MATEMÁTICA

FRENTE 1

MÓDULO 17
SENO, COSSENO E TANGENTE NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

1) I) $\text{tg}\,\alpha = \dfrac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}} \Rightarrow 1{,}5 = \dfrac{x}{4} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 6\text{ cm}$

II) Teorema de Pitágoras:

$y^2 = x^2 + 4^2$

$y^2 = 6^2 + 4^2$

$y^2 = 52 \Rightarrow y = \sqrt{52} \Leftrightarrow y = 2\sqrt{13}\text{ cm}$

2) No triângulo retângulo de hipotenusa **b** e cateto **h**, temos:

$\text{sen}\,\alpha = \dfrac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$

$\text{sen}\,\alpha = \dfrac{h}{b} \Leftrightarrow h = b\,.\,\text{sen}\,\alpha$

Resposta: C

3) $\text{tg}\,6° = \dfrac{42}{x} \Leftrightarrow 0{,}105 = \dfrac{42}{x} \Leftrightarrow$

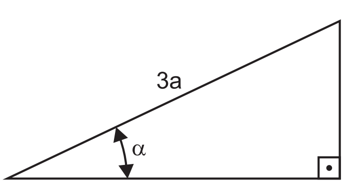
$\Leftrightarrow x = \dfrac{42}{0{,}105} \Leftrightarrow x = 400\text{m}$

4) Sendo **c** o comprimento da sombra temos que $\text{tg}\,x = \dfrac{80}{c} = \dfrac{10}{17}$.

Logo, $10c = 1360 \Leftrightarrow c = 136$

Resposta: B

5)



(I) $x^2 + a^2 = (3a)^2 \Leftrightarrow x^2 = 9a^2 - a^2 \Leftrightarrow x^2 = 8a^2 \Leftrightarrow x = a\,2\sqrt{2}$

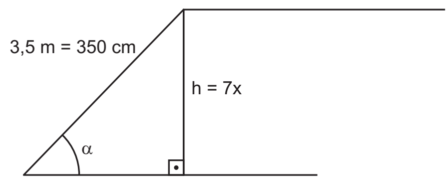
(II) $\cos\alpha = \dfrac{x}{3a}$

De (I) e (II) concluimos que

$\cos\alpha = \dfrac{a\,2\sqrt{2}}{3a} = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

Resposta: B

6)



Sendo **x** a altura de cada degrau, resulta $h = 7x$ (veja o desenho) e, consequentemente,

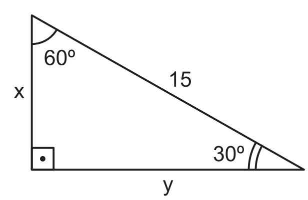
$\text{sen}\,\alpha = \dfrac{7x}{350\text{ cm}}$.

Logo, $\dfrac{3}{5} = \dfrac{7x}{350} \Leftrightarrow \dfrac{3}{5} = \dfrac{x}{50} \Leftrightarrow x = 30\text{cm}$

Resposta: C

MÓDULO 18
ARCOS NOTÁVEIS

1) A partir do enunciado, temos:



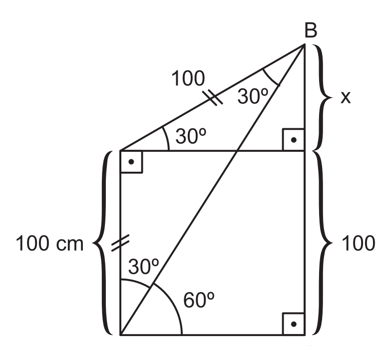
$\text{sen}\,30° = \dfrac{x}{15} \Rightarrow \dfrac{1}{2} = \dfrac{x}{15} \Rightarrow x = \dfrac{15}{2}$

$\cos 30° = \dfrac{y}{15} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow y = \dfrac{15\sqrt{3}}{2}$

logo: $x + y = \dfrac{15}{2} + \dfrac{15\sqrt{3}}{2} = \dfrac{15(1+\sqrt{3})}{2}$

Resposta: E

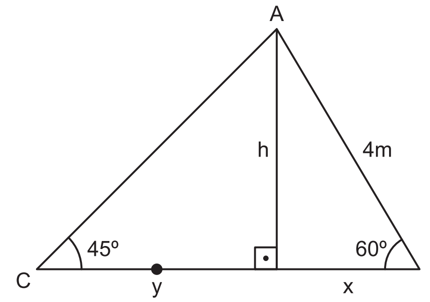
2)



$\text{sen}\,30° = \dfrac{x}{100} \Rightarrow x = 50$

AB = 150 cm

3)



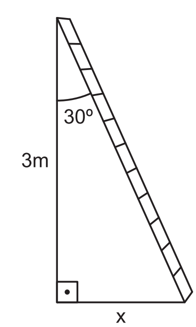
$\text{sen}\,60° = \dfrac{h}{4} \Rightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{h}{4} \Rightarrow h = 2\sqrt{3}$

$\cos 60° = \dfrac{x}{4} \Rightarrow \dfrac{1}{2} = \dfrac{x}{4} \Rightarrow x = 2$

$\text{tg}\,45° = \dfrac{h}{y} \Rightarrow 1 = \dfrac{2\sqrt{3}}{y} \Rightarrow y = 2\sqrt{3}$

$\overline{BC} = x + y = (2 + 2\sqrt{3})\text{m}$

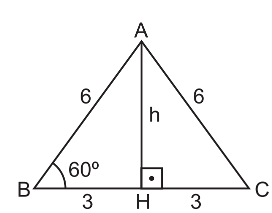
4)



$\text{tg}\,30° = \dfrac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$

$\dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{x}{3} \Leftrightarrow 3x = 3\sqrt{3} \Leftrightarrow x = \sqrt{3}\text{ m}$

5)



Na figura, AH = h é a altura do triângulo equilátero ABC de lado ℓ = 6cm.

No triângulo retângulo ABH temos que

$\text{sen}\,60° = \dfrac{h}{6} \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{h}{6} \Leftrightarrow 2h = 6\sqrt{3} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow h = 3\sqrt{3}$

Resposta: B

6) $\cos \alpha = \dfrac{x}{20} = 0{,}8 \Leftrightarrow x = 16.$

Resposta: x = 16

7) I) No Δ ACD temos que $\text{tg } 30° = \dfrac{AD}{20} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{AD}{20} \Leftrightarrow 3AD = 20\sqrt{3} \Leftrightarrow AD =$

$= \dfrac{20\sqrt{3}}{3}$

II) No Δ ABC temos que $\text{tg } 45° = \dfrac{AB}{20} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 1 = \dfrac{AB}{20} \Leftrightarrow AB = 20.$

Como BD = AB – AD resulta

$BD = 20 - \dfrac{20\sqrt{3}}{3} = 20 \cdot \left(1 - \dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$

MÓDULO 19
ARCOS NOTÁVEIS

1) No triângulo ABC, temos:

$\text{tg } 60° = \dfrac{x}{4\sqrt{3}} \Rightarrow \sqrt{3} = \dfrac{x}{4\sqrt{3}} \Leftrightarrow x = 12$

Resposta: C

2) No triângulo ABC, temos: AC = y e

$\cos 60° = \dfrac{4\sqrt{3}}{y} \Rightarrow \dfrac{1}{2} = \dfrac{4\sqrt{3}}{y} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow y = 8\sqrt{3}$

Resposta: B

3) A distância x entre o carro e o guincho é igual à distância entre o guincho e o helicóptero.

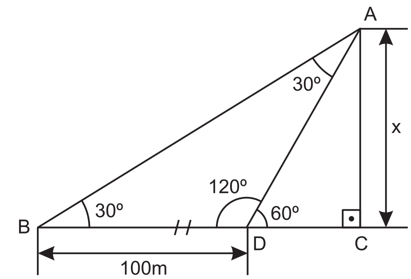
Logo,

$\cos 30° = \dfrac{200}{x} \Rightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{200}{x} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{400}{\sqrt{3}} = \dfrac{400\sqrt{3}}{3} \cong \dfrac{400 \cdot 1{,}73}{3} \cong 230$

Resposta: A

4)



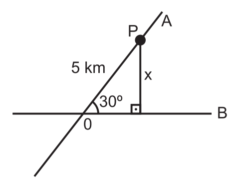
O Δ ABD é isósceles, pois $B\hat{A}D = A\hat{B}D = 30°$ (veja figura). Então, AD = BD = 100m.

No Δ ACD, $\text{sen } 60° = \dfrac{x}{100} \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{x}{100} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 50\sqrt{3}.$

Resposta: $50\sqrt{3}$ m

5)



Se P representa o posto, no desenho, então

$\text{sen } 30° = \dfrac{x}{5} \Leftrightarrow \dfrac{1}{2} = \dfrac{x}{5} \Leftrightarrow x = \dfrac{5}{2} = 2{,}5$

Resposta: C

6) Se **h** é a altura da árvore, de acordo com as informações devemos ter $\text{tg } \alpha = \dfrac{h - 1{,}70}{a}$.

Portanto, $h - 1{,}70 = a \cdot \text{tg } \alpha \Leftrightarrow h = a\text{tg } \alpha + 1{,}70.$

Resposta: ($a\text{tg } \alpha + 1{,}70$) em metros.

7) Com base na figura obtém-se:

$\cos \alpha = \dfrac{R}{h + R} \Leftrightarrow R = h \cos \alpha + R \cos \alpha \Leftrightarrow$

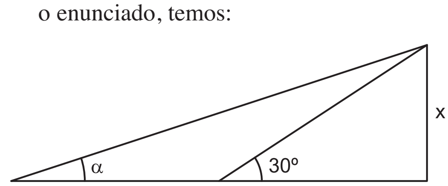
$\Leftrightarrow R - R \cos \alpha = h \cos \alpha \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (1 - \cos a) R = h \cos \alpha \Leftrightarrow R = \dfrac{h \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}$

Resposta: $R = \dfrac{h \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}$

MÓDULO 20
ARCOS NOTÁVEIS

1) Sendo x a altura do mastro e de acordo com o enunciado, temos:



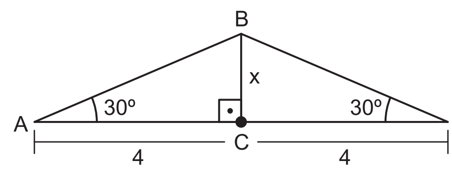
I) $\text{tg } 30° = \dfrac{x}{d}$

II) $\text{tg } \alpha = \dfrac{x}{2d} = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{x}{d} =$

$= \dfrac{1}{2} \cdot \text{tg } 30° = \dfrac{\text{tg } 30°}{2}$

Resposta: C

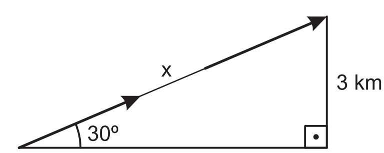
2) No triângulo ABC, temos:



$\text{tg } 30° = \dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{x}{4} \Leftrightarrow x = \dfrac{4\sqrt{3}}{3}$

Resposta: B

3)



$\text{sen } 30° = \dfrac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$

$\dfrac{1}{2} = \dfrac{3}{x} \Leftrightarrow x = 6$

Resposta: 6 km

4) I) No ΔABD:

$\text{tg } \beta = \dfrac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$

$\text{tg } \beta = \dfrac{BD}{AB} \Leftrightarrow \text{tg } \beta = \dfrac{H - h}{AB} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow AB = \dfrac{H - h}{\text{tg } \beta}$ (a)

II) No ΔABC:

$\text{tg } \alpha = \dfrac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$

$\text{tg } \alpha = \dfrac{BC}{AB} \Leftrightarrow \text{tg } \alpha = \dfrac{h}{AB} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow AB = \dfrac{h}{\text{tg } \alpha}$ (b)

III) Comparando as igualdades (a) e (b), temos:

$\dfrac{H - h}{\text{tg } \beta} = \dfrac{h}{\text{tg } \alpha} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (H - h) \,.\, \text{tg}\,\alpha = h \,.\, \text{tg}\,\beta \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow H \,.\, \text{tg}\,\alpha - h \,.\, \text{tg}\,\alpha = h \,.\, \text{tg}\,\beta \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow H \,.\, \text{tg}\,\alpha = h \,.\, \text{tg}\,\alpha + h \,.\, \text{tg}\,\beta \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow H \,.\, \text{tg}\,\alpha = h \,.\, (\text{tg}\,\alpha + \text{tg}\,\beta) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow H = \dfrac{h \,.\, (\text{tg}\,\alpha + \text{tg}\,\beta)}{\text{tg}\,\alpha}$

