_3 com R_{10}
e) R_2 com R_7

Resolução

De acordo com a relação

$$V = 2\pi \frac{R_{coroa}}{R_{catraca}} f_{pedal} R_{roda}$$

Para f_{pedal} e R_{roda} constantes, teremos

$V_{máx}$ quando combinarmos a coroa de raio máximo (R_3) com a catraca de raio mínimo (R_4).

Resposta: B

2 A potência muscular desenvolvida pela pessoa que está usando a bicicleta é dada por:

potência = força x velocidade

Quando pretendemos subir uma ladeira íngreme, precisamos desenvolver uma força intensa para vencermos a componente do peso paralela ao chão. Nesse caso, supondo-se que a potência se mantenha constante, devemos utilizar uma marcha que corresponda à velocidade mínima para uma dada frequência do pedal. A marcha que proporciona essa velocidade mínima é aquela que combina

a) R_1 com R_4 b) R_3 com R_4
c) R_1 com R_{10} d) R_3 com R_{10}
e) R_2 com R_7

Resolução

De acordo com a relação

$$V = 2\pi \frac{R_{coroa}}{R_{catraca}} f_{pedal} R_{roda}$$

Para f_{pedal} e R_{roda} constantes, teremos

$V_{mín}$ e força máxima quando combinarmos a coroa de raio mínimo (R_1) com a catraca de raio máximo (R_{10}).

Resposta: C

Exercícios Propostos

1 **(UNIFESP-MODELO ENEM)** – Pai e filho passeiam de bicicleta e andam lado a lado com a mesma velocidade. Sabe-se que o diâmetro das rodas da bicicleta do pai é o dobro do diâmetro das rodas da bicicleta do filho. Pode-se afirmar que as rodas da bicicleta do pai giram com

a) a metade da frequência e da velocidade angular com que giram as rodas da bicicleta do filho.
b) a mesma frequência e velocidade angular com que giram as rodas da bicicleta do filho.
c) o dobro da frequência e da velocidade angular com que giram as rodas da bicicleta do filho.
d) a mesma frequência das rodas da bicicleta do filho, mas com metade da velocidade angular.
e) a mesma frequência das rodas da bicicleta do filho, mas com o dobro da velocidade angular.

RESOLUÇÃO:

Para andarem lado a lado, pai e filho devem ter a mesma velocidade, cujo módulo V é dado por: $V = 2\pi f R = \pi f D$

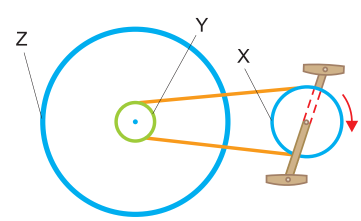
Como o diâmetro D_P da roda da bicicleta do pai é o dobro do diâmetro D_F da roda da bicicleta do filho, vem

$$\pi f_P D_P = \pi f_F D_F \qquad f_P\, 2 D_F = f_F D_F \qquad f_F = 2f_P \qquad \boxed{f_P = \frac{f_F}{2}}$$

Sendo $\omega = 2\pi f$, vem $\omega_F = 2\,\omega_P \Rightarrow$ $\boxed{\omega_P = \frac{\omega_F}{2}}$

Resposta: A

2 Na figura, representamos a roda traseira (Z) e o sistema de engrenagem de uma bicicleta, com a coroa (X) e a catraca (Y).



As rodas da bicicleta têm raio de 50cm, a coroa tem raio de 12cm e a catraca tem raio de 4cm.

O ciclista imprime ao pedal uma frequência constante de 1,0Hz (uma pedalada por segundo).

Determine

a) a frequência com que gira a coroa;
b) a frequência com que gira a catraca;
c) a frequência com que giram as rodas da bicicleta;
d) o módulo da velocidade da bicicleta, supondo-se que as rodas não derrapem. Adote $\pi \cong 3$.

RESOLUÇÃO:

a) A coroa gira com a mesma frequência do pedal: 1,0Hz.

b) Como a coroa e a catraca estão ligadas pela corrente, resulta

$$\frac{f_{CA}}{f_{CO}} = \frac{R_{CO}}{R_{CA}} \Rightarrow \frac{f_{CA}}{1,0} = \frac{12}{4} \Rightarrow \boxed{f_{CA} = 3,0Hz}$$

c) A roda traseira gira com a mesma frequência da catraca (é solidária à catraca): $\boxed{f_r = f_{CA} = 3,0Hz}$

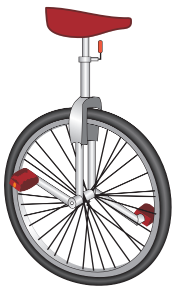
d) A velocidade da bicicleta é dada por

$$V = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi\, f_r\, R$$

$$V = 2 \,.\, 3 \,.\, 3,0 \,.\, 0,5 \text{ (m/s)} \Rightarrow \boxed{V = 9,0m/s}$$

Respostas: a) 1,0Hz b) 3,0Hz c) 3,0Hz d) 9,0m/s

3 **(UERJ)** – Uma das atrações típicas do circo é o equilibrista sobre o monociclo. O raio da roda do monociclo utilizado é igual a 20cm, e o movimento do equilibrista é retilíneo.



a) O equilibrista percorre, no início de sua apresentação, uma distância de 24π metros.
Determine o número de pedaladas por segundo, necessárias para que ele percorra essa distância em 30s, considerando-se o movimento uniforme.

b) Em outra situação, o monociclo começa a se mover a partir do repouso com aceleração escalar constante de 0,50 m/s^2.
Calcule a velocidade escalar média do equilibrista no trajeto percorrido, nos primeiros 6,0s.

RESOLUÇÃO:

a) $V = \dfrac{\Delta s}{\Delta t} = \dfrac{2\pi R}{T} = 2\pi f R$

$\dfrac{24\pi}{30} = 2\pi f \, . \, 0{,}20$ $\qquad f = \dfrac{24}{12}$ Hz $\Rightarrow \boxed{f = 2{,}0\text{Hz}}$

b) 1) $s = V_0 t + \dfrac{\gamma}{2} t^2 \Rightarrow s = \dfrac{0{,}50}{2} \, . \, (6{,}0)^2 \text{ (m)} = 9{,}0\text{m}$

2) $V_m = \dfrac{\Delta s}{\Delta t} = \dfrac{9{,}0\text{m}}{6{,}0\text{s}} \Rightarrow \boxed{V_m = 1{,}5\text{m/s}}$

Respostas: a) 2 pedaladas por segundo b) V_m = 1,5m/s

Módulo 44 — 1.ª Lei de Newton: Princípio da Inércia

Palavras-chave:

• Inércia • Força resultante nula

Isaac Newton foi um dos maiores gênios da Humanidade. Ele organizou toda a Mecânica apoiado em três leis que passaram para a história da Física como **"as Leis de Movimento de Newton"**.

A Teoria da Relatividade de Einstein não invalidou, porém limitou a validade das Leis de Newton.

Quando a velocidade dos corpos se aproxima da velocidade da luz no vácuo ($3{,}0 \, . \, 10^8$m/s), as Leis de Newton deixam de ser verdadeiras e temos de substituí-las pelas leis que aparecem na Teoria da Relatividade de Einstein. Porém, como na nossa vida cotidiana as velocidades envolvidas são muito menores que a velocidade da luz no vácuo, as correções impostas por Einstein não são significativas e as Leis de Newton continuam válidas em nosso cotidiano.

É usual dizermos que a Física Newtoniana é um caso particular da Física de Einstein para baixas velocidades, isto é, velocidades muito menores do que a velocidade da luz no vácuo.

As três Leis de Newton estudam:

1.ª lei: comportamento de um corpo livre da ação de forças;

2.ª lei: comportamento de um corpo ao receber a ação de uma força;

3.ª lei: como os corpos trocam forças entre si.

1. Objetivos da Dinâmica

Dinâmica é a parte da Física que investiga os fatores que podem produzir ou modificar o movimento dos corpos.

Enquanto a Cinemática apenas descreve o movimento por meio de equações matemáticas, a **Dinâmica** procura descobrir as **Leis da Natureza** que **explicam** estes movimentos.

2. Conceito de força

Na Dinâmica, entendemos **FORÇA** como sendo o agente físico que produz **ACELERAÇÃO**, isto é, a **causa** que tem como **efeito** a mudança de velocidade dos corpos.

Qualquer alteração de velocidade, seja em módulo, seja em direção, implica a presença de uma força.

Uma força aplicada é uma ação exercida sobre um corpo a fim de alterar sua velocidade e não permanece no corpo quando a ação termina.

A consequência de se puxar ou empurrar não é a velocidade, mas sim a alteração da velocidade.

3. Inércia

Definição

A inércia é uma propriedade característica da matéria, isto é, uma propriedade comum a todos os corpos.

Todos os corpos são constituídos de matéria, logo, todos os corpos gozam da propriedade chamada **INÉRCIA**.

Inércia é a tendência dos corpos em conservar a sua velocidade vetorial.

