

MATEMÁTICA

FRENTE 1

MÓDULO 1

**DEFINIÇÃO DE POTÊNCIA
DE EXPOENTE INTEIRO n**

- 1) a) $5^2 = 5 \cdot 5 = 25$
 b) $(-5)^2 = (-5) \cdot (-5) = 25$
 c) $-5^2 = -5 \cdot 5 = -25$
 d) $(-5)^3 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = -125$
 e) $-5^3 = -5 \cdot 5 \cdot 5 = -125$
 f) $\left(\frac{3}{4}\right)^0 = 1$
 g) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{1}{\frac{4}{9}} = \frac{9}{4}$
 h) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-4} = (-3)^4 =$
 $= (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = 81$

- 2) a) $10^2 = 10 \cdot 10 = 100$
 b) $10^5 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 100\,000$
 c) $10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0,01$
 d) $10^{-5} = \frac{1}{10^5} = \frac{1}{100\,000} = 0,00001$

- 3) a) $(0,3)^2 = 0,3 \cdot 0,3 = 0,09$
 b) $(0,03)^2 = 0,03 \cdot 0,03 = 0,0009$
 c) $(0,5)^3 = 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 = 0,125$
 d) $(0,01)^4 = 0,01 \cdot 0,01 \cdot 0,01 \cdot 0,01 = 0,00000001$

$$4) \frac{2^{-3} + 3^{-1}}{2^0 + 2^1 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}} = \frac{\frac{1}{2^3} + \frac{1}{3}}{1 + 2 + 2^3} =$$

$$= \frac{\frac{1}{8} + \frac{1}{3}}{1 + 2 + 8} = \frac{\frac{11}{24}}{11} = \frac{1}{24}$$

Resposta: C

- 5) a) $1^{10} = 1$ (F) b) $a^0 = 1$ (F)
 c) $a^1 = a$ (F) d) $8^0 = 1$ (V)
 e) $2^{-3} = \frac{1}{8}$ (F)

Resposta: D

- 6) $(-1)^0 + (-6) : (-2) - 2^4 =$
 $= 1 + 3 - 16 = -12$

Resposta: B

$$7) \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \cdot \frac{5}{2} = \frac{9}{4} + 4 \cdot \frac{5}{2} =$$

$$= \frac{9}{4} + 10 = \frac{9 + 40}{4} = \frac{49}{4}$$

Resposta: E

$$8) \frac{3^{-1} + 5^{-1}}{2^{-1}} = \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{5}}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{5+3}{15}}{\frac{1}{2}} =$$

$$= \frac{8}{15} \cdot \frac{2}{1} = \frac{16}{15}$$

Resposta: D

- 9) a) $a = 3^3 = 27$
 $b = (-2)^3 = -8$
 $c = 3^{-2} = \frac{1}{9}$
 $d = (-2)^{-3} = -\frac{1}{8}$

$$b) -8 < -\frac{1}{8} < \frac{1}{9} < 27$$

$$b < d < c < a$$

$$10) (0,2)^3 + (0,16)^2 = 0,008 + 0,0256 = 0,0336$$

Resposta: B

MÓDULO 2

PROPRIEDADES DAS POTÊNCIAS

- 1) a) $2^5 \cdot 2^{-2} = 2^{5+(-2)} = 2^3$
 b) $2^6 \cdot 2 = 2^{6+1} = 2^7$
 c) $2^{41} \div 2^{36} = 2^{41-36} = 2^5$
 d) $(0,2)^2 \cdot (1,5)^2 = (0,2 \cdot 1,5)^2 = (0,3)^2$
 e) $(0,4)^4 \div (0,02)^4 = (0,4 \div 0,02)^4 = 20^4$
 f) $25^2 \div 5^2 = (25 \div 5)^2 = 5^2$
 g) $\frac{(2^4)^5}{(4^2)^4} = \frac{2^{20}}{4^8} = \frac{2^{20}}{(2^2)^8} =$
 $= \frac{2^{20}}{2^{16}} = 2^{20-16} = 2^4$
 h) $(3^5)^4 \cdot (9^2)^3 = 3^{20} \cdot 9^6 = 3^{20} \cdot (3^2)^6 =$
 $= 3^{20} \cdot 3^{12} = 3^{20+12} = 3^{32}$

- 2) a) $(a^4)^3 = a^{4 \cdot 3} = a^{12}$
 b) $(a^3)^4 = a^{3 \cdot 4} = a^{12}$
 c) $a^{3^4} = a^{3 \cdot 3 \cdot 3} = a^{81}$
 d) $a^{4^3} = a^{4 \cdot 4 \cdot 4} = a^{64}$
 e) $[(a^{-2})^2]^3 = [a^{-2 \cdot 2}]^3 = [a^{-4}]^3 =$
 $= a^{-4 \cdot 3} = a^{-12}$
 f) $[(a^3)^3]^3 = [a^{3 \cdot 3}]^3 = [a^9]^3 = a^{9 \cdot 3} = a^{27}$
 g) $(a^3)^{3^3} = (a^3)^{3 \cdot 3 \cdot 3} = (a^3)^{27} = a^{3 \cdot 27} = a^{81}$
 h) $[(a^2)^5] = (a^{2 \cdot 2})^5 = (a^8)^5 = a^{8 \cdot 5} = a^{40}$

$$3) I) a = \frac{2^{25}}{(2^4)^5} \div 256 = \frac{2^{25}}{2^{20}} \div 2^8 =$$

$$= 2^{12} \div 2^8 = 2^4 = 16$$

$$II) b = \frac{[(0,06)^2]^3}{[(0,06)^3]^2} = \frac{(0,06)^6}{(0,06)^6} = 1$$

$$III) a \div b = 16 \div 1 = 16$$

Resposta: C

- 4) I) A metade de 2^{100} é

$$\frac{2^{100}}{2} = \frac{2^{100}}{2^1} = 2^{100-1} = 2^{99}$$

- II) O dobro de 4^{48} é

$$2 \cdot 4^{48} = 2(2^2)^{48} = 2 \cdot 2^{2 \cdot 48} =$$

$$= 2^1 \cdot 2^{96} = 2^{1+96} = 2^{97}$$

- III) A metade de 2^{100} dividida pelo dobro de

$$4^{48} \text{ é } \frac{2^{99}}{2^{97}} = 2^{99-97} = 2^2 = 4$$

Resposta: C

$$5) \frac{5^{2n+3}}{25^{n+1}} = \frac{5^{2n+3}}{(5^2)^{n+1}} = \frac{5^{2n+3}}{5^{2n+2}} = 5$$

Resposta: B

$$6) [2^9 : (2^2 \cdot 2)^3]^{-3} = [2^9 : (2^3)^3]^{-3} =$$

$$= [2^9 : 2^9]^{-3} = 1^{-3} = 1$$

Resposta: D

- 7) I) Verdadeira, pois $2^x + 3 = 2^x \cdot 2^3$
 II) Verdadeira, pois $(25)^x = (5^2)^x = 5^{2x}$
 III) Falsa, pois para $x = 2$ por exemplo,
 tem-se $2^2 + 3^2 = 5^2 \Leftrightarrow 13 = 25$

Resposta: E

- 8) a) Verdadeira, pois $x^2 = 4 \Rightarrow$
 $\Rightarrow (x^2)^3 = 4^3 \Rightarrow x^6 = 64$
 b) Falsa, pois $x^6 = 64 \Rightarrow x = 2$ ou $x = -2$
 c) Verdadeira, pois $(2^2)^3 = 2^6$ e $2^{2^3} = 2^8$ e
 $2^6 < 2^8$
 d) Verdadeira, pois $10^x = 0,2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow (10^x)^2 = 0,2^2 \Rightarrow 10^{2x} = 0,04$
 e) Verdadeira, pois $2^{n+2} + 2^n =$
 $= 2^n \cdot 2^2 + 2^n = 4 \cdot 2^n + 2^n = 5 \cdot 2^n$

Resposta: B

$$9) \frac{2^{n+4} - 2 \cdot 2^n}{2 \cdot 2^{n+3}} = \frac{2^n \cdot 2^4 - 2 \cdot 2^n}{2 \cdot 2^n \cdot 2^3} =$$

$$= \frac{16 \cdot 2^n - 2 \cdot 2^n}{16 \cdot 2^n} = \frac{14}{16} = \frac{7}{8}$$

Resposta: B

MÓDULO 3

PROPRIEDADES DAS POTÊNCIAS

- 1) $\begin{cases} x = a^2 \\ y = a \cdot x^2 = a \cdot (a^2)^2 = a \cdot a^4 = a^{1+4} = a^5 \\ z = x \cdot y = a^2 \cdot a^5 = a^{2+5} = a^7 \end{cases}$
 $x \cdot y \cdot z = a^n \Leftrightarrow a^2 \cdot a^5 \cdot a^7 = a^n \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow a^{2+5+7} = a^n \Leftrightarrow a^{14} = a^n \Leftrightarrow n = 14$

$$2) m = \frac{0,00001 \cdot (0,01)^2 \cdot 1000}{0,001} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{10^{-5} \cdot (10^{-2})^2 \cdot 10^3}{10^{-3}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{10^{-5} \cdot 10^{-4} \cdot 10^3}{10^{-3}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{10^{-5-4+3}}{10^{-3}} \Leftrightarrow m = \frac{10^{-6}}{10^{-3}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow m = 10^{-6-(-3)} \Leftrightarrow m = 10^{-3} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow m = (10^{-1})^3 \Leftrightarrow m = (0,1)^3$$

Resposta: C

$$3) 3 \cdot 2^{10} + 5 \cdot 2^{10} = (3 + 5) \cdot 2^{10} = 8 \cdot 2^{10} = 2^3 \cdot 2^{10} = 2^{3+10} = 2^{13}$$

Resposta: D

$$4) 3 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^6 = 3 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^{1+5} = 3 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^1 \cdot 10^5 = (3 + 2 \cdot 10^1) \cdot 10^5 = 23 \cdot 10^5$$

Resposta: B

$$5) 6 \cdot 10^{-4} + 2 \cdot 10^{-5} = 60 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-4} + 2 \cdot 10^{-5} = 60 \cdot 10^{-5} + 2 \cdot 10^{-5} = (60 + 2) \cdot 10^{-5} = 62 \cdot 10^{-5}$$

Resposta: D

$$6) \text{ I) } 2 \text{ megabytes} = 2 \cdot 2^{10} \text{ kilobytes} = 2^{11} \text{ kilobytes}$$

$$\text{ II) } 2^{11} \text{ kilobytes} = 2^{11} \cdot 2^{10} \text{ bytes} = 2^{21} \text{ bytes}$$

Assim, de (I) e (II), concluímos que 2 megabytes = 2^{21} bytes.

Resposta: E

7) De acordo com os dados do enunciado, a velocidade média da nave New Horizons deverá ser de aproximadamente

$$\frac{20,5 \cdot 3 \cdot 10^8}{4 \cdot 10^5} \text{ m/s} = \frac{61,5 \cdot 10^8}{4 \cdot 10^5} \text{ m/s} = 15,375 \cdot 10^3 \text{ m/s} = 15,375 \text{ km/s}$$

Resposta: B

$$8) \frac{1 - \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{3}\right)}{\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{2}} = \frac{1 - \left(\frac{1-2}{6}\right)}{\left(\frac{1+3}{6}\right)^2 + \frac{3}{2}} =$$

$$= \frac{1 + \frac{1}{6}}{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \frac{3}{2}} = \frac{\frac{7}{6}}{\frac{4}{9} + \frac{3}{2}} =$$

$$= \frac{\frac{7}{6}}{\frac{8+27}{18}} = \frac{7}{6} \cdot \frac{18}{35} = \frac{3}{5}$$

Resposta: D

$$9) \begin{cases} x = (2^2)^3 = 2^6 \\ y = 2^{2^3} = 2^8 \\ z = 2^{3^2} = 2^9 \end{cases} \Rightarrow x \cdot y \cdot z = 2^6 \cdot 2^8 \cdot 2^9 = 2^{6+8+9} = 2^{23} = 2^n \Rightarrow n = 23$$

Resposta: n = 23

10) Aproximando 5,2 para 5, 10,3 para 10 e 9,9 para 10 a expressão resulta

$$\frac{5^4 \cdot 10^3}{10^2} = 625 \cdot 10 = 6250$$

Resposta: E

11) I) Falsa, pois $745 \cdot 10^{-4} = 0,0745$

II) Falsa, pois $(-2)^n = -2^n$ para n ímpar

III) Falsa, pois $(-a^2)^3 = -a^6$ e $(-a^3)^2 = a^6$

Resposta: E

MÓDULO 4 PROPRIEDADES DAS POTÊNCIAS

$$1) 4^{-2x} = (2^2)^{-2x} = 2^{2 \cdot (-2x)} = 2^{-4x} = (2^x)^{-4} = (3)^{-4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$$

Resposta: E

$$2) \begin{aligned} \text{a) } 0,002 &= 2 \cdot 10^{-3} \\ \text{b) } 0,0132 &= 1,32 \cdot 10^{-2} \\ \text{c) } 12\,500 &= 1,25 \cdot 10^4 \\ \text{d) } 310\,000\,000 &= 3,1 \cdot 10^8 \end{aligned}$$

$$3) n(0,02)^{-2} = n \cdot \left(\frac{1}{0,02}\right)^2 = n \cdot \left(\frac{1}{\frac{2}{100}}\right)^2 =$$

$$= n \cdot \left(\frac{100}{2}\right)^2 = n \cdot (50)^2 = 2500 \cdot n$$

Resposta: D

4) $2^4 \cdot 10^8 = 16 \cdot 10^8 = 1\,600\,000\,000$, portanto, o número tem 10 algarismos.

