AULA 1 – FRENTE 1

Exercícios prospostos

1 A 1.ª determinação positiva do arco 900º é:

a) 90º **b)** 120º **c)** 180º **d)** 240º **e)** 330º

2 Determine:

a) sen 120º

$\frac{\sqrt{3}}{2}$

b) sen 225º

$-\frac{\sqrt{2}}{2}$

c) sen 330º

$-\frac{1}{2}$

3 O valor de sen 1110º é igual a:

a) –1 **b)** 1 **c)** $\frac{1}{2}$ **d)** $-\frac{1}{2}$ **e)** $\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\text{sen } 1110° = \text{sen } 30° = \frac{1}{2}$

4 O valor da expressão $E = \frac{\text{sen } 180° + \text{sen } 60° - \text{sen } 240°}{\text{sen } 90° + \text{sen } 360°}$ é igual a:

a) 1 **b)** $\frac{\sqrt{3}}{4}$ **c)** 0 **d)** $\frac{3}{2}$ **e)** $\sqrt{3}$

5 Resolva as equações:

a) 2 sen x – 1 = 0, sabendo que $0 \le x \le 2\pi$

$V = \left\{\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right\}$

b) $2 \text{ sen } x + \sqrt{2} = 0$, sabendo que $0° \le x \le 360°$

$V = \{225°; 315°\}$

6 Determine os valores de **m** para os quais a equação em x, $\text{sen } x = \frac{2m-1}{5}$, tem solução.

$-2 \le m \le 3$

Exercícios complementares

1 Determine:

a) sen 750º

$$\begin{array}{l|l} 750^\circ & 360^\circ \\ \hline 30^\circ & 2 \text{ voltas} \end{array}$$

$\text{sen } 750^\circ = \text{sen } 30^\circ = \frac{1}{2}$

b) sen 450º

$$\begin{array}{l|l} 450^\circ & 360^\circ \\ \hline 90^\circ & 1 \text{ volta} \end{array}$$

$\text{sen } 450^\circ = \text{sen } 90^\circ = 1$

c) sen 720º

$$\begin{array}{l|l} 720^\circ & 360^\circ \\ \hline 0^\circ & 2 \text{ voltas} \end{array}$$

$\text{sen } 720^\circ = \text{sen } 0^\circ = 0$

2 O valor da expressão

$E = \dfrac{\text{sen } 30^\circ + \text{sen } 150^\circ + \text{sen } 360^\circ}{\text{sen } 90^\circ - \text{sen } 270^\circ}$ é igual a:

a) 1 **b)** 2 **c)** 0 **d)** $\frac{1}{2}$ **e)** $-\frac{1}{2}$

$$E = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 0}{1 - (-1)}$$

$$E = \frac{1}{1 + 1}$$

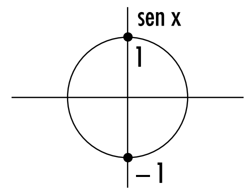
$$E = \frac{1}{2}$$

3 Resolva a equação $\text{sen}^2 x - 1 = 0$, sabendo que $0 \le x \le 2\pi$.

$\text{sen}^2 x - 1 = 0$

$\text{sen}^2 x = 1$

$\boxed{\text{sen } x = \pm 1}$



$x = \frac{\pi}{2}$ ou $x = \frac{3\pi}{2}$

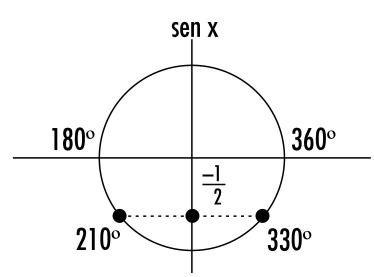
$V = \left\{ \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right\}$

4 Resolva a equação $2 \text{ sen } x + 1 = 0$, sabendo que $0^\circ \le x \le 360^\circ$.

$2 \text{ sen } x + 1 = 0$

$2 \text{ sen } x = -1$

$\boxed{\text{sen } x = -\frac{1}{2}}$



$x = 210^\circ$ ou $x = 330^\circ$

$V = \{210^\circ; 330^\circ\}$

5 Quais os valores de **m** para que a equação em x, sen x = $\dfrac{2m + 3}{7}$, tenha solução?

a) $-1 \le m \le 1$
b) $-7 \le m \le 7$
c) $-5 \le m \le 2$
d) $-2 \le m \le 5$
e) $-5 \le m \le 4$

$-1 \le \text{sen } x \le 1$

$-1 \le \dfrac{2m+3}{7} \le 1$

$-7 \le 2m + 3 \le 7$

$-7 - 3 \le 2m \le 7 - 3$

$-10 \le 2m \le 4$

$\boxed{-5 \le m \le 2}$

Exercícios-Tarefa

1 Calcular a 1.ª determinação positiva dos arcos:

a) 480º

Resolução:

480º | 360º
120º 1 volta

A 1.ª determinação positiva do arco 480º é 120º.

Resposta: 120º

b) 1380º

Resolução:

1380º | 360º
300º 3 voltas

A 1.ª determinação positiva do arco 1380º é 300º.

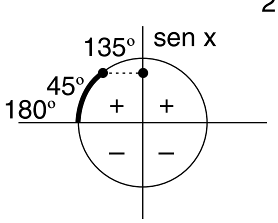
Resposta: 300º

2 Determine:

a) sen 135º

Resolução:

sen 135º = sen 45º = $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

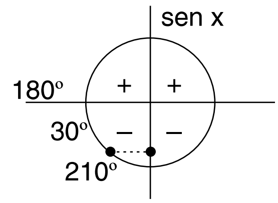


Resposta: sen 135º = $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

b) sen 210º

Resolução:

sen 210º = – sen 30º = $-\dfrac{1}{2}$

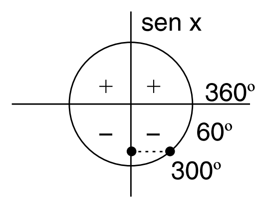


Resposta: sen 210º = $-\dfrac{1}{2}$

c) sen 300º

Resolução:

sen 300º = – sen 60º = $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$



Resposta: sen 300º = $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

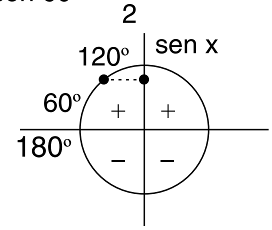
3 O valor de sen 840º é igual a:

a) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ **b)** $\dfrac{1}{2}$ **c)** 1 **d)** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ **e)** $-\dfrac{1}{2}$

Resolução:

sen 840º = sen 120º = sen 60º = $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

840º | 360º
120º 2 voltas



Resposta: A

4 O valor da expressão $E = \dfrac{\text{sen } 360^\circ + \text{sen } 45^\circ - \text{sen } 315^\circ}{\text{sen } 270^\circ + \text{sen } 180^\circ}$

é igual a:

a) $\sqrt{2}$ **b)** $-\sqrt{2}$ **c)** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ **d)** 1 **e)** – 1

Resolução:

$$E = \frac{\text{sen } 360^\circ + \text{sen } 45^\circ - \text{sen } 315^\circ}{\text{sen } 270^\circ + \text{sen } 180^\circ}$$

$$E = \frac{0 + \dfrac{\sqrt{2}}{2} - \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)}{-1+0}$$

$$E = \frac{\dfrac{\sqrt{2}}{2} + \dfrac{\sqrt{2}}{2}}{-1}$$

$$E = \frac{\cancel{2} \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{\cancel{2}}}{-1} \Rightarrow E = \frac{\sqrt{2}}{-1} \Rightarrow E = -\sqrt{2}$$

Resposta: B

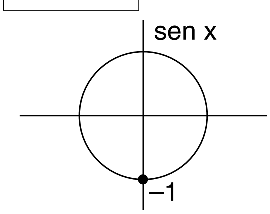
5 Resolva as equações:

a) sen x + 1 = 0, sabendo que $0 \le x \le 2\pi$

Resolução:

sen x + 1 = 0

$\boxed{\text{sen } x = -1}$



$x = 270^\circ$ ou $x = \dfrac{3\pi}{2}$

$V = \left\{\dfrac{3\pi}{2}\right\}$

Resposta: $V = \left\{\dfrac{3\pi}{2}\right\}$

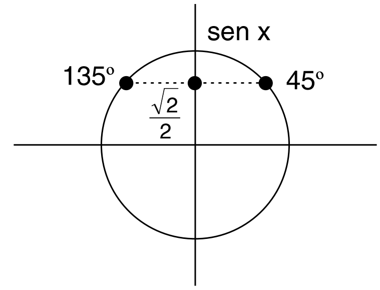
b) $2 \text{ sen } x - \sqrt{2} = 0$, sabendo que $0^\circ \le x \le 360^\circ$

Resolução:

$2 \text{ sen } x - \sqrt{2} = 0$

$2 \text{ sen } x = \sqrt{2}$

$\boxed{\text{sen } x = \dfrac{\sqrt{2}}{2}}$



V = {45°; 135°}

Resposta: V = {45°; 135°}

6 Determine os valores de **m** para os quais a equação em x, $\text{sen } x = \dfrac{m-3}{2}$, tem solução.

Resolução:

$-1 \le \text{sen } x \le 1$

$- \le \dfrac{m - 3}{2} \le 1$

$-2 \le m - 3 \le 2$

$-2 + 3 \le m \le 2 + 3$

$\boxed{1 \le m \le 5}$

Resposta: $1 \le m \le 5$

AULA 2 – FRENTE 1

Exercícios propostos

1 Quantos segundos tem o arco de 10°40'?

a) 24600"
b) 27100"
c) 32680"
d) 38400"
e) 42500"