MÓDULO 21
RELAÇÕES FUNDAMENTAIS

1) Sendo x um ângulo agudo (0° < x < 90°) e

sen x = $\dfrac{4}{5}$, temos:

I) $\text{sen}^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \dfrac{16}{25} + \cos^2 x = 1 \Leftrightarrow \cos^2 x = \dfrac{9}{25} \Rightarrow$

$\Rightarrow \cos x = \dfrac{3}{5}$, pois cos x > 0

II) $\text{tg}\, x = \dfrac{\text{sen}\, x}{\cos x} = \dfrac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}} = \dfrac{4}{3}$

III) $\text{cotg}\, x = \dfrac{1}{\text{tg}\, x} = \dfrac{3}{4}$

IV) $\sec x = \dfrac{1}{\cos x} = \dfrac{5}{3}$

V) $\text{cossec}\, x = \dfrac{1}{\text{sen}\, x} = \dfrac{5}{4}$

2) Para sen x = $\dfrac{1}{3}$, temos:

$\dfrac{\cos^2 x}{1 - \text{sen}\, x} = \dfrac{1 - \text{sen}^2 x}{1 - \text{sen}\, x} =$

$= \dfrac{(1 + \text{sen}\, x) \,.\, (1 - \text{sen}\, x)}{1 - \text{sen}\, x} =$

$= 1 + \text{sen}\, x = 1 + \dfrac{1}{3} = \dfrac{4}{3}$

Resposta D

3) Para 0° < x < 90° e sen x = $\dfrac{1}{3}$, temos:

I) $\text{sen}^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \dfrac{1}{9} + \cos^2 x = 1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \cos^2 x = \dfrac{8}{9} \Rightarrow \cos x = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$,

pois cos x > 0

II) $\text{tg}\, x + \text{cotg}\, x = \dfrac{\text{sen}\, x}{\cos x} + \dfrac{\cos x}{\text{sen}\, x} =$

$= \dfrac{\text{sen}^2 x + \cos^2 x}{\text{sen}\, x \,.\, \cos x} = \dfrac{1}{\frac{1}{3} \,.\, \frac{2\sqrt{2}}{3}} =$

$= \dfrac{1}{\frac{2\sqrt{2}}{9}} = \dfrac{9}{2\sqrt{2}} \,.\, \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \dfrac{9\sqrt{2}}{4}$

Resposta: C

4) $\text{sen}^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow [(k - 1) \,.\, \sqrt{2}]^2 + [\sqrt{2 - 3k}]^2 = 1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2 \,.\, (k^2 - 2k + 1) + (2 - 3k) = 1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2k^2 - 7k + 3 = 0 \Leftrightarrow k = 3$ ou $k = \dfrac{1}{2}$

O único valor possível é k = $\dfrac{1}{2}$, pois para

k = 3 resultaria sen x = $2\sqrt{2} > 1$

Resposta: A

5) $\begin{cases} \cos^2 x + \text{sen}^2 x = 1 \\ \cos x = \sqrt{a},\ a \geq 0 \\ \text{sen}\, x = \sqrt{a^2 + 1} \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow (\sqrt{a})^2 + (\sqrt{a^2+1})^2 = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow a + a^2 + 1 = 1 \Rightarrow a^2 + a = 0 \Rightarrow a(a + 1) =$

$= 0 \Rightarrow a = 0$ ou $a = -1$ (não serve).

Portanto a = 0

Resposta: B

6) f(60º) = sen 60º + cos 60º + cotg 60º +

+ cossec 60º – tg 60º – sec 60º, então,

$f(60º) = \dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{\sqrt{3}} + \dfrac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} - \sqrt{3} -$

$- \dfrac{1}{\frac{1}{2}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{3} + \dfrac{2\sqrt{3}}{3} - \sqrt{3} -$

$-2 = \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{3} + \dfrac{2\sqrt{3}}{3} - \sqrt{3} \right) + \dfrac{1}{2} - 2 =$

$= \dfrac{3\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 3 - 12}{6} =$

$= \dfrac{3\sqrt{3} - 9}{6} = \dfrac{3(\sqrt{3} - 3)}{6} = \dfrac{\sqrt{3} - 3}{2}$

Resposta: B

7) $\dfrac{\text{tg}\, a + \text{tg}\, b}{\text{cotg}\, a + \text{cotg}\, b} = \dfrac{\text{tg}\, a + \text{tg}\, b}{\frac{1}{\text{tg}\, a} + \frac{1}{\text{tg}\, b}} =$

$= \dfrac{\text{tg}\, a + \text{tg}\, b}{\frac{\text{tg}\, b + \text{tg}\, a}{\text{tg}\, a \,.\, \text{tg}\, b}} =$

$= (\text{tg}\, a + \text{tg}\, b) \,.\, \dfrac{\text{tg}\, a + \text{tg}\, b}{\text{tg}\, b + \text{tg}\, a} = \text{tg}\, a \,.\, \text{tg}\, b$

Resposta: A

MÓDULO 22
RELAÇÕES FUNDAMENTAIS

1) $y = \dfrac{\text{cossec}\, a - \text{sen}\, a}{\sec a - \cos a} = \dfrac{\frac{1}{\text{sen}\, a} - \text{sen}\, a}{\frac{1}{\cos a} - \cos a} =$

$= \dfrac{\frac{1 - \text{sen}^2 a}{\text{sen}\, a}}{\frac{1 - \cos^2 a}{\cos a}} = \dfrac{\frac{\cos^2 a}{\text{sen}\, a}}{\frac{\text{sen}^2 a}{\cos a}} =$

$= \dfrac{\cos^2 a}{\text{sen}\, a} \,.\, \dfrac{\cos a}{\text{sen}^2 a} = \dfrac{\cos^3 a}{\text{sen}^3 a} = \text{cotg}^3 a$

Como tg a = $\dfrac{1}{2}$, então cotg a = 2 e, assim,

$y = \text{cotg}^3 a = 2^3 \Leftrightarrow y = 8$

2) $\text{sen}\, a + \cos a = m \Rightarrow$

$\Rightarrow (\text{sen}\, a + \cos a)^2 = m^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \text{sen}^2 a + 2 \,.\, \text{sen}\, a \,.\, \cos a + \cos^2 a = m^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 1 + 2 \,.\, \text{sen}\, a \,.\, \cos a = m^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2 \,.\, \text{sen}\, a \,.\, \cos a = m^2 - 1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \text{sen}\, a \,.\, \cos a = \dfrac{m^2 - 1}{2}$

Resposta: B

3) Para sen x = $\dfrac{1}{3}$, temos:

$y = \sec^2 x - \text{tg}\, x \,.\, \sec x =$

$= \dfrac{1}{\cos^2 x} - \dfrac{\text{sen}\, x}{\cos x} \,.\, \dfrac{1}{\cos x} =$

$$= \frac{1 - \text{sen } x}{\cos^2 x} = \frac{1 - \text{sen } x}{1 - \text{sen}^2 x} =$$

$$= \frac{1 - \text{sen } x}{(1 + \text{sen } x) \, . \, (1 - \text{sen } x)} =$$

$$= \frac{1}{1 + \text{sen } x} = \frac{1}{1 + \frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{4}$$

Resposta: E

4) $$\begin{cases} r \, . \, \text{sen } \theta = \sqrt{3} \\ r \, . \cos \theta = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{sen } \theta = \dfrac{\sqrt{3}}{r} \\ \cos \theta = \dfrac{1}{r} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{tg } \theta = \frac{\text{sen } \theta}{\cos \theta} = \sqrt{3}$$

Como $0° \leq \theta < 90°$, resulta $\theta = 60°$

Para $\theta = 60°$, temos:

$$\begin{cases} \text{sen } \theta = \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{\sqrt{3}}{r} \\ \cos \theta = \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{r} \end{cases} \Rightarrow r = 2$$

Os valores de r e θ são, respectivamente, 2 e 60°.

Resposta: E

5) $$\text{tg } a + \text{cotg } a = \frac{\text{sen } a}{\cos a} + \frac{\cos a}{\text{sen } a} =$$

$$= \frac{\text{sen}^2 a + \cos^2 a}{\cos a \, . \, \text{sen } a} = \frac{1}{\cos a \, . \, \text{sen } a} =$$

$$= \frac{1}{\cos a} \cdot \frac{1}{\text{sen } a} = \sec a \, . \, \text{cossec } a$$

Resposta: D

6) $$\frac{\cos^3 x - \text{sen}^3 x}{1 + \text{sen } x \cos x} =$$

$$= \frac{(\cos x - \text{sen } x) \, . \, (\cos^2 x + \cos x \, . \, \text{sen } x + \text{sen}^2 x)}{1 + \text{sen } x \cos x} =$$

$$= \frac{(\cos x - \text{sen } x) \, . \, (1 + \cos x \, . \, \text{sen } x)}{1 + \text{sen } x \cos x} =$$

$= \cos x - \text{sen } x$

Resposta: C

7) $$\frac{2 \text{ sen } x \cos x - \cos x}{1 - \text{sen } x + \text{sen}^2 x - \cos^2 x} =$$

$$= \frac{2 \text{ sen } x \cos x - \cos x}{\cos^2 x + \text{sen}^2 x - \text{sen } x + \text{sen}^2 x - \cos^2 x} =$$

$$= \frac{2 \text{ sen } x \cos x - \cos x}{2 \text{ sen}^2 x - \text{sen } x} = \frac{\cos x \, (2 \text{ sen } x - 1)}{\text{sen } x \, (2 \text{ sen } x - 1)} =$$

$$= \frac{\cos x}{\text{sen } x} = \text{cotg } x = \frac{1}{\text{tg } x}.$$

Para $x = 30^o$, resulta

$$\frac{1}{\text{tg } 30^o} = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

Resposta: A

8) $(\text{sen } x + \cos x)^2 + K \text{ sen } x \cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow \text{sen}^2 + 2\text{sen } x \cos x + \cos^2 x + K \text{ sen } x \cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow 1 + 2\text{sen } x \cos x + K \text{ sen } x \cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \text{sen } x \cos x \, (2 + K) = 0.$
Como $\text{sen } x \, . \cos x \neq 0$ (x é agudo), devemos ter $2 + K = 0 \Leftrightarrow K = -2$.
Resposta: A

9) $$\text{sen } x - \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow (\text{sen } x - \cos x)^2 =$$

$$= \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \Rightarrow \text{sen}^2 x - 2\text{sen } x \cos x + \cos^2 x =$$

$$= \frac{2}{4} \Rightarrow 1 - 2\text{sen } x \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow 1 - \frac{1}{2} =$$

$$= 2\text{sen } x \cos x \Rightarrow 2\text{sen } x \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{sen } x \cos x = \frac{1}{4}.$$

Resposta: E

MÓDULO 23
MEDIDAS DE ARCOS E ÂNGULOS

1) I) $5° = 5 \, . \, 60' = 300' = 300 \, . \, 60'' = 18000''$
II) $10' = 10 \, . \, 60'' = 600''$
III) $5°10' = 18000'' + 600'' = 18600''$

2) I) $$\begin{cases} 7' = 7 \, . \, 60'' = 420'' \\ 7'20'' = 420'' + 20'' = 440'' \end{cases}$$

II) $$\begin{cases} 1° = 60' = 60 \, . \, 60'' = 3600'' \\ 3' = 3 \, . \, 60'' = 180'' \\ 1°3'4'' = 3600'' + 180'' + 4'' = 3784'' \end{cases}$$

III) $7'20'' + 1°3'4'' = 440'' + 3784'' = 4224''$

Resposta: E

3)
Graus Radianos

$$\begin{cases} 180° \longleftrightarrow \pi \\ 12° \longleftrightarrow x \end{cases}$$

$x \, . \, 180° = 12° \, . \, \pi$

$$x = \frac{12\pi}{180°} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{15} \text{ radianos}$$

4) $$\frac{\text{comp } (\overset{\frown}{AB})}{3} = \frac{\text{comp } (\overset{\frown}{CD})}{5} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{s_1}{3} = \frac{s_2}{5} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} s_1 = 3\pi/6 \\ s_2 = 5\pi/6 \end{cases}$$

Então: $s_2 - s_1 = \dfrac{5\pi}{6} - \dfrac{3\pi}{6} = \dfrac{\pi}{3} \Rightarrow$

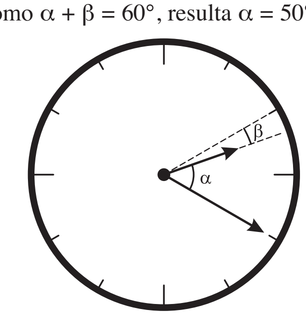
$$\Rightarrow s_2 - s_1 \cong \frac{3{,}14}{3} \cong 1{,}05$$