5) O número $2^{31} \cdot 5^{26}$ tem 28 algarismos, pois $2^{31} \cdot 5^{26} = 2^5 \cdot 2^{26} \cdot 5^{26} = 2^5 \cdot (2 \cdot 5)^{26} = 32 \cdot 10^{26} = 32000 \dots\dots\dots 0$

Resposta: C

$$6) 5^{3a} = 64 \Rightarrow (5^a)^3 = 4^3 \Rightarrow 5^a = 4 \Rightarrow (5^a)^{-1} = 4^{-1} \Rightarrow 5^{-a} = \frac{1}{4}$$

Resposta: E

$$7) \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{9}{8}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{3^2}{2^3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2} \cdot \frac{3^4}{2^6} = \frac{3^2}{2^4} = \frac{9}{16}$$

Resposta: C

$$8) \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^3 = \frac{3^2}{2^4} \cdot \frac{2^6}{3^3} = \frac{2^2}{3} = \frac{4}{3}$$

Resposta: A

$$9) 1,092^{210} \cdot 25^2 = (1,092^{42})^5 \cdot (5^2)^2 \approx 40^5 \cdot 5^4 = 40^4 \cdot 5^4 \cdot 40 = (200)^4 \cdot 40 = (2 \cdot 10^2)^4 \cdot 2^2 \cdot 10 = 2^4 \cdot 2^2 \cdot 10^8 \cdot 10 = 2^6 \cdot 10^9 = 64 \text{ bilhões}$$

Resposta: A

$$10) 8^{13} \cdot 25^{19} = (2^3)^{13} \cdot (5^2)^{19} = 2^{39} \cdot 5^{38} = 2^{38} \cdot 5^{38} \cdot 2 = 10^{38} \cdot 2 = 2 \cdot 10^{38}$$

Resposta: D

MÓDULO 5 DEFINIÇÃO DE RAIZ E EXISTÊNCIA

$$1) \text{ a) } \sqrt{81} = 9, \text{ pois } 9^2 = 81$$

$$\text{ b) } -\sqrt{81} = -9$$

$$\text{ c) } \pm\sqrt{81} = \pm 9$$

$$\text{ d) } \sqrt[3]{64} = 4, \text{ pois } 4^3 = 64$$

$$\text{ e) } -\sqrt[3]{64} = -4$$

$$\text{ f) } \sqrt[3]{-64} = -4, \text{ pois } (-4)^3 = -64$$

$$\text{ g) } \sqrt[3]{0} = 0, \text{ pois } 0^3 = 0$$

$$\text{ h) } \sqrt{-9} \text{ não está definida em } \mathbb{R} \text{ ou } \sqrt{-9} \notin \mathbb{R}$$

2) Lembrando que para $a > 0$ e n par e não nulo, a **raiz enésima positiva de a** é representada por $\sqrt[n]{a}$ e a **raiz enésima negativa de a** é representada por $-\sqrt[n]{a}$, temos:

$$\sqrt{16} = 4; -\sqrt{16} = -4 \text{ e } \pm\sqrt{16} = \pm 4.$$

Resposta: E

$$3) \text{ I) } \sqrt[4]{81} = 3, \text{ pois } 3^4 = 81$$

$$\text{ II) } \sqrt{9} = 3, \text{ pois } 3^2 = 9$$

$$\text{ III) } \sqrt[5]{32} = 2, \text{ pois } 2^5 = 32$$

Logo:

$$\sqrt[3]{\sqrt[4]{81} + \sqrt{9} + \sqrt[5]{32}} = \sqrt[3]{3 + 3 + 2} = \sqrt[3]{8} = 2, \text{ pois } 2^3 = 8$$

$$4) A = \sqrt[9]{512} - \sqrt{144} + \sqrt[17]{0} + \sqrt[5]{-243} +$$

$$+ \sqrt[5]{-\frac{1}{32}} - \sqrt[31]{-1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow A = 2 - 12 + 0 + (-3) + \left(-\frac{1}{2}\right) - (-1) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow A = 2 - 12 + 0 - 3 - \frac{1}{2} + 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow A = -12 - \frac{1}{2} \Leftrightarrow A = \frac{-24 - 1}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow A = -\frac{25}{2}$$

$$5) \sqrt[3]{7 + \sqrt[3]{5 + \sqrt[3]{6 + \sqrt[3]{9}}}} =$$

$$= \sqrt[3]{7 + \sqrt[3]{5 + \sqrt[3]{6 + 3}}} =$$

$$= \sqrt[3]{7 + \sqrt[3]{5 + \sqrt[3]{9}}} = \sqrt[3]{7 + \sqrt[3]{5 + 3}} =$$

$$= \sqrt[3]{7 + \sqrt[3]{8}} = \sqrt[3]{7 + 2} = \sqrt[3]{9} = 3$$

Resposta: D

$$6) \frac{\sqrt{9} - \sqrt[3]{-8} + (0,41)^0}{(-2)^2 + \sqrt[3]{-27}} = \frac{3 - (-2) + 1}{4 + (-3)} =$$

$$= \frac{3 + 2 + 1}{4 - 3} = \frac{6}{1} = 6$$

Resposta: B

$$7) \sqrt{50^2 + 120^2} = \sqrt{2500 + 14400} =$$

$$= \sqrt{16900} = \sqrt{13^2 \cdot 10^2} = 13 \cdot 10 = 130$$

Resposta: A

$$8) \sqrt[3]{50^3 \cdot 2^3} = 50 \cdot 2 = 100$$

Resposta: C

$$9) \sqrt{32 + \sqrt{14 + \sqrt{1 + \sqrt{9}}}} =$$

$$= \sqrt{32 + \sqrt{14 + \sqrt{1 + 3}}} =$$

$$= \sqrt{32 + \sqrt{14 + 2}} =$$

$$= \sqrt{32 + 4} = \sqrt{36} = 6$$

Resposta: A

$$10) 10^{-2} \cdot [(-3)^2 - (-2)^3] : \sqrt[3]{-0,001} =$$

$$= 10^{-2} \cdot [9 + 8] : \sqrt[3]{-10^{-3}} =$$

$$= 10^{-2} \cdot 17 : (-10^{-1}) =$$

$$= \frac{17}{10^2} \cdot \frac{-10}{1} = -\frac{17}{10} = -1,7$$

Resposta: B

$$11) \{(-2)^3 + [(-2)^2 - 3 + (-3) \cdot \sqrt{49}] :$$

$$: [\sqrt{256} : (-4)]\} : (-3) =$$

$$= \{(-8 + [4 - 3 + (-3 \cdot 7)] : [16 : (-4)])\} : (-3)$$

$$= \{-8 + [1 - 21] : [-4]\} : (-3) =$$

$$= -8 + [-20] : [-4] : (-3) =$$

$$= \{-8 + 5\} : (-3) = -3 : (-3) = 1$$

Resposta: E

MÓDULO 6 PROPRIEDADES DAS RAÍZES

$$1) \sqrt[3]{\sqrt[3]{7}} = \sqrt[2 \cdot 3]{7} = \sqrt[6]{7}$$

Resposta: C

$$2) 2^{-1} + 2^{-1} + 4^{-1} + \sqrt{4} + \sqrt[3]{27} + \sqrt[4]{256} =$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + 2 + 3 + 4 =$$

$$= \frac{2 + 2 + 1 + 8 + 12 + 16}{4} = \frac{41}{4}$$

Resposta: C

$$3) a) \sqrt{48} = \sqrt{2^4 \cdot 3} = \sqrt{2^4} \cdot \sqrt{3} = 2^2 \cdot \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

$$b) \sqrt[3]{108} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 2^2} = \sqrt[3]{3^3} \cdot \sqrt[3]{2^2} = 3\sqrt[3]{4}$$

$$c) \sqrt[5]{192} = \sqrt[5]{2^6 \cdot 3} = \sqrt[5]{2^5 \cdot 2 \cdot 3} =$$

$$= \sqrt[5]{2^5} \cdot \sqrt[5]{2 \cdot 3} = 2\sqrt[5]{6}$$

$$d) \sqrt[3]{8 \cdot a^4} = \sqrt[3]{2^3 \cdot a^3 \cdot a} =$$

$$= \sqrt[3]{2^3} \cdot \sqrt[3]{a^3} \cdot \sqrt[3]{a} = 2a\sqrt[3]{a}$$

$$4) I) 5\sqrt{12} = 5\sqrt{2^2 \cdot 3} = 5\sqrt{2^2} \cdot \sqrt{3} =$$

$$= 5 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} = 10\sqrt{3}$$

$$II) 4\sqrt{27} = 4\sqrt{3^2 \cdot 3} = 4\sqrt{3^2} \cdot \sqrt{3} =$$

$$= 4 \cdot 3 \cdot \sqrt{3} = 12\sqrt{3}$$

Assim,

$$5\sqrt{12} + 4\sqrt{27} = 10\sqrt{3} + 12\sqrt{3} =$$

$$= (10 + 12)\sqrt{3} = 22\sqrt{3}$$

Resposta: D

$$5) \sqrt{8} - \sqrt{18} + 2\sqrt{2} = \sqrt{4 \cdot 2} - \sqrt{9 \cdot 2} + 2\sqrt{2} =$$

$$= \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} + 2\sqrt{2} =$$

$$= 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

Resposta: A

$$6) \sqrt{2352} = \sqrt{2^4 \cdot 3 \cdot 7^2} = 2^2 \cdot 7 \cdot \sqrt{3} = 28\sqrt{3}$$

Resposta: C

$$7) \sqrt{8} - \sqrt{18} + 2\sqrt{2} =$$

$$= \sqrt{2^2 \cdot 2} - \sqrt{2 \cdot 3^2} + 2\sqrt{2} =$$

$$= 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

Resposta: A

$$8) \sqrt{18} + \sqrt{50} = \sqrt{2 \cdot 3^2} + \sqrt{2 \cdot 5^2} =$$

$$= 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$$

Resposta: C

$$9) \sqrt[3]{\frac{3^{13} + 3^{12}}{2^5 \cdot 2^3}} = \sqrt[3]{\frac{3^{12} \cdot 3 + 3^{12}}{2^2}} =$$

$$= \sqrt[3]{\frac{4 \cdot 3^{12}}{2^2}} = 3^6 = 729$$

Resposta: C

MÓDULO 7 PROPRIEDADES DAS RAÍZES

$$1) I) \sqrt{2} = \sqrt[5]{2^5} = \sqrt[10]{32}$$

$$II) \sqrt[5]{3} = \sqrt[2 \cdot 5]{3^2} = \sqrt[10]{9}$$

$$III) \sqrt{2} \cdot \sqrt[5]{3} = \sqrt[10]{32} \cdot \sqrt[10]{9} = \sqrt[10]{288}$$

Resposta: C

$$2) I) \sqrt{a} = \sqrt[3 \cdot 2]{a^3} = \sqrt[6]{a^3}$$

$$II) \sqrt[3]{a} = \sqrt[2 \cdot 3]{a^2} = \sqrt[6]{a^2}$$

$$III) \frac{\sqrt{a}}{3\sqrt{a}} = \frac{\sqrt[6]{a^3}}{\sqrt[6]{a^2}} = \sqrt[6]{\frac{a^3}{a^2}} = \sqrt[6]{a}$$

Resposta: D

$$3) I) 2 = \sqrt{2^2}$$

$$II) \sqrt{2\sqrt{3}} = \sqrt{\sqrt{2^2 \cdot 3}} = \sqrt[2 \cdot 2]{2^2 \cdot 3} = \sqrt[4]{12}$$

Resposta: C

$$4) \sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}} = \sqrt{\sqrt{2^2 \cdot 2\sqrt{2}}} = \sqrt{\sqrt{8\sqrt{2}}} =$$

$$= \sqrt{\sqrt{\sqrt{8^2 \cdot 2}}} = \sqrt[2 \cdot 2 \cdot 2]{8^2 \cdot 2} = \sqrt[8]{128}$$

Resposta: B

$$5) a) \text{ verdadeiro, pois } 3 < 7 \Leftrightarrow \sqrt{3} < \sqrt{7}$$

$$b) \text{ verdadeiro, pois } 4 > 3 \Leftrightarrow \sqrt[4]{7} < \sqrt[4]{9}$$

$$c) \text{ verdadeiro, pois } \begin{cases} \sqrt[4]{2} = \sqrt[12]{2^3} = \sqrt[12]{8} \\ \sqrt[3]{7} = \sqrt[12]{7^4} = \sqrt[12]{2401} \end{cases}$$

$$d) \text{ verdadeiro, pois } \begin{cases} \sqrt[3]{2} = \sqrt[12]{2^4} = \sqrt[12]{16} \\ \sqrt[4]{3} = \sqrt[12]{3^3} = \sqrt[12]{27} \end{cases}$$

$$e) \text{ falso, pois } \begin{cases} 6 < 8 \\ 28 > 21 \end{cases} \sqrt[6]{28} > \sqrt[8]{21}$$

