CIÊNCIAS DA NATUREZA E SUAS TECNOLOGIAS

OBJETIVO

FRENTE 1

FÍSICA

Energia,
a matéria-prima da vida.

Leis de Newton – Módulos

67 – Trabalho: energia em trânsito
68 – Teorema da energia cinética
69 – Método gráfico para o cálculo do trabalho
70 – Potência mecânica média
71 – Potência mecânica instantânea
72 – Energia mecânica
73 – Energia potencial elástica
74 – Sistemas conservativos
75 – Exercícios
76 – Exercícios
77 – Impulso e quantidade de movimento
78 – Teorema do impulso
79 – Cálculo do impulso pelo método gráfico
80 – Sistemas isolados
81 – Colisões mecânicas
82 – Exercícios
83 – Leis de Kepler e suas aplicações
84 – Lei da gravitação universal

Módulo 67 – Trabalho: energia em trânsito

Palavras-chave:

• Trabalho • Energia

Você já deve ter ouvido a frase:

ENERGIA NÃO PODE SER CRIADA NEM DESTRUÍDA, MAS APENAS TRANSFORMADA.

O conceito de energia é bem intuitivo para nós, porém muito difícil de ser definido.

Apenas sabemos que no mundo de alta tecnologia em que vivemos a ideia de energia e de suas fontes é de relevante importância.

A energia pode estar localizada em um corpo ou em trânsito de um corpo para outro.

São exemplos de energia localizada: a energia térmica, a energia potencial gravitacional, a energia cinética (ligada ao movimento), a energia potencial elástica, entre outras.

São três as formas de energia em trânsito:

O **calor**, estudado na Termologia, o **trabalho**, estudado na Dinâmica e a **energia radiante** transportada pelas ondas eletromagnéticas, estudadas na Ondulatória.

O conceito de **trabalho** na Física é bem distinto da ideia de **trabalho** na nossa vida cotidiana.

Na Física não existe, por exemplo, a ideia de trabalho intelectual.

A ideia de **trabalho** na Física pressupõe a presença de uma força que vai transferir energia mecânica de um corpo para outro ou transformar energia mecânica de um tipo para outro.

Assim, se você está segurando um pesadíssimo objeto sem se deslocar, não haverá realização de trabalho porque não houve nem transferência nem transformação de energia mecânica, não importando o cansaço que você está sentindo.

Trabalho e **Calor** são formas de energia em trânsito e do ponto de vista físico a diferença está no tipo de energia que está em trânsito.

Calor está ligado ao trânsito de **energia térmica** entre dois corpos motivado por uma diferença de temperatura entre eles. **Trabalho** está ligado ao trânsito de **energia mecânica** provocado por uma força.

1. Conceitos de energia e trabalho

Conceitua-se **ENERGIA** como aquilo que nos capacita a realizar tarefas, tais como: levantar um corpo, arremessar uma pedra, subir uma escada, preparar alimentos, movimentar um carro etc.

A energia necessária para realizar as tarefas é proveniente de algum combustível, como, por exemplo: carvão, gasolina, alimentos etc.

A energia pode manifestar-se sob diversas modalidades: a energia mecânica (do tipo potencial e do tipo cinética), a energia elétrica, a energia química, a energia térmica, a energia radiante etc.

A energia pode transferir-se de um corpo para outro ou ainda pode transformar-se de uma modalidade em outra.

Para se medir a energia transferida ou transformada com o conhecimento da força utilizada e do deslocamento do corpo, usamos o conceito de trabalho.

Assim:

Trabalho é uma medida da energia mecânica transferida ou transformada por uma força.

Exemplificando

Quando erguemos um corpo, o trabalho realizado pelas nossas forças musculares é medido pela ENERGIA MECÂNICA TRANSFERIDA para o corpo.

Quando um corpo está em queda livre, o trabalho realizado pelo seu peso é medido pela ENERGIA MECÂNICA TRANSFORMADA, isto é, pela energia mecânica potencial, que se transforma em energia mecânica cinética.

Quando a força de atrito é usada para deter um corpo em movimento, o trabalho do atrito é medido pela ENERGIA TRANSFORMADA da forma mecânica para a forma térmica.

A energia pode, ainda, ser transferida de um corpo para outro, por outros meios que não o trabalho, como, por exemplo, pelo calor e por ondas eletromagnéticas.

O Destaque

JAMES PRESCOTT JOULE

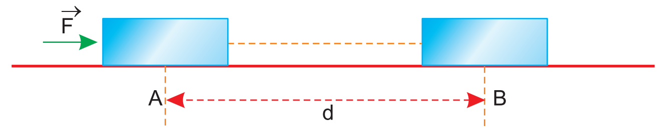
Muitos homens foram importantes para que se compreendesse o que é energia. Um deles nasceu em 1818 na Inglaterra, James Prescott Joule.

Rico industrial, Joule tinha a Física como passatempo, mas era extremamente rigoroso na precisão de suas medidas. Realizou três experiências muito importantes para demonstrar a conversibilidade das várias "formas" de energia conhecidas na sua época. Determinou, com excelente precisão, com os recursos de que dispunha em seu tempo, a correspondência entre a energia térmica e a energia mecânica. Mostrou que uma corrente elétrica percorrendo um condutor metálico dissipa calor.

Após sua morte, em 1889, Joule foi homenageado por suas descobertas, sendo atribuído o seu nome à unidade de energia no Sistema Internacional de Unidades.

2. Trabalho de uma força constante

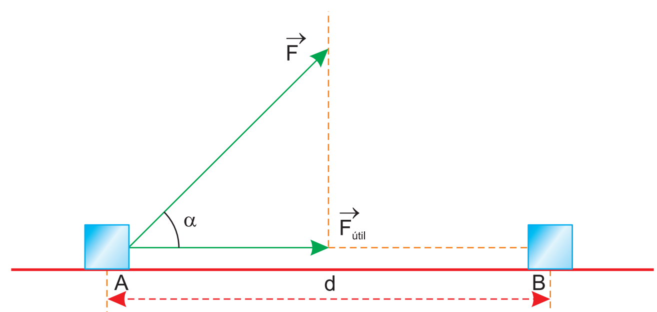
Consideremos uma força constante $\vec{F}$ atuando em um corpo que se desloca de A para B, conforme a figura.



Admitamos que a força $\vec{F}$ tenha mesma direção e sentido do deslocamento $\overrightarrow{AB}$.

O trabalho realizado pela força $\vec{F}$, ao longo do deslocamento $\overrightarrow{AB}$, é dado pelo produto da intensidade da força (F) pela extensão do deslocamento (d).

$$\tau_F = F \cdot d$$



Se a força constante $\vec{F}$ tiver direção diferente da do deslocamento $\overrightarrow{AB}$, o trabalho da força $\vec{F}$ corresponderá ao trabalho da componente de $\vec{F}$ na direção do deslocamento $\overrightarrow{AB}$. Tal componente é chamada de componente útil ou eficaz: $\vec{F}_{útil}$.

$$\tau_F = \tau_{F_{útil}} = F_{útil} \cdot d$$

Da figura, tiramos que:

$$\cos\alpha = \frac{F_{útil}}{F} \Rightarrow F_{útil} = F\cos\alpha$$

Portanto: $$\tau_F = (F\cos\alpha) \cdot d$$

Ou ainda: $$\tau_F = F \cdot (d \cdot \cos\alpha)$$

"O trabalho de uma força constante $\vec{F}$, ao longo de um deslocamento $\overrightarrow{AB}$, é dado pelo produto do módulo da força (F), pelo módulo do deslocamento (d), pelo cosseno do ângulo (α) formado entre a força $\vec{F}$ e o deslocamento $\overrightarrow{AB}$."

3. Notas importantes

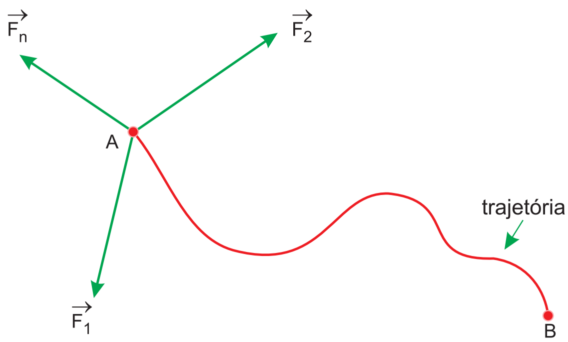
- Se a força $\vec{F}$ não for constante, a definição de trabalho é feita com o uso de Matemática superior, por meio de uma função chamada integral.

- Trabalho é uma grandeza escalar, pois, em sua definição, não há envolvimento de direção. Observe que, embora a força $\vec{F}$ e o deslocamento $\overrightarrow{AB}$ sejam grandezas vetoriais, tomamos, na definição de trabalho, apenas os seus módulos.

- O sinal do τ, dado pelo **cos** α, vai indicar se a força $\vec{F}$ favorece o movimento ($\tau > 0$) ou se se opõe ao movimento ($\tau < 0$).

- O trabalho de uma força constante não depende da trajetória descrita entre os pontos A e B (partida e chegada).

- Se uma partícula estiver sob a ação simultânea de n forças constantes e se deslocar de A para B, a definição de trabalho pode ser aplicada separadamente para cada uma das n forças constantes atuantes e também para a resultante delas.



$\tau_{F_1} = |\vec{F}_1|\,|\overrightarrow{AB}| \cos \alpha_1$

$\tau_{F_2} = |\vec{F}_2|\,|\overrightarrow{AB}| \cos \alpha_2$

$\tau_{F_n} = |\vec{F}_n|\,|\overrightarrow{AB}| \cos \alpha_n$

Sendo $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_n$ (força resultante), temos:

$$\tau_F = |\vec{F}|\,|\overrightarrow{AB}| \cos \alpha$$

E ainda: $$\tau_F = \tau_{F_1} + \tau_{F_2} + ... + \tau_{F_n}$$

- Considere as figuras que se seguem:

Na figura (I), $F_{útil} = |\vec{F}| \cos \alpha$ representa a projeção da força $\vec{F}$ na direção do deslocamento $\overrightarrow{AB}$.

Na figura (II), $AC = |\overrightarrow{AB}| \cos \alpha$ representa a projeção do deslocamento $\overrightarrow{AB}$ na direção da força $\vec{F}$.

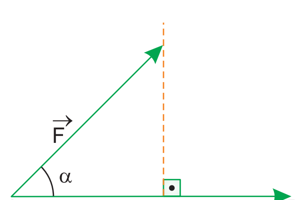


Fig. I

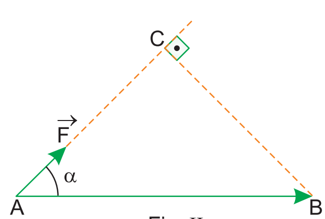


Fig. II

Assim, a definição de trabalho $\tau_F = |\vec{F}|\,|\overrightarrow{AB}| \cos \alpha$ pode ser reescrita nas formas que se seguem:

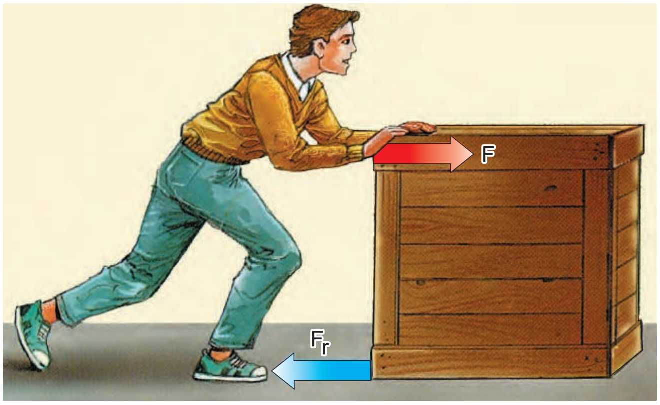
$$\tau_F = |\vec{F}|\ \text{proj}\ (\overrightarrow{AB})$$

$$\tau_F = (\overrightarrow{AB})\ \text{proj}\ \vec{F}$$

- A componente centrípeta da força resultante ($\vec{F}_{cp}$) nunca realiza trabalho, pois é continuamente perpendicular à trajetória ($\alpha = 90°$ e $\cos \alpha = 0$).

A componente centrípeta é usada tão somente para curvar a trajetória, não fazendo trânsito ou transformação de energia mecânica.

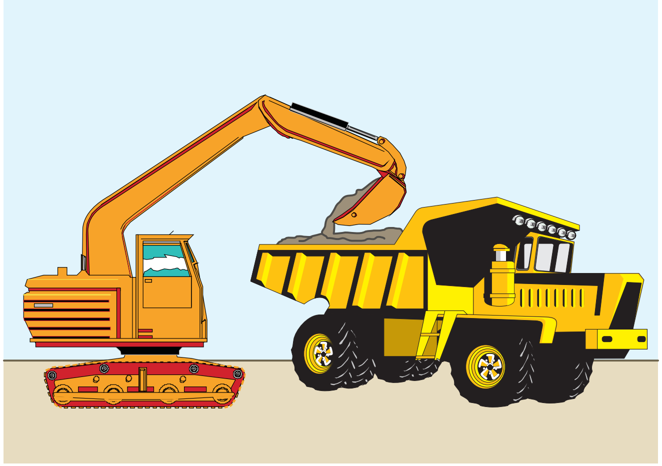
- A componente tangencial da força resultante ($\vec{F}_t$) realiza trabalho positivo quando é usada para acelerar o corpo (módulo da velocidade aumenta) e realiza trabalho negativo quando é usada para frear o corpo (módulo da velocidade diminui).



No deslocamento acima, a força $\vec{F}$ realiza trabalho motor e a força de atrito $\vec{F}_r$ realiza um trabalho resistente.

- Quando o corpo não se desloca, por mais intensa que seja a força aplicada, não há realização de trabalho. Isto se justifica pelo fato de que, não havendo deslocamento, não há transferência ou transformação de energia mecânica.

- Quando força e deslocamento forem perpendiculares ($\alpha = 90°$), o trabalho é nulo.



A pá da escavadeira realiza trabalho para elevar a massa de terra e colocá-la sobre o caminhão. Porém, o peso da massa de terra não realiza trabalho em um deslocamento horizontal do caminhão.

4. Unidade de trabalho

Da definição de trabalho, temos:

$$\tau = |\vec{F}|\,|\vec{d}|\cos\alpha$$

$$\text{uni}[\tau] = \text{uni}[\vec{F}]\,.\,\text{uni}[\vec{d}]\,.\,\text{uni}[\cos\alpha]$$

No Sistema Internacional de Unidades, temos:

$$\text{uni}[\vec{F}] = \text{newton (N)}$$

$$\text{uni}[\vec{d}] = \text{metro (m)}$$

$\cos\alpha$ é adimensional e não tem unidades.

Portanto, a unidade de trabalho é dada por:

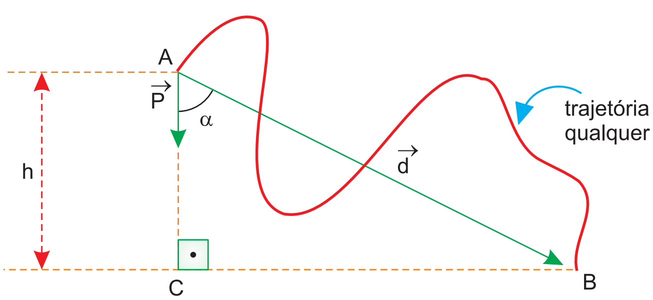
$$\text{uni}[\tau] = \text{newton . metro} = \text{N . m}$$

A unidade de trabalho no SI recebe o nome de **joule** (J):

$$\text{joule (J)} = \text{N . m}$$

5. Trabalho da força peso

Consideremos uma partícula de peso $\vec{P}$, deslocando-se entre os pontos A e B em uma trajetória qualquer:



Sendo o peso $\vec{P}$ uma força constante, podemos aplicar a definição de trabalho:

$$\tau_P = |\vec{P}|\,|\vec{d}|\cos\alpha$$

Da figura anterior, temos:

$$\cos\alpha = \frac{h}{|\vec{d}|} \Rightarrow h = |\vec{d}|\cos\alpha$$

Portanto: $$\tau_P = |\vec{P}|\,h = mgh$$

De A para B, o movimento é de descida, o peso favorece o deslocamento e o trabalho é positivo, valendo + mgh.

De B para A, o movimento é de subida, o peso se opõe ao deslocamento e o trabalho é negativo, valendo – mgh.

Observe que, em qualquer caso (subida ou descida), o trabalho do peso não depende da trajetória entre os pontos A e B.

Quando o trabalho de uma força não depende da trajetória, a força é chamada CONSERVATIVA; o peso é um dos principais exemplos de força conservativa.

O trabalho realizado sobre um corpo por uma força conservativa é nulo quando a trajetória do corpo for um percurso fechado, com o corpo partindo de uma dada posição e voltando à mesma posição.

O trabalho do peso da água, em queda de uma cachoeira, transforma energia potencial em energia cinética.

No movimento de elevação, o trabalho do peso da sucata é –mgh e na descida é +mgh.

No Portal Objetivo

Para saber mais sobre o assunto, acesse o **PORTAL OBJETIVO** (**www.portal.objetivo.br**) e, em “localizar”, digite **FIS1M401**

Saiba mais

1. São forças conservativas:
   - força peso
   - força eletrostática
   - força elástica
   - todas as forças constantes
2. Quando $\tau_F > 0$, dizemos que a força $\vec{F}$ realiza um trabalho motor.
   Quando $\tau_F < 0$, dizemos que a força $\vec{F}$ realiza um trabalho resistente.
3. Situações em que não ocorre realização de trabalho por uma força $\vec{F}$ constante:
   a) quando $|\vec{F}| = 0$ b) quando $|\vec{d}| = 0$ c) quando $\alpha = 90°$; isto é, $\cos\alpha = 0$

Exercícios Resolvidos

1 **(UEPB-MODELO ENEM)** – Em Física, o conceito de trabalho é diferente daquele que temos no dia a dia. Nesse caso, trabalho está associado ao desempenho de algum serviço ou tarefa, que pode ou não exigir força ou deslocamento. (...)

(Gaspar, Alberto. Física. 1ª ed.,vol. único. São Paulo: Ática, 2004, p. 140)

Observe, nas situações abaixo descritas, a adequação ou não do conceito físico de trabalho.

Situação I: Quando um alpinista sobe uma montanha, o trabalho efetuado sobre ele pela força gravitacional, entre a base e o topo, é o mesmo, quer o caminho seguido seja íngreme e curto, quer seja menos íngreme e mais longo.
Situação II: Se um criança arrasta um caixote em um plano horizontal entre dois pontos A e B, o trabalho efetuado pela força de atrito que atua no caixote será o mesmo, quer o caixote seja arrastado em uma trajetória curvilínea ou ao longo da trajetória mais curta entre A e B.
Situação III: O trabalho realizado sobre um corpo por uma força conservativa é nulo quando a trajetória descrita pelo corpo é um percurso fechado.
Para as situações supracitadas, em relação ao conceito físico de trabalho, é(são) correta(s) apenas a(as) proposição(ões)

a) II. b) I. c) I e III. d) III. e) I e II.

Resolução

I (V) Em qualquer dos casos citados o trabalho do peso será dado por:

$$\boxed{\tau_P = -mgH}$$

II (F) Quanto mais longa for a trajetória maior será a quantidade de energia mecânica transformada em térmica.
A força de atrito não é uma força conservativa e o seu trabalho dependerá da trajetória.

III (V) Decorre do próprio conceito do que seja uma força conservativa.

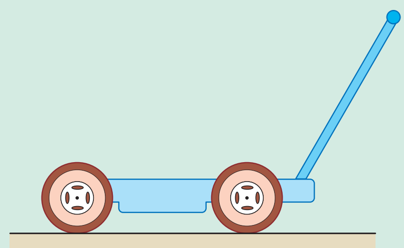
Resposta: C

2 **(UFABC-SP)**

Peritos utilizam técnica arqueológica para descobrir conexões clandestinas de água em postos de gasolina

Usado para descoberta de nichos arqueológicos, o geo-radar prova que é uma excelente tecnologia para detectar conexões clandestinas de água em postos de gasolina.

O aparelho, montado sobre um pequeno carrinho de quatro rodas, deve ser conduzido sobre toda a extensão do piso do posto de gasolina. Para tanto, o operador empurra o aparelho com o auxílio de uma haste inclinada a 54° com a horizontal, tal qual um carrinho de bebê.



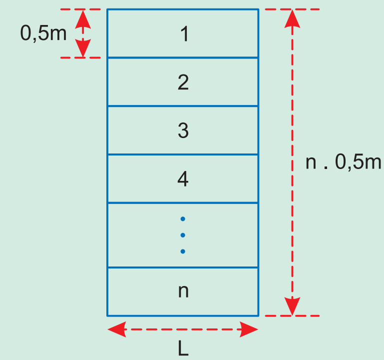
Suponha que um geo-radar, com massa 20 kg, deva realizar a varredura de um pátio retangular de área 100 m^2. Sabendo-se que o aparelho cobre uma faixa de 0,5 m de largura e que o operador empurra o aparelho com força constante de intensidade 80N, na direção da haste, suficiente para manter um movimento uniforme, o menor trabalho que o operador poderá realizar ao empurrar o aparelho, desconsiderando-se as manobras de 180° que devem ser feitas para cobrir completamente a área prevista, é, em joules,

a) 4 000. b) 4 800. c) 8 000.
d) 9 600. e) 22 400.

Dados: sen 54° = 0,8
cos 54° = 0,6
tg 54° = 1,4

Resolução

Consideremos que a área de 100m^2 seja equivalente a n faixas de 0,5m de largura e comprimento L.
Teremos:

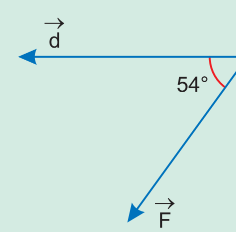


$$n \,.\, 0,5 \,.\, L = 100$$

O produto n . L representa a distância total percorrida.

$$\boxed{\Delta s = n\,.\,L = 200m}$$

O trabalho será dado por:



$$\tau_F = |\vec{F}|\,|\vec{d}| \cos 54°$$

$$\tau_F = 80 \,.\, 200 \,.\, 0,6 \text{ (J)}$$

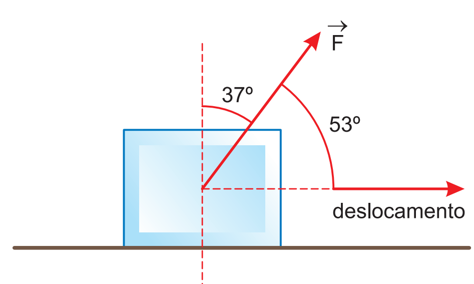
$$\boxed{\tau_F = 9600J}$$

Resposta: D

Exercícios Propostos

1 Em um piso horizontal, apóia-se um bloco.
Exerce-se no bloco uma força constante (F = 20N), conforme o esquema
(cos 53° = 0,60 sen 53° = 0,80)
sen 37° = 0,60 cos 37° = 0,80
A força de atrito aplicada pelo piso sobre o bloco tem intensidade 8,0N. O bloco desliza no sentido indicado na figura em um percurso de 10m. Calcule

a) o trabalho do peso do bloco e da força de reação normal do piso;
b) o trabalho da força $\vec{F}$ e da força de atrito.



RESOLUÇÃO:

a) $\tau_P = \tau_N = 0$, pois $\alpha = 90°$ e $\cos \alpha = 0$

b) 1) $\tau_F = F\, d \cos 53°$

$\tau_F = 20 \,.\, 10 \,.\, 0{,}60\ (J) \Rightarrow \boxed{\tau_F = 120J}$

2) $\tau_{at} = F_{at} \,.\, d \,.\, \cos 180°$

$\tau_{at} = 8{,}0 \,.\, 10 \,.\, (-1)\ (J) \Rightarrow \boxed{\tau_{at} = -80J}$

Respostas: a) zero e zero b) 120J e –80J

2 **(OLIMPÍADA PAULISTA DE FÍSICA-MODELO ENEM)** – Milton segura um garrafão com água a 0,8m de altura durante 2 minutos, enquanto sua mãe prepara o local onde o garrafão será colocado. Qual o trabalho, em joules, realizado por Milton enquanto ele segura o garrafão, se a massa total do garrafão for m = 12kg?

a) zero b) 0,8 c) 9,6 d) 96 e) 120

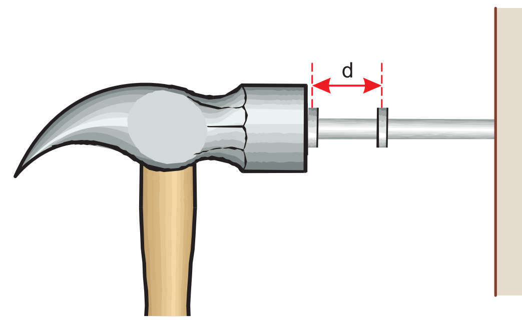
RESOLUÇÃO:
O deslocamento é nulo, e o trabalho é nulo.
Resposta: A

3 **(UFAC)** – Uma partícula percorre um arco de circunferência de 50m de comprimento e raio 25m em movimento uniforme. O trabalho da força resultante sobre a partícula, enquanto ela percorre o arco, é igual a:

a) zero b) 3,0J c) 6,0J d) 150J
e) um valor indeterminado com os dados apresentados.

RESOLUÇÃO:
A força resultante é centrípeta e não realiza trabalho porque é perpendicular à trajetória.
Resposta: A

4 **(UnB-MODELO ENEM)**



Considerando-se a figura acima, que mostra uma ação comum entre as tarefas de casa e com base nas leis de Newton, julgue os seguintes itens.

(1) A força $\vec{F}_1$ que o martelo exerce sobre o prego é, em módulo, maior que a força $\vec{F}_2$ de reação do prego sobre o martelo.

(2) A relação entre as forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ pode ser estabelecida pela primeira lei de Newton.

(3) O trabalho realizado para deslocar o prego de uma distância d é igual a $F_1\, d \cos 90°$ com $\vec{F}_1$ suposto constante.

(4) No sistema mostrado, tanto o martelo quanto o prego realizam trabalhos positivos.

A sequência correta de itens verdadeiros (V) e falsos (F) é:

a) VVVV b) VFVF c) FFFV
d) FVFF e) FFFF

RESOLUÇÃO:

1 (F) Ação e Reação têm sempre módulos iguais.

2 (F) Pela 3ª Lei de Newton.

3 (F) $\tau_F = F_1 \,.\, d$

4 (F) O trabalho de $\vec{F}_1$ é positivo e de $\vec{F}_2$ é negativo.

Resposta: E

Módulo 68 — Teorema da energia cinética

Palavras-chave:

• Trabalho • Energia Cinética

Imagine que você está em uma estrada dentro de um automóvel em movimento.

Você sabe que no combustível usado (gasolina, álcool ou diesel) existe energia armazenada (energia química).

Por outro lado, o motor do automóvel foi capaz de transformar essa energia química em energia ligada ao movimento do carro.

O motor é tanto mais eficiente ou mais potente quanto melhor for sua capacidade ou rapidez em transformar energia química em energia de movimento.

A energia de movimento do carro é chamada **ENERGIA CINÉTICA** e vai depender do valor de sua massa e do valor de sua velocidade.

É intuitivo que quanto maior a massa do carro e quanto maior a sua velocidade maior será a sua energia de movimento, isto é, **a energia cinética é função crescente da massa e da velocidade**.

No momento de sua arremetida, o avião supersônico está dotado de grande energia cinética, o que permite sua decolagem.

Dada uma partícula de massa **m** e velocidade escalar **V**, para um dado referencial, define-se **energia cinética** da partícula (E_c) pela relação:

$$E_c = \frac{mV^2}{2}$$

Enunciado do TEC

O teorema da energia cinética, para o caso de uma partícula, pode ser assim enunciado:

O trabalho total (trabalho da força resultante) de todas as forças atuantes em uma partícula é igual à variação de sua energia cinética.

$$\tau_{total} = \tau_{F_1} + \tau_{F_2} + \dots + \tau_{F_n} = \Delta E_{cin}$$

Notas

• O teorema da energia cinética é usado para calcular o trabalho da força resultante, isto é, o trabalho total realizado, não permitindo individualizar os trabalhos das **n** forças atuantes.

• O teorema da energia cinética vale para qualquer trajetória e para qualquer tipo de resultante: constante ou variável, conservativa (não dissipa energia mecânica) ou dissipativa (ex.: força de atrito).

• Para o caso de um corpo extenso, o teorema da energia cinética é enunciado da seguinte forma:

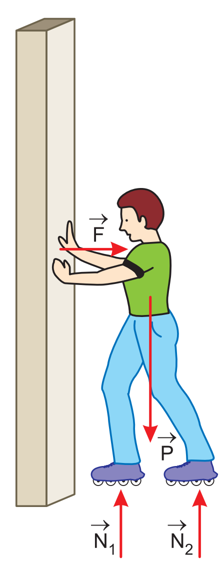
O trabalho total realizado por todas as forças atuantes em um corpo extenso, internas e externas, mede a variação de sua energia cinética.

Trabalho interno

O trabalho total, que mede a variação da energia cinética, é a soma dos trabalhos de todas as forças externas e internas ligadas ao sistema físico em estudo.

Por vezes, **o trabalho da força resultante externa é nulo e o trabalho interno é responsável pela variação da energia cinética do sistema estudado**.

Considere os seguintes exemplos:



Exemplo 1: um rapaz sobre patins, em um plano horizontal sem atrito, aplica sobre a parede vertical uma força horizontal e passa a se mover sobre o plano horizontal.

As forças externas atuantes no rapaz, durante a interação com a parede, são

1) o peso do rapaz;

2) as reações normais do chão;

3) uma força horizontal $\vec{F}$ aplicada pela parede.

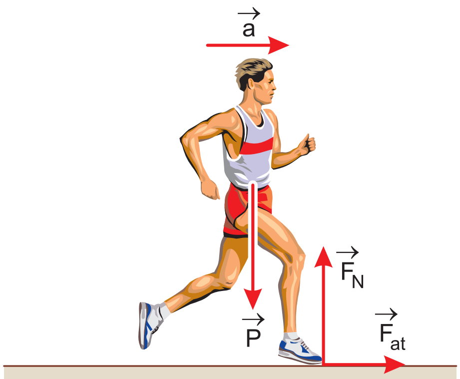
A resultante externa, responsável pela aceleração do rapaz, é a força horizontal $\vec{F}$ aplicada pela parede, porém **seu trabalho é nulo, porque não há deslocamento de seu ponto de aplicação**.

A energia cinética adquirida pela pessoa é proveniente do **trabalho interno** realizado pelas forças musculares da pessoa.

Note que

Estas forças internas não têm nenhum papel no processo de aceleração da pessoa, porém seus pontos de aplicação deslocam-se de modo a realizar trabalho e transformar energia interna da pessoa em energia cinética.

Exemplo 2: considere uma pessoa andando com movimento acelerado em um plano horizontal, despreze o efeito do ar e admita que os pés da pessoa não escorreguem em relação ao chão.



As forças externas que agem na pessoa são

a) o peso $\vec{P}$;

b) a reação normal do chão;

c) a força de atrito aplicada pelo chão.

A resultante externa, responsável pela aceleração da pessoa, é a força de atrito aplicada pelo chão, porém seu trabalho é nulo, pois o atrito entre o pé e o chão é estático, uma vez que os pontos de contato entre o pé e o chão têm velocidade nula como condição para que não haja escorregamento entre eles.

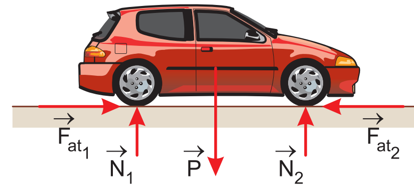
O trabalho nulo do atrito pode ser interpretado pelo fato de não haver transferência de energia mecânica do chão para a pessoa.

A variação da energia cinética da pessoa é proveniente do **trabalho interno** realizado pelas forças musculares da pessoa.

Observe mais uma vez que

A força de atrito é a resultante externa responsável pela aceleração da pessoa, porém a variação da energia cinética é proveniente do trabalho interno das forças musculares.

Exemplo 3: considere um automóvel, em movimento acelerado, em um plano horizontal, despreze o efeito do ar, admita que os pneus não derrapem e que as rodas traseiras sejam as rodas motrizes.



As forças externas que agem no carro são

a) o peso $\vec{P}$;

b) as reações normais do chão;

c) as forças de atrito que o chão aplica nos pneus.

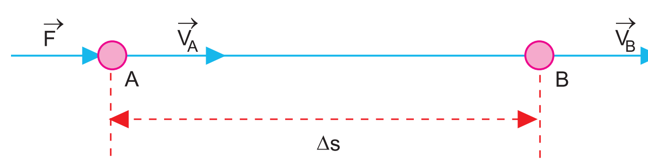
A resultante externa, responsável pela aceleração do carro, é a resultante das forças de atrito que o chão aplicou nos pneus, porém o trabalho dessa resultante externa é nulo, pois o atrito entre os pneus e o chão é estático, uma vez que os pontos de contato entre os pneus e o chão têm velocidade nula como condição para que os pneus não derrapem.

A variação da energia cinética do carro é proveniente do trabalho interno: a expansão dos gases nos cilindros do motor originam forças internas, algumas das quais realizam trabalho.

A força de atrito é a resultante externa responsável pela aceleração do carro, porém a variação da energia cinética é proveniente do trabalho interno das forças ligadas à expansão dos gases nos cilindros do motor.

Demonstração do TEC

• O teorema da energia cinética pode ser demonstrado de modo bastante simples para o caso de força resultante constante e trajetória retilínea, isto é, o móvel em movimento retilíneo e uniformemente variado.



$$\tau_F = |\vec{F}|\,|\vec{AB}| \cos \alpha \quad \Rightarrow \quad \tau_F = m\,\gamma\,\Delta s \;(1)$$

Usando-se a Equação de Torricelli:

$$V_B^2 = V_A^2 + 2\gamma\,\Delta s \quad \Rightarrow \quad \gamma\,\Delta s = \frac{V_B^2 - V_A^2}{2} \;(2)$$

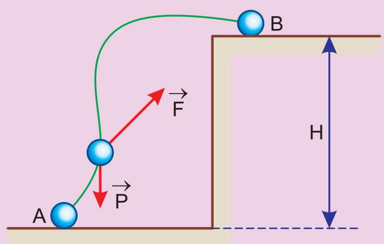
Substituindo-se (2) em (1), vem:

$$\tau_F = m \left[\frac{V_B^2 - V_A^2}{2} \right]$$

$$\tau_F = \frac{mV_B^2}{2} - \frac{mV_A^2}{2} = E_{cin_B} - E_{cin_A} \Rightarrow \boxed{\tau_F = \Delta E_{cin}}$$

Saiba mais

TRABALHO NO LEVANTAMENTO DE UM CORPO



Considere um corpo levantado com velocidade escalar constante (ou partindo do repouso e voltando ao repouso) de uma altura H, sob ação exclusiva de seu peso $\vec{P}$ e de uma força motriz $\vec{F}$.

Aplicando-se o TEC, temos:

$$\tau_F + \tau_P = \Delta E_{cin}$$

Sendo $\tau_P = -m\ g\ H$ (subida) e $\Delta E_{cin} = 0$ (movimento uniforme ou $V_f = V_0 = 0$), temos:

$$\tau_F - m\ g\ H = 0 \Rightarrow \boxed{\tau_F = m\ g\ H = PH}$$

O trabalho de $\vec{F}$ não dependerá da trajetória ou do tempo de trajeto.

Exercícios Resolvidos

1 **(MODELO ENEM)** – Um veículo estava deslocando-se com velocidade constante em um plano horizontal e, ao avistar um obstáculo na pista, imediatamente os freios foram fortemente acionados, de maneira que as rodas do veículo foram travadas e as marcas dos pneus, no asfalto, foram de 50m, desde o início da freada até a parada total.

Considerando-se o coeficiente de atrito entre os pneus e o solo como sendo 0,9 e a aceleração gravitacional, com módulo $10m/s^2$, qual o módulo aproximado, da velocidade do carro no início do acionamento dos freios?

a) 30 km/h b) 45 km/h c) 60 km/h

d) 75 km/h e) 108 km/h

Despreze o efeito do ar e admita que a trajetória seja retilínea.

Resolução

TEC : $\tau_{at} = \Delta E_{cin}$

$F_{at} \cdot d \cdot \cos 180° = \Delta E_{cin}$

$\mu mgd\ (-1) = 0 - \dfrac{mV_0^2}{2}$

$V_0^2 = 2\ \mu gd$

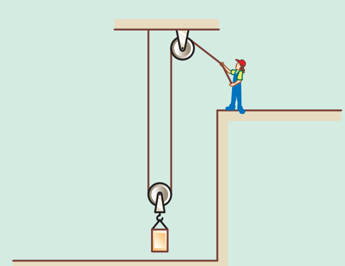
$V_0^2 = 2 \cdot 0{,}9 \cdot 10 \cdot 50$ (SI)

$V_0^2 = 900$ (SI)

$V_0 = 30m/s = 108km/h$

Resposta: E

2 **(VUNESP-MODELO ENEM)** – Um operário ergue uma carga de 50 kg de massa trazendo-a do chão até uma altura de 6,0 m, onde ele se encontra. Para essa tarefa, o operário utiliza um conjunto de uma roldana fixa e outra móvel, como ilustra a figura. A carga parte do repouso e volta ao repouso.



Desprezando-se a massa das roldanas e do cabo e considerando-se a aceleração da gravidade com módulo igual a 10 m/s², pode-se afirmar que o trabalho realizado

a) pelo peso da carga é de $3{,}0 \cdot 10^3$ J.

b) pelo peso da carga é de $-3{,}0 \cdot 10^3$ J.

c) pela força exercida pelo operário é de $1{,}5 \cdot 10^3$ J.

d) pela força exercida pelo operário é de $-1{,}5 \cdot 10^3$ J.

e) pela força exercida pelo operário depende da velocidade escalar média com que a carga é erguida.

Resolução

1) Trabalho do peso da carga:

$\tau_P = -mg\ H$

$\tau_P = -50 \cdot 10 \cdot 6{,}0$ (J)

$\boxed{\tau_P = -3{,}0 \cdot 10^3\ J}$

2) TEC: $\tau_{total} = \Delta_{Ecin}$

$\tau_{0p} + \tau_P = 0$

$\tau_{0p} - 3{,}0 \cdot 10^3\ J = 0$

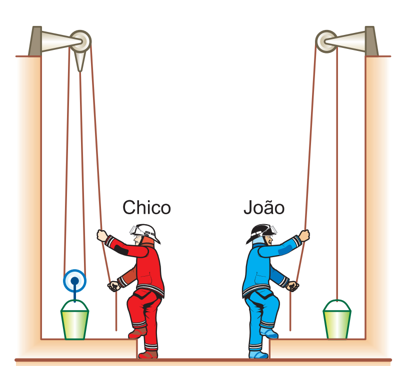
$\boxed{\tau_P = 3{,}0 \cdot 10^3\ J}$

Resposta: B

Exercícios Propostos

1 **(UFT-MODELO ENEM)** – Dois serventes de pedreiro – Chico e João – erguem baldes de concreto do solo até o segundo andar de um edifício.

Chico usa um sistema com duas roldanas — uma fixa e a outra móvel —, enquanto João usa um sistema com uma única roldana fixa, como mostrado na figura.



Considerando-se essas informações, é correto afirmar que, para erguer baldes de mesma massa até uma mesma altura, com velocidade constante,

a) Chico faz a mesma força que João, mas realiza trabalho maior que ele.

b) Chico faz a mesma força que João, mas realiza trabalho menor que ele.

c) Chico faz uma força menor que João, mas realiza o mesmo trabalho.

d) Chico faz uma força menor que João, mas realiza trabalho maior que ele.

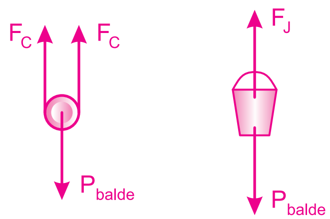
RESOLUÇÃO:
1) Cálculo do trabalho realizado:

TEC: $\tau_{total} = \Delta E_c$

$\tau_H + \tau_P = 0$

$\tau_H - mgH = 0 \Rightarrow \tau_H = mgH \Rightarrow \boxed{\tau_c = \tau_J}$

2)



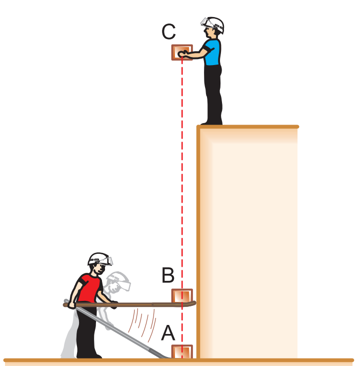
$2F_c = P_{balde}$

$F_J = P_{balde}$

$\boxed{F_J = 2F_c}$

Resposta: C

2 **(OLIMPÍADA BRASILEIRA DE FÍSICA-MODELO ENEM)** – Um servente de pedreiro atira um tijolo, com uma pá, verticalmente para cima, para o colega que está em cima da construção. Inicialmente, ele acelera o tijolo uniformemente de A até B, utilizando a pá; a partir de B, o tijolo se desprende da pá, e prossegue de B até C em lançamento vertical, sendo recebido pelo pedreiro com velocidade nula.