2 O valor da expressão cos 120° + cos 600° é igual a:

a) – 1 **b)** 1 **c)** 0 **d)** $\sqrt{3}$ **e)** $-\sqrt{3}$

3 Resolva as equações:

a) $2 \cos x - \sqrt{3} = 0$, sabendo que $0° \leq x \leq 360°$

$V = \{30°; 330°\}$

b) $2 \cos x + \sqrt{2} = 0$, sabendo que $0° \leq x \leq 360°$

$V = \{135°; 225°\}$

4 Determine os valores reais de **m** para os quais a equação em x, $2 \cos x + 3 = m$, tem solução.

$1 \leq m \leq 5$

5 O valor da expressão $E = \dfrac{\cos\left(\dfrac{x}{6}\right) - \cos\left(\dfrac{x}{2}\right)}{\cos x}$, para $x = 2\pi$, é igual a:

a) $\dfrac{1}{2}$ **b)** $\dfrac{3}{2}$ **c)** 1 **d)** $-\dfrac{1}{2}$ **e)** 0

6 Resolvendo a equação $3 \cos^2 x - 3 = 0$, supondo $0° \leq x \leq 360°$, obtemos:

a) $V = \{30°; 150°, 210°, 330°\}$

b) $V = \{180°; 360°\}$

c) $V = \{360°\}$

d) $V = \{150°; 210°\}$

e) $V = \{0°; 180°; 360°\}$

Exercícios complementares

1 O valor da expressão $E = \cos 810° + \cos 540°$ é igual a:

a) 2 **b)** 1 **c)** 0 **d)** -1 **e)** $-\dfrac{1}{2}$

$E = \cos 810° + \cos 540° = \cos 90° + \cos 180° = 0 - 1 = 1$

$810° \;\underline{|\,360°}$
$90° \quad 2$ voltas

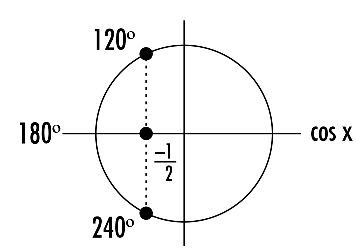
$540° \;\underline{|\,360°}$
$180° \quad 1$ volta

2 Resolva a equação $2 \cos x + 1 = 0$, sabendo que $0° \leq x \leq 360°$.

$2 \cos x + 1 = 0$

$2 \cos x = -1$

$\boxed{\cos x = -\dfrac{1}{2}}$



$x = 120°$ ou $x = 240°$

$V = \{120°; 240°\}$

3 Determine os valores reais de **m** para os quais a equação em x, cos x = $\frac{2m - 10}{4}$, tem solução.

$-1 \le \cos x \le 1$

$-1 \le \frac{2m - 10}{4} \le 1$

$-4 \le 2m - 10 \le 4$

$-4 + 10 \le 2m \le 4 + 10$

$6 \le 2m \le 14$

$\boxed{3 \le m \le 7}$

4 O valor da expressão $E = \dfrac{\cos\left(\frac{x}{6}\right) + \cos\left(\frac{x}{9}\right)}{\cos\left(\frac{x}{3}\right)}$, para x = 3π, é igual a:

a) $-\frac{1}{2}$ **b)** – 1 **c)** 0 **d)** 1 **e)** $\frac{1}{2}$

$$E = \frac{\cos\left(\frac{3\pi}{6}\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{9}\right)}{\cos\left(\frac{3\pi}{3}\right)}$$

$$E = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)}{\cos \pi}$$

$$E = \frac{0 + \frac{1}{2}}{-1}$$

$$E = -\frac{1}{2}$$

Exercícios-Tarefa

1 Quantos segundos tem o arco de 25º20'?

a) 24600" **d)** 56500"
b) 32800" **e)** 91200"
c) 44200"

Resolução:

1º ——— 60'
25º ——— x

1º x = 25º . 60'
x = 1500'

25º 20' = 1500' + 20' = 1520'

1' ——— 60"
1520' ——— x

1' x = 1520' . 60"

$\boxed{x = 91200''}$

Resposta: E

2 O valor da expressão $E = \dfrac{\cos x + \cos\left(\frac{x}{3}\right) - \cos\left(\frac{x}{2}\right)}{\cos(2x)}$, para x = π, é igual a:

a) $\frac{1}{2}$ **b)** $\frac{3}{2}$ **c)** $-\frac{1}{2}$ **d)** – 1 **e)** 2

Resolução:

$$E = \frac{\cos x + \cos\left(\frac{x}{3}\right) - \cos\left(\frac{x}{2}\right)}{\cos(2x)}$$

$$E = \frac{\cos \pi + \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{2}\right)}{\cos(2\pi)}$$

$$E = \frac{-1 + \frac{1}{2} - 0}{1}$$

$$\boxed{E = -\frac{1}{2}}$$

Resposta: C

3 Determine o conjunto solução da equação $4 \cos x - 2 = 0$ para $0° \leq x \leq 360°$.

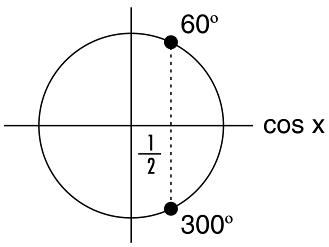
Resolução:

$4 \cos x - 2 = 0$

$4 \cos x = 2$

$\cos x = \dfrac{2}{4}$

$\cos x = \dfrac{1}{2}$



$x = 60°$ ou $x = 300°$

$V = \{60°; 300°\}$

Resposta: $V = \{60°; 300°\}$

4 Determine os valores reais de **m** para os quais a equação em x, $\dfrac{\cos x + 9}{2} = m$, tem solução.

Resolução:

I. $\dfrac{\cos x + 9}{2} = m$

$\cos x + 9 = 2m$

$\boxed{\cos x = 2m - 9}$

II. $-1 \leq \cos x \leq 1$

$-1 \leq 2m - 9 \leq 1$

$-1 + 9 \leq 2m \leq 1 + 9$

$8 \leq 2m \leq 10$

$\boxed{4 \leq m \leq 5}$

Resposta: $4 \leq m \leq 5$

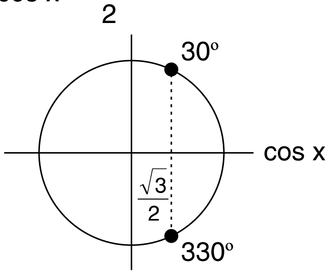
5 Resolva a equação $2 \cos x - \sqrt{3} = 0$, sabendo que $0 \leq x \leq 2\pi$.

Resolução:

$2 \cos x - \sqrt{3} = 0$

$2 \cos x = \sqrt{3}$

$\cos x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$



$x = 30°$ ou $x = 330°$

$x = \dfrac{\pi}{6}$ ou $x = \dfrac{11\pi}{6}$

$V = \left\{\dfrac{\pi}{6}; \dfrac{11\pi}{6}\right\}$

Resposta: $V = \left\{\dfrac{\pi}{6}; \dfrac{11\pi}{6}\right\}$

AULA 3 – FRENTE 2

Exercícios propostos

1 Sendo $A = \{x \in IR \mid 2 \leq x < 5\}$ e $B = \{x \in IR \mid x < 3 \text{ ou } x \geq 4\}$, podemos afirmar que:

a) $A \cap B = [\,2; 3\,[\, \cup [\,4; 5\,[$

b) $A \cap B = [\,2; 3\,] \cup [\,4; 5\,]$

c) $A \cap B = [\,2; 4\,]$

d) $A \cap B =]\,3; 5\,[$

e) $A \cap B = [\,2; 5\,[$

2 Seja a $f: IR \to IR$ a função definida por $f(x) = x^2 - 8x + 7$. O conjunto verdade da inequação $f(x) < 0$ é:

a) $V = \{x \in IR \mid 7 < x < 8\}$

b) $V = \{x \in IR \mid x < 7 \text{ ou } x > 8\}$

c) $V = \{x \in IR \mid 1 < x < 7\}$

d) $V = \{x \in IR \mid x < 1 \text{ ou } x > 7\}$

e) $V = \{x \in IR \mid 3 < x < 4\}$

3 Seja $f: IR \to IR$ a função definida por $f(x) = x^2 - 7x + 12$. O conjunto verdade da inequação $f(x) \geq 0$ é:

a) $V = \{x \in IR \mid 3 \leq x \leq 4\}$

b) $V = \{x \in IR \mid -4 \leq x \leq 3\}$

c) $V = \{x \in IR \mid x \leq -4 \text{ ou } x \geq 3\}$

d) $V = \{x \in IR \mid x \leq 3 \text{ ou } x \geq 4\}$

e) $V = \{x \in IR \mid x \leq -3 \text{ ou } x \geq 4\}$

4 Seja $f: IR \to IR$ a função definida por $f(x) = -x^2 + 4x - 3$. O conjunto verdade da inequação $f(x) > 0$ é:

a) $V = \{x \in IR \mid x < 1 \text{ ou } x > 3\}$
b) $V = \{x \in IR \mid 1 < x < 3\}$
c) $V = \{x \in IR \mid -1 < x < 3\}$
d) $V = \{x \in IR \mid x < -1 \text{ ou } x > 3\}$
e) $V = \{x \in IR \mid -3 < x < -1\}$