Resposta: E

$$6) 2\sqrt[3]{\sqrt{2}} = \sqrt[2 \cdot 3]{2^2 \cdot 2} =$$

$$= \sqrt[4]{2^9 \cdot 2} = \sqrt[4]{2^{10}} = \sqrt[4]{2^5} = \sqrt[4]{32}$$

Resposta: $\sqrt[4]{32}$

$$\begin{aligned}
 7) \quad & a\sqrt{a^{-1}} \cdot \sqrt{a^{-1}} \cdot \sqrt{a^{-1}} = \\
 & = \sqrt{a^2 \cdot a^{-1} \cdot \sqrt{a^{-1}} \cdot \sqrt{a^{-1}}} = \\
 & = \sqrt{\sqrt{a^2 \cdot a^{-1}} \cdot \sqrt{a^{-1}}} = \\
 & = \sqrt{\sqrt{a^2} \cdot a^{-1}} = \sqrt{a}
 \end{aligned}$$

Resposta: D

$$8) \sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{3} = \sqrt[6]{2^3} \cdot \sqrt[6]{3^2} = \sqrt[6]{8 \cdot 9} = \sqrt[6]{72}$$

Resposta: D

$$9) \frac{\sqrt{a}}{\sqrt[5]{a^2}} = \frac{\sqrt[10]{a^5}}{\sqrt[10]{a^4}} = \sqrt[10]{\frac{a^5}{a^4}} = \sqrt[10]{a}$$

Resposta: E

MÓDULO 8 POTÊNCIA DE EXPOENTE RACIONAL E RACIONALIZAÇÃO

$$\begin{aligned}
 1) \quad & 1 - \left[2 - \left(\frac{3}{5} \right)^{-2} \cdot 5^{-2} \right] + 4^{\frac{1}{2}} = \\
 & = 1 - \left[2 - \left(\frac{5}{3} \right)^2 \cdot \left(\frac{1}{5} \right)^2 \right] + \sqrt{4} = \\
 & = 1 - \left[2 - \frac{25}{9} \cdot \frac{1}{25} \right] + 2 = \\
 & = 1 - \left[2 - \frac{1}{9} \right] + 2 = 3 - \left[\frac{17}{9} \right] = \frac{10}{9}
 \end{aligned}$$

Resposta: C

$$\begin{aligned}
 2) \quad & \left(2^{\frac{1}{2}} \right)^{-\frac{1}{2}} = 2^{-\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} = 2^{-\frac{1}{4}} = \\
 & = \frac{1}{2^{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{\sqrt[4]{2}}
 \end{aligned}$$

Resposta: D

$$3) \text{ I) } 8^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{64} = 4$$

$$\text{II) } 4^{0,5} = 4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4} = 2$$

$$\text{III) } 8^{\frac{2}{3}} + 4^{0,5} = 4 + 2 = 6$$

Resposta: C

$$4) \text{ I) } 8^{\frac{2}{3}} = (2^3)^{\frac{2}{3}} = 2^{\frac{6}{3}} = 2^2 = 4$$

$$\text{II) } 8^{-\frac{2}{3}} = (2^3)^{-\frac{2}{3}} = 2^{-\frac{6}{3}} = 2^{-2} = \frac{1}{4}$$

$$\begin{aligned}
 \text{III) } \quad & \frac{2}{3} \cdot 8^{\frac{2}{3}} - \frac{2}{3} \cdot 8^{-\frac{2}{3}} = \\
 & = \frac{2}{3} \cdot 4 - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{8}{3} - \frac{1}{6} = \frac{15}{6} = 2,5
 \end{aligned}$$

Resposta: C

$$5) \text{ a) } \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{b) } \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\text{c) } \frac{10}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{10 \cdot \sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned}
 6) \quad & \frac{3}{\sqrt[7]{3^2}} = \frac{3}{\sqrt[7]{3^2}} \cdot \frac{\sqrt[7]{3^5}}{\sqrt[7]{3^5}} = \frac{3 \cdot \sqrt[7]{3^5}}{3} = \\
 & = \sqrt[7]{3^5} = \sqrt[7]{243}
 \end{aligned}$$

$$7) \sqrt{\sqrt{2}} = \sqrt[8]{2} = 2^{\frac{1}{8}}$$

Resposta: D

$$\begin{aligned}
 8) \quad & \frac{2}{\sqrt[3]{2}} = \frac{2}{\sqrt[3]{2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{2\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{2^3}} = \\
 & = \frac{2\sqrt[3]{4}}{2} = \sqrt[3]{4}
 \end{aligned}$$

Resposta: B

$$\begin{aligned}
 9) \quad & \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} + \frac{3}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \\
 & = \frac{2\sqrt{2}}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{2} + \sqrt{3}
 \end{aligned}$$

Resposta: A

MÓDULO 9 O QUE É FATORAR, FATOR COMUM E AGRUPAMENTO

$$\begin{aligned}
 1) \quad & \text{a) } xy + xz = x(y + z) \\
 & \text{b) } 3x + 6y + 12z = 3 \cdot (x + 2y + 4z) \\
 & \text{c) } 6m^3n + 15m^2n^2 - 3m^2n^3 = \\
 & = 3m^2n \cdot (2m + 5n - n^2)
 \end{aligned}$$

$$2) \text{ a) } xz + yz + xt + yt = z \cdot (x + y) + t \cdot (x + y) = (x + y)(z + t)$$

$$\text{b) } ax - ay + x - y = a(x - y) + 1 \cdot (x - y) = (a + 1)(x - y)$$

$$\begin{aligned}
 \text{c) } \quad & 3xy - xz - 3ay + az = \\
 & = x \cdot (3y - z) - a(3y - z) = \\
 & = (x - a)(3y - z)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3) \quad & ab + a - b - 1 = a(b + 1) - 1 \cdot (b + 1) = \\
 & = (b + 1) \cdot (a - 1) \\
 & \text{Resposta: C}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4) \quad & x^3 - x^2 + x - 1 = x^2(x - 1) + 1 \cdot (x - 1) = \\
 & = (x - 1) \cdot (x^2 + 1) \\
 & \text{Resposta: A}
 \end{aligned}$$

$$5) \text{ a) } \frac{ab + ac}{b + c} = \frac{a(b + c)}{b + c} = a$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } \quad & \frac{x^3 + x^2 + x + 1}{x^2 + 1} = \\
 & = \frac{x^2(x + 1) + (x + 1)}{x^2 + 1} = \\
 & = \frac{(x + 1)(x^2 + 1)}{x^2 + 1} = x + 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c) } \quad & \frac{x^3 - 2x^2 + 3x - 6}{x^2 + 3} = \\
 & = \frac{x^2(x - 2) + 3(x - 2)}{x^2 + 3} = \\
 & = \frac{(x - 1)(x^2 + 3)}{x^2 + 3} = x - 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 6) \quad & \frac{67^3 + 67^2 + 68}{67^2 + 1} = \frac{67^3 + 67^2 + 67 + 1}{67^2 + 1} = \\
 & = \frac{67^2(67 + 1) + (67 + 1)}{67^2 + 1} = \\
 & = \frac{(67 + 1)(67^2 + 1)}{67^2 + 1} = 67 + 1 = 68
 \end{aligned}$$

Resposta: C

$$\begin{aligned}
 7) \quad & \frac{a^6 + a^4 + a^2 + 1}{a^3 + a^2 + a + 1} = \frac{a^4(a^2 + 1) + (a^2 + 1)}{a^2(a + 1) + (a + 1)} = \\
 & = \frac{(a^2 + 1)(a^4 + 1)}{(a + 1)(a^2 + 1)} = \frac{a^4 + 1}{a + 1} = \\
 & = \frac{5^4 + 1}{5 + 1} = \frac{626}{6} = \frac{313}{3}
 \end{aligned}$$

Resposta: C

$$\begin{aligned}
 8) \quad & a^2 + ab - 2a - 2b = \\
 & = a(a + b) - 2(a + b) = (a + b)(a - 2) \\
 & \text{Resposta: A}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 9) \quad & \frac{x}{x + \frac{x^2}{x^2 - 1}} = \frac{x}{\frac{x^3 + x + x^2}{x^2 - 1}} = \\
 & = \frac{x^3 - x}{x^3 + x^2 + x} = \frac{x(x^2 - 1)}{x(x^2 + x + 1)} = \\
 & = \frac{x^2 - 1}{x^2 + x + 1}
 \end{aligned}$$

Resposta: B

$$10) x^7 + x^5 + x^2 + 1 = x^5(x^2 + 1) + (x^2 + 1) = (x^2 + 1)(x^5 + 1) = (x^2 + 1) \cdot A \Rightarrow A = x^5 + 1$$

Resposta: B

$$11) a^3 - 3a^2x^2y^2 = a^2(a - 3x^2y^2) = 10^2 \cdot (10 - 3 \cdot 2^2 \cdot 1^2) = 100 \cdot (10 - 12) = 100 \cdot (-2) = -200$$

Resposta: E

MÓDULO 10 DIFERENÇA DE QUADRADOS

$$1) \begin{aligned} a) x^2 - y^2 &= (x + y)(x - y) \\ b) x^2 - 16 &= x^2 - 4^2 = (x + 4)(x - 4) \\ c) 25 - 4a^2b^2 &= 5^2 - (2ab)^2 = (5 + 2ab)(5 - 2ab) \end{aligned}$$

$$2) 64 - 9a^4b^2 = (8 + 3a^2b)(8 - 3a^2b)$$

Resposta: D

3) Supondo $a^2 + ab \neq 0$, temos:

$$\frac{a^3 - ab^2}{a^2 + ab} = \frac{a(a^2 - b^2)}{a(a + b)} = \frac{a \cdot (a + b)(a - b)}{a(a + b)} = a - b$$

Resposta: B

$$4) x^4 - 16 = (x^2)^2 - 4^2 = (x^2 + 4)(x^2 - 4) = (x^2 + 4)(x^2 - 2^2) = (x^2 + 4)(x + 2)(x - 2)$$

Resposta: B

5) Supondo $x \neq 0$, $x \neq 1$, $x \neq -1$, tem:

$$\left(1 - \frac{1}{x}\right) \div \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) = \frac{x-1}{x} \div \frac{x^2-1}{x^2} = \frac{x-1}{x} \cdot \frac{(x-1)(x+1)}{x^2} = \frac{x-1}{x} \cdot \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{x}{x+1}$$

Resposta: D

$$6) \frac{9}{2\sqrt{7}-1} = \frac{9}{2\sqrt{7}-1} \cdot \frac{2\sqrt{7}+1}{2\sqrt{7}+1} = \frac{9 \cdot (2\sqrt{7}+1)}{(2\sqrt{7})^2 - 1^2} = \frac{9 \cdot (2\sqrt{7}+1)}{28-1} = \frac{9 \cdot (2\sqrt{7}+1)}{27} = \frac{2\sqrt{7}+1}{3}$$

Resposta: D

$$7) 20x^2 - 45y^2 = 5(4x^2 - 9y^2) = 5 \cdot [(2x)^2 - (3y)^2] = 5(2x + 3y)(2x - 3y)$$

Resposta: A

$$8) 64a^2 - b^{16} = (8a)^2 - (b^8)^2 = (8a + b^8)(8a - b^8)$$

Resposta: B

$$9) x = 675^2 - 674^2 = (675 + 674)(675 - 674) = 1349 \cdot 1 = 1349$$

Resposta: D

MÓDULO 11 QUADRADO PERFEITO

$$1) \begin{aligned} a) (2a - b)^2 &= (2a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot b + b^2 = 4a^2 - 4ab + b^2 \\ b) (a + 3b)^2 &= a^2 + 2 \cdot a \cdot 3b + (3b)^2 = a^2 + 6ab + 9b^2 \\ c) (3a - 4b)^2 &= (3a)^2 - 2 \cdot 3a \cdot 4b + (4b)^2 = 9a^2 - 24ab + 16b^2 \end{aligned}$$

$$2) \begin{aligned} a) x^2 + 4x + 4 &= x^2 + 2 \cdot x \cdot 2 + 2^2 = (x + 2)^2 \\ b) x^2 - 6x + 9 &= x^2 - 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 = (x - 3)^2 \\ c) x^2 - 10x + 25 &= x^2 - 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2 = (x - 5)^2 \\ d) 4a^2 + 12ab + 9b^2 &= (2a)^2 + 2 \cdot 2a \cdot 3b + (3b)^2 = (2a + 3b)^2 \end{aligned}$$

$$3) (x + 3)^2 - 4(x + 3) + 4 = (x + 3)^2 - 2(x + 3) \cdot 2 + 2^2 = [(x + 3) - 2]^2 = (x + 1)^2$$

Resposta: A

$$4) x^2 - x + \frac{1}{4} = x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$$

$$5) \frac{9 - x^2}{x^2 - 6x + 9} = \frac{(3 - x) \cdot (3 + x)}{(3 - x)^2} = \frac{3 + x}{3 - x}$$

Resposta: C

$$6) \frac{a^3 + a^2b}{a^2 + 2ab + b^2} = \frac{a^2 \cdot (a + b)}{(a + b)^2} = \frac{a^2}{a + b}$$

Resposta: B

$$7) \frac{ax^2 - 2a^2x + a^3}{ax - a^2} = \frac{a(x^2 - 2ax + a^2)}{a(x - a)} = \frac{(x - a)^2}{x - a} = x - a$$

Resposta: B

$$8) \frac{x^2 - 4}{x^2 - 4x + 4} = \frac{(x + 2)(x - 2)}{(x - 2)^2} = \frac{x + 2}{x - 2}$$