Despreze a resistência do ar. Considerando-se como dados o módulo da aceleração da gravidade, **g**, a massa do tijolo, **m**, as distâncias, AB = **h** e AC = **H**, a intensidade da força **F** com a qual a pá impulsiona o tijolo é igual a

a) $\dfrac{mgh}{H}$ b) $\dfrac{mgH}{h}$ c) $\dfrac{mg\,(H-h)}{H}$

d) $\dfrac{mg\,(H-h)}{h}$ e) $\dfrac{mg\,(H+h)}{H}$

RESOLUÇÃO:
Aplicando-se o TEC entre A e C, vem

$\tau_P + \tau_F = \Delta E_{cin}$

$-mgH + Fh = 0 \Rightarrow \boxed{F = \dfrac{m\,g\,H}{h}}$

Resposta: B

3 Uma força constante $\vec{F}$, de direção vertical e intensidade 30N, atua sobre um corpo de massa 1,0kg, inicialmente em repouso, elevando-o a uma altura de 3,0m. Nesta posição final, a energia cinética do corpo é de 40J.

Adotando-se g = 10m . s^{-2}, calcule

a) o trabalho realizado pela força $\vec{F}$ neste deslocamento de 3,0m;

b) o trabalho da força de resistência do ar neste deslocamento de 3,0m.

RESOLUÇÃO:

a) $\tau_F = |\vec{F}|\,|\vec{d}|\cos 0°$

$\tau_F = 30 \,.\, 3{,}0 \,.\, 1 \text{ (J)} \Rightarrow \boxed{\tau_F = 90\text{ J}}$

b) 1) $\tau_P = -m\,g\,H$

$\tau_P = -1{,}0 \,.\, 10 \,.\, 3{,}0 \text{ (J)} \Rightarrow \boxed{\tau_P = -30\text{ J}}$

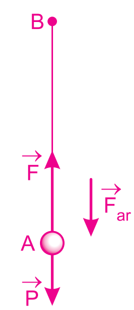
2) **TEC:** $\tau_{total} = \Delta E_{cin}$

$\tau_F + \tau_P + \tau_{ar} = \Delta E_{cin}$

$90 - 30 + \tau_{ar} = 40$

$\tau_{ar} = 40 - 60 \text{ (J)}$

$\boxed{\tau_{ar} = -20\text{J}}$



Respostas: a) 90J b) –20J

4 **(UFAL)** – Uma partícula de massa 2,0kg em movimento vertical ascendente passa no nível y_1 com velocidade de módulo 10,0m/s e no nível y_2, acima do nível y_1, com velocidade de módulo 2,0m/s. Considerando-se que nesse percurso a força peso é a única força atuando sobre a partícula, o trabalho realizado pela força peso vale, em joules:

a) –96,0 b) –20,0 c) 2,0 d) 20,0 e) 96,0

RESOLUÇÃO:

TEC: $\tau_{peso} = \Delta E_{cin}$

$\tau_{peso} = \dfrac{m}{2}\,(V_2^2 - V_1^2)$

$\tau_{peso} = \dfrac{2{,}0}{2}\,(4{,}0 - 100) \text{ (J)}$

$\boxed{\tau_{peso} = -96{,}0\text{J}}$

Resposta: A

Módulo 69

Método gráfico para o cálculo do trabalho

Palavras-chave:

• Trabalho • Gráfico força x distância

Para calcularmos o trabalho realizado por uma força, já temos dois métodos:

(1) aplicação da definição de trabalho

(2) aplicação do teorema da energia cinética

O método (1) tem uma restrição: a força aplicada deve ser constante, pois a definição de trabalho, para uma força variável, envolve conhecimentos de uma função chamada integral, que é estudada em uma matéria chamada **cálculo**, apenas nas universidades.O método (2) é usado para calcular o trabalho da força resultante ou o trabalho total realizado sobre o corpo.

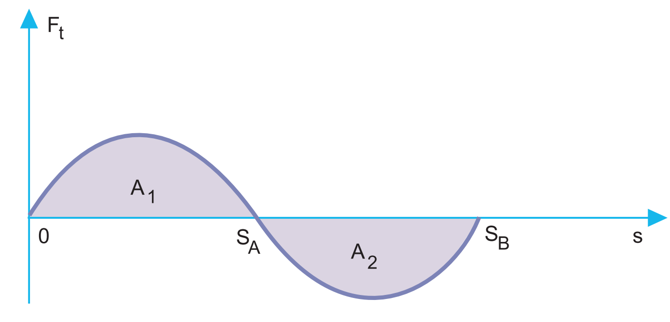
Para calcularmos o trabalho realizado por uma força variável (que pode não ser a resultante) que atua em um corpo, devemos saber como esta força varia ao longo do deslocamento do corpo.

Como a componente normal à trajetória nunca realiza trabalho ($\alpha = 90°$ e $\cos \alpha = 0$), precisamos conhecer o gráfico da componente tangencial da força em função do deslocamento do corpo.

Método gráfico

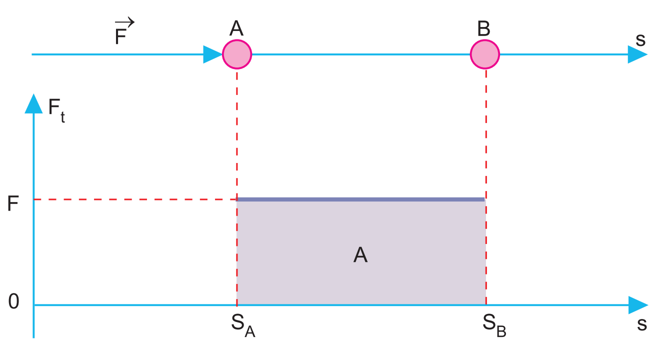
Seja $\mathbf{F_t}$ o valor algébrico da componente tangencial da força resultante e **s** o espaço do móvel que define sua posição ao longo da trajetória.

No gráfico da função $F_t = f(s)$, a área sob o gráfico mede o trabalho realizado.



$[\tau]_O^A \overset{N}{=} A_1$; $\quad [\tau]_A^B \overset{N}{=} -A_2$; $\quad \boldsymbol{[\tau]_O^B \overset{N}{=} A_1 - A_2}$

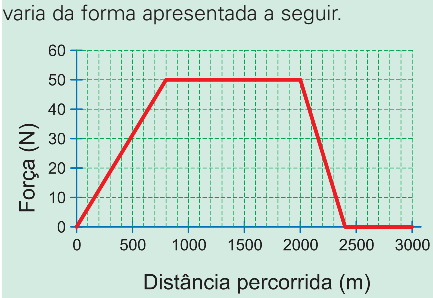
A propriedade gráfica pode ser facilmente demonstrada no caso particular de uma força constante e trajetória retilínea:



$$A \overset{N}{=} F \cdot \Delta s = \tau_F$$

Exercícios Resolvidos

1 **(VUNESP-MODELO ENEM)** – Numa pista plana e reta, um carro de 2 000 kg, inicialmente em repouso, é submetido a um conjunto de forças cuja resultante tem a mesma direção e sentido de seu movimento e intensidade que varia da forma apresentada a seguir.



É correto estimar a velocidade escalar do carro, ao passar pela marca de 3 000 m, em

a) 34 km/h b) 72 km/h c) 120 km/h
d) 150 km/h e) 180 km/h

Resolução

1) τ = área (F x d)

$$\tau = (2400 + 1200)\ \frac{50}{2}\ (J) = 90\,000\ J$$

2) TEC: $\tau = \Delta_{Ecin}$

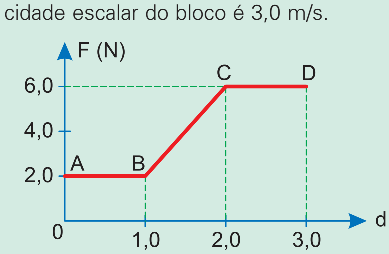
$$\tau = \frac{m}{2}\ (V^2 - V_0^2)$$

$$90\,000 = \frac{2000}{2}\ V^2$$

$$V = \sqrt{90}\ m/s = \sqrt{90}\ .\ 3,6\ km/h \cong 34\ km/h$$

Resposta: A

2 **(UFPA)** – O movimento retilíneo de um bloco de 0,5 kg sobre um plano horizontal, com atrito e resistências desprezíveis, está mostrado no gráfico abaixo, no qual F representa o módulo da força resultante e d, o módulo do deslocamento. Ao passar pelo ponto B, a velocidade escalar do bloco é 3,0 m/s.



Sobre o referido movimento, avalie as afirmativas seguintes:

I. A velocidade escalar do móvel em C é 5,0m/s.

II. No trecho BC, a velocidade escalar média do bloco foi 4,0m/s.
III. O movimento foi uniforme nos trechos AB e CD e acelerado no trecho BC.
IV. O bloco chega em D com energia cinética igual a 12,25 J.

Estão corretas apenas as afirmativas

a) I e IV. b) I e III. c) II e IV.
d) I, II, e III. e) II, III e IV.

Resolução

I. (VERDADEIRA)

1) τ_{BC} = área (F x d)

$$\tau_{BC} = (6,0 + 2,0)\ \frac{1,0}{2}\ (J) = 4,0\ J$$

2) $$\tau_{BC} = \frac{m}{2}(V_C^2 - V_B^2)\ \text{(TEC)}$$

$$4,0 = \frac{0,5}{2}(V_C^2 - 9,0)$$

$$16,0 = V_C^2 - 9,0$$

$$V_C^2 = 25,0 \Rightarrow \boxed{V_C = 5,0m/s}$$

II. (FALSA)
4,0 m/s é a média aritmética entre v_B e v_C e seria a velocidade escalar média se o movimento entre B e C fosse uniformemente variado (F = constante).

III. (FALSA)
Nos trechos AB e CD o movimento foi uniformemente variado.

IV. (VERDADEIRA)

τ_{CD} = F . d

τ_{CD} = 6,0 . 1,0 (J) = 6,0 J

TEC: $\tau_{CD} = E_{cin_D} - E_{cin_C}$

$E_{cin_D} = \tau_{CD} + E_{cin_C}$

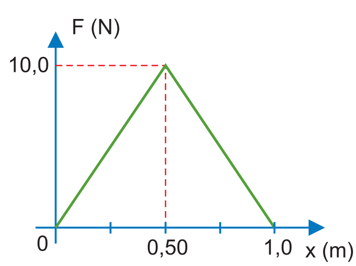
$$E_{cin_D} = 6,0 + \frac{0,5}{2}\ .\ (5,0)^2\ (J)$$

$$\boxed{E_{cin_D} = 12,25J}$$

Resposta: A

Exercícios Propostos

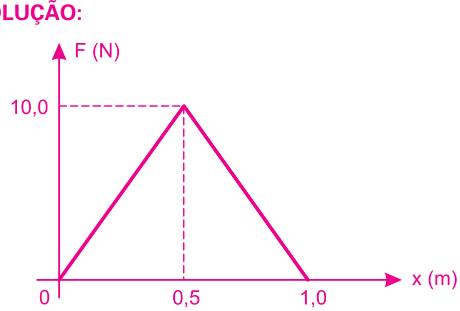
1 **(UNIFESP)** – A figura representa o gráfico do módulo F de uma força que atua sobre um corpo em função do seu deslocamento x. Sabe-se que a força atua sempre na mesma direção e sentido do deslocamento.



Pode-se afirmar que o trabalho dessa força no trecho representado pelo gráfico é, em joules,

a) 0 b) 2,5 c) 5,0 d) 7,5 e) 10,0

RESOLUÇÃO:



No gráfico força x deslocamento, a área mede o trabalho realizado:

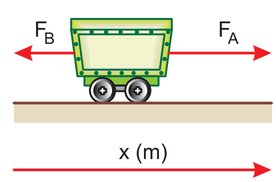
τ = área (F x d)

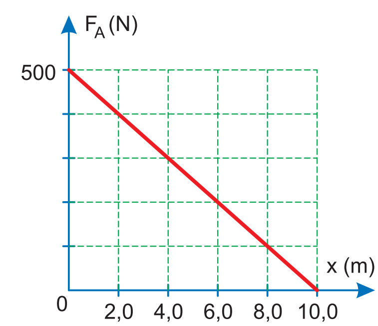
$$\tau = \frac{1,0\ .\ 10,0}{2}\ (J) \qquad \boxed{\tau = 5,0J}$$

Resposta: C

2 **(OLIMPÍADA BRASILEIRA DE FÍSICA-MODELO ENEM)** – Com massa igual a 40,0 kg, o carrinho representado move-se para a direita com velocidade escalar V = 4,0 m/s quando passa pela posição x = 2,0 m. Ele está submetido a duas forças que têm a mesma direção do eixo x: F_A variável como mostra o diagrama de sua intensidade em função da posição do carro e F_B, constante e de módulo igual a 150N. A velocidade escalar que o carrinho terá ao passar pela posição x = 10,0m será, em m/s, igual a:

a) –2,0 b) 6,0 c) zero d) –4,0 e) 4,0





RESOLUÇÃO:

1) τ_{F_A} **= área (F_A x d)**

$$\tau_{F_A} = 8,0\ .\ \frac{400}{2}\ (J) = 1600J$$

2) $\tau_{F_B} = F_B\ d \cos 180°$

$$\tau_{F_B} = -150\ .\ 8,0\ (J) = -1200J$$

3) TEC: $\tau_{total} = \Delta_{Ecin}$

$$\tau_{F_A} + \tau_{F_B} = \frac{m}{2}(v_f^2 - v_0^2)$$

$$1600 - 1200 = \frac{40,0}{2}(v_f^2 - 16,0)$$

$$400 = 20,0(v_f^2 - 16,0)$$

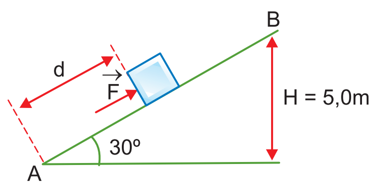
$20{,}0 = v_f^2 - 16{,}0$

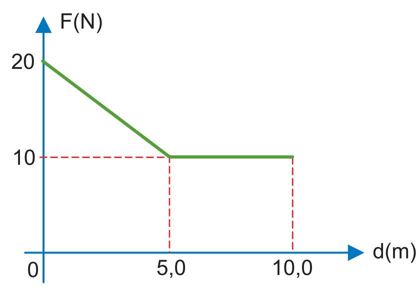
$v_f^2 = 36{,}0$

$\boxed{v_f = 6{,}0\ m/s}$

Resposta: B

3 Em um plano inclinado de 30°, um bloco de massa 2,0kg está sendo empurrado para cima por uma força $\vec{F}$, paralela ao plano inclinado, e de intensidade variável com a distância **d** do bloco ao ponto A, segundo o gráfico a seguir.





O bloco parte do repouso em A, o atrito é desprezível, a aceleração da gravidade local tem intensidade $g = 10m/s^2$ e o ponto B está a uma altura H = 5,0m.

Calcule

a) os trabalhos da força $\vec{F}$ e do peso do bloco, no deslocamento de A para B.

b) a intensidade da velocidade do bloco ao atingir o ponto B.

RESOLUÇÃO:

a) 1) τ_F **= área (F x d)**

$$\tau_F = (20 + 10)\,\frac{5{,}0}{2} + 10\ .\ 5{,}0\ (J) = 125J$$

2) $\tau_P = -mgH = -20\ .\ 5{,}0\ (J) = -100J$

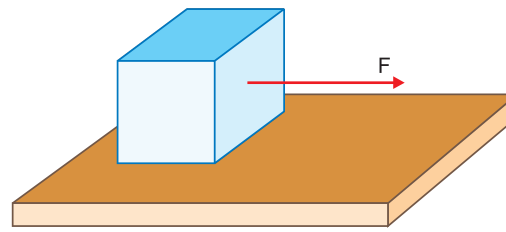
b) TEC: $\tau_{total} = \Delta E_{cin}$

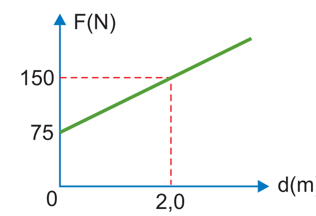
$$\tau_F + \tau_P = \frac{mv_B^2}{2} - \frac{mv_A^2}{2}$$

$$125 - 100 = \frac{2{,}0}{2}\,v_B^2 \Rightarrow \boxed{v_B = 5{,}0m/s}$$

Respostas: a) 125 e –100J b) 5,0m/s

4 Um bloco de massa 10,0kg está em repouso sobre uma superfície horizontal quando passa a atuar sobre este uma força de direção constante e horizontal, cuja intensidade varia com a distância, de acordo com o gráfico a seguir.





O coeficiente de atrito entre o bloco e a superfície vale 0,50; adote $g = 10{,}0m/s^2$ e não considere a resistência do ar.

Pedem-se

a) a intensidade da força de atrito no bloco.

b) o trabalho total realizado sobre o bloco entre d = 0 e d = 2,0m.

c) o módulo da velocidade do bloco para d = 2,0m.

RESOLUÇÃO:

a) A intensidade da força de atrito é dada por:

$F_{at} = \mu\ F_N$

$F_{at} = 0{,}50\ .\ 100\ (N) \Rightarrow \boxed{F_{at} = 50{,}0N}$

b) 1) O trabalho de atrito é dado por:

$\tau_{at} = |\vec{F}_{at}|\,|\vec{d}|\cos 180° \Rightarrow \tau_{at} = 50{,}0\ .\ 2{,}0\ .\ (-1)\ (J)$

$\boxed{\tau_{at} = -100J}$

2) O trabalho da força $\vec{F}$ é medido pela área sob o gráfico (F x d).

$$\tau_F = \frac{(150 + 75)\ 2{,}0}{2}\ (J) \Rightarrow \boxed{\tau_F = 225J}$$

3) O trabalho total é dado por:

$$\tau_{total} = \tau_F + \tau_{at} \Rightarrow \boxed{\tau_{total} = 125J}$$

c) O módulo da velocidade (V) é calculado pelo teorema da energia cinética.

$$\boxed{\tau_{total} = \frac{mV^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2}}$$

$$125 = \frac{10{,}0}{2}\,V^2 \Rightarrow \boxed{V = 5{,}0m/s}$$

Respostas: a) 50,0N b) 125J c) 5,0m/s

Módulo 70

Potência mecânica média

Palavras-chave:

• Trabalho • Potência

Imagine que um carro A partindo do repouso atinja a velocidade escalar de 100km/h em 10s e outro carro, B, com a mesma massa total de A, partindo do repouso atinja a mesma velocidade escalar de 100km/h, porém em um intervalo de tempo de 5s.

Os dois carros sofrerarm a mesma variação de energia cinética e, portanto, seus motores realizaram trabalhos iguais, porém é evidente que o motor do carro B foi mais eficiente ao realizar esse trabalho, pois o fez em um tempo menor.

A grandeza que mede a eficiência do motor na realização de um trabalho, isto é, mede a rapidez com que o trabalho está sendo realizado é denominada **potência**.

Assim, podemos dizer que o motor do carro B tem potência maior que o do carro A, pois realizou o mesmo trabalho em um tempo menor.

Nas corridas de automóvel em que se pretende atingir velocidades máximas maiores, dois fatores são fundamentais:

(1) a potência do motor do carro.

(2) a aerodinâmica do carro para reduzir o efeito da força de resistência do ar.

Quando você observa um chuveiro elétrico e verifica que a chave tem uma posição verão e outra inverno, você é capaz de imaginar o que vai mudar quando deslocamos a chave de uma posição para outra?

A resposta é a potência elétrica do chuveiro: na posição inverno, a potência será maior, o que significa que a energia elétrica vai ser transformada em térmica mais rapidamente, esquentando mais a água.

Para a rápida ascensão do elevador, é necessária a implementação de grande potência por parte dos motores que o tracionam.

1. Conceito

Quando uma "máquina" ou um "operador" realiza um trabalho sobre um corpo, esse trabalho é medido pela energia mecânica transferida para o corpo, não dependendo do tempo gasto na realização desta tarefa.

Exemplificando: quando levantamos um objeto de peso P a uma altura H, sem acréscimo de energia cinética, realizamos um trabalho cujo valor é P. H, não importando o tempo gasto nesta operação de levantar o corpo.

Para medirmos a **rapidez com que o trabalho é realizado**, isto é, a velocidade com que a energia mecânica está sendo transferida para o corpo, usamos o conceito de **POTÊNCIA MECÂNICA**.

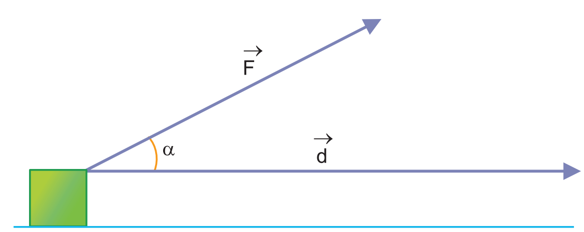
Uma máquina opera com **grande potência** quando **trabalha rapidamente**, isto é, realiza muito trabalho em um pequeno intervalo de tempo.

2. Potência mecânica média

Considere uma força $\vec{F}$ realizando um trabalho (τ) em um intervalo de tempo Δt. Define-se **POTÊNCIA MECÂNICA MÉDIA** desenvolvida por $\vec{F}$ pela relação:

$$Pot_m = \frac{\tau}{\Delta t}$$

Consideremos uma força constante $\vec{F}$ produzindo um deslocamento $\vec{d}$ que forma um ângulo α com $\vec{F}$.



O trabalho realizado por F é dado por:

$$\tau_F = |\vec{F}|\,|\vec{d}|\cos\alpha$$

Dividindo-se toda a expressão pelo intervalo de tempo Δt, em que o trabalho foi realizado, temos:

$$\frac{\tau_F}{\Delta t} = |\vec{F}|\,\frac{|\vec{d}|}{\Delta t}\cos\alpha$$

A razão $\dfrac{\tau_F}{\Delta t}$ é a potência média desenvolvida por $\vec{F}$.

A razão $\dfrac{|\vec{d}|}{\Delta t}$ é o módulo da velocidade vetorial média.

Isto posto, escrevemos:

$$Pot_m = |\vec{F}| \,.\, |\vec{V}_m| \,.\, \cos\alpha$$

3. Unidades de potência

No Sistema Internacional (SI), o trabalho é medido em joules (J) e o intervalo de tempo em segundos (s), portanto, teremos:

$$uni\,[Pot] = \frac{uni[\tau]}{uni[\Delta t]} = \frac{J}{s} = watt\ (W)$$

São também usados múltiplos e submúltiplos do watt:

quilowatt (kW) = 10^3W

megawatt (MW) = 10^6W

miliwatt (mW) = 10^{-3}W

microwatt (∝W) = 10^{-6}W

Na prática, é usual a unidade denominada **cavalo-vapor (cv)**, que corresponde a 735W.

$$1\ cv = 735W$$

Existe uma unidade de potência sugerida por James Watt, o *horse-power* (hp), que equivale a 746W.

$$1\ hp = 746W$$

Saiba mais

O CAVALO-VAPOR

Quando James Watt apresentou sua máquina a vapor para os donos das minas de carvão inglesas, em 1774, ele precisou traduzir a potência de sua máquina em termos de quantos cavalos poderiam ser substituídos por ela, uma vez que eram os animais que faziam a maior parte do serviço de tração dos carros transportadores de minério e das bombas de drenagem de água das minas. Watt constatou que um cavalo era capaz de erguer uma massa de aproximadamente 75kg a uma altura de 10m em 10s. Daí surgiu a unidade prática "cavalo-vapor", sendo que um cv corresponde, aproximadamente, a 735W.

Acima, algumas potências expressas em "cavalos-vapor".

Exercícios Resolvidos

1 **(VUNESP-MODELO ENEM)** – O verão brasileiro é um permanente convite ao lazer. Um grupo de amigos passeia numa lancha que, junto com seus tripulantes, tem massa de 2000kg. A partir do repouso, a lancha atinge a velocidade escalar de 36km/h em 8,0s. Sabe-se que a operação é realizada com rendimento de 80%, uma vez que a água líquida não permite que toda a energia gerada pelo motor seja convertida em velocidade. Assim sendo, pode-se afirmar que a potência nominal do motor é, em kW, mais próxima de

a) 12 b) 16 c) 20 d) 24 e) 28

Resolução

1) $Pot_U = \frac{\tau_U}{\Delta t} = \frac{mv^2/2}{\Delta t}$

$Pot_U = \frac{2000 \,.\, 100/2}{8,0}$ (W)

$Pot_U = 12,5 \,.\, 10^3 W = 12,5\ kW$

2) $\eta = \frac{Pot_U}{Pot_T}$

$Pot_T = \frac{Pot_U}{\eta} = \frac{12,5\ kW}{0,80}$

$Pot_T = 15,625\ W$

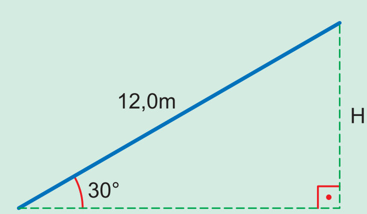
$\boxed{P_{ot_T} \cong 16\ W}$

Resposta: B

2 **(UnB-MODELO ENEM)** – O progresso da ciência e, em consequência, da técnica influenciou até a arquitetura. Considere um *shopping* moderno, com vários andares. Pode-se ir de um andar até outro por elevadores ou escadas rolantes, o que é muito confortável e acessível às pessoas. Imagine andar em um *shopping* subindo e descendo escadas. As esteiras rolantes também representam um conforto para a classe trabalhadora, que não precisa pegar as cargas e carregá-las nos ombros. Os motores fazem todo o serviço por ela. Nesse sentido, considere uma esteira rolante que transporta 15 caixas de bebida por minuto, de um depósito no subsolo até o andar térreo. A esteira tem comprimento de 12,0m, inclinação de 30° com a horizontal e move-se com velocidade constante. As caixas a serem transportadas já são colocadas com a velocidade da esteira. Se cada caixa pesa 200N, o motor que aciona esse mecanismo deve fornecer uma potência média igual a

a) 20W b) 40W c) 300W

d) 600W e) 1800W



Resolução

1) $\text{sen } 30° = \frac{H}{L}$

$\frac{1}{2} = \frac{H}{12,0} \Rightarrow \boxed{H = 6,0\ m}$

2) TEC: $\tau_{motor} + \tau_P = \Delta E_{cin}$

$\tau_{motor} - mgH = 0 \Rightarrow \boxed{\tau_{motor} = mgH}$

3) $Pot_{motor} = \dfrac{\tau_{motor}}{\Delta t} = \dfrac{mgH}{\Delta t}$

$Pot_{motor} = \dfrac{15 \,.\, 200 \,.\, 6{,}0}{60}$ (W) = 300W

Resposta: C

3 **(UNESP-MODELO ENEM)** – Um engenheiro pretende comprar um guindaste e obtém a tabela seguinte, que relaciona suas características técnicas:

Carga máxima que suporta	12 000 kg
Altura máxima que é capaz de elevar a carga	10 m
Tempo para elevar a carga máxima à altura máxima	10 s

Considerando-se a aceleração da gravidade local com módulo igual a $10m/s^2$, o guindaste pesquisado tem potência igual a

a) 100 kW. b) 110 kW. c) 120 kW.
d) 130 kW. e) 140 kW.

Resolução

A potência útil do guindaste é dada por:

$Pot_u = \dfrac{\tau}{\Delta t} = \dfrac{m\,g\,H}{\Delta t}$

$Pot_u = \dfrac{12000 \,.\, 10 \,.\, 10}{10}$ (W)

$Pot_u = 120 \,.\, 10^3 W$

$\boxed{Pot_u = 120kW}$

Resposta: C

Exercícios Propostos

1 **(UNICAMP-SP-MODELO ENEM)** – “Era uma vez um povo que morava numa montanha onde havia muitas quedas d’água. O trabalho era árduo e o grão era moído em pilões. [...] Um dia, quando um jovem suava ao pilão, seus olhos bateram na queda-d’água onde se banhava diariamente. [...]
Conhecia a força da água, mais poderosa que o braço de muitos homens. [...] Uma faísca lhe iluminou a mente: não seria possível domesticá-la, ligando-a ao pilão?” (Rubem Alves, *Filosofia da Ciência: Introdução ao Jogo e suas Regras*, São Paulo, Brasiliense, 1987.)
Essa história ilustra a invenção do pilão-d’água (monjolo). Podemos comparar o trabalho realizado por um monjolo de massa igual a 30,0kg com aquele realizado por um pilão manual de massa igual a 5,0kg. Nessa comparação, desconsidere as perdas e considere $g = 10m/s^2$.
Um trabalhador ergue o pilão manual e deixa-o cair de uma altura de 60cm.
O monjolo cai, sobre grãos, de uma altura de 2,0m. O pilão manual é batido a cada 2,0s, e o monjolo, a cada 4,0s. Quantas pessoas seriam necessárias para realizar com o pilão manual o mesmo trabalho que o monjolo, no mesmo intervalo de tempo?

a) 5 b) 10 c) 15 d) 20 e) 25

RESOLUÇÃO:

a) A pergunta refere-se ao trabalho do peso do pilão em uma queda de 60cm.

$\tau_{pilão} = m\,g\,h$

$\tau_{pilão} = 5{,}0 \,.\, 10 \,.\, 0{,}60$ (J)

$\boxed{\tau_{pilão} = 30{,}0J}$

b) Para realizar o mesmo trabalho no mesmo tempo, devemos ter a potência do monjolo igual à potência de n pessoas acionando o pilão.

$Pot_{monjolo} = n\, Pot_{pilão}$

$\dfrac{M\,g\,H}{\Delta t_1} = n\,\dfrac{\tau_{pilão}}{\Delta t_2}$

$\dfrac{30{,}0 \,.\, 10 \,.\, 2{,}0}{4{,}0} = n\,\dfrac{30{,}0}{2{,}0}$

$150 = n \,.\, 15{,}0$

$\boxed{n = 10}$

Resposta: B

2 **(FEI-SP)** – Um guindaste necessita levantar na vertical um bloco de 600kg a uma altura de 10m em 1,0 minuto. O bloco parte do repouso e volta ao repouso. Qual deverá ser a potência média do guindaste, desprezando-se os atritos e adotando-se $g = 10m/s^2$?

RESOLUÇÃO:

1) TEC: $\tau_{total} = \Delta E_{cin}$

$\tau_{motor} + \tau_P = 0$

$\tau_{motor} - m\,g\,H = 0$

$\boxed{\tau_{motor} = m\,g\,H}$

2) $Pot_m = \dfrac{\tau_{motor}}{\Delta t} = \dfrac{m\,g\,H}{\Delta t}$

$Pot_m = \dfrac{600 \,.\, 10 \,.\, 10}{60}$ (W)

$\boxed{Pot_m = 1{,}0 \,.\, 10^3 W = 1{,}0kW}$

3 **(UCSA-BA)** – Um automóvel, de massa $1,0 \cdot 10^3$kg, acelera desde o repouso até 20,0m/s em 4,0s, numa pista retilínea e horizontal. Despreze o efeito do ar. Nesta operação, a potência média útil desenvolvida pelo motor do automóvel é, em watts,

a) $5,0 \cdot 10^4$ b) $2,0 \cdot 10^4$ c) $5,0 \cdot 10^3$
d) $2,0 \cdot 10^3$ e) $5,0 \cdot 10^2$

RESOLUÇÃO:

1) TEC: $\boxed{\tau_{total} = \Delta E_{cin}}$

$$\tau_P + \tau_N + \tau_{at} + \tau_{motor} = \frac{mV^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2}$$

$$\tau_{motor} = \frac{1,0 \cdot 10^3}{2} \cdot (20,0)^2 \text{ (J)}$$

$$\boxed{\tau_{motor} = 2,0 \cdot 10^5 \text{J}}$$

2) $$\boxed{Pot_m = \frac{\tau_{motor}}{\Delta t}}$$

$$Pot_m = \frac{2,0 \cdot 10^5 \text{J}}{4,0\text{s}}$$

$$\boxed{Pot_m = 5,0 \cdot 10^4 \text{W}}$$

Resposta: A

4 **(ENEM)** – *"...o Brasil tem potencial para produzir pelo menos 15 mil megawatts por hora de energia a partir de fontes alternativas.*
Somente nos estados da Região Sul, o potencial de geração de energia por intermédio das sobras agrícolas e florestais é de 5.000 megawatts por hora.
Para se ter uma ideia do que isso representa, a usina hidroelétrica de Ita, uma das maiores do País, na divisa entre o Rio Grande do Sul e Santa Catarina, gera 1.450 megawatts de energia por hora."

Esse texto, transcrito de um jornal de grande circulação, contém, pelo menos, **um erro conceitual** ao apresentar valores de produção e de potencial de geração de energia. Esse erro consiste em

a) apresentar valores muito altos para a grandeza energia.
b) usar unidade megawatt para expressar os valores de potência.
c) usar unidades elétricas para biomassa.
d) fazer uso da unidade incorreta megawatt por hora.
e) apresentar valores numéricos incompatíveis com as unidades.

RESOLUÇÃO:
A energia pode ser medida como o produto da potência pelo tempo.
Portanto, se medirmos a potência em megawatts e o tempo em horas, a energia poderá ser medida na unidade
megawatts x hora (MWh)
A unidade de energia foi indicada de modo incorreto nas expressões:
15 mil megawatts por h (MW/h)
5000 megawatts por h (MW/h)
1450 megawatts (MW)
Resposta: D

Módulo 71 – Potência mecânica instantânea

Palavras-chave:
• Trabalho • Potência
• Força • Velocidade

Quando você está acelerando um carro, será que a potência do motor é mantida constante?

Geralmente, não. Por exemplo, se você está num plano horizontal e de repente começa a subir uma ladeira e quer manter a velocidade do carro, é claro que você vai precisar de uma força maior e, para tanto, o motor do carro deve fornecer uma potência maior.

Portanto, no caso descrito do automóvel, a potência fornecida pelo motor está diretamente ligada à força que acelera o carro e ao valor de sua velocidade.

Na realidade, a potência está ligada ao produto da força pela velocidade.

No caso de uma bicicleta, em que a potência muscular desenvolvida pelo ciclista é praticamente constante, devemos usar a marcha adequada conforme o objetivo que se pretenda: para se obter velocidade máxima, usamos uma marcha em que usa força menor; para subirmos uma ladeira íngreme, precisamos de muita força e usamos uma marcha em que a velocidade é menor.

1. Potência instantânea

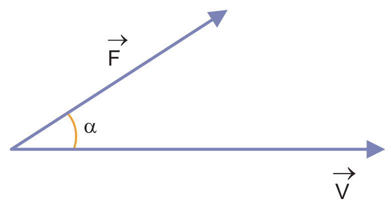
Vimos que a potência média de uma força pode ser expressa pela relação:

$$Pot_m = |\vec{F}| \, . \, |\vec{V}_m| \, . \, \cos\alpha$$

Quando o intervalo de tempo Δt tender a zero ($\Delta t \to 0$), os valores médios se transformarão nos valores instantâneos, e poderemos escrever que a potência instantânea (Pot) será dada por:

$$Pot = |\vec{F}| \, |\vec{V}| \, \cos\alpha$$

Na expressão anterior, o ângulo (α) é o ângulo formado entre $\vec{F}$ e $\vec{V}$.



- Quando $\vec{F}$ e $\vec{V}$ tiverem mesma direção e sentido ($\alpha = 0$), teremos $\cos\alpha = 1$ e, portanto:

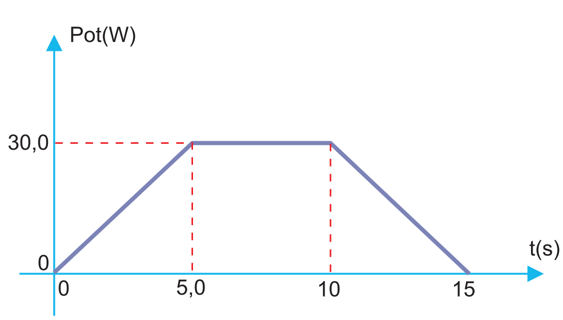
$$Pot = FV$$

- Quando $\vec{F}$ e $\vec{V}$ forem perpendiculares ($\alpha = 90°$), teremos $\cos\alpha = 0$ e Pot = 0.
- A expressão obtida para a potência instantânea é válida mesmo que $\vec{F}$ seja variável.

2. Método gráfico

Se construirmos um gráfico, representando a potência instantânea de uma força $\vec{F}$, em função do seu tempo de ação, poderemos calcular o trabalho realizado pela força, medindo a área sob o gráfico.

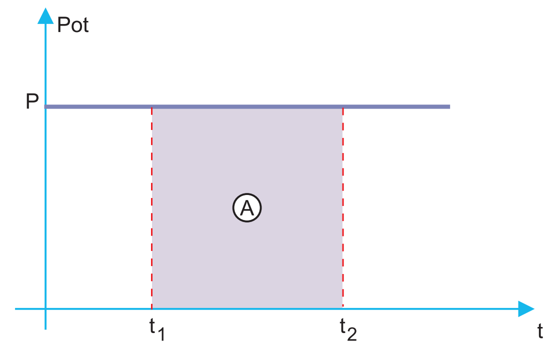
Exemplificando



$$\tau \overset{N}{=} \text{Área (potência x tempo)}$$

$$\tau = \frac{(15{,}0 + 5{,}0)\ 30{,}0}{2} \text{ (J)} \Rightarrow \tau = 3{,}0 \, . \, 10^2 J$$

A propriedade citada pode ser demonstrada facilmente apenas no caso de potência constante.



$$\text{Área (potência x tempo)} = P \, . \, (t_2 - t_1) = \frac{\tau}{\Delta t} \, . \, \Delta t$$

$$\text{Área (Pot x t)} \overset{N}{=} \tau$$

3. Rendimento de uma máquina

Consideremos uma máquina que, para realizar uma tarefa, desenvolve uma potência total (P_t), porém, devido a perdas internas ou perdas no ato de transmitir a energia, só consegue transmitir uma potência útil ($P_{útil}$) menor do que a total desenvolvida.

Define-se **rendimento** da máquina, na realização da tarefa, como sendo o número (η) dado por:

$$\eta = \frac{P_{útil}}{P_t}$$

Em geral, o rendimento vem dado em porcentagem, multiplicando-se o valor de η por 100.

$$\eta\% = 100\,\eta = 100\,\frac{P_{útil}}{P_t}$$

Observe que o rendimento é adimensional, isto é, não tem unidades.

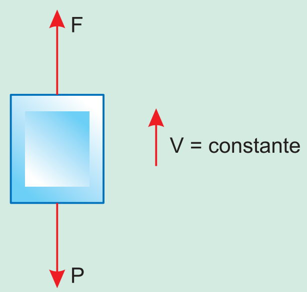
Para um mesmo trabalho (arar a terra), teremos uma maior eficiência com a utilização do trator, pois a potência colocada em jogo por este é bem maior que a dos animais.

Exercícios Resolvidos

1 **(UFPI-MODELO ENEM)** – Um elevador projetado para subir com velocidade escalar constante de 0,8m/s tem potência motora máxima de 9,0kW. Considere que a massa do elevador, quando vazio, é igual a 400kg e a aceleração da gravidade tem módulo igual a 10m/s^2. Qual o número máximo de pessoas, com 70kg cada uma, que esse elevador pode transportar?

a) 7 b) 8 c) 9
d) 10 e) 11

Resolução



1) $F = P$

2) $Pot = FV = PV$

$9{,}0 \cdot 10^3 = P_{máx.} \cdot 0{,}8$

$\boxed{P_{máx.} = 11250N}$

3) $P_{máx.} \geq (M + n \cdot m) \cdot g$

$11250 \geq (400 + n \cdot 70) \cdot 10$

$400 + n \cdot 70 \leq 1125$

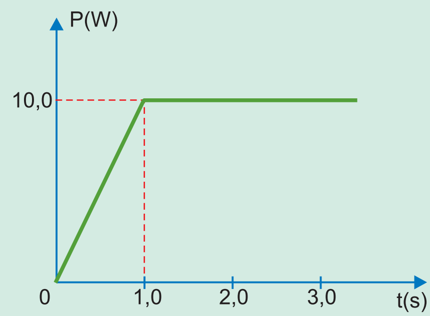
$n \cdot 70 \leq 725$

$n \leq 10{,}4$

Como n é inteiro: $n_{máx.} = 10$

Resposta: D

2 Um móvel de massa m = 1,2kg encontra-se inicialmente em repouso sobre uma superfície plana e horizontal. No instante t = 0 passa a atuar sobre o corpo uma força resultante $\vec{F}$, horizontal, cuja potência instantânea varia com o tempo conforme o gráfico dado.