Resposta: B

5) Sendo α a medida do menor ângulo formado pelos ponteiros do relógio e β a medida do ângulo descrito pelo ponteiro menor em 20 minutos, temos:
Ponteiro "pequeno":

$$\left.\begin{matrix} 60 \text{ minutos} — 30° \\ 20 \text{ minutos} — \beta \end{matrix}\right\} \Rightarrow \beta = \frac{20}{60} . 30° = 10°$$

Como $\alpha + \beta = 60°$, resulta $\alpha = 50°$



Resposta: B

6) $$\begin{cases} \alpha = 1{,}2 \text{ rad} \\ \text{comp (AB)} = \ell = 12 \text{ cm} \Rightarrow \\ \dfrac{\ell}{r} = \alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{12 \text{ cm}}{r} = 1{,}2 \Rightarrow r = \frac{12}{1{,}2} \text{ cm} \Rightarrow$$

$\Rightarrow r = 10$ cm

Resposta: C

7) $$\begin{cases} \pi \text{ —— } 180^o \\ 0{,}105 \text{ —— } x \end{cases} \Rightarrow x = \frac{0{,}105 \, . \, 180^o}{\pi} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x \simeq \frac{18{,}9}{3{,}14} \simeq 6{,}02 \simeq 6^o$$

Resposta: 6^o

8)

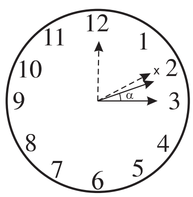
$$\begin{cases} 180^\circ \;\text{———}\; \pi \\ 30^\circ\,15' \;\text{———}\; x \end{cases} \Rightarrow x = \frac{30^\circ\,15' \,.\, \pi}{180^\circ} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x \simeq \frac{(30\,.\,60' + 15')\,.\,3{,}14}{180\,.\,60'} =$$

$$= \frac{1815'\,.\,3{,}14}{10800'} \simeq 0{,}53.$$

Resposta: A

9)



$\alpha = 30^\circ - x$

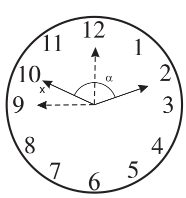
$$\begin{cases} 60 \text{ min} \;\text{———}\; 30^\circ \\ 15 \text{ min} \;\text{———}\; x \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{30^\circ}{4} = 7{,}5^\circ = 7^\circ\,30'.$$

Logo, $\alpha = 30^\circ - 7{,}5^\circ = 22{,}5^\circ = 22^\circ\,30'$

Resposta: D

10)



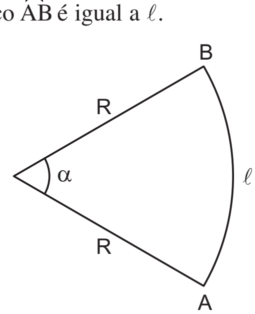
$\alpha = 150^\circ - x$

$$\begin{cases} 60 \text{ min} \;\text{———}\; 30^\circ \\ 10 \text{ min} \;\text{———}\; x \end{cases} \Rightarrow x = \frac{300^\circ}{60} = 5^\circ$$

Logo, $\alpha = 150^\circ - 5^\circ = 145^\circ$

Resposta: C

11) No setor circular da figura abaixo, o raio é R, o ângulo central é α é o comprimento do arco $\overset{\frown}{AB}$ é igual a ℓ.



De acordo com o enunciado, devemos ter

$$\ell + 2R = 4R \Leftrightarrow \ell = 2R \Leftrightarrow \frac{\ell}{R} = 2.$$

Como $\dfrac{\ell}{R} = \alpha$, resulta $\alpha = 2$.

Resposta: B

MÓDULO 24
CICLO TRIGONOMÉTRICO – DETERMINAÇÕES

1) a)

$$\begin{array}{r|l} 1550^\circ & 360^\circ \\ -1440^\circ & 4 \text{ voltas} \\ \hline 110^\circ & \end{array}$$

O arco de 1550° corresponde a 4 voltas completas mais 110°. Assim, a 1.ª determinação positiva é 110°.

b)

$$\begin{array}{r|l} 1840^\circ & 360^\circ \\ -1800^\circ & 5 \text{ voltas} \\ \hline 40^\circ & \end{array}$$

A 1.ª determinação positiva é 40°.

c)

$$\begin{array}{r|l} 3000^\circ & 360^\circ \\ -2880^\circ & 8 \text{ voltas} \\ \hline 120^\circ & \end{array}$$

A 1ª determinação **negativa** é – 120°, então, a 1ª determinação **positiva** é 360° – 120° = 240°.

d) Observe que $2\pi = \dfrac{10\pi}{5}$.

$$\begin{array}{r|l} \dfrac{72\pi}{5} & 2\pi = \dfrac{10\pi}{5} \\ -\dfrac{70\pi}{5} & 7 \text{ voltas} \\ \hline \dfrac{2\pi}{5} & \end{array}$$

A 1.ª determinação positiva é $\dfrac{2\pi}{5}$.

e) Observe que $2\pi = \dfrac{14\pi}{7}$.

$$\begin{array}{r|l} \dfrac{97\pi}{7} & 2\pi = \dfrac{14\pi}{7} \\ -\dfrac{84\pi}{7} & 6 \text{ voltas} \\ \hline \dfrac{13\pi}{7} & \end{array}$$

A 1.ª determinação **negativa** é $-\dfrac{13\pi}{7}$, então, a 1.ª determinação **positiva** é

$$2\pi - \frac{13\pi}{7} = \frac{14\pi - 13\pi}{7} = \frac{\pi}{7}$$

2) a) $\{x \in \mathbb{R} \mid x = 60^\circ + n\,.\,180^\circ,\ n \in \mathbb{Z}\}$

b) $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x = \dfrac{\pi}{4} + n\,.\,\dfrac{\pi}{2},\ n \in \mathbb{Z}\right\}$

3) a)

$$\begin{array}{r|l} 780^\circ & 360^\circ \\ -720^\circ & 2 \text{ voltas} \\ \hline 60^\circ & \end{array}$$

A 1.ª determinação positiva é 60°

b)

$$\begin{array}{r|l} 600^\circ & 360^\circ \\ -360^\circ & 1 \text{ volta} \\ \hline 240^\circ & \end{array}$$

A 1.ª determinação positiva é 360° – 240° = 120°

c)

$$\begin{array}{r|l} \dfrac{284\pi}{9} & 2\pi = \dfrac{18\pi}{9} \\ -\dfrac{270\pi}{9} & 15 \text{ voltas} \\ \hline \dfrac{14\pi}{9} & \end{array}$$

A 1.ª determinação positiva é $\dfrac{14\pi}{9}$

d)

$$\begin{array}{r|l} \dfrac{37\pi}{3} & 2\pi = \dfrac{6\pi}{3} \\ -\dfrac{36\pi}{3} & 6 \text{ voltas} \\ \hline \dfrac{\pi}{3} & \end{array}$$

A 1.ª determinação negativa é

$$\frac{\pi}{3} - 2\pi = -\frac{5\pi}{3}$$

e)

$$\begin{array}{r|l} \dfrac{51\pi}{5} & 2\pi = \dfrac{10\pi}{5} \\ -\dfrac{50\pi}{5} & 5 \text{ voltas} \\ \hline \dfrac{\pi}{5} & \end{array}$$

A 1.ª determinação positiva é

$$2\pi - \frac{\pi}{5} = \frac{9\pi}{5}$$

Resposta: D

4) a)

$$\begin{array}{r|l} 1000^\circ & 360^\circ \\ 180^\circ & 2 \end{array}$$

A 1.ª determinação positiva do arco de medida 1000º é 180º.

b)

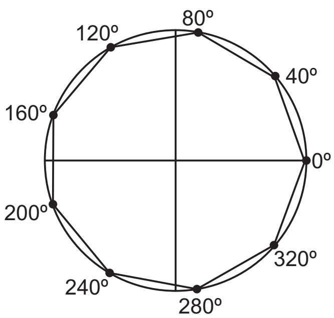
$$\begin{array}{r|l} 1210^\circ & 360^\circ \\ 130^\circ & 3 \end{array}$$

A 1.ª determinação positiva do arco de medida – 1210º é 360º – 130º = 230º.

c) $\begin{array}{c|c} \dfrac{8\pi}{3} & \dfrac{6\pi}{3} \\ \hline \dfrac{2\pi}{3} & 1 \end{array}$

A 1.ª determinação positiva do arco de medida $\dfrac{8\pi}{3}$ é $\dfrac{2\pi}{3}$.

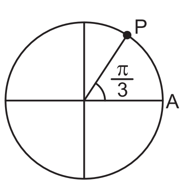
5) Sendo K ∈ ℕ, os arcos da forma K . 40º são 0º, 40º, 80º, 120º, ...
No círculo trigonométrico resulta um polígono regular de 9 lados.



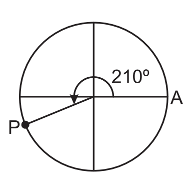
Resposta: C

6) Os arcos côngruos a – 60º são da forma
$x = -60º + K \cdot 360º, K \in \mathbb{Z}$
$K = 1 \Rightarrow x = 300º$
$K = 2 \Rightarrow x = 660º$
$K = 3 \Rightarrow x = 1020º$
$K = 4 \Rightarrow x = 1380º$
$K = 5 \Rightarrow x = 1740º$ (não serve)
São, portanto, em número de quatro.
Resposta: C

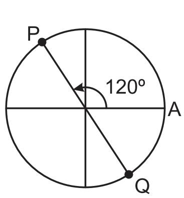
7) a)



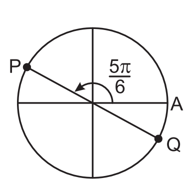
b)



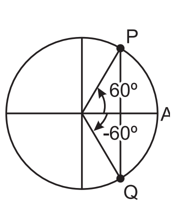
c)



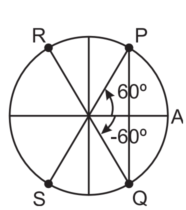
d)



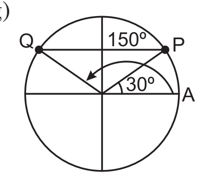
e)



f)

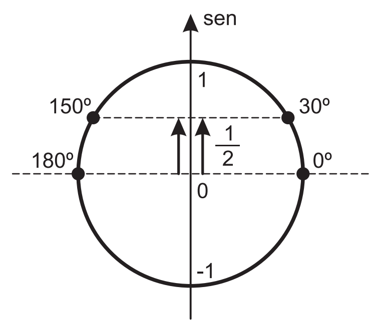


g)

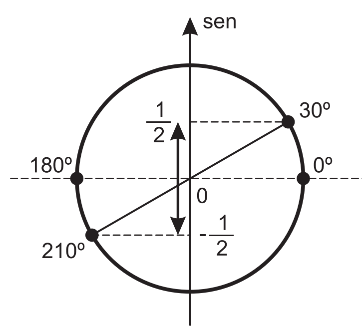


MÓDULO 25
FUNÇÃO SENO

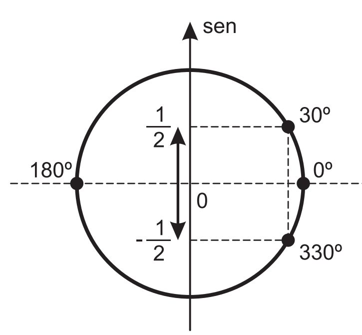
1) a) $\text{sen } 150° = \text{sen } 30° = \dfrac{1}{2}$



b) $\text{sen } 210° = -\text{ sen } 30° = -\dfrac{1}{2}$

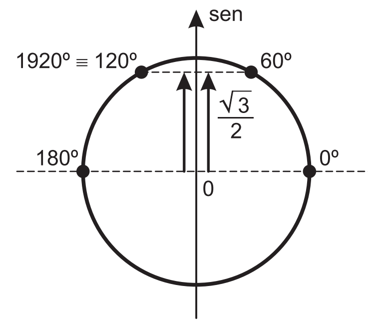


c) $\text{sen } 330° = -\text{ sen } 30° = -\dfrac{1}{2}$



d) $\text{sen } \dfrac{5\pi}{6} = \text{sen } 150° = \text{sen } 30° = \dfrac{1}{2}$

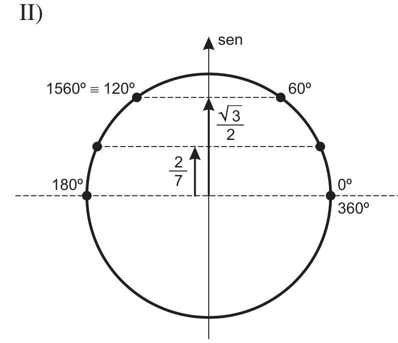
e) $\text{sen } 1920° = \text{sen } 120° = \text{sen } 60° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$



2) I) A 1.ª determinação positiva do arco de 1560° é 120°, pois:

$\begin{array}{r|l} 1560° & 360° \\ -1440° & \text{4 voltas} \\ \hline 120° & \end{array}$

II)



III) Existem 2 arcos em cada volta no ciclo trigonométrico cujo seno vale $\dfrac{2}{7}$. Assim, em 4 voltas completas existem 8 arcos e, entre 1440° e 1560°, há mais 1 arco, totalizando, portanto, 9 arcos.