Resposta: D

$$9) \frac{a^4 - 18a^2 + 81}{a^2 - 9} = \frac{(a^2 - 9)^2}{a^2 - 9} = a^2 - 9 = (a + 3)(a - 3)$$

Resposta: A

$$10) \frac{a^3 - 5a^2 - a + 5}{a^2 - 1} = \frac{a^2(a - 5) - (a - 5)}{a^2 - 1} = \frac{(a - 5)(a^2 - 1)}{a^2 - 1} = a - 5$$

Resposta: B

$$11) a^2 + b^2 + 2ab - c^2 = (a + b)^2 - c^2 = (a + b + c)(a + b - c)$$

Resposta: A

$$12) (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 = (\sqrt{3})^2 + 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 = 3 + 2\sqrt{6} + 2 = 5 + 2\sqrt{6}$$

Resposta: C

$$13) \frac{(\sqrt{6} + \sqrt{5})^2 - (\sqrt{6} - \sqrt{5})^2}{\sqrt{30}} = \frac{[(\sqrt{6})^2 + 2\sqrt{6}\sqrt{5} + (\sqrt{5})^2] - [(\sqrt{6})^2 - 2\sqrt{6}\sqrt{5} + (\sqrt{5})^2]}{\sqrt{30}} = \frac{6 + 2\sqrt{30} + 5 - 6 + 2\sqrt{30} - 5}{\sqrt{30}} = \frac{4\sqrt{30}}{\sqrt{30}} = 4$$

Resposta: A

MÓDULO 12 SOMA DE CUBOS E CUBO PERFEITO

$$1) (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2) = a^3 + a^2b + ab^2 - ba^2 - ab^2 - b^3 = a^3 - b^3$$

$$2) \frac{a^3 - b^3}{a^2 + ab + b^2} = \frac{(a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2)}{(a^2 + ab + b^2)} = a - b = 93 - 92 = 1$$

Resposta: E

$$3) (a + 3) \cdot (a^2 - 3a + 9) = a^3 - 3a^2 + 9a + 3a^2 - 9a + 27 = a^3 + 27$$

$$4) (a + 3)^3 = (a + 3) \cdot (a + 3) \cdot (a + 3) = (a^2 + 3a + 3a + 9) \cdot (a + 3) = (a^2 + 6a + 9) \cdot (a + 3) = a^3 + 3a^2 + 6a^2 + 18a + 9a + 27 = a^3 + 9a^2 + 27a + 27$$

$$5) \frac{a^3 + 9a^2 + 27a + 27}{a^4 + 3a^3 + 27a + 81} = \frac{(a + 3)^3}{a^3 \cdot (a + 3) + 27 \cdot (a + 3)} = \frac{(a + 3)^3}{(a + 3) \cdot (a^3 + 27)} = \frac{(a + 3)^3}{(a + 3) \cdot (a^3 + 27)} = \frac{(a + 3)^2}{a^3 + 27}$$

$$= \frac{(a+3)^3}{(a+3) \cdot [(a+3) \cdot (a^2 - 3a + 9)]} =$$

$$= \frac{(a+3)^3}{(a+3)^2 \cdot (a^2 - 3a + 9)} = \frac{a+3}{a^2 - 3a + 9}$$

Para $a = 9$, temos:

$$\frac{9+3}{9^2 - 3 \cdot 9 + 9} = \frac{12}{63} = \frac{4}{21}$$

Resposta: E

- 6) a) $x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$
 b) $8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3$
 c) $27x^3 + 54x^2 + 36x + 8$
 d) $(x+4) \cdot (x^2 - 4x + 16) =$
 $= x^3 - 4x^2 + 16x + 4x^2 - 16x + 64 =$
 $= x^3 + 64$

7) $\frac{x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3}{x^2 - 2xy + y^2} =$

$$= \frac{(x-y)^3}{(x-y)^2} = x-y$$

Resposta: D

- 8) $(a+b)^3 - (a^3 - b^3) =$
 $= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 - a^3 - b^3 =$
 $= 3a^2b + 3ab^2 = 3ab(a+b)$

Resposta: C

9) $\frac{(a+b)^3 - (a^3 + b^3)}{(a+b)^2 - (a^2 + b^2)} =$

$$= \frac{a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 - a^3 - b^3}{a^2 + 2ab + b^2 - a^2 - b^2} =$$

$$= \frac{3a^2b + 3ab^2}{2ab} = \frac{3ab(a+b)}{2ab} =$$

$$= \frac{3(a+b)}{2}$$

Resposta: B

MÓDULO 13 SIMPLIFICAÇÃO DE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS

- 1) Supondo $a \neq -1$, temos:

$$\frac{a^2 + a}{2a + 2} = \frac{a \cdot (a+1)}{2 \cdot (a+1)} = \frac{a}{2}$$

Resposta: B

- 2) Supondo $a \neq -b$, temos:

$$\frac{a^3 + a^2b}{a^2 + 2ab + b^2} = \frac{a^2 \cdot (a+b)}{(a+b)^2} =$$

$$= \frac{a^2 \cdot (a+b)}{(a+b) \cdot (a+b)} = \frac{a^2}{a+b}$$

Resposta: D

- 3) Supondo $x \neq y$ e $x \neq -y$, temos:

$$\frac{x^2 + 2xy + y^2}{x^2 - y^2} = \frac{(x+y)^2}{(x+y) \cdot (x-y)} =$$

$$= \frac{(x+y) \cdot (x+y)}{(x+y) \cdot (x-y)} = \frac{x+y}{x-y}$$

- 4) Supondo $x \neq y$ e $x \neq -y$, obtemos:

$$\frac{(x+y)^3 - 2y(x+y)^2}{x^2 - y^2} =$$

$$= \frac{(x+y)^2 \cdot [(x+y) - 2y]}{(x+y) \cdot (x-y)} =$$

$$= \frac{(x+y)^2 \cdot (x-y)}{(x+y) \cdot (x-y)} = x+y$$

Resposta: D

5) $\frac{a^2b^3 + a^3b^2}{a^2 - b^2} \div \frac{ab}{a-b} =$

$$= \frac{a^2 \cdot b^2 \cdot (b+a)}{(a+b) \cdot (a-b)} \div \frac{ab}{a-b} =$$

$$= \frac{a^2 \cdot b^2}{(a-b)} \cdot \frac{(a-b)}{ab} = a \cdot b$$

Para $a = 2 + \sqrt{3}$ e $b = 2 - \sqrt{3}$, temos:
 $(2 + \sqrt{3}) \cdot (2 - \sqrt{3}) = 4 - 3 = 1$

Resposta: B

6) $\frac{x^4 + 2x^2 + 1}{x^2 + 1} = \frac{(x^2 + 1)^2}{x^2 + 1} = x^2 + 1$

Resposta: B

7) $\frac{x^6 - 3x^4 + 3x^2 - 1}{x^4 - 2x^2 + 1} = \frac{(x^2 - 1)^3}{(x^2 - 1)^2} =$

$$= x^2 - 1 = 11^2 - 1 = 121 - 1 = 120$$

Resposta: E

8) $\frac{x^3 - 27}{x^2 - 6x + 9} = \frac{x^3 - 3^3}{(x-3)^2} =$

$$= \frac{(x-3)(x^2 + 3x + 9)}{(x-3)^2} =$$

$$= \frac{x^2 + 3x + 9}{x-3}$$

Resposta: A

9) $\left(\frac{x^2 - 2xy + y^2}{x-y} \right) : \left(\frac{x+y}{x^2 + 2xy + y^2} \right) =$

$$= \frac{(x-y)^2}{(x-y)} : \frac{x+y}{(x+y)^2} =$$

$$= (x-y) : \frac{x+y}{(x+y)^2} =$$

$$= (x-y)(x+y) = x^2 - y^2$$

Resposta: C

MÓDULO 14 SIMPLIFICAÇÃO DE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS

1) $\left(\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b} \right) \cdot \frac{a+b}{2ab} =$

$$= \left[\frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{(a-b) \cdot (a+b)} \right] \cdot \frac{a+b}{2ab} =$$

$$= \left[\frac{(a^2 + 2ab + b^2) - (a^2 - 2ab + b^2)}{(a-b) \cdot (a+b)} \right] \cdot \frac{a+b}{2ab} =$$

$$= \frac{4ab}{(a-b) \cdot (a+b)} \cdot \frac{(a+b)}{2ab} = \frac{2}{a-b}$$

Para $a = 31,7$ e $b = 11,7$, temos:

$$\frac{2}{31,7 - 11,7} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10} = 0,1$$

Resposta: A

- 2) Para $a > 0$ e $b > 0$, temos:

$$2 + \sqrt{\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} + 2} =$$

$$= 2 + \sqrt{\frac{a^4 + b^4 + 2a^2b^2}{a^2b^2}} =$$

$$= 2 + \sqrt{\frac{a^4 + 2a^2b^2 + b^4}{a^2b^2}} =$$

$$= 2 + \sqrt{\frac{(a^2 + b^2)^2}{a^2b^2}} = 2 + \frac{a^2 + b^2}{ab} =$$

$$= \frac{a^2 + 2ab + b^2}{ab} = \frac{(a+b)^2}{ab}$$

Resposta: B

3) $\frac{ab + a + b + 1}{ab - a + b - 1} = \frac{a \cdot (b+1) + (b+1)}{a \cdot (b-1) + (b-1)} =$

$$= \frac{(b+1) \cdot (a+1)}{(b-1) \cdot (a+1)} = \frac{b+1}{b-1}$$

Para $a = 17,4$ e $b = 11$, temos:

$$\frac{11+1}{11-1} = \frac{12}{10} = 1,2$$

Resposta: D

4) $\frac{(\sqrt{6} + \sqrt{3})^2}{9 + 6\sqrt{2}} =$

$$= \frac{(\sqrt{6})^2 + 2 \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2}{9 + 6\sqrt{2}} =$$

$$= \frac{6 + 2\sqrt{18} + 3}{9 + 6\sqrt{2}} = \frac{9 + 2 \cdot \sqrt{2 \cdot 3^2}}{9 + 6\sqrt{2}} =$$

$$= \frac{9 + 6\sqrt{2}}{9 + 6\sqrt{2}} = 1$$

Resposta: D

$$5) \frac{x^3 - y^3}{x - y} - \frac{x^3 + y^3}{x + y} =$$

$$= \frac{(x - y)(x^2 + xy + y^2)}{(x - y)} -$$

$$- \frac{(x + y)(x^2 - xy + y^2)}{(x + y)} =$$

$$= (x^2 + xy + y^2) - (x^2 - xy + y^2) =$$

$$= x^2 + xy + y^2 - x^2 + xy - y^2 = 2xy$$

Resposta: E

$$6) (\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4})$$

Para $a = \sqrt[3]{3}$ e $b = \sqrt[3]{2}$ a expressão dada é da forma $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$ e resulta igual a $a^3 - b^3 = (\sqrt[3]{3})^3 - (\sqrt[3]{2})^3 = 3 - 2 = 1$

Resposta: C

$$7) \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{a^2 + b^2}{a^2 b^2} =$$

$$= \frac{(a + b)^2 - 2ab}{a^2 b^2} = \frac{8^2 - 2 \cdot 8}{8^2} =$$

$$= \frac{64 - 16}{64} = \frac{48}{64} = \frac{3}{4}$$

Resposta: B

$$8) x + \frac{1}{x} = 5 \Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 5^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 25 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 25 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 25 - 2 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 23$$

Resposta: B

$$9) \begin{cases} (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc) \\ a^2 + b^2 + c^2 = 122 \\ ab + ac + bc = 101 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (a + b + c)^2 = 122 + 2 \cdot 101 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (a + b + c)^2 = 122 + 202 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (a + b + c)^2 = 324 \Rightarrow a + b + c = 18$$

Resposta: C

$$10) \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5})^2}{10 + 2(\sqrt{6} + \sqrt{10} + \sqrt{15})} =$$

$$= \frac{(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{5})^2 + 2(\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{5} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{5})}{10 + 2(\sqrt{6} + \sqrt{10} + \sqrt{15})} =$$

$$= \frac{2 + 3 + 5 + 2(\sqrt{6} + \sqrt{10} + \sqrt{15})}{10 + 2(\sqrt{6} + \sqrt{10} + \sqrt{15})} =$$

$$= \frac{10 + 2(\sqrt{6} + \sqrt{10} + \sqrt{15})}{10 + 2(\sqrt{6} + \sqrt{10} + \sqrt{15})} = 1$$

Resposta: A

$$11) (x + y)^3 - (x - y)^3 =$$

$$= (x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3) -$$

$$- (x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3) =$$

$$= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 - x^3 + 3x^2y -$$

$$- 3xy^2 + y^3 = 6x^2y + 2y^3$$

Resposta: E

MÓDULO 15 EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

$$1) \text{ I) Um ano-luz: 9 trilhões e 500 bilhões de quilômetros} = 9.500.000.000.000 \text{ km} =$$

$$= 9,5 \cdot 10^{12} \text{ km}$$

$$\text{II) E} = 100.000 \text{ anos-luz} =$$

$$= 10^5 \text{ anos-luz} = 10^5 \cdot (9,5 \cdot 10^{12} \text{ km}) =$$

$$= 9,5 \cdot 10^{12+5} \text{ km} = 9,5 \cdot 10^{17} \text{ km}$$

Resposta: E

$$2) \frac{2^n + 2^{n+1} + 2^{n+2}}{2^{n+3}} = \frac{2^n + 2^n \cdot 2 + 2^n \cdot 2^2}{2^n \cdot 2^3} =$$

$$= \frac{2^n \cdot (1 + 2 + 2^2)}{2^n \cdot 2^3} = \frac{1 + 2 + 4}{8} = \frac{7}{8}$$