Calcule:

a) o trabalho realizado por $\vec{F}$ no intervalo de 0 a 2,0s.

b) o módulo da velocidade do móvel no instante t = 2,0s.

Resolução

a) τ = área (Pot x t)

$$\tau = (2{,}0 + 1{,}0)\ \frac{10{,}0}{2}\ \ (J)$$

$$\boxed{\tau = 15{,}0J}$$

b) TEC: $\tau = \Delta Ecin$

$$\tau = \frac{mV^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2}$$

$$15{,}0 = \frac{1{,}2}{2}\,V^2 \Rightarrow V^2 = 25{,}0$$

$$\boxed{V = 5{,}0m/s}$$

Respostas: a) 15,0J
b) 5,0m/s

3 **(ENEM)** – A eficiência de uma usina hidrelétrica, é da ordem de 0,9, ou seja, 90% da energia da água no início do processo se transforma em energia elétrica. A usina Ji-Paraná, do Estado de Rondônia, tem potência instalada de 512 milhões de watts, e a barragem tem altura de aproximadamente 120m. A vazão do Rio Ji-Paraná, em litros de água por segundo, deve ser da ordem de:

a) $5 \cdot 10^1$ b) $5 \cdot 10^2$ c) $5 \cdot 10^3$
d) $5 \cdot 10^4$ e) $5 \cdot 10^5$

Dados: 1) densidade da água: $1{,}0 \cdot 10^3\ \dfrac{kg}{m^3}$
2) $g = 10m/s^2$

Resolução

A potência que podemos retirar de uma queda-d'água é dada por:

$$Pot = \frac{\tau_{peso}}{\Delta t} = \frac{m\,g\,H}{\Delta t}$$

$$m = \mu_{água} \cdot Vol \Rightarrow Pot = \frac{\mu_{água} \cdot Vol \cdot g\,H}{\Delta t}$$

$$\frac{Vol}{\Delta t} = Z\ (vazão) \Rightarrow \boxed{Pot = \mu_a\,Z\,g\,H}$$

No caso o rendimento da operação, segundo o texto, é 0,9. A potência útil instalada é dada por:

$Pot_u = \eta\ Pot = 0{,}9\ \mu_a\ Z\ g\ H$

Dados: $Pot_u = 512 \cdot 10^6 W = 5{,}12 \cdot 10^8 W$

$H = 120m$

Constantes conhecidas: $\mu_a \cong 1{,}0 \cdot 10^3\ kg/m^3$

$g \cong 10m/s^2$

Portanto:

$5{,}12 \cdot 10^8 = 0{,}9 \cdot 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot Z \cdot 10 \cdot 120$

$Z \cong 474\ m^3/s$

Como $1\ m^3 = 10^3\ell$, vem:

$Z \cong 474 \cdot 10^3 \ell/s \Rightarrow \boxed{Z \cong 4{,}74 \cdot 10^5\ \ell/s}$

O valor mais próximo, dentre os apresentados, é $5 \cdot 10^5 \ell/s$.

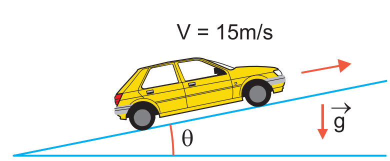
Resposta: E

Exercícios Propostos

1 **(FUVEST-SP-MODELO ENEM)** – Nos manuais de automóveis, a caracterização dos motores é feita em cv (cavalo-vapor). Essa unidade, proposta no tempo das primeiras máquinas a vapor, correspondia à capacidade de um cavalo típico, que conseguia erguer, na vertical, com auxílio de uma roldana, um bloco de 75kg, com velocidade de módulo 1,0m/s. Para subir uma ladeira, inclinada como na figura, um carro de 1000kg, mantendo uma velocidade constante de módulo 15m/s (54km/h), desenvolve uma potência útil que, em cv, é, aproximadamente, de

a) 20 b) 40 c) 50 d) 100 e) 150

Despreze o efeito do ar e adote g = 10m/s^2.



(sen θ ≅ 0,1)

RESOLUÇÃO:

(1) Desprezando-se o efeito do ar, tem-se:

$F_{motor} = P_t = P \text{ sen } \theta = m\,g \text{ sen}\theta$

$F_{motor} = 1000 \cdot 10 \cdot 0{,}1\ (N)$

$\boxed{F_{motor} = 1000N}$

(2) $Pot_{motor} = F_{motor} \cdot V \cdot \cos 0°$

$Pot_{motor} = 1000 \cdot 15\ (W) = 15 \cdot 10^3 W$

(3) $Pot = \dfrac{m\,g\,H}{\Delta t} = mg\,V$

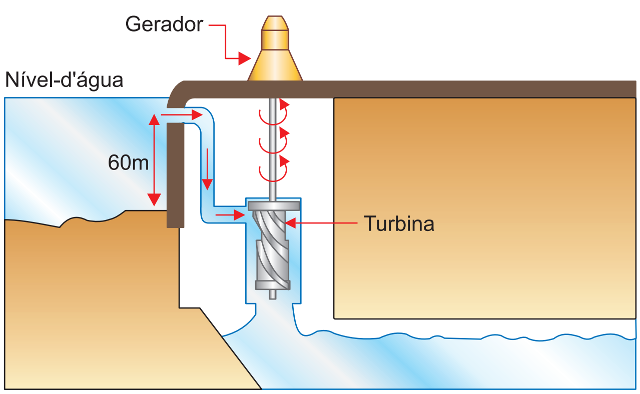
$1cv = 75 \cdot 10 \cdot 1{,}0\ (W) = 750W$

(4) $Pot_{motor} = \dfrac{15 \cdot 10^3}{750}\ (cv)$

$\boxed{Pot_{motor} = 20cv}$

Resposta: A

2 **(UEPB-MODELO ENEM)** – Uma empresa de geração de energia construiu uma usina hidroelétrica em que a queda-d'água, com vazão de $3{,}6 \cdot 10^5 m^3/h$, encontra-se 60m acima do ponto onde se localiza a turbina, conforme se observa na figura abaixo.



Considerando-se a aceleração da gravidade com módulo $g = 10m/s^2$, a densidade da água de $1{,}0 \cdot 10^3 kg/m^3$ e desprezando-se as perdas de energia, é correto afirmar que a potência média, em kW (quilowatts), a ser gerada por esta usina, vale

a) $6{,}0 \cdot 10^2$
b) $6{,}0 \cdot 10^3$
c) $6{,}0 \cdot 10^4$
d) $6{,}0 \cdot 10^5$
e) $6{,}0 \cdot 10^6$

RESOLUÇÃO:

$Pot_m = \dfrac{\tau_P}{\Delta t} = \dfrac{m\,g\,H}{\Delta t} = \mu \dfrac{Vol}{\Delta t}\,g\,H$

$Pot_m = \mu\, Z\, g\, H$

$Z = 3{,}6 \cdot 10^5 \dfrac{m^3}{h} = \dfrac{3{,}6 \cdot 10^5}{3{,}6 \cdot 10^3} = 1{,}0 \cdot 10^2 m^3/s$

$Pot_m = 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 1{,}0 \cdot 10^2 \cdot 10 \cdot 60\ (W)$

$Pot_m = 6{,}0 \cdot 10^7\ W = 6{,}0 \cdot 10^4\ kW$

Resposta: C

3 **(UnB-MODELO ENEM)**

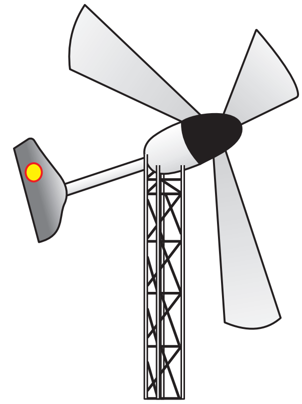


Figura I

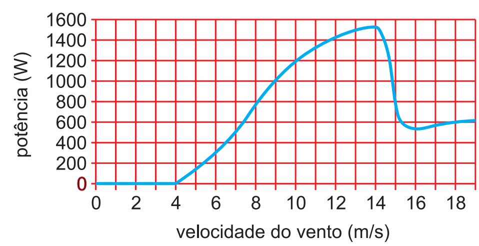


Figura II

A figura I mostra um gerador eólico, no qual o vento põe em movimento uma hélice que está acoplada ao eixo de um gerador elétrico. De um modo geral, a quantidade de energia convertida com esse tipo de gerador cresce com a velocidade do vento, até uma velocidade crítica em que surge turbulência em torno das pás da hélice, provocando uma queda abrupta de rendimento.

A figura II mostra o gráfico da potência fornecida por um gerador eólico, em função da velocidade do vento.

Com base no gráfico apresentado, considere as proposições que se seguem:

(1) Para velocidades do vento inferiores a 4m/s, o gerador eólico não funciona.

(2) A potência máxima desse gerador eólico ocorre para uma velocidade do vento da ordem de 14m/s.

(3) Não existem duas velocidades distintas do vento para as quais a potência eólica seja a mesma.

Responda mediante o código:

a) apenas (1) está correta.
b) apenas (2) está correta.
c) apenas (3) está correta.
d) apenas (1) e (3) estão corretas.
e) apenas (1) e (2) estão corretas.

RESOLUÇÃO:

(1) ***Correta***. **De acordo com o gráfico, para $V \leq 4m/s$ a potência do gerador eólico é nula.**

(2) ***Correta***. **De acordo com o gráfico, a potência máxima ocorre para V em torno de 14m/s.**

(3) ***Falsa***. **Existem velocidades acima e abaixo da crítica que produzem a mesma potência eólica.**

Resposta: E

Módulo 72

Energia mecânica

Palavras-chave:
- Energia cinética
- Energia potencial

Todas as atividades e tarefas que surgem em nossa vida cotidiana estão ligadas ao conceito de energia.

Embora seja um conceito intuitivo e difícil de definir, o que nos interessa, em realidade, é saber as formas nas quais a energia se apresenta, como transformar uma forma em outra e onde buscar as fontes de energia.

Em geral, a energia provém de algum combustível, como gasolina, álcool, diesel, carvão, alimentos, combustível nuclear, entre outros.

A energia pode ser **mecânica** (objeto de estudo deste capítulo), **elétrica** (consumida por exemplo nas lâmpadas e motores elétricos), **química** (encontrada na gasolina, álcool, diesel, baterias e pilhas), **térmica**, **nuclear** etc.

O fundamental no estudo da energia é a sua conservação, isto é, a energia pode ser transformada de uma forma em outra, porém a sua quantidade total permanece constante.

No presente capítulo, vamos estudar as formas em que a energia mecânica pode apresentar-se e como uma forma pode transformar-se em outra.

No caso de um automóvel, a fonte de energia é a energia química existente no combustível usado e na bateria.

Esta energia química vai ser transformada em energia cinética (movimento do carro), em energia sonora (buzina), em energia luminosa (faróis) e em energia térmica (aquecimentos).

Para os seres humanos, a energia utilizada em nossas atividades provém dos alimentos que ingerimos.

Para a Terra como um todo, a principal fonte de energia é o Sol.

Energia, a matéria-prima da vida.

1. Conceito

Dizemos que um corpo ou sistema físico possui **energia mecânica** quando é capaz de se modificar, espontaneamente, realizando trabalho.

Uma pedra, suspensa a uma certa altura do chão, possui **energia mecânica** em relação ao chão, pois, ao ser abandonada, em sua queda espontânea, ela pode acionar um dispositivo qualquer, realizando trabalho.

Quando um carro está em movimento, ele possui **energia mecânica**, pois é capaz de realizar trabalho, por exemplo, deformando um obstáculo qualquer.

Quando um estilingue está armado, com seu elástico esticado, ele tem **energia mecânica**, pois é capaz de realizar trabalho, por exemplo, arremessando uma pedra à distância.

Nota: Como a energia mecânica é medida pelo trabalho realizado, podemos concluir que a unidade de energia mecânica é a mesma de trabalho.

No SI, a unidade de energia é o joule.

2. Modalidades

A energia mecânica pode apresentar-se sob duas formas:

(1) **Energia Cinética:** é a energia mecânica ligada ao **movimento** do corpo ou das partes que constituem o sistema físico.

A energia mecânica associada ao carro, que desenvolve uma certa velocidade, é do tipo cinética.

Em uma corrida de 100m rasos, o brutal esforço muscular dos atletas confere-lhes grande energia mecânica do tipo cinética.

No Portal Objetivo

Para saber mais sobre o assunto, acesse o **PORTAL OBJETIVO** (**www.portal.objetivo.br**) e, em "localizar", digite **FIS1M402**

(2) **Energia Potencial:** é a energia mecânica ligada à **posição** do corpo ou das partes que compõem o sistema físico.

A energia mecânica associada à pedra suspensa é do tipo potencial e motivada pelo campo gravitacional gerado pela Terra.

A energia mecânica associada ao estilingue armado é do tipo potencial e motivada pela força ligada à deformação do elástico.

3. Energia cinética

Consideremos uma partícula de massa **m** e velocidade escalar **v** em relação a um referencial **R**.

A energia cinética da partícula, em relação a **R**, é dada por:

$$E_{cin} = \frac{mv^2}{2}$$

O trabalho muscular interno confere a energia cinética necessária para o ágil salto da rã.

Apesar de não possuir grande velocidade de movimentação, a embarcação possui grande energia cinética devido à sua massa.

Notas

(1) Para um corpo extenso de massa **M** e cujo **centro de massa** tem velocidade escalar $\mathbf{V_{CM}}$, a **energia cinética** é dada por:

$$E_{cin} = \frac{mv^2_{CM}}{2}$$

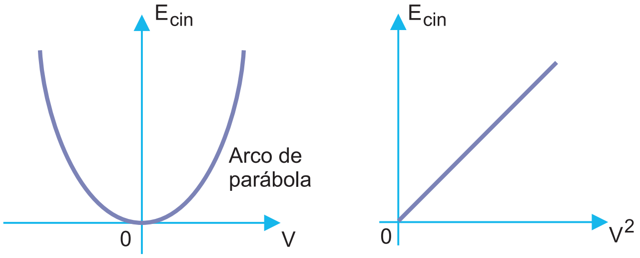
(2) Como a massa **m** é estritamente positiva e $V^2 \geq 0$, concluímos que a **energia cinética nunca será negativa**.

$$E_{cin} \geq 0$$

A energia cinética é grandeza física exclusivamente positiva.

(3) **A energia cinética depende do referencial adotado, pois a velocidade depende do referencial**

(4) Os gráficos da energia cinética em função de **v** e em função de $\mathbf{v^2}$ são apresentados a seguir:

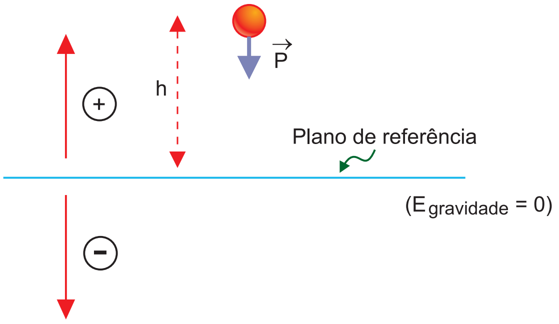


4. Energia potencial de gravidade

O planeta Terra cria em torno de si um campo de forças atrativo, denominado campo de gravidade. A força de atração que a Terra exerce em um corpo é chamada peso do corpo (não se consideram efeitos ligados à rotação da Terra).

Quando um corpo está posicionado no campo de gravidade da Terra, ele possui uma energia potencial de gravidade que é medida pelo trabalho realizado pelo seu peso.

Para calcularmos a energia potencial de gravidade, é preciso adotar um plano de referência, isto é, um plano horizontal onde convencionamos que a energia potencial de gravidade é nula.



Consideremos um corpo de massa **m** num local onde a aceleração da gravidade tem módulo igual a **g** e a uma altura **h** acima do plano de referência.

A energia potencial de gravidade associada ao corpo é medida pelo trabalho de seu peso quando o corpo cai até o plano de referência.

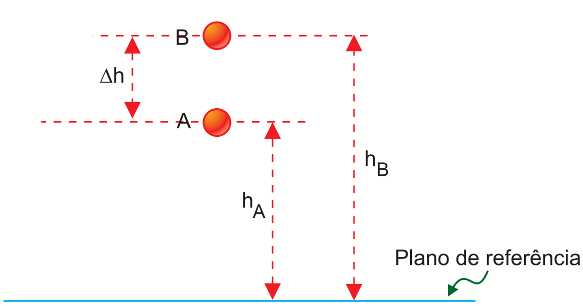
$$E_{pot} = \tau_p = m\,g\,h = P\,h$$

A erosão sofrida pelas rochas da foto fez com que se formasse um sistema mecânico em que existe uma certa quantidade de energia mecânica "guardada" na forma de energia potencial gravitacional em relação ao solo.

Em relação ao solo, os operários possuem grande energia potencial gravitacional.

- Se o corpo estiver abaixo do plano de referência, sua energia potencial é considerada negativa, pois um operador externo precisaria realizar trabalho para levá-lo ao nível zero de energia potencial.
- Se o corpo em estudo for um corpo extenso, a altura **h** é medida a partir do centro de gravidade do corpo.
- Observe que o valor da energia potencial de gravidade depende da posição do plano de referência, que é escolhido de modo arbitrário, porém, o importante não é o valor da energia potencial de gravidade, mas sim o valor da variação de energia potencial entre dois pontos A e B, e esta **variação não dependerá da posição do plano de referência**.

Esquematizando o que foi exposto:



$$E_{pot_A} = m\,g\,h_A'$$
$$E_{pot_B} = m\,g\,h_B$$

$$\Delta E_{pot} = E_{pot_B} - E_{pot_A} = m\,g\,(h_B - h_A)$$

$$\Delta E_{pot} = m\,g\,\Delta h$$

Observe que h_A e h_B dependem da posição do plano de referência, porém Δh é a distância entre os pontos A e B e não dependerá da posição do plano de referência.

A variação da energia potencial durante a queda da água em uma barragem pode ser convertida em energia elétrica em uma hidroelétrica.

O alpinista, ao subir a montanha, transforma parte de sua energia interna em energia potencial gravitacional.

Exercícios Resolvidos

1 (MODELO ENEM) – Um meteorito tem massa M = 4,0 . 10^6 kg e velocidade com módulo v = 15,0 km/s. A energia decorrente da explosão de 1 megaton de TNT é de 4,2 . 10^{15}J. A bomba atômica que explodiu em Hiroshima foi equivalente a 13 quilotons de TNT. A energia cinética do meteorito equivale aproximadamente a energia liberada por quantas bombas iguais aquela que explodiu em Hiroshima?

a) 4 b) 6 c) 8 d) 10 e) 12

Resolução

1) $E_c = \frac{M V^2}{2} = \frac{4,0 \, . \, 10^6}{2} (15,0 \, . 10^3)^2 \text{ J}$

$E_c = 450 \, .10^{12} \text{ J} = 4,5 \, . \, 10^{14} \text{ J}$

2) 10^6 toneladas TNT ..... 4,2 . 10^{15} J

13 . 10^3 toneladas TNT ..... E_1

$E_1 = 54,6 \, . \, 10^{12} \text{ J} = 5,46 \, . \, 10^{13} \text{ J}$

3) $E_c = n \, E_1$

$4,5 \, .10^{14} = n \, . \, 5,46 \, . \, 10^{13}$

$\boxed{n \cong 8}$

Resposta: C

2 (OLIMPÍADA PAULISTA DE FÍSICA-MODELO ENEM) – Um atleta faz um lanche não programado cujo conteúdo energético é de 2,0 . 10^6 cal. Para compensar este excesso alimentar ele decide fazer levantamento de peso para “queimar” aquelas calorias indesejáveis. Ele ergue um corpo de massa 50 kg a uma altura de 2,0 m um número n de vezes. Não há trabalho muscular no ato de abaixar o corpo. Cada operação de levantar o corpo dura 5,0s. Adotando-se g = 10 m/s^2 e 1 cal = 4J, em quantas horas o atleta conseguirá realizar seu objetivo?

a) 1h b) 2h c) 5h
d) 10h e) 11h

Resolução

1) $E = 2,0 \, . \, 10^6 \, . \, 4 \text{ (J)} = 8,0 \, . \, 10^6 \text{ J}$

2) $E = n \, mgH$

$8,0 \, . \, 10^6 = n \, . \, 500 \, . \, 2,0$

$n = 8,0 \, . \, 10^3$

3) 1 ...... 5,0s

8,0 . 10^3 ...... Δt

$\Delta t = 40,0 \, . \, 10^3 \text{s} = \frac{40,0 \, . \, 10^3}{3,6 \, . \, 10^3} \text{ (h)}$

$\boxed{\Delta t \cong 11 \text{ h}}$

Resposta: E

Exercícios Propostos

1 (UERJ-MODELO ENEM) – Considere um recordista da corrida de 800m com massa corporal igual a 70kg e tempo de percurso de 100s. Durante a corrida, sua energia cinética média, em joules, seria de, aproximadamente

a) 1120 b) 1680 c) 1820 d) 2240

RESOLUÇÃO:

1) $V_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{800\text{m}}{100\text{s}} = 8,0\text{m/s}$

2) $E_C = \frac{mV^2}{2}$

$E_{C(m)} = \frac{70}{2} (8,0)^2 \text{ (J)} = 35 \, . \, 64,0 \text{ (J)}$

$\boxed{E_{C(m)} = 2240 \text{ J}}$

Resposta: D

2 (INATEL-MODELO ENEM) – *Os gatos são mestres em acumular energia potencial sobre os guarda-roupas, subindo neles. Durante o salto para cima, sua energia cinética se converte em energia potencial. Essa energia vai depender do gato (gordo ou magro) do guarda-roupas (alto ou baixo) e do planeta onde o fenômeno se dá.* (GREF 1991 (v.1), p.95)

O valor da energia potencial acumulada pelo gato sobre o guarda-roupas será **maior** quando

a) o gato é gordo, o guarda-roupas é baixo e o fenômeno ocorre na Terra;
b) o gato é gordo, o guarda-roupas é alto e o fenômeno ocorre na Lua;
c) o gato é magro, o guarda-roupas é baixo e o fenômeno ocorre na Terra;
d) o gato é gordo, o guarda-roupas é alto e o fenômeno ocorre na Terra;
e) o gato é magro, o guarda-roupas é baixo e o fenômeno ocorre na Lua.

RESOLUÇÃO:

A energia potencial gravitacional é dada por:

$E_p = mgH$

Como g_T é maior que g_L, temos:

o gato é gordo (maior m)

o guarda-roupas é alto (maior H)

o fenômeno ocorre na Terra (maior g)

Resposta: D

3 (PUC-SP)

O coqueiro da figura tem 5,0m de altura em relação ao chão e a cabeça do macaco está a 0,5m do solo. Cada coco, que se desprende do coqueiro, tem massa 2,0 . 10^2g e atinge a cabeça do macaco com 7,0J de energia cinética. A quantidade de energia mecânica dissipada na queda é

a) 2,0J
b) 7,0J
c) 9,0J
d) 2,0kJ
e) 9,0kJ

Dado: g = 10m/s^2

RESOLUÇÃO:
Para um referencial na cabeça do macaco:

$E_{p_i} = m\,g\,H$

$E_{p_i} = 0{,}20 \,.\, 10 \,.\, 4{,}5\ (J) = 9{,}0J$

$E_d = E_{p_i} - E_{c_f}$

$E_d = 9{,}0J - 7{,}0J \Rightarrow \boxed{E_d = 2{,}0J}$

Resposta: A

4 **(UFRJ)** – Dois jovens, cada um com 50kg de massa, sobem quatro andares de um edifício. A primeira jovem, Heloísa, sobe de elevador, enquanto o segundo, Abelardo, vai pela escada, que tem dois lances por andar, cada um com 2,0m de altura.

a) Denotando por W_A o trabalho realizado pelo peso de Abelardo e por W_H o trabalho realizado pelo peso de Heloísa, determine a razão W_A / W_H.

b) Supondo-se que são nulas suas velocidades inicial e final, calcule a variação de energia mecânica de cada jovem ao realizar o deslocamento indicado.

Adote $g = 10m/s^2$

RESOLUÇÃO:

a) $\tau_P = -mgH$

$$\boxed{\frac{W_A}{W_B} = \frac{m_A}{m_B} = 1}$$

b) $\Delta E_m = mgH$

$\Delta E_m = 50 \,.\, 10 \,.\, 16{,}0\ (J)$

$$\boxed{\Delta E_m = 8{,}0 \,.\, 10^3 J = 8{,}0kJ}$$

Respostas: a) 1
b) $8{,}0 \,.\, 10^3J$ ou $8{,}0kJ$

No Portal Objetivo

Para saber mais sobre o assunto, acesse o **PORTAL OBJETIVO** (**www.portal.objetivo.br**) e, em "localizar", digite **FIS1M403**

Módulo 73 – Energia potencial elástica

Palavras-chave:
- Energia potencial
- Energia elástica

Quando você comprime uma mola, você está realizando trabalho e, portanto, transferindo energia mecânica para a mola.

Quando você estica o elástico de um estilingue, você está realizando trabalho e, portanto, transferindo energia mecânica para o elástico.

Esta energia mecânica ligada à mola deformada ou ao estilingue deformado é chamada de ENERGIA POTENCIAL ELÁSTICA.

Fig. 1

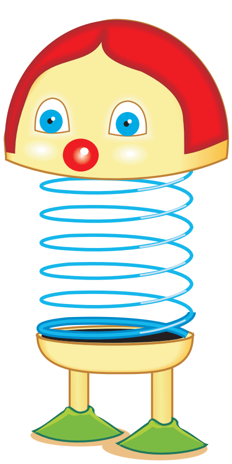
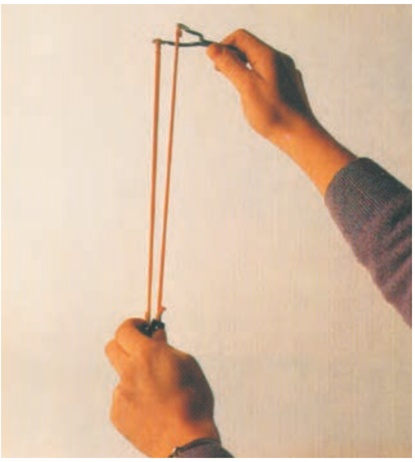


Fig. 2



Na figura 1, a mola se encontra comprimida somente pelo peso da "cabeça" do boneco. Quando um operador comprime a mola, esta passa a acumular energia potencial elástica, que pode ser restituída na forma de energia cinética. (fig. 2)

Quanto maior a deformação provocada, maior será a energia potencial elástica armazenada.

1. Conceito

Quando um sistema elástico (como, por exemplo, uma mola ou um estilingue) está deformado, torna-se capaz de realizar trabalho e, portanto, possui **energia mecânica**.

Esta energia mecânica, que está ligada à **deformação** do sistema, é denominada **energia potencial elástica** ou **energia de deformação**.

2. Lei de Hooke

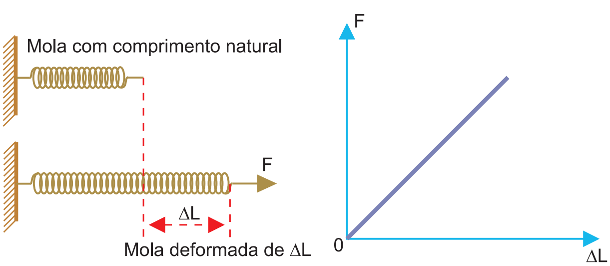
Uma deformação é dita elástica quando, retirada a força deformadora, desaparece a deformação e o sistema readquire suas dimensões naturais.

Consideremos uma mola (ou um elástico) deformada elasticamente de um comprimento ΔL por uma força deformadora de intensidade F.

A Lei de Hooke estabelece que:

A intensidade da força deformadora (F) é proporcional à deformação (ΔL).

O gráfico da função $F = f(\Delta L)$ é uma semirreta, partindo da origem.



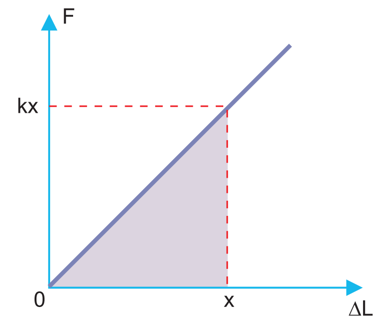
A expressão matemática da Lei de Hooke é:

$$F = k\,\Delta L$$

em que **k** é uma constante característica do sistema elástico e é denominada **constante elástica** do sistema.

A unidade de k no SI é newton/metro

3. Medida da energia potencial elástica



A energia mecânica é dada pela capacidade do sistema em realizar trabalho. A medida da energia mecânica é a medida do trabalho realizado.

A energia potencial elástica armazenada é medida pelo trabalho de um operador para provocar a deformação elástica do sistema e pode ser calculada por meio da área sob o gráfico $F = f(\Delta L)$.

Para $\Delta L = x$, temos $F = kx$, e a área sob o gráfico é dada por:

$$\tau_{operador} \overset{N}{=} \text{Área } (F \times \Delta L) = \frac{x \,.\, kx}{2}$$

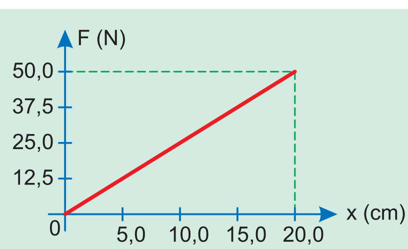
$$E_{elástica} = \tau_{operador} = \frac{kx^2}{2}$$

Quanto maior a deformação da mola, maior a energia potencial elástica nela armazenada.

Exercícios Resolvidos

1 **(UFU-MG)** – Um recipiente cilíndrico vazio foi pendurado em uma mola de massa desprezível. Diferentes quantidades de água foram sendo colocadas nesse cilindro para a determinação da constante elástica da mola.

O gráfico ao lado mostra a intensidade da força F aplicada à mola pelo peso do cilindro com água como função da deformação (x) da mola. Quando havia 2,1 kg de água no cilindro, a mola apresentava 10,0 cm de deformação.



Considerando-se $g = 10{,}0\ m/s^2$, a alternativa que fornece a massa do cilindro (vazio) e a constante elástica da mola, respectivamente, é

a) 0,4 kg e 500 N/m
b) 1,0 kg e 250 N/m
c) 0,4 kg e 250 N/m
d) 1,0 kg e 500 N/m

Resolução

1) $F = k\,x$

$50{,}0 = k \,.\, 20{,}0 \,.10^{-2}$

$$\boxed{k = 2{,}5 \,.\, 10^2\ N/m}$$

2) Para x = 10,0 cm temos:

$P = kx = 2{,}5 \,.\, 10^2 \,.\, 10{,}0 \,.10^{-2}\ (N)$

$\boxed{P = 25,0N}$

3) $P = (m_0 + m_a)\ g$

$25,0 = (m_0 + 2,1)\ 10,0$

$2,5 = m_0 + 2,1$

$\boxed{m_0 = 0,4kg}$

Resposta: C

2 **(VUNESP-MODELO ENEM)** – O selim de uma bicicleta tem uma mola helicoidal para oferecer maior conforto ao ciclista que a utiliza. Quando um ciclista de 80kg de massa senta sobre o selim, provoca uma deformação de 1,6cm na mola. A aceleração da gravidade local tem módulo igual a 10m/s²; assim, o valor absoluto do trabalho realizado pela força elástica da mola nessa deformação vale, em J

a) 12,8 b) 6,4 c) $6,4 \cdot 10^{-2}$

d) 3,2 e) $3,2 \cdot 10^{-2}$

Resolução

1) Para o equilíbrio do ciclista:

$F_{elástica} = P$

$k\ x = mg$

$k \cdot 1,6 \cdot 10^{-2} = 800$

$k = 500 \cdot 10^2\ N$

2) $\tau_{mola} = -\dfrac{kx^2}{2}$

$\tau_{mola} = -\dfrac{500 \cdot 10^2}{2} \cdot (1,6 \cdot 10^{-2})^2\ (J)$

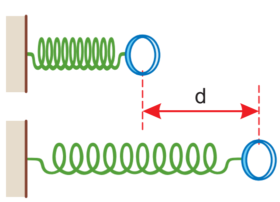
$\tau_{mola} = -6,4\ J$

$\boxed{|\tau_{mola}| = 6,4\ J}$

Resposta: B

Exercícios Propostos

1 **(UDESC-MODELO ENEM)** – Um paciente é submetido a um teste, sob orientação de um fisioterapeuta, para verificar a força máxima do seu braço lesionado. O protocolo consiste em alongar uma fita elástica de constante elástica $k = 4,5.10^3$ N/m. Para simplificar, pode-se representar a fita elástica por uma mola presa a uma parede, conforme mostra a figura abaixo.



Qual é a energia potencial elástica armazenada pela mola, se o deslocamento efetuado pelo paciente for de 2,0cm?

a) $9,0 \cdot 10^{-3}$J b) $9,0 \cdot 10^{-2}$J c) $9,0 \cdot 10^{-1}$J

d) 9,0J e) 90J

RESOLUÇÃO:

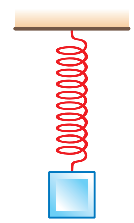
$$E_e = \frac{k\,x^2}{2}$$

$$E_e = \frac{4,5 \cdot 10^3}{2} \cdot (2,0 \cdot 10^{-2})^2\ (J)$$

$$\boxed{E_e = 9,0 \cdot 10^{-1}J}$$

Resposta: C

2 Considere uma mola cuja constante elástica vale k = 100N/m. Um bloco é preso à extremidade da mola que fica deformada de 0,10m na situação de equilíbrio. Determine

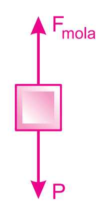


a) o peso do bloco.

b) a energia elástica armazenada na mola.

RESOLUÇÃO:

a)



Para o equilíbrio do bloco, temos:

$F_{mola} = P$

$kx = P$

$P = 100 \cdot 0,10\ (N)$

$\boxed{P = 10N}$

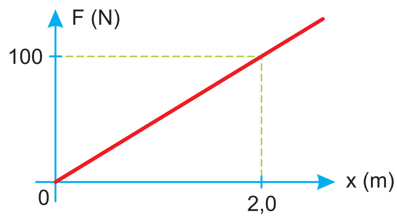
b) $\boxed{E_e = \dfrac{k\,x^2}{2}}$

$$E_e = \frac{100}{2}\ (0,10)^2\ (J)$$

$$\boxed{E_e = 0,50J}$$

Respostas: a) 10N b) 0,50J

3 O gráfico a seguir representa a intensidade da força aplicada em uma mola em função da sua deformação.



Determine
a) a constante elástica da mola.
b) a energia elástica armazenada na mola para x = 1,0m.

RESOLUÇÃO:
a) Lei de Hooke: F = kx

$100 = k \cdot 2{,}0 \Rightarrow \boxed{k = 50\text{N/m}}$

b) $E_e = \dfrac{k\,x^2}{2}$

$E_e = \dfrac{50}{2} \cdot (1{,}0)^2 \text{ (J)} \Rightarrow \boxed{E_e = 25\text{J}}$

Respostas: a) 50N/m b) 25J

4 **(MODELO ENEM)** – Duas molas elásticas, A e B, têm o mesmo tamanho natural (não deformadas), porém a mola A é mais rígida, isto é, tem constante elástica maior ($k_A > k_B$).
Numa experiência I, as duas molas são igualmente deformadas ($x_A = x_B$).
Numa experiência II, as duas molas são deformadas por forças de mesma intensidade ($F_A = F_B$).
Sejam τ_A e τ_B os trabalhos realizados para deformar as molas A e B em cada uma das experiências.

Analise as proposições a seguir:
1) Na experiência I, temos $\tau_A > \tau_B$
2) Na experiência II, temos $\tau_A < \tau_B$
3) Nas duas experiências, temos $\tau_A = \tau_B$

Responda mediante o código:
a) apenas (1) está correta.
b) apenas (2) está correta.
c) apenas (3) está correta.
d) apenas (1) e (2) estão corretas.
e) os dados são insuficientes para compararmos τ_A e τ_B.

RESOLUÇÃO:
O trabalho realizado para deformar a mola é igual à energia elástica por ela armazenada:

$$\boxed{\tau = E_e = \frac{k\,x^2}{2}}$$

Sendo F = kx (Lei de Hooke), temos $x = \dfrac{F}{k}$

$$\tau = \frac{k}{2} \cdot \frac{F^2}{k^2} \Rightarrow \boxed{\tau = \frac{F^2}{2k}}$$

Na experiência I, para o mesmo valor de x, temos:
$k_A > k_B \Rightarrow \tau_A > \tau_B$

Na experiência II, para o mesmo valor de F, temos:
$k_A > k_B \Rightarrow \tau_A < \tau_B$

Resposta: D

Módulo 74

Sistemas conservativos

Palavras-chave:

• Conservação de energia mecânica

Energia não pode ser criada e nem destruída, mas apenas transformada de um tipo em outro.

Esta frase tem sido repetida tantas vezes e é de vital importância em nosso cotidiano, pois nossas ações e atividades envolvem sempre a utilização de energia ou a conversão de energia de uma forma para outra.

O objeto de nosso estudo é a **energia mecânica** nas suas formas **potencial** (ou de posição) e **cinética** (ou de movimento).

Vamos estudar fenômenos em que a energia mecânica se conserva, isto é, energia potencial se transforma em cinética ou vice-versa, mas a quantidade total de energia mecânica não se altera.

É evidente que para que isto ocorra, não pode haver transformação de energia mecânica em térmica, o que significa, em muitos casos, condições ideais, como ausência de atrito e de resistência do ar, o que, na prática, é apenas uma aproximação.

Nos casos em que a energia mecânica se conserva, um aumento de energia cinética (movimento acelerado) implica uma redução equivalente de energia potencial (movimento de descida), e uma redução de energia cinética (movimento retardado) implica um acréscimo equivalente de energia potencial (movimento de subida).

Em uma situação de energia potencial máxima, a respectiva energia cinética será mínima e vice-versa.

Nas montanhas-russas de um parque de diversões, ignorando os atritos e o efeito do ar, a energia mecânica do carrinho e de seu conteúdo, ao deslizarem livremente, vai conservar-se.

1. Energia mecânica

A energia mecânica (E_m) de um corpo ou de um sistema físico é dada pela soma das energias cinética e potencial.

$$E_m = E_{cin} + E_{pot}$$

2. Sistema de forças conservativo

Quando a energia mecânica, associada a um corpo ou sistema, não se altera, dizemos que o sistema de forças aplicado é **conservativo**.

É importante salientar que, em geral, as energias potencial e cinética variam e apenas a sua soma é que permanece constante.

$$\underset{\text{constante}}{\underset{\downarrow}{E_m}} = \underset{\text{varia}}{\underset{\downarrow}{E_{cin}}} + \underset{\text{varia}}{\underset{\downarrow}{E_{pot}}}$$

Nas duas fotos, temos situações em que se converte energia potencial gravitacional em energia cinética.

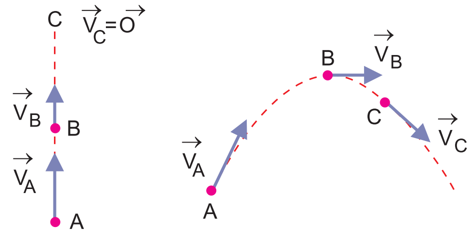
A energia cinética adquirida na corrida para o salto transforma-se em energia potencial.

São exemplos importantes de sistemas conservativos:

(I) **Um corpo se movendo sob a ação exclusiva de seu peso**.

Na subida, a energia potencial aumenta, a energia cinética diminui e a soma permanece constante. Na descida, a energia potencial diminui, a energia cinética aumenta e a soma permanece constante.

O lançamento pode ser vertical (trajetória reta) ou oblíquo (trajetória parabólica).



$$E_A = E_B = E_C$$

Consideremos um exemplo numérico, para um corpo de massa 1,0kg, abandonado em queda livre, a partir do repouso, de uma altura de 10,0m, em um local onde a aceleração da gravidade tem módulo constante e igual a 10,0m/s^2.