5 Seja $f: IR \to IR$ a função definida por $f(x) = x^2 - 6x + 9$. O conjunto verdade da inequação $f(x) > 0$ é:

a) $V = \{x \in IR \mid 2 < x < 3\}$
b) $V = \{x \in IR \mid x < 2 \text{ ou } x > 3\}$
c) $V = IR - \{3\}$
d) $V = IR$
e) $V = \{3\}$

6 Seja $f: IR \to IR$ a função definida por $f(x) = x^2 - 2x + 1$. O conjunto verdade da inequação $f(x) \leq 0$ é:

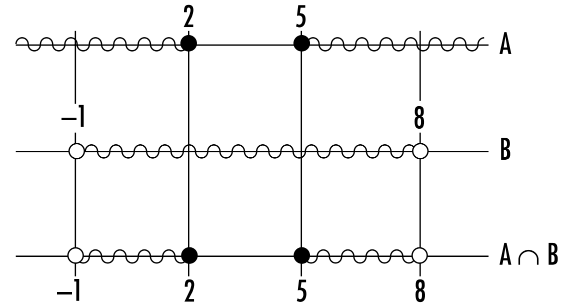
a) $V = \{1\}$
b) $V = IR - \{1\}$
c) $V = IR$
d) $V = \{x \in IR \mid 1 \leq x \leq 2\}$
e) $V = \{x \in IR \mid x \leq 1 \text{ ou } x \geq 2\}$

7 Seja $f: IR \to IR$ a função definida por $f(x) = x^2 - 3x + 4$. O conjunto verdade da inequação $f(x) \leq 0$ é:

a) $V = IR$
b) $V = \{x \in IR \mid 3 \leq x \leq 4\}$
c) $V = \{x \in IR \mid x \leq 3 \text{ ou } x \geq 4\}$
d) $V = IR - \{3\}$
e) $V = \varnothing$

Exercícios complementares

1 Sendo $A = \{x \in IR \mid x \leq 2 \text{ ou } x \geq 5\}$ e $B = \{x \in IR \mid -1 < x < 8\}$, determine $A \cap B$.



$A \cap B =]-1; 2] \cup [5; 8[$

2 Seja $f: IR \to IR$ a função definida por $f(x) = x^2 - 10x + 9$. O conjunto verdade da inequação $f(x) < 0$ é:

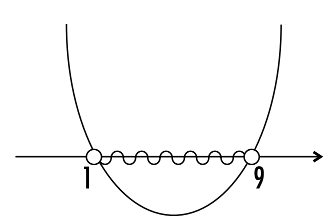
a) $V = \{x \in IR \mid 9 < x < 10\}$
b) $V = \{x \in IR \mid x < 9 \text{ ou } x > 10\}$
c) $V = \{x \in IR \mid 1 < x < 9\}$
d) $V = \{x \in IR \mid x < 1 \text{ ou } x > 9\}$
e) $V = \{x \in IR \mid 2 < x < 7\}$

$f(x) = x^2 - 10x + 9$

$\text{Soma} = -\dfrac{b}{a} = \dfrac{-(-10)}{1} = 10$

$\text{Produto} = \dfrac{c}{a} = \dfrac{9}{1} = 9$

$x = 1$ ou $x = 9$



3 Seja f: IR → IR a função definitiva por $f(x) = -x^2 + 8x - 12$.
O conjunto verdade da inequação $f(x) \le 0$ é:

a) $V = \{x \in IR \mid x \le 8 \text{ ou } x \ge 12\}$

b) $V = \{x \in IR \mid 8 \le x \le 12\}$

c) $V = IR - \{8\}$

d) $V = \{x \in IR \mid 2 \le x \le 6\}$

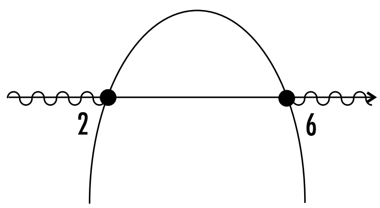
e) $V = \{x \in IR \mid x \le 2 \text{ ou } x \ge 6\}$

$f(x) = -x^2 + 8x - 12$

$\text{soma} = -\frac{b}{a} = \frac{-8}{-1} = 8$

$\text{Produto} = \frac{c}{a} = \frac{-12}{-1} = 12$

$x = 2$ ou $x = 6$



4 Seja f: IR → IR a função definida por $f(x) = x^2 - 12x + 36$.
O conjunto verdade da inequação $f(x) > 0$ é:

a) $V = \{x \in IR \mid 2 < x < 6\}$

b) $V = \{x \in IR \mid x < 2 \text{ ou } x > 6\}$

c) $V = IR$

d) $V = IR - \{6\}$

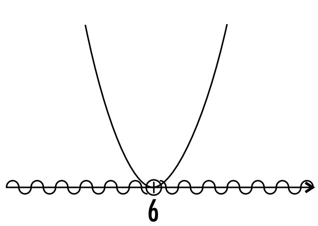
e) $V = \{6\}$

$f(x) = x^2 - 12x + 36$

$\text{Soma} = -\frac{b}{a} = -\frac{(-12)}{1} = 12$

$\text{Produto} = \frac{c}{a} = \frac{36}{1} = 36$

$x_1 = x_2 = 6$



5 Seja a f: IR → IR a função definida por $f(x) = -x^2 + 5x - 10$.
O conjunto verdade da inequação $f(x) \ge 0$ é:

a) $V = \varnothing$

b) $V = IR$

c) $V = IR - \{5\}$

d) $V = \{x \in IR \mid 5 \le x \le 10\}$

e) $V = \{x \in IR \mid x \le 5 \text{ ou } x \ge 10\}$

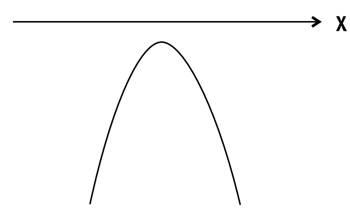
$f(x) = -x^2 + 5x - 10$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 5^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-10)$

$\Delta = 25 - 40$

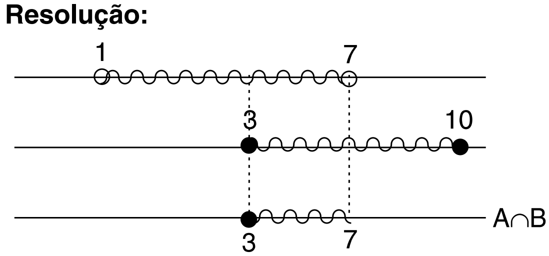
$\Delta = -15 \qquad \Delta < 0 \nexists$ raiz IR



Exercícios-Tarefa

1 Sendo $A = \{x \in IR \mid 1 < x < 7\}$ e $B = \{x \in IR \mid 3 \le x \le 10\}$, determine $A \cap B$:

Resolução:



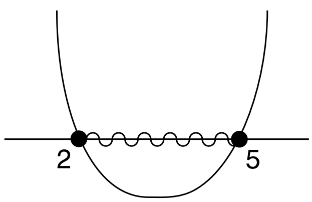
$A \cap B = [3; 7[$

Resposta: $A \cap B = [3; 7[$

2 Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ a função definida por $f(x) = x^2 - 7x + 10$. O conjunto verdade da inequação $f(x) \le 0$ é:

a) $V = \{x \in \mathbb{R} \mid x \le 2 \text{ ou } x \ge 5\}$
b) $V = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \le x \le 5\}$
c) $V = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \le x \le 5\}$
d) $V = \{x \in \mathbb{R} \mid x \le -2 \text{ ou } x \ge 5\}$
e) $V = \{x \in \mathbb{R} \mid -5 \le x \le 2\}$

Resolução:
$f(x) = x^2 - 7x + 10$
$\text{Soma} = -\dfrac{b}{a} = -\dfrac{(-7)}{1} = 7$
$\text{Produto} = \dfrac{c}{a} = \dfrac{10}{1} = 10$
$x = 2$ ou $x = 5$



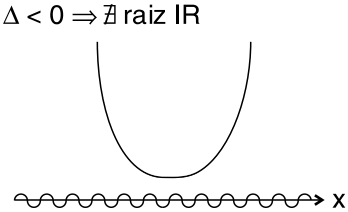
$V = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \le x \le 5\}$

Resposta: B

3 Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ a função definida por $f(x) = x^2 - 2x + 3$. O conjunto verdade da inequação $f(x) > 0$ é:

a) $V = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x < 3\}$
b) $V = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -1 \text{ ou } x > 3\}$
c) $V = \varnothing$
d) $V = \mathbb{R}$
e) $V = \mathbb{R} - \{3\}$

Resolução:
$f(x) = x^2 - 2x + 3$
$\Delta = b^2 - 4ac$
$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3$
$\Delta = 4 - 12$
$\Delta = -8$
$\Delta < 0 \Rightarrow \nexists$ raiz $\mathbb{R}$



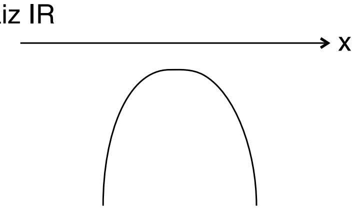
$V = \mathbb{R}$

Resposta: D

4 Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ a função definida por $f(x) = -x^2 + 4x - 5$. O conjunto verdade da inequação $f(x) \ge 0$ é:

a) $V = \mathbb{R}$
b) $V = \mathbb{R} - \{4\}$
c) $V = \varnothing$
d) $V = \{4\}$
e) $V = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \le x \le 5\}$