Resposta: D

$$3) 7^{5x} = 243 \Leftrightarrow (7^x)^5 = (3)^5 \Leftrightarrow 7^x = 3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (7^x)^2 = 3^2 \Leftrightarrow (7^2)^x = 9 \Leftrightarrow 49^x = 9$$

Resposta: C

$$4) \frac{\sqrt{\frac{x}{y}} - \sqrt{\frac{y}{x}}}{\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} - \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}} = \frac{\frac{x - y}{\sqrt{xy}}}{\frac{x - y}{\sqrt{xy}}} = \frac{x - y}{x - y} = 1$$

$$\frac{\sqrt{\frac{1}{y}} - \sqrt{\frac{1}{x}}}{\frac{1}{\sqrt{y}} - \frac{1}{\sqrt{x}}} = \frac{\frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{xy}}}{\frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{xy}}} =$$

$$= \frac{x - y}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} = \frac{x - y}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} \cdot \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} =$$

$$= \frac{(x - y) \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{y})}{x - y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$$

Resposta: D

$$5) \left[\sqrt[3]{\frac{(0,005)^2 \cdot 0,000075}{10}} \right] +$$

$$\div \left[\frac{5 \cdot 10^{-4} \cdot 2^{\frac{1}{3}}}{3^{\frac{1}{3}}} \right] =$$

$$= \left[\sqrt[3]{\frac{(5 \cdot 10^{-3})^2 \cdot (3 \cdot 5^2 \cdot 10^{-6})}{10}} \right] \div$$

$$\div \left[\frac{5 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{1}{2^{\frac{1}{3}}}}{\frac{1}{3^{\frac{1}{3}}}} \right] =$$

$$= \left[\sqrt[3]{\frac{5^2 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 10^{-6}}{10}} \right] \div$$

$$\div \left[\frac{5 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{2}}}{\frac{1}{\sqrt[3]{3}}} \right] =$$

$$= \left[\sqrt[3]{\frac{5^3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 10^{-12}}{10}} \right] \div$$

$$\div \left[\frac{5 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{2}} \right] =$$

$$= \left[5 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt[3]{\frac{3}{2}} \right] \cdot \left[\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{3} \cdot 5 \cdot 10^{-4}} \right] = 1$$

$$6) x = (0,25)^{0,25} = \left(\frac{25}{100} \right)^{\frac{25}{100}} = \left(\frac{1}{4} \right)^{\frac{1}{4}} =$$

$$= (2^{-2})^{\frac{1}{4}} = 2^{-\frac{1}{2}}$$

$$y = 16^{-0,125} = (2^4)^{-\frac{125}{100}} = (2^4)^{-\frac{5}{8}} = 2^{-\frac{1}{2}}$$

Resposta: A

$$7) \frac{\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1}}{\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1}} =$$

$$= \frac{\frac{(x+1)^2 - (x-1)^2}{(x-1)(x+1)}}{\frac{(x+1)^2 + (x-1)^2}{(x+1)(x-1)}} =$$

$$= \frac{(x^2 + 2x + 1) - (x^2 - 2x + 1)}{x - 1 + x + 1} =$$

$$= \frac{x^2 + 2x + 1 - x^2 + 2x - 1}{2x} =$$

$$= \frac{4x}{2x} = 2$$

Resposta: E

$$8) \frac{1 \cdot 10^{-4}}{8 \cdot 10^{-7}} = \frac{1}{8} \cdot 10^{-4-(-7)} =$$

$$= 0,125 \cdot 10^3 = 125$$

Resposta: A

$$9) \sqrt{b-1} - \sqrt{9b-9} =$$

$$= \sqrt{b-1} - \sqrt{9(b-1)} =$$

$$= \sqrt{b-1} - 3\sqrt{b-1} = -2\sqrt{b-1}$$

Resposta: B

$$10) \begin{cases} y = 16 \\ x = 1,25 \end{cases} \Rightarrow y^x = 16^{1,25} = (2^4)^{\frac{125}{100}} =$$

$$= (2^4)^{\frac{5}{4}} = 2^5 = 32$$

Resposta: D

$$11) \frac{xy - x^2}{\sqrt{y}} = \frac{x(y-x)}{\sqrt{y}} =$$

$$= \frac{-0,1[0,01 - (-0,1)]}{\sqrt{0,01}} =$$

$$= \frac{-0,1 \cdot (0,01 + 0,1)}{0,1} =$$

$$= -(0,01 + 0,1) = -0,11$$

Resposta: A

MÓDULO 16 EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

$$1) x - \frac{1}{x} = 3 \Rightarrow \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 3^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 9 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 - 2 + \frac{1}{x^2} = 9 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 9 + 2 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 11$$

Resposta: C

$$2) x = a + x^{-1} \Leftrightarrow x - x^{-1} = a \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x - x^{-1})^2 = a^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2 \cdot x \cdot x^{-1} + (x^{-1})^2 =$$

$$= a^2 \Leftrightarrow x^2 - 2 + x^{-2} = a^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x^{-2} = a^2 + 2$$

Resposta: A

$$3) I) \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2 + b^2}{ab}$$

$$II) \begin{cases} a + b = 10 \\ ab = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a+b)^2 = 10^2 \\ ab = 10 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 + 2ab = 100 \\ ab = 10 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + 2 \cdot 10 = 100 \Rightarrow a^2 + b^2 = 80$$

III) De (I) e (II), temos:

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2 + b^2}{ab} = \frac{80}{10} = 8$$

Resposta: C

$$4) a) (a-b-c)^2 = [a + (-b) + (-c)]^2 =$$

$$= a^2 + (-b)^2 + (-c)^2 + 2 \cdot a \cdot (-b) +$$

$$+ 2 \cdot a \cdot (-c) + 2 \cdot (-b) \cdot (-c) =$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac + 2bc$$

$$b) (a+b+c+d)^2 = a^2 + b^2 + b^2 + c^2 + d^2$$

$$+ 2ab + 2ac + 2ad + 2bc + 2bd + 2cd$$

$$c) (m+n+p)^2 = m^2 + n^2 + p^2 + 2mn +$$

$$+ 2mp + 2np$$

$$5) I) \begin{cases} m+n+p=6 \\ mn+mp+np=11 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (m+n+p)^2 = 6^2 \\ 2mn+2mp+2n=2 \cdot 11 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + n^2 + p^2 + 2mn + 2mp + 2np = 36 \\ 2mn + 2mp + 2np = 22 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow m^2 + n^2 + p^2 = 14$$

II) Como $mnp = 2$, temos:

$$\frac{m^2 + n^2 + p^2}{mnp} = \frac{14}{2} = 7$$

Resposta: B

$$6) 2 - \left(\frac{2}{5} - 3 \cdot \frac{4}{9}\right) : \frac{1}{3} =$$

$$= 2 - \left(\frac{2}{5} - \frac{4}{3}\right) : \frac{1}{3} =$$

$$= 2 - \left(\frac{6-20}{15}\right) : \frac{1}{3} =$$

$$= 2 - \left(\frac{-14}{15}\right) \cdot 3 =$$

$$= 2 - \frac{-42}{15} = \frac{30+42}{15} =$$

$$= \frac{72}{15} = \frac{24}{5}$$

Resposta: E

$$7) a) \frac{1}{10} - \frac{1}{6} = \frac{3-5}{30} = \frac{-2}{30} = -\frac{1}{15}$$

$$b) \frac{0,2 \cdot 0,3}{3,2 - 2,0} = \frac{0,06}{1,2} = \frac{6}{120} =$$

$$= \frac{1}{20} = 0,05$$

$$8) \left(7 + \frac{1}{5}\right) : \frac{12}{35} -$$

$$- \left(30 \cdot \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 + 7^0 =$$

$$= \left(\frac{35+1}{5}\right) : \frac{12}{35} - 15 + \frac{9}{16} \cdot \frac{8}{27} + 1 =$$

$$= \frac{36}{5} \cdot \frac{35}{12} - 15 + \frac{1}{6} + 1 =$$

$$= 21 - 15 + \frac{1}{6} + 1 =$$

$$= \frac{126 - 90 + 1 + 6}{6} = \frac{43}{6}$$

Resposta: E

$$9) \frac{1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{5}}}{-1 + \frac{3}{1 + \frac{1}{5}}} = \frac{1 + \frac{1}{\frac{5-1}{5}}}{-1 + \frac{3}{\frac{5+1}{5}}} =$$

$$= \frac{1 + \frac{5}{4}}{-1 + \frac{15}{6}} = \frac{\frac{4+5}{4}}{\frac{-6+15}{6}} =$$

$$= \frac{9}{4} \cdot \frac{6}{9} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

Resposta: A

$$10) \frac{\left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4}\right) : \frac{17}{2}}{2^{-1} + 2^{-2}} =$$

$$= \frac{\left(\frac{8+9}{12}\right) \cdot \frac{2}{17}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4}} =$$

$$= \frac{\frac{1}{6}}{\frac{2+1}{4}} = \frac{1}{6} \cdot \frac{4}{3} = \frac{4}{18} = \frac{2}{9}$$

Resposta: A

FRENTE 2

MÓDULO 1

PRIMEIROS CONCEITOS DE CONJUNTOS – OPERAÇÕES ENTRE CONJUNTOS

- 1) a) $A = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
 $B = \{4, 6, 8, 10\}$
 b) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 3 < x < 11\} = \{x \in \mathbb{N} \mid 4 \leq x \leq 10\}$
 $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 3 < x < 11 \text{ e } x \text{ é par}\} = \{x \in \mathbb{N} \mid 4 \leq x \leq 10 \text{ e } x \text{ é par}\}$
- 2) (I) É falsa, pois $2 \in \{2; 5; 7\}$.
 (II) É falsa, pois $\{2\} \subset \{0; 1; 2; 3; \dots\}$.
 (III) É verdadeira, pois 3 é elemento de $\{2; 3; 4\}$.
 (IV) É verdadeira, pois $2 \in \{1; 2\}$ e $1 \in \{1; 2\}$.
 Observe que $\{2; 1\} \subset \{1; 2\}$ e $\{1; 2\} \subset \{2; 1\}$ e, portanto $\{2; 1\} = \{1; 2\}$.
 Resposta: B
- 3) A afirmação falsa é a (d), pois $A \notin A, \forall A$.
 Resposta: D
- 4) a) $B \subset A$ é falso, pois $\{A\} \notin A$.
 b) $A = B$ é falso, pois $B \not\subset A$, como foi visto no item (a).
 c) $A \in B$ é falso, pois os elementos de B são a e $\{A\}$.
 d) $a = A$ é falso, pois $A = \{a\}$.
 e) $\{A\} \in B$ é verdadeiro.
 Resposta: E
- 5) a) $\{\emptyset; \{b\}\} \subset A$, pois $\emptyset \in A$ e $\{b\} \in A$
 b) $\{\emptyset; b\} \not\subset A$, pois $b \notin A$
 c) $\{\emptyset; \{a\}\} \not\subset A$, pois $\{a\} \notin A$
 d) $\{a; b\} \not\subset A$, pois $b \notin A$
 e) $\{\{a\}; \{b\}\} \not\subset A$, pois $\{a\} \notin A$
 Resposta: A
- 6) a) falsa pois, por exemplo, $3 \in A$ e, $3 \notin B$
 b) falsa, pois por exemplo, $5 \in B$ e $5 \notin A$
 c) verdadeira, $6 \in A$
 d) falsa, pois $6 \in A$ e não $\{6\} \in A$
 e) falsa, pois $30 \in B$ e não $\{30\} \in B$
 Resposta: C
- 7) Os elementos de A são:
 $3, \{5; 6\}$ e 8 .
 Resposta: D

- 8) O número de subconjuntos de A é dado por $2^6 = 64$.

Resposta: E

- 9) O conjunto dos múltiplos estritamente positivos de 5, menores do que 40, é $A = \{5; 10; 15; 20; 25; 30; 35\}$. Como A tem 7 elementos ele possui: um total de $2^7 = 128$ subconjuntos dos quais um deles é o conjunto vazio.

Portanto, $n = 128 - 1 = 127$

Resposta: A

- 10) Os elementos de B que são pares são $2^3, 2^6, 2^9, 2^{13}, 6^2, 6^3, 6^9$, e 6^{13} num total de oito valores.