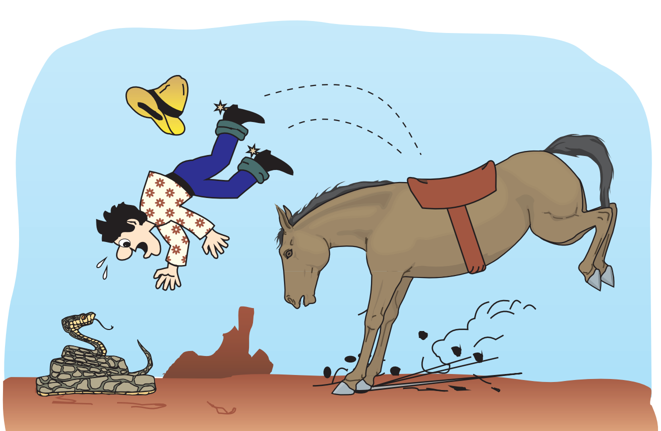
Se o corpo estiver inicialmente em repouso, ele tem uma tendência natural, espontânea, de **permanecer em repouso**. Para alterar o seu estado de repouso, é preciso a interverção de uma **força**.

Se o corpo já estiver em **movimento**, ele tem uma tendência natural, espontânea, de **permanecer em movimento**, conservando o módulo, a direção e o sentido de sua velocidade, isto é, tem tendência de continuar em **movimento retilíneo e uniforme**.

Para alterar o seu estado de movimento retilíneo e uniforme, é preciso a intervenção de uma **força**.

Exemplos

A) Quando um cavalo, em pleno galope, para bruscamente, o cavaleiro é projetado para fora da sela, por inércia de movimento.



B) Quando um ônibus está em repouso e arranca bruscamente, os passageiros que estavam em pé, sem se segurar, são projetados para trás, por **inércia de repouso**. Se o ônibus estiver em um plano horizontal com velocidade constante (movimento retilíneo e uniforme), não há tendência de os passageiros serem jogados para frente ou para trás, porém, em uma freada repentina, os passageiros são projetados para frente por **inércia de movimento**.

Inércia é a tendência de os corpos continuarem movimentando-se com a velocidade que lhes foi imprimida ou de continuarem em repouso, se estiverem inicialmente em repouso.

C) Quando um carro faz uma curva e a sua porta se abre, um passageiro nela encostado é jogado para fora do carro, por **inércia de movimento**, insistindo em manter a **direção** de sua velocidade vetorial.

- A propriedade chamada inércia de um corpo é medida quantitativamente por meio da massa deste corpo, que é, por isso, denominada **massa inercial**.

A massa de um corpo é uma medida de sua inércia.

- Só existe inércia de velocidade, não existe inércia de aceleração, isto é, retirada a força (causa), no mesmo instante cessa a aceleração (efeito) e apenas a velocidade do corpo será mantida constante, por inércia.

- Foi Galileu quem pela primeira vez apresentou o conceito de inércia, admitindo as duas manifestações: a inércia de repouso e a inércia de movimento.

Porém, Galileu cometeu um erro: admitiu que o movimento circular uniforme mantinha-se por inércia.

Aristóteles só aceitava a inércia de repouso, afirmando que o estado natural dos corpos era o repouso e, concluindo erradamente, que não existia movimento sem a presença de forças.

Os conceitos de inércia de repouso e de movimento foram aceitos por Newton e traduzidos em sua 1ª Lei de Movimento.

4. 1ª lei de movimento de Newton: Princípio da Inércia

A 1ª Lei de Movimento de Newton, aplicada a partículas (pontos materiais), estabelece o comportamento de uma partícula quando estiver **livre de forças**.

A expressão **livre de forças** deve ser interpretada de duas maneiras:

– nenhuma força atua sobre a partícula, o que, naturalmente, é apenas uma concepção teórica ideal, impossível de ser viabilizada praticamente.

– as forças atuantes na partícula neutralizam seus efeitos, de modo que a **"força resultante"** é nula.

A 1.ª Lei de Newton pode ser enunciada das seguintes maneiras:

1.º enunciado:

Uma partícula, livre de forças, mantém sua velocidade vetorial constante por inércia.

Desprezando-se as forças resistentes, a velocidade da moto se mantém por inércia.

2.º enunciado:

Uma partícula, livre de forças, ou permanece em repouso ou permanece em movimento retilíneo e uniforme.

3.º enunciado:

Uma partícula só pode alterar sua velocidade com intervenção de uma força externa.

Exemplificando

A) Um automóvel altera sua velocidade, em um plano horizontal, recebendo uma **força externa** do solo por meio do **atrito**. Se não existisse atrito, os carros não poderiam ser acelerados nem as pessoas poderiam andar em um plano horizontal.

B) Quando um pássaro (ou um avião a hélice) está voando, recebe do ar uma força externa capaz de alterar sua velocidade vetorial.

C) Uma nave de propulsão a jato é acelerada graças à força externa recebida dos jatos expulsos, isto é, os jatos aplicam no corpo da nave a força externa que vai alterar sua velocidade vetorial.

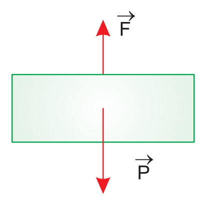
D) O herói infantil conhecido como "Super-Homem" traduz uma aberração física, pois, por mais forte e carregado de energia que ele seja, não pode voar sem receber a ação de uma força externa (ou do ar ou de um sistema de jatos).

E) Uma nave a hélice não pode ser usada para uma viagem espacial, pois, para ser acelerada, deve receber força externa do ar e teria de atravessar, no espaço sideral, regiões de vácuo onde não há possibilidade de receber força externa do ar.

5. Sistema de referência inercial

Considere um livro no chão de um ônibus, inicialmente em repouso. Admitamos que o chão seja liso de modo a não haver atrito entre o chão e o livro.

O livro está sob a ação de duas forças que se neutralizam: a força de gravidade aplicada pela Terra ($\vec{P}$) e a força aplicada pelo chão ($\vec{F}$).



$$\vec{F} + \vec{P} = \vec{0}$$

Se o ônibus acelerar, por causa da inexistência de atrito, o livro continua parado em relação à Terra, porém escorrega para trás em relação ao ônibus.

Verifiquemos, então, que a 1.ª Lei de Newton é válida em relação a um referencial ligado à Terra: o livro estava em repouso e, como está livre de forças, continuou em repouso; porém, não é válida em relação a um referencial ligado ao ônibus acelerado: o livro estava em repouso, livre de forças, e se movimentou para trás em relação ao ônibus.

Isto posto, notamos que a 1.ª Lei de Newton não pode ser aplicada para qualquer sistema de referência; ela é válida para privilegiados sistemas de referência, que são chamados de **Sistemas Inerciais**.

Para nossos estudos, serão considerados inerciais os referenciais ligados à superfície terrestre e os referenciais em movimento de translação retilínea e uniforme em relação à superfície terrestre.

Exercícios Resolvidos

1 **(MODELO ENEM)** – Considere as proposições a seguir:

(01) Quando um carro freia, o corpo do motorista é projetado para frente, porque todo corpo tende a manter sua velocidade vetorial, por inércia.

(02) Uma partícula eletrizada cria campo elétrico na posição em que ela se encontra.

(04) A função da força resultante em uma partícula é manter sua velocidade vetorial constante.

(08) Em uma viagem de uma nave espacial para a Lua, o sistema de jatos fica ligado durante todo o tempo.

(16) Uma pessoa, partindo do repouso, não pode andar em um plano horizontal sem atrito.

(32) Não pode existir um super-homem que voe pela ação exclusiva de sua própria força muscular.

Dê como resposta a soma dos números associados às proposições corretas.

Resolução

(01) Correta: É a 1.ª Lei de Newton.

(02) Falsa: Se a partícula criasse campo elétrico na posição onde se encontra, ela conseguiria, sozinha, mudar sua velocidade vetorial, contrariando a 1.ª Lei de Newton.

(04) Falsa: A função da força resultante é variar a velocidade vetorial e não mantê-la constante.

(08) Falsa: A maior parte do trajeto é feita em MRU, por inércia, com o sistema de jatos desligado.

(16) Correta: Para andar, a pessoa deve receber uma força de atrito do chão.

(32) Correta: Nenhum corpo pode, sozinho, mudar sua velocidade vetorial.

Resposta: 49

2 **(MODELO ENEM)** – Um carro está em movimento retilíneo, em um plano horizontal, e seu motorista está pisando no acelerador até o fundo. Em virtude do efeito da força de resistência do ar, a força resultante que age no carro tem intensidade F dada por:

$$F = 1500 - 0{,}60\, V^2 \text{ (SI)}$$

em que V é o módulo da velocidade do carro.

A partir de um certo instante, a velocidade do carro torna-se constante e seu valor é chamado de **velocidade limite**.