Resposta: D

3) Para $\text{sen } x = \dfrac{2a-1}{3}$, temos:

$-1 \le \text{sen } x \le 1 \Rightarrow -1 \le \dfrac{2a-1}{3} \le 1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -3 \le 2a - 1 \le 3 \Leftrightarrow -2 \le 2a \le 4 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -1 \le a \le 2$

Resposta: A

4) Para $x = \dfrac{\pi}{3}$, temos sen x =

$= \text{sen}\left(\dfrac{\pi}{3}\right) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Então,

$S\left(\dfrac{\pi}{3}\right) = 1 + 2 \cdot \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right) +$

$$+ 4 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + 8 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 =$$

$$= 1 + \sqrt{3} + 3 + 3\sqrt{3} = 4 + 4\sqrt{3}$$

5) $\dfrac{\text{sen } 0^\circ + \text{sen } 60^\circ + \text{sen } 120^\circ + \text{sen } 180^\circ}{\text{sen } 30^\circ + \text{sen } 150^\circ} =$

$$= \frac{0 + \dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2} + 0}{\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$$

Resposta: D

6) O maior valor assumido por f(x) é igual a
$M = 2 + 3 \cdot 1 = 5$ e o menor é
$m = 2 + 3 \cdot (-1) = -1$.
$M + m = 5 + (-1) = 4$
Resposta: C

7)
$$\begin{array}{r|l} 1920^\circ & 360^\circ \\ \hline 120^\circ & 5 \end{array}$$

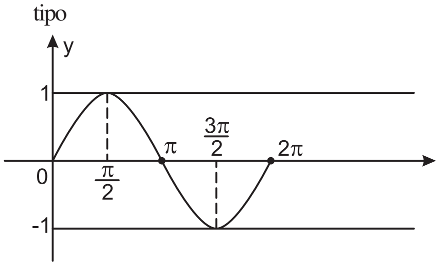
A 1ª determinação positiva do arco de medida 1920º é 120º. Portanto,

$$\text{sen } 1920^\circ = \text{sen } 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Resposta: A

8) O período da função seno é 2π ou 360º. Logo, sen 30º = sen (30º + K . 360º), $K \in \mathbb{Z}$.
Resposta:D

9) O gráfico de $f(x) = \text{sen } x$, para $0 \le x \le 2\pi$ é do tipo



f é estritamente crescente para $0 < x < \dfrac{\pi}{2}$

como também para $\dfrac{3\pi}{2} < x < 2\pi$, isto é, nos

nos quadrantes 1 e 4.

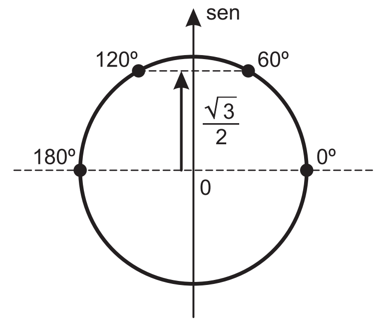
Resposta: C

MÓDULO 26
EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES QUE ENVOLVEM A FUNÇÃO SENO

1) $2\text{sen } x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow 2\text{sen } x = \sqrt{3} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \text{sen } x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Para $0° \le x \le 360°$, temos:

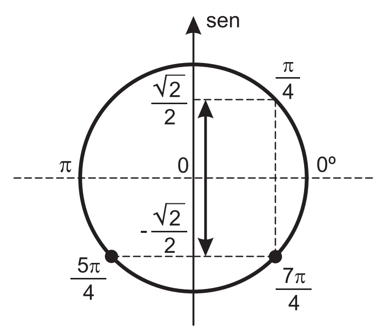


$S = \{60°; 120°\}$

2) $2 \text{ sen } x + \sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow 2 \text{ sen } x = -\sqrt{2} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \text{sen } x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Para $0 \le x \le 2\pi$, temos:

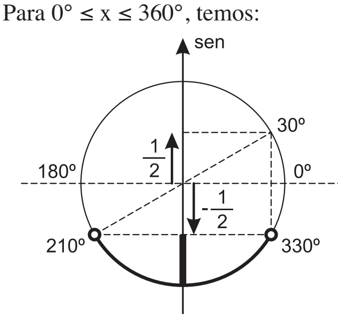


$$S = \left\{\frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}\right\}$$

3) $4 \text{ sen } x + 2 < 0 \Leftrightarrow 4 \text{ sen } x < -2 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \text{sen } x < -\frac{1}{2}$$

Para $0° \le x \le 360°$, temos:



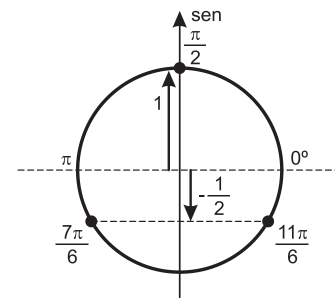
$S = \{x \in \mathbb{R} \mid 210° < x < 330°\}$

4) $2 \text{ sen}^2 x - \text{sen } x - 1 = 0$

$$\text{sen } x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 8}}{4} = \frac{1 \pm 3}{4} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \text{sen } x = 1 \text{ ou sen } x = \frac{-1}{2}$$

Para $x \in [0; 2\pi]$, temos:



$$S = \left\{\frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}\right\}$$

5) $\text{sen } x = \text{cossec } x \Leftrightarrow \text{sen } x = \dfrac{1}{\text{sen } x} \Leftrightarrow \text{sen}^2 x = 1$

$= \text{sen } x = 1$ ou $\text{sen } x = -1$.

Para $0° < x < 360°$, $x = 90°$ ou

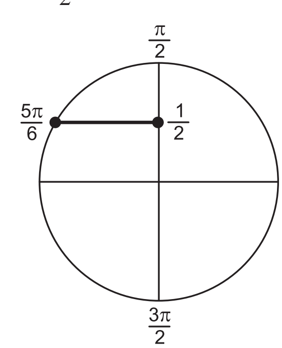
$x = 270°$ e, então, $90° + 270° = 360°$.

Resposta: D

6) $2 \text{ sen}^2 x - 5\text{sen } x + 2 = 0 \Leftrightarrow \text{sen } x =$

$= \dfrac{5 \pm 3}{4} \Leftrightarrow \text{sen } x = 2$ (impossível) ou

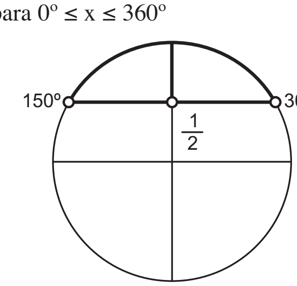
$\text{sen } x = \dfrac{1}{2}$.



$$\text{sen } x = \frac{1}{2} \text{ e } \frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{5\pi}{6}$$

Resposta: C

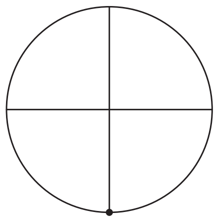
7) $\text{sen } x > \text{sen } 30° \Leftrightarrow \text{sen } x > \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow 30° < x < 150°$,
para $0° \le x \le 360°$



Resposta: E

8) O valor mínimo da pressão ocorre para

$\text{sen}\left(t - \dfrac{\pi}{2}\right) = -1.$

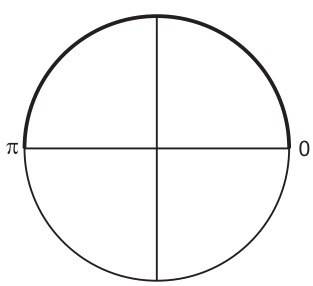


$t - \dfrac{\pi}{2} = \dfrac{3\pi}{2} + K \, . \, 2\pi, K \in \mathbb{Z}$

$K = 0 \Rightarrow t - \dfrac{\pi}{2} = \dfrac{3\pi}{2} \Rightarrow t = 2\pi$

Resposta: D

9) $y = \sqrt{\text{sen}(3x)}$ representa um número real se sen $(3x) \geq 0$.



Devemos ter $0 + n \, . \, 2\pi \leq 3x \leq \pi + n \, . \, 2\pi$, $n \in \mathbb{Z}$.

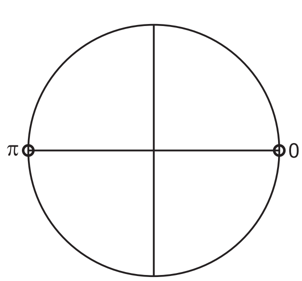
$n \dfrac{2\pi}{3} \leq x \leq \dfrac{\pi}{3} + n \dfrac{2\pi}{3}$, $n \in Z$.

Como $0 \leq x \leq \dfrac{\pi}{2}$, para K = 0 resulta

$0 \leq x \leq \dfrac{\pi}{3}$.

Resposta: D

10) $D(f) = \{ x \in \mathbb{R} | \text{ sen } x \neq 0\} =$
$= \{x \in \mathbb{R} | \; x \neq n \, . \, \pi, n \in \mathbb{Z}\}$



Resposta: C

MÓDULO 27
FUNÇÃO COSSENO

1) a) $\cos 150° = -\cos 30° = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

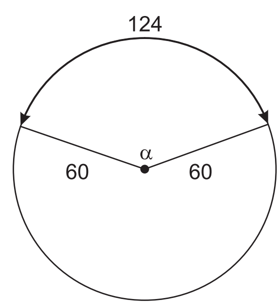
b) $\cos 210° = -\cos 30° = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

c) $\cos 330° = \cos 30° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

d) $\cos \dfrac{7\pi}{4} = \cos 315° = \cos 45° = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

e) $\cos 855° = \cos 135° = -\cos 45° = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

2)



I) $\alpha = \dfrac{124}{60} = \dfrac{31}{15} = \dfrac{10 \, . \, \pi}{15} = \dfrac{2\pi}{3}$

II) $\cos \alpha = \cos \dfrac{2\pi}{3} = \cos 120° =$

$= -\cos 60° = -\dfrac{1}{2}$

Resposta: D

3) $\cos \beta = \dfrac{AP}{AQ} = \dfrac{AP}{2 \, . \, AP} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \beta = 60°$ e, portanto, $\alpha = 30°$

Assim, sen $(\alpha + 3 \, . \, \beta) =$

$= \text{sen } (30° + 3 \, . \, 60°) = \text{sen } 210° = -\dfrac{1}{2}$

Resposta: C

4) Se $x \in]\pi; \dfrac{3\pi}{2}[$, então, $-1 < \cos x < 0$.

Para $\cos x = 2k - 1$, temos:

$-1 < 2k - 1 < 0 \Leftrightarrow 0 < 2k < 1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 0 < k < \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow k \in]0; \dfrac{1}{2}[$

Resposta: D

5)

$\dfrac{\cos 30° + \cos 60° + \cos 90° + \cos 120° + \cos 150° + \cos 180°}{\cos 45°} =$

$= \dfrac{\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{1}{2} + 0 - \dfrac{1}{2} - \dfrac{\sqrt{3}}{2} - 1}{\dfrac{\sqrt{2}}{2}} =$

$= \dfrac{-1}{\dfrac{\sqrt{2}}{2}} = -\dfrac{2}{\sqrt{2}} = -\sqrt{2}$

Resposta: E

6) $\cos 10° = -\cos 170°$
$\cos 20° = -\cos 160°$
$\cos 30° = -\cos 150°$
$\vdots$
$\cos 80° = -\cos 100°$
$y = \cos 10° + \cos 20° + \cos 30° + \ldots +$
$+ \cos 90° + \ldots + \cos 170° + \cos 180° \Rightarrow$
$\Rightarrow y = \cos 90° + \cos 180° = 0 - 1 = -1$
Resposta: C

7)

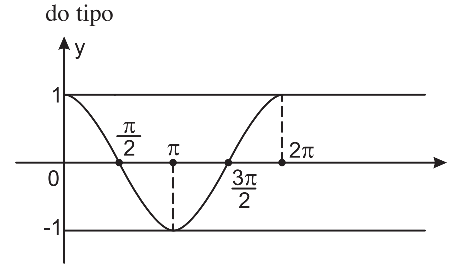
960°	360°
240°	2

A 1ª determinação positiva do arco de medida 960° é 240°. Portanto,

$\cos 960° = \cos 240° = -\dfrac{1}{2}$.