Resolução:
$f(x) = x^2 - 4x - 5$
$\Delta = b^2 - 4ac$
$\Delta = 4^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-5)$
$\Delta = 16 - 20$
$\Delta = -4$
$\Delta < 0 \Rightarrow \nexists$ raiz $\mathbb{R}$



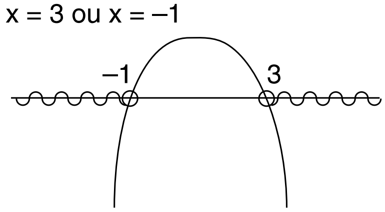
$V = \varnothing$

Resposta: C

5 Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ a função definida por $f(x) = -x^2 + 2x + 3$. O conjunto verdade da inequação $f(x) < 0$ é:

a) $V = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -1 \text{ ou } x > 3\}$
b) $V = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x < 3\}$
c) $V = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x < 2\}$
d) $V = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 1 \text{ ou } x > 2\}$
e) $V = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x < 2\}$

Resolução:
$f(x) = -x^2 + 2x + 3$
$\text{Soma} = -\dfrac{b}{a} = \dfrac{-2}{-1} = 2$
$\text{Produto} = \dfrac{c}{a} = \dfrac{3}{-1} = -3$
$x = 3$ ou $x = -1$



$V = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -1 \text{ ou } x > 3\}$

Resposta: A

6 Seja $f: IR \to IR$ a função definida por $f(x) = -x^2 + 4x - 4$. O conjunto verdade da inequação $f(x) \le 0$ é:

a) $V = IR - \{2\}$

b) $V = \varnothing$

c) $V = IR$

d) $V = \{x \in IR \mid 1 \le x \le 4\}$

e) $V = \{x \in IR \mid x \le 1 \text{ ou } x \ge 4\}$

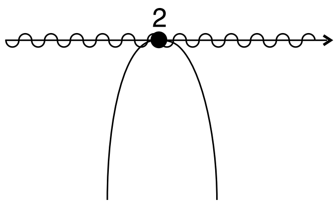
Resolução:

$f(x) = -x^2 + 4x - 4$

$\text{Soma} = -\dfrac{b}{a} = \dfrac{-4}{-1} = 4$

$\text{Produto} = \dfrac{c}{a} = \dfrac{-4}{-1} = 4$

$x_1 = x_2 = 2$



$V = IR$

Resposta: C

AULA 4 – FRENTE 2

Exercícios propostos

1 O vértice da parábola da equação $f(x) = x^2 - 8x + 9$ é o ponto:

a) (4; 7)

b) (4; – 7)

c) (4; – 25)

d) (– 4; – 7)

e) (– 4; – 25)

2 O conjunto imagem da função $f: IR \to IR$ definida por $f(x) = x^2 - 2x - 1$ é:

a) $[-2; \infty[$

b) $[2; \infty[$

c) $]-\infty; -2]$

d) $]-\infty; 2]$

e) $[1; \infty[$

3 Em IN, a soma das soluções da inequação $5x - 8 \le 12$ é:

a) 3 **b)** 6 **c)** 8 **d)** 9 **e)** 10

4 Resolva, em IR, o sistema $4 \le \dfrac{3x-1}{2} \le 7$.

$3 \le x \le 5$

5 Dados os conjuntos $A = \{x \in IR \mid 3x + 2 \ge -10\}$ e $B = \{x \in IR \mid -5x + 3 > -2\}$, podemos afirmar que $A \cap B$ é igual a:

a) $A \cap B = \{x \in IR \mid x \le -4 \text{ ou } x > 1\}$

b) $A \cap B = \{x \in IR \mid -4 \le x < 1\}$

c) $A \cap B = \{x \in IR \mid x \ge -4\}$

d) $A \cap B = \{x \in IR \mid x > 1\}$

e) $A \cap B = \{x \in IR \mid -5 \le x < 1\}$

6 A soma das coordenadas do vértice da parábola $f(x) = x^2 - 12x + 16$ é igual a:

a) –20 **b)** –14 **c)** 4 **d)** 6 **e)** 28

Exercícios complementares

1 O vértice da parábola da equação $f(x) = x^2 - 2x + 8$ é o ponto:

a) (1; 14)
b) (2; 14)
c) (2; 7)
d) (1; 7)
e) (– 1; 7)

$$Xv = -\frac{b}{2a} = \frac{-(-2)}{2 \cdot 1} = \frac{2}{2} = 1$$

$f(1) = 1^2 - 2 \cdot 1 + 8$

$f(1) = 1 - 2 + 8$

$f(1) = 7$

Vértice (1; 7)

2 O conjunto imagem da função f: IR → IR definida por $f(x) = x^2 - 4x + 2$ é:

a) $[-2; \infty[$
b) $]-\infty; -2]$
c) $[2; \infty[$
d) $[4; \infty[$
e) $]-\infty; 4]$

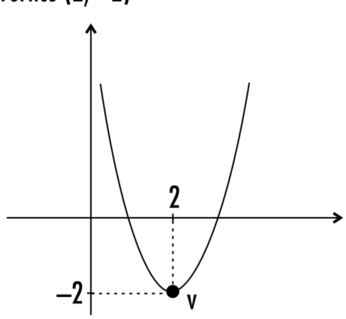
$$Xv = -\frac{b}{2a} = \frac{-(-4)}{2 \cdot 1} = \frac{4}{2} = 2$$

$f(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 2$

$f(2) = 4 - 8 + 2$

$f(2) = -2$

Vértice (2; –2)



$Im(f) = [-2; \infty[$

3 O conjunto imagem da função f: IR → IR definida por $f(x) = -x^2 + 10x - 20$ é:

a) $]-\infty; 10]$
b) $[10; \infty[$
c) $]-\infty; 5]$
d) $[5; \infty[$
e) $[-5; \infty[$

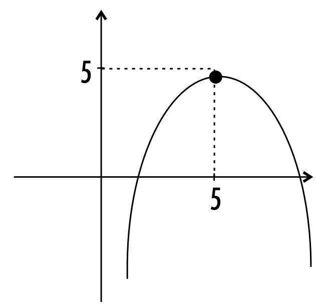
$$Xv = -\frac{b}{2a} = \frac{-10}{2(-1)} = \frac{-10}{-2} = 5$$

$f(5) = -5^2 + 10 \cdot 5 - 20$

$f(5) = -25 + 50 - 20$

$f(5) = 5$

Vértice (5; 5)



$Im(f) =]-\infty; 5]$

4 Resolva, em IR, o sistema $3 \leq \frac{5x + 2}{4} < 8$.

$3 \leq \frac{5x + 2}{4} < 8$

$12 \leq 5x + 2 < 32$

$12 - 2 \leq 5x < 32 - 2$

$10 \leq 5x < 30$

$\boxed{2 \leq x < 6}$

$V = \{x \in IR \mid 2 \leq x < 6\}$

5 Resolva, em IR, o sistema $\begin{cases} 2x - 10 \leq 6 \\ -x + 7 > -3 \end{cases}$.

$2x - 10 \leq 6$

$2x \leq 6 + 10$

$2x \leq 16$

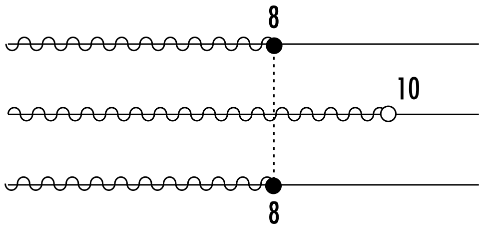
$\boxed{x \leq 8}$

$-x + 7 > -3$

$-x > -3 - 7$

$-x > -10 \cdot (-1)$

$\boxed{x < 10}$



$V = \{x \in IR \mid x \leq 8\}$

Exercícios-Tarefa

1 O vértice da parábola da equação $f(x) = x^2 - 6x + 10$ é o ponto:

a) (3; – 4)
b) (– 3; 1)
c) (3; –1)
d) (3; 1)
e) (– 3; – 1)

Resolução:

$f(x) = x^2 - 6x + 10$

$Xv = -\dfrac{b}{2a} = \dfrac{-(-6)}{2 \,.\, 1} = \dfrac{6}{2} = 3$

$f(3) = 3^2 - 6 \,.\, 3 + 10$

$f(3) = 9 - 18 + 10$

$f(3) = 1$

Vértice (3; 1)

Resposta: D

2 O conjunto imagem da função $f : IR \rightarrow IR$ definida por $f(x) = -x^2 + 6x - 5$ é:

a) $[4; \infty[$
b) $]-\infty; 4]$
c) $[-4; \infty[$
d) $]-\infty; -4]$
e) $]-\infty; 3]$

Resolução:

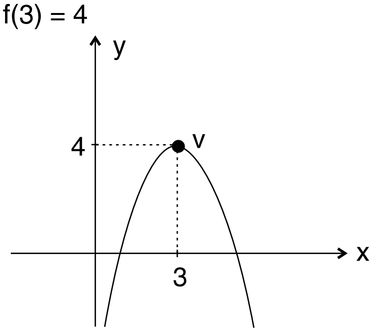
$f(x) = -x^2 + 6x - 5$

$Xv = -\dfrac{b}{2a} = \dfrac{-(6)}{2 \,.\, (-1)} = \dfrac{-6}{-2} = 3$

$f(3) = -3^2 + 6 \,.\, 3 - 5$

$f(3) = -9 + 18 - 5$

$f(3) = 4$



$Im(f) =]-\infty; 4]$

Resposta: B

3 Resolva, em IR, o sistema $-1 < \dfrac{2x + 1}{5} \leq 3$.

Resolução:

$-1 < \dfrac{2x + 1}{5} \leq 3$

$-5 < 2x + 1 \leq 15$

$-5 - 1 < 2x \leq 15 - 1$

$-6 < 2x \leq 14$

$\boxed{-3 < x \leq 7}$

Resposta: $V = \{x \in IR \mid -3 < x \leq 7\}$

4 Resolvendo, em IR, o sistema $\begin{cases} 4x - 3 \geq 17 \\ -7x + 2 < -12 \end{cases}$, obtemos:

a) $V = \{x \in IR \mid x \geq 5\}$
b) $V = \{x \in IR \mid x > 2\}$
c) $V = \{x \in IR \mid 2 < x \leq 5\}$
d) $V = \{x \in IR \mid x < 2\}$
e) $V = \{x \in IR \mid x \leq 5\}$

Resolução:

$4x - 3 \geq 17$

$4x \geq 17 + 3$

$4x \geq 20$

$x \geq 5$

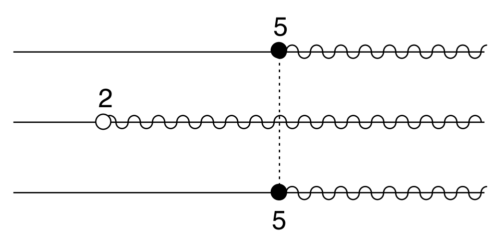
$-7x + 2 < -12$

$-7x < -12 - 2$

$-7x < -14 \,.\, (-1)$

$7x > 14$

$x > 2$



$V = \{x \in IR \mid x \geq 5\}$

Resposta: A

AULA 1 – FRENTE 1

Exercícios propostos

1 Joga-se, ao acaso, um dado "honesto" de seis faces numeradas de 1 a 6 e lê-se o número da face voltada para cima. Calcular a probabilidade de se obter:

a) um número primo

$\frac{1}{2}$

b) um múltiplo de 3

$\frac{1}{3}$

c) um número menor que 5

$\frac{2}{3}$

2 Lançam-se dois dados "honestos" com faces numeradas de 1 a 6. Pede-se a probabilidade de que:

a) a soma obtida seja menor que 5

$\frac{1}{6}$

b) o produto obtido seja 12

$\frac{1}{9}$

3 Um dado não-viciado possui seis faces não numeradas e coloridas, sendo duas vermelhas, uma azul e as restantes amarelas. Ao se lançar o dado uma única vez, a probabilidade de se obter uma face amarela ou uma azul é:

a) $\frac{1}{6}$ **b)** $\frac{1}{3}$ **c)** $\frac{1}{2}$ **d)** $\frac{2}{3}$ **e)** $\frac{5}{6}$

4 Retirando-se uma carta de um baralho comum de 52 cartas, a probabilidade de se obter uma dama ou um valete ou uma carta de copas é:

a) $\frac{19}{52}$ **b)** $\frac{23}{52}$ **c)** $\frac{1}{2}$ **d)** $\frac{31}{52}$ **e)** $\frac{49}{52}$

5 Retirando-se uma carta de um baralho comum de 52 cartas, a probabilidade de se obter um valete, sabendo-se que a carta é de espadas, é:

a) $\frac{1}{52}$ **b)** $\frac{1}{13}$ **c)** $\frac{5}{52}$ **d)** $\frac{3}{13}$ **e)** $\frac{7}{52}$

6 Joga-se, quatro vezes consecutivas, um dado "honesto" de seis faces, numeradas de 1 a 6. Calcular a probabilidade de se obter:

a) quatro vezes o número 5

$\left(\frac{1}{6}\right)^4$

b) o número 5 só nas três últimas jogadas

$$\frac{5}{6^4}$$

c) o número 5 só três vezes

$$4 \cdot \frac{5}{6^4} = \frac{20}{6^4}$$

Exercícios complementares

1 Joga-se, ao acaso, um dado "honesto" de seis faces numeradas de 1 a 6 e lê-se o número da face voltada para cima. Calcular a probabilidade de se obter:

a) um número menor que três

$$P(\text{menor que } 3) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

b) um múltiplo de quatro

$$P(\text{múltiplo de } 4) = \frac{1}{6}$$

c) um número maior que dois e menor que seis

$$P(2 < x < 6) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

2 Lançam-se dois dados "honestos" com faces numeradas de 1 a 6. Pede-se a probabilidade de que:

a) a soma obtida seja menor que oito

$$P(\text{soma} < 8) = \frac{6+5+4+3+2+1}{36} = \frac{21}{36} = \frac{7}{12}$$

b) o produto obtido seja seis

$$P(\text{produto } 6) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

3 Um dado não-viciado possui seis faces não numeradas e coloridas, sendo duas vermelhas, uma azul e as restantes amarelas. Ao se lançar o dado uma única vez, a probabilidade de se obter uma face vermelha ou uma amarela é:

a) $\frac{1}{6}$ **b)** $\frac{1}{3}$ **c)** $\frac{1}{2}$ **d)** $\frac{2}{3}$ **e)** $\frac{5}{6}$

$$P(\text{vermelha ou amarela}) = \frac{2+3}{6} = \frac{5}{6}$$

4 Retirando-se uma carta de um baralho comum de 52 cartas, a probabilidade de se obter uma dama ou um rei ou uma carta de espadas é:

a) $\frac{19}{52}$ **b)** $\frac{23}{52}$ **c)** $\frac{1}{2}$ **d)** $\frac{31}{52}$ **e)** $\frac{49}{52}$

$$P = \frac{4}{52} + \frac{4}{52} + \frac{13-2}{52} = \frac{19}{52}$$

5 Dois dados não-viciados possuem seis faces não numeradas e coloridas, sendo duas vermelhas, uma azul e as demais amarelas. Ao se lançarem esses dois dados, a probabilidade de serem obtidas uma face amarela e uma azul é:

a) $\frac{1}{36}$ **b)** $\frac{1}{18}$ **c)** $\frac{1}{9}$ **d)** $\frac{1}{6}$ **e)** $\frac{1}{3}$

$$\frac{3}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{6} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

6 Joga-se, cinco vezes consecutivas, um dado “honesto” de seis faces, numeradas de 1 a 6. Calcular a probabilidade de se obter:

a) cinco vezes o número cinco

$$\left(\frac{1}{6}\right)^5$$

b) o número 5 só nas três últimas jogadas

$$\left(\frac{5}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{5^2}{6^5}$$

c) o número 5 só três vezes

$$C_{5,3} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 = 10 . \frac{5^2}{6^5}$$

Exercícios-Tarefa

1 Joga-se, ao acaso, um dado “honesto” de seis faces numeradas de 1 a 6 e lê-se o número da face voltada para cima. Calcular a probabilidade de se obter:

a) um número ímpar

Resolução:

Ímpares: 1, 3 e 5

$P = \frac{3}{6} \Rightarrow P = \frac{1}{2}$

b) um múltiplo de 2

Resolução:

Múltiplos de 2: 2, 4 e 6

$P = \frac{3}{6} \Rightarrow P = \frac{1}{2}$

c) um número entre 2 e 5

Resolução:

Números entre 2 e 5: 3 e 4

$P = \frac{2}{6} \Rightarrow P = \frac{1}{3}$

2 Lançam-se dois dados “honestos” com faces numeradas de 1 a 6. Pede-se a probabilidade de que:

a) a soma obtida seja maior que 9

Resolução:

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						X
5					X	X
6				X	X	X

Pares cuja soma é maior que 9: (6;4), (6;5), (6;6), (5;5), (5;6) e (4;6)

$P = \frac{6}{36} \Rightarrow P = \frac{1}{6}$

b) o produto obtido seja menor que 4

Resolução:

	1	2	3	4	5	6
1	X	X	X			
2	X					
3	X					
4						
5						
6						

Pares cujo produto é menor que 4: (1;1), (1;2), (1;3), (2;1) e (3;1)

$P = \frac{5}{36}$

3 Dois dados não-viciados possuem seis faces não numeradas e coloridas, sendo duas vermelhas, uma azul e as demais amarelas. Ao se lançarem esses dois dados, a probabilidade de serem obtidas uma face amarela e uma vermelha é:

a) $\frac{1}{36}$ **b)** $\frac{1}{18}$ **c)** $\frac{1}{9}$ **d)** $\frac{1}{6}$ **e)** $\frac{1}{3}$

Resolução:

	Vermelha	Vermelha	Azul	Amarela	Amarela	Amarela
Vermelha				X	X	X
Vermelha				X	X	X
Azul						
Amarela	X	X				
Amarela	X	X				
Amarela	X	X				

$P = \frac{12}{36} \Rightarrow P = \frac{1}{3}$

Resposta: E

4 Retirando-se uma carta de um baralho comum de 52 cartas, a probabilidade de se obter um ás ou um rei ou uma carta de ouro é:

a) $\frac{19}{52}$ **b)** $\frac{23}{52}$ **c)** $\frac{1}{2}$ **d)** $\frac{31}{52}$ **e)** $\frac{49}{52}$

Resolução:

No baralho temos: quatro ases, quatro reis e treze cartas de ouro.