A expressão da energia mecânica do corpo é:

$$E_m = E_{pot} + E_{cin} = m\,g\,H + \frac{mV^2}{2}$$

m = massa do corpo

H = altura em relação ao solo, adotado como referência

V = módulo da velocidade na altura H

Na posição de partida, temos: H = 10,0m e V = 0

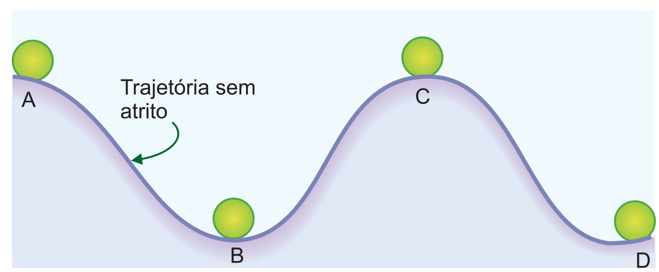
$$E_m = 1{,}0 \cdot 10{,}0 \cdot 10{,}0\,(J) = 100J$$

Fazendo-se uma tabela com valores de H, E_{cin}, E_{pot} e E_m, temos:

H (metros)	E_{pot} (joules)	E_{cin} (joules)	E_m (joules)
10,0	100	0	100
8,0	80	20	100
6,0	60	40	100
4,0	40	60	100
2,0	20	80	100
0	0	100	100

Observe que, durante a queda, a energia potencial vai diminuindo, porém a energia cinética vai aumentando, de modo que a soma das duas permanece constante.

(II) **Um corpo se movendo livremente em uma trajetória sem atrito, não se considerando o efeito do ar**.

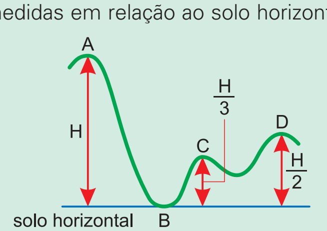


Nos trechos de descida (A para B e C para D), a energia cinética aumenta e a potencial diminui, permanecendo constante a soma das duas.

No trecho de subida (B para C), a energia potencial aumenta e a cinética diminui, permanecendo constante a soma das duas.

Exercícios Resolvidos

1 Um garoto está deslizando livremente num tobogã, sem atrito, cujo perfil vertical é aqui mostrado. Não se considera o efeito do ar, adota-se g = 10 m/s^2 e as energias potenciais são medidas em relação ao solo horizontal.



Sabe-se que a energia potencial em C vale 500J, a velocidade em B tem módulo igual a 10m/s e o garoto parte do repouso em A. Assinale a alternativa **correta**.

	Energia Potencial em A	Energia Potencial em D	Massa do garoto
a)	1500J	750J	30 kg
b)	1500J	300J	30 kg
c)	1000J	500J	20 kg
d)	1000J	500J	30 kg
e)	1500J	750J	20 kg

Resolução

Fazendo a tabela de energias:

(SI)

Ponto	E_p	E_c	E_m
A	*1500*	0	1500
B	0	1500	1500
C	500	1000	1500
D	*750*	750	1500

$H_A = 3\,H_C \Rightarrow Epot_A = 3\,Epot_C$

$$H_D = \frac{H_A}{2} \Rightarrow Epot_D = \frac{1}{2}\,Epot_A$$

$$Ecin_B = \frac{m\,V_B^2}{2} \Rightarrow 1500 = \frac{m}{2} \cdot 100$$

$\boxed{\textbf{m = 30 kg}}$

Resposta: A

2 **(VUNESP-MODELO ENEM)** – Um esqueitista desce uma ladeira com forte vento contrário ao seu movimento. A sua velocidade se mantém constante durante a descida. Em relação às suas energias, pode-se afirmar que

a) a cinética aumenta, a potencial diminui e a mecânica se mantém constante.
b) a cinética aumenta, a potencial e a mecânica diminuem.
c) a cinética e a mecânica se mantêm constantes e a potencial diminui.
d) a cinética se mantém constante, a potencial e a mecânica diminuem.
e) a cinética, a potencial e a mecânica se mantêm constantes.

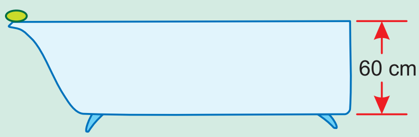
Resolução

1) Sendo a velocidade constante, a energia cinética permanece constante.
2) Como o esqueitista está descendo a ladeira, a energia potencial diminui.
3) A energia mecânica vai diminuir porque uma das parcelas é constante e a outra diminui:

$$\underset{\text{diminui}}{E_m} = \underset{\text{diminui}}{E_p} + \underset{\text{constante}}{E_c}$$

Resposta: D

3 **(UFSCar-SP-MODELO ENEM)** – Ideia para a campanha de redução de acidentes: enquanto um narrador exporia fatores de risco nas estradas, uma câmera mostraria o trajeto de um sabonete que, a partir do repouso em um ponto sobre a borda de uma banheira, escorregaria para o interior dela, sofrendo um forte impacto contra a parede vertical oposta.



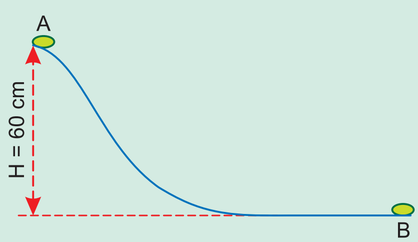
Para a realização da filmagem, a equipe técnica, conhecendo o módulo da aceleração da gravidade (10 m/s^2) e desconsiderando-se qualquer atuação de forças contrárias ao movimento, estimou que o módulo da velocidade do sabonete, momentos antes de seu impacto contra a parede da banheira, deveria ser um valor, em m/s, mais próximo de

a) 1,5 b) 2,0 c) 2,5
d) 3,0 e) 3,4

Adote $\sqrt{3} = 1,7$

Resolução

Conservação da energia mecânica:



$$\boxed{E_B = E_A}$$

(referência em B)

$$\frac{m\,V_B^2}{2} = m\,g\,H$$

$$V_B = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \,.\, 10 \,.\, 0{,}60}\ \text{(m/s)}$$

$$V_B = 2{,}0\sqrt{3}\ \text{m/s}$$

$$\boxed{\mathbf{V_B \cong 3{,}4 m/s}}$$

Resposta: E

4 **(VUNESP-MODELO ENEM)** – Num parque de diversões, há um brinquedo original que consta de um carro impulsionado por uma mola elástica, a partir do repouso, como na figura I. O gráfico da figura II ilustra a intensidade dessa força elástica que a mola exerce no carro quando for por ele comprimida. Considere a massa da criança mais a do carro igual a 25kg e a deformação da mola igual a 1,0m no instante em que é liberada empurrando o carro.

figura I

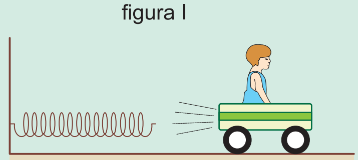
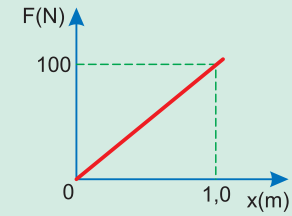


figura II



Supondo-se desprezível o efeito de qualquer espécie de atrito, o módulo da velocidade que o carro adquire após soltar-se da mola vale

a) $\sqrt{2}$ m/s b) 2,0m/s
c) 2,0km/h d) 3,6km/h
e) 5,4km/h

Resolução

1) $E_e = \tau_F = \dfrac{1{,}0 \,.\, 100}{2}$ (J) = 50 J

2) $E_e = E_C$

$$E_e = \frac{mV^2}{2}$$

$$50 = \frac{25}{2}\,V^2$$

$$V^2 = 4{,}0 \text{ (SI)}$$

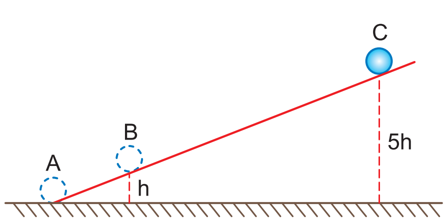
$$\boxed{\mathbf{V = 2{,}0 m/s}}$$

Resposta: B

Exercícios Propostos

1 **(UFES)** – Um corpo é arremessado para cima, ao longo de um plano inclinado, sem atrito, como mostra a figura. Sua energia cinética no ponto A é 1000J e é suficiente para que ele atinja o ponto C com velocidade nula. A energia cinética do corpo, quando passa por B, é:

a) 200J b) 400J c) 600J d) 800J e) 1000J



RESOLUÇÃO:
Faça uma tabela de energia.

(J)

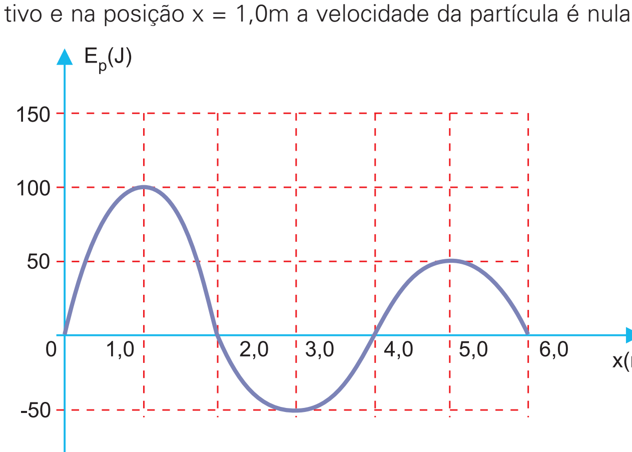
Pto	**E_p**	**E_c**	**E_m**
A	**0**	**1000**	**1000**
B	**200**	**800**	**1000**
C	**1000**	**0**	**1000**

$h_B = \dfrac{1}{5}\,h_C$, portanto, $E_{pot_B} = \dfrac{1}{5}\,E_{pot_C}$

Resposta: D

As questões **2** e **3** referem-se ao gráfico a seguir, da energia potencial de uma partícula em função de uma coordenada horizontal x que define sua posição.

A partícula está submetida a um sistema de forças conservativo e na posição x = 1,0m a velocidade da partícula é nula.



2 Complete a tabela

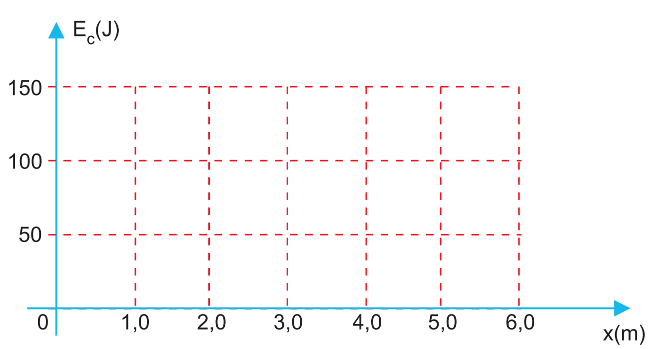
(UNIDADES DO SI)

x	E_p	E_c	E_m
0			
1,0			
2,0			
3,0			
4,0			
5,0			
6,0			

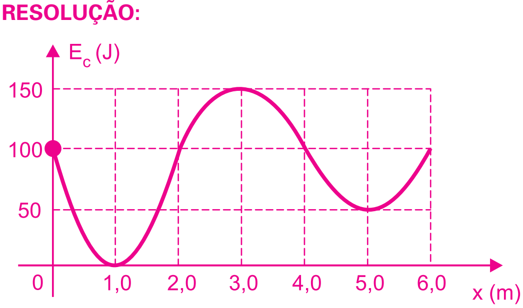
RESOLUÇÃO:

x	E_p	E_c	E_m
0	**0**	**100**	**100**
1,0	**100**	**0**	**100**
2,0	**0**	**100**	**100**
3,0	**–50**	**150**	**100**
4,0	**0**	**100**	**100**
5,0	**50**	**50**	**100**
6,0	**0**	**100**	**100**

3 Construa na figura dada o gráfico da energia cinética da partícula em função da coordenada x.

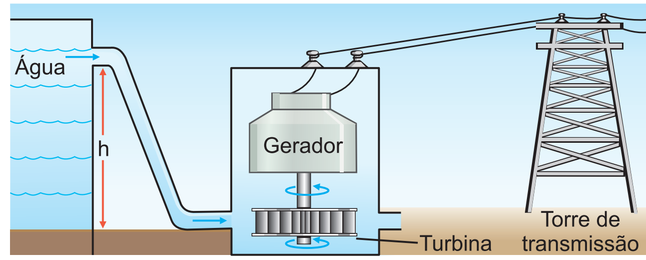


RESOLUÇÃO:



(ENEM) – Questões **4** e **5**

Na figura abaixo, está esquematizado um tipo de usina utilizada na geração de eletricidade.



4 Analisando-se o esquema, é possível identificar que se trata de uma usina

a) hidroelétrica, porque a água corrente baixa a temperatura da turbina.
b) hidroelétrica, porque a usina faz uso da energia cinética da água.
c) termoelétrica, porque no movimento das turbinas ocorre aquecimento.
d) eólica, porque a turbina é movida pelo movimento da água.
e) nuclear, porque a energia é obtida do núcleo das moléculas de água.

RESOLUÇÃO:
Trata-se de uma usina hidroelétrica, que transforma, por processos sucessivos, energia potencial da água represada em energia elétrica.
Resposta: B

5 No processo de obtenção de eletricidade, ocorrem várias transformações de energia. Considere duas delas:

I. cinética em elétrica
II. potencial gravitacional em cinética

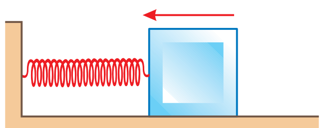
Analisando-se o esquema, é possível identificar que elas se encontram, respectivamente, entre:

a) I – a água no nível h e a turbina, II – o gerador e a torre de distribuição.
b) I – a água no nível h e a turbina, II – a turbina e o gerador.
c) I – a turbina e o gerador, II – a turbina e o gerador.
d) I – a turbina e o gerador, II – a água no nível h e a turbina.
e) I – o gerador e a torre de distribuição, II – a água no nível h e a turbina.

RESOLUÇÃO:
Na usina hidroelétrica, a energia potencial gravitacional da água é transformada em energia cinética antes de chegar às turbinas; as turbinas recebem energia cinética da água e, por um processo eletromagnético ocorrido nos geradores, a energia mecânica é transformada em elétrica e, em seguida, enviada às torres de distribuição.
Resposta: D

6 **(UFCG-PB)** – Um bloco de massa igual a 0,125 kg colide com uma mola presa a uma parede, conforme mostra a figura. Sabe-se que a mola tem uma constante de elasticidade igual a 50,0N/m e que sua deformação máxima devido à colisão foi de 0,10m. Com essas informações, pode-se afirmar que o módulo da velocidade do bloco imediatamente antes da colisão com a mola era igual a

a) 1,0 m/s b) 2,0 m/s c) 3,0 m/s
d) 3,6 m/s e) 4,0 m/s



RESOLUÇÃO:

$E_C = E_E$

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{kx^2}{2}$$

$$V = \sqrt{\frac{k}{m}} \,.\, x \Rightarrow V = \sqrt{\frac{50,0}{0,125}} \,.\, 0,10 \text{ (m/s)}$$

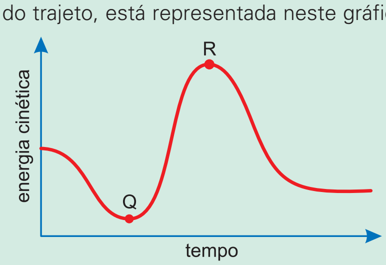
$$\boxed{V = 2,0\text{m/s}}$$

Resposta: B

Módulo 75 Exercícios

Exercícios Resolvidos

1 **(UFMG-MODELO ENEM)** – Rita está esquiando numa montanha dos Andes. A energia cinética dela em função do tempo, durante parte do trajeto, está representada neste gráfico:



Os pontos Q e R, indicados nesse gráfico, correspondem a dois instantes diferentes do movimento de Rita.

Despreze todas as formas de atrito.

Com base nessas informações, é correto afirmar que Rita atinge

a) velocidade máxima em Q e altura mínima em R .
b) velocidade máxima em R e altura máxima em Q.
c) velocidade máxima em Q e altura máxima em R.
d) velocidade máxima em R e altura mínima em Q.
e) velocidade mínima em Q e altura máxima em R.

Resolução

Desprezando-se os atritos, a energia mecânica de Rita permanece constante (sistema conservativo)

$E_m = E_p + E_c =$ constante

$$Q \begin{cases} E_{cin\ mínima} \Rightarrow V_{mínima} \\ E_{pot\ máxima} \Rightarrow H_{máxima} \end{cases}$$

$$R \begin{cases} E_{cin\ máxima} \Rightarrow V_{máxima} \\ E_{pot\ mínima} \Rightarrow H_{mínima} \end{cases}$$

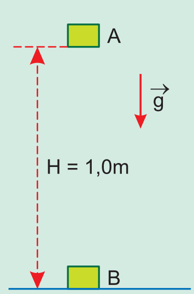
Resposta: B

2 **(FATEC-SP-MODELO ENEM)** – Uma caixa de clipes para prender papéis, de massa 50g, caiu de uma mesa de 1,0 m de altura. Sabendo-se que ao atingir o piso o módulo da velocidade da caixa era de 4,0 m/s, pode-se concluir que a energia mecânica perdida na queda, em joules, foi igual a

a) 0,010 b) 0,040 c) 0,050
d) 0,10 e) 0,50

Dado: $g = 10\text{m/s}^2$

Resolução



Para um referencial fixo no solo terrestre, temos:

$E_A = m g H$

$E_A = 50 \,.\, 10^{-3} \,.\, 10 \,.\, 1,0$ (J)

$$\boxed{E_A = 0,50\text{J}}$$

$$E_B = \frac{mV_B^2}{2}$$

$$E_B = \frac{50 \,.\, 10^{-3}}{2} \,.\, (4,0)^2 \text{ (J)}$$

$$\boxed{E_B = 0,40\text{J}}$$

A energia mecânica dissipada na queda, em virtude da força de resistência do ar, é dada por:

$$\boxed{E_d = E_A - E_B = 0,10\text{J}}$$

Resposta: D

3 **(MODELO ENEM)** – Ao saltar com vara, um atleta corre e atinge uma velocidade de módulo 10m/s. Verifica-se que o centro de gravidade do atleta teve uma elevação de 5,2m. Adote $g = 10\text{m/s}^2$. Pode-se afirmar que o atleta

a) utilizou exclusivamente a energia cinética adquirida na corrida, e conseguiu aproveitá-la integralmente.
b) utilizou exclusivamente a energia cinética adquirida na corrida, e só conseguiu aproveitá-la parcialmente.
c) utilizou exclusivamente a energia cinética adquirida na corrida, mas obteve um rendimento maior graças ao uso da vara.
d) acrescentou à energia cinética adquirida na corrida mais energia mecânica, resultante de sua própria força muscular.
e) não utilizou a energia cinética adquirida na corrida, mas a sua própria força muscular obtida do envergamento da vara.

Resolução

1) $E_{cin_i} = \dfrac{m V_0^2}{2} = \dfrac{m}{2} (10)^2$ (SI)

$E_{cin_i} = 50m$ (SI)

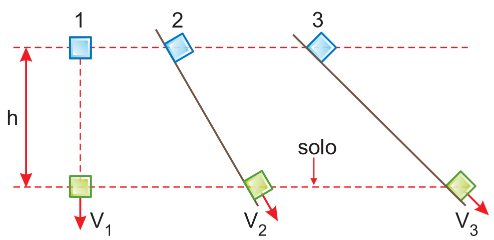
2) $\Delta E_{pot} = m\,g\,H = m \,.\, 10 \,.\, 5,2$ (SI)

$\Delta E_{pot} = 52m$ (SI)

3) Como $\Delta E_{pot} > E_{cin_i}$, concluímos que as forças musculares do atleta realizaram um trabalho interno transformando energia armazenada nos músculos em energia mecânica.

Resposta: D

1 **(UFPB)** – Três corpos (1, 2 e 3) são abandonados de uma altura **h** com velocidade inicial nula e chegam ao solo com velocidades de módulos V_1, V_2 e V_3, respectivamente. O corpo 1 sofre uma queda livre, enquanto os corpos 2 e 3 deslizam sobre superfícies planas, inclinadas e sem atrito, conforme a figura abaixo.



Considerando-se a situação descrita, é correto afirmar:

a) $V_1 > V_2 > V_3$ b) $V_1 > V_2 = V_3$ c) $V_1 = V_2 = V_3$
d) $V_1 = V_2 > V_3$ e) $V_1 < V_2 < V_3$

RESOLUÇÃO:
Como não há atrito nem efeito do ar, a energia mecânica permanece constante nos três casos e, portanto,

$\boxed{E_f = E_i}$

(ref. no solo)

$$\frac{mV^2}{2} = mgh$$

$$\boxed{V = \sqrt{2gh}}$$

$V_1 = V_2 = V_3$

Resposta: C

2 **(UDESC-MODELO ENEM)** – O recorde mundial de salto em altura foi conseguido pelo atleta cubano Javier Sotomayor, em 27 de julho de 1993, em Salamanca, Espanha, com a marca de 2,45 m. (Fonte: *International Olympic Comitee*).

Considere os seguintes dados:

(1) $g = 10{,}0m/s^2$
(2) o efeito do ar é desprezível
(3) a velocidade do atleta no ponto mais alto de sua trajetória é praticamente nula.

O módulo da velocidade que o atleta tinha ao deixar o solo e iniciar o salto que o consagrou vale:

a) 3,0m/s b) 4,0m/s c) 5,0m/s
d) 6,0m/s e) 7,0m/s

RESOLUÇÃO:

$E_{final} = E_{inicial}$

$$mgH = \frac{mV_0^2}{2}$$

$V_0 = \sqrt{2gH}$

$V_0 = \sqrt{2 \cdot 10{,}0 \cdot 2{,}45}$ (m/s)

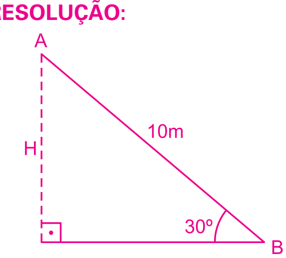
$\boxed{V_0 = 7{,}0m/s}$

Resposta: E

3 **(VUNESP)** – Um bloco de massa m desce um plano inclinado com 10m de comprimento e que forma um ângulo de 30° com a horizontal. Despreze os atritos e considere $g = 10m/s^2$. Se o bloco partir do repouso, ao chegar ao fim da rampa, o módulo de sua velocidade será, em m/s, igual a:

a) 5 b) 10 c) 15 d) 20 e) 25

RESOLUÇÃO:



1) Cálculo de H:

$$\text{sen } 30° = \frac{H}{10} = \frac{1}{2}$$

$\boxed{H = 5m}$

2) Conservação da energia mecânica:

$\boxed{E_B = E_A}$ **(ref. em B)**

$$\frac{mV_B^2}{2} = mgH$$

$V_B = \sqrt{2gH} \Rightarrow V_B = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 5}$ (m/s) $\Rightarrow \boxed{V_B = 10m/s}$

Resposta: B

4 **(UNICAMP)** – Que altura é possível atingir em um salto com vara? Essa pergunta retorna sempre que ocorre um grande evento esportivo, como os jogos olímpicos em Sydney. No salto com vara, um atleta converte sua energia cinética obtida na corrida em energia potencial elástica (flexão da vara), que por sua vez se converte em energia potencial gravitacional. Imagine um atleta com massa de 80kg que atinge uma velocidade horizontal de módulo 10m/s no instante em que a vara começa a ser flexionada para o salto.

a) Qual é a máxima variação possível da altura do centro de massa do atleta, supondo-se que, ao transpor a barra, sua velocidade é praticamente nula?

b) Considerando-se que o atleta inicia o salto em pé e ultrapassa a barra com o corpo na horizontal, devemos somar a altura do centro de massa do atleta à altura obtida no item anterior para obtermos o limite de altura de um salto. Faça uma estimativa desse limite para um atleta de 2,0m de altura.

RESOLUÇÃO:

a) A energia cinética adquirida pelo atleta é transformada, de acordo com o texto, em energia potencial gravitacional:

$$\Delta E_p = m\,g\,\Delta H = \frac{m\,V_0^2}{2}$$

$$\Delta H = \frac{V_0^2}{2g} = \frac{(10)^2}{2\,.\,10}\ (m) \Rightarrow \boxed{\Delta H = 5{,}0m}$$

b) Admitindo-se que o centro de massa do atleta esteja inicialmente a 1,0m do chão (metade de sua altura), a altura máxima atingida pelo atleta será dada por:

$$H_{máx} = \Delta H + H_0$$

$$H_{máx} = 5{,}0m + 1{,}0m \Rightarrow \boxed{H_{máx} = 6{,}0m}$$

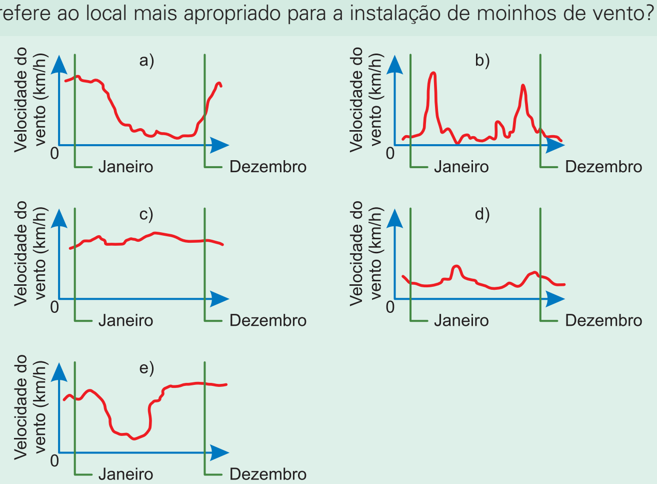
Respostas: a) 5,0m b) 6,0m

Módulo 76
Exercícios

Exercícios Resolvidos

(PISA-MODELO ENEM) – Enunciado para as exercícios de 1 a 4.
Muitas pessoas consideram que a energia eólica é uma fonte de energia que pode substituir os geradores de eletricidade alimentados pela queima de carvão ou de petróleo. As estruturas visíveis na fotografia seguinte são moinhos de vento cujas pás são postas em movimento pelo vento. A rotação das pás permite que os geradores instalados nos moinhos produzam energia elétrica.

1 Os gráficos seguintes apresentam a velocidade escalar média do vento ao longo do ano, em quatro locais diferentes. Qual dos gráficos se refere ao local mais apropriado para a instalação de moinhos de vento?

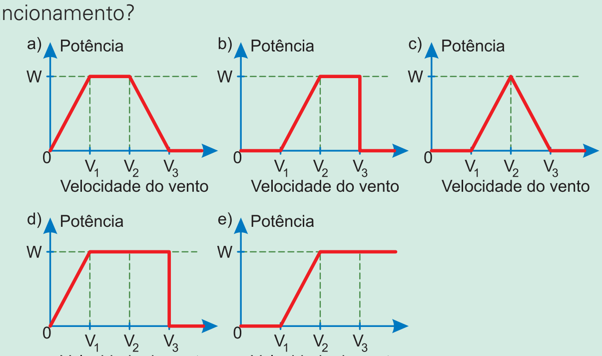


Resolução
O local mais adequado é aquele em que a velocidade escalar média do vento é praticamente constante e de intensidade elevada.
Resposta: C

2 Quanto mais forte for o vento, mais depressa giram as pás do moinho de vento e, por isso, mais energia elétrica é produzida. No entanto, numa situação real, não há uma relação direta entre a velocidade do vento e a quantidade de eletricidade produzida. Apresentam-se, em seguida, quatro exemplos de condições reais de funcionamento de uma central eólica.

- As pás começam a girar quando o vento atinge a velocidade escalar V_1.
- Por razões de segurança, a rotação das pás não acelera mais quando a velocidade escalar do vento ultrapassa o valor V_2.
- A potência elétrica gerada atinge um valor máximo (W) quando a velocidade escalar do vento é V_2.
- As pás cessam de girar quando a velocidade escalar do vento atinge o valor V_3.

Qual dos gráficos seguintes representa melhor a relação entre a velocidade escalar do vento e a potência elétrica gerada nestas condições de funcionamento?



Resolução

1) Para $V \leqslant V_1$, temos Pot = 0 (b, c e e)
2) Para $V_2 \leqslant V \leqslant V_3$ a potência permanece constante (b e e)
3) Para $V > V_3$, temos Pot = 0 (b)

Resposta: B

3 Para uma mesma velocidade escalar do vento, quanto maior for a altitude mais devagar rodam as pás dos moinhos de vento.
Qual das razões seguintes explica melhor o motivo pelo qual as pás dos moinhos de vento giram mais devagar, em lugares elevados, para a mesma velocidade escalar do vento?

a) O ar é menos denso à medida que a altitude aumenta.
b) A temperatura é mais baixa à medida que a altitude aumenta.
c) A gravidade diminui à medida que a altitude aumenta.
d) Chove com mais frequência à medida que a altitude aumenta.
e) O ar é mais denso à medida que altitude aumenta.

Resolução

A energia cinética associada ao vento, além de depender de sua velocidade, depende de sua densidade. Quanto mais denso for o ar, maior a massa de ar que aciona as pás dos moinhos e maior a respectiva energia cinética $\left(E_c = \dfrac{mV^2}{2}\right)$.

Resposta: A

4 Em relação a vantagens e desvantagens da produção de energia pelos moinhos de vento, quando comparada com a produção de energia a partir de combustíveis fósseis como o carvão e o petróleo, assinale a opção correta.

a) A energia gerada pelo carvão e pelo petróleo polui menos o ambiente.
b) A energia eólica é uma energia limpa (não polui o ambiente) e é inesgotável.
c) A energia gerada pelo carvão e pelo petróleo é inesgotável.
d) A quantidade de energia fornecida por um gerador eólico é muito maior que a fornecida a partir do petróleo.
e) A energia fornecida por um gerador eólico é a mesma durante todo o ano.

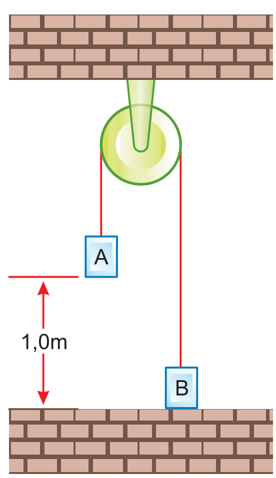
Resolução

O único inconveniente de um gerador eólico, em relação ao meio ambiente, é a poluição sonora.

Resposta: B

Exercícios Propostos

1 **(UNIRIO)** – Dois corpos, **A** (m_A = 3,0kg) e **B** (m_B = 2,0kg), possuem dimensões desprezíveis. Os corpos **A** e **B** estão interligados por uma corda inextensível e de massa desprezível que passa por uma polia ideal, como mostra a figura abaixo.



Os corpos inicialmente estão em repouso. Considerando-se $g = 10m/s^2$ e que não existam forças dissipativas, determine

a) a energia mecânica inicial do sistema, para um referencial fixo no solo.
b) o módulo da velocidade com que o corpo **A** chega ao solo.

RESOLUÇÃO:

a) $E_i = m_A\, g\, H_A$

$E_i = 3{,}0 \,.\, 10 \,.\, 1{,}0\ (J) \Rightarrow \boxed{E_i = 30J}$

b) A energia potencial perdida por A é transformada em
1) energia potencial ganha por B;
2) energia cinética ganha pelo conjunto.

$$m_A g H = m_B g H + \frac{(m_A + m_B)\, V^2}{2}$$

$$30 = 2{,}0 \,.\, 10 \,.\, 1{,}0 + \frac{5{,}0\, V^2}{2}$$

$$10 = \frac{5{,}0}{2}\, V^2$$

$$V^2 = 4{,}0$$

$$\boxed{|V| = 2{,}0m/s}$$

Respostas: a) 30J   b) 2,0m/s

2 **(UnB-MODELO ENEM)**

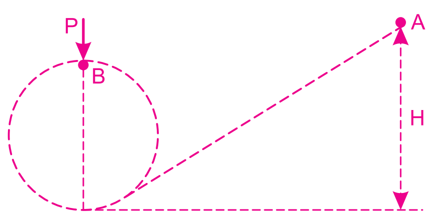
Em uma apresentação de circo, em 1901, Allo Diavolo introduziu a acrobacia de bicicletas em pistas com loops. Ele observou que, se partisse de uma altura mínima, poderia, em um desafio às leis da gravidade, percorrer, sem cair, todo o trajeto, passando inclusive pelo *loop*. A figura acima ilustra um momento dessa situação em que um ciclista desce uma rampa com velocidade suficiente para completar o *loop*.

Considere que, na situação mostrada na figura, o ciclista parta do repouso e desça a rampa sem pedalar; **m** seja a massa do sistema acrobata-bicicleta; não existam forças dissipativas; a bicicleta não seja impulsionada pelo acrobata em nenhum instante da trajetória; apenas o centro de massa do acrobata seja analisado; o *loop* tenha forma de um circulo de raio R = 2,5m; o módulo da aceleração da gravidade seja $g = 10\ m/s^2$.
Com base nessas informações, julgue os itens a seguir.

(1) Para que seja realizado o *loop*, a altura mínima do ponto de partida na rampa deve ser igual a 2R.
(2) A energia mecânica total mínima do sistema ciclista-acrobata no ponto mais baixo do *loop* é igual a mgR, para um referencial fixo no solo.
(3) O peso do ciclista somado ao da bicicleta, no ponto mais alto do *loop*, é igual a mg.
(4) A soma das energias cinética e potencial, associadas ao movimento do sistema acrobata-bicicleta, para um referencial fixo no solo, em cada instante do movimento é uma constante.
(5) A velocidade escalar mínima do ciclista no topo do *loop* é igual a 5 m/s.

A sequência correta de itens verdadeiros (V) e falsos (V) é:
a) FFVVF b) FFFVV c) FFVVV
d) VVFFV e) FVFVF

RESOLUÇÃO:
1) (F)



Na condição de altura mínima, a força normal em B se anula:
$P = F_{cp_B}$

$$mg = \frac{mV_B^2}{R} \Rightarrow \boxed{V_B^2 = gR}$$

De A para B: $E_B = E_A$ **(ref. em B)**

$$\frac{mV_B^2}{2} = mg\,(H - 2R)$$

$$\frac{gR}{2} = g\,(H - 2R)$$

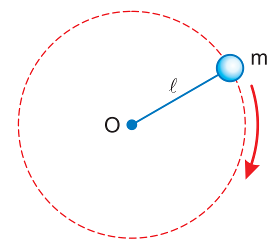
$$\boxed{H = 2{,}5R}$$

2) (F) $E_m = E_A = mg\ .\ 2{,}5R$
3) (V) $P = mg$
4) (V) O sistema é conservativo
5) (V) $V_B = \sqrt{gR} = \sqrt{10.\ 2{,}5}\ (m/s)$

$$\boxed{V_B = 5m/s}$$

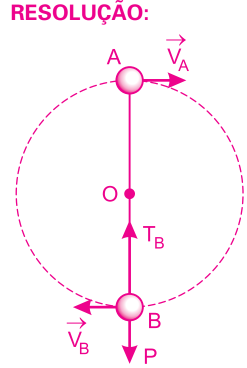
Resposta: C

3 **(UNIFOR-CE)** – Uma esfera de massa m = 1,0kg está presa numa das extremidades de um fio ideal de comprimento ℓ = 1,0 m, que tem a outra extremidade fixa num ponto O. A esfera descreve um movimento circular, num plano vertical, sob a ação exclusiva do campo gravitacional.



Sabendo-se que o módulo da velocidade da esfera no ponto mais alto da trajetória é 4,0m/s e que $g = 10m/s^2$, a intensidade da força de tração no fio quando a esfera passa pelo ponto mais baixo vale, em newtons,
a) 66,0 b) 56,0 c) 48,0 d) 36,0 e) 16,0

RESOLUÇÃO:



1) Conservação da energia mecânica entre A e B:

$$\boxed{E_B = E_A}$$

(ref. em B)

$$\frac{m\,V_B^2}{2} = \frac{m\,V_A^2}{2} + mg\,2R$$

$$\frac{m\,V_B^2}{R} = \frac{m\,V_A^2}{R} + 4mg$$

$$\frac{m\,V_B^2}{R} = \frac{1{,}0\ .\ 16{,}0}{1{,}0} + 4\ .\ 10{,}0\ (N)$$

$$\frac{m\,V_B^2}{R} = 56{,}0N$$

2) No ponto B, a força resultante é centrípeta:

$T_B - P = F_{cp_B}$

$T_B - 10{,}0 = 56{,}0$

$$\boxed{T_B = 66{,}0N}$$

Resposta: A

Módulo 77

Impulso e quantidade de movimento

Palavras-chave:

• Grandeza vetorial • Momento linear
• Quantidade de movimento • Impulso

Quando você arremessa uma bola em um jogo de basquete, chuta uma bola em um jogo de futebol, dá uma raquetada em um jogo de tênis ou dá uma tacada na bola em um jogo de sinuca, o efeito produzido na bola vai depender de duas coisas: a força $\vec{F}$ que você aplica e o intervalo de tempo em que esta força atuou.

O efeito produzido na bola está ligado à sua massa e à velocidade que ela vai adquirir.

Se quisermos estudar o fenômeno do ponto de vista escalar, verificamos a energia cinética que a bola adquiriu $\left(E_c = \dfrac{mV^2}{2}\right)$ e o respectivo trabalho realizado pela força aplicada (TEC).

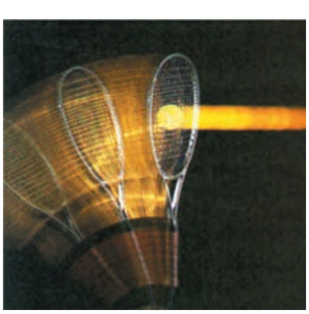
Se quisermos estudar o fenômeno do ponto de vista vetorial, verificamos a velocidade vetorial que a bola adquiriu (módulo, direção e sentido) e definimos duas grandezas vetoriais importantes: o **impulso** $(\vec{I})$ aplicado pela força e a **quantidade de movimento** adquirida pela bola.

O **impulso** está ligado à intensidade da força e ao intervalo de tempo em que ela age.

Em geral, a interação em uma colisão (o chute, o saque, a tacada mencionados são colisões) tem uma duração muito pequena, de ordem de centésimo de segundo e, portanto, a força aplicada deve ser intensa para se produzir um efeito razoável.

Por outro lado, quando você vai empurrar um carro enguiçado e já engrenado para acionar o motor, a força aplicada é relativamente pequena e o intervalo de tempo deverá ser maior para conseguir um efeito razoável.

O pé do atleta aplica na bola, durante um certo intervalo de tempo Δt, uma força de intensidade variável.



A fotografia estroboscópica mostra com detalhes a colisão entre a bola e a raquete.

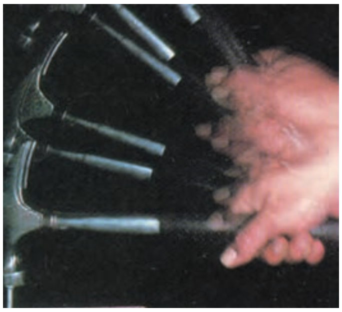
1. Impulso de uma força constante

Consideremos uma força $\vec{F}$, constante, atuando sobre um corpo durante um intervalo de tempo Δt.

O impulso que a força $\vec{F}$ transmite ao corpo é uma grandeza vetorial $\vec{I}$, definida a partir da relação:

$$\vec{I} = \vec{F}\Delta t$$

Quando um taco de golfe atinge uma bola, a deformação produzida é provocada por uma força de grande intensidade aplicada pelo taco, atuando durante um curto intervalo de tempo.



A força aplicada ao prego em um curto intervalo de tempo confere impulso suficiente para introduzi-lo na madeira.

Como o intervalo de tempo (Δt) é uma grandeza escalar e positiva, o impulso $(\vec{I})$ terá a mesma direção e o mesmo sentido da força $\vec{F}$.

Exemplificando: o impulso do peso será sempre vertical e dirigido para baixo, pois o peso é um força vertical e dirigida para baixo.

Quando a força não for constante, a definição de impulso é complicada, usando conceitos de Matemática que só são aprendidos nas universidades.

Podemos, contudo, usar a ideia de força média. A força média $\vec{F}_m$ é uma força constante capaz de produzir o mesmo efeito da força variável.

Isto posto, escrevemos o impulso de uma força como sendo:

$$\vec{I} = \vec{F}_m \Delta t$$

2. Unidade de impulso

No Sistema Internacional de Unidades (SIU), a força $(\vec{F})$ é medida em newtons (N) e o intervalo de tempo (Δt) é medido em segundos (s) e, portanto, a unidade de impulso será dada por:

$$\text{uni } [\vec{I}] = \text{newton . segundo (N . s)}$$

3. Quantidade de movimento

Consideremos um partícula de massa (**m**) e animada de velocidade vetorial ($\vec{V}$).