Nas condições especificadas, a velocidade limite do carro tem módulo igual a:

a) 50km/h b) 120km/h
c) 150km/h d) 180km/h
e) 220km/h

Resolução

Quando a velocidade do carro se tornar constante (MRU), a força resultante se anulará:

$V = V_{lim} \Leftrightarrow F = 0$ $\quad 0 = 1500 - 0{,}60\, V_{lim}^2$

$0{,}60\, V_{lim}^2 = 1500$ $\quad V_{lim}^2 = 2500$

$$\boxed{V_{lim} = 50\text{m/s} = 180\text{km/h}}$$

Resposta: D

3 **(MODELO ENEM)** – Um homem, no interior de um elevador, está jogando dardos em um alvo fixado na parede interna do elevador. Inicialmente, o elevador está em repouso, em relação à Terra, suposta um Sistema Inercial, e o homem acerta os dardos bem no centro do alvo. Em seguida, o elevador está em movimento retilíneo e uniforme em relação à Terra. Se o homem quiser continuar acertando no centro do alvo, como deverá fazer a mira, em relação ao seu procedimento com o elevador parado?

a) Mais alto.
b) Mais baixo.
c) Mais alto se o elevador estiver subindo, mais baixo se descendo.
d) Mais baixo se o elevador estiver subindo e mais alto se descendo.
e) exatamente do mesmo modo.

Resolução

O elevador em repouso ou em movimento retilíneo e uniforme, subindo ou descendo, com qualquer valor de velocidade constante, é sempre um Sistema Inercial e, como todos os Sistemas Inerciais são equivalentes, para se obter o mesmo resultado (acertar no centro do alvo), a experiência deve ser repetida nas mesmas condições (repetir a mira exatamente do mesmo modo).

Resposta: E

Exercícios Propostos

1 **(UERJ-MODELO ENEM)** – Observe que, na tirinha abaixo, uma palavra da frase do segundo quadrinho foi substituída por um sinal de interrogação.

(Adaptado de DAOU, L. e CARUSO, F. *Tirinhas de Física* – vol. 4. Rio de Janeiro: CBPF, 2001.)

A palavra substituída refere-se à seguinte lei física:

a) inércia. b) gravidade.
c) atração dos corpos. d) conservação da massa.

RESOLUÇÃO:
O carro tende a manter sua velocidade por *inércia* (1.ª Lei de Newton).
Resposta: A

2 **(UFRJ)** – A figura 1 mostra um bloco em repouso sobre uma superfície plana e horizontal. Nesse caso, a superfície exerce sobre o bloco uma força $\vec{F}_1$.

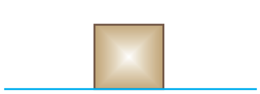


Fig.1

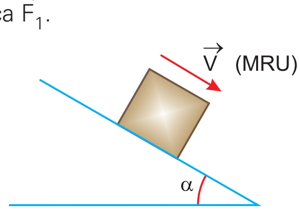


Fig.2

A figura 2 mostra o mesmo bloco deslizando, com movimento retilíneo e uniforme, descendo uma rampa inclinada de α em relação à horizontal, segundo a reta de maior declive. Nesse caso, a rampa exerce sobre o bloco uma força $\vec{F}_2$.

Compare $\vec{F}_1$ com $\vec{F}_2$ e justifique sua resposta.

RESOLUÇÃO:
Em ambos os casos, o bloco está sob ação exclusiva de seu peso $\vec{P}$ e da força $\vec{F}$ aplicada pelo apoio.
Nos dois casos (repouso e MRU), a força resultante é nula e, portanto, $\vec{F} = -\vec{P}$.
Então, $\vec{F}_1 = \vec{F}_2 = -\vec{P}$

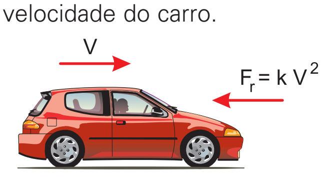
3 **(MODELO ENEM)** – Um carro está movendo-se em um plano horizontal, em linha reta, e seu motorista está pisando no acelerador até o fim.

O carro recebe do chão, por causa do atrito, uma força para frente, constante e de intensidade F.

A força que se opõe ao movimento e vai limitar a velocidade do carro é a força de resistência do ar cuja intensidade F_r é dada por:

$$F_r = k\, V^2$$

k = coeficiente aerodinâmico que depende da densidade do ar e da geometria do carro.
V = módulo da velocidade do carro.



A força resultante que age no carro tem intensidade F_R dada por:

$$\boxed{F_R = F - kV^2}$$

A velocidade máxima que o carro pode atingir (velocidade limite do carro) é dada por:

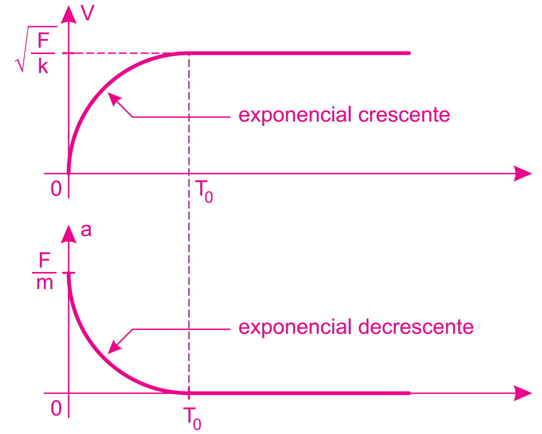
a) $V_{lim} = \dfrac{F}{k}$ b) $V_{lim} = \dfrac{k}{F}$

c) $V_{lim} = \sqrt{\dfrac{F}{k}}$ d) $V_{lim} = 3{,}0 \cdot 10^8$ m/s

e) $V_{lim} = 340$ m/s

RESOLUÇÃO:
A velocidade limite é atingida quando a força resultante F_R se anular, isto é, a força de resistência do ar equilibrar a força motriz que o carro recebe do chão por causa do atrito.
$F_R = 0 \Rightarrow F = kV^2_{lim}$

$$V^2_{lim} = \frac{F}{k} \Rightarrow \boxed{V_{lim} = \sqrt{\frac{F}{k}}}$$



Resposta: C

No Portal Objetivo

Para saber mais sobre o assunto, acesse o **PORTAL OBJETIVO** (**www.portal.objetivo.br**) e, em "localizar", digite **FIS1M205**

Módulos 45 e 46

2ª Lei de Newton: Relação entre força e aceleração

Palavras-chave:
• Força • Aceleração

A 2.ª Lei de Newton refere-se ao comportamento de um corpo ao receber a ação de uma força, isto é, estabelece uma relação entre causa (força) e efeito (aceleração).

Qualquer alteração de velocidade, seja em módulo, seja em orientação, significa uma aceleração que implica a presença de uma força.

FORÇA ⇔ ALTERAÇÃO DE VELOCIDADE

A força referida na 2.ª Lei de Newton é a força resultante que age no corpo, isto é, a soma vetorial de todas as forças atuantes no corpo.

Quando uma nave está no espaço sideral, livre da ação de forças externas, ela se move por inércia com velocidade constante.

Se a nave quiser acelerar, frear ou mudar a direção de sua velocidade, ela deverá receber uma força externa e para isso o astronauta deverá acionar o sistema de jatos.

Os jatos expulsos é que vão aplicar na nave a força externa de que ela precisa para alterar a sua velocidade.

Quando você está dirigindo um carro e quer alterar a velocidade dele, você deverá receber do solo terrestre uma força externa e para tal você deverá pisar no acelerador ou no freio.

1. 2ª lei de movimento de Newton – Princípio Fundamental da Dinâmica (PFD)

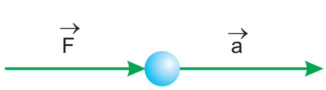
A 2.ª Lei de Movimento de Newton procura estabelecer o comportamento de uma partícula ao receber uma força.

Enunciado da 2ª Lei de Newton:

Quando uma partícula recebe a ação de uma força, ela adquire, na direção e sentido da força, uma aceleração cujo módulo é proporcional ao módulo da força aplicada.

A 2.ª Lei de Newton estabelece um aspecto quantitativo entre a força aplicada (causa) e o efeito produzido (aceleração), que pode ser traduzido pela chamada equação fundamental da Dinâmica:

$$\vec{F} = m\,\vec{a}$$



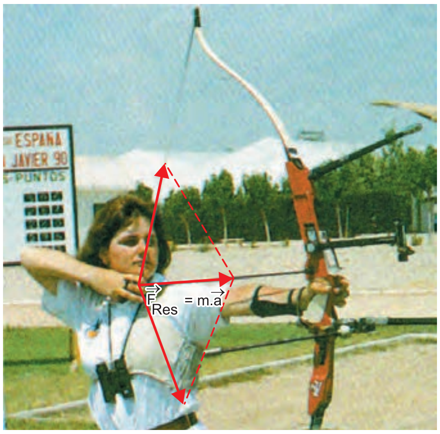
$\vec{F}$ = força aplicada.
m = massa da partícula.
$\vec{a}$ = aceleração adquirida.

A equação $\vec{F} = m\,\vec{a}$ é uma igualdade vetorial, o que nos mostra que, sendo a massa uma grandeza escalar sempre positiva, a força $\vec{F}$ e a aceleração $\vec{a}$ terão sempre a mesma direção e o mesmo sentido.

Quando atua sobre a partícula mais de uma força, a força aplicada $\vec{F}$ deve ser entendida como a **força resultante** que age na partícula.

O foguete recebe ação de uma força aplicada pelos jatos.