Resposta: A

8) Para $0 \leq x \leq 2\pi$ o gráfico de $f(x) = \cos x$ é do tipo

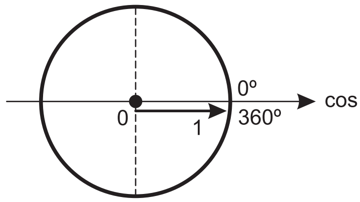


f(x) é estritamente crescente para $\pi \leq x \leq 2\pi$.
Reposta: C

MÓDULO 28
EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES QUE ENVOLVEM A FUNÇÃO COSSENO

1) $\cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = 1$

Para $0 \leq x \leq 360°$, temos:



S = {0; 360°}

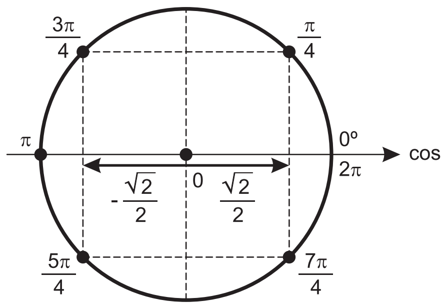
2) $2\cos^2 x - 1 = 0 \Leftrightarrow 2\cos^2 x = 1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \cos^2 x = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \cos x = -\dfrac{1}{\sqrt{2}} = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ ou

$\cos x = -\dfrac{1}{\sqrt{2}} = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Para $0 \le x \le 2\pi$, temos:

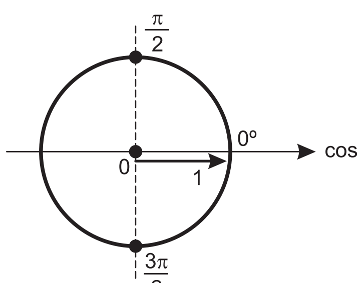


$S = \left\{\dfrac{\pi}{4}; \dfrac{3\pi}{4}; \dfrac{5\pi}{4}; \dfrac{7\pi}{4}\right\}$, portanto, a equação tem 4 soluções.

3) $\cos^2 x - \cos x = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \cos x \,.\, (\cos x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos x = 1 \end{cases}$

Para $0 \le x < 2\pi$, temos:

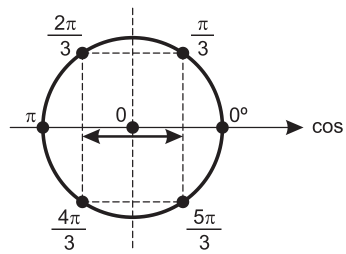


$S = \left\{0; \dfrac{\pi}{2}; \dfrac{3\pi}{2}\right\}$

4) $1 - 4\cos^2 x = 0 \Leftrightarrow -4\cos^2 x = -1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \cos^2 x = \dfrac{1}{4} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \cos x = \dfrac{1}{2}$ ou $\cos x = \dfrac{1}{2}$



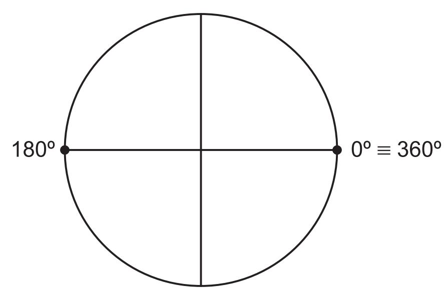
Logo, a soma das raízes compreendidas entre 0 e π é:

$$\frac{\pi}{3} + \frac{2\pi}{3} = \pi$$

Resposta: A

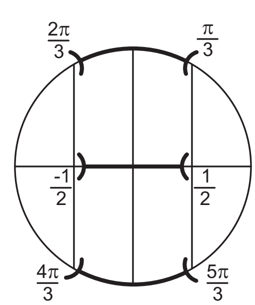
5) $\cos x = \sec x \Leftrightarrow \cos x = \dfrac{1}{\cos x} \Rightarrow$

$\Rightarrow \cos^2 x = 1 \Leftrightarrow \cos x = 1$ ou $\cos x = -1$.



Para $0^\circ \le x \le 360^\circ$ temos que cos x = sen x para x = 0º ou x = 180º ou x = 360º.
A soma desses valores é 180º + 360º = 540º
Resposta: D

6)



Da figura, concluimos que

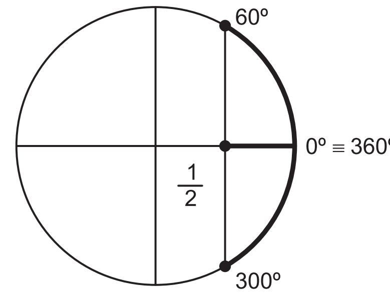
$-\dfrac{1}{2} < \cos x < \dfrac{1}{2}$, para $0 \le x \le 2\pi$,

ocorre para $\dfrac{\pi}{3} < x < \dfrac{2\pi}{3}$ ou

$\dfrac{4\pi}{3} < x < \dfrac{5\pi}{3}$.

Resposta: B

7) $\cos x > \cos 60^\circ \Leftrightarrow \cos x > \dfrac{1}{2}$



Para $0^\circ \le x \le 360^\circ$ devemos ter $0^\circ \le x \le 60^\circ$ ou $300^\circ \le x \le 360^\circ$.

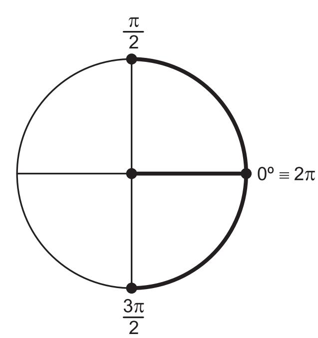
Resposta: D

8) $\begin{cases} \cos x = 2K - 1 \\ -1 \le \cos x \le 1 \end{cases} \Rightarrow -1 \le 2K - 1 \le 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow 0 \le 2K \le 2 \Leftrightarrow 0 \le K \le 1$

Resposta: A

9) $y = \sqrt{\cos(3x)} \in \mathbb{R}$ se $\cos(3x) \ge 0$.



$\cos(3x) \ge 0 \Leftrightarrow 0 + n\,2\pi \le 3x \le \dfrac{\pi}{2} + n\,2\pi$

ou $\dfrac{3\pi}{2} + n\,2\pi \le 3x \le 2\pi + n\,2\pi,\ n \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow n\dfrac{2\pi}{3} \le x \le \dfrac{\pi}{6} + n\dfrac{2\pi}{3}$ ou

$\dfrac{\pi}{2} + n\dfrac{2\pi}{3} \le x \le \dfrac{2\pi}{3} + n\dfrac{2\pi}{3},\ n \in \mathbb{R}$

Como $0 \le x < \dfrac{\pi}{2}$, para n = 0 obtém-se

$0 \le x \le \dfrac{\pi}{6}$.

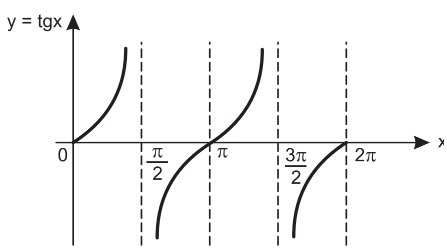
Portanto, $0 \le x \le \dfrac{\pi}{6}$.

Resposta: A

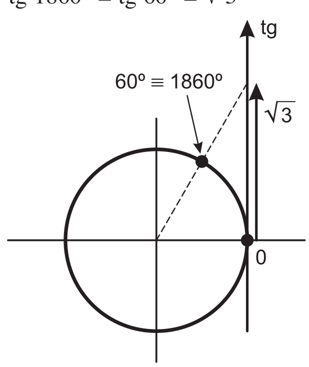
MÓDULO 29
FUNÇÃO TANGENTE

1)

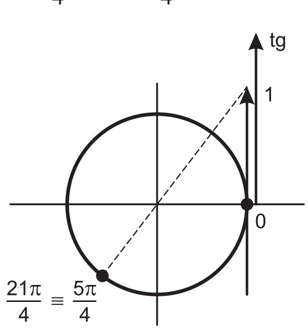
x		tg x
0°	0	0
30°	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\pi}{4}$	1
60°	$\frac{\pi}{3}$	$\sqrt{3}$
90°	$\frac{\pi}{2}$	$\nexists$
180°	π	0
270°	$\frac{3\pi}{2}$	$\nexists$
360°	2π	0



2) a) $\operatorname{tg} 1860° = \operatorname{tg} 60° = \sqrt{3}$



b) $\operatorname{tg} \frac{21\pi}{4} = \operatorname{tg} \frac{5\pi}{4} = 1$



3) I) $\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$

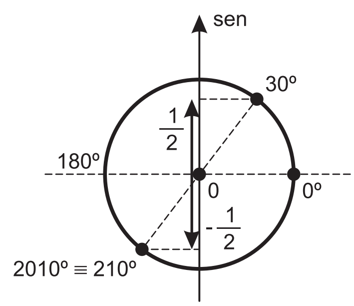
$$\left(\frac{4}{5}\right)^2 + \cos^2 x = 1 \Leftrightarrow \cos^2 x = 1 - \frac{16}{25}$$

$$\cos^2 x = \frac{9}{25} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{3}{5} \text{ (não convém!)} \\ \cos x = -\frac{3}{5} \; (x \in 2^{\text{o}} \text{ quadrante}) \end{cases}$$

II) $\operatorname{tg} x = \dfrac{\operatorname{sen} x}{\cos x} = \dfrac{\frac{4}{5}}{-\frac{3}{5}} \Leftrightarrow \operatorname{tg} x = -\dfrac{4}{3}$

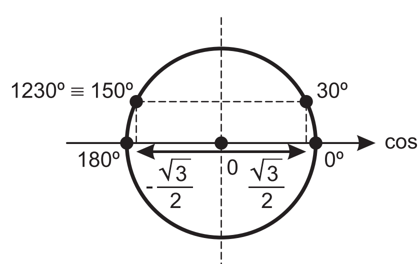
4) I) $\operatorname{sen}(2010°) = \operatorname{sen}(210°) =$

$= -\operatorname{sen}(30°) = -\dfrac{1}{2}$



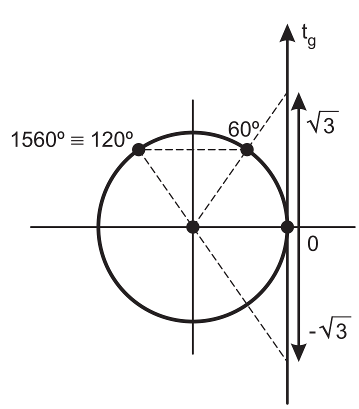
II) $\cos(1230°) = \cos(150°) =$

$= -\cos(30°) = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$



III) $\operatorname{tg}(1560°) = \operatorname{tg}(120°) =$

$= -\operatorname{tg}(60°) = -\sqrt{3}$



IV) $\operatorname{sen}(2010°) \,.\, \cos(1230°) \,.\, \operatorname{tg}(1560°) =$

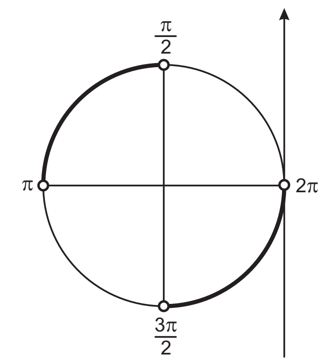
$= \left(-\dfrac{1}{2}\right) . \left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right) . (-\sqrt{3}) = -\dfrac{3}{4}$

Resposta: E

5) $2565° \,|\!\underline{\; 360° \;}$
$\;\;\; 45° \quad\; 7$

A 1ª determinação positiva do arco de medida 2565º é 45º e, portanto,
$\operatorname{tg} 2565° = \operatorname{tg} 45° = 1$.
Resposta: B

6)



Sendo $0 < \alpha < 2\pi$, $\operatorname{tg} \alpha < 0$ para

$\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ ou $\dfrac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

Resposta: D

7) $\operatorname{tg} 30° + \operatorname{tg} 45° + \operatorname{tg} 120° + \operatorname{tg} 150° =$