Define-se quantidade de movimento ($\vec{Q}$) da partícula como sendo a grandeza vetorial dada pela relação:

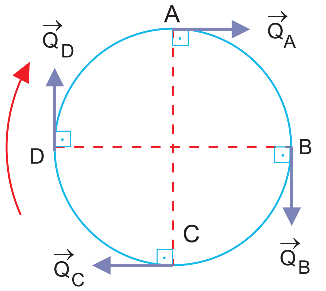
$$\vec{Q} = m\vec{V}$$

Como a massa **m** é uma grandeza escalar e positiva, a quantidade de movimento ($\vec{Q}$) terá a mesma direção e o mesmo sentido da velocidade vetorial ($\vec{V}$), isto é, será sempre tangente à trajetória e terá o mesmo sentido do movimento.

A quantidade de movimento de um veículo é uma grandeza vetorial que depende da massa do veículo e de sua velocidade vetorial. Veículos de massas diferentes com velocidades diferentes podem ter quantidades de movimentos iguais.

A título de exemplo, consideremos uma partícula em movimento circular e uniforme no sentido horário.

Na figura, representamos a quantidade de movimento da partícula nos pontos A, B, C e D.



Observe que, neste movimento circular e uniforme, a quantidade de movimento tem módulo constante (no movimento uniforme, a velocidade vetorial tem módulo constante), porém a direção é variável e, portanto, a quantidade de movimento é uma grandeza vetorial variável.

A quantidade de movimento ($\vec{Q}$) só será vetorialmente constante em dois casos:

(I) **partícula em repouso:** $\vec{Q}$ = constante = $\vec{0}$

(II) **partícula em movimento retilíneo e uniforme:** $\vec{Q}$ = constante $\neq \vec{0}$

4. Unidade de quantidade de movimento

No Sistema Internacional de Unidades (SIU), a massa **m** é medida em quilogramas (kg) e a velocidade vetorial é medida em metros por segundo (m/s) e, portanto, a unidade de quantidade de movimento será dada por:

uni [$\vec{Q}$] = quilograma . metro/segundo (kg.m/s)

Procure verificar que uni [$\vec{Q}$] = uni [$\vec{I}$], isto é, o impulso e a quantidade de movimento têm as mesmas unidades (grandezas físicas de mesma espécie).

5. Nomenclatura

A grandeza quantidade de movimento é também chamada de **momento linear** ou simplesmente **momento**.

Também é usada a expressão latina **momentum** como sinônimo de quantidade de movimento e, neste caso, o plural é **momenta** (palavras latinas de gênero neutro terminadas em **um** fazem plural em **a**).

No Portal Objetivo

Para saber mais sobre o assunto, acesse o **PORTAL OBJETIVO** (**www.portal.objetivo.br**) e, em "localizar", digite **FIS1M404**

Exercícios Resolvidos

1 **(UNIMONTES-MG-MODELO ENEM)** – O senso comum faz uma pessoa normal temer permanecer diante de um ônibus em movimento, mesmo quando ele vem com baixa velocidade, porque consideramos sua massa muito grande. Do mesmo modo, teme-se permanecer diante de um ciclista em alta velocidade. Considerando-se um conjunto ciclista mais bicicleta, com massa total igual a 80kg, movendo-se a 20m/s, e um ônibus de 4000kg, movendo-se a 0,4m/s, ambos na mesma linha reta e no mesmo sentido, pode-se afirmar corretamente que os dois têm

a) o mesmo impulso.
b) igual energia cinética.
c) acelerações diferentes.
d) a mesma quantidade de movimento.
e) o mesmo trabalho.

Resolução

1) $Q = m\,V$

$Q_{ônibus} = 4000 \,.\, 0{,}4 \text{ (SI)} = 1600 \text{ kg . m/s}$

$Q_{bicicleta} = 80 \,.\, 20 \text{ (SI)} = 1600 \text{ kg . m/s}$

$\vec{Q}_{ônibus} = \vec{Q}_{bicicleta}$

2) $E_c = \dfrac{mV^2}{2}$

$E_{c(ônibus)} = \dfrac{4000}{2}(0{,}4)^2 \text{ (J)} = 320 \text{ J}$

$E_{c(bicicleta)} = \dfrac{80}{2}(20)^2 \text{ (J)} = 16000 \text{ J}$

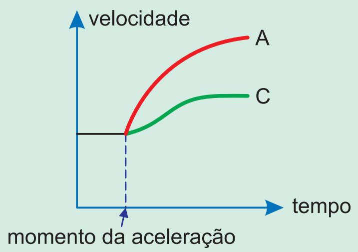
$E_{c(bicicleta)} = 50\, E_{c(ônibus)}$

3) Não há dados para compararmos acelerações.

4) Impulso e trabalho não são grandezas físicas associadas a um corpo.

Resposta: D

2 **(FMTM-MG-MODELO ENEM)** – O folheto promocional de um fabricante de combustíveis apresenta em forma gráfica como seriam os comportamentos de dois automóveis idênticos no momento em que iniciam uma ultrapassagem sob as mesmas condições de uso. Um dos automóveis utiliza gasolina comum (curva C) e outro utiliza a nova fórmula de gasolina aditivada (curva A) que tem a propriedade de diminuir o atrito entre as peças do motor.



Considerando-se insignificante a variação da massa de combustível utilizado durante uma ultrapassagem, analise as afirmativas com base nas informações das curvas A e C. Despreze o efeito do ar.

I. Em A, a aceleração proporcionada é constante enquanto que em C, ela é variável.
II. Em C, o trabalho total realizado é menor que em A, num mesmo intervalo de tempo.
III. Em A, a força comunicada pelo motor às rodas é constante enquanto que em C, ela é variável.
IV. Em C, a quantidade de movimento é menor que em A, para qualquer instante do intervalo de tempo que se inicia no momento da aceleração.

Está correto o contido apenas em

a) I e II. b) I e II. c) II e III.
d) II e IV. e) III e IV.

Resolução

I) Falsa: Se a aceleração escalar fosse constante o gráfico V = f(t) seria retilíneo (função do 1º grau).

II) Correta: O trabalho total é dado pela variação de energia cinética, que é maior em A pois $V_A > V_C$ a partir do momento de aceleração.

$$\tau = \Delta E_{cin} = \frac{mV^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2}$$

III) Falsa: Se a força fosse constante a aceleração também seria constante.

IV) Correta

$Q = mV$

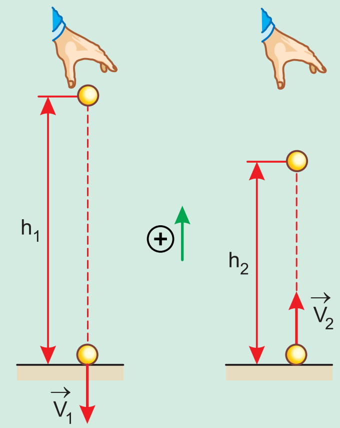
$V_A > V_C \Rightarrow Q_A > Q_C$

Resposta: D

3 **(UFSCar-SP)** – Um estudante deixa cair várias vezes uma bolinha de pingue-pongue verticalmente, da mesma altura, sobre o piso de uma sala. Depois de cada choque, ele nota que a bolinha sempre volta verticalmente, mas atinge alturas diferentes. Suponha a resistência do ar desprezível. Essa observação permite afirmar que a variação da quantidade de movimento da bolinha ocorrida nos seus diferentes choques com o piso

a) é sempre a mesma, qualquer que seja a altura atingida pela bolinha na volta.
b) é maior quando a altura atingida pela bolinha na volta for maior.
c) é maior quando a altura atingida pela bolinha na volta for menor.
d) é menor quando a altura atingida pela bolinha na volta for maior.
e) não tem relação com a altura atingida pela bolinha na volta.

Resolução



A intensidade da variação da quantidade de movimento da bolinha é ΔQ, dada por:

$$\Delta Q = m\,(V_2 + V_1) \quad \textbf{(I)}$$

onde V_1 e V_2 são os módulos das velocidades $\vec{V}_1$ e $\vec{V}_2$.

A subida da bolinha ocorre com conservação de energia mecânica.

Logo: $\dfrac{mV_2^2}{2} = mgh_2 \Rightarrow V_2 = \sqrt{2gh_2}$ **(II)**

A descida da bolinha também ocorre com conservação de energia mecânica . Logo:

$$\frac{mV_1^2}{2} = mgh_1 \Rightarrow V_1 = \sqrt{2gh_1} \quad \textbf{(III)}$$

Substituindo-se **(II)** e **(III)** em **(I)**, vem:

$$\boxed{\Delta Q = m\left(\sqrt{2gh_2} + \sqrt{2gh_1}\right)}$$

Observando a expressão final de ΔQ, notamos que, sendo h_1 e g constantes, ΔQ cresce com h_2.

Resposta: B

Exercícios Propostos

1 **(UERJ-MODELO ENEM)** – Uma funcionária, de massa 50kg, utiliza patins para se movimentar no interior do supermercado. Ela se desloca de um caixa a outro, sob a ação de uma força resultante $\vec{F}$, durante um intervalo de tempo de 0,5 s, com aceleração constante de módulo igual a 3,2 m/s², partindo do repouso. Determine o módulo do impulso I produzido por essa força $\vec{F}$ e a energia cinética E_c adquirida pela funcionária.

Os valores de I e E_c são, em unidades do SI, respectivamente iguais a:

a) 80 e 64 b) 80 e 70 c) 70 e 64
d) 0 e 80 e) 80 e 80

RESOLUÇÃO:

a) 1) PFD: F = m a

F = 50 . 3,2 (N) = 160N

2) $|\vec{I}| = F\,\Delta t$

$|\vec{I}| = 160 \,.\, 0{,}5\ \text{(SI)} \Rightarrow \boxed{|\vec{I}| = 80\text{N . s}}$

b) 1) $V = V_0 + \gamma\, t$ **(MUV)**

$V = 0 + 3{,}2 \,.\, 0{,}5\ \text{(m/s)} \Rightarrow \boxed{V = 1{,}6\text{m/s}}$

2) $E_c = \dfrac{mV^2}{2} \Rightarrow E_c = \dfrac{50}{2}\,(1{,}6)^2\ \text{(J)} \Rightarrow \boxed{E_c = 64\text{J}}$

Resposta: A

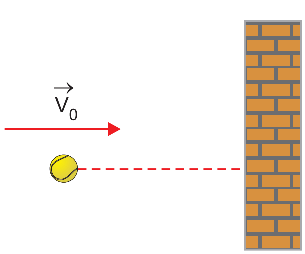
2 **(CEFET-PR)** – Analise as afirmativas a seguir com relação a um corpo de massa (m), percorrendo uma circunferência de raio (R), com movimento uniforme.

I) O corpo possui aceleração de módulo constante e diferente de zero.
II) A quantidade de movimento do corpo é constante durante todo o movimento.
III) A energia cinética permanece constante durante todo o movimento.

Sobre elas, podemos concluir que
a) somente as afirmativas I e II são corretas;
b) somente as afirmativas I e III são corretas;
c) somente as afirmativas II e III são corretas;
d) todas as afirmativas são corretas;
e) todas as afirmativas são incorretas.

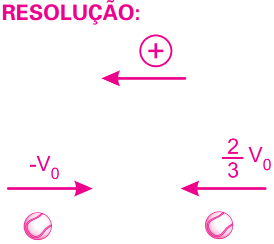
RESOLUÇÃO:
I) Verdadeira: No MCU, a aceleração vetorial é centrípeta e tem módulo $\left(\frac{V^2}{R}\right)$ constante.
II) Falsa: A quantidade de movimento (grandeza vetorial) no MCU tem módulo constante, porém varia em direção.
III) Verdadeira: A energia cinética (grandeza escalar) é constante em qualquer movimento uniforme, não importando a trajetória.
Resposta: B

3 **(UFRJ)** – Uma bola de tênis de massa **m** colide contra uma parede fixa, conforme é mostrado na figura ao lado. A velocidade da bola imediatamente antes do choque é perpendicular à parede e seu módulo vale $\mathbf{V_0}$. Imediatamente após o choque, a velocidade continua perpendicular à parede e seu módulo passa a valer $\mathbf{(2/3)V_0}$.



Calcule em função de **m** e $\mathbf{V_0}$:
a) o módulo da variação do momento linear da bola;
b) a variação da energia cinética da bola.

RESOLUÇÃO:



a) $\Delta Q = m\,\Delta V$

$$\Delta Q = m\left[\frac{2}{3}V_0 - (-V_0)\right]$$

$$\boxed{\Delta Q = \frac{5}{3}\,m\,V_0}$$

b) $E_{cin_i} = \dfrac{m\,V_0^2}{2}$

$$E_{cin_f} = \frac{m}{2}\cdot\left(\frac{2}{3}V_0\right)^2 = \frac{m}{2}\cdot\frac{4}{9}V_0^2 = \frac{2}{9}\,m\,V_0^2$$

$$\Delta E_{cin} = E_{cin_f} - E_{cin_i}$$

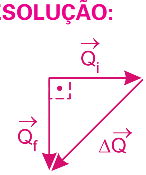
$$\Delta E_{cin} = \frac{2}{9}\,m\,V_0^2 - \frac{m\,V_0^2}{2}$$

$$\Delta E_{cin} = \frac{2\,m\,V_0^2 - 4{,}5\,m\,V_0^2}{9} = \frac{-2{,}5}{9}\,m\,V_0^2$$

$$\boxed{\Delta E_{cin} = \frac{-5}{18}\,m\,V_0^2}$$

4 **(FUNDAÇÃO CESGRANRIO)** – Em uma partida de futebol, a bola é lançada na grande área e desviada por um jogador da defesa. Nesse desvio, a bola passa a se mover perpendicularmente à direção da velocidade com que a bola atingiu o jogador. Sabe-se que as quantidades de movimento imediatamente antes e imediatamente depois do desvio têm o mesmo módulo **p**.
a) Qual o módulo do vetor variação da quantidade de movimento da bola, durante o referido desvio?
b) Sendo **E** a energia cinética da bola imediatamente antes do desvio, qual a variação da energia cinética da bola, ao ser desviada?

RESOLUÇÃO:
a)



$|\vec{Q}_i| = |\vec{Q}_f| = p$

$|\Delta\vec{Q}|^2 = p^2 + p^2 = 2p^2$

$$\boxed{|\Delta\vec{Q}| = \sqrt{2}\;p}$$

b) $E_C = \dfrac{Q^2}{2m}$

Como $|\vec{Q}_f| = |\vec{Q}_i|$, então $E_f = E_i = E$

$$\boxed{\Delta E = 0}$$

Respostas: a) $\sqrt{2}\;p$
b) zero

Módulo 78

Teorema do impulso

Palavras-chave:

• Impulso • Variação da Quantidade de movimento

Imagine que você vai empurrar um carro (evidentemente desbrecado) em um plano horizontal.

O carro vai adquirir uma certa velocidade e, portanto, uma certa **quantidade de movimento**.

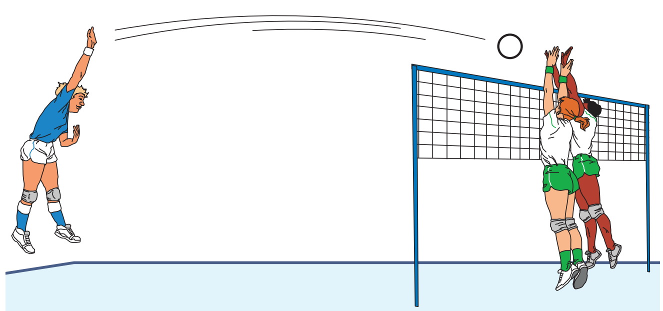
A força $\vec{F}$ (suposta constante) que você está aplicando age durante um certo tempo Δt e, portanto, você aplicou sobre o carro um certo impulso $\vec{I} = \vec{F} \,.\, \Delta t$.

Este impulso atua como **causa** e tem como efeito a variação da quantidade de movimento do carro, $\Delta\vec{Q}$.

É intuitivo que se você aumentar a causa $\vec{I}$, também aumentará o efeito $\Delta\vec{Q}$.

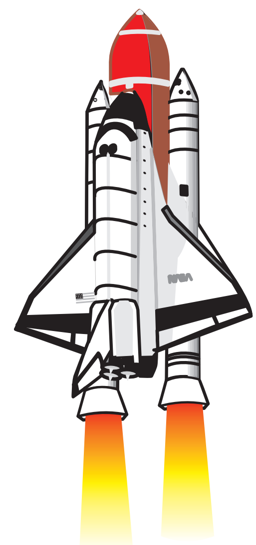
O teorema do impulso vai relacionar a causa $\vec{I}$ com o efeito $\Delta\vec{Q}$ e tem uma grande relevância histórica, pois foi na forma do enunciado do teorema do impulso que Newton enunciou a sua 2.ª Lei de Movimento.

Em um jogo de vôlei, o **impulso aplicado pela mão é responsável pela variação de quantidade de movimento da bola**.



Quando um carro freia, o **impulso da força de atrito** é responsável pela **variação da quantidade de movimento do carro**.

Quando uma nave espacial está acelerando, o **impulso da força dos jatos** é responsável pela **variação da quantidade de movimento da nave**.



Teorema do impulso (TI)

Consideremos uma partícula de massa **m** submetida a uma força resultante constante **($\vec{F}$)**, durante um intervalo de tempo **(Δt)**, que faz sua velocidade vetorial variar de **($\vec{V}_i$)** para **($\vec{V}_f$)**.

De acordo com a 2.ª Lei de Newton, temos:

$$\vec{F} = m\,\vec{a} = m\,\frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t} = m\,\frac{(\vec{V}_f - \vec{V}_i)}{\Delta t}$$

daí: $\vec{F} \,.\, \Delta t = m\vec{V}_f - m\vec{V}_i$

sendo: $\vec{F}\ \Delta t = \vec{I}_R$ (impulso da força resultante)

$m\vec{V}_f = \vec{Q}_f$ (quantidade de movimento final)

$m\vec{V}_i = \vec{Q}_i$ (quantidade de movimento inicial)

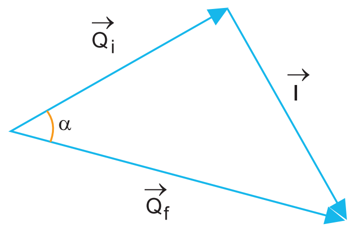
vem: $$\boxed{\vec{I}_R = \vec{Q}_f - \vec{Q}_i = \Delta\vec{Q}}$$

O teorema do impulso pode ser aplicado mesmo que a força resultante não seja constante, e pode ser enunciado como se segue:

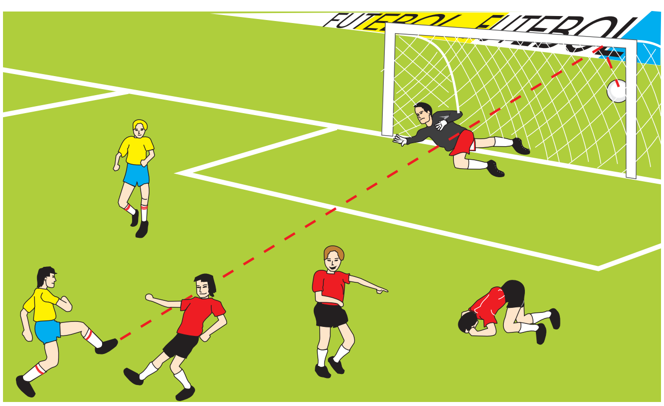
O impulso total sobre uma partícula (ou sistema de corpos) mede a variação da quantidade de movimento da partícula (ou sistema de corpos) no intervalo de tempo considerado.

Na aplicação do teorema do impulso, é importante observar que $\Delta\vec{Q}$ é uma **diferença de vetores**.

Os vetores $\vec{Q}_i$ e $\vec{Q}_f$ devem ser representados com a mesma origem, e o vetor $\vec{I}$ vai da "extremidade" de $\vec{Q}_i$ para a "extremidade" de $\vec{Q}_f$, como se representa na figura:



Para obtermos o módulo do impulso, conhecidos os módulo de $\vec{Q}_i$, de $\vec{Q}_f$ e o ângulo α, basta resolver o triângulo da figura.

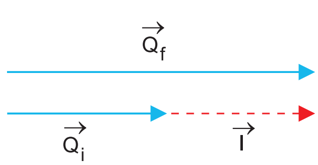


O chute do atleta provoca uma variação da quantidade de movimento da bola. O impulso da força aplicada é igual à variação da quantidade de movimento da bola.

$$\vec{I}_F = \Delta\vec{Q}$$

São importantes os seguintes casos particulares:

(I) $\alpha = 0°$: os vetores $\vec{Q}_i$ e $\vec{Q}_f$ têm mesma direção e sentido.

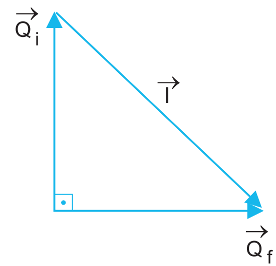


Neste caso, o módulo do vetor impulso $(\vec{I})$ é dado pelo módulo da diferença entre os módulos de $\vec{Q}_f$ e $\vec{Q}_i$.

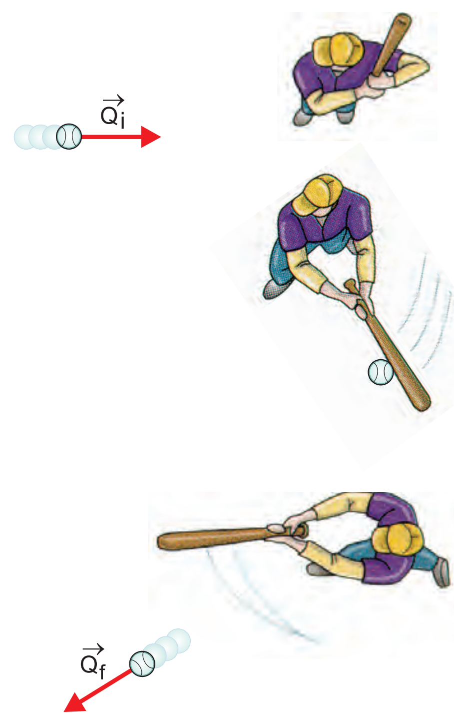
$$I = |Q_f - Q_i|$$

(II) $\alpha = 90°$: os vetores $\vec{Q}_i$ e $\vec{Q}_f$ têm direções perpendiculares.

Neste caso, o módulo do vetor $(\vec{I})$ é dado pelo Teorema de Pitágoras:



$$I^2 = Q_f^2 + Q_i^2$$



A variação da quantidade de movimento é uma grandeza física vetorial e, portanto, deve ser analisada em intensidade, direção e sentido.

Quando Newton formulou suas três leis de movimento, a 2ª Lei foi enunciada em termos do teorema do impulso:

$$\vec{F}_R \, \Delta t = \Delta\vec{Q}$$

$$\vec{F}_R = \frac{\Delta\vec{Q}}{\Delta t}$$

Enunciado original da 2ª Lei de Newton:

A força resultante em um corpo é igual à taxa de variação de sua quantidade de movimento.

Exercícios Resolvidos

1 **(VUNESP-MODELO ENEM)** – João estava dentro de um carro que colidiu frontalmente com uma árvore e, devido à existência do *airbag*, a colisão de sua cabeça com o para-brisa demorou um intervalo de tempo de 0,5 s. Se considerarmos que, sem o uso do *airbag*, a colisão da cabeça com o para-brisa teria durado um intervalo de tempo igual a 0,05 s, é correto afirmar que a força média exercida sobre a cabeça de João, na situação com *airbag*, é

a) cerca de um décimo da força média exercida sobre sua cabeça sem *airbag*.
b) cerca de um vigésimo da força média exercida sobre sua cabeça sem *airbag*.
c) cerca de 10 vezes maior que a força média exercida sobre sua cabeça sem *airbag*.
d) cerca de 20 vezes maior que a força média exercida sobre sua cabeça sem *airbag*.
e) a mesma que sem *airbag*.

Resolução

TI: $\vec{I}_{cabeça} = \Delta\vec{Q}_{cabeça}$

$\Delta\vec{Q}_{cabeça}$ é a mesma com ou sem *airbag*

$F_1 \,.\, \Delta t_1 = F_2 \,\Delta t_2$

$\Delta t_1 = 0,5$ s

$\Delta t_2 = 0,05$ s

$F_1 \,.\, 0,5 = F_2 \,.\, 0,05$

$$\boxed{F_1 = \frac{F_2}{10}}$$

Resposta: A

2 **(MODELO ENEM)** – Um anúncio em uma rodovia na Espanha, para alertar a respeito dos riscos de uma velocidade excessiva apresenta os seguintes dizeres:

A 90km/h você pesa 3000 kg portanto use o cinto de segurança

É evidente que a afirmação, do ponto de vista da Física, está incorreta.

O que se pretende dizer é que se você colidir a 90 km/h a força média para levá-lo ao repouso tem intensidade igual ao peso de um corpo de massa 3000 kg.

Se sua massa for de 60 kg os dados apresentados no anúncio estão supondo que o tempo de freada até o repouso é um valor mais próximo de:

a) $1,0 \,.\, 10^{-2}$ s
b) $2,0 \,.\, 10^{-2}$ s
c) $3,0 \,.\, 10^{-2}$ s
d) $4,0 \,.\, 10^{-2}$ s
e) $5,0 \,.\, 10^{-2}$ s

(adote $g = 10m/s^2$)

Resolução

TI: $I = \Delta Q$

$F_m \,.\, \Delta t = mV_0$

$3,0 \,.\, 10^4 \,.\, \Delta t = 60 \,.\, \dfrac{90}{3,6}$

$$\boxed{\Delta t = 5,0 \,.\, 10^{-2} s}$$

Resposta: E

Exercícios Propostos

1 **(VUNESP-MODELO ENEM)** – Um motociclista bate violentamente contra um carro estacionado e sobrevoa o veículo atingido batendo com seu capacete contra um muro.

Graças ao uso obrigatório dos capacetes, a velocidade escalar de 24 m/s com que a cabeça do motociclista se chocou contra o muro, foi reduzida para zero, em um tempo de 0,6 s, maior do que seria sem o uso desse equipamento.

Se a massa do motociclista é de 65 kg, a intensidade da força média aplicada sobre ele foi de:

a) 1200N b) 1400N c) 1800N
d) 2400N e) 2600N

RESOLUÇÃO:
TI: $I = \Delta Q_{pessoa}$

$-F_m \,.\, \Delta t = 0 - mV_0$

$F_m = \dfrac{mV_0}{\Delta t} = \dfrac{65 \,.\, 24}{0,6}$ (N)

$$\boxed{F_m = 2600 \text{ N}}$$

Resposta: E

2 **(5^{th} INTERNACIONAL JUNIOR SCIENCE OLYMPIAD – COREIA-MODELO ENEM)** – Um carro A de massa 500kg está trafegando a 100km/h e outro carro B de massa 1000kg está trafegando a 50km/h em uma estrada horizontal. Quando os motoristas pisaram nos freios de maneira forte o suficiente para que as rodas travassem imediatamente, os dois carros moveram-se com as rodas travadas até parar. Qual é a razão entre os tempos de parada dos carros A e B? Qual a razão entre as distâncias percorridas até a parada dos carros A e B? Assuma que ambos os carros se movam em linha reta, os coeficientes de atrito entre os pneus e a estrada são os mesmos para ambos os carros e a resistência do ar possa ser desprezada.

	Tempo de parada (Carro A: Carro B)	Distância percorrida até a parada (Carro A: Carro B)
a)	1:1	2:1
b)	2:1	2:1
c)	2:1	4:1
d)	4:1	4:1
e)	1:4	1:4

RESOLUÇÃO:

I) TI: $\vec{I}_{at} = \Delta\vec{Q}$

$-\mu mgT = -mV_0 \Rightarrow \boxed{T = \dfrac{V_0}{\mu g}}$

II) TEC: $\tau_{at} = \Delta E_{cin}$

$$\mu mgd(-1) = 0 - \frac{mV_0^2}{2} \Rightarrow \boxed{d = \frac{V_0^2}{2\mu g}}$$

$$\frac{T_A}{T_B} = \frac{V_{0A}}{V_{0B}} = \frac{100}{50} = 2$$

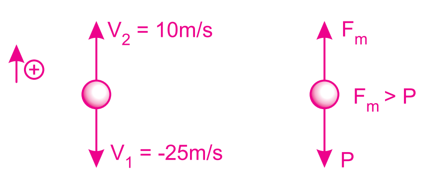
$$\frac{d_A}{d_B} = \left(\frac{V_{0A}}{V_{0B}}\right)^2 = \left(\frac{100}{50}\right)^2 = 4$$

Resposta: C

3 Uma bola de massa 1,0kg cai verticalmente e atinge o solo horizontal com velocidade de módulo 25m/s. Imediatamente após a colisão com o solo, a bola tem velocidade vertical de módulo 10m/s. A interação entre a bola e o solo durou $5{,}0 \cdot 10^{-2}$s. A força média que a bola exerceu sobre o solo tem intensidade igual a

a) 35N
b) 70N
c) $6{,}9 \cdot 10^2$N
d) $7{,}0 \cdot 10^2$N
e) $7{,}1 \cdot 10^2$N

RESOLUÇÃO:



$\Delta V = V_2 - V_1 = 35$m/s

TI: $(F_m - P)\, \Delta t = m\, \Delta V$

$(F_m - 10)\; 5{,}0 \cdot 10^{-2} = 1{,}0 \cdot 35$

$F_m - 10 = 7{,}0 \cdot 10^2$

$$\boxed{F_m = 7{,}1 \cdot 10^2\text{N}}$$

Resposta: E

O exercício tem duas "pegadinhas":
(1) Perceber que, ao inverter o sentido, a velocidade troca de sinal e, portanto, $\Delta V = 35$m/s e não 15m/s.
(2) Perceber que, durante a colisão com o chão, o peso continua atuando e o TI se aplica à resultante entre a força do chão e o peso.

4 **(UNIFESP)** – Uma xícara vazia cai de cima da mesa de uma cozinha e quebra-se ao chocar-se com o piso rígido. Se essa mesma xícara caísse, da mesma altura, da mesa da sala e, ao atingir o piso, se chocasse com um tapete felpudo, ela não se quebraria.

a) Por que no choque com o piso rígido a xícara se quebra e no choque com o piso fofo do tapete, não?
b) Suponha que a xícara caia sobre o tapete e pare, sem quebrar-se. Admita que a massa da xícara seja 0,10kg, que ela atinja o solo com velocidade de módulo 2,0m/s e que o tempo de interação do choque seja de 0,50s. Qual a intensidade média da força exercida pelo tapete sobre a xícara? Qual seria a intensidade dessa força, se o tempo de interação fosse 0,010s? Adote g = 10,0m/s².

RESOLUÇÃO:

a) A xícara, ao atingir o piso, tem uma velocidade $\vec{V}$ e uma quantidade de movimento $\vec{Q}$.

Durante a interação com o piso, a xícara fica sob ação de seu peso $\vec{P}$ e da força $\vec{F}$ recebida do piso.

Aplicando-se o teorema do impulso, vem:

$$\vec{I}_{xícara} = \Delta\vec{Q}_{xícara} = \vec{0} - \vec{Q}$$

$$(F_m - P)\, \Delta t = Q$$

$$\boxed{F_m = \frac{Q}{\Delta t} + P}$$

Nesta expressão, os valores de Q e P são fixos e o valor de F_m (força média aplicada pelo piso) vai depender de Δt, que é o tempo de interação entre a xícara e o piso.
No piso fofo, Δt é maior que no piso rígido e, portanto:

$$\boxed{F_{piso\ fofo} < F_{piso\ rígido}}$$

O fato de a força de interação ser menos intensa no piso fofo justifica o fato de a xícara não se quebrar.

b) De acordo com o exposto no item (a), vem:

$$F_m = \frac{Q}{\Delta t} + P$$

1) $$F_m = \frac{0{,}10 \cdot 2{,}0}{0{,}50} + 0{,}10 \cdot 10\ (\text{N})$$

$$F_m = 0{,}4 + 1{,}0\ (\text{N}) \Rightarrow \boxed{F_m = 1{,}4\text{N}}$$

2) $$F'_m = \frac{0{,}10 \cdot 2{,}0}{0{,}010} + 0{,}10 \cdot 10\ (\text{N})$$

$$F'_m = 20{,}0 + 1{,}0\ (\text{N}) \Rightarrow \boxed{F'_m = 21{,}0\text{N}}$$

Respostas: a) Porque o tempo de interação entre a xícara e o piso é maior quando o piso é fofo.
b) 1,4N e 21,0N

Módulo 79

Cálculo do impulso pelo método gráfico

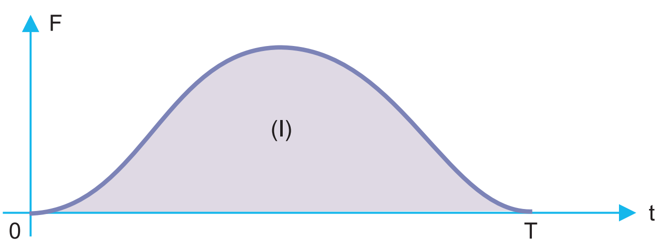
Palavras-chave:
- Impulso
- Área do gráfico força x tempo

Quando a força aplicada em um corpo tem direção constante (por exemplo, a força resultante em um corpo que descreve uma trajetória retilínea), porém com intensidade variável, o impulso aplicado sobre o corpo e, portanto, a variação de sua quantidade de movimento podem ser calculados por um método gráfico.

Um exemplo da situação apresentada é o caso em que você empurra um carro numa estrada retilínea ou quando você lança um corpo verticalmente.

Método gráfico

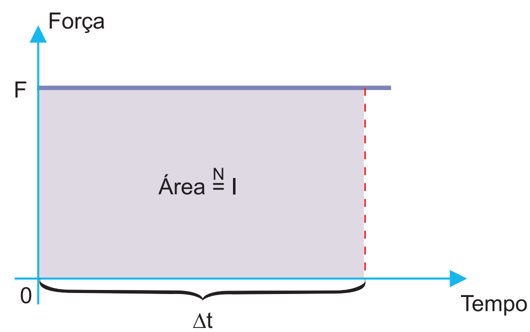
Consideremos o gráfico do valor algébrico de uma força $\vec{F}$, com direção constante, em função do tempo de ação t.



A área sob o gráfico F = f(t) mede o valor algébrico do impulso da força $\vec{F}$, no intervalo de tempo considerado.

$$I \overset{N}{=} \text{Área } (F \times t)$$

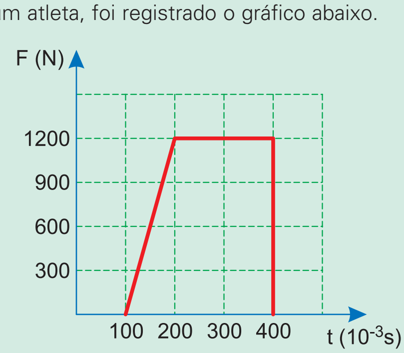
Esta propriedade é demonstrada facilmente no caso de $\vec{F}$ ser constante.



$$\text{Área } (F \times t) \overset{N}{=} F\Delta t = I$$

Exercícios Resolvidos

1 **(UFRN-MODELO ENEM)** – O teste de salto vertical fornece uma indicação da força muscular de um atleta. Nesse tipo de teste, o atleta salta sobre uma "plataforma de força", que registra, em função do tempo, a intensidade da força exercida durante o salto. Em um teste de força muscular, realizado por um atleta, foi registrado o gráfico abaixo.



Supondo-se que o atleta tenha massa de 60kg e adotando-se g = 10m/s², o módulo de sua velocidade imediatamente após sua saída da plataforma vale:

a) 1,0 m/s b) 2,0 m/s c) 3,0 m/s
d) 4,0 m/s e) 5,0 m/s

Resolução

1) Cálculo do módulo do impulso da força $\vec{F}$ aplicada pela plataforma:

$$|\vec{I}_F| = \text{área } (F \times t)$$

$$|\vec{I}_F| = (300 + 200)\ \frac{1200}{2}\ 10^{-3}\ (N.s) = 300N.s$$

2) Cálculo do módulo do impulso do peso:

$$|\vec{I}_P| = |\vec{P}|\ \Delta t = 600 \cdot 300 \cdot 10^{-3}\ (N \cdot s) = 180N \cdot s$$

3) Aplicação do Teorema do Impulso:

$$\vec{I}_{total} = \vec{I}_F + \vec{I}_P = \Delta\vec{Q}$$

Como o impulso do peso é dirigido para baixo e a trajetória vai ser orientada para cima, vem:

$$|\vec{I}_F| - |\vec{I}_P| = m\,V_1 - m\,V_0$$

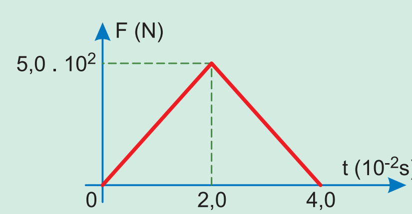
$$300 - 180 = 60 \cdot V_1 - 0$$

$$\boxed{V_1 = 2{,}0 m/s}$$

2 **(MODELO ENEM)** – Um jogador de vôlei levanta a bola verticalmente, junto à rede, para seu companheiro executar uma violenta cortada.

Quando a bola atinge sua altura máxima (velocidade nula) ela é atingida pela mão do jogador que lhe aplica uma força horizontal que atua durante um intervalo de tempo de $4{,}0 \cdot 10^{-2}$ s. A bola tem massa de 0,25 kg

O gráfico a seguir representa a variação da intensidade F da força aplicada pelo jogador em função do tempo t.



A velocidade horizontal adquirida pela bola, imediatamente após o impacto com a mão do jogador, tem módulo igual a:

a) 10,0 m/s b) 20,0 m/s c) 40,0 m/s
d) 50,0 m/s e) 80,0 m/s

Resolução

1) I = área (força x tempo):

$$I = \frac{4,0 \,.\, 10^{-2} \,.\, 5,0 \,.\, 10^{2}}{2} \text{ (N . s)}$$

$$\boxed{I = 10,0 \text{ N . s}}$$

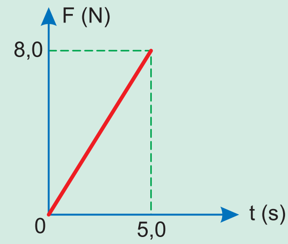
2) Teorema do Impulso:

$I = \Delta Q \Rightarrow I = mV \Rightarrow 10,0 = 0,25\ V$

$$\boxed{V = 40,0 \text{ m/s}}$$

Resposta: C

3 **(VUNESP)** – Uma partícula de massa 4,0kg, inicialmente em repouso, é submetida a uma força resultante de direção e sentido invariáveis, e cuja intensidade varia com o tempo, de acordo com o gráfico abaixo.



O trabalho realizado sobre a partícula entre os instantes zero e 5,0s vale:

a) 50,0J b) 30,0J c) 20,0J
d) 10,0J e) 0

Resolução

1) I = área (F x t)

$$I = \frac{5,0 \,.\, 8,0}{2} \text{ (SI)} = 20,0 \text{N . s}$$

2) TI: $I = \Delta Q$

$I = mV_f - mV_0$

$20,0 = 4,0\ V_f \Rightarrow \boxed{V_f = 5,0 \text{m/s}}$

3) TEC: $\tau = \Delta E_{cin}$

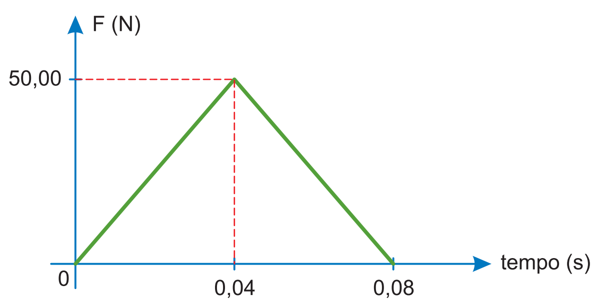
$$\tau = \frac{m}{2} V_f^2 - \frac{m}{2} V_0^2$$

$$\tau = \frac{4,0}{2} (5,0)^2 \text{ (J)} \Rightarrow \boxed{\tau = 50,0 \text{J}}$$

Resposta: A

Exercícios Propostos

1 **(VUNESP-MODELO ENEM)** – O encarregado da segurança da linha de produção antecipa um acidente e golpeia o botão de desligamento geral das máquinas. A força de interação ente a mão desse funcionário e o botão está representada no gráfico.