I) $P(\text{ás}) = \frac{4}{52}$, $P(\text{rei}) = \frac{4}{52}$, $P(\text{ouro}) = \frac{13}{52}$ e $P(\cap) = \frac{2}{52}$

II) $P = P(\text{ás}) + P(\text{rei}) + P(\text{ouro}) - P(\cap) \Rightarrow$

$P = \frac{4}{52} + \frac{4}{52} + \frac{13}{52} - \frac{2}{52} \Rightarrow P = \frac{19}{52}$

Resposta: A

5 De uma urna que contém 11 bolas, sendo 5 pretas, numeradas de 1 a 5, e 6 brancas, numeradas de 1 a 6, retira-se uma bola, ao acaso. A probabilidade de se obter uma bola com um número primo, sabendo-se que é branca, é de:

a) $\frac{1}{11}$ **b)** $\frac{5}{11}$ **c)** $\frac{1}{2}$ **d)** $\frac{1}{3}$ **e)** $\frac{6}{11}$

Resolução:

Bolas brancas numeradas com números primos: 2, 3 e 5

$P = \frac{3}{6} \Rightarrow P = \frac{1}{2}$

Resposta: C

6 Um casal "normal" tem seis filhos. Calcular a probabilidade de serem:

a) seis meninos

Resolução:

I) M = menino e $P(M) = \frac{1}{2}$

II) $P = \frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2} \Rightarrow P = \frac{1}{64}$

b) meninos só os dois primeiros

Resolução:

I) M = menino, F = menina, $P(M) = \frac{1}{2}$ e $P(F) = \frac{1}{2}$

II) $P = \frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2} \Rightarrow P = \frac{1}{64}$

c) só duas meninas

Resolução:

I) $P(M) = \frac{1}{2}$ e $P(F) = \frac{1}{2}$

II) $P(\text{2 meninas}) = C_{n,k}.P^k.(1-P)^{n-k} \Rightarrow$

$\Rightarrow P = C_{6,2}.\left(\frac{1}{2}\right)^2.\left(\frac{1}{2}\right)^4 \Rightarrow P = \frac{15}{64}$

AULA 2 – FRENTE 1

Exercícios propostos

1 O número da placa de um carro é ímpar. A probabilidade de o algarismo das unidades ser cinco é:

a) $\frac{1}{5}$ **b)** $\frac{2}{5}$ **c)** $\frac{3}{5}$ **d)** $\frac{4}{5}$ **e)** 1

2 Uma bola será retirada de uma sacola contendo cinco bolas verdes e sete bolas amarelas. A probabilidade de esta bola ser verde é:

a) $\frac{7}{12}$ **b)** $\frac{5}{12}$ **c)** $\frac{5}{7}$ **d)** $\frac{7}{5}$ **e)** $\frac{12}{12}$

3 Em uma caixa há duas fichas amarelas, cinco fichas azuis e sete fichas verdes. Se retirarmos uma única ficha, a probabilidade de ela ser verde ou amarela é:

a) $\frac{12}{14}$ **b)** $\frac{11}{14}$ **c)** $\frac{9}{14}$ **d)** $\frac{7}{14}$ **e)** $\frac{2}{14}$

4 De uma sacola contendo 15 bolas numeradas de 1 a 15 retira-se uma bola. A probabilidade de esta bola ser divisível por 3 ou por 4 é:

a) $\frac{1}{5}$ **b)** $\frac{4}{15}$ **c)** $\frac{1}{3}$ **d)** $\frac{7}{15}$ **e)** $\frac{8}{15}$

5 Sabendo-se que a probabilidade de que uma pessoa adquira certa doença, no decurso de cada mês, é igual a 30%, a probabilidade de que uma pessoa sadia venha a contrair a doença só no 3.º mês é igual a:

a) 21%
b) 49%
c) 6,3%
d) 14,7%
e) 26%

6 A probabilidade de um atirador acertar um alvo em um único tiro é 0,2. Com apenas quatro tiros, a probabilidade de esse atirador acertar o alvo só duas vezes é:

a) 2,56%
b) 4%
c) 6,4%
d) 11,26%
e) 15,36%

Exercícios complementares

1 O número de uma casa numa determinada rua é ímpar. A probabilidade de o algarismo das unidades ser sete é:

a) $\frac{1}{5}$ **b)** $\frac{2}{5}$ **c)** $\frac{3}{5}$ **d)** $\frac{4}{5}$ **e)** 1

Ímpares: 1, 3, 5, 7 e 9

$$P = \frac{1}{5}$$

2 Sabendo-se que a probabilidade de que uma pessoa adquira certa doença, no decurso de cada mês, é igual a 20%, a probabilidade de que uma pessoa sadia venha a contrair a doença só no 4.º mês é igual a:

a) 21,12%
b) 49%
c) 6,31%
d) 10,24%
e) 26%

80% . 80% . 80% . 20% = 10,24%

3 A probabilidade de um atirador acertar um alvo em um único tiro é 0,4. Com apenas quatro tiros, a probabilidade de esse atirador acertar o alvo só duas vezes é:

a) 12,56%
b) 14%
c) 16,4%
d) 25,26%
e) 34,56%

$$C_{4,2} \cdot (0,4)^2 \cdot (1-0,4)^2 = 0,3456 = 34,56\%$$

4 De uma caixa contendo 25 bolas numeradas de 1 a 25 retira-se uma bola. A probabilidade de esta bola ser divisível por 2 ou por 5 é:

a) $\frac{2}{5}$ **b)** $\frac{12}{25}$ **c)** $\frac{3}{5}$ **d)** $\frac{4}{5}$ **e)** $\frac{23}{25}$

Pares: 2, 4, 6, ..., 24

Múltiplos de 5: 5, $\cancel{10}$, 15, $\cancel{20}$, 25

$$P = \frac{12+3}{25} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$$

5 As probabilidades de três jogadores marcarem um gol cobrando pênalti são, respectivamente, 1/2, 2/5 e 5/6. Se cada um bater um único pênalti, a probabilidade de o primeiro acertar e os outros errarem é igual a:

a) 3%
b) 5%
c) 17%
d) 20%
e) 25%

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{20} = 0,05 = 5\%$$

6 Uma pessoa está à sua procura. A probabilidade de ela encontrá-lo em casa é 0,6. Se ela fizer cinco tentativas, a probabilidade da pessoa encontrá-lo só duas vezes em casa é:

a) 8,64%
b) 12,57%
c) 17,92%
d) 21,6%
e) 23,04%

$$C_{5,2} \cdot (0,6)^2 \cdot (0,4)^3 = 0,2304 = 23,04\%$$

Exercícios-Tarefa

1 Marco Antonio abriu seu livro numa determinada página. Sabendo-se que o número desta página é par, a probabilidade de o algarismo das unidades ser oito é:

a) $\frac{1}{5}$ **b)** $\frac{2}{5}$ **c)** $\frac{3}{5}$ **d)** $\frac{4}{5}$ **e)** 1

Resolução:

I) Se o número é par, termina em: 0, 2, 4, 6 ou 8.

II) $P = \frac{1}{5}$

Resposta: A

2 Uma bola será retirada de uma sacola contendo seis bolas azuis e nove bolas vermelhas. A probabilidade de esta bola ser azul é:

a) $\frac{1}{5}$ **b)** $\frac{2}{5}$ **c)** $\frac{3}{5}$ **d)** $\frac{4}{5}$ **e)** 1

Resolução:

I) São seis bolas azuis num total de quinze.

II) $P = \frac{6}{15} \Rightarrow P = \frac{2}{5}$

Resposta: B

3 Em uma caixa há três fichas pretas, oito fichas brancas e quatro fichas vermelhas. Se retirarmos uma única ficha, a probabilidade de ela ser preta ou vermelha é:

a) $\frac{1}{5}$ **b)** $\frac{4}{15}$ **c)** $\frac{7}{15}$ **d)** $\frac{8}{15}$ **e)** $\frac{4}{5}$

Resolução:

I) $P(\text{preta}) = \frac{3}{15}$ e $P(\text{vermelha}) = \frac{4}{15}$

II) $P(\text{preta} \cup \text{vermelha}) = P(\text{preta}) + P(\text{vermelha}) \Rightarrow$

$P = \frac{3}{15} + \frac{4}{15} \Rightarrow P = \frac{7}{15}$

Resposta: C

4 De uma caixa contendo 20 bolas numeradas de 1 a 20 retira-se uma bola. A probabilidade de esta bola ser divisível por 3 ou por 5 é:

a) $\frac{3}{10}$ **b)** $\frac{7}{20}$ **c)** $\frac{2}{5}$ **d)** $\frac{9}{20}$ **e)** $\frac{1}{2}$

Resolução:

I) Vamos representar por **A** o evento da ocorrência das bolas divisíveis por **3**: A = {3; 6; 9; 12; 15; 18}

II) Vamos representar por **B** o evento da ocorrência das bolas divisíveis por **5**: B = {5; 10; 15; 20}

III) Calculemos agora P(A), P(B) e $P(A \cap B)$:

$P(A) = \frac{6}{20}$, $P(B) = \frac{4}{20}$ e $P(A \cap B) = \frac{1}{20}$

IV) Finalmente a $P(A \cup B)$:

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow P = \frac{6}{20} + \frac{4}{20} - \frac{1}{20} \Rightarrow$

$P = \frac{9}{20}$

Resposta: D

5 (Uni-Rio) As probabilidades de três jogadores marcarem um gol cobrando pênalti são, respectivamente, 1/2, 2/5 e 5/6. Se cada um bater um único pênalti, a probabilidade de todos errarem é igual a:

a) 3% **d)** 20%
b) 5% **e)** 25%
c) 17%

Resolução:

I) As probabilidades de esses três jogadores errarem suas cobranças são: $1 - \frac{1}{2}$, $1 - \frac{2}{5}$ e $1 - \frac{5}{6}$ respectivamente, ou seja, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$ e $\frac{1}{6}$.