$= \dfrac{\sqrt{3}}{3} + 1 - \sqrt{3} - \dfrac{\sqrt{3}}{3} = 1 - \sqrt{3}$

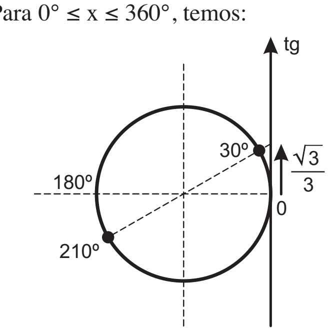
Resposta: D

MÓDULO 30
EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES QUE ENVOLVEM A FUNÇÃO TANGENTE

1) $3 \operatorname{tg} x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow 3 \operatorname{tg} x = \sqrt{3} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \operatorname{tg} x = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

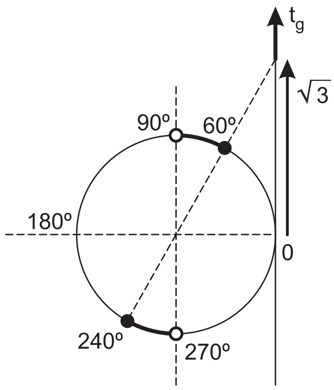
Para $0° \leq x \leq 360°$, temos:



V = {30°; 210°}

2) $\text{tg } x \geq \sqrt{3}$

Para $0° \leq x \leq 360°$, temos:



$V = \{x \in \mathbb{R} \,/\, 60° \leq x < 90°$ ou

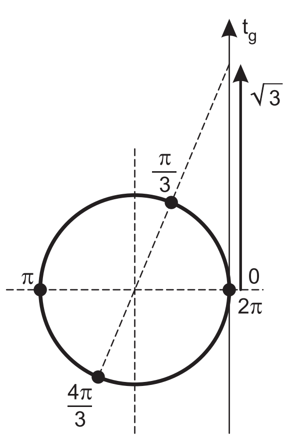
$240° \leq x < 270°\}$

3) $\text{tg}^2 x - \sqrt{3}\,.\,\text{tg } x = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \text{tg } x\,(\text{tg } x - \sqrt{3}) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \text{tg } x = 0$ ou $\text{tg } x = \sqrt{3}$

Para $x \in [0;\, 2\pi]$, temos:



$$V = \left\{0;\, \frac{\pi}{3};\, \pi;\, \frac{4\pi}{3};\, 2\pi\right\}$$

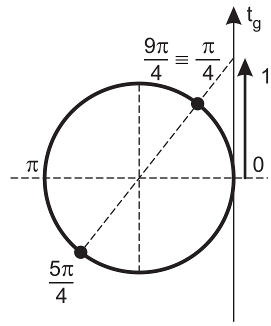
4) $\text{tg } x + \text{cotg } x = 2 \Leftrightarrow \text{tg } x + \dfrac{1}{\text{tg } x} = 2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \text{tg}^2 x + 1 = 2\,.\,\text{tg } x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \text{tg}^2 x - 2\,.\,\text{tg } x + 1 = 0$

$$\text{tg } x = \frac{2 \pm \sqrt{4-4}}{2} = \frac{2 \pm 0}{2} \Leftrightarrow \text{tg } x = 1$$

Para $0 \leq x \leq 3\pi$, temos:



$$V = \left\{\frac{\pi}{4};\, \frac{5\pi}{4};\, \frac{9\pi}{4}\right\}$$

5) $\text{sen}^2 x + \cos^2 x = 1 \Leftrightarrow \dfrac{\text{sen}^2 x}{\cos^2 x} + \dfrac{\cos^2 x}{\cos^2 x} =$

$= \dfrac{1}{\cos^2 x} \Leftrightarrow \text{tg}^2 x + 1 = \sec^2 x.$

6) $\sec^2 x + \text{tg } x - 7 = 0 \Rightarrow \text{tg}^2 x + 1 + \text{tg } x - 7 =$
$= 0 \Rightarrow \text{tg}^2 x + \text{tg } x - 6 = 0 \Rightarrow \text{tg } x = 2$ ou
$\text{tg } x = -3.$
Resposta: B

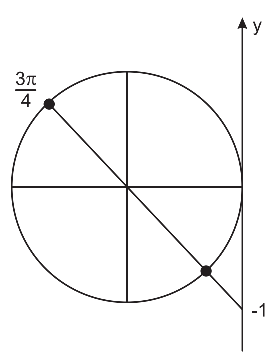
7) $\text{sen } \pi x + \cos \pi x = 0 \Leftrightarrow \text{sen } \pi x = -\cos \pi x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{\text{sen } \pi x}{\cos \pi x} = -\dfrac{\cos \pi x}{\cos \pi x} \Leftrightarrow \text{tg } \pi x = -1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \pi x = \dfrac{3\pi}{4} + n\pi,\, n \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \dfrac{3}{4} + n,$

$n \in \mathbb{Z}.$
Para $0 \leq x \leq 2$ temos $n = 0$ ou $n = 1$,

resultando $x = \dfrac{3}{4}$ ou $x = \dfrac{3}{4} + 1 = \dfrac{7}{4}\cdot$

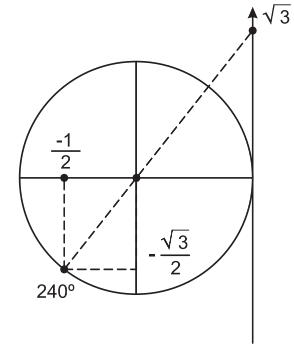


Resposta: $x = \dfrac{3}{4}$ ou $x = \dfrac{7}{4}$.

8) $\cos 240º = -\dfrac{1}{2}$

$\text{sen } 240º = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\text{tg } 240º = \sqrt{3}$



$-\dfrac{\sqrt{3}}{2} < -\dfrac{1}{2} < \sqrt{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow \text{sen } 240º < \cos 240º < \text{tg } 240º$

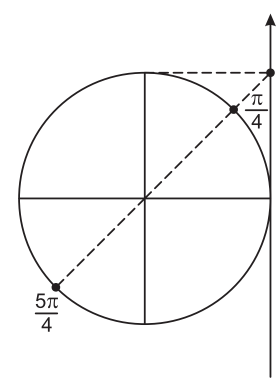
Resposta: C

9) $\text{sen } x - \cos x = 0 \Leftrightarrow \text{sen } x = \cos x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{\text{sen } x}{\cos x} = \dfrac{\cos x}{\cos x} \Leftrightarrow \text{tg } x = 1.$

Para $0 \leq x \leq 2\pi$, resulta

$x = \dfrac{\pi}{4}$ ou $x = \dfrac{5\pi}{4}$ e $\dfrac{\pi}{4} + \dfrac{5\pi}{4} = \dfrac{6\pi}{4} = \dfrac{3\pi}{2}$.



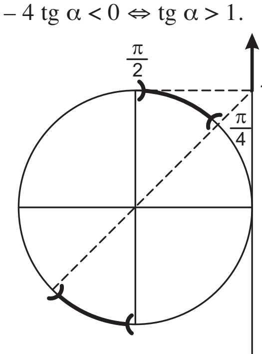
Resposta: C

10) $D(f) = \{x \in \mathbb{R} \mid \dfrac{x}{3} \neq \dfrac{\pi}{2} + n\pi,\, n \in \mathbb{Z}\} =$

$= \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq \dfrac{3\pi}{2} + 3\,n\pi,\, n \in \mathbb{Z}\}$

Resposta: C

11) A equação $x^2 - 2x + \text{tg } \alpha = 0$ não admite raízes reais se $A = (-2)^2 - 4\,.\,\text{tg } \alpha < 0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 4 - 4\,\text{tg } \alpha < 0 \Leftrightarrow \text{tg } \alpha > 1.$



. Para $0 < \alpha < \pi$ devemos ter $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$

Resposta: A

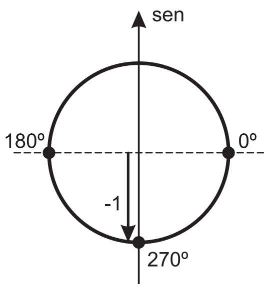
MÓDULO 31
EQUAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

1) $\text{sen}^2 x + \text{sen}\ x = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \text{sen}\ x \cdot (\text{sen}\ x + 1) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \text{sen}\ x = 0$ ou $\text{sen}\ x = -1$

Para $0° \le x < 360°$, temos:



$V = \{0°; 180°; 270°\}$

2) $\sec^2 x + 3\text{tg}\ x - 11 = 0 \Leftrightarrow$

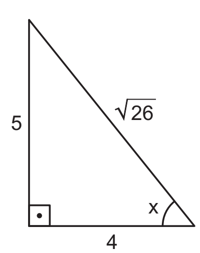
$\Leftrightarrow \text{tg}^2 x + 1 - 3\text{tg}\ x - 11 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \text{tg}^2 x - 3\text{tg}\ x - 10 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \text{tg}\ x = 5$ ou $\text{tg}\ x = -2$

Como $0 < x < \frac{\pi}{2}$, devemos ter $\text{tg}\ x = 5$.

Um triângulo retângulo que possui um ângulo x tal que tg x = 5 é dado abaixo.



Nesse triângulo obtemos

$$\text{sen}\ x = \frac{5}{\sqrt{26}} = \frac{5\sqrt{26}}{26}$$

Resposta: C

3) $3 \cdot [\text{tg}^2 x + 1] = 4 \cdot \sqrt{3} \cdot \text{tg}\ x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3\ \text{tg}^2 x + 3 = 4 \cdot \sqrt{3} \cdot \text{tg}\ x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3 \cdot \text{tg}^2 x - 4 \cdot \sqrt{3} \cdot \text{tg}\ x + 3 = 0 \Leftrightarrow$

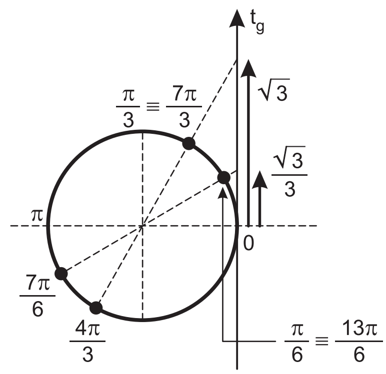
$$\Leftrightarrow \text{tg}\ x = \frac{4\sqrt{3} \pm \sqrt{48 - 36}}{6} =$$

$$= \frac{4\sqrt{3} \pm \sqrt{12}}{6} = \frac{4\sqrt{3} \pm 2\sqrt{3}}{6} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \text{tg}\ x = \frac{6\sqrt{3}}{6} = \sqrt{3} \text{ ou}$$

$$\text{tg}x = \frac{2\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Para $0 < x < 3\pi$, temos:



$$V = \left\{\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}; \frac{7\pi}{6}; \frac{4\pi}{3}; \frac{13\pi}{6}; \frac{7\pi}{3}\right\}$$

4) Para $\alpha = \frac{3\pi}{2}$, temos:

$$f(x) = x^2 + x \cdot \cos\frac{3\pi}{2} + \text{sen}\frac{3\pi}{2} = 0 \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow x^2 + x \cdot 0 + (-1) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x \pm 1$

$V = \{-1; 1\}$

5)

$$\text{sen}\ x = \sec x - \cos x \Leftrightarrow \text{sen}\ x = \frac{1}{\cos x} - \cos x \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow \text{sen}\ x \cos x = 1 - \cos^2 x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \text{sen}\ x \cos x = 1 - (1 - \text{sen}^2 x) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \text{sen}\ x \cos x = 1 - 1 + \text{sen}^2 x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \text{sen}\ x \cos x - \text{sen}^2 x = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \text{sen}\ x (\cos x - \text{sen}\ x) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \text{sen}\ x = 0$ ou $\cos x - \text{sen}\ x = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \text{sen}\ x = 0$ ou $\text{tg}\ x = 1$

Para $0 \le x < 2\pi$ devemos ter $x = 0$ ou $x = \pi$ ou $x = \frac{\pi}{4}$ ou $x = \frac{5\pi}{4}$.

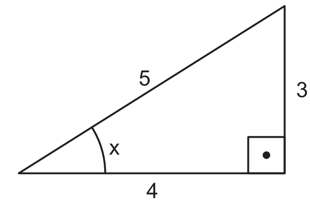
A soma desses valores é

$$0 + \pi + \frac{\pi}{4} + \frac{5\pi}{4} = \frac{10\pi}{4} = \frac{5\pi}{2}.$$

Resposta: C

6) $\pi < x < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \text{tg}\ x > 0, \cos x < 0$ e $\text{sen}\ x < 0$.