Ao fim do golpe, o módulo do impulso aplicado ao botão, em N.s, vale:

a) 0,02 b) 0,04 c) 0,08 d) 2,00 e) 4,00

RESOLUÇÃO:

I = área (F x t)

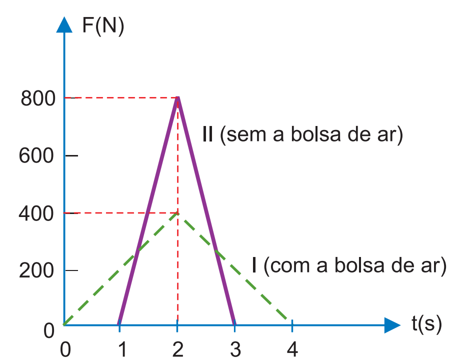
$$I = \frac{0,08 \,.\, 50,00}{2} \text{ (N.s)} \Rightarrow \boxed{I = 2,00 \text{ N.s}}$$

Resposta: D

2 **(UFRN-MODELO ENEM)** – Alguns automóveis dispõem de um eficiente sistema de proteção para o motorista, que consiste de uma bolsa inflável de ar. Essa bolsa é automaticamente inflada, do centro do volante, quando o automóvel sofre uma desaceleração súbita, de modo que a cabeça e o tórax do motorista, em vez de colidirem com o volante, colidem com a bolsa.

A figura a seguir mostra dois gráficos da variação temporal da intensidade da força que age sobre a cabeça de um boneco que foi colocado no lugar do motorista.

Os dois gráficos foram registrados em duas colisões de testes de segurança. A única diferença entre essas colisões é que, na colisão I, se usou a bolsa e, na colisão II, ela não foi usada.



Da análise desses gráficos, conclui-se que a explicação para o sucesso da bolsa como equipamento de proteção é:

a) A bolsa diminui o intervalo de tempo da desaceleração da cabeça do motorista, diminuindo, portanto, a intensidade da força média que atua sobre a cabeça.
b) A bolsa aumenta o intervalo de tempo da desaceleração da cabeça do motorista, diminuindo, portanto, a intensidade da força média que atua sobre a cabeça.
c) A bolsa diminui o módulo do impulso total transferido para a cabeça do motorista, diminuindo, portanto, a intensidade da força máxima que atua sobre a cabeça.
d) A bolsa diminui a variação total do momento linear da cabeça do motorista, diminuindo, portanto, a intensidade da força média que atua sobre a cabeça.
e) Com a bolsa ou sem a bolsa, a intensidade da força média que atua sobre a cabeça é a mesma, porém com a bolsa o impulso aplicado na cabeça é menor.

RESOLUÇÃO:

TI: $\vec{I}_{cabeça} = \Delta\vec{Q}_{cabeça}$

Área (F x t) $= |\vec{Q}_0|$

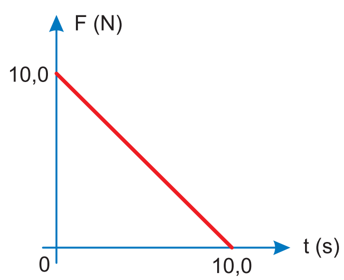
$\dfrac{F_{máx}\,\Delta t}{2} = mV_0 = \text{constante}$

Aumentando Δt, reduzimos $F_{máx}$

Resposta: B

3 **(VUNESP)** – Um móvel de massa 5,0kg, em trajetória retilínea, desloca-se com velocidade escalar de 2,0m/s quando passa a sofrer a ação de uma força resultante F, na mesma direção e sentido de sua velocidade. O gráfico mostra a intensidade da força F no decorrer do tempo. A velocidade escalar do móvel, em m/s, no instante t = 10,0s, é

a) 8,0 b) 10,0 c) 12,0 d) 16,0 e) 22,0



RESOLUÇÃO:

1) I = área (F x t)

$$I = \frac{10{,}0 \,.\, 10{,}0}{2}\ (SI) = 50{,}0N.s$$

2) TI: I = ΔQ

$I = mV_f - mV_0$

$I = m\,(V_f - V_0)$

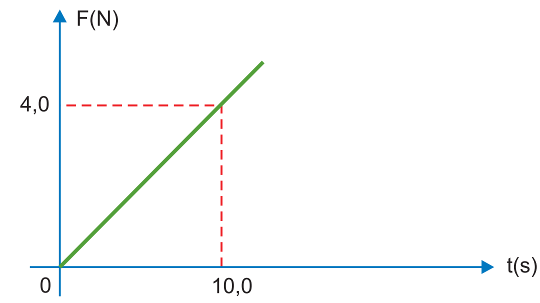
$50{,}0 = 5{,}0\,(V_f - 2{,}0)$

$V_f - 2{,}0 = 10{,}0$

$\boxed{V_f = 12{,}0m/s}$

Resposta: C

4 Considere uma partícula de massa 2,0kg que descreve uma trajetória retilínea, partindo do repouso no instante t = 0. O gráfico a seguir representa a intensidade da força resultante $\vec{F}$, associada ao movimento da partícula.
A força $\vec{F}$ tem sempre o mesmo sentido.



Determine

a) o módulo do impulso de $\vec{F}$ entre os instantes $t_0 = 0$ e $t_1 = 10{,}0s$.

b) o módulo da velocidade da partícula no instante t_1.

c) a potência de $\vec{F}$ no instante t_1.

RESOLUÇÃO:

a) $I = \text{área (F x t)} = \dfrac{10{,}0 \,.\, 4{,}0}{2}\ (SI)$

$\boxed{I = 20{,}0\ N\,.\,s}$

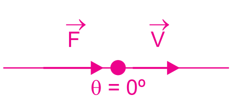
b) TI: $I = \Delta Q$

$I = mV_f - mV_0$

$20{,}0 = 2{,}0V_1 \Rightarrow \boxed{V_1 = 10{,}0m/s}$

c) $Pot_F = F\ V\ \cos 0°$

$Pot_1 = 4{,}0 \,.\, 10{,}0 \,.\, 1\ (N)$



$\boxed{Pot_1 = 40{,}0W}$

Respostas: a) 20,0 N . s b) 10,0m/s c) 40,0W

Módulo 80 – Sistemas isolados

Palavras-chave:
- Conservação de Quantidade de movimento

Imagine um corpo inicialmente parado. Se você aplicar sobre ele uma força, ele vai adquirir uma certa velocidade e, portanto, uma certa **quantidade de movimento**. Se você suprimir a força aplicada (corpo isolado de forças externas), é compreensível, pela 1.ª Lei de Newton, que a sua velocidade vai permanecer constante e, portanto, a sua quantidade de movimento ($\vec{Q} = m\vec{V}$) também vai permanecer constante.

Imagine agora duas pessoas, A e B, com patins em um plano horizontal sem atrito. Despreze o efeito do ar. Em cada pessoa, atuam seu peso e a força de reação normal do chão, que vão equilibrar-se.

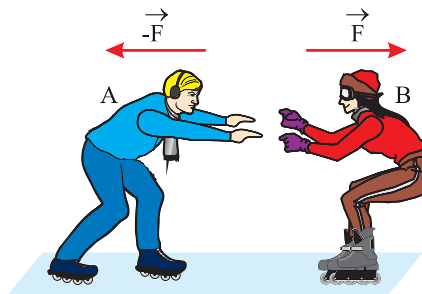
Portanto, a resultante das forças externas no sistema formado por A e B é nula. Dizemos então que A e B formam um "sistema isolado".

Considere agora que A aplica sobre B uma força constante $\vec{F}$ durante um intervalo de tempo Δt. Isto provoca em B um impulso $\vec{I} = \vec{F}\,.\,\Delta t$ e sua quantidade de movimento sofrerá uma variação $\Delta\vec{Q}_B = \vec{F}\,\Delta t$.

De acordo com a 3.ª Lei de Newton, a pessoa B reage e aplica em A uma força $-\vec{F}$ e portanto A sofre um impulso $\vec{I}_A = -\vec{F}\,.\,\Delta t$ que provoca em A uma variação de quantidade de movimento $\Delta\vec{Q}_A = -\vec{F}\,\Delta t$.

A soma vetorial $\Delta\vec{Q}_A + \Delta\vec{Q}_B = \vec{0}$ significa que o sistema formado por A e B não sofreu variação de quantidade de movimento.

Isto significa que as "forças internas" trocadas entre A e B variam as quantidades de movimento individuais de A e B, mas não alteram a quantidade de movimento total do sistema formado por A e B.



$\Delta Q_A = -\Delta Q_B$

(consequência da lei de ação e reação)

Sistema isolado

Um corpo ou um sistema de corpos é dito **ISOLADO** quando está livre de forças externas, isto é, a resultante das forças externas é nula.

Em um sistema isolado, as partes que compõem o sistema podem trocar forças entre si, do tipo ação-reação; tais forças são chamadas de forças internas ao sistema.

Como a resultante externa ($\vec{F}_R$) é nula, o impulso resultante ($\vec{I}_R$) sobre o sistema também é nulo ($\vec{I}_R = \vec{F}_R\,\Delta t$) e, aplicando-se o teorema do impulso ($\vec{I}_R = \Delta\vec{Q}$), concluímos que a variação de quantidade de movimento do sistema ($\Delta\vec{Q}$) é nula, ou ainda:

Em um sistema isolado, a quantidade de movimento total do sistema permanece constante.

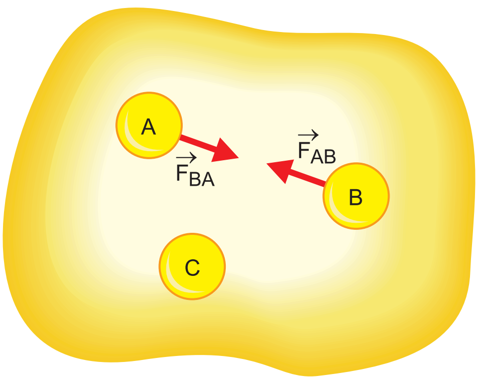
Podemos observar a conservação da quantidade de movimento de um sistema na movimentação de alguns animais aquáticos.

A variação da quantidade de movimento do foguete é, em módulo, igual à variação da quantidade de movimento dos gases por ele expelidos.

O astronauta consegue mover-se arremessando um corpo no espaço.

Cumpre salientar que, se existirem forças internas (ação e reação), as quantidades de movimento das partes que compõem o sistema variam e apenas a sua soma vetorial permanece constante.

A título de exemplo, consideremos um sistema constituído por três corpos, A, B e C.



Admitamos que os corpos A e B troquem, entre si, forças de ação e reação:

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

Em virtude da ação da força $\vec{F}_{BA}$, a quantidade de movimento do corpo A ($\vec{Q}_A$) varia.

Em virtude da ação da força $\vec{F}_{AB}$, a quantidade de movimento do corpo B ($\vec{Q}_B$) varia.

O corpo C está livre de forças externas e a sua quantidade de movimento ($\vec{Q}_C$) permanece constante.

A quantidade de movimento do sistema é a soma vetorial $\vec{Q}_A + \vec{Q}_B + \vec{Q}_C$ e será constante porque o sistema está isolado de forças externas.

$$\underset{\text{constante}}{\underset{\downarrow}{\vec{Q}_{sistema}}} = \underset{\text{varia}}{\underset{\downarrow}{\vec{Q}_A}} + \underset{\text{varia}}{\underset{\downarrow}{\vec{Q}_B}} + \underset{\text{constante}}{\underset{\downarrow}{\vec{Q}_C}}$$

O fato de $\vec{Q}_{sistema}$ permanecer constante é facilmente compreensível se lembrarmos que, sendo $\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}$ (lei da ação e reação), os impulsos sobre A e sobre B serão opostos: $\vec{I}_A = -\vec{I}_B$ e, de acordo com o teorema do impulso, as variações de quantidade de movimento de A e de B também serão opostas e vão compensar-se, isto é:

$$\Delta \vec{Q}_A = -\Delta \vec{Q}_B \quad \text{e} \quad \Delta \vec{Q}_{sistema} = \vec{0}$$

Exemplos de sistemas isolados

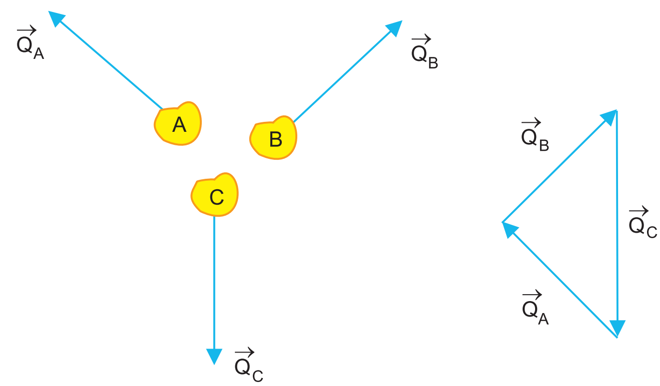
(1) Em uma colisão entre dois corpos, A e B, há troca de forças de grande intensidade entre A e B, de modo que, mesmo que existam forças externas, elas são consideradas desprezíveis e o sistema constituído por A e B é considerado isolado; as quantidades de movimento de A e de B ($\vec{Q}_A$ e $\vec{Q}_B$) variam no ato da colisão, porém a sua soma vetorial ($\vec{Q}_A + \vec{Q}_B$) permanece constante.

(2) Na explosão de uma granada, as forças internas desenvolvidas são de grande intensidade, de modo que as forças externas são consideradas desprezíveis e a granada, no ato da explosão, é considerada um sistema isolado.

No ato da explosão, as quantidades de movimento das partes da granada variam, porém a sua soma vetorial permanece constante.

Considere o caso de uma granada lançada verticalmente para cima e que explode, no ponto mais alto de sua trajetória, em três fragmentos, A, B e C.

No instante **imediatamente anterior** à explosão, a quantidade de movimento da granada é nula e, portanto, **imediatamente após a explosão**, a soma vetorial das quantidades de movimento dos fragmentos A, B e C também será nula.



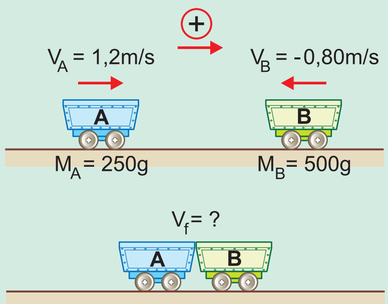

Durante uma explosão, há conservação da quantidade de movimento.


Nas colisões das bolas de bilhar, há conservação da quantidade de movimento.


A famosa "paradinha" do jogo de bilhar é um exemplo de como se conserva a quantidade de movimento de um sistema durante um choque.

1 **(UNIFEI-MG)** – Um carrinho de massa igual a 250g move-se numa superfície lisa, sem atrito, com uma velocidade escalar de 1,2m/s. Ele colide e gruda num outro carrinho de massa 500g, que se movia na mesma direção e em sentido contrário ao primeiro carrinho. Sabendo-se que o módulo da velocidade desse segundo carrinho antes da colisão era de 0,80m/s, qual é a velocidade escalar dos carrinhos após a colisão?

Resolução



No ato da colisão, os carrinhos formam um sistema isolado e haverá conservação da quantidade de movimento total

$Q_{após} = Q_{antes}$

$(M_A + M_B)\ V_f = M_AV_A + M_BV_B$

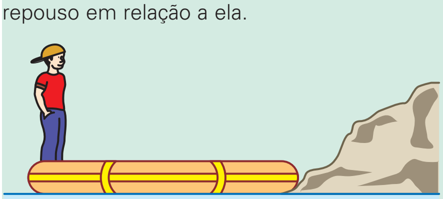
$750V_f = 250 \ .\ 1,2 + 500\ (–0,80)$

$3V_f = 1,2 – 1,6$

$V_f = – \dfrac{0,4}{3}\ m/s$

$\boxed{V_f \cong – 0,13m/s}$

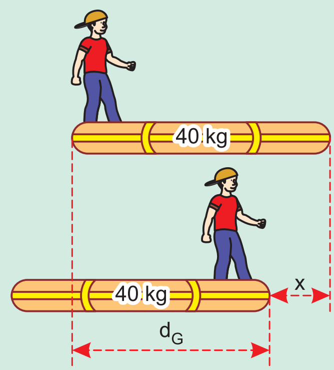
2 **(VUNESP-MODELO ENEM)** – Um garoto de 60 kg está parado em pé na posição indicada na figura, sobre um bote inflável de massa 40 kg que flutua nas águas de uma lagoa que não impõe nenhuma resistência ao deslocamento do bote. Inicialmente o bote está encostado na margem da lagoa e em repouso em relação a ela.



Se o menino caminhar 2,0m em relação ao bote no sentido de se aproximar da margem, o bote

a) permanece encostado na margem da lagoa.
b) afasta-se 0,8 m da margem.
c) afasta-se 1,0 m da margem.
d) afasta-se 1,2 m da margem.
e) afasta-se 2,0 m da margem.

Resolução



$\vec{Q}_G + \vec{Q}_B = \vec{0}$

$|\vec{Q}_G| = |\vec{Q}_B|$

$m_GV_G = m_BV_B$

$m_G \dfrac{d_G}{\Delta t} = m_B \dfrac{x}{\Delta t}$

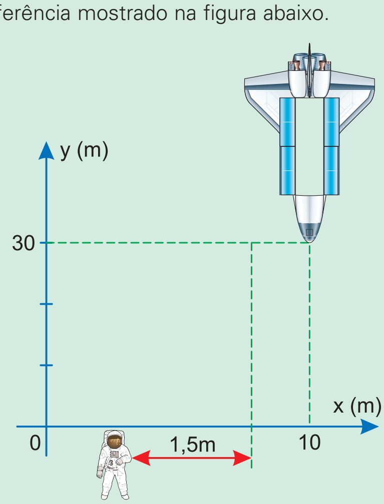
$60\ .\ (2,0 – x) = 40\ .\ x$

$12,0 – 6x = 4x$

$12,0 = 10x \Rightarrow \boxed{x = 1,2\ m}$

Resposta: D

3 **(UFU-MG-MODELO ENEM)** – Um astronauta de massa 100kg carrega um equipamento de massa igual a 5,0 kg para tentar consertar um satélite, em órbita ao redor da Terra. Em determinado momento, esse astronauta se solta da nave espacial, permanecendo em repouso em relação ao sistema de referência mostrado na figura abaixo.



A nave de comprimento 30m possui uma velocidade constante de módulo v = 5,0m/s, no sentido contrário ao do eixo y da figura e, no instante t = 0s, o bico da nave possui coordenadas (10m, 30m), conforme representadas na figura. O astronauta, para tentar alcançar a nave de volta, lança o equipamento paralelamente ao eixo x, com velocidade escalar $V_x = –4,0$ m/s.

Desprezando-se as forças que os planetas exercem sobre o astronauta e sobre a nave espacial, marque para as alternativas abaixo (V) Verdadeira ou (F) Falsa.

1 ( ) O astronauta não alcançará a nave, pois ele continuará em repouso após arremessar o equipamento.
2 ( ) Após arremessar o equipamento, o astronauta alcançará uma velocidade de módulo igual a 4,0 m/s no sentido do eixo x.
3 ( ) Após 6,0s, o bico da nave espacial estará na posição (10m, 0m).
4 ( ) O astronauta irá se deslocar no sentido positivo de x, mas não conseguirá alcançar a nave.

A sequência correta de V e F é:

a) VVFF b) VFVF c) FVFV
d) FFVF e) FFFF

Resolução

1 (FALSA) O astronauta e o equipamento formam um sistema isolado:

$\vec{Q}_{total} = \vec{0}$

$\vec{Q}_A + \vec{Q}_E = \vec{0}$

$|\vec{Q}_A| = |\vec{Q}_E|$

$m_AV_A = m_EV_E$

$100V_A = 5,0\ .\ 4,0 \Rightarrow \boxed{V_A = 0,20\ m/s}$

2 (FALSA)

3 (VERDADEIRA)

$V_N = \dfrac{\Delta s_N}{\Delta t}$

$5,0 = \dfrac{30}{T_N} \Rightarrow \boxed{T_N = 6,0\ s}$

4 (FALSA)

$V_A = \dfrac{\Delta s_A}{T_A}$

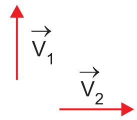
$0,20 = \dfrac{1,5}{T_A} \Rightarrow \boxed{T_A = 7,5\ s}$

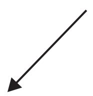
Em 7,5s a nave percorreu uma distância:
$\Delta s_N = v_N\ .\ \Delta t = 5,0\ .\ 7,5\ (m) = 37,5\ m$

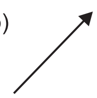
O bico da nave estará 7,5 m abaixo do eixo x porém como seu comprimento total é de 30 m o astronauta atingirá uma posição da nave a 7,5 m de seu bico.

Resposta: D

1 **(FATEC-SP)** – Uma rocha em repouso é quebrada, com o uso de dinamite, em três partes, de massas aproximadamente iguais. Os vetores $\vec{V}_1$ e $\vec{V}_2$ representam as velocidades adquiridas por dois dos pedaços da rocha. O vetor que representa a velocidade do pedaço restante é



a) 

b) 

c) 

d) 

e) nulo

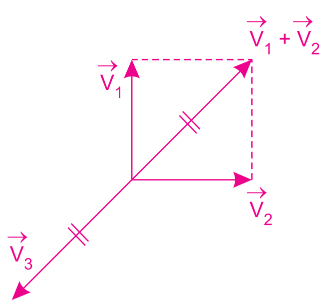
RESOLUÇÃO:
No ato da explosão, a rocha é um sistema isolado. A quantidade de movimento total, imediatamente após a explosão, deve ser nula, pois a rocha estava inicialmente em repouso.

$\vec{Q}_{após} = \vec{Q}_{antes}$

$m\,\vec{V}_1 + m\,\vec{V}_2 + m\,\vec{V}_3 = \vec{0}$

$\vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3 = \vec{0}$

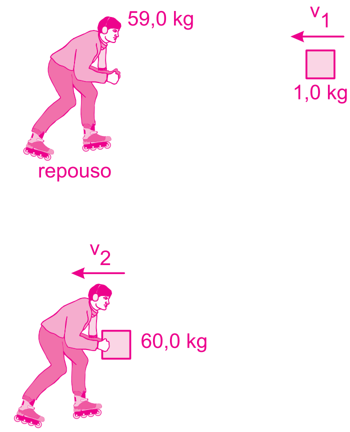
$\boxed{\vec{V}_3 = -(\vec{V}_1 + \vec{V}_2)}$



Resposta: A

2 **(UFPE)** – Um rapaz de 59,0kg está parado sobre um par de patins, no instante em que ele pega um pacote de 1,0kg que foi jogado em sua direção. Depois de apanhar o pacote, o rapaz recua com uma velocidade de módulo igual a 0,3m/s. Qual o módulo da velocidade horizontal do pacote, em m/s, imediatamente antes de ele ser apanhado? Despreze o pequeno atrito do solo com as rodas dos patins.

RESOLUÇÃO:



$Q_{antes} = Q_{após}$

$m_1\,V_1 = (m_1 + m_2)\,V_2$

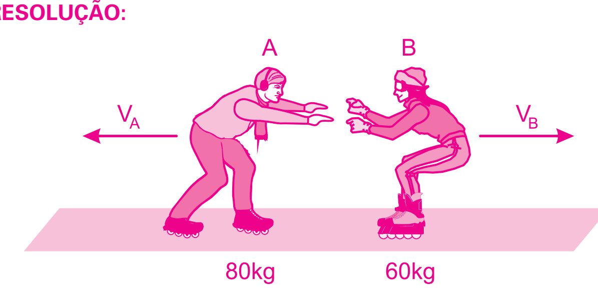
$1,0 \,.\, V_1 = 60,0 \,.\, 0,3$

$\boxed{V_1 = 18,0\text{m/s}}$

3 **(UFPE-MODELO ENEM)** – Um casal de patinadores pesando 80 kg e 60 kg, parados um de frente para o outro, empurram-se bruscamente de modo a se movimentarem em sentidos opostos sobre uma superfície horizontal sem atrito. Num determinado instante, o patinador mais pesado encontra-se a 12 m do ponto onde os dois se empurraram. A distância que separa os dois patinadores, neste instante, vale:

a) 4m b) 12m c) 18m d) 20m e) 28m

RESOLUÇÃO:



O sistema é isolado e haverá conservação da quantidade de movimento total:

$\vec{Q}_{total} = \vec{0} \Rightarrow \vec{Q}_A + \vec{Q}_B = \vec{0} \Rightarrow \vec{Q}_A = -\vec{Q}_B \Rightarrow |\vec{Q}_A| = |\vec{Q}_B|$

$m_A\,V_A = m_B\,V_B$

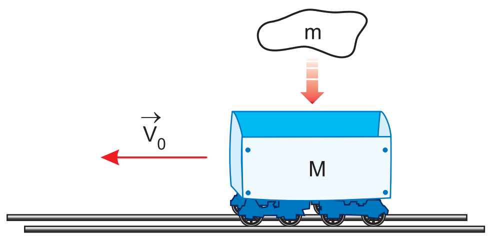
$80 \,.\, \dfrac{12}{\Delta t} = 60\,\dfrac{d_B}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{d_B = 16\text{m}}$

A distância d entre A e B é dada por:

$d = d_A + d_B \Rightarrow d = 12 + 16\ (\text{m}) \Rightarrow \boxed{d = 28\text{m}}$

Resposta: E

4 **(UFES-MODELO ENEM)** – Um pequeno vagão de massa **M** trafega com velocidade constante $\vec{V}_0$ numa trajetória reta e horizontal entre um alto-forno e um depósito. No caminho, uma pedra de massa **m** cai verticalmente dentro do vagão. Após a pedra ter caído, desprezando-se o atrito, a nova velocidade do conjunto é



a) $\left(1 + \dfrac{m}{M}\right)\vec{V}_0$

b) $\left(1 - \dfrac{m}{M}\right)\vec{V}_0$

c) $\left(\dfrac{M}{M + m}\right)\vec{V}_0$

d) $\left(1 - \dfrac{m}{M}\right)^{-1}\vec{V}_0$

e) $\left(1 + \dfrac{M}{m}\right)\vec{V}_0$

RESOLUÇÃO:
O sistema vagão-pedra é isolado de forças horizontais e a quantidade de movimento horizontal vai permanecer constante:

$$\vec{Q}_{h_f} = \vec{Q}_{h_i} \Rightarrow (M + m)\,\vec{V}_f = M\,\vec{V}_0 \Rightarrow \vec{V}_f = \frac{M}{M + m}\,\vec{V}_0$$

Resposta: C

Módulo **81**

Colisões mecânicas

Palavras-chave:
• Elástica • Inelástica
• Coeficiente de restituição

Imagine que você esteja jogando bilhar e observando uma bolinha colidindo com a outra.

Se não houvesse perda de energia mecânica, a colisão seria totalmente silenciosa, não haveria nenhum tipo de deformação permanente e a temperatura das bolinhas não se alteraria.

Esta colisão ideal é chamada **colisão elástica** ou **perfeitamente elástica**.

Se você escutar um barulho na colisão entre as bolas, é porque uma parte da energia mecânica foi transformada em sonora e a colisão é chamada **parcialmente elástica**.

Imagine agora que você coloque um chiclete preso numa das bolas de modo que após a colisão as bolas fiquem grudadas.

Esta colisão, em que os corpos ficam unidos após a colisão, é chamada **perfeitamente inelástica**.

Porém, nos três tipos de colisão, as forças de atrito e de resistência do ar são muito menores do que as forças internas de interação entre as bolas e o sistema formado pelas duas bolas será considerado **isolado** e haverá **conservação da quantidade de movimento do sistema** formado pelas duas bolas.

Imagine agora que você abandona do repouso, uma bolinha de borracha de uma altura H acima do solo horizontal e que após a colisão a bolinha atinge uma altura máxima h. Ignore o efeito do ar. Se H = h, é porque não houve perda de energia mecânica no ato da colisão, que será do tipo elástica.

Se h = 0, a bolinha ficará grudada no chão e a colisão será do tipo perfeitamente inelástica.

Se 0 < h < H, a colisão será do tipo parcialmente elástica.

1. Fases de uma colisão

Fase de deformação

A fase de deformação começa quando os corpos entram em contato e termina quando suas velocidades tornam-se iguais.

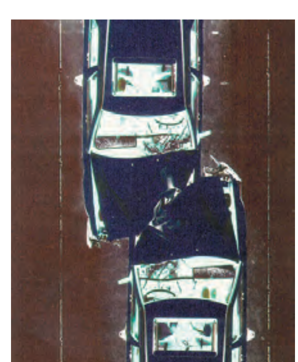
Na fase de deformação, a energia mecânica do sistema pode transformar-se em outras formas de energia:

(I) **energia potencial elástica**: ligada às deformações elásticas;

(2) **energia térmica**: provocando aquecimento nos corpos que colidem;

(3) **energia sonora:** produzindo "barulho" durante a colisão;

(4) **trabalho:** usado para produzir deformações permanentes.



Na colisão dos corpos, a energia mecânica do sistema transforma-se em energia térmica, energia sonora e trabalho para produzir deformações.

A foto mostra o exato instante do choque entre uma bola e uma raquete de tênis. Observe a deformação sofrida por ambas: é o que chamamos de fase de deformação.

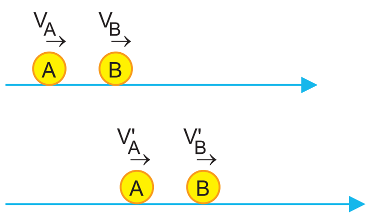
Fase de restituição

A fase de restituição tem início quando as velocidades dos corpos se igualam, e termina com a separação dos corpos.

Durante a fase de restituição, desaparecem as deformações elásticas e a energia potencial elástica, armazenada durante a deformação, é retransformada em energia cinética.

2. Coeficiente de restituição

Considere uma colisão unidimensional entre duas partículas, isto é, antes e após a colisão as partículas só podem mover-se ao longo de uma mesma reta.



A velocidade relativa entre os corpos, antes da colisão, é chamada **velocidade de aproximação**, e sua intensidade é dada por:

$$V_{ap} = V_A - V_B$$

A velocidade relativa entre os corpos, após a colisão, é chamada **velocidade de afastamento**, e sua intensidade é dada por:

$$V_{af} = V'_B - V'_A$$

O coeficiente de restituição é um número **(e)** que mede a magnitude da fase de restituição e é definido pela relação:

$$e = \frac{V_{af}}{V_{ap}}$$

Notas

- O coeficiente de restituição é adimensional, isto é, não tem unidades.
- Em nossos estudos, o coeficiente de restituição varia no intervalo fechado de 0 a 1.

$$0 \leq e \leq 1$$

Alguns veículos possuem uma grande área frontal, que pode ser amassada em uma colisão, amenizando a desaceleração e podendo salvar vidas.

3. Tipos de colisão

Colisão elástica

Quando **e = 1**, a colisão é dita **COLISÃO PERFEITAMENTE ELÁSTICA** ou simplesmente **COLISÃO ELÁSTICA**.

Na colisão elástica, não há dissipação de energia mecânica.

Na fase de deformação, a energia cinética se transforma exclusivamente em energia potencial elástica e, na fase de restituição, a energia potencial elástica se retransforma totalmente em energia cinética.

No fim da fase de deformação, a energia cinética é mínima (podendo ser zero ou não) e a energia elástica é máxima.

FASE DE DEFORMAÇÃO	FIM DA DEFORMAÇÃO	FASE DE RESTITUIÇÃO
$E_{cin} \Rightarrow E_{elástica}$	E_{cin} mínima $E_{elástica}$ máxima	$E_{elástica} \Rightarrow E_{cin}$

Colisão inelástica

Quando **0 ≤ e < 1**, a colisão é dita **COLISÃO INELÁSTICA** e pode, ainda, ser subdividida em dois tipos:

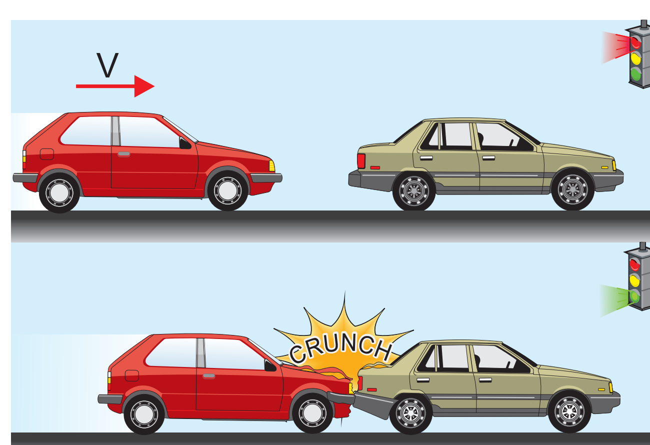
- **0 < e < 1**: a colisão é chamada **PARCIALMENTE ELÁSTICA** ou **PARCIALMENTE INELÁSTICA**.

Nesse caso, existem as duas fases da colisão (deformação e restituição), os corpos se separam, porém há dissipação de energia mecânica. A porcentagem de energia mecânica dissipada depende do valor do coeficiente de restituição.

***e* próximo de 1 ⇔ pouca dissipação**
***e* próximo de 0 ⇔ muita dissipação**

- **e = 0**: a colisão é chamada **PERFEITAMENTE INELÁSTICA**.

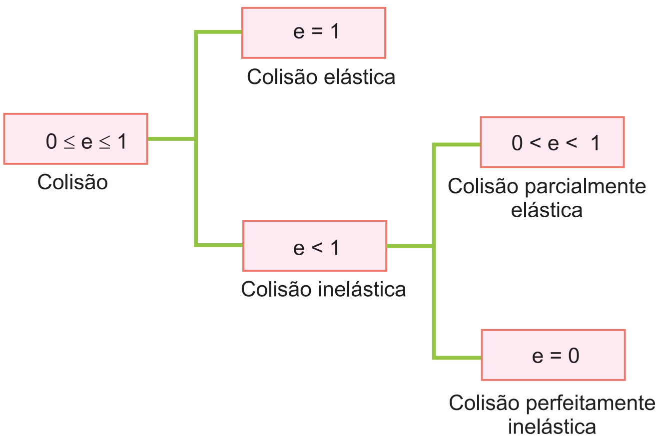
Nesse caso, não há fase de restituição e os corpos permanecem unidos após a colisão. Corresponde ao caso em que há maior dissipação de energia mecânica.



No caso em que os corpos permanecem unidos após a colisão, há grande dissipação de energia mecânica.

Na colisão-teste observada, grande parte da energia cinética é utilizada na deformação do veículo.

No impacto, o "airbag" é acionado e a energia cinética do motorista provoca a deformação do dispositivo de segurança.



Nota: o termo "inelástica" pode ser substituído por "anelástica".

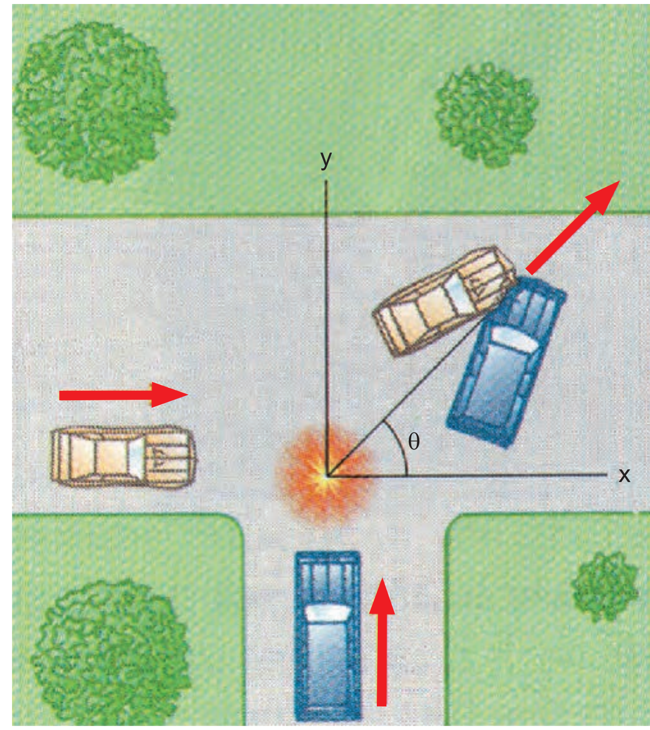
4. Conservação da quantidade de movimento

Em qualquer dos modelos citados de colisão, os corpos que colidem constituem um sistema isolado, pois, no ato da colisão, desprezamos as forças externas em comparação com as forças internas ligadas à colisão.

O fato de os corpos constituírem um sistema isolado implica a conservação da quantidade de movimento total do sistema.

Nas colisões, há conservação da quantidade de movimento total do sistema constituído pelos corpos que colidem.

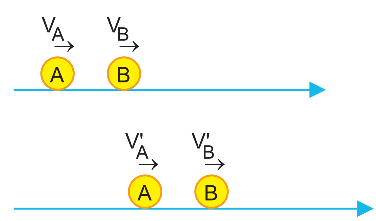
Em toda colisão, as forças trocadas entre os corpos têm mesma intensidade, mesma direção e sentidos opostos, de acordo com a lei da ação e reação.



Na colisão ilustrada, a conservação da quantidade de movimento deve ser analisada vetorialmente.

5. Problemas-modelo

Colisão unidimensional



Equações:

(1) $\mathbf{Q_f = Q_i}$

$$m_A V'_A + m_B V'_B = m_A V_A + m_B V_B$$

(2) $\mathbf{e = \dfrac{V_{af}}{V_{ap}}}$

$$e = \frac{V'_B - V'_A}{V_A - V_B}$$

As relações (1) e (2) traduzem o equacionamento do problema.

Um caso particular importante é aquele em que $\mathbf{e = 1}$ e $\mathbf{m_A = m_B}$.

Em (1):

$mV'_A + mV'_B = mV_A + mV_B$

$V'_A + V'_B = V_A + V_B$

Em (2):

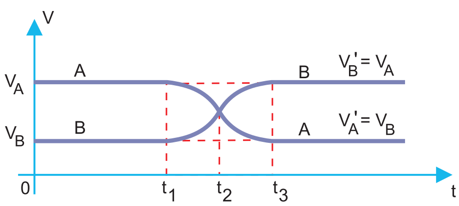
$V'_B - V'_A = V_A - V_B$

Resolvendo o sistema de equações:

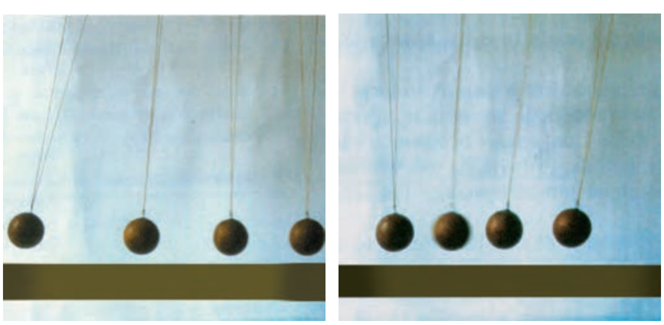
$$V'_A = V_B$$

$$V'_B = V_A$$

Em uma colisão unidimensional, elástica, entre dois corpos de massas iguais, há troca de velocidade entre os corpos.

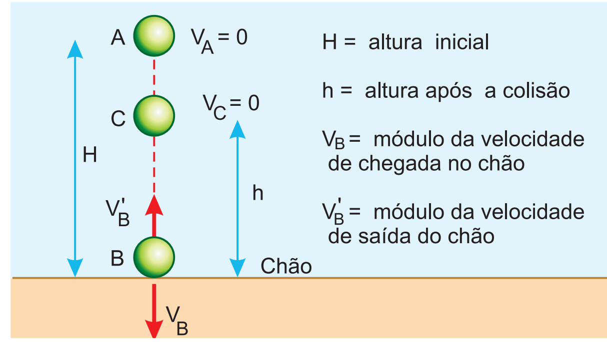


t_1: início da colisão
t_2: fim da deformação
t_3: fim da colisão



As fotos mostram um choque unidimensional entre corpos idênticos. É um exemplo de uma situação física em que os corpos "trocam" de velocidade.