A força resultante é uma força hipotética, capaz de substituir todas as forças atuantes e produzir o mesmo efeito, isto é, proporcionar à partícula a mesma aceleração.



Quando atuam mais de uma força em uma partícula, a força aplicada deve ser entendida como a força resultante: $\vec{F}_{res} = m\ .\ \vec{a}$. Na figura, representamos as forças e a respectiva resultante que a corda do arco aplica na flecha, depois que a atleta solta a corda.

Sendo $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, ..., $\vec{F}_n$ as forças atuantes na partícula, foi estabelecido por Galileu que a força resultante é dada pela soma vetorial dessas forças atuantes:

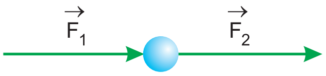
$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n$$

A soma de forças obedece às regras estabelecidas para a soma de vetores e destacamos três casos de soma de duas forças:

- $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ têm mesma direção e sentido.

Nesse caso, o módulo da força resultante (F) é a soma dos módulos (F_1 e F_2) das forças atuantes.

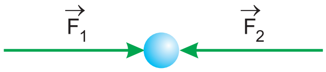
$$F = F_1 + F_2$$



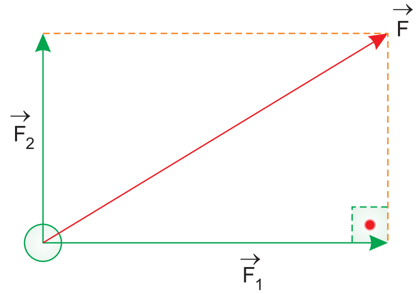
- $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ têm mesma direção e sentidos opostos, com $F_1 > F_2$.

Nesse caso, o módulo da força resultante (F) é dado pela diferença entre os módulos (F_1 e F_2) das forças atuantes:

$$F = F_1 - F_2$$



- $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ têm direções perpendiculares.



Nesse caso, o módulo da força resultante (F) é relacionado com os módulos (F_1 e F_2) das forças atuantes, por meio do Teorema de Pitágoras.

$$F^2 = F_1^2 + F_2^2$$

2. Unidades de medida

Os sistemas de unidades usados na Mecânica adotam, como fundamentais, três unidades, que são definidas a partir de um modelo ou padrão. As demais unidades denominam-se derivadas e são definidas a partir das fundamentais pelas fórmulas que traduzem as leis da Mecânica.

Adotaremos em nossos estudos um sistema de unidades chamado SISTEMA INTERNACIONAL (SI), cujas unidades fundamentais são:

- **METRO** (m), definido como sendo a distância percorrida pela luz, no vácuo, em um intervalo de tempo de 1/299 792 458 do segundo.
- **QUILOGRAMA** (kg), definido como sendo a massa de um cilindro de platina iridiada, conservado no museu de Sèvres, em Paris.
- **SEGUNDO** (s), definido em função da radiação atômica do elemento Césio.

3. Unidades de velocidade, aceleração e força

Da definição de velocidade escalar $V = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$, vem:

$$\text{unidade [V]} = \frac{\text{unidade }[\Delta s]}{\text{unidade }[\Delta t]} = \frac{m}{s} = m\ .\ s^{-1}$$

Da definição da aceleração escalar $a = \frac{\Delta V}{\Delta t}$, vem:

$$\text{unidade } [a] = \frac{\text{unidade } [\Delta V]}{\text{unidade } [\Delta t]} = \frac{m/s}{s} = \frac{m}{s^2} = m \cdot s^{-2}$$

- De acordo com a 2ª Lei de Newton, vem:

unidade [F] = unidade [m] . unidade [a]

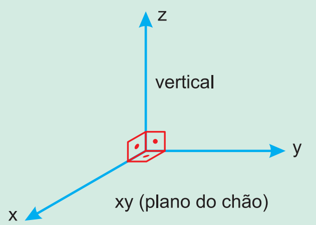
$$\text{unidade } [F] = kg \cdot \frac{m}{s^2} = kg \cdot m \cdot s^{-2} = \text{newton (N)}$$

A unidade de força, no SI, é o newton (N).

Exercícios Resolvidos – Módulo 45

1 Considere um sistema de coordenadas cartesianas triortogonal xyz fixo no solo terrestre com o eixo z vertical.

Um objeto está-se movendo para cima ao longo do eixo z e o módulo de sua velocidade está diminuindo.



De posse dessa informação, podemos concluir que

a) existe uma única força atuando no objeto na direção do eixo z e sentido para baixo.
b) a força resultante no objeto tem direção e sentido do eixo z.
c) podem existir várias forças atuando no objeto mas a mais intensa deve ser dirigida segundo o eixo z e dirigida para baixo.
d) a força resultante no objeto tem a direção do eixo z e sentido para baixo.
e) Não podem existir forças atuando no objeto que tenham a direção dos eixos x e y.

Resolução

Se o objeto se move na direção do eixo z com movimento retardado, podemos concluir que a aceleração vetorial tem a direção do eixo z e sentido oposto ao de seu movimento e, portanto, dirigida para baixo.

A respeito das forças atuantes, só podemos concluir que a força resultante (soma vetorial de todas as forças atuantes) tem a mesma orientação da aceleração vetorial, isto é, é dirigida segundo o eixo z e tem sentido para baixo.

Resposta: D

2 **(VUNESP-MODELO ENEM)** – Uma das causas mais frequentes da procura de serviço médico de pronto-socorro por pais com crianças são as quedas e os acidentes domésticos. Considere, por exemplo, uma criança que corre a 3,0m/s, quando, sem perceber que uma porta de vidro estava fechada, bate nela com a cabeça, recebendo da porta uma força média de intensidade 900N. Sabe-se que, nessas condições, depois de um intervalo de tempo de 0,01s, sua cabeça está parada em relação à porta. Se a mesma criança, com a mesma velocidade, batesse sua cabeça contra uma porta almofadada que amortecesse o impacto, parasse num intervalo de tempo dez vezes maior, pode-se afirmar que a intensidade da força média aplicada pela cabeça da criança na porta, na segunda situação valeria em N,

a) 90 b) 180 c) 900
d) 1800 e) 9000

Resolução

PFD: $F_m = ma = \frac{m\,\Delta V}{\Delta t} \Rightarrow F_m \cdot \Delta t = m\Delta V$

Nas duas situações $m\Delta V$ é o mesmo e, portanto:

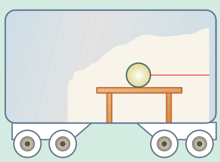
$F_{m_1} \cdot \Delta t_1 = F_{m_2} \cdot \Delta t_2$

$$\frac{F_{m_2}}{F_{m_1}} = \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{\Delta t_1}{10\,\Delta t_1}$$

$$\boxed{F_{m_2} = \frac{F_{m_1}}{10} = 90N}$$

Resposta: A

3 **(OLIMPÍADA BRASILEIRA DE FÍSICA-MODELO ENEM)** – Na figura a seguir, uma esfera de aço está apoiada sobre o tampo de uma mesa plana e horizontal. A mesa está no interior de um vagão que se move sobre trilhos retilíneos e horizontais.

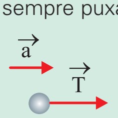


Estando a mesa e a esfera em repouso em relação ao vagão e sabendo-se que o fio que prende a bola ao vagão encontra-se tracionado, é correto afirmar que

a) o vagão pode estar movendo-se da direita para a esquerda com movimento uniforme.
b) o vagão pode estar movendo-se da esquerda para a direita com movimento uniforme.
c) o vagão pode estar movendo-se da direita para a esquerda com movimento retardado.
d) o vagão pode estar movendo-se da esquerda para a direita com movimento retardado.
e) o vagão pode estar movendo-se da direita para a esquerda com movimento acelerado.

Resolução

Se o fio está tracionado, ele exerce sobre a esfera de aço uma força para a direita (fio sempre puxa):



De acordo com a 2ª Lei de Newton (PFD), a esfera e, portanto, o vagão têm uma aceleração $\vec{a}$ dirigida para a direita e o vagão pode estar

1) movendo-se para a direita com movimento acelerado.
2) movendo-se para a esquerda com movimento retardado.

Resposta: C

Exercícios Propostos – Módulo 45

1 Uma partícula está sujeita à ação de uma força resultante constante e não nula. A respeito da aceleração ($\vec{a}$) e da velocidade ($\vec{V}$) da partícula, assinale a opção correta:

	$\vec{a}$	$\vec{V}$
a)	variável	variável
b)	constante	constante
c)	variável	constante
d)	constante	variável
e)	nula	nula

RESOLUÇÃO:

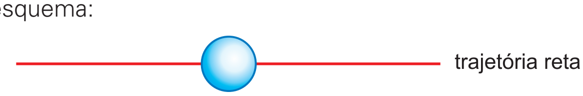
A intensidade da força resultante é diretamente proporcional à intensidade da aceleração. Assim:

F_{res} = constante ≠ 0 ⇒ a = cte ≠ 0

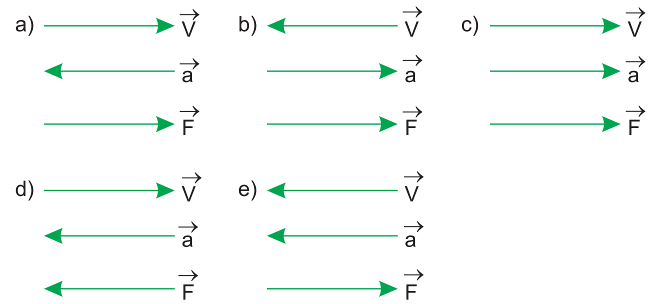
Sendo a ≠ 0 ⇒ $\vec{V}$ é variável.