No triângulo retângulo abaixo temos



$\text{tg}\ x = \frac{3}{4}$, $\cos x = \frac{4}{5}$ e $\text{sen}\ x = \frac{3}{5}$

Para $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ obtém-se

$\cos x = -\frac{4}{5}$ e $\text{sen}\ x = -\frac{3}{5}$. Logo,

$$y = \cos x - \text{sen}x = -\frac{4}{5} - \left(-\frac{3}{5}\right) =$$

$$= -\frac{4}{5} + \frac{3}{5} = -\frac{1}{5}.$$

Resposta: A

7) $\text{tg}\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = 1 \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{4} + n\pi, n \in \mathbb{Z}, \Leftrightarrow$

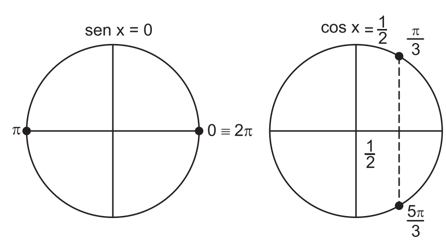
$\Leftrightarrow x = \frac{3\pi}{4} + n\pi, n \in \mathbb{Z}$

Resposta: B

8) $2\ \text{sen}\ x \cos x = \text{sen}\ x \Leftrightarrow 2\ \text{sen}x \cos x - \text{sen}\ x = 0$

$\Leftrightarrow \text{sen}\ x\ (2 \cos x - 1) = 0 \Leftrightarrow \text{sen}\ x = 0$ ou

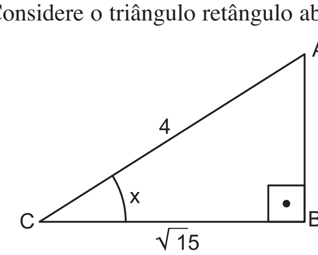
$2 \cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \text{sen}\ x = 0$ ou $\cos x = \frac{1}{2}$



Para $0 \le x \le 2\pi$ as soluções da equação são $0, \frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5\pi}{3}$ e 2π, num total de 5 soluções.

Resposta: E

9) Considere o triângulo retângulo abaixo



Nesse triângulo, o cateto AB mede 1 (Teorema de Pitágoras).

Então $|\,\text{sen}\ x\,| = \dfrac{1}{4}$

Como $\dfrac{3\pi}{2} < x < 2\pi$, concluimos que

$\text{sen}\ x = -\dfrac{1}{4}$

Resposta: D

10) $\text{sen}\ x = \sqrt{3}\cos x \Leftrightarrow \dfrac{\text{sen}\ x}{\cos x} = \sqrt{3} \Leftrightarrow$

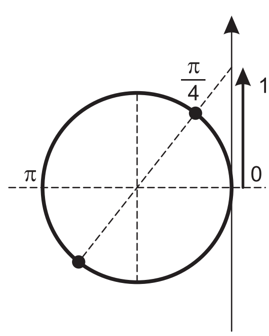
$\Leftrightarrow \text{tg}\ x = \sqrt{3}$

Como $0 \le x \le \dfrac{\pi}{2}$, $x = \dfrac{\pi}{3}$

Resposta: C

MÓDULO 32
EQUAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

1) $\text{tg}\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right) = 1$



Em ℝ, temos:

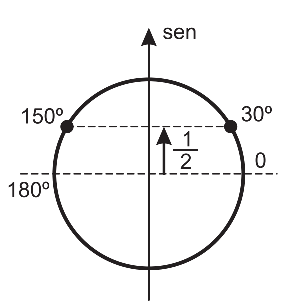
$x - \dfrac{\pi}{4} = \dfrac{\pi}{4} + n\ .\ \pi \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{\pi}{4} + n\ .\ \pi \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{2} + n\ .\ \pi$

$V = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x = \dfrac{\pi}{2} + n\ .\ \pi, n \in \mathbb{Z}\right\}$

2) $\text{sen}\left(\dfrac{x}{2}\right) = \dfrac{1}{2}$



Em ℝ, temos:

$\dfrac{x}{2} = 30° + n\ .\ 360°$ ou

$\dfrac{x}{2} = 150° + n\ .\ 360° \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 60° + n\ .\ 720°$ ou $x = 300° + n\ .\ 720°$

$V = \{x \in \mathbb{R} \mid x = 60° + n\ .\ 720°$ ou

$x = 300° + n\ .\ 720°, n \in \mathbb{Z}\}$

3) $5\ .\ \cos(3x) - 4 + 2\ .\ \text{sen}^2(3x) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 5\ .\ \cos(3x) - 4 + 2\ .\ [1 - \cos^2(3x)] = 0 \Leftrightarrow$

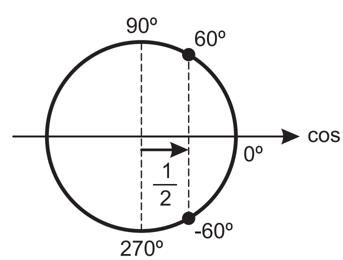
$\Leftrightarrow 5\ .\ \cos(3x) - 4 + 2 - 2\ .\ \cos^2(3x) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2\ .\ \cos^2(3x) - 5\ .\ \cos(3x) + 2 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \cos(3x) = \dfrac{5 \pm \sqrt{25 - 4\ .\ 2\ .\ 2}}{2\ .\ 2} = \dfrac{5 \pm 3}{4} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \cos(3x) = 2$ (não existe x) ou

$\cos(3x) = \dfrac{1}{2}$



Em ℝ, temos:

$3x = \pm 60° + n\ .\ 360° \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \pm 20° + n\ .\ 120°$

$V = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \pm 20° + n\ .\ 120°, n \in \mathbb{Z}\}$

4) Para $0 \le x \le 2\pi$, temos:

$1 + \text{tg}^2 x = \cos x \Leftrightarrow \sec^2 x = \cos x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{\cos^2 x} = \cos x \Leftrightarrow \cos^3 x = 1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \cos x = 1 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 2\pi$

Uma das soluções é 2π, pertence ao intervalo $\left[\dfrac{7\pi}{4}; \dfrac{9\pi}{4}\right]$

Resposta: C

5) Como $\text{sen}\ \dfrac{\pi}{2} = 1$ temos

$\text{sen}^2\ \dfrac{\pi}{2} + \text{sen}^4\ \dfrac{\pi}{2} + \text{sen}^6\ \dfrac{\pi}{2} + \text{sen}^8\ \dfrac{\pi}{2} +$

$+ \text{sen}^{10}\ \dfrac{\pi}{2} = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5.$

Resposta: B

6) $\begin{cases} \text{sen}\ t = x - 1 \\ \cos t = y + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{sen}^2\ t = (x-1)^2 \\ \cos^2 t = (y+2)^2 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \text{sen}^2 + \cos^2 t = (x-1)^2 + (y+2)^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = 1$

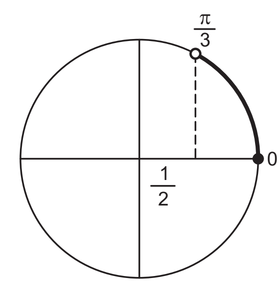
Resposta: A

7) Para que a equação $x^2 + \sqrt{2}x + \cos\theta = 0$ não admita raízes reais, deve-se ter

$\Delta = (\sqrt{2})^2 - 4\ .\ 1 \cos\theta < 0 \Leftrightarrow 2 - 4\cos\theta < 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \cos\theta > -\dfrac{1}{2}$

Considerando $0 \le \theta \le \pi$ temos $0 \le \theta < \dfrac{\pi}{3}$



Resposta: A

8) $2\ \text{sen}^2\left(\dfrac{x}{2}\right) + \text{sen}\left(\dfrac{x}{2}\right) - 1 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \text{sen}\left(\dfrac{x}{2}\right) = \dfrac{-1 \pm 3}{4} \Leftrightarrow \text{sen}\left(\dfrac{x}{2}\right) = -1$ ou

$\text{sen}\left(\dfrac{x}{2}\right) = \dfrac{1}{2}.$

Como $0 \le x \le \dfrac{\pi}{3}$, devemos ter $\text{sen}\left(\dfrac{x}{2}\right) = \dfrac{1}{2}$ e

portanto, $\dfrac{x}{2} = \dfrac{\pi}{6} \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{3}$.

Então, $\cos\dfrac{\pi}{3} + \text{tg}^2\dfrac{\pi}{3} + \text{cossec}^2\dfrac{\pi}{3} =$

$= \dfrac{1}{2} + (\sqrt{3})^2 + \dfrac{1}{\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} =$

$= \dfrac{1}{2} + 3 + \dfrac{4}{3} = \dfrac{3 + 18 + 8}{6} = \dfrac{29}{6}$

Resposta: A

9) $\text{sen}(\pi x) = 0 \Leftrightarrow \pi x = n\pi, n \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x = n, n \in \mathbb{Z}$

Resposta: B

10) O valor mínimo da expressão é

$2 + \frac{2}{3} . 0 = 2$ e o máximo $2 + \frac{2}{3} . 1 = \frac{8}{3}$.

$2 + \frac{8}{3} = \frac{14}{3}$

Resposta: D

FRENTE 2

MÓDULO 17

EQUAÇÕES DO 1º GRAU

1) a) $3x - 12 = 0 \Leftrightarrow 3x = 12 \Leftrightarrow x = 4$
b) $2x + 16 = x - 4 \Leftrightarrow 2x - x = -4 - 16 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x = -20$
c) $x + 4 = -x - 7 \Leftrightarrow 2x = -4 - 7 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2x = -11 \Leftrightarrow x = -\frac{11}{2}$

2) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x-1}{6} = \frac{1}{1} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{3x + 2x + x - 1}{6} = \frac{6}{6} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 6x - 1 = 6 \Leftrightarrow x = \frac{7}{6}$

$V = \left\{\frac{7}{6}\right\}$

3) Sendo x o número de peças produzidas, temos:
$5000 + 3,5 . x = 6225$
$3,5 . x = 6225 - 5000$
$3,5 . x = 1225$
$x = 350$
Resposta: C

4) O número total de aulas de Beatriz é n + 24.

Então, $n = \frac{2}{5}(n + 24) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 5n = 2n + 48 \Leftrightarrow 5n - 2n = 48 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3n = 48 \Leftrightarrow n = 16$

Resposta: A

5) $\frac{x}{2} - 2 = -\frac{1}{2}(4 - x) \Leftrightarrow \frac{x}{2} - 2 = -2 + \frac{x}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x - 4 = -4 + x \Leftrightarrow x - x = -4 + 4 \Leftrightarrow 0\,x = 0$

que é verdadeira para todo número real x.
Resposta: D

6) Se as faixas B e C tiverem (em metros) largura **x**, as faixas A, D e E terão suas larguras iguais a x + 0,25.
Como a pista de rolamento terá 16 metros, então as larguras de todas as faixas somadas devem resultar igual a 16 metros.
Logo, $(x + 0,25) + x + x + (x + 0,25) +$
$+ (x + 0,25) = 16 \Leftrightarrow 5x + 0,75 = 16 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 5x = 15,25 \Leftrightarrow x = \frac{15,25}{5} \Leftrightarrow x = 3,05$

Resposta: A

7) $\frac{2}{9}n + \frac{1}{7}\left(n - \frac{2}{9}n\right) + 300 = n \Leftrightarrow 14n +$

$+ 9\left(n - \frac{2}{9}n\right) + 300 . 63 = 63n \Leftrightarrow 14n +$

$+ 9n - 2n + 300 . 63 = 63n \Leftrightarrow 300 . 63 = 42n \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow n = 450.$
A receita da montadora seria, em reais,
450 . 20 000 = 9 000 000 = 9 milhões
Resposta: E

MÓDULO 18
SISTEMAS DE EQUAÇÕES

1) Sendo x o número de patos e y o número de porcos, temos:

$\begin{cases} x + y = 48 \\ 2x + 4y = 120 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x - 2y = -96 \\ 2x + 4y = 120 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2y = 24 \Leftrightarrow y = 12$

Resposta: B

2) Se **m** for o número de **motos** e **a** o número de **automóveis**, então:

$\begin{cases} m + a = 37 \\ 2m + 4a = 118 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m - a = -37 \\ m + 2a = 59 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 22 \\ m + 2a = 59 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 22 \\ m = 15 \end{cases}$

Resposta: 22 automóveis

3) Sejam x e y as idades atuais de João e Maria, respectivamente.
Assim,

$\begin{cases} x - 5 = 2(y - 5) \\ (x + 5) + (y + 5) = 65 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y - 5 \\ x + y = 55 \end{cases} \Rightarrow x = 35$ e $y = 20$

Portanto, as idades atuais de João e Maria são de 35 e 20 anos, respectivamente. Logo, João é **15 anos** mais velho que Maria.