II) A probabilidade de todos errarem se cada um bater um único pênalti é: $P = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{6} \Rightarrow P = \frac{3}{60} = \frac{1}{20} \Rightarrow P = 5\%$.

Resposta: B

6 Uma pessoa está à sua procura. A probabilidade de ela encontrá-lo em casa é 0,4. Se ela fizer quatro tentativas, a probabilidade da pessoa lhe encontrar uma única vez em casa é:

a) 8,64% **d)** 21,6%
b) 12,57% **e)** 34,56%
c) 17,92%

Resolução:

I) As probabilidades de encontrá-lo e não encontrá-lo são 0,4 e 1–0,4 = 0,6, respectivamente.

II) Se ela fizer quatro tentativas, a probabilidade da pessoa lhe encontrar uma vez em casa é:

$P = C_{4,1}.(0,4)^1.(0,6)^3 \Rightarrow P = 4.(0,4).(0,216) \Rightarrow$

$\Rightarrow P = 0,3456 = 34,56\%$

Resposta: E

AULA 3 – FRENTE 2

Exercícios propostos

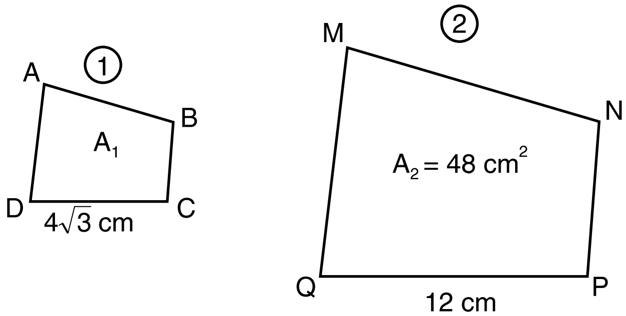
1 A área do hexágono regular inscrito numa circunferência de raio 6 cm é:

a) $36\sqrt{3}$ cm² **d)** $18\sqrt{3}$ cm²
b) $54\sqrt{3}$ cm² **e)** $9\sqrt{3}$ cm²
c) $48\sqrt{3}$ cm²

2 O apótema de um hexágono regular cujos lados medem 2 cm é:

a) $\sqrt{3}$
b) $2\sqrt{3}$
c) $3\sqrt{3}$
d) $4\sqrt{3}$
e) $5\sqrt{3}$

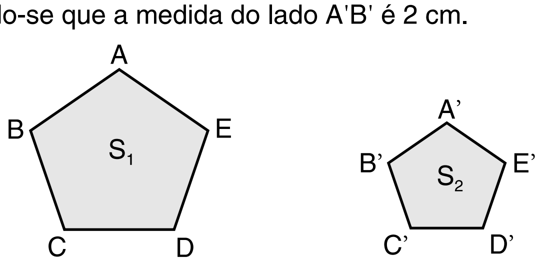
3



Na figura, os polígonos 1 e 2, de áreas A_1 e A_2, respectivamente, são semelhantes. A medida de A_1 é, em cm^2:

a) 16 b) 12 c) 8 d) 6 e) 4

4 Os polígonos ABCDE e A'B'C'D'E', das figuras, são semelhantes e suas áreas são $S_1 = 36$ cm^2 e $S_2 = 9$ cm^2, respectivamente. Calcular a medida do lado AB, sabendo-se que a medida do lado A'B' é 2 cm.



AB = 4 cm

5 A área de um hexágono regular é $6\sqrt{3}$ m^2. Cada um dos seis lados desse polígono mede:

a) 1 b) $\sqrt{3}$ c) 2 d) 3 e) $2\sqrt{3}$

Exercícios complementares

1 A área, em cm^2, do hexágono regular inscrito numa circunferência de raio 8 cm é:

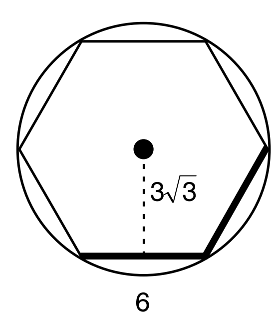
a) $36\sqrt{3}$
b) $48\sqrt{3}$
c) $54\sqrt{3}$
d) $88\sqrt{3}$
e) $96\sqrt{3}$

$$6 \cdot \frac{8^2\sqrt{3}}{4} = 96\sqrt{3}$$

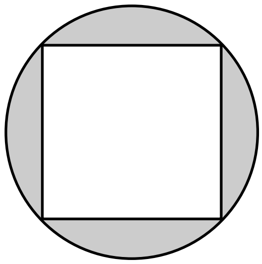
2 A área, em cm^2, de um hexágono regular cujo apótema mede $3\sqrt{3}$ cm e cujo perímetro mede 36 cm é:

a) $36\sqrt{3}$
b) $48\sqrt{3}$
c) $54\sqrt{3}$
d) $88\sqrt{3}$
e) $96\sqrt{3}$

$$6 \cdot \frac{6 \cdot 3\sqrt{3}}{2} = 54\sqrt{3}$$

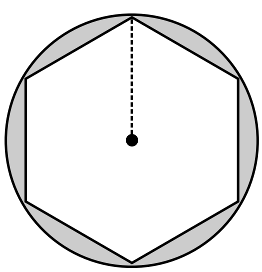


3 Na figura abaixo, o apótema do quadrado mede 3 cm. Determine a área da região sombreada.



A área do quadrado de apótema 3 cm e, portanto, lado 6 cm é 36 cm^2. O raio da circunferência é $3\sqrt{2}$ cm e a área $\pi.(3\sqrt{2})^2\ cm^2$. A área pedida é: $(\pi.9.2 - 36)\ cm^2 = 18(\pi - 2)\ cm^2$.

4 Na figura abaixo, o raio da circunferência circunscrita ao hexágono regular mede $4\sqrt{3}$ cm. Determine a área da região sombreada.

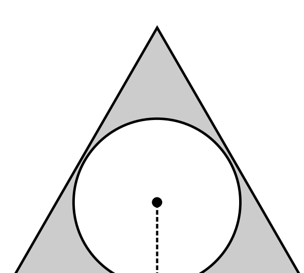


Área do círculo: $\pi.(4\sqrt{3})^2 = 48\pi\ cm^2$

Área do hexágono: $6.\dfrac{(4\sqrt{3})^2.\sqrt{3}}{4} = 72\sqrt{3}\ cm^2$

A área pedida é: $(48\pi - 72\sqrt{3})\ cm^2 = 24(2\pi - 3\sqrt{3})\ cm^2$

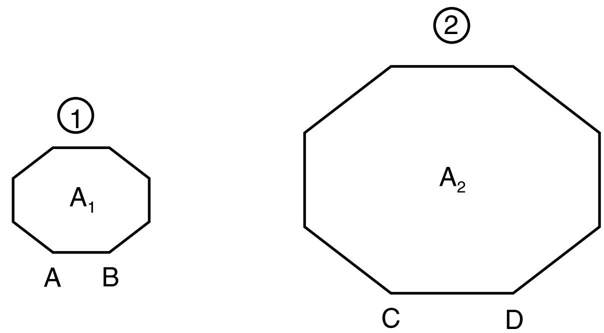
5 Na figura a seguir, o apótema do triângulo equilátero circunscrito ao círculo mede $\sqrt{3}$ cm. Calcule a área sombreada.



A altura do triângulo equilátero é $3\sqrt{3}$ cm; o lado mede 6 cm e a área, $\dfrac{6^2.\sqrt{3}}{4}\ cm^2 = 9\sqrt{3}\ cm^2$.

A área pedida é: $9\sqrt{3} - \pi.(\sqrt{3})^2 = 3(3\sqrt{3} - \pi)\ cm^2$.

6 Na figura, os polígonos 1 e 2 de áreas A_1 e A_2, respectivamente, são semelhantes. Sabendo-se que $A_2 = 12\ cm^2$, $AB = 2\sqrt{3}$ cm e CD = 6 cm, a medida de A_1, em cm^2, é:



a) 2 **b)** $3\sqrt{3}$ **c)** 4 **d)** 5 **e)** $4\sqrt{3}$

$$\frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{2\sqrt{3}}{6}\right)^2 = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

$$A_1 = \frac{A_2}{3} \Rightarrow A_1 = \frac{12}{3} = 4$$

Exercícios-Tarefa

1 Calcule o apótema de um triângulo equilátero de 12 cm de lado.

Resolução:

O apótema de um triângulo equilátero é igual a um terço de sua altura, então:

$$ap = \frac{1}{3}h \Rightarrow ap = \frac{1}{3}.\frac{l\sqrt{3}}{2} \Rightarrow ap = \frac{1}{3}.\frac{12\sqrt{3}}{2} \Rightarrow ap = 2\sqrt{3}\ \text{cm}$$

2 A área de um hexágono regular cujo apótema mede $2\sqrt{3}$ cm e cujo perímetro mede 24 cm é:

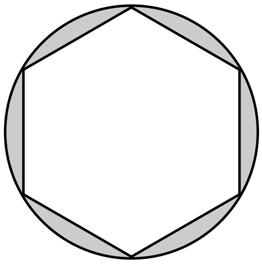
a) $8\sqrt{3}\ cm^2$
b) $16\sqrt{3}\ cm^2$
c) $36\sqrt{3}\ cm^2$
d) $24\sqrt{3}\ cm^2$
e) $48\sqrt{3}\ cm^2$

Resolução:

I) $2p = 24\ cm \Rightarrow p = 12\ cm$
II) $A = p.a \Rightarrow A = 12.2\sqrt{3} \Rightarrow A = 24\sqrt{3}\ cm^2$

Resposta: D

3 Na figura abaixo, o apótema do hexágono regular mede $\sqrt{3}$ cm. Determine a área da região sombreada.



Resolução:

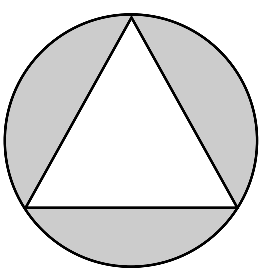
I) Sejam *ap* e *l* o apótema e o lado do hexágono e *R* o raio do círculo circunscrito. Então: $ap = \sqrt{3} \Rightarrow \dfrac{l\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \Rightarrow l = 2$ e $l = R$.