Resposta: D

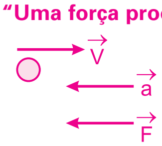
2 Uma partícula desloca-se em trajetória horizontal conforme o esquema:



Sabendo-se que a partícula se desloca para a direita com movimento retardado, assinale a opção que traduz corretamente a direção e sentido da velocidade ($\vec{v}$), da aceleração ($\vec{a}$) e da força resultante ($\vec{F}$):



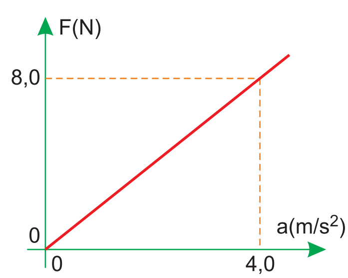
RESOLUÇÃO:
Conforme a 2ª Lei de Newton:
"Uma força produz na sua direção e sentido uma aceleração…"



I. O vetor velocidade possui o sentido do movimento: para a direita.
II. Como o movimento é retardado: $\vec{v}$ e $\vec{a}$ possuem sentidos opostos, assim $\vec{F}$ e $\vec{a}$ são opostos a $\vec{v}$.

Resposta: D

3 O gráfico a seguir nos dá a intensidade da força resultante F sobre uma partícula, em função do módulo de sua aceleração.



a) Qual a massa da partícula?
b) Qual o módulo da aceleração quando F = 10,0N?

RESOLUÇÃO:

a) $F_{res} = m \cdot a \Rightarrow m = \dfrac{F_{res}}{a}$

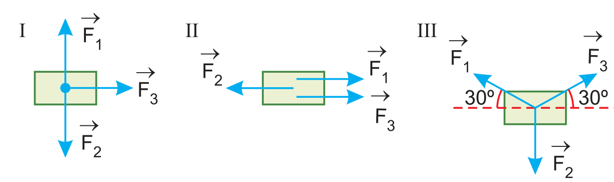
Do gráfico, se $a = 4{,}0m/s^2$, tem-se $F_{res} = 8{,}0N$.

$m = \dfrac{8{,}0}{4{,}0}$ (kg) $\Rightarrow$ $\boxed{m = 2{,}0kg}$

b) $F_{res} = m \cdot a \Rightarrow a = \dfrac{F_{res}}{m} = \dfrac{10{,}0}{2{,}0}$ $(m/s^2) \Rightarrow$ $\boxed{a = 5{,}0m/s^2}$

Respostas: a) 2,0kg b) 5,0m/s²

4 **(UNIFAL-MG-MODELO ENEM)** – Considere os três diagramas ilustrados abaixo (I, II e III), referentes às forças que atuam sobre um corpo de massa m, nos quais os módulos das forças F_1, F_2 e F_3 são idênticos.



A relação entre os módulos das acelerações resultantes neste corpo é:
(Dados: sen 30°= 0,50 e cos 30°= 0,67)

a) $a_I > a_{II} > a_{III}$ b) $a_I = a_{II} = a_{III}$ c) $a_I = a_{II} > a_{III}$
d) $a_I = a_{II} < a_{III}$ e) $a_I > a_{II} < a_{III}$

RESOLUÇÃO:
I. $F_R = F$ II. $F_R = F$ III. $F_R = 0$
Resposta: C

Exercícios Resolvidos – Módulo 46

1 **(UNESP-MODELO ENEM)** – Uma das modalidades esportivas em que nossos atletas têm sido premiados em competições olímpicas é a de barco a vela. Considere uma situação em que um barco de 100 kg, conduzido por um velejador com massa de 60 kg, partindo do repouso, se desloca sob a ação do vento em movimento retilíneo e uniformemente acelerado, até atingir a velocidade escalar de 18 km/h. A partir desse instante, passa a navegar com velocidade constante. Se o barco navegou 25 m em movimento retilíneo e uniformemente acelerado, qual é o módulo da força resultante aplicada sobre o barco? Despreze resistências ao movimento do barco.

a) 50N b) 60N c) 70N
d) 80N e) 90N

Resolução

$V = 18 \dfrac{km}{h} = \dfrac{18}{3{,}6}$ m/s = 5,0m/s

Aplicando-se a Equação de Torricelli, vem:

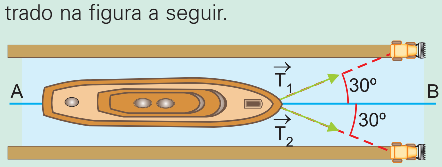
2) $V^2 = V_0^2 + 2\,\gamma\,\Delta s$ (MUV)

$25 = 0 + 2\gamma \cdot 25 \Rightarrow$ $\boxed{\gamma = 0{,}5m/s^2}$

3) 2ª Lei de Newton aplicada ao barco:
$F_R = (m_B + m_H)\,a$
$F_R = (100 + 60)\,0{,}5$ (N) $\Rightarrow$ $\boxed{F_R = 80N}$

Resposta: D

2 **(UFRJ)** – Um navio de massa igual a $1{,}0 \cdot 10^3$ toneladas deve ser rebocado ao longo de um canal estreito por dois tratores que se movem sobre trilhos retos, conforme é mostrado na figura a seguir.



Os tratores exercem forças $\vec{T}_1$ e $\vec{T}_2$ constantes, que têm mesmo módulo, igual a $1{,}0 \cdot 10^4$N, e formam um ângulo de 30 graus com a direção do movimento do navio, representada pela reta **AB** da figura. Supondo-se que o navio esteja inicialmente em repouso em relação às margens do canal, calcule

a) o módulo, a direção e o sentido da aceleração inicial.
Após um determinado intervalo de tempo, com os tratores ainda exercendo força como no início do movimento, a velocidade do navio passa a ser constante, nessas condições, calcule:
b) o módulo, a direção e o sentido da força de resistência viscosa que a água exerce sobre o navio.

Resolução

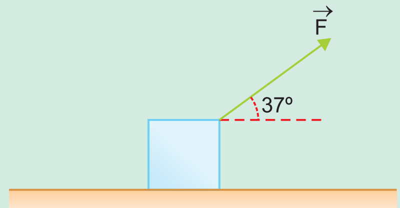
a) A força resultante $\vec{F}$ entre $\vec{T}_1$ e $\vec{T}_2$ terá direção da reta AB e sentido de A para B.
A aceleração do navio terá a mesma direção e sentido da força resultante $\vec{F}$.
O módulo da aceleração inicial é dado por:
PFD: F = m a
2 T cos 30° = m a

$$2 \cdot 1{,}0 \cdot 10^4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 1{,}0 \cdot 10^6\, a$$

$$\boxed{a = \frac{\sqrt{3}}{10^2}\, m/s^2 \cong 1{,}7 \cdot 10^{-2}\, m/s^2}$$

b) Quando a velocidade ficar constante, a força resultante será nula e a força aplicada pela água deverá equilibrar a força $\vec{F}$ e, para tanto, deverá ter a direção da reta AB, o sentido de B para A e módulo igual a $\sqrt{3} \cdot 10^4$N.

3 Um corpo de massa 2,0kg é puxado sobre uma superfície horizontal por uma força $\vec{F}$, constante, de intensidade 5,0N, cuja direção forma ângulo de 37° com o plano horizontal.
A força de atrito entre o corpo e a superfície tem intensidade igual a 0,80 N.



São dados: sen 37° = 0,60 e cos 37° = 0,80.
O módulo da aceleração do bloco vale:

a) 1,0 b) 1,2 c) 1,4
d) 1,6 e) 2,0

Resolução

1) $F_x = F \cos 37° = 5{,}0 \cdot 0{,}80\ (N) = 4{,}0N$

2) PFD: $F_x - F_{at} = ma$

$4{,}0 - 0{,}8 = 2{,}0 \cdot a \Rightarrow \boxed{a = 1{,}6 m/s^2}$

Resposta: D

Exercícios Propostos – Módulo 46

1 **(UFRRJ-MODELO ENEM)** – Aproveitando o tempo ocioso entre um compromisso e outro, Paulo resolve fazer compras em um supermercado. Quando preenche completamente o primeiro carrinho com mercadorias, utiliza-se de um segundo, que é preso ao primeiro por meio de um gancho, como demonstra a figura.