Resposta: B

MÓDULO 2

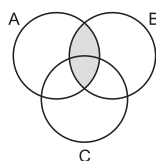
PRIMEIROS CONCEITOS DE CONJUNTOS – OPERAÇÕES ENTRE CONJUNTOS

- 1) a) Os subconjuntos de A são: $\emptyset; \{1\}; \{2\}; \{3\}; \{1; 2\}; \{1; 3\}; \{2; 3\}$ e $\{1, 2, 3\}$.
 b) $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset; \{1\}; \{2\}; \{3\}; \{1; 2\}; \{1; 3\}; \{2; 3\}; \{1, 2, 3\}\}$.
- 2) Como $A = \{1; 3; 5\}$, $B = \{3; 5; 7; 9\}$ e $S = \{1; 3; 5; 7; 9; 11\}$
 a) $A \cup B = \{1; 3; 5; 7; 9\}$
 b) $A \cap B = \{3; 5\}$
 c) $A - B = \{1\}$
 d) $B - A = \{7; 9\}$
 e) $C_S B = \overline{B} = S - B = \{1; 11\}$
- 3) Como $A = \{1; 2\}$, $B = \{1; 3\}$ e $C = \{1; 3; 4\}$, temos:
 a) $A \cup B = \{1; 2; 3\}$ b) $A \cap B = \{1\}$
 c) $A - B = \{2\}$ d) $B - C = \emptyset$
 e) $A \cup (B - C) = A \cup \emptyset = A$

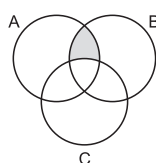
Resposta: D

- 4) a) $\{1, 3, 4, 5, 6, 7\}$ b) $\{3, 4\}$
 c) $\{1, 3, 4, 5, 6, 8\}$ d) $\{4, 6\}$
 e) $\{1, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ f) $\{4\}$
 g) $\{4, 5, 6\}$

- 5) I) $(A \cap B)$:



- II) $(A \cap B) - C$:



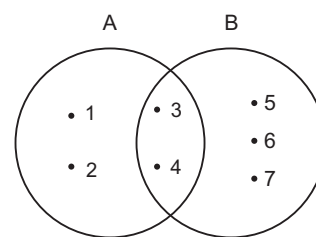
Resposta: A

- 6) O complemento de B em A é o conjunto

$$\complement_A B = A - B = \{1; 5; 8\}$$

Resposta: E

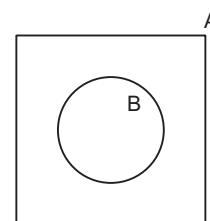
- 7) De acordo com o enunciado temos o seguinte diagrama



Logo, $A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$ e o número de subconjuntos de $A \cup B$ é $2^7 = 128$.

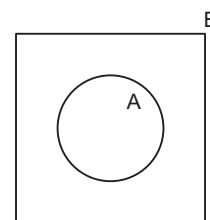
Resposta: D

- 8) Se $A \cap B = B$, então todos os elementos de B são, também, elementos de A e então, $B \subset A$.



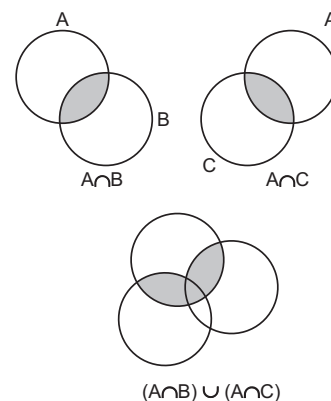
Resposta: C

- 9) Se $A \cup B = B$, então todos os elementos de A são, também, elementos de B e, então $A \subset B$.



Resposta: A

- 10)



Resposta: C

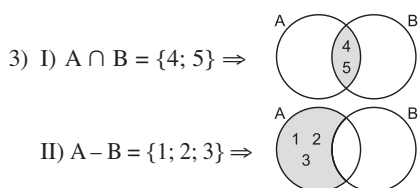
MÓDULO 3 DIAGRAMAS E NÚMERO DE ELEMENTOS

$$\left. \begin{array}{l} 1) \quad n(I) = 130 \\ n(F \cap I) = 50 \\ n(F \cup I) = 300 \\ n(F \cup I) = n(F) + n(I) - n(F \cap I) \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 300 = n(F) + 130 - 50 \Leftrightarrow$$

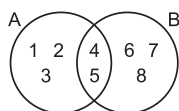
$$\Leftrightarrow n(F) = 300 - 130 + 50 = 220$$

- 2) Como $n(A) = 7$ e $n(B) = 9$ temos:
 $0 \leq n(A \cap B) \leq 7$ e
 $9 \leq n(A \cup B) \leq 16$
 Resposta: E

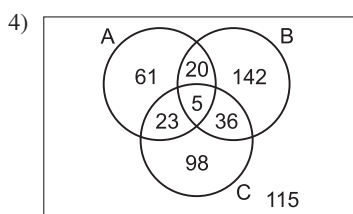


III) De (I) e (II) e

$$A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\} \text{ temos:}$$

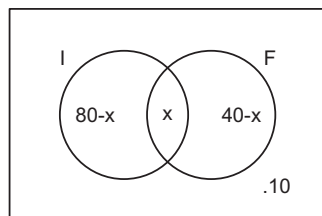


Assim sendo: $B = \{4; 5; 6; 7; 8\}$
 Resposta: B



- a) 61 pessoas consomem só a marca A.
 b) 142 pessoas consomem só a marca B.
 c) 98 pessoas consomem só a marca C.

- 5) De acordo com o texto, temos o seguinte diagrama, em porcentagem, sendo I o conjunto dos que estudam inglês e F o conjunto dos que estudam francês



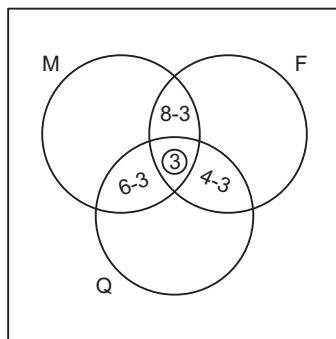
Assim,
 $(80 - x) + x + (40 - x) + 10 = 100 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow x = 30$
 Resposta: E

6) O diagrama correspondente é

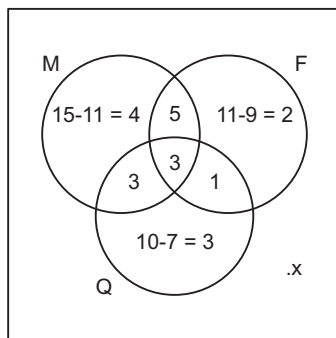
	rapazes	meninas	
com nota ≥ 7	$18 - 8 = 10$	$22 - 2 = 20$	30
com nota < 7	$10 - 2 = 8$	2	10
	18	$40 - 8 = 22$	

Resposta: E

- 7) Sejam M o conjunto dos alunos reprovados em Matemática, F reprovados em Física e Q em Química. O diagrama correspondente às informações do enunciado é



Completando, resulta



Portanto,
 $x + 4 + 2 + 3 + 5 + 3 + 3 + 1 = 80 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow x = 59$

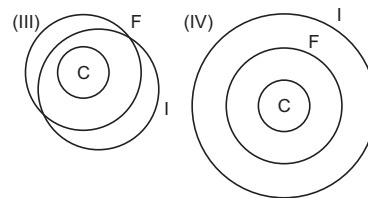
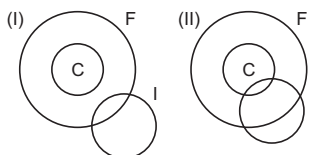
Resposta: 59

- 8) Considere os conjuntos C dos corintianos, F dos Fanáticos e I dos inteligentes.

“Todos os corintianos são fanáticos” significa que $C \subset F$.

“Existem fanáticos inteligentes” significa que $F \cap I \neq \emptyset$.

Os diagramas possíveis são



De (I): nenhum corintiano é inteligente
 De (II): existem corintianos inteligentes
 De (III) e (IV): todo corintiano é inteligente.

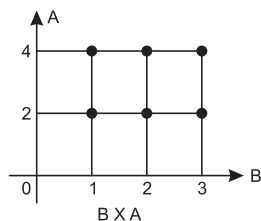
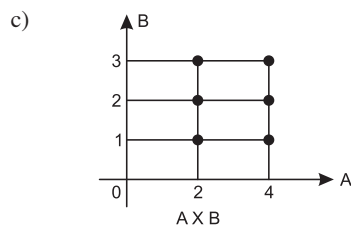
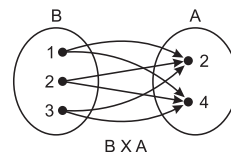
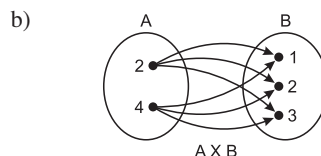
Resposta: E

MÓDULO 4 RELAÇÃO BINÁRIA E DEFINIÇÃO DE FUNÇÃO; DOMÍNIO, CONTRADOMÍNIO E IMAGEM

- 1) Se $A = \{2; 4\}$ e $B = \{1; 2; 3\}$, então:

a) $A \times B = \{(2; 1), (2; 2), (2; 3), (4; 1), (4; 2), (4; 3)\}$

$B \times A = \{(1, 2), (1, 4), (2, 2), (2, 4), (3, 2), (3, 4)\}$



- 2) Se $A = \{0; 1; 2\}$ e $B = \{3\}$, então
 $A \times B = \{(0; 3), (1; 3), (2; 3)\}$
 $\emptyset, \{(0, 3)\}, \{(1, 3)\}, \{(2, 3)\},$
 $\{(0, 3), (1, 3)\}, \{(0, 3), (2, 3)\},$
 $\{(1, 3), (2, 3)\}$ e $\{(0, 3), (1, 3), (2, 3)\}$
- 3) Sendo $A \times B = \{(5; 3), (5; 7)\}$ as relações binárias de A em B são:
 $\emptyset, \{(5; 3)\}, \{(5; 7)\}, \{(5; 3), (5; 7)\}$
 Resposta: D

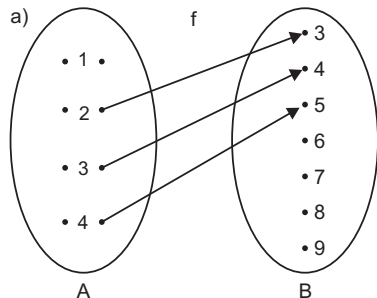
- 4) Se $(2; 1), (2; 5)$ e $(3; 4)$ pertencem a $A \times B$, então $2 \in A, 3 \in A, 1 \in B, 4 \in B$ e $5 \in B$. Como $n(A \times B) = 6$, concluímos que

$A = \{2;3\}$ e $B = \{1;4;5\}$ e, portanto,
 $A \cap B = \emptyset$.

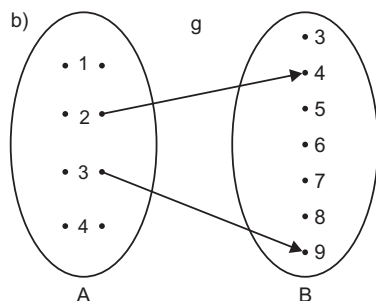
Resposta: E

5) A 6) C

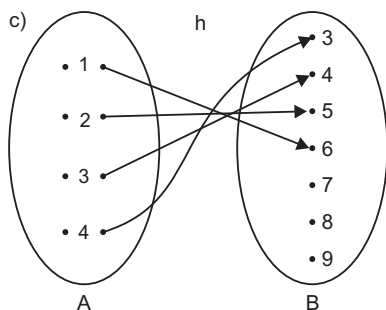
7)



x	y = x + 1
1	2 $\notin B$
2	3
3	4
4	5



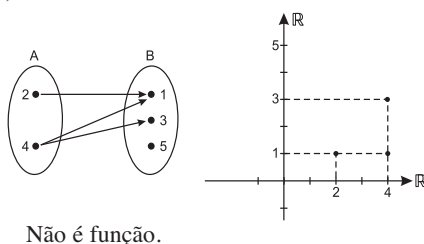
x	y = x^2
1	1 $\notin B$
2	4
3	9
4	16 $\notin B$



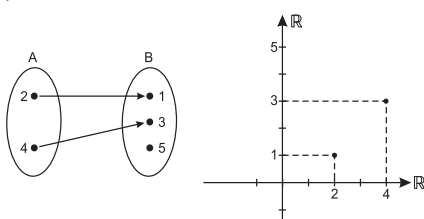
x	y = 7 - x
1	6
2	5
3	4
4	3

MÓDULO 5 RELAÇÃO BINÁRIA E DEFINIÇÃO DE FUNÇÃO; DOMÍNIO, CONTRADOMÍNIO E IMAGEM

1)

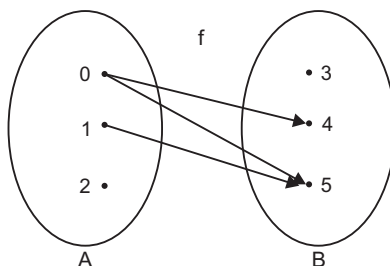


2)



3) a) 1 b) 2 c) 16 d) p

4) Lembrando que $y \geq x + 4 \Leftrightarrow y - x \geq 4$ temos o seguinte diagrama



Portanto, $f = \{(0; 4); (0; 5); (1; 5)\}$ que é um conjunto com 3 elementos.