Colisão com o chão (desprezando-se o efeito da resistência do ar)



Durante a queda livre de A para B, temos:

$E_{cin_B} = E_{pot_A}$

$$\frac{m\,V_B^2}{2} = m\,g\,H \Rightarrow \boxed{V_B = \sqrt{2gH}}$$

Durante a subida de B para C, temos:

$E'_{cin_B} = E_{pot_C}$

$$\frac{m\,(V'_B)^2}{2} = m\,g\,h \Rightarrow \boxed{V'_B = \sqrt{2gh}}$$

O coeficiente de restituição na colisão é dado por:

$$e = \frac{V_{af}}{V_{ap}} = \frac{V'_B}{V_B} \Rightarrow \boxed{e = \sqrt{\frac{h}{H}}}$$

A altura atingida após n colisões é calculada como se segue:

$h_1 = e^2H$

$h_2 = e^2h_1 = e^2 \,.\, e^2H = e^4H$

$h_3 = e^2h_2 = e^2 \,.\, e^4H = e^6H$

Genericamente: $\boxed{h_n = e^{2n} \,.\, H}$

Exercícios Resolvidos

1 **(VUNESP-MODELO ENEM)** – Em uma pista de patinação no gelo, um garoto de massa 30,0kg brinca com sua mãe, de massa igual a 70 kg. A criança aproxima-se de sua mãe, que está em repouso, com velocidade de módulo 10,0m/s e, ao colidir com ela, abraça-a fortemente. Considerando-se que a força resultante externa do sistema mãe-filho é nula no momento da colisão, pode-se afirmar que a

a) quantidade de movimento do sistema mãe-filho é conservada, e a velocidade da mãe e filho juntos terá módulo de 10,0m/s, na direção e sentido do movimento inicial da criança, devido à inexistência da força de atrito com a pista.

b) colisão, sendo perfeitamente inelástica, fará com que a quantidade de movimento do sistema mãe-filho não se conserve e os dois cairão sobre a pista, considerando-se que a massa da mãe é muito maior que a da criança.

c) quantidade de movimento do sistema mãe-filho é conservada e a velocidade da mãe e filho juntos terá módulo de 3,0m/s, na mesma direção e sentido do movimento inicial da criança.

d) energia cinética e a quantidade de movimento do sistema mãe-filho não se conservam, pois a colisão é totalmente inelástica.

e) energia cinética e a quantidade de movimento se conservam, pois a força resultante é nula.

Resolução

a) (FALSA) $Q_{após} = Q_{antes}$

$(M + m)\,V = mV_0$

$100\,V = 30{,}0 \,.\, 10{,}0 \Rightarrow \boxed{V = 3{,}0\text{m/s}}$

b) (FALSA) Sendo o sistema isolado a quantidade de movimento do sistema permanecerá constante.

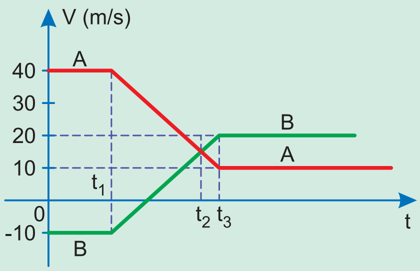
c) (VERDADEIRA)

d) (FALSA) A energia cinética total vai diminuir e a quantidade de movimento total permanecerá constante.

e) (FALSA)

Resposta: C

2 **(MODELO ENEM)** – Considere uma colisão unidimensional (ao longo de uma mesma reta) entre duas bolas A e B de massas iguais. O gráfico a seguir representa as velocidades escalares das bolas antes, durante e após a colisão.



A colisão começa no instante t_1 e termina no instante t_3.

No estudo de uma colisão usamos duas grandezas físicas: a energia cinética $\left(E_c = \dfrac{mV^2}{2}\right)$ que é uma grandeza escalar e a quantidade de movimento $(\vec{Q} = m\vec{V})$ que é uma grandeza vetorial.

Definimos ainda uma grandeza adimensional chamada coeficiente de restituição que é a razão entre a velocidade relativa com que as bolas se afastam e a velocidade relativa com que as bolas se aproximam.

$$\boxed{e = \frac{V'_B - V'_A}{V_A - V_B}}$$

V'_B = velocidade escalar de B após a colisão

V'_A = velocidade escalar de A após a colisão

V_A = velocidade escalar de A antes da colisão

V_B = velocidade escalar de B antes da colisão

A situação problema consiste em analisar o que ocorre com a quantidade de movimento e com a energia cinética do sistema formado pelas duas bolas antes e após a colisão e calcular o coeficiente de restituição nesta colisão.

Considere as proposições a seguir:

I) O coeficiente de restituição vale 0,2.

II) A quantidade de movimento do sistema formado pelas bolas A e B antes e após a colisão é a mesma.

III) A energia cinética do sistema formado pelas bolas A e B é a mesma antes e após a colisão

Somente está correto o que se afirma em:

a) I b) II c) III

d) I e II e) I e III

Resolução

(I) VERDADEIRA.

$$e = \frac{V'_B - V'_A}{V_A - V_B} = \frac{20 - 10}{40 - (-10)} = \frac{10}{50}$$

$$\boxed{e = 0{,}2}$$

(II) VERDADEIRA.

$Q_{antes} = m_A V_A + m_B V_B$

$Q_{antes} = m40 + m(-10) = 30m$

$Q_{após} = m_A V'_A + m_B V'_B = m10 + m20 = 30m$

$$\boxed{Q_{após} = Q_{antes}}$$

(III) FALSA.

$$E_{c_{antes}} = \frac{m_A V_A^2}{2} + \frac{m_B V_B^2}{2}$$

$$E_{c_{antes}} = \frac{m}{2}\,[(40)^2 + (10)^2] = 850m$$

$$E_{c_{após}} = \frac{m_A V'^2_A}{2} + \frac{m_B V'^2_B}{2}$$

$$E_{c_{após}} = \frac{m}{2}\,[(20)^2 + (10)^2] = 250m$$

$$\boxed{E_{c_{após}} < E_{c_{antes}}}$$

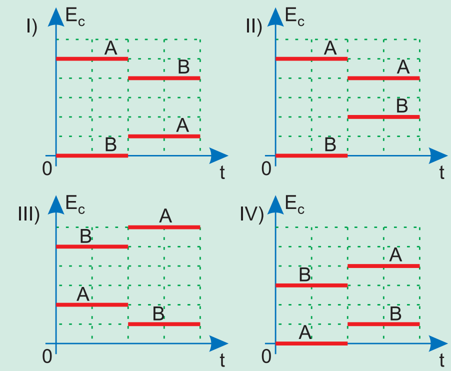
Resposta: D

3 **(MODELO ENEM)** – Duas pessoas A e B estão patinando em uma pista de gelo suposta sem atrito.

A situação problema consiste em estudar o comportamento da energia cinética do sistema formado pelas duas pessoas A e B em uma colisão entre elas.

Sabe-se que quando a colisão é elástica há conservação da energia cinética do sistema e quando a colisão é inelástica a energia cinética do sistema vai diminuir.

Os gráficos a seguir pretendem representar as energias cinéticas de A e B nesta colisão em função do tempo. A colisão é suposta instantânea, isto é, a sua duração é desprezível.



Analise as proposições que se seguem:

(1) No esquema I a energia cinética se conservou e a colisão é elástica.

(2) No esquema II, a energia cinética diminuiu e a colisão é inelástica.

(3) No esquema III a energia cinética se conservou e a colisão é elástica.

(4) O esquema IV não traduz uma realidade física (é impossível) porque a energia cinética aumentou.

Somente está correto o que se afirma em:

a) (1) b) (1); (2) e (3)

c) (1); (3) e (4) d) (2) e (4)

e) (3) e (4)

Resolução

(1) VERDADEIRA.

$E_{cin_i} = E_{cin_A} + E_{cin_B} = 5U + 0 = 5U$

$E_{cin_f} = E'_{cin_A} + E'_{cin_B} = 1U + 4U = 5U$

(2) FALSA.

$E_{cin_i} = E_{cin_A} + E_{cin_B} = 5U + 0 = 5U$

$E_{cin_f} = E'_{cin_A} + E'_{cin_B} = 4U + 2U = 6U$

Como $E_{cin_f} > E_{cin_i}$ a situação proposta é impossível

(3) VERDADEIRA.

$E_{cin_i} = E_{cin_A} + E_{cin_B} = 2U + 5U = 7U$

$E_{cin_f} = E'_{cin_A} + E'_{cin_B} = 6U + 1U = 7U$

(4) VERDADEIRA.

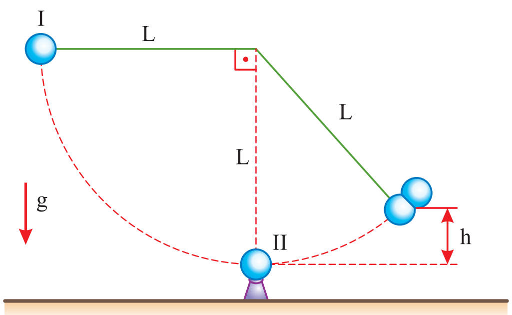
$E_{cin_i} = E_{cin_A} + E_{cin_B} = 0 + 3U = 3U$

$E_{cin_f} = E'_{cin_A} + E'_{cin_B} = 4U + U = 5U$

Como $E_{cin_f} > E_{cin_i}$ a situação proposta é impossível

Resposta: C

1 **(FUVEST-MODELO ENEM)** – Uma pequena esfera de massa de modelar está presa na extremidade de um fio formando um pêndulo de comprimento L.

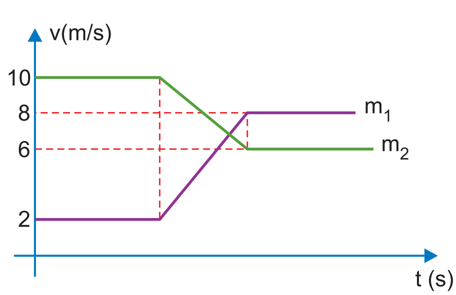


A esfera é abandonada na posição I e, ao atingir o ponto inferior II de sua trajetória, choca-se com outra esfera igual, ficando grudadas uma na outra e depois prosseguindo juntas até atingirem uma altura máxima h = L/4. Considere a hipótese de que as três grandezas físicas dadas na tabela abaixo se conservem. Com relação a essa hipótese, a única alternativa de acordo com o que aconteceu durante a colisão é:

	Energia cinética	**Quantidade de movimento**	**Energia mecânica total**
a)	Falsa	Verdadeira	Verdadeira
b)	Verdadeira	Falsa	Verdadeira
c)	Verdadeira	Verdadeira	Verdadeira
d)	Falsa	Falsa	Falsa
e)	Falsa	Verdadeira	Falsa

RESOLUÇÃO:
No ato da colisão, as esferas constituem um sistema isolado e, portanto, haverá conservação da quantidade de movimento total do sistema.
A colisão entre as esferas é perfeitamente inelástica e, portanto, há dissipação de energia mecânica com a transformação de energia cinética em outras formas de energia: térmica, sonora e trabalho de deformação.
Resposta: E

2 **(VUNESP-modificado)** – No gráfico, estão representadas as velocidades escalares de dois móveis de massas m_1 e m_2 em uma colisão em um plano horizontal sem atrito. A colisão é suposta ser unidimensional.



Sendo m_1 = 10 kg, determine
a) a massa m_2.
b) o coeficiente de restituição nessa colisão.

RESOLUÇÃO:
a) No ato da colisão, os móveis formam um sistema isolado e haverá conservação da quantidade de movimento total.

$Q_{após} = Q_{antes}$

$m_1V'_1 + m_2V'_2 = m_1V_1 + m_2V_2$

$m_1 \cdot 8 + m_2 6 = m_1 2 + m_2 10$

$6m_1 = 4\, m_2$

$m_2 = 1{,}5\, m_1$

$m_2 = 1{,}5 \cdot 10$ (kg)

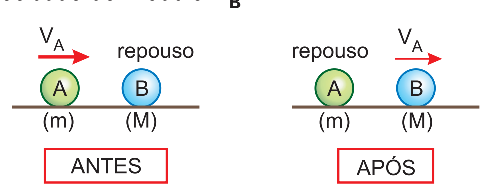
$\boxed{m_2 = 15 \text{ kg}}$

b) $e = \dfrac{V_{af}}{V_{ap}} = \dfrac{V'_1 - V'_2}{V_2 - V_1}$

$e = \dfrac{8-6}{10-2} = \dfrac{2}{8} \Rightarrow \boxed{e = 0{,}25}$

A colisão é inelástica do tipo parcialmente elástica.

3 **(UNIP-SP)** – Duas esferas, A e B, realizam uma colisão unidimensional em um plano horizontal sem atrito. Não considere rotação das esferas.
Antes da colisão, a esfera A, de massa **m**, tinha velocidade de módulo $\mathbf{V_A}$ e a esfera B, de massa **M**, estava em repouso.
Após a colisão, a esfera A fica em repouso e a esfera B adquire uma velocidade de módulo $\mathbf{V_B}$.



Sabendo-se que M > m, considere as proposições que se seguem:
(I) O coeficiente de restituição, nesta colisão, vale $\dfrac{m}{M}$
(II) Vale a relação: $M\,V_B = m\,V_A$
(III) Vale a relação: $\dfrac{M\,V_B^2}{2} = \dfrac{m\,V_A^2}{2}$
Responda mediante o código:
a) Apenas I está correta.
b) Apenas II está correta.
c) Apenas III está correta.
d) Apenas I e II estão corretas.
e) I, II e III estão corretas.

RESOLUÇÃO:
O sistema formado por A e B é isolado e, portanto:

$Q_{após} = Q_{antes} \Rightarrow \boxed{M\,V_B = m\,V_A}$

O coeficiente de restituição é dado por:

$$\boxed{e = \frac{V_{af}}{V_{ap}} = \frac{V_B}{V_A} = \frac{m}{M}}$$

Sendo M > m, resulta e < 1 e a colisão não é elástica, portanto:

$$\frac{M\,V_B^2}{2} < \frac{m\,V_A^2}{2}$$

(I) CORRETA.
(II) CORRETA.
(III) FALSA.
Resposta: D

4 **(UnB-MODELO ENEM)** – Acidentes entre veículos, quando um deles é obrigado a parar repentinamente, são comuns nas cidades. Esse tipo de choque produz deformações nos veículos, barulho e, em alguns casos, até vítimas. A Física ajuda a esclarecer as circunstâncias do acidente, como a velocidade com que os veículos se moviam, já que as leis que regem as colisões são universais. Considere que um veículo de 800kg, parado em um sinal vermelho, seja abalroado por trás por outro veÌculo, de 1.200kg, deslocando-se com uma velocidade de módulo 72km/h e que, imediatamente após o choque, os dois veículos se movam juntos até que venham a parar. Nessas circunstâncias,

a) o choque é perfeitamente elástico.
b) o choque não é elástico, porém há conservação da energia mecânica.
c) a velocidade do conjunto imediatamente após o choque não pode ser determinada.
d) nada se conserva em um choque dessa magnitude.
e) a energia total envolvida, nas suas diferentes formas, sempre se conserva.

RESOLUÇÃO:
a) (FALSA) A colisão é perfeitamente inelástica.

b) (FALSA) A energia mecânica diminui sendo transformada em térmica, sonora e trabalho de deformação.

c) (FALSA) Na colisão os carros formam um sistema isolado (as forças de colisão são muito mais intensas que as forças externas de atrito e resistência do ar) e há conservação da Quantidade de Movimento total:

$Q_{após} = Q_{antes}$

$(M + m)\,V = M\,V_0$

$2000\,V = 1200 \cdot 72 \Rightarrow \boxed{V = 43{,}2\text{ km/h}}$

d) (FALSA) A quantidade de movimento do sistema se conserva no ato da colisão.

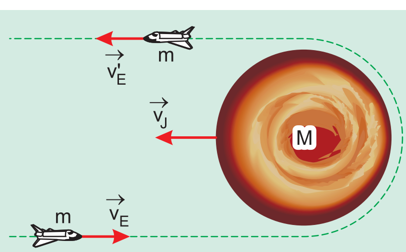
e) (VERDADEIRA) Princípio da Conservação da Energia.

Resposta: E

Módulo 82 — Exercícios

Exercícios Resolvidos

1 **(MODELO ENEM)** – Uma espaçonave de massa m e velocidade com módulo V_E = 12km/s (relativa ao Sol) aproxima-se do planeta Júpiter de massa M (muito maior que m) que tem velocidade com módulo V_J = 13km/s (relativa ao Sol). A espaçonave contorna o planeta Júpiter e inverte o sentido de seu movimento (efeito estilingue), adquirindo uma velocidade de módulo V'_E (relativa ao Sol).



Analise o problema como sendo uma colisão elástica e a velocidade de Júpiter constante por ser a massa da espaçonave desprezível em comparação com a sua. O valor de V'_E, em km/s, é:

a) 13 b) 18 c) 20
d) 25 e) 38

Resolução

$V_{af} = V_{ap}$

$V'_E - V_J = V_E + V_J$

$V'_E - 13 = 12 + 13$

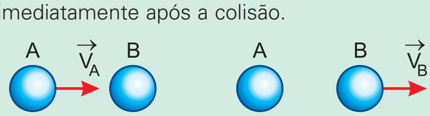
$\boxed{V'_E = 38\ km/s}$

Resposta: E

2 **(UFF-RJ-MODELO ENEM)** – Um brasileiro, programador de jogos eletrônicos, criou o jogo "Bola de Gude" para computador, que simula na tela as emoções das disputas com as pequenas esferas. Suponha que uma jogada conhecida como "teco parado" seja simulada.

Nessa jogada, uma bola A, de massa m_A, colide frontalmente, num choque perfeitamente elástico, com uma bola B, de massa m_B, que se encontra em repouso. Após a colisão, a bola A fica parada e a bola B entra em movimento.

As figuras abaixo ilustram essa situação, em que $\vec{V}_A$ é a velocidade da bola A imediatamente antes da colisão e $\vec{V}_B$, a velocidade da bola B imediatamente após a colisão.



Identifique a opção que apresenta uma condição necessária para que o "teco parado" ocorra.

a) A massa m_A deve ser muito menor que a massa m_B.
b) A massa m_A deve ser muito maior que a massa m_B.
c) As bolas A e B têm de ter a mesma massa.
d) O módulo da velocidade $\vec{V}_A$ deve ser muito grande, independentemente das massas m_A e m_B.
e) O módulo da velocidade $\vec{V}_A$ deve ser muito pequeno, independentemente das massas m_A e m_B.

Resolução

1) No ato da colisão, o sistema formado pelas bolas A e B é isolado e haverá conservação da quantidade de movimento total.

$\vec{Q}_{após} = \vec{Q}_{antes}$

$m_B V_B = m_A V_A$ (1)

2) Sendo a colisão elástica, vem:

$V_{af} = V_{ap}$

$V_B = V_A$ (2)

Substituindo-se (2) em (1), vem:

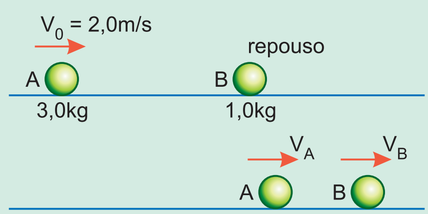
$\boxed{m_B = m_A}$

Resposta: C

3 **(UELON-PR-MODELO ENEM)** – O objetivo no jogo de boliche é derrubar o maior número de pinos com uma bola de madeira ou de outro material, através de uma pista estreita. Para tanto, 10 pinos são dispostos em repouso, sobre o piso, em disposição triangular. Considere uma jogada em que uma bola de boliche, de 3,0kg de massa, com velocidade constante de módulo 2,0m/s se choca com apenas um dos pinos, que possui 1,0kg de massa. Suponha que a colisão seja frontal e perfeitamente elástica, que os centros de massas dos dois corpos (bola e pino) estejam situados no mesmo nível em relação ao solo e que após a colisão os corpos se movimentem na mesma direção. Dadas essas condições, pode-se afirmar que após a colisão os módulos das velocidades da bola e do pino serão, respectivamente, iguais a:

a) 2,0m/s e 1,0m/s. b) 1,0m/s e 2,0m/s.
c) 1,0m/s e 3,0m/s. d) 1,5m/s e 1,5m/s.
e) 3,0m/s e 1,0m/s.

Resolução



1) $Q_{final} = Q_{inicial}$

$3{,}0V_A + 1{,}0V_B = 6{,}0$ (1)

2) $V_{af} = V_{ap}$

$V_B - V_A = 2{,}0$ (2)

Fazendo-se (1) – (2), vem:

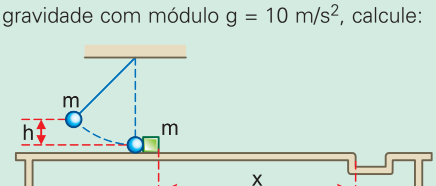
$4{,}0V_A = 4{,}0 \Rightarrow \boxed{V_A = 1{,}0m/s}$

Em (2):

$V_B - 1{,}0 = 2{,}0 \Rightarrow \boxed{V_B = 3{,}0m/s}$

Resposta: C

4 **(UFF-RJ)** – No brinquedo ilustrado na figura, o bloco de massa m encontra-se em repouso sobre uma superfície horizontal e deve ser impulsionado para tentar atingir a caçapa, situada a uma distância x = 1,5 m do bloco. Para impulsioná-lo, utiliza-se um pêndulo de mesma massa m. O pêndulo é abandonado de uma altura h = 20cm em relação à sua posição de equilíbrio e colide elasticamente com o bloco no instante em que passa pela posição vertical. Considerando-se a aceleração da gravidade com módulo g = 10 m/s^2, calcule:



a) o módulo da velocidade da esfera m do pêndulo imediatamente antes da colisão.
b) o módulo da velocidade do bloco imediatamente após a colisão.
c) a distância percorrida pelo bloco, sobre a superfície horizontal, supondo-se que o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e essa superfície seja μ = 0,20 e verifique se o bloco atinge a caçapa.

Resolução

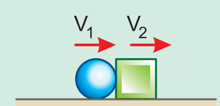
a) Antes da colisão, a energia potencial da esfera pendular se transforma em energia cinética:

$$mgh = \frac{mV_0^2}{2}$$

$$V_0 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0{,}20}\ (m/s)$$

$\boxed{V_0 = 2{,}0m/s}$

b) 1) $Q_{após} = Q_{antes}$ (Sistema Isolado)



$m V_1 + m V_2 = m V_0$

$V_1 + V_2 = V_0$ (1)

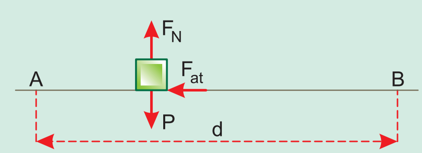
2) $V_{af} = V_{ap}$ (colisão elástica)

$V_2 - V_1 = V_0$ (2)

(1) + (2): $2V_2 = 2V_0$

$\boxed{V_2 = V_0 = 2{,}0m/s \quad V_1 = 0}$

c)



TEC: $\tau_{at} = \Delta E_{cin}$

$$\mu m g\, d \cos 180° = -\frac{mV_2^2}{2}$$

$$d = \frac{V_2^2}{2\mu g} = \frac{(2{,}0)^2}{2 \cdot 0{,}20 \cdot 10}\ (m)$$

$\boxed{d = 1{,}0m}$

Como d < x, o bloco não atinge a caçapa.

1 **(UNICAMP-SP)** – Um objeto de massa $m_1 = 4,0kg$ e velocidade escalar $v_1 = 3,0m/s$ choca-se com um objeto em repouso, de massa $m_2 = 2,0kg$ em um plano horizontal sem atrito. A colisão ocorre de forma que a perda de energia cinética é máxima, mas consistente com o princípio de conservação da quantidade de movimento.

a) Quais as velocidades escalares dos objetos imediatamente após a colisão?

b) Qual a variação da energia cinética do sistema?

RESOLUÇÃO:

a) A perda de energia cinética é máxima quando a colisão for perfeitamente inelástica.

Usando-se a conservação da quantidade de movimento total do sistema, vem:

$\mathbf{Q_{após} = Q_{antes}}$

$\mathbf{(m_1 + m_2)\ V_f = m_1 V_1}$

$\mathbf{6,0\ V_f = 4,0\ .\ 3,0 \Rightarrow \boxed{V_f = 2,0m/s}}$

b) $\mathbf{\Delta E_{cin} = E_{cin_f} - E_{cin_i}}$

$$E_{cin_f} = \frac{(m_1 + m_2)}{2}\ V_f^2 = \frac{6,0}{2}\ (2,0)^2\ (J) = 12,0J$$

$$E_{cin_i} = \frac{m_1\ V_1^2}{2} = \frac{4,0\ .\ (3,0)^2}{2}\ (J) = 18,0J$$

$$\Delta E_{cin} = E_{cin_f} - E_{cin_i} = 12,0J - 18,0J$$

$$\boxed{\Delta E_{cin} = -6,0J}$$

Respostas: a) 2,0m/s b) –6,0J

2 **(INEP-MODELO ENEM)** – Num jogo de "bolas de gude" uma bola verde com massa de 10g e velocidade com módulo de 1,0m/s, colide frontalmente com uma bola azul, de mesma massa, que está parada sobre uma superfície sem atrito. Sabendo-se que a bola azul avançou com uma velocidade de módulo 1,0m/s, podemos concluir que a bola verde

a) recuou com a mesma velocidade da bola azul.

b) parou por possuir a mesma massa da bola azul.

c) reduziu sua velocidade pela metade.

d) duplicou sua velocidade.

e) manteve sua velocidade.

RESOLUÇÃO:

Na colisão as bolas formam um sistema isolado e haverá conservação da quantidade de movimento total do sistema

$\mathbf{Q_{após} = Q_{antes}}$

$\mathbf{mV'_2 + mV'_1 = mV_1}$

$\mathbf{V'_2 + V'_1 = V_1}$

$\mathbf{1,0 + V'_1 = 1,0}$

$$\boxed{V'_1 = 0}$$

Resposta: B

3 **(E. NAVAL)** – Uma partícula A, de massa m_A, colide com uma partícula B, de massa m_B, inicialmente em repouso. Sabe-se que

1) a colisão é unidimensional;

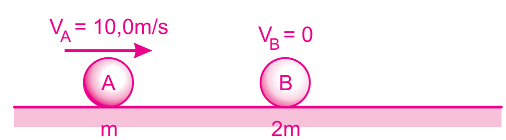
2) o coeficiente de restituição, na colisão, vale 0,80;

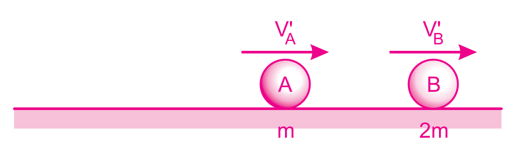
3) $m_B = 2m_A$;

4) a velocidade escalar da partícula A, imediatamente antes da colisão, é 10,0m/s.

Calcule as velocidades escalares de A e B imediatamente após a colisão.

RESOLUÇÃO:





1) $\mathbf{\boxed{Q_{após} = Q_{antes}}}$ **(Sistema Isolado)**

$\mathbf{mV'_A + 2mV'_B = m\ .\ 10,0 \Rightarrow V'_A + 2V'_B = 10,0\ (I)}$

2) $\mathbf{\boxed{V_{af} = 0,8\ V_{ap}}}$ **(e = 0,8)**

$\mathbf{V'_B - V'_A = 0,8\ .\ 10,0 = 8,0\ (II)}$

$\mathbf{(I) + (II): 3V'_B = 18,0 \Rightarrow \boxed{V'_B = 6,0m/s}}$

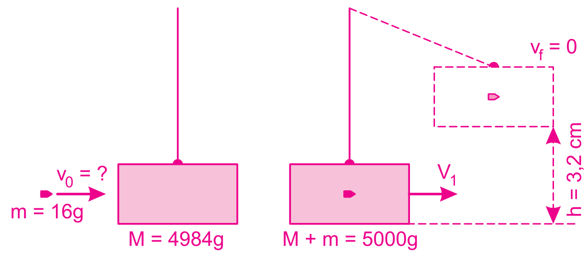
$\mathbf{Em\ (I): V'_A + 12,0 = 10,0 \Rightarrow \boxed{V'_A = -2,0m/s}}$

Resposta: $\mathbf{V'_A = -2,0m/s}$ **e** $\mathbf{V'_B = 6,0m/s}$

4 **(MODELO ENEM)** – O pêndulo balístico é um dispositivo utilizado para medir a velocidade de balas de armas de fogo. Considere o caso em que uma bala de massa 16g é disparada contra um bloco de 4984g suspenso por fios ideais. Em uma colisão considerada instantânea e totalmente inelástica, a bala aloja-se no bloco e o centro de massa do conjunto formado pelo bloco e a bala sobe a uma altura máxima de 3,2cm (com relação à posição inicial, antes da colisão).
Considerando-se g = 10m/s^2, o módulo da velocidade da bala, imediatamente antes de atingir o bloco é:

a) 120m/s b) 180m/s c) 200m/s
d) 210m/s e) 250m/s

RESOLUÇÃO:



1) Conservação de energia mecânica após a colisão:

$$E_{pot_f} = E_{cin_i}$$

$$(M + m)\,gh = \frac{(M + m)}{2} V_1^2$$

$$V_1 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 3,2 \cdot 10^{-2}}\ (m/s) = 0,80\ m/s$$

2) Conservação da quantidade de movimento no ato da colisão:

$$Q_{após} = Q_{antes}$$

$$(M + m)\,V_1 = mV_0$$

$$5000 \cdot 0,80 = 16 \cdot V_0 \qquad \boxed{V_0 = 250\ m/s}$$

Resposta: E

Módulo 83 – Leis de Kepler e suas aplicações

Palavras-chave:
- Raio médio de órbita
- Período de translação

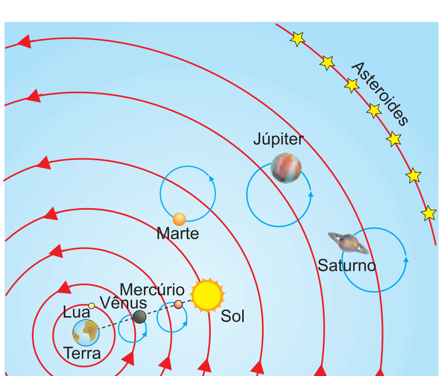
Desde a mais remota antiguidade, os grandes pensadores tentaram explicar como funciona o sistema solar.

No Ocidente, as primeiras ideias sobre o assunto foram formuladas por Platão (427aC-347aC) e Aristóteles (384aC-322aC) que admitiam ser a Terra o centro imóvel do sistema solar, com o Sol e os demais planetas gravitando em órbitas circulares em torno da Terra: era o sistema denominado **geocêntrico** (Terra no centro).

Ilustres astrônomos como Ptolomeu (127-151) e Tycho Brahe (1546-1601) também aceitaram e defenderam o sistema geocêntrico.

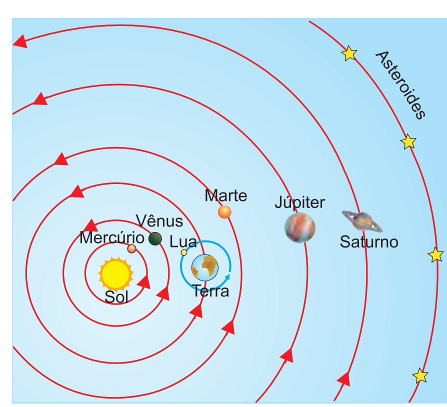
Porém, Ptolomeu propôs um sistema geocêntrico um pouco mais complicado: a Lua e o Sol descreveriam órbitas circulares em torno da Terra, mas cada planeta descreveria órbita circular em torno de um centro C que, por sua vez, descreveria órbita circular em torno da Terra.

Ptolomeu



Muito mais tarde, Nicolau Copérnico (1473-1543) propôs o sistema heliocêntrico, em que os seis planetas conhecidos na sua época: Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter e Saturno descreveriam órbitas circulares em torno do Sol.

Copérnico



Devido à Santa Inquisição, Copérnico hesitou e demorou alguns anos até divulgar seu sistema, colocando o Sol e não a Terra como o centro das órbitas dos planetas conhecidos até então.

Galileu Galilei (1564-1642), já usando lunetas para observar o céu, foi um ardoroso defensor do sistema heliocêntrico e apresentou como forte evidência desse fato a descoberta de satélites de Júpiter, mostrando que a Terra não poderia ser o centro do sistema solar.

Posteriormente, Johannes Kepler (1571-1643) confirmou, usando os dados astronômicos de Tycho Brahe, o sistema heliocêntrico, porém com uma correção: as órbitas dos planetas não eram circulares como pensavam Galileu e Copérnico; na realidade, as órbitas tinham a forma de elipses.

Kepler formulou três leis sobre os movimentos dos planetas que, posteriormente, foram demonstradas, matematicamente, por Isaac Newton (1642-1727).

Em 24/08/2006 na reunião da IAU (União Astronômica Internacional), os 2500 cientistas e astrônomos presentes decidiram que Plutão não é mais um "planeta do sistema solar", sendo rebaixado para uma nova categoria de corpos celestes: os denominados "planetas-anões".

Outros corpos celestes que farão companhia a Plutão:

1) **CERES** que era considerado um asteróide, com órbita elíptica entre Marte e Júpiter, com raio médio de $414 \cdot 10^6$ km (2,8 unidades astronômicas), período de translação de 1680 dias (4,6 anos) e diâmetro de 930 km.

2) Corpo celeste **2003 UB 313** (nome atual, **ÉRIS**), descoberto em julho de 2005 por uma equipe de pesquisadores norte-americanos, com órbita elíptica, muito além de Plutão, com raio médio da ordem de $102 \cdot 10^8$km (68 unidades astronômicas), período de translação de 561 anos e diâmetro de 3000 km.

Nota: 1 ua (unidade astronômica) = $1{,}5 \cdot 10^{11}$ m (distância média da Terra ao Sol)

Os astrônomos postularam que para ser classificado como um planeta do sistema solar um corpo celeste deve respeitar três condições:

1) gravitar em torno do Sol;

2) ter massa suficiente para assumir a forma geométrica de uma esfera;

3) ser o corpo celeste dominante, como fonte de campo gravitacional, em suas vizinhanças, traduzido como: "limpar gravitacionalmente a vizinhança de sua órbita".

Plutão satisfaz as duas primeiras condições, porém foi rebaixado a planeta-anão porque não respeitou a terceira condição. De fato: sua órbita se aproxima da de Netuno, que é o dominante em suas vizinhanças, pois a massa de Netuno é cerca de 8600 vezes maior que a de Plutão.

1. Leis de Kepler (1571-1630)

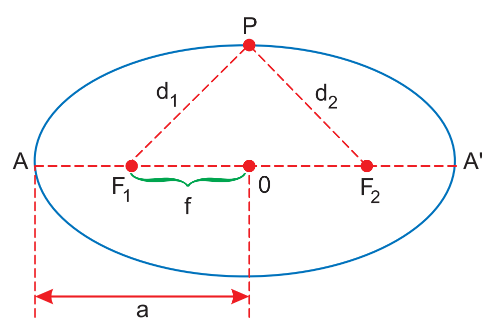
As leis de Kepler descrevem os movimentos dos planetas em torno do Sol.

1.ª Lei de Kepler ou lei das órbitas

O que é uma elipse?

A **elipse** é uma curva que corresponde ao lugar geométrico dos pontos de um plano, cujas distâncias, a dois pontos fixos do plano, têm soma constante.

Os pontos fixos são chamados de focos da elipse.

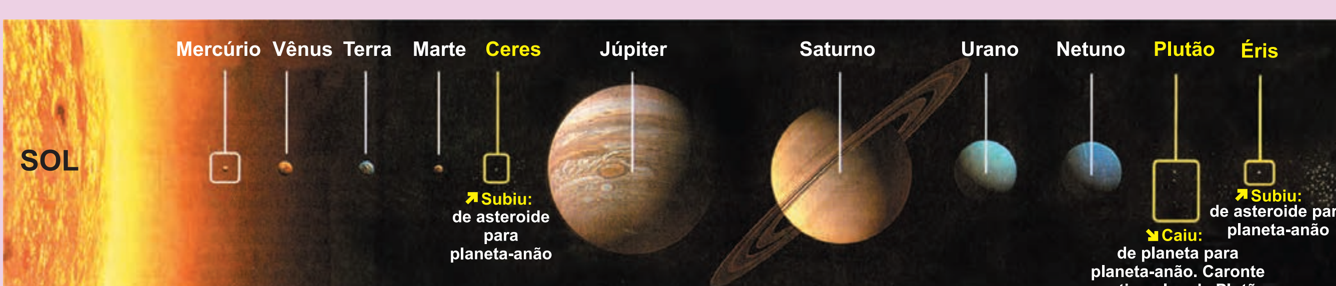


Para qualquer ponto P da elipse, temos:

$$d_1 + d_2 = k \text{ (constante)}$$

Saiba mais

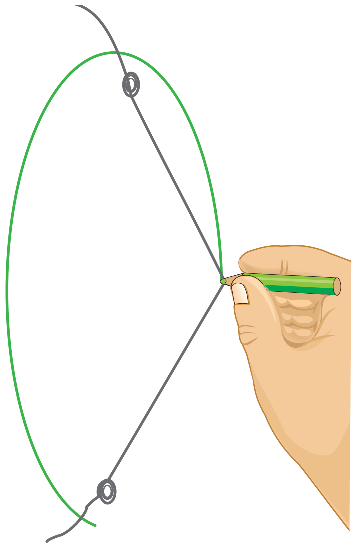
SISTEMA SOLAR: O SOBE-E-DESCE NO COSMO



PLUTÃO NÃO É MAIS PLANETA

O sistema solar tem agora 8 e não mais 9 planetas. Plutão, que nos últimos 76 anos foi considerado um astro da mesma categoria de Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter, Saturno, Urano e Netuno, foi rebaixado. Por decisão da União Astronômica Internacional, ele passa a ser um planeta-anão, como Ceres e Xena – este, apelido de seu vizinho 2003 UB313 (nome atual, Éris).

(*O Estado de S. Paulo*, 25/08/2006)



A ilustração mostra como se pode desenhar uma elipse. Fixamos um barbante frouxamente em dois pontos numa folha de papel (focos). Em seguida, tensionamos com um lápis o barbante, fazendo o lápis deslizar sobre o papel.

A distância entre os pontos A e A' (ver figura) é a medida do **eixo maior da elipse**.

Sendo **a** a medida do semieixo maior e **f** a medida da semidistância focal, define-se **excentricidade** da elipse como sendo o número **e** dado por:

$$e = \frac{f}{a} \qquad 0 < e < 1$$

Quando **e** = 0, a elipse "degenera" em uma circunferência (os pontos F_1 e F_2 coincidem com 0).

Quanto maior o valor de **e**, mais alongada é a elipse.

Quando **e** = 1, a elipse "degenera" em um segmento de reta.

Enunciado da 1ª Lei de Kepler

As órbitas descritas pelos planetas, em torno do Sol, são elipses com o Sol localizado em um dos focos.

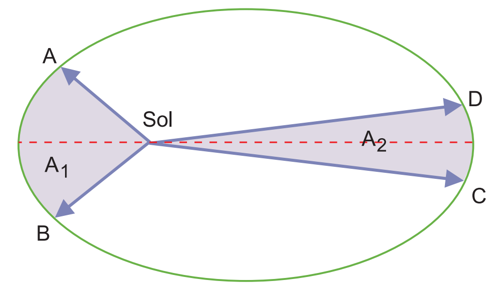
A tabela a seguir mostra que apenas Mercúrio e Plutão (atualmente, planeta-anão) descrevem elipses alongadas (maior excentricidade); os demais planetas descrevem elipses muito próximas de circunferências (excentricidade muito pequena).

Planeta	Excentricidade
Mercúrio	**0,206**
Vênus	0,007
Terra	0,017
Marte	0,093
Júpiter	0,048
Saturno	0,056
Urano	0,047
Netuno	0,009
Plutão (planeta-anão)	**0,25**

Cumpre ressaltar que, teoricamente, a órbita de um planeta, em torno de uma estrela, pode ser circular, no entanto, a órbita elíptica é muito mais provável.

2ª Lei de Kepler ou lei das áreas

Raio vetor de um planeta



Para estudar o movimento de um planeta, em torno do Sol, tomamos um vetor com origem no centro de massa do Sol e extremidade no centro de massa do planeta. Tal vetor é chamado de **RAIO VETOR** ou **VETOR POSIÇÃO** do planeta.

A 2ª Lei de Kepler vai referir-se à área "varrida" pelo raio vetor de um planeta durante um certo intervalo de tempo.

Admitamos que, quando o planeta se deslocou de A para B (ver figura), em um intervalo de tempo Δt_1, o seu raio vetor varreu uma área A_1, e quando o planeta se deslocou de C para D, em um intervalo de tempo Δt_2, o seu raio vetor varreu uma área A_2.

Enunciados da 2ª Lei de Kepler

1º enunciado

O raio vetor que liga um planeta ao Sol varre áreas iguais em intervalos de tempo iguais.

Isso significa que: $\Delta t_1 = \Delta t_2 \Leftrightarrow A_1 = A_2$

2º enunciado

A área varrida pelo raio vetor de um planeta é proporcional ao intervalo de tempo gasto.

Isso significa que: $A = k\,\Delta t$

k = constante de proporcionalidade, que é denominada **velocidade areolar** do planeta.