II) $A_{círculo} = \pi.R^2 \Rightarrow A_{círculo} = \pi.2^2 \Rightarrow A_{círculo} = 4\pi cm^2$

III) $A_{hexágono} = 6.\dfrac{l^2\sqrt{3}}{4} = 6.\dfrac{2^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow A_{hexágono} = 6\sqrt{3}\,cm^2$

IV) $A_{sombreada} = A_{círculo} - A_{hexágono} \Rightarrow A_{sombreada} = 4\pi - 6\sqrt{3} \Rightarrow A_{sombreada} = 2(2\pi - 3\sqrt{3})\ cm^2$

4 Na figura a seguir, o apótema do triângulo equilátero inscrito no círculo mede $\sqrt{3}$ cm. Calcule a área sombreada.



Resolução:

I) Sejam *ap* e *l* o apótema e o lado do triângulo equilátero e *R* o raio do círculo circunscrito. Então: $ap = \sqrt{3}$ cm $\Rightarrow$ $\dfrac{1}{3}.\dfrac{l\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \Rightarrow l = 6$ cm e $R = 2.ap \Rightarrow R = 2\sqrt{3}$ cm

II) $A_{círculo} = \pi.R^2 \Rightarrow A_{círculo} = \pi(2\sqrt{3})^2 \Rightarrow A_{círculo} = 12\pi cm^2$

III) $A_{triângulo} = \dfrac{l^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{6^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow A_{triângulo} = 9\sqrt{3}\ cm^2$

IV) $A_{sombreada} = A_{círculo} - A_{triângulo} \Rightarrow A_{sombreada} = 12\pi - 9\sqrt{3} \Rightarrow A_{sombreada} = 3(4\pi - 3\sqrt{3})\ cm^2$

AULA 4 – FRENTE 2

Exercícios propostos

1 Calcule a área da base, a área lateral e o volume de um prisma triangular regular cujas arestas da base medem 2 cm e cuja altura mede 4 cm.

$Ab = \sqrt{3}\ cm^2$

$A_L = 24\ cm^2$

$V = 4\sqrt{3}\ cm^3$

2 O volume de um prisma hexagonal regular, cujas 18 arestas medem 2 m cada uma, vale:

a) $6\sqrt{3}\ m^3$
b) $15\sqrt{3}\ m^3$
c) $12\sqrt{2}\ m^3$
d) $12\ m^3$
e) $12\sqrt{3}\ m^3$

3 O perímetro da base de um prisma quadrangular regular mede 6 cm e a área lateral é 72 cm^2. A altura do prisma, em cm, é:

a) 4 **b)** 5 **c)** 6 **d)** 7 **e)** 8

4 Um prisma hexagonal regular tem a aresta da base igual à altura. Calcular a área total e o volume do sólido, sabendo-se que a área lateral é 96 m^2.

$A_T = 48(2 + \sqrt{3})\ m^2$ e $V = 96\sqrt{3}\ m^3$

Exercícios complementares

1 Calcule a área da base, a área lateral, a área total e o volume de um prisma quadrangular regular cujas arestas da base medem 5 cm e cuja altura mede também 5 cm.

$A_B = 5^2 = 25\ cm^2$

$A_L = (4.5^2)\ cm^2 = 100\ cm^2$

$A_T = (100 + 2.25)\ cm^2 = 150\ cm^2$

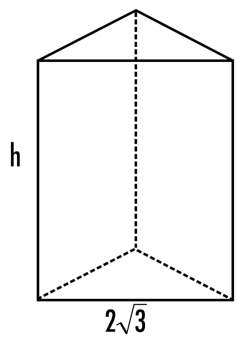
$V = 5^3\ cm^3 = 125\ cm^3$

2 A área lateral de um prisma triangular regular é o dobro da área da base. Sabendo-se que a aresta da base mede $2\sqrt{3}$ cm, o seu volume, em cm^3, é:

a) $\sqrt{3}$ **b)** $2\sqrt{3}$ **c)** $3\sqrt{3}$ **d)** $4\sqrt{3}$ **e)** $5\sqrt{3}$

$$3.(2\sqrt{3}\,h) = 2.\frac{\left(2\sqrt{3}\right)^2.\sqrt{3}}{4} \Leftrightarrow h = 1$$

$$\text{volume} = \frac{\left(2\sqrt{3}\right)^2.\sqrt{3}}{4}.\ 1 = 3\sqrt{3}$$



3 O volume de um prisma hexagonal regular é $150\sqrt{3}$ cm^3 e sua altura mede 4 cm. Então a medida, em cm, da aresta da base desse sólido é:

a) 3 **b)** 4 **c)** 5 **d)** 6 **e)** 10

Se l for a aresta da base, então a área da base, em cm^2, será $6.\frac{l^2\sqrt{3}}{4}$ e, portanto: $6.\frac{l^2\sqrt{3}}{4}.4 = 150\sqrt{3} \Leftrightarrow l = 5$

4 Um prisma triangular regular tem todas as nove arestas medindo 6 cm. A medida do volume do sólido é:

a) $18\sqrt{3}$
b) $24\sqrt{3}$
c) $36\sqrt{3}$
d) $48\sqrt{3}$
e) $54\sqrt{3}$

A área de base do prisma, em cm^2, é: $\frac{6^2\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}$.

O volume do prisma, em cm^3, é: $(9\sqrt{3}).6 = 54\sqrt{3}$.

5 A altura de um prisma hexagonal regular é igual ao dobro da medida da aresta da base. Sabendo-se que o volume do sólido é $192\sqrt{3}$ cm^3, a medida dessa altura, em cm, é:

a) 2 **b)** 4 **c)** 6 **d)** 8 **e)** 10

Se l for a aresta da base, então $2l$ será a medida da altura (em cm).

Assim: $6.\frac{l^2\sqrt{3}}{4}.(2l) = 192\sqrt{3} \Leftrightarrow 3l^3 = 192 \Leftrightarrow l^3 = 64 \Leftrightarrow l = 4 \Leftrightarrow h = 2l = 8$

Exercícios-Tarefa

1 Calcule a área da base, a área lateral, a área total e o volume de um prisma quadrangular regular cujas arestas da base medem 3 cm e cuja altua mede 5 cm.

Resolução:

I) $A_B = A_{quadrado} = 3^2 \Rightarrow A_B = 9\ cm^2$
II) $A_L = 4.A_{retângulo} = 4.3.5 \Rightarrow A_L = 60\ cm^2$
III) $A_T = A_L + 2.A_B \Rightarrow A_T = 60 + 2.9 \Rightarrow A_T = 78\ cm^2$
IV) $V = A_B.H \Rightarrow V = 9.5 \Rightarrow V = 45\ cm^3$

2 A altura, em **m**, de um prisma quadrangular regular cujo volume vale 432 m^3 e cuja área da lateral é igual à área da base é:

a) 3 **b)** 6 **c)** 9 **d)** 12 **e)** 15

Resolução:

I) $A_B = A_L \Rightarrow l^2 = 4.l.H \Rightarrow l = 4H$
II) $V = 432 \Rightarrow A_B.H = 432 \Rightarrow l^2.H = 432 \Rightarrow (4H)^2.H = 432 \Rightarrow 16.H^2.H = 432 \Rightarrow H^3 = 27 \Rightarrow H = 3$ m

Resposta: A

3 O volume, em cm^3, de um prisma hexagonal regular cuja aresta da base mede 4 cm e cuja área da base é igual à área lateral é:

a) 18 **b)** 27 **c)** 36 **d)** 64 **e)** 72

Resolução:

I) $l = 4$ cm e $A_L = A_B \Rightarrow 6.l.H = 6.\frac{l^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow 4.H = \frac{4^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow H = \sqrt{3}$ cm

II) $V = A_B.H \Rightarrow V = 6.\frac{4^2\sqrt{3}}{4}.\sqrt{3} \Rightarrow V = 72\ cm^3$

Resposta: E

4 Um prisma triangular regular tem o volume numericamente igual à área lateral. A medida da aresta da base do sólido é:

a) $\sqrt{3}$ **b)** $2\sqrt{3}$ **c)** $3\sqrt{3}$ **d)** $4\sqrt{3}$ **e)** $5\sqrt{3}$

Resolução:

$V = A_L \Rightarrow A_B.H = A_L \Rightarrow \frac{l^2\sqrt{3}}{4}.H = 3.l.H \Rightarrow l = 4\sqrt{3}$

Resposta: D