Resposta: D

5) Para $x = 1$ resulta $y = 1^2 + 2 = 3$
 Para $x = 2$ resulta $y = 2^2 + 2 = 6$
 Para $x = 3$ resulta $y = 3^2 + 2 = 11$
 A diferença entre o maior e o menor valor de y é $11 - 3 = 8$.
 Resposta: D

MÓDULO 6 COMO RECONHECER UMA FUNÇÃO

1) f não é função
 h é uma função
 $D(h) = A$
 $CD(h) = B$
 $Im(h) = \{1, 2, 3\}$
 j é uma função
 $D(j) = A$

g não é função
 i é uma função
 $D(i) = A$
 $CD(i) = B$
 $Im(i) = \{1, 2\}$

$CD(j) = B$
 $Im(j) = \{0\}$
 l não é uma função

2) B

3) $f(1) = f(0 + 1) = 2^{f(0)} = 2^1 = 2$
 $f(2) = f(1 + 1) = 2^{f(1)} = 2^2 = 4$
 $f(3) = f(2 + 1) = 2^{f(2)} = 2^4 = 16$

Resposta: D

$$4) \begin{cases} f(x) = \frac{3}{5}x - 1 \\ g(x) = \frac{4}{3}x + a \end{cases}$$

$$f(0) - g(0) = \frac{1}{3} \Leftrightarrow -1 - a = \frac{1}{3} \Leftrightarrow a = -\frac{4}{3}$$

$$\text{Logo, } f(3) = \frac{3}{5} \cdot 3 - 1 = \frac{9}{5} - 1 = \frac{4}{5}$$

$$g\left(\frac{1}{5}\right) = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{5} - \frac{4}{3} = \frac{4 - 20}{15} = -\frac{16}{15}$$

$$\text{Assim, } f(3) - 3g\left(\frac{1}{5}\right) =$$

$$= \frac{4}{5} - 3 \cdot \left(-\frac{16}{15}\right) = \frac{12 + 48}{15} = 4$$

Resposta: E

5) $f(0) = 2 \cdot 0^3 = 0$
 $f(-1) = 2 \cdot (-1)^3 = -2$
 $f(2) = 2 \cdot 2^3 = 16$
 $f(-2) = 2 \cdot (-2)^3 = -16$
 $-f\left(-\frac{1}{2}\right) = -2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3 =$
 $= -2 \cdot \left(-\frac{1}{8}\right) = \frac{1}{4}$

Resposta: C

6) Como $f(p + q) = f(p) \cdot f(q)$ temos
 $f(0 + 2) = f(0) \cdot f(2) \Leftrightarrow f(2) = f(0) \cdot f(2)$
 Portanto, $2 = f(0) \cdot 2 \Leftrightarrow f(0) = 1$
 Resposta: B

MÓDULO 7 DOMÍNIO E IMAGEM POR MEIO DO GRÁFICO

1) É função.
 $D(f) = A = [1;4]$
 $CD(f) = B = [1;3]$
 $Im(f) = [2;3]$

2) Não é função.

3) É função.
 $D(h) = A = [1;4]$
 $CD(h) = B = [1;3]$
 $Im(h) = [1;2] \cup \{3\}$

4) $D = [-2; 1] \cup [2;4]$, $CD = \mathbb{R}$, $Im = [1;4]$

5) $D = [-4; 4]$, $CD = \mathbb{R}$, $Im = [-3; 4]$

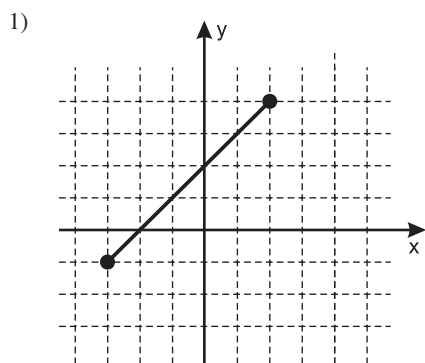
6) a) $[-4;5]$ b) $]-3; 4[$ c) -2
 d) -2 e) 2 f) $\{-2; 1; 3\}$

- 7) Da leitura do gráfico obtém-se $f(0) = 2$, $f(3) = 4$, $f(4) = 4$, $f(5) = 4$, $f(7) = 8$ e $f(10) = 0$.
Então, $f(0) + f(3) + f(4) + f(5) + f(7) + f(10) = 2 + 4 + 4 + 4 + 8 + 0 = 22$
Resposta: B

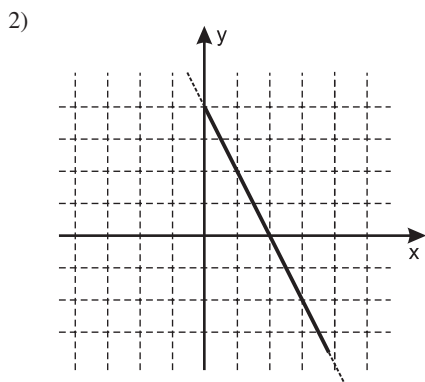
MÓDULO 8 FUNÇÃO SOBREJETORA, INJETORA E BIJETORA

- 1) a) Função sobrejetora (apenas)
b) Função não sobrejetora, nem injetora
c) Função injetora (apenas)
d) Função bijetora
- 2) E 3) B

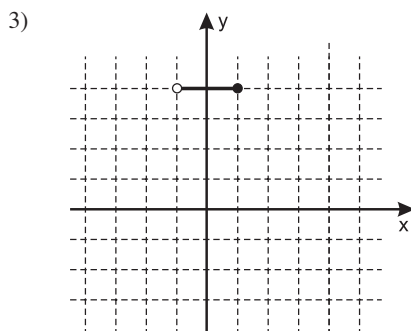
MÓDULO 9 FUNÇÕES MONOTÔNICAS



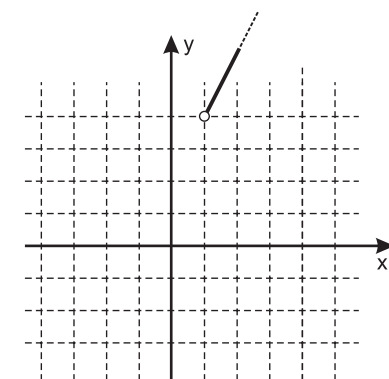
estritamente crescente



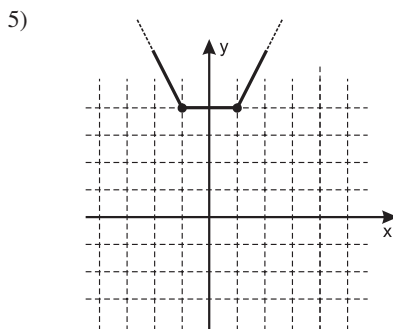
estritamente decrescente



constante



estritamente crescente



não é monotônica

6) C

MÓDULO 10 FUNÇÃO, PAR, ÍMPAR, PERIÓDICA E LIMITADA

1)

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{x^2} \\ f(-x) &= \frac{1}{(-x)^2} = \frac{1}{x^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Rightarrow f(-x) = f(x) \Rightarrow f \text{ é par}$$

Resposta: A

2)

$$\left. \begin{aligned} f \text{ é par} \\ f(2) = 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f(-2) = 3 \Rightarrow f(2) - f(-2) = 0$$

Resposta: E

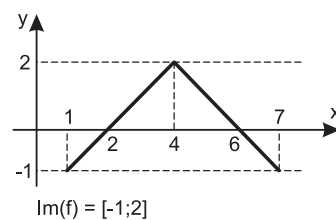
3) a) f é periódica e o período é $\frac{1}{2}$, pois $\frac{1}{2}$

é o menor número real, tal que

$$f\left(x + \frac{1}{2}\right) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$$

b) f é limitada (inferiormente e superiormente).

- 4) a) é limitada
b) não é periódica
c) não é par nem ímpar



- 5) $\text{Im}(f) = [0; 1] \Rightarrow f$ é limitada
 $f(x) = f(x + 3)$ para todo $x \in \mathbb{R} \rightarrow$
 $\rightarrow f$ é periódica de período 3.
Obs.: $f(x) = f(x + 3) = f(x + 6) = f(x + 9) =$
 $= f(x + 3K), k \in \mathbb{N}$.
Resposta: E

MÓDULO 11 FUNÇÃO COMPOSTA

- 1) Se f e g de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ forem definidas por
 $f(x) = 2x + 1$ e $g(x) = x - 1$, então:
a) $(f \circ g)(1) = f[g(1)] = f(0) = 1$
b) $(g \circ f)(1) = g[f(1)] = g(3) = 2$
- 2) a) $(f \circ g)(0) = f[g(0)] = f[-2] = (-2)^3 + 1 = -7$
b) $(g \circ f)(0) = g[f(0)] = g[1] = 1 - 2 = -1$
c) $(f \circ f)(1) = f[f(1)] = f(2) = 2^3 + 1 = 9$
d) $(g \circ g)(1) = g[g(1)] = g[-1] = -1 - 2 = -3$

- 3) Se $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ for definida por:

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n}{2}, & \text{se } n \text{ é par} \\ n + 1, & \text{se } n \text{ é ímpar} \end{cases}$$

então:

$$f(f(f(12))) = f\left(f\left(\frac{12}{2}\right)\right) = f(f(6)) = f\left(\frac{6}{2}\right) = f(3) = 3 + 1 = 4$$

Resposta: D

- 4) Se $f(x) = \frac{2}{x-1}$, $\forall x \neq 1$, então:

$$\sqrt{8f[f(2)]} = \sqrt{8 \cdot f\left[\frac{2}{2-1}\right]} = \sqrt{8 \cdot f[2]} =$$

$$= \sqrt{8 \cdot \frac{2}{2-1}} = \sqrt{8 \cdot 2} = 4$$

Resposta: D

- 5) $f(x) = 3x - 2 \Rightarrow f(1) = 3 \cdot 1 - 2 = 1$
Logo, $f(f(f(1))) = f(f(1)) = f(1) = 1$
Resposta: B

- 6) $f(x) = 3x - 2$
 $f(f(f(2))) = f(f(4)) = f(10) = 28$
Resposta: E

- 7) $f(9) = 2 \cdot 9 + 3 = 21$
 $f(10) = 2 \cdot 10 + 3 = 23$
 $f(11) = 3 \cdot 11 - 7 = 26$
 $f(9) + f(10) + f(11) = 21 + 23 + 26 = 70$
Resposta: B

- 8) a) $(f \circ f)(1) = f(f(1)) = f(1) = 1$
 b) $(f \circ f)(2) = f(f(2)) = f(3) = 7$
 c) $(f \circ g)(1) = f(g(1)) = f(2) = 3$
 d) $(f \circ g)(2) = f(g(2)) = f(5) = 21$
 e) $(g \circ f)(1) = g(f(1)) = g(1) = 2$
 f) $(g \circ f)(2) = g(f(2)) = g(3) = 8$
 g) $(g \circ g)(1) = g(g(1)) = g(2) = 5$
 h) $(g \circ g)(2) = g(g(2)) = g(5) = 14$

9) $f(2) = 0 \Rightarrow f(f(2)) = f(0) = 4$

Resposta: E

10) $f(-2) = 2 \Rightarrow f(f(-2)) = f(2) = 0$

Resposta: A

11) $f(2) = 0 \Rightarrow f(f(2)) = f(0) = 4$

$f(0) = 4 \Rightarrow f(f(0)) = f(4) = 4$

Resposta: E

12) $(f \circ g)(4) = f(g(4)) = f(1) = 4$

Resposta: E

13) $(f \circ g)(3) = f(g(3)) = f(0) = 3$

Resposta: D

14) $(f \circ g)(3) = f(g(3)) = f(0) = 3$

$(f \circ g)(4) = f(g(4)) = f(1) = 4$

$(f \circ g)(5) = f(g(5)) = f(2) = 5$

$(f \circ g)(6) = f(g(6)) = f(3) = 6$

$(f \circ g)(7) = f(g(7)) = f(4) = 7$

Resposta: A

MÓDULO 12 FUNÇÃO COMPOSTA

1) a) $(f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(x - 1) = x - 1 - 1 = x - 2$

b) $(g \circ g)(x) = g(g(x)) = g(x^2 + x) = (x^2 + x)^2 + (x^2 + x) = x^4 + 2x^2 + x + x^2 + x = x^4 + 2x^3 + 2x^2 + x$

2) $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(3x - 1) = (3x - 1)^2 = 9x^2 - 6x + 1$

Resposta: A

3) $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{\frac{1}{x} + 2} = \frac{1}{\frac{1 + 2x}{x}} = \frac{x}{2x + 1}$

Resposta: E

4) $(f \circ g)(x) = x + 4$

$f(g(x)) = x + 4$

$3 \cdot g(x) - 6 = x + 4$

$3 \cdot g(x) = x + 10$

$g(x) = \frac{x + 10}{3}$

5) Se $f(x) = \frac{x + 1}{x - 1}$, então:

$$\begin{aligned} (f \circ f)(x) &= f[f(x)] = f\left[\frac{x + 1}{x - 1}\right] = \\ &= \frac{\frac{x + 1}{x - 1} + 1}{\frac{x + 1}{x - 1} - 1} = \frac{\frac{x + 1 + x - 1}{x - 1}}{\frac{x + 1 - x + 1}{x - 1}} = \\ &= \frac{2x}{x - 1} = \frac{2x}{x - 1} \cdot \frac{x - 1}{2} = x \end{aligned}$$

Resposta: A

6) $(f \circ g)(x) = f[g(x)] = 2 \cdot g(x) - 3 = 2x^2 - 3$

Resposta: A

$$\begin{aligned} 7) (f \circ f)(x) &= f[f(x)] = \frac{1}{f(x) + 3} = \\ &= \frac{1}{\frac{1}{x + 3} + 3} = \\ &= \frac{1}{\frac{1 + 3x + 9}{x + 3}} = \frac{x + 3}{3x + 10} \end{aligned}$$

Resposta: C

$$\begin{aligned} 8) (g \circ f)(x) &= g[f(x)] = \frac{f(x) + 5}{2} = \\ &= \frac{2x - 5 + 5}{2} = \frac{2x}{2} = x \end{aligned}$$