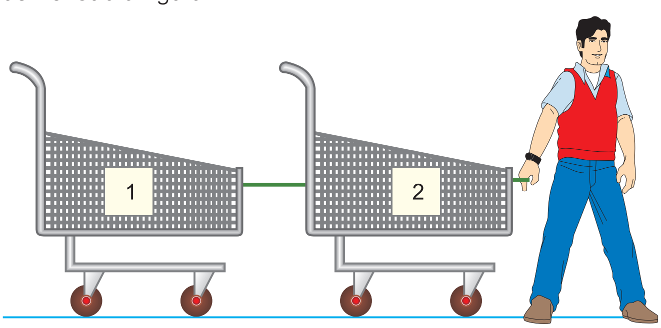


Figura adaptada de http://www.fisicalegal.net

Sabe-se que as massas dos carrinhos estão distribuídas uniformemente, e que seus valores são iguais a m_1 = 40kg e m_2 = 22kg. Paulo puxa o carrinho com uma força constante de módulo igual a 186N. Admitindo-se que o plano é perfeitamente horizontal e que é desconsiderada qualquer dissipação por atrito, a aceleração máxima desenvolvida pelos carrinhos é de

a) 2,2 m/s² b) 3,0 m/s² c) 4,6 m/s²
d) 8,5 m/s² e) 12,1 m/s²

RESOLUÇÃO:
$F = (m_1 + m_2)\, a$
$186 = 62a$
$\boxed{a = 3{,}0 m/s^2}$
Resposta: B

2 **(FATEC-SP)** – Uma motocicleta sofre aumento de velocidade escalar de 10m/s para 30m/s enquanto percorre, em movimento retilíneo uniformemente variado, a distância de 100m. Se a massa do conjunto piloto + moto é de 500kg, pode-se concluir que o módulo da força resultante sobre o conjunto é

a) 2,0 . 10²N b) 4,0 . 10²N c) 8,0 . 10²N
d) 2,0 . 10³N e) 4,0 . 10³N

RESOLUÇÃO:
1) Sendo o movimento uniformemente variado, temos:
$V^2 = V_0^2 + 2\,\gamma\,\Delta s$ **(Equação de Torricelli)**
$(30)^2 = (10)^2 + 2\,\gamma\, 100$
$900 = 100 + 200\gamma$
$\boxed{\gamma = 4{,}0 m/s^2}$

2) Como a trajetória é retilínea, a aceleração vetorial tem módulo igual ao da aceleração escalar:
$\boxed{a = \gamma = 4{,}0 m/s^2}$

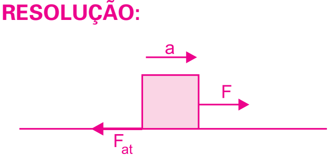
3) A força resultante que age no conjunto piloto + moto é dada pela 2.ª Lei de Newton:
PFD: $F_R = ma$
$F_R = 500 \cdot 4{,}0 (N)$
$\boxed{F_R = 2{,}0 \cdot 10^3 N}$

Resposta: D

3 Um bloco de madeira de 2,0kg, puxado por um fio ao qual se aplica uma força constante, de intensidade 14,0N, que atua paralelamente à superfície plana e horizontal sobre a qual o bloco se apóia, apresenta uma aceleração de módulo 3,0m/s². Este resultado pode ser explicado se se admitir que também atua no bloco uma força de atrito cuja intensidade, em newtons, vale:

a) 6,0 b) 7,0 c) 8,0 d) 14,0 e) 20,0

RESOLUÇÃO:



PFD: $F - F_{at} = ma$
$14{,}0 - F_{at} = 2{,}0 \cdot 3{,}0$
$\boxed{F_{at} = 8{,}0N}$

Resposta: C

Módulo 47

Peso

Palavras-chave:
• Gravidade • Galileu
• Imponderabilidade

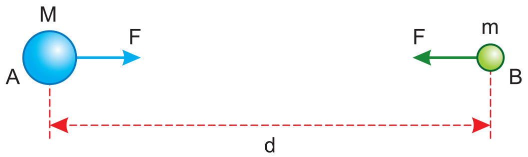
Todo corpo cria em torno de si um campo de forças chamado campo gravitacional.

O campo gravitacional se torna relevante se a massa do corpo for muito grande, como a massa do Sol, dos planetas ou da Lua.

Assim, qualquer corpo nas proximidades da Terra é atraído pelo nosso planeta por uma força gravitacional que traduz o seu **peso**.

É famosa a história da maçã de Isaac Newton: observando a queda da fruta, Newton imaginou que a força que fazia a maçã cair (peso da maçã) deveria ser da mesma natureza da força que fazia a Lua gravitar em torno da Terra.

A partir das medidas a respeito da queda livre dos corpos e da órbita lunar em torno da Terra, Newton conseguiu formular a famosa lei da gravitação universal, que se tornou um dos pilares da Física Newtoniana, ensinando como ocorre a atração entre duas massas:



F = intensidade da força gravitacional entre os corpos A e B

M = massa do corpo A

m = massa do corpo B

d = distância entre A e B

G = constante universal (tem o mesmo valor em todo o Universo)

$$F = \frac{G\,M\,m}{d^2}$$

1. Experiência de Galileu

Foi Galileu quem, pela 1.ª vez, estudou corretamente a queda livre dos corpos. Suas experiências foram feitas com quedas no ar e os estudos foram extrapolados para a queda no vácuo (espaço vazio; ausência de matéria).

Segundo comprovou Galileu:

Todos os corpos em queda livre (queda no vácuo) caem com a mesma aceleração.

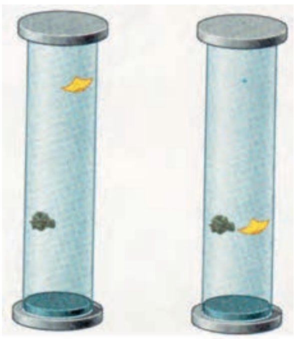
A experiência de Galileu nos ensina que a aceleração de queda livre é a mesma para todos os corpos, não importando a massa, tamanho, forma ou densidade do corpo.

Entende-se por **"queda livre"** uma queda pela ação da gravidade (e desprezando-se o efeito do ar), isto é, uma **queda gravitacional no vácuo**.

A aceleração de queda livre, que é a mesma para todos os corpos, é denominada **aceleração da gravidade** e, nas proximidades da Terra, tem valor praticamente constante e assumido como 9,8m/s^2, denominado **gravidade normal**.

Na realidade, a aceleração da gravidade varia com a altitude e com a latitude; o valor citado refere-se ao nível do mar e a uma latitude de 45°.

A experiência de Galileu pode ser feita analisando-se a queda de uma bola de chumbo e de uma pluma em câmaras de vácuo (tubos de onde se procura retirar todo o ar), porém, sempre de modo aproximado, dada a inexistência de vácuo perfeito.



Nas experiências, mostra-se a influência do ar na queda da pedra e do papel (fig. a) e a queda de ambos no vácuo (fig. b).

(a) *(b)*

Quando os astronautas estiveram na Lua, eles repetiram, com sucesso, a experiência de Galileu, pois na Lua não há atmosfera e as condições são ideais para a verificação da queda livre.

A aceleração de queda livre na Lua é, aproximadamente, um sexto de seu valor na Terra, isto é, da ordem de 1,6m/s^2.

2. Peso de um corpo

É muito importante não confundir os conceitos de massa e peso de um corpo.

A massa **(m)** é uma grandeza característica do corpo, que mede a sua inércia, e sua unidade, no SI, é o quilograma (kg). A massa é grandeza escalar e não depende do local.

O peso de um corpo é consequência da força de gravidade com que o corpo é atraído pela Terra.

A Terra cria, em torno de si, um campo de forças que é denominado campo de gravidade.

Qualquer corpo, nas proximidades da Terra, é atraído por ela, por uma força denominada força gravitacional.

Não levando em conta os efeitos ligados à rotação da Terra, essa força gravitacional, aplicada pela Terra, é denominada **peso** do corpo.

O peso é, pois, uma força, grandeza de natureza vetorial, e é medido, no SI, em newtons (N).

A equação relacionando o peso (P) e a massa (m) é obtida aplicando-se a 2ª Lei de Newton para um corpo em queda livre.

Quando um corpo de massa (m) está em queda livre, sua aceleração é a aceleração da gravidade local ($\vec{g}$) e a única força atuante sobre ele é o seu peso ($\vec{P}$).

Portanto: $\vec{F} = m\,\vec{a} \Rightarrow$ $\boxed{\vec{P} = m\,\vec{g}}$

Observe que, como a gravidade $\vec{g}$ varia com o local, o peso de um corpo não é característica sua, pois também depende do local, variando proporcionalmente com o valor de $|\vec{g}|$.

Por outro lado, como a aceleração da gravidade $\vec{g}$ tem direção vertical e sentido para baixo, o peso $\vec{P}$ também terá direção vertical e sentido para baixo.

Quando um astronauta vai para a Lua, sua massa continua a mesma, porém o seu peso varia, pois a aceleração da gravidade lunar é diferente da terrestre. Na Lua, a aceleração da gravidade é, aproximadamente, um sexto de seu valor na Terra e o peso do astronauta também será, aproximadamente, um sexto de seu valor na Terra.

Saiba mais

A imponderabilidade (sensação de ausência de peso) pode ser obtida no interior de um avião em queda livre ou em uma nave orbitando ao redor da Terra.