3º Enunciado

A velocidade areolar (razão entre a área varrida pelo raio vetor e o intervalo de tempo gasto) de cada planeta é constante.

Nota: a velocidade areolar varia de um planeta para outro, aumentando com a distância média do planeta ao Sol, isto é, é mínima para Mercúrio e máxima para Plutão.

Consequências da 2ª Lei de Kepler

O fato de a velocidade areolar de um planeta ser constante implica que a velocidade de translação (razão entre distância percorrida e intervalo de tempo gasto) seja variável.

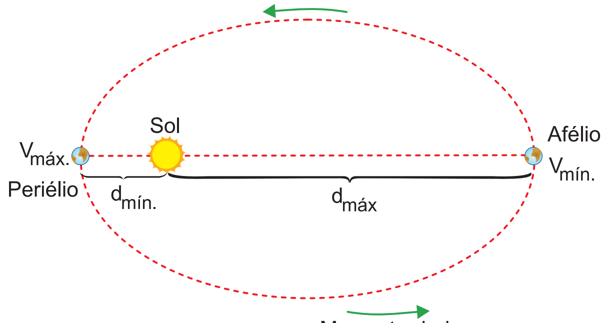
De fato, a igualdade das áreas A_1 e A_2 (ver figura anterior) implica que a medida do arco AB seja maior que a do arco CD e, como o intervalo de tempo é o mesmo, concluímos que a velocidade de translação em AB é maior do que em CD.

$$A_1 = A_2 \Rightarrow \text{med(AB)} > \text{med(CD)}$$

$$V_{AB} > V_{CD}$$

Isso significa que, à medida que o planeta vai aproximando-se do Sol, em sua órbita elíptica, a sua velocidade de translação vai aumentando. Isso se torna evidente se observarmos que, com a aproximação do Sol, o raio vetor vai diminuindo e, para varrer a mesma área, o planeta deve mover-se mais rapidamente.

A velocidade de translação será máxima no ponto mais próximo do Sol, chamado **periélio**, e será mínima no ponto mais afastado do Sol, chamado **afélio**.



Verifica-se, portanto, que o movimento de translação do planeta não é uniforme, sendo sucessivamente acelerado (do afélio para o periélio) e retardado (do periélio para o afélio).

O movimento de translação somente seria uniforme se a órbita do planeta fosse circular.

Velocidade escalar média de translação

A velocidade escalar média de translação de um planeta é função decrescente da distância média do planeta ao Sol.

O planeta mais veloz é Mercúrio (para os gregos, era o deus mensageiro: o carteiro do Olimpo), com velocidade escalar média de valor 50km/s e o mais lento é o planeta-anão Plutão, com velocidade escalar média de valor 5,0km/s. A velocidade escalar média da Terra tem valor aproximado de 30km/s.

3.ª Lei de Kepler ou Lei dos Períodos

Raio médio de uma órbita elíptica

Seja $d_{máx}$ a distância máxima do planeta ao Sol e $d_{mín}$, a distância mínima.

Define-se **raio médio da órbita elíptica** como sendo a média aritmética entre as distâncias do periélio e do afélio até o Sol.

$$R = \frac{d_{mín} + d_{máx}}{2}$$

Período de translação ou ano de um planeta

Define-se período de translação (ou período de revolução ou ano) de um planeta como sendo o intervalo de tempo (T) para dar uma volta completa em torno do Sol.

Enunciado da 3.ª Lei de Kepler

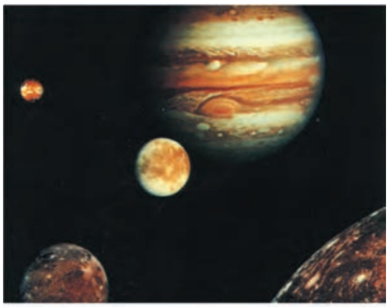
Para todos os planetas do sistema solar, é constante a razão entre o cubo do raio médio da órbita e o quadrado do período de translação.

$$\frac{R^3}{T^2} = \text{constante}$$

A tabela a seguir representa a variação do período dos planetas com a distância média ao Sol, medida em ua.

Planeta	Raio médio da órbita (ua)	Período em anos terrestres
Mercúrio	0,39	0,24
Vênus	0,72	0,61
Terra	1,0	1,0
Marte	1,5	1,9
Júpiter	5,2	12
Saturno	9,5	29
Urano	19	84
Netuno	30	165

ua = unidade astronômica é a distância média da Terra ao Sol = $1,5 \cdot 10^{11}$m.



O planeta-anão Plutão tem raio médio de órbita de 39ua e período de translação de 248 anos.

Quanto mais afastado se encontra o planeta do Sol, maior será seu período de translação, ou seja, seu ano solar.

Para dois planetas, A e B, temos:

$$\frac{R_A^3}{T_A^2} = \frac{R_B^3}{T_B^2} \quad \text{ou} \quad \left(\frac{R_A}{R_B}\right)^3 = \left(\frac{T_A}{T_B}\right)^2$$

Demonstra-se que a constante de proporcionalidade da 3.ª Lei de Kepler é dada por:

$$\frac{R^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2} \quad \text{em que:}$$

G = constante de gravitação universal

M = massa do Sol

Notas

1. A rigor, a expressão da 3ª Lei de Kepler é:

$$\frac{R^3}{T^2} = \frac{G(M + m)}{4\pi^2}$$

em que **m** é a massa do planeta. Porém, como M >> m, desprezamos **m** em comparação com **M** e chegamos à equação apresentada.

2. A 3ª Lei de Kepler mostra que quanto mais próximo do Sol (menor R), menor é o período de translação do planeta. À medida que nos afastamos do Sol, a velocidade escalar média do planeta vai diminuindo e a extensão de sua órbita vai aumentando, o que implica um período de translação crescente.

3. A velocidade areolar, a velocidade escalar média de translação e o período de translação são funções de órbita, isto é, só dependem da massa do Sol e do raio médio da órbita, porém não dependem das características do planeta ou corpo celeste que está gravitando.

Isso significa que, se um cometa gravitar em torno do Sol, na mesma órbita da Terra, ele vai ter a mesma velocidade areolar da Terra, a mesma velocidade escalar média de translação (30km/s) e o mesmo período de translação (1 ano).

4. As três leis de Kepler não valem apenas para planetas do nosso sistema solar; elas valem para corpos que gravitam em torno de uma grande massa central: planetas em torno de qualquer estrela, satélites naturais ou artificiais em torno de um planeta, corpos celestes em torno da Lua etc.

As leis de Kepler não valem apenas para planetas do sistema solar, elas também valem para corpos que gravitam em torno de uma grande massa central.

5. Em se tratando de satélites da Terra, é importante salientar que

a) a órbita pode ser circular ou elíptica;

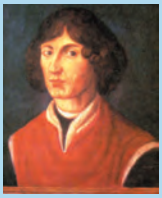
b) o ponto mais próximo da Terra é chamado de **perigeu** e o mais afastado é chamado de **apogeu**;

c) a velocidade areolar, a velocidade escalar média de translação e o período de translação só dependem da massa da Terra e do raio médio da órbita; não dependem da massa ou de outras características do satélite;

d) a velocidade escalar média de translação da Lua é da ordem de 1,0km/s e de um satélite estacionário é da ordem de 3,0km/s.

Os Destaques

NICHOLAS KOPPERNIGK



Entre os ilustres filhos da Polônia, figura o astrônomo, jurista, estadista e clérigo Nicolaus Copernicus, ou simplesmente Copérnico.

Nascido em janeiro de 1473, de família abastada e influente, Copérnico pôde estudar nas melhores Universidades da Europa até os 33 anos. Versado em várias disciplinas, entre as quais Astronomia, Copérnico resolveu dois problemas muito importantes de sua época. No século XVI, as Grandes Navegações estavam em pleno desenvolvimento, e a orientação pelas estrelas era vital para frotas comerciais. Copérnico foi importante no aperfeiçoamento desta técnica. A Igreja também precisava de um calendário mais exato para suas comemorações e foi graças a Copérnico que se criou o Calendário Gregoriano.

Mas foi na sua obra *De Revolutionibus Orbium Coelestium* que Copérnico atingiu seu maior feito. Neste tratado de Astronomia, ele demonstrou, contra os dogmas acadêmicos de sua época, que era o Sol, e não a Terra, o centro das órbitas dos planetas conhecidos em seu tempo. Tal postura era temerária até então. Diante da Santa Inquisição, qualquer ideia que contestasse a "ciência católica" poderia ser taxada de heresia, e as consequências de tal acusação poderiam ser prejudiciais à integridade física do acusado. Sob este temor, Copérnico demorou muitos anos para tornar públicas suas ideias. Na verdade, Copérnico nunca chegou a ver seu grande livro. Quando a obra foi editada, Copérnico já estava com idade bem avançada e já sem lucidez, devido a uma hemorragia cerebral. Copérnico veio a morrer como cônego na Catedral de Frauenburg, na Prússia, em 1543.

JOHANNES KEPLER

Em 1571, na cidade alemã de Weil, nasceu Johannes Kepler, filho de um mercenário, famoso em sua cidade por suas bebedeiras, e de uma senhora emocionalmente abalada que, mais tarde, seria acusada de bruxa e perseguida por conta disso. O pequeno Kepler sofreu um ataque de varíola aos quatro anos que prejudicou muito a sua visão e o movimento de suas mãos. Como se vê, Kepler desde cedo teve uma vida difícil. Mesmo assim, mostrou-se logo um estudante de brilho, sendo levado por um tio para um seminário, onde tomou o primeiro contato com as ciências. Porém, Kepler sentiu que sua verdadeira vocação era para a Astronomia e a Matemática. Mesmo com problemas financeiros e perseguido como protestante, revolucionou a concepção de Universo do seu tempo. Embora Copérnico já houvesse mostrado que o Sol era o centro do nosso sistema planetário, estas ideias eram consideradas mais como conjecturas teóricas do que uma verdade científica, devido certamente ao fato de que a Igreja Católica pregava o modelo geocêntrico para a Criação. Munido das observações do astrônomo, seu contemporâneo, Tycho Brahe, Kepler provou inapelavelmente o modelo heliocêntrico. Brahe fez as melhores e mais numerosas observações astronômicas de seu tempo.

O desenho representa o astrônomo Tycho Brahe em seu observatório, o melhor do mundo na sua época.

Kepler foi realmente um personagem histórico fascinante. Ao mesmo tempo em que demoliu as ideias preconcebidas de sua época, procurou obsessivamente relações geométricas clássicas entre os movimentos dos planetas, num retorno aos conceitos dos antigos filósofos gregos, e foi também mais famoso durante sua vida como astrólogo que como astrônomo. Mas os fatos falaram mais alto e Kepler se rendeu aos argumentos científicos de suas próprias descobertas.

Morreu na cidade de Ratisbona, em 1630, de uma forte febre, durante uma longa e penosa viagem que fazia para tentar publicar um de seus livros.

Exercícios Resolvidos

1 **(UnB-MODELO ENEM)**

A figura acima apresenta algumas informações a respeito de Marte, planeta que mais se assemelha à Terra no sistema solar. Dados recentes obtidos pela NASA confirmam a existência de água na forma de gelo nesse planeta. Considerando-se, além dessas informações, que a pressão atmosférica na superfície de Marte seja de 0,006 atm, que as órbitas da Terra e de Marte sejam circulares, que a constante de gravitação universal seja igual a $6{,}67 \cdot 10^{-11} N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$ e que a aceleração gravitacional na Terra tenha módulo igual a $10 m/s^2$, julgue os itens de 1 a 3.

1) Sabendo-se que a intensidade da aceleração da gravidade em Marte é igual a 38% da intensidade da aceleração da gravidade na Terra, é correto afirmar que qualquer medida de massa realizada em Marte resultará em valor igual a 38% do valor medido na Terra.

2) A razão entre os raios das órbitas da Terra e de Marte em torno do Sol elevada ao cubo é igual à razão entre os períodos de translação da Terra e de Marte elevada ao quadrado:

$$\left(\frac{R_T}{R_M}\right)^3 = \left(\frac{T_T}{T_M}\right)^2$$

3) A razão entre os raios médios das órbitas de Deimos (em torno de Marte) e da Lua (em torno da Terra) elevada ao cubo é igual à razão entre os períodos de translação de Deimos e da Lua elevada ao quadrado:

$$\left(\frac{R_{Deimos}}{R_{Lua}}\right)^3 = \left(\frac{T_{Deimos}}{T_{Lua}}\right)^2$$

Somente está correto o que se afirma em:

a) 1 b) 2 c) 3
d) 1 e 2 e) 1 e 3

Resolução

1) (F) A massa do corpo é a mesma na Terra e em Marte.

2) (V) A expressão apresentada traduz a 3.ª lei de Kepler.

3) (F) A razão $\frac{R^3}{T^2}$ permanece constante para satélites de um mesmo planeta.

Resposta: B

2 **(UNESP-MODELO ENEM)** – A tabela apresenta as características de dois planetas que giram ao redor de uma mesma estrela, tal como os planetas do sistema solar giram em torno do Sol.

Características	Planeta 1	Planeta 2
Período (s)	T_1	$3 \cdot 10^7$
Distância média do planeta à estrela (m)	$1 \cdot 10^{13}$	$1 \cdot 10^{11}$

Sabendo-se que a 3.ª Lei de Kepler afirma que o quadrado do período de revolução (T^2) de cada planeta em torno de uma estrela é diretamente proporcional ao cubo da distância média (d^3) desse planeta à estrela, determine o período de revolução T_1 do planeta 1, em segundos, em torno da estrela.

a) $3 \cdot 10^8$ b) $3 \cdot 10^9$ c) $3 \cdot 10^{10}$
d) $3 \cdot 10^{11}$ e) $3 \cdot 10^{12}$

Resolução

3.ª Lei de Kepler:

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^3$$

$T_2 = 3 \cdot 10^7$; $d_1 = 1 \cdot 10^{13} m$; $d_2 = 1 \cdot 10^{11} m$

$$\left(\frac{T_1}{3 \cdot 10^7}\right)^2 = \left(\frac{1 \cdot 10^{13}}{1 \cdot 10^{11}}\right)^3$$

$$\left(\frac{T_1}{3 \cdot 10^7}\right)^2 = 10^6$$

$$\frac{T_1}{3 \cdot 10^7} = 10^3 \Rightarrow \boxed{T_1 = 3 \cdot 10^{10} s}$$

Resposta: C

3 **(UECE-MODELO ENEM)** – Considere que um satélite meteorológico, passe exatamente acima de uma dada floresta a cada 4,8 horas. Se compararmos o raio da órbita do referido satélite meteorológico com o raio da órbita de um satélite de comunicação geoestacionário, considerando, para simplificar o problema, que ambos os satélites se movam em movimento circular uniforme, em torno do planeta Terra, no plano do equador, girando no mesmo sentido da rotação da Terra, então podemos afirmar que o raio da órbita do satélite meteorológico é aproximadamente:

a) 50% do raio da órbita do satélite de comunicação.

b) 20% do raio da órbita do satélite de comunicação.

c) 80% do raio da órbita do satélite de comunicação.

d) 30% do raio da órbita do satélite de comunicação.

e) 40% do raio da órbita do satélite de comunicação.

Dado $\sqrt[3]{25} \cong 2{,}9$

Resolução

3.ª Lei de kepler

$$\frac{R_M^3}{T_M^2} = \frac{R_E^3}{T_E^2}$$

$T_M = 4{,}8h$ $T_E = 24 h$ $T_E = 5 T_M$

$$\frac{R_M^3}{T_M^2} = \frac{R_E^3}{25 T_M^2}$$

$R_E^3 = 25 R_M^3$

$R_E = \sqrt[3]{25} R_M$

$$R_M = \frac{R_E}{2{,}9} = 0{,}34 R_E \Rightarrow \boxed{R_M \cong 34\% R_E}$$

Resposta: D

4 **(ITA)** – O primeiro planeta descoberto fora do sistema solar, 51 Pegasi B, descreve uma órbita circular em torno da estrela 51 Pegasi, com período de translação de 4,2 dias terrestres e com velocidade de translação de módulo igual a $1{,}2 \cdot 10^5 m/s$.

Imagine que existe um outro planeta, 51 Pegasi C, em órbita circular, de raio quatro vezes maior que o de 51 Pegasi B.

O período de translação T_C e o módulo da velocidade de translação V_C do planeta 51 Pegasi C serão dados por:

a) T_C = 33,6 dias terrestres
$V_C = 6{,}0 \,.\, 10^4$m/s

b) T_C = 33,6 dias terrestres
$V_C = 2{,}4 \,.\, 10^5$m/s

c) T_C = 16,8 dias terrestres
$V_C = 6{,}0 \,.\, 10^4$m/s

d) T_C = 16,8 dias terrestres
$V_C = 2{,}4 \,.\, 10^5$m/s

e) T_C = 4,2 dias terrestres
$V_C = 1{,}2 \,.\, 10^5$m/s

Resolução

(1) $\dfrac{R_B^3}{T_B^2} = \dfrac{R_C^3}{T_C^2}$

$\dfrac{R_B^3}{T_B^2} = \dfrac{(4R_B)^3}{T_C^2}$

$T_C^2 = 64\ T_B^2$

$T_C = 8\ T_B = 33{,}6$ dias

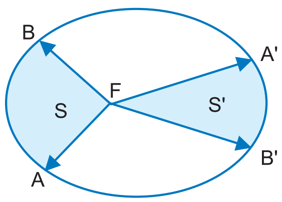
(2) $V = \dfrac{2\pi R}{T}$

$\left.\begin{matrix} R_C = 4\ R_B \\ T_C = 8\ T_B \end{matrix}\right\}\ V_C = \dfrac{V_B}{2} = 6{,}0 \,.\, 10^4$ m/s

Resposta: A

Exercícios Propostos

1 Na figura abaixo, está representada a órbita elíptica de um planeta em torno do Sol.



Os arcos AB e A'B' são percorridos em iguais intervalos de tempo.

a) Compare as áreas S e S'.

b) Compare os comprimentos dos arcos AB e A'B'.

RESOLUÇÃO:

a) De acordo com a 2ª Lei de Kepler, se os tempos são iguais, as áreas varridas também serão iguais:

$\boxed{S' = S}$

b) Quanto mais próximo do Sol, mais veloz é o planeta.
Portanto: $V_{m(AB)} > V_{m(A'B')}$

$\dfrac{AB}{\Delta t} > \dfrac{A'B'}{\Delta t}$

$\boxed{AB > A'B'}$

Respostas: a) S' = S b) AB > A'B'

2 **(MODELO ENEM)** – Em julho de 2005, uma equipe de pesquisadores norte-americanos anunciou a descoberta de um corpo celeste que seria o décimo planeta do sistema solar e recebeu o nome provisório de 2003 UB 313 (nome atual: Éris), sendo que, em 24/08/2006, foi classificado pelos astrônomos como planeta-anão.

O raio médio da órbita do referido planeta-anão é da ordem de 68 ua, em que ua é o raio médio da órbita terrestre, em torno do Sol.

O período de translação de Éris, em seu movimento orbital em torno do Sol, medido em anos terrestres, é um valor mais próximo de:

a) 248 b) 300 c) 360 d) 560 e) 580

RESOLUÇÃO:

3ª Lei de Kepler: $\dfrac{R_T^3}{T_T^2} = \dfrac{R_P^3}{T_P^2}$

$R_T = 1ua;\ T_T = 1a;\ R_P = 68ua$

$\dfrac{1^3}{1^2} = \dfrac{(68)^3}{T_P^2}$

$T_P^2 \cong 314\,432$

$T_P = \sqrt{314\,432}$ **anos terrestres**

$\boxed{T_P \cong 561a}$

Resposta: D

3 Seja R o raio da Terra.

Considere a órbita da Lua, em torno do centro da Terra, como circular, de raio 60R, e período de 27 dias.

Considere um satélite estacionário da Terra, utilizado em telecomunicações.

Julgue os itens a seguir.

1) O satélite pode estar acima da cidade de Macapá.
2) A órbita do satélite é circular.
3) O período do satélite é de 1d.
4) O raio de órbita do satélite é aproximadamente igual a 6,7R.

Responda mediante o código:

a) Todos os itens estão corretos.
b) Estão corretos apenas os itens (1), (2) e (3).
c) Apenas o item (4) é falso.
d) Estão corretos apenas os itens (4) e (5).
e) Todos os itens são falsos.

RESOLUÇÃO:

1. CORRETO. Órbita contida no plano equatorial da Terra: pode ficar acima de Macapá porque esta cidade está situada na linha do Equador terrestre.

2. CORRETO. Órbita circular para que o movimento de translação seja uniforme.

3. CORRETO. Período de translação igual ao período de rotação da Terra (1d = 24h).

4. CORRETO. O raio de órbita é dado pela 3ª Lei de Kepler:

$\dfrac{R_S^3}{T_S^2} = \dfrac{R_L^3}{T_L^2}$ **, em que** $\begin{cases} R_L = 60R \\ T_L = 27d \\ T_S = 1d \end{cases}$

$\dfrac{R_S^3}{1} = \dfrac{(60R)^3}{3^6}$

$R_S = \dfrac{60R}{9} = \dfrac{20}{3}R \Rightarrow \boxed{R_S \cong 6{,}7R}$

Resposta: A

Módulo 84

Lei da gravitação universal

Palavras-chave:
• Força gravitacional
• Constante de gravitação universal

Você já pensou o que nos mantém presos à Terra?

O que mantém a Lua gravitando em torno da Terra?

Porque os planetas gravitam em torno do Sol?

A resposta a todas estas indagações é a mesma: existe uma força aplicada pela Terra que nos mantém presos a ela e que mantém a Lua gravitando em torno dela; existe uma força que o Sol aplica nos planetas para mantê-los em órbita.

Todas estas forças têm a mesma natureza: são forças gravitacionais.

A força gravitacional entre dois corpos resulta do simples fato de os corpos terem massa.

Todo corpo cria em torno de si, pelo fato de ter massa, o que chamamos de campo gravitacional, que será tanto mais intenso quanto maior for a massa do corpo.

Quando outro corpo está dentro desse campo gravitacional, ele vai ser atraído pelo primeiro e a força de atração é chamada de força gravitacional.

É claro que a força gravitacional obedece à 3ª Lei de Newton e, portanto, os corpos atraídos se atraem mutuamente.

O seu peso é resultado da força gravitacional que você recebe da Terra, porém você também atrai a Terra com uma força gravitacional de mesma intensidade e aplicada no centro da Terra.

O que aconteceria se, repentinamente, a força gravitacional deixasse de existir?

Os planetas não mais gravitariam em torno do Sol, os satélites não mais gravitariam em torno de seus planetas, você não teria mais peso e seria lançado para o espaço sideral com a velocidade com que você girava em torno do eixo na Terra, que, na linha do Equador terrestre, é da ordem de 1600 km/h.

E se você fosse para outro local onde a aceleração da gravidade fosse menor? Quais os efeitos que seriam sentidos?

Na Lua, o seu peso é, aproximadamente, um sexto do respectivo valor na Terra: você se sentiria mais leve e passaria a andar em câmera lenta, pois o tempo gasto para levantar o pé e trazê-lo de volta ao solo seria maior (seis vezes maior partindo com a mesma velocidade inicial).

A redução do peso implicaria a redução da força de atrito máxima que receberíamos do solo e com isso nossa movimentação seria mais complicada e a aceleração máxima que um carro poderia ter seria menor (um sexto do respectivo valor na Terra).

Supondo-se que um atleta pudesse partir do solo lunar com a mesma velocidade inicial que na Terra, as marcas conferidas nas competições como salto em altura e salto em extensão seriam multiplicadas por seis.

Um astronauta no interior de uma nave em órbita fica flutuando com gravidade aparente nula tendo a famosa sensação de imponderabilidade (ausência de peso). Isto afeta demais o organismo humano: em seis meses, os nossos ossos são regenerados e se isso ocorrer com o astronauta em órbita, seus ossos serão muito frágeis porque foram regenerados com gravidade zero e no retorno à Terra haverá grande possibilidade de fratura óssea.

A imponderabilidade ocorre devido à "gravidade aparente" ser nula. Note que para o satélite orbitar em torno da Terra, a força gravitacional não pode ser nula.

1. Lei da gravitação universal de Newton (1642-1727)

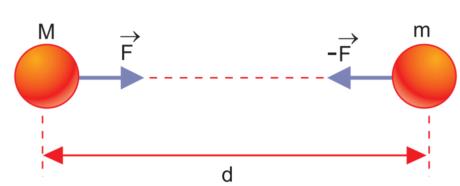
Apoiado nos estudos de Galileu, Copérnico e Kepler, Isaac Newton apresentou a lei da gravitação universal.

Entre dois corpos quaisquer, pelo simples fato de terem massa, existe uma força de atração, denominada força gravitacional.

A medida da força gravitacional é traduzida na apresentação da lei:

Enunciado da Lei de Newton

A força gravitacional entre duas partículas tem intensidade diretamente proporcional ao produto de suas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância que as separa.

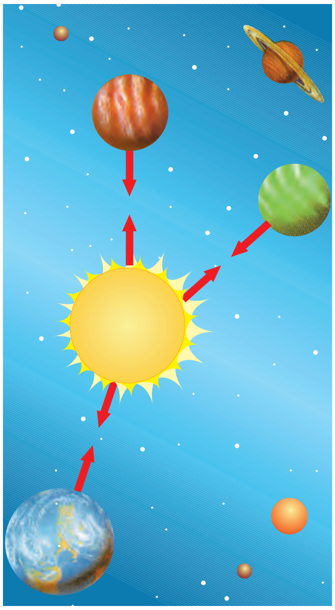


$$F = \frac{GM\,m}{d^2}$$

A constante de proporcionalidade G é denominada constante de gravitação universal ou constante de Gauss, e seu valor, obtido por Cavendish, é:

$$G = 6{,}7 \cdot 10^{-11} \text{ unidades do S.I.}$$

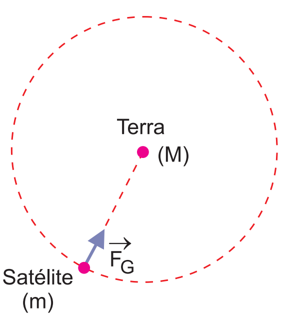
G é uma constante universal que não depende dos corpos que se atraem, da distância ou do meio interposto entre eles.



As forças de interação gravitacional trocadas entre os planetas e o Sol aparecem sempre aos pares e possuem mesma intensidade, mesma direção e sentidos opostos.

As posições relativas entre o Sol, a Terra e a Lua provocam o fenômeno das marés. As forças gravitacionais combinadas do Sol e da Lua sobre as massas de água da Terra ora elevam, ora abaixam o nível da água.

Velocidade orbital



Consideremos um satélite em órbita circular de raio **r** em torno do centro da Terra.

O satélite vai descrever um movimento circular uniforme e a força gravitacional aplicada pela Terra faz o papel de resultante centrípeta.

$$F_G = F_{cp}$$

$$\frac{GMm}{r^2} = \frac{mV^2}{r} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

Para um satélite rasante (junto à superfície terrestre), desprezando-se o efeito do ar, temos:

$$F_G = F_{cp}$$

$$mg_0 = \frac{mV_0^2}{R} \Rightarrow V_0 = \sqrt{g_0 \cdot R}$$

g_0 = módulo da aceleração da gravidade nas proximidades da Terra = $10 m/s^2$

R = raio da Terra = $6{,}4 \cdot 10^6 m$

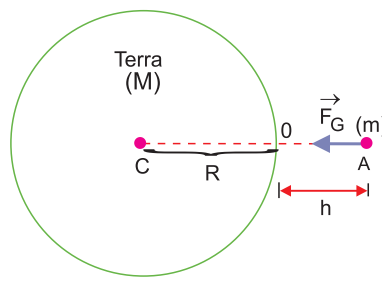
$$V_0 = \sqrt{10 \cdot 6{,}4 \cdot 10^6} \text{ (m/s)}$$

$$V_0 = 8{,}0 \cdot 10^3 \frac{m}{s} = 8{,}0 \frac{km}{s}$$

A velocidade do satélite rasante corresponde à velocidade de lançamento horizontal de um corpo para transformá-lo em um satélite da Terra (desprezando-se o efeito do ar) e é chamada de **VELOCIDADE CÓSMICA PRIMEIRA** ou **VELOCIDADE DE SATELIZAÇÃO**.

Variação da aceleração da gravidade com a altitude h

Para um ponto material de massa **m** colocado em um ponto A, a uma altitude **h**, temos:



$$P_A = F_G$$

$$mg_A = \frac{G\,M\,m}{(R + h)^2}$$

$$g_A = \frac{G\,M}{(R + h)^2}$$

Para h = 0, temos
$$g_0 = \frac{G\,M}{R^2}$$

Portanto, a gravidade na superfície de um planeta só depende da massa do planeta (diretamente proporcional à massa) e do raio do planeta (inversamente proporcional ao quadrado do raio).

Os Destaques

Os três primeiros seres humanos a deixarem a Terra e a chegarem a outro corpo celeste. Os oficiais Armstrong e Aldrin desceram na Lua em julho de 1969, a bordo do módulo lunar "Eagle", enquanto o oficial Collins controlava a nave-mãe em órbita.

1 **(VUNESP-MODELO ENEM)** – Diante de todos os equívocos que permeiam o tema gravitação, é fundamental garantir que os alunos assimilem corretamente esse conceito. Sobre esse tema, é correto dizer que

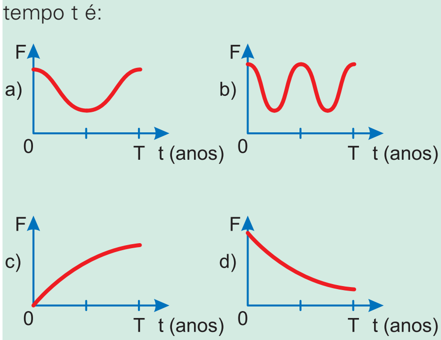
a) a força de atração gravitacional da Terra representa, para corpos em órbita circular, uma força da natureza centrífuga.
b) em órbita, um astronauta fica ausente da ação da força de atração da gravidade da Terra.
c) na Terra, desprezando-se os efeitos ligados a sua rotação, a força associada ao campo gravitacional é conhecida como peso.
d) a força gravitacional é diretamente proporcional à distância entre os corpos que participam da interação.
e) a aceleração da gravidade é a mesma em qualquer planeta do Sistema Solar.

Resolução

a) (F) Se a órbita for circular a força gravitacional fará o papel de resultante centrípeta.
b) (F) A força gravitacional aplicada pela Terra é que mantém o astronauta em órbita. O que se anula é o peso aparente do astronauta que flutua dentro da nave em órbita (queda livre).
c) (V) Ignorando-se os efeitos de rotação a força gravitacional corresponde ao peso do corpo na superfície terrestre.
d) (F) $F_G = \dfrac{GMm}{d^2}$ e) (F) $g = \dfrac{GM}{R^2}$

Resposta: C

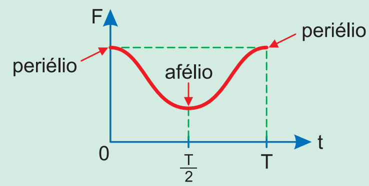
2 **(UFV-MG)** – Seja F o módulo da força gravitacional que o Sol faz sobre um cometa, de massa constante, cujo período orbital é T (em anos). Dos gráficos abaixo, aquele que representa corretamente a variação de F com o tempo t é:



Resolução

$$F = \frac{GMm}{d^2}$$

Partindo do periélio (d_{min}) a força gravitacional parte com valor máximo; no instante $t = \dfrac{T}{2}$ o cometa atinge o afélio onde F é mínimo e no intervalo de $\dfrac{T}{2}$ a T o cometa se aproxima do Sol e a força gravitacional aumenta.



Resposta: A

3 **(UESPI)** – Considere que as massas da Terra e do Sol sejam respectivamente iguais a $6,0 \cdot 10^{24}$ kg e $2,0 \cdot 10^{30}$ kg. Considere, ainda, que as distâncias medias da Terra à Lua e do Sol à Lua sejam respectivamente iguais a $4,0 \cdot 10^8$ m e $1,5 \cdot 10^{11}$ m. Com base nesses dados, pode-se concluir que, a força gravitacional que o Sol exerce sobre a Lua é:

a) maior que a força gravitacional que a Terra exerce sobre a Lua por um fator de cerca de 20.
b) maior que a força gravitacional que a Terra exerce sobre a Lua por um fator de cerca de 2,4.
c) igual à força gravitacional que a Terra exerce sobre a Lua.
d) menor que a força gravitacional que a Terra exerce sobre a Lua por um fator de cerca de 2,4.
e) menor que a força gravitacional que a Terra exerce sobre a Lua por um fator de cerca de 20.

Resolução

$$F = \frac{GMm}{d^2}$$

$$F_{TL} = \frac{GM_T\, m_L}{d_{TL}^2} \qquad F_{SL} = \frac{GM_S\, m_L}{d_{SL}^2}$$

$$\frac{F_{SL}}{F_{TL}} = \frac{M_S}{M_T} \cdot \left(\frac{d_{TL}}{d_{SL}}\right)^2 = \frac{2,0 \cdot 10^{30}}{6,0 \cdot 10^{24}} \left(\frac{4,0 \cdot 10^8}{1,5 \cdot 10^{11}}\right)^2$$

$$\frac{F_{SL}}{F_{TL}} = \frac{2,0}{6,0} \cdot 10^6 \cdot \frac{16,0}{2,25} \cdot 10^{-6}$$

$$\boxed{\frac{F_{SL}}{F_{TL}} = \frac{32,0}{13,5} \cong 2,4}$$

Resposta: B

4 **(VUNESP-MODELO ENEM)** – É comum justificar-se a influência da Lua em acontecimentos na Terra pela ação gravitacional que a Lua exerce em corpos na superfície terrestre. Para avaliar a validade desse argumento, pode-se verificar se essa ação é relevante em relação à ação gravitacional da própria Terra. Isso pode ser feito determinando a razão entre os módulos da força de atração gravitacional exercida sobre esses corpos pela Terra (o peso P desses corpos) e pela Lua, que chamaremos F_L.

Sendo $g = 9,8\ m/s^2$ o módulo da aceleração da gravidade terrestre, $G = 6,7 \cdot 10^{-11} \dfrac{N \cdot m^2}{(kg)^2}$ a constante gravitacional universal, $M = 7,4 \cdot 10^{22}$ kg a massa da Lua e $r = 3,8 \cdot 10^8$m a distância média da Lua à Terra, a razão $\dfrac{P}{F_L}$ é, aproximadamente, igual a:

a) 28 b) 100 c) 2000
d) 60000 e) 280000

Resolução

$P = mg$

$$F_L = \frac{GM_L m}{d_L^2}$$

$$\frac{P}{F_L} = \frac{g \cdot d_L^2}{GM_L} = \frac{9,8 \cdot (3,8 \cdot 10^8)^2}{6,7 \cdot 10^{-11} \cdot 7,4 \cdot 10^{22}}$$

$$\frac{P}{F_L} = \frac{9,8 \cdot 14,4}{6,7 \cdot 7,4} \cdot \frac{10^{16}}{10^{11}}$$

$$\frac{P}{F_L} = \frac{9,8 \cdot 14,4}{6,7 \cdot 7,4} \cdot 10^5 \Rightarrow \boxed{\frac{P}{F_L} = \cong 2,8 \cdot 10^5}$$

Resposta: E

5 **(GAVE-MODELO ENEM)** – Leia com atenção o pequeno texto atribuído a Newton:

Comecei a pensar que a gravidade se estendia até à órbita da Lua e... deduzi que as forças que conservam os planetas nas suas órbitas devem ser inversamente proporcionais aos quadrados das suas distâncias aos centros em torno dos quais revolucionam: e assim comparei a força necessária para conservar a Lua na sua órbita com a força da gravidade à superfície da Terra.

In *Projecto Física Unidade* 2, Fundação Calouste Gulbenkian, 1979, pp. 94-95

Os satélites artificiais da Terra estão também sujeitos à força da gravidade.

Selecione a alternativa que contém os termos que preenchem, sequencialmente, os espaços seguintes, de modo a obter uma afirmação correta.

A intensidade da força que atua sobre esses satélites __________ quando a sua distância ao centro da Terra ______________.

a) ... quadruplica ... se reduz à metade.
b) ... quadruplica ... duplica.
c) ... duplica ... duplica.
d) ... duplica ... se reduz à metade.
e) ... quadruplica ... quadruplica.

Resolução

$$F_G = G\,\frac{M\,m}{d^2}$$

Quando **d** se reduz à metade F_G quadruplica.

Resposta: A

Exercícios Propostos

1 **(UEM-PR-MODELO ENEM)** – O ônibus espacial realiza suas viagens ao redor da Terra a uma altura de cerca de 600km da superfície. Por que os astronautas flutuam no interior da nave?

a) Porque há falta de gravidade na cabine da nave.
b) Porque a nave, em sua órbita, está constantemente em queda livre.
c) Porque existe uma força centrífuga armazenada na cabine da nave.
d) Porque existe vácuo na cabine da nave.
e) Porque existe um campo eletromagnético que anula a força centrípeta no interior da cabine.

RESOLUÇÃO:
Um corpo é dito em queda livre quando está sob ação exclusiva da força gravitacional aplicada pela Terra.
Todo corpo em órbita, circular ou elíptica, está em uma eterna queda livre e, por isso, os corpos ficam flutuando no interior do ônibus espacial. Dizemos que o peso aparente é nulo.
Resposta: B

2 **(UNESP)** – Um satélite com massa **m** gira em torno da Terra com velocidade escalar constante, em uma órbita circular de raio **R**, em relação ao centro da Terra. Represente a massa da Terra por **M** e a constante gravitacional por **G**. Utilizando-se dos conceitos de forças centrípeta e gravitacional, calcule, em função de **m**, **M**, **R** e **G**,

a) a velocidade do satélite;
b) a constante K que aparece na terceira Lei de Kepler, $T^2 = KR^3$, em que T é o período do movimento.

RESOLUÇÃO:
a) Sendo a órbita circular, o movimento orbital é uniforme e a força gravitacional que a Terra aplica no satélite faz o papel de resultante centrípeta:

$F_G = F_{cp}$

$$\frac{G\,M\,m}{R^2} = \frac{m V^2}{R}$$

$$\boxed{V = \sqrt{\frac{G\,M}{R}}}$$

b) A velocidade escalar V também é dada por:

$$V = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi R}{T}$$

Portanto: $$\frac{2\pi R}{T} = \sqrt{\frac{G M}{R}}$$

$$\frac{4\pi^2 R^2}{T^2} = \frac{G M}{R}$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{G M} \cdot R^3$$

Sendo $T^2 = K R^3$, vem:

$$\boxed{K = \frac{4\pi^2}{GM}}$$

Respostas: a) $V = \sqrt{\frac{G\,M}{R}}$ **b)** $K = \frac{4\pi^2}{GM}$

3 **(UFPR-MODELO ENEM)** – Os astrônomos têm anunciado com frequência a descoberta de novos sistemas planetários. Observações preliminares em um desses sistemas constataram a existência de um planeta com massa 50 vezes maior que a massa da Terra e com diâmetro 5 vezes maior que o da Terra. Sabendo-se que o peso de uma pessoa é igual à força gravitacional exercida sobre ela, determine o módulo da aceleração da gravidade a que uma pessoa estaria sujeita na superfície desse planeta, em m/s². Dado: a aceleração da gravidade na superfície da Terra tem módulo igual a 10m/s².

a) 5m/s² b) 10m/s² c) 15m/s²
d) 20m/s² e) 25m/s²

RESOLUÇÃO:

$F_G = P$

$$\frac{G\,M\,m}{R^2} = m\,g$$

$$g = \frac{G\,M}{R^2}$$

$$g_P = \frac{G\,M_P}{R_P^2}$$

$$g_T = \frac{G\,M_T}{R_T^2}$$

$$\frac{g_P}{g_T} = \frac{M_P}{M_T}\left(\frac{R_T}{R_P}\right)^2$$

$$\boxed{g_P = g_T\left(\frac{M_P}{M_T}\right)\left(\frac{R_T}{R_P}\right)^2}$$

$$\left.\begin{matrix} M_P = x\,M_T \\ R_P = y\,R_T \end{matrix}\right\} \Rightarrow g_P = g_T \cdot \frac{x}{y^2}$$

$$g_P = 10 \cdot \frac{50}{25}\ (m/s^2) \Rightarrow \boxed{g_P = 20 m/s^2}$$

Resposta: D

No Portal Objetivo

Para saber mais sobre o assunto, acesse o **PORTAL OBJETIVO** (**www.portal.objetivo.br**) e, em "localizar", digite **FIS1M405**