Resposta: D

9) $(f \circ g)(x) = 12x - 1 \Rightarrow f(g(x)) = 12x - 1 \Rightarrow 3g(x) + 2 = 12x - 1 \Rightarrow 3g(x) = 12x - 3 \Rightarrow g(x) = 4x - 1$

Resposta: B

10) $(f \circ g)(x) = 2x - 7 \Rightarrow f[g(x)] = 2x - 7 \Rightarrow f(x - 5) = 2x - 7$

Para $x - 5 = a \Leftrightarrow x = a + 5$ resulta

$f(a) = 2(a + 5) - 7 \Rightarrow$

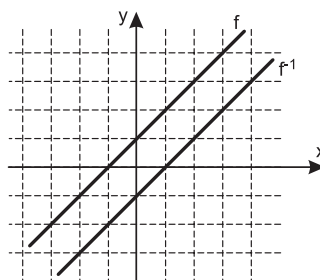
$\Rightarrow f(a) = 2a + 10 - 7 \Rightarrow f(a) = 2a + 3$

Logo, $f(x) = 2x + 3$

Resposta: E

MÓDULO 13 FUNÇÃO INVERSA

1)

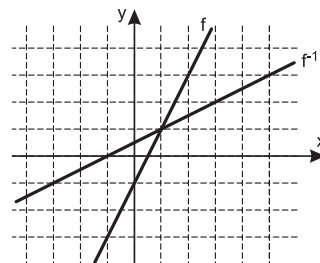


I) $f(x) = x + 1 \Rightarrow y = x + 1$

II) $x = y + 1 \Rightarrow y = x - 1$

III) $f^{-1}(x) = x - 1$

2)

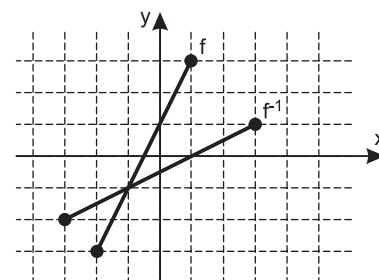


I) $f(x) = 2x - 1 \Rightarrow y = 2x - 1$

II) $x = 2y - 1 \Rightarrow 2y = x + 1 \Rightarrow y = \frac{x + 1}{2}$

III) $f^{-1}(x) = \frac{x + 1}{2}$

3)

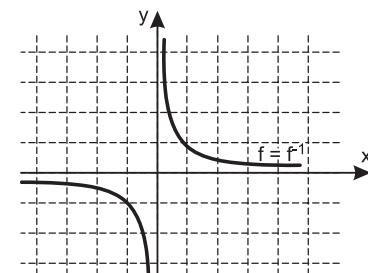


I) $f(x) = 2x + 1 \Rightarrow y = 2x + 1$

II) $x = 2y + 1 \Rightarrow 2y = x - 1 \Rightarrow y = \frac{x - 1}{2}$

III) $f^{-1}(x) = \frac{x - 1}{2}$ e $f^{-1}: [-3; 3] \rightarrow [-2; 1]$

4)



I) $f(x) = \frac{1}{x} \Rightarrow y = \frac{1}{x}$

II) $x = \frac{1}{y} \Rightarrow x \cdot y = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{x}$

III) $f^{-1}(x) = \frac{1}{x}$

5) a) Verdadeira, pois:

$f(x) = \frac{x}{3} \Rightarrow y = \frac{x}{3} \Rightarrow x = \frac{y}{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow y = 3x \Rightarrow f^{-1}(x) = 3x$

b) Verdadeira, pois:

$f(x) = x + 1 \Rightarrow y = x + 1 \Rightarrow x = y + 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow y = x - 1 \Rightarrow f^{-1}(x) = x - 1$

c) Falsa, pois:

$$\begin{aligned} f(x) &= 3x - 2 \Rightarrow y = 3x - 2 \Rightarrow \\ \Rightarrow x &= 3y - 2 \Rightarrow 3y = x + 2 \Rightarrow \\ \Rightarrow y &= \frac{x+2}{3} \Rightarrow \\ \Rightarrow f^{-1}(x) &= \frac{x+2}{3} = \frac{x}{3} + \frac{2}{3} \end{aligned}$$

d) Verdadeira de acordo com o item (c).

e) Verdadeira, pois:

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{x} \Rightarrow y = \frac{1}{x} \Rightarrow x = \frac{1}{y} \Rightarrow \\ \Rightarrow y &= \frac{1}{x} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{x} \end{aligned}$$

Resposta: C

6) $f(x) = 2x - 7 \Leftrightarrow y = 2x - 7$

Substituindo y por x e x por y resulta

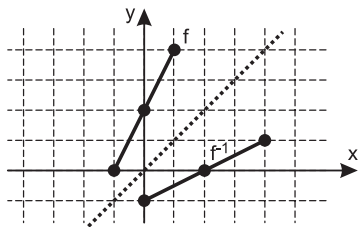
$$x = 2y - 7 \Leftrightarrow 2y = x + 7 \Rightarrow y = \frac{x+7}{2}$$

Logo, $f^{-1}(x) = \frac{x+7}{2}$

Resposta: D

MÓDULO 14 FUNÇÃO INVERSA

1)



$$\begin{aligned} f(x) &= 2x + 2 \Rightarrow y = 2x + 2 \Rightarrow \\ \Rightarrow x &= 2y + 2 \Leftrightarrow 2y = x - 2 \\ \Leftrightarrow y &= \frac{x-2}{2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x-2}{2} \end{aligned}$$

2) I) $h(x) = (g \circ f)(x) = g[f(x)] = g[x+3] =$
 $= 2(x+3) + 1 = 2x + 7$

II) $h(x) = 2x + 7 \Rightarrow y = 2x + 7 \Rightarrow$
 $\Rightarrow x = 2y + 7 \Leftrightarrow 2y = x - 7 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow y = \frac{x-7}{2} \Rightarrow h^{-1}(x) = \frac{x-7}{2}$

3) I) $f: \mathbb{R} - \{-3\} \rightarrow \mathbb{R} - \{a\}$

$$f^{-1}: \mathbb{R} - \{a\} \rightarrow \mathbb{R} - \{-3\}$$

II) $f(x) = \frac{3x+2}{x+3} \Rightarrow y = \frac{3x+2}{x+3} \Rightarrow$

$$\begin{aligned} \Rightarrow x &= \frac{3y+2}{y+3} \Leftrightarrow xy + 3x = 3y + 2 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow xy - 3y &= 2 - 3x \Leftrightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow (x-3)y &= 2 - 3x \Leftrightarrow y = \frac{2-3x}{x-3} \Rightarrow \\ \Rightarrow f^{-1}(x) &= \frac{2-3x}{x-3} \end{aligned}$$

III) O domínio de f^{-1} é $\mathbb{R} - \{3\}$, pois $x-3 \neq 0$ e, portanto, $a = 3$

Resposta: A

4) $f(x) = \frac{1}{x+1} \Rightarrow y = \frac{1}{x+1}$

Substituindo x por y e y por x obtém-se

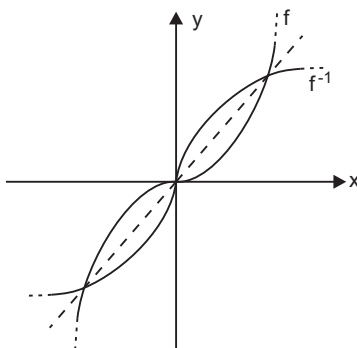
$$x = \frac{1}{y+1} \Leftrightarrow xy + x = 1 \Leftrightarrow xy = 1 - x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{1-x}{x} \Leftrightarrow y = \frac{1}{x} - \frac{x}{x} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{1}{x} - 1$$

Resposta: A

5) Lembrando que os gráficos de f e f^{-1} são simétricos em relação à reta $y = x$ (bissetriz dos quadrantes ímpares) resulta.



Resposta: C

MÓDULO 15 EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

1) I) $g(x) = 1 - x = \frac{4}{3} \Rightarrow -x = \frac{4}{3} - 1 \Rightarrow$
 $\Rightarrow x = -\frac{1}{3}$

II) Para $x = -\frac{1}{3}$, temos:

$$(f \circ g)\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{1 - \left(-\frac{1}{3}\right)}{-\frac{1}{3}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow f\left[g\left(-\frac{1}{3}\right)\right] = \frac{1 + \frac{1}{3}}{-\frac{1}{3}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow f\left[1 - \left(-\frac{1}{3}\right)\right] = \frac{\frac{4}{3}}{-\frac{1}{3}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow f\left(\frac{4}{3}\right) = -4$$

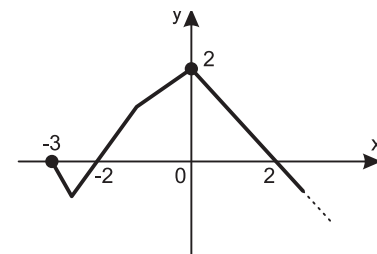
Resposta: E

2) $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(3x + 1)$

$$\Rightarrow (f \circ g)(x) = \begin{cases} (3x+1) - 3, & \text{se } (3x+1) \leq 4 \\ 2 \cdot (3x+1), & \text{se } (3x+1) > 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (f \circ g)(x) = \begin{cases} 3x - 2, & \text{se } x \leq 1 \\ 6x + 2, & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

3)



Se $f[f(x)] = 2 \Rightarrow f(x) = 0$, o que se verifica para três valores de x que são -3, -2 e 2.

Resposta: D

4) De acordo com o enunciado, após 12 meses consecutivos de acréscimos, o novo salário S desse trabalhador será:

$$S = \text{R\$ } 300,00 + 12 \cdot 2\% \cdot \text{R\$ } 300,00$$

$$S = \text{R\$ } 300,00 + 12 \cdot \text{R\$ } 6,00$$

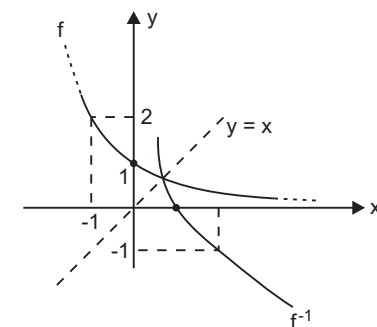
$$S = \text{R\$ } 372,00$$

Resposta: C

5) Para $x = 2$, temos:

$$\begin{aligned} y &= 90 \cdot 3^{-0,5 \cdot x^2} = 90 \cdot 3^{-0,5 \cdot 2^2} = \\ &= 90 \cdot 3^{-0,5 \cdot 4} = 90 \cdot 3^{-2} = 90 \cdot \frac{1}{9} = 10 \text{ alunos} \end{aligned}$$

6) Esboçando os gráficos de f e f^{-1} num mesmo sistema de coordenadas tem-se



Resposta: A

7) $f(0) = 3, f(1) = 2, f(2) = 3, f(3) = 6,$
 $f(4) = 3, f(0) + f(1) + f(2) + f(3) + f(4) =$
 $= 3 + 2 + 3 + 6 + 3 = 17$

Resposta: E

8) Resposta: A

MÓDULO 16
EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

- 1) a) Os passageiros que embarcaram pagaram 2000 reais cada um; os $100 - x$ que não embarcaram, pagarão 400 reais cada. A quantidade de dinheiro arrecadado (Q) em função de x é:
 $Q(x) = 2000 \cdot x + 400 \cdot (100 - x) \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow Q(x) = 2000 \cdot x + 40.000 - 400x \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow Q(x) = 1600x + 40.000$
- b) Para $x = 50$, temos:
 $Q(50) = 1600 \cdot 50 + 40.000 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow Q(50) = 120.000$ (em reais)
- c) $Q(x) = 96.000 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 1600x + 40.000 = 96.000 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow 1600x = 56.000 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow x = 35$ passageiros

- 2) Para $x > 90$, temos:
 $P(x) = 500 + 0,50 \cdot (x - 90)$
 $P(x) = 500 + 0,5 \cdot x - 45$
 $P(x) = 455 + 0,5 \cdot x$
 Resposta: D
- 3)
$$\begin{cases} d = \frac{V^2}{250} + \frac{V}{10} \Rightarrow \\ V = 100 \end{cases}$$

 $\Rightarrow d = \frac{100^2}{250} + \frac{100}{10} \Rightarrow$
 $\Rightarrow d = \frac{10000}{250} + 10 \Rightarrow$
 $\Rightarrow d = 40 + 10 \Rightarrow d = 50$
 Resposta: C

- 4) Para Paulo tem-se $f(h) = 2975 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 17h = 2975 \Rightarrow h = 175$, isto é, a altura de Paulo 175 cm.
 Logo, Carla mede $175 \text{ cm} - 5 \text{ cm} = 170 \text{ cm}$ de altura.
 Logo, como $g(h) = (15,3) \cdot h$ temos que $g(170) = 15,3 \cdot 170 = 2601$ em kcal.
 Resposta: B

- 5)
$$\begin{cases} y = 363 \cdot e^{0,03x} \\ x = 30 \end{cases} \Rightarrow y = 363 \cdot e^{0,03 \cdot 30} \Rightarrow$$

 $\Rightarrow y = 363 \cdot (e^{0,3})^3 = 363 \cdot (1,35)^3 =$
 $= 363 \cdot 2,4603 + 5 \approx 893$
 Resposta: E