Exercícios Resolvidos

1 **(VUNESP-MODELO ENEM)** – É comum alunos do ensino médio afirmarem que aprenderam a diferença entre massa e peso, alegando que ao irem até a farmácia para se pesar, na verdade estão medindo sua massa e não seu peso, pois peso é força, e massa não é. No entanto, às vezes pode-se perceber que tais balanças de farmácia indicam variações na medida, por exemplo ao efetuarmos movimentos de agachar ou de levantar. Isso se explica porque essas balanças

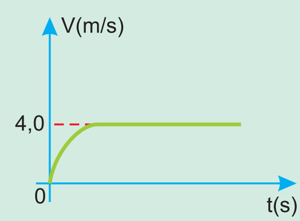
a) podem não estar funcionando adequadamente, já que deveriam indicar sempre a mesma massa, que é constante.
b) medem a força, que é sensível aos movimentos, mas indicam a massa correspondente, em condições estáticas.
c) indicam a variação da massa causada pela variação da velocidade, que foi prevista por Einstein ($E = mc^2$).
d) medem a força gravitacional, que varia com a distância ao centro da Terra e, portanto, com o movimento indicado.
e) medem a massa inercial quando o corpo está em repouso e a massa gravitacional quando este se movimenta.

Resolução

Embora a balança esteja calibrada em massa (medida em kg), na realidade ela mede a força que os pés da pessoa aplicam sobre ela. Em condições estáticas tal força é igual ao peso da pessoa, porém se a pessoa estiver agachando-se ou levantando-se ou mesmo movendo seus braços a força aplicada na balança não mais coincidirá com o seu peso e a indicação da balança não será mais a massa da pessoa.

Resposta: B

2 **(MODELO ENEM)** – Pode-se dividir a queda vertical de uma gota de chuva em dois trechos. Um, que vai do início da queda até ser atingida a velocidade limite da gota e outro, que se inicia após atingir essa velocidade. Esses dois trechos estão representados no seguinte gráfico da velocidade escalar da gota em função do tempo.



A intensidade da força de resistência do ar sobre a gota é proporcional à sua velocidade escalar, conforme a expressão $F_r = 2{,}0 \cdot 10^{-4} V$, sendo F em newtons e V em m/s.
Sabendo-se que $g = 10\ m/s^2$, o peso dessa gota de chuva vale

a) $1{,}0 \cdot 10^{-4}$N b) $2{,}0 \cdot 10^{-4}$N
c) $4{,}0 \cdot 10^{-4}$N d) $5{,}0 \cdot 10^{-4}$N
e) $8{,}0 \cdot 10^{-4}$N

Resolução

Quando a velocidade limite é atingida (4,0m/s), a força de resistência do ar equilibra o peso da gota.

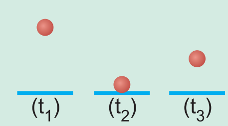
$F_r = P$

$2{,}0 \cdot 10^{-4} \cdot V_{lim} = P \Rightarrow P = 2{,}0 \cdot 10^{-4} \cdot 4{,}0\ (N)$

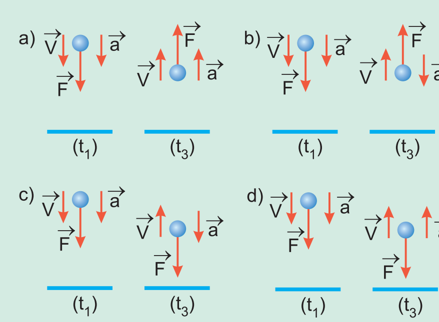
$\boxed{P = 8{,}0 \cdot 10^{-4} N}$

Resposta: E

3 **(UFU-MG)** – Na sequência abaixo, estão representados três instantes do movimento de queda livre de uma bola de borracha: no instante t_1, a bola encontra-se em movimento descendente; no instante t_2, ela atinge o solo e, no instante t_3, a bola desloca-se no sentido contrário ao seu sentido inicial (movimento ascendente).



Assinale a alternativa, na qual a força resultante ($\vec{F}$), a velocidade ($\vec{V}$) e a aceleração ($\vec{a}$) da bola, nos instantes t_1 e t_3, estão corretamente representadas.



Resolução

A força resultante $\vec{F}$ é o peso da bola (vertical para baixo) e a aceleração é a gravidade $\vec{g}$ (vertical para baixo).
Na descida (t_1), o vetor velocidade é dirigido para baixo e na subida (t_3), para cima.

Resposta: C

Exercícios Propostos

1 **(FUVEST)** – Uma força de intensidade 1,0N tem ordem de grandeza do peso de

a) um homem adulto;
b) uma criança recém-nascida;
c) um litro de leite;
d) uma xicrinha cheia de café;
e) uma pena de galinha.

Resposta: D

2 **(UEPB-MODELO ENEM)** – Leia com atenção a seguinte tira:

(Folha de São Paulo)

A partir da leitura, analise as proposições a seguir:

I. A resposta que Garfield deu ao seu dono está fisicamente incorreta, pois o peso de um corpo independe do local onde se encontra.

II. A resposta que Garfield deu ao seu dono está fisicamente correta, porque dependendo do local onde o corpo se encontre, o seu peso se altera.

III. Para Garfield conseguir o seu objetivo, deveria ir a um destes planetas do Sistema Solar: Netuno (Campo Gravitacional 10,6N/kg), Urano (Campo Gravitacional 11N/kg), Vênus (Campo Gravitacional 8,9N/kg), Marte (Campo Gravitacional 3,9N/kg).

Com base na análise feita, assinale a alternativa correta:

a) Apenas as proposições I e III são verdadeiras.
b) Apenas as proposições II e III são verdadeiras.
c) Apenas a proposição I é verdadeira.
d) Apenas a proposição II é verdadeira.
e) Nenhuma das proposições é verdadeira.

RESOLUÇÃO:
I. Falsa: a massa independe do local, o peso é proporcional ao valor da aceleração da gravidade local.
II. Correta.
III. Falsa: o gato deveria ir para um planeta onde a aceleração da gravidade fosse menor que a da Terra; nos exemplos citados: Vênus e Marte.
Resposta: D

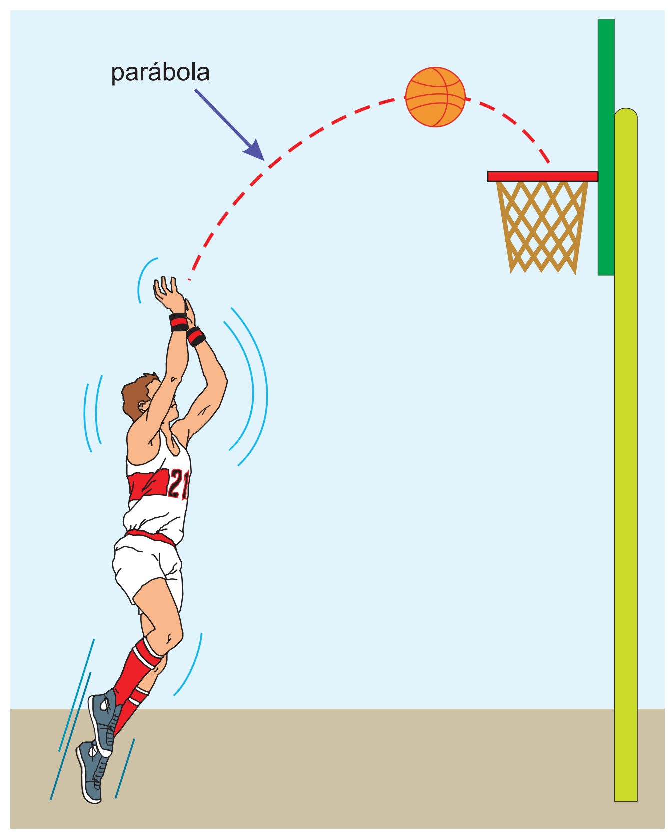
3 **(UFJF-MG-MODELO ENEM)** – Sidiney descansa sob a sombra de uma goiabeira e observa uma goiaba cair. Ele então afirma: posso calcular a força que impele a goiaba rumo ao chão usando a equação: $\vec{F} = m\,\vec{a}$.

Em relação a essa afirmação de Sidiney, é correto o seguinte comentário:

a) A quantidade m é uma medida da inércia da goiaba.
b) A quantidade m é o peso da goiaba.
c) Se a goiabeira estivesse em uma nave em órbita da Terra, m seria zero.
d) Se a goiabeira estivesse na Lua, m seria menor do que na Terra.
e) Não podemos utilizar a equação $\vec{F} = m\,\vec{a}$ para esse caso.

RESOLUÇÃO:
a) (V) A massa é uma media da inércia.
b) (F) O peso é dado por P = mg.
c) (F) O peso aparente seria nulo.
d) (F) A massa é a mesma; o peso é menor na Lua.
e) (F)
Resposta: A

4 **(UFRJ)** – Um jogador de basquete cobra um lance livre. A trajetória da bola, supondo desprezível a resistência do ar, está mostrada na figura.



Determine a direção e o sentido da resultante das forças que atuam sobre a bola, no instante em que ela se encontra na posição indicada na figura, e calcule seu módulo, sabendo-se que a massa da bola é igual a 0,65kg e que, no local, a aceleração da gravidade tem módulo igual a $10m/s^2$.

Justifique sua resposta.

RESOLUÇÃO:
A força resultante é o peso da bola, que é uma força vertical, dirigida para baixo e de intensidade

$$P = mg = 0{,}65 \cdot 10 \text{ (N)}$$

$$\boxed{P = 6{,}5N}$$

5 **(UNIP-MODELO ENEM)** – A tabela a seguir indica o valor aproximado da intensidade da aceleração da gravidade na superfície de alguns planetas que compõem o nosso sistema solar.

Na Terra, um corpo A tem massa de 1,0kg e um corpo B tem massa de 2,5kg.

Planeta	**g(m/s^2)**
Mercúrio	3,0
Vênus	8,0
Terra	10
Marte	4,0
Júpiter	25
Saturno	10
Urano	8,0
Netuno	11

Assinale a opção correta:

a) O corpo A terá peso igual ao do corpo B nos planetas Vênus e Urano.
b) Somente em Saturno a massa do corpo A continua sendo igual a 1,0kg.
c) A massa do corpo A é máxima em Júpiter.
d) O peso do corpo A é o mesmo em todos os planetas.
e) O peso do corpo B em Marte é igual ao peso do corpo A na Terra.

RESOLUÇÃO:

$P_B = m_B\, g_M = 2,5 \,.\, 4,0\ (N) = 10,0N$

$P_A = m_A\, g_T = 1,0 \,.\, 10,0\ (N) = 10,0N$

Resposta: E

Módulo 48

2.ª Lei de Newton em movimentos verticais

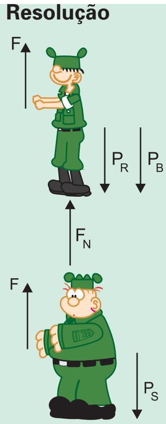
Exercícios Resolvidos

1 **(VUNESP-MODELO ENEM)** – Observe o quadrinho.

Considere as massas do recruta Zero, do sargento Tainha e da bigorna, respectivamente iguais a 55kg, 80kg e 35kg. Sendo constante a intensidade de todas as forças atuantes e sabendo-se que, no primeiro quadrinho, a reação normal do solo sobre o recruta Zero tem intensidade de 50N e que a aceleração da gravidade local tem módulo g = 10m/s^2, a máxima intensidade da aceleração, em m/s^2, com que o sargento Tainha é levado para o alto é, aproximadamente

a) 0,13 b) 0,63 c) 5,0
d) 6,3 e) 11,0

Resolução



Para o equilíbrio do recruta Zero, vem:

$F + F_N = P_R + P_B$

$F + 50 = 900$

$\boxed{F = 850N}$

Para o sargento Tainha:

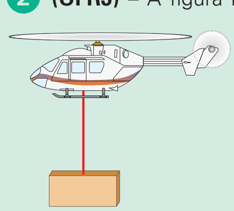
PFD: $F - P_S = m_S\, a$

$850 - 800 = 80 \,.\, a$

$\boxed{a \cong 0,63m/s^2}$

Resposta: B

2 **(UFRJ)** – A figura mostra um helicóptero que se move verticalmente, em relação à Terra, transportando um bloco de massa 100kg, por meio de um cabo de aço. O cabo pode ser considerado inextensível e de massa desprezível quando comparada à do bloco. Considere g = 10m/s^2.



Suponha que, num determinado instante, a força tensora no cabo de aço tenha intensidade igual a 1,2kN. Despreze a força de resistência do ar que age no bloco.

a) Determine, neste instante, o sentido da aceleração vetorial do bloco e calcule o seu módulo.
b) É possível saber se, nesse instante, o helicóptero está subindo ou descendo? Justifique a sua resposta.

Resolução

a) Como a força tensora T = 1200N é maior que o peso do bloco P = 1000N, a aceleração $\vec{a}$ é dirigida para cima.

PFD: $T - P = m\, a$

$1200 - 1000 = 100 \,.\, a$

$\boxed{a = 2,0m/s^2}$

b) O sentido do movimento (subindo ou descendo) não está determinado.
O helicóptero pode estar subindo com movimento acelerado ($\uparrow \vec{V}\ \uparrow \vec{a}$) ou descendo com movimento retardado ($\downarrow \vec{V}\ \uparrow \vec{a}$).

3 **(UNIFOR-CE-MODELO ENEM)** – Um elevador e sua carga têm juntos massa de 800kg. Considere a aceleração local da gravidade com módulo g = 10m/s^2. Inicialmente descendo a 4,0m/s, ele é freado e para numa distância de 8,0m, com aceleração constante. Nessas condições, a tração no cabo do elevador tem intensidade, em newtons.

a) 7,2 . 10^3 b) 7,6 . 10^3 c) 8,0 . 10^3
d) 8,4 . 10^3 e) 8,8 . 10^3

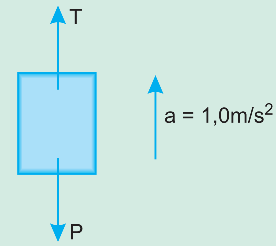
Resolução

1) $V^2 = V_0^2 + 2\gamma\,\Delta s$ (MUV)

$0 = (4,0)^2 + 2\gamma\ 8,0$

$-16,0 = 16,0\gamma \Rightarrow \boxed{\gamma = -1,0m/s^2}$

2)



PFD: $T - P = M a$

$T = M g + Ma$

$T = M (g + a)$

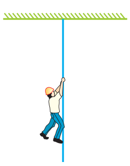
$T = 800 (10 + 1,0)$ N

$\boxed{T = 8,8 \cdot 10^3N}$

Resposta: E

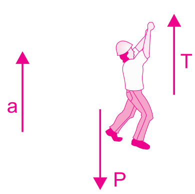
Exercícios Propostos

1 **(AFA)** – Um homem de massa 70kg está subindo com movimento acelerado por um fio ideal com aceleração de módulo igual a $0,50m/s^2$. Adote $g = 10m/s^2$ e despreze o efeito do ar. Nessas condições, a intensidade da tração, no fio, em N, vale



a) 350 b) 665 c) 700
d) 735 e) 800

RESOLUÇÃO:



PFD: $T - P = ma$

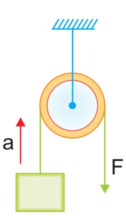
$T - 700 = 70 \cdot 0,50$

$T - 700 = 35$

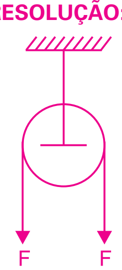
$\boxed{T = 735N}$

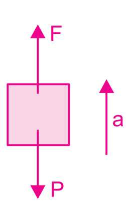
Resposta: D

2 **(UFPE)** – Um corpo de massa **25kg** está sendo içado por uma força vertical **F**, aplicada em uma corda inextensível e de massa desprezível. A corda passa através de uma roldana de massa também desprezível, que está presa ao teto por um cabo de aço. O cabo de aço se romperá se for submetido a uma força de intensidade maior do que **950N**. Calcule o módulo da aceleração máxima que o corpo pode atingir, em **m/s²**, sem romper o cabo de aço.



RESOLUÇÃO:





$F_{cabo} = 2F$

$F_{máx} = \dfrac{F_{cabo}}{2} = 475N$

PFD: $F - P = ma$

$F_{máx} - mg = m\,a_{máx}$

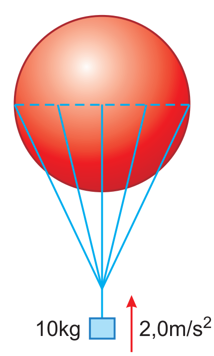
$a_{máx} = \dfrac{F_{máx}}{m} - g$

$a_{máx} = \dfrac{475}{25} - 10\ (m/s^2) \Rightarrow \boxed{a_{máx} = 9m/s^2}$

No Portal Objetivo

Para saber mais sobre o assunto, acesse o **PORTAL OBJETIVO** (**www.portal.objetivo.br**) e, em "localizar", digite **FIS1M206**

3 **(CEDERJ-MODELO ENEM)** – Um balão carrega um pequeno bloco cuja massa é 10 kg. Observa-se que o conjunto formado pelo balão e bloco se desloca com uma aceleração constante vertical, para cima, e de módulo igual a $2,0\ m/s^2$. Considere, nesta questão, que o módulo da aceleração da gravidade seja $g = 10m/s^2$.



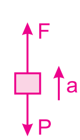
Calcule o módulo da força que o balão exerce sobre o bloco.

a) 20N b) 100N c) 120N
d) 200N e) 300N

RESOLUÇÃO:

a) $F_R = ma = 10 \cdot 2,0$ (N) = 20N

b)



PFD = $F - P = ma$

$F - 100 = 20 \Rightarrow$ $\boxed{F = 120N}$

Resposta: C

No Portal Objetivo

Para saber mais sobre o assunto, acesse o **PORTAL OBJETIVO** (**www.portal.objetivo.br**) e, em "localizar", digite **FIS1M207**