4) Sendo **p** o preço do prato principal, **p – 3** o preço da sobremesa e **n** o número de pessoas do grupo, temos:

$\begin{cases} p . n = 56 \\ (p - 3) . n = 35 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{p}{p-3} = \frac{56}{35} \\ pn = 56 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 35p = 56p - 168 \\ pn = 56 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 21p = 168 \\ pn = 56 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p = 8 \\ n = 7 \end{cases}$

Respostas: a) 7 pessoas
b) R$ 8,00

5) $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ -x + y = -1 \end{cases}$

Somando, membro a membro, as duas equações, obtém-se $3y = 3 \Leftrightarrow y = 1$.
Para y = 1, na 1ª equação, $x + 2 . 1 = 4 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x = 2$.
Resposta: V = {(2; 1)}

6) $\begin{cases} 2x + 5y = 1 \\ 3x + 2y = -4 \end{cases}$

Multiplicando a 1ª equação por 3 e a segunda por – 2 resulta:

$\begin{cases} 6x + 15y = 3 \\ -6x - 4y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 15y = 3 \\ 11y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 15 . 1 = 3 \\ y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases}$

Resposta: V = {(– 2; 1})

7) Sejam **x** o número de notas de R$ 5,00 e **y** o de R$ 10,00. Portanto,

$\begin{cases} x + y = 40 \\ 5x + 10y = 275 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 40 \\ x + 2y = 55 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -x - y = -40 \\ x + 2y = 55 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 25 \\ y = 15 \end{cases}$

O valor de x – y é 25 – 15 = 10
Resposta: C

8) Sejam **x** o número de bolas vermelhas e **y** o de brancas. Portanto,

$\begin{cases} x + y = 20 \\ y = \frac{x+1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 20 \\ x + \frac{x+1}{2} = 20 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 13 \\ y = 7 \end{cases}$

Resposta: 13 vermelhas e 7 brancas

9) Sejam **x** o número de processos do Dr. André e **y** o do Dr. Carlos. Então,

$$\begin{cases} x + y = 78 \\ x + 2y = 110 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x - y = -78 \\ x + 2y = 110 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 46 \\ y = 32 \end{cases}$$

Resposta: D

10) Sejam **x** o peso do copo vazio e **y** o peso da água contida inteiramente nesse copo. Então,

$$\begin{cases} x + y = 385 \\ x + \frac{2}{3}y = 310 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 385 \\ 3x + 2y = 930 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2x - 2y = -770 \\ 3x + 2y = 930 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 160 \\ y = 225 \end{cases}$$

O peso do copo com $\frac{3}{5}$ de água é

$160 + \frac{3}{5} . 225 = 160 + 135 = 295$, em gramas.

Resposta: a) 160g b) 295g

MÓDULO 19
EQUAÇÕES DO 2.º GRAU – FÓRMULA DE BÁSKARA

1) a) $1 . x^2 - 7 . x + 10 = 0$

$\Delta = (-7)^2 - 4 . 1 . 10 = 49 - 40 = 9$

$x = \frac{7 \pm \sqrt{9}}{2 . 1} = \frac{7 \pm 3}{2}$

$x = 5$ ou $x = 2$

$V = \{2; 5\}$

b) $1 . x^2 + 4x + 3 = 0$

$\Delta = 4^2 - 4 . 1 . 3 = 4$

$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4}}{2 . 1} = \frac{-4 \pm 2}{2}$

$x = -1$ ou $x = -3$

$V = \{-3; -1\}$

2) a) $3x^2 + 12x = 0 \Leftrightarrow x . (3x + 12) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 0$ ou $3x + 12 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 0$ ou $x = -4$

$V = \{0; -4\}$

b) $9 - 4x^2 = 0 \Leftrightarrow 4x^2 = 9 \Leftrightarrow x^2 = \frac{9}{4} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \pm \frac{3}{2}$

$V = \left\{\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\right\}$

3) Sendo x o número de toneladas colhidas por hectare e y o número de hectares plantados, temos:

I) $x . y = 8400 \Leftrightarrow y = \frac{8400}{x}$

II) $(y - 20) . (x + 1) = 8400$

$xy + y - 20x - 20 = 8400$

$8400 + \frac{8400}{x} - 20x - 20 = 8400$

$\frac{8400}{x} - 20x - 20 = 0 \quad (\div 20)$

$\frac{420}{x} - x - 1 = 0$

$-x^2 - x + 420 = 0 \Rightarrow x = 20$, pois $x > 0$

Resposta: E

4) De acordo com o enunciado, temos:

$(5 - x) . (8 - x) = 40 - 42$

$40 - 5x - 8x + x^2 = -2$

$x^2 - 13x + 42 = 0 \Leftrightarrow x = 6$ ou $x = 7$

Resposta: A

5) I. $x^2 + 4 = 0 \Rightarrow x^2 = -4 \Rightarrow x \notin \mathbb{R}$

II. $x^2 - 2 = 0 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2}$

II. $0,3x = 0,1 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$

$\sqrt{-4}$ não é o número real, $\sqrt{2}$ é irracional e $\frac{1}{3}$ é racional.

Resposta: A

6) $-2x^2 + 3x + 5 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 5 = 0$

$\Delta = (-3)^2 - 4 . 2 . (-5) = 9 + 40 = 49$

$x = \frac{3 \pm 7}{4} \Rightarrow x = \frac{10}{4}$ ou $x = \frac{4}{4} \Rightarrow x = \frac{5}{2}$ ou $x = 1$.

A maior raiz de equação é $\frac{5}{2} = 2,5$

Resposta: D

7) $\Delta = (-m)^2 - 4 . 3 . 4 = 0 \Rightarrow m^2 = 48 \Rightarrow$

$\Rightarrow m = \pm 4\sqrt{3}$

Resposta: B

8) $\begin{cases} \text{idade do filho} = x \\ \text{idade do pai} = x + 36 \end{cases}$

$x . (x + 36) = 4x^2 \Leftrightarrow x^2 + 36x = 4x^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3x^2 - 36x = 0 \Leftrightarrow 3x (x - 12) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 0$ (não serve) ou $x = 12$.

As idades são :

filho = 12 pai = 48

Resposta: B

9) Se dona Luzia teve x filhos, então seus netos são $x . (x - 1)$.

Logo, $x (x - 1) = 72 \Leftrightarrow x^2 - x - 72 - 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 9$ ou $x = -8$ (não serve).

Resposta: D

10) $\Delta = (-4)^2 - 4 . 1 . (-1) = 16 + 4 = 20$

$x = \frac{4 \pm \sqrt{20}}{2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{5}}{2} = 2 \pm \sqrt{5}$

A maior menos a menor raiz resulta

$(2 + \sqrt{5}) - (2 - \sqrt{5}) =$

$= 2 + \sqrt{5} - 2 + \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$

Resposta: C

MÓDULO 20
SOMA E PRODUTO – MÉTODO DA TENTATIVA

1) $1 . x^2 - 5x + 6 = 0$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{-5}{1} \\ x_1 . x_2 = \frac{6}{1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 . x_2 = 6 \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow V = \{2; 3\}$

2) $1 . x^2 - 6x + 8 = 0$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{-6}{1} \\ x_1 . x_2 = \frac{8}{1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ x_1 . x_2 = 8 \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow V = \{2; 4\}$

3) $1 . x^2 + 4x + 3 = 0$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{4}{1} \\ x_1 . x_2 = \frac{3}{1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = -4 \\ x_1 . x_2 = 3 \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow V = \{-3; -1\}$

4) Uma equação do segundo grau, cujas raízes são 2 e $\frac{1}{3}$, é:

$x^2 - \left(2 + \frac{1}{3}\right) x + \left(2 . \frac{1}{3}\right) = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2 - \frac{7}{3} x + \frac{2}{3} = 0 \Rightarrow 3x^2 - 7x + 2 = 0$

5) $1 \,.\, x^2 - (\sqrt{2} + \sqrt{3})x + \sqrt{6} = 0$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \dfrac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{1} \\ x_1 \,.\, x_2 = \dfrac{\sqrt{6}}{1} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = \sqrt{2} + \sqrt{3} \\ x_1 \,.\, x_2 = \sqrt{2} \,.\, \sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow V = \{\sqrt{2}; \sqrt{3}\}$

6) Sendo $S = \dfrac{3\,k}{k-2}$ e $P = \dfrac{1}{k-2}$ a soma e o produto das raízes, respectivamente, devemos ter $\dfrac{3\,k}{k-2} = \dfrac{1}{k-2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3k = 1 \Leftrightarrow k = \dfrac{1}{3}$

Resposta: C

7) $p = \dfrac{-\left(\dfrac{m-1}{2}\right)}{8} = -\dfrac{15}{8} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{m-1}{2} = 15 \Leftrightarrow m - 1 = 30 \Leftrightarrow m = 31$

Resposta: m = 31

8) $(m + 7)\,(n + 7) = m \,.\, n + 7m + 7n + 49 =$
$= m \,.\, n + 7(m + n) + 49$
Se m e n são as raízes da equação
$7x^2 + 9x + 21 = 0$, então , $m + n = \dfrac{-9}{7}$ e
$m \,.\, n = \dfrac{21}{7}$.
Então,
$(m + 7)\,(n + 7) = m \,.\, n + 7(m + n) + 49 =$
$= \dfrac{21}{7} + 7 \,.\, \dfrac{-9}{7} + 49 = 3 - 9 + 49 = 43$

Resposta: B

9) Se v e w são raízes da equação $x^2 + ax + b = 0$ então $v + w = -a$ e $v \,.\, w = b$
$v + w = -a \Rightarrow (v + w)^2 = (-a)^2 \Rightarrow v^2 + w^2 + 2vw = a^2$
Então, $v^2 + w^2 + 2 \,.\, b = a^2 \Rightarrow v^2 + w^2 = a^2 - 2b$
Resposta: A

10) Sejam x_1 e x_2 as raízes tais que $x_1 = x_2^2$.
Então $x_1 \,.\, x_2 = 27 \Leftrightarrow = x_2^2 \,.\, x^2 = 27 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x_2^{\,3} = 27 \Leftrightarrow x_2 = 3$.
As raízes são 3 e 9.
Portanto, $3 + 9 = -m \Leftrightarrow m = -12$.
Resposta: C

11) As raízes são $x_1 = 1$ e $x_2 = a$.
Como $x_1 + x_2 = -k$ e $x_1\, x_2 = 3$ temos

$$\begin{cases} 1 + a = -k \\ 1 \,.\, a = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + 3 = -k \\ a = 3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k = -4 \\ a = 3 \end{cases}$$

Então, $a + k = 3 + (-4) = -1$
Resposta: B

MÓDULO 21
EQUAÇÕES REDUTÍVEIS A 1º E 2º GRAUS

1) $x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x^2\,(x - 3) - (x - 3) = 0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow (x - 3) \,.\, (x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x - 3 = 0$ ou $x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x = 3$ ou $x = 1$ ou $x = -1$
$V = \{-1; 1; 3\}$

2) $(x^2 + 1)^2 - 7(x^2 + 1) + 10 = 0$
Fazendo $x^2 + 1 = y$, temos:
$y^2 - 7y + 10 = 0 \Leftrightarrow y = 2$ ou $y = 5$

Para $y = 2$, temos $x^2 + 1 = 2 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = -1$ ou $x = 1$

Para $y = 5$, temos $x^2 + 1 = 5 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = -2$ ou $x = 2$

Assim, o conjunto verdade da equação é
$V = \{-2; -1; 1; 2\}$
Resposta: C

3) I) $\dfrac{x-1}{x-2} - \dfrac{x-2}{x-1} = \dfrac{8}{3} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3 \,.\, (x-1)^2 - 3 \,.\, (x-2)^2 = 8 \,.\, (x-1) \,.\, (x-2) \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 3 \,.\, (x^2 - 2x + 1) - 3 \,.\, (x^2 - 4x + 4) =$
$= 8 \,.\, (x^2 - 2x - x + 2) \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 3x^2 - 6x + 3 - 3x^2 + 12x - 12 =$
$= 8x^2 - 24x + 16 \Leftrightarrow 8x^2 - 30x + 25 = 0$

II) $\Delta = (-30)^2 - 4 \,.\, 8 \,.\, 25 = 900 - 800 = 100$

III) $8x^2 - 30x + 25 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{30 \pm 10}{16} \Leftrightarrow x = \dfrac{5}{4}$ ou $x = \dfrac{5}{2}$

Portanto, $V = \left\{\dfrac{5}{4}; \dfrac{5}{2}\right\}$

4) $\sqrt{x + 1 + \sqrt{2x - 3}} = 2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x + 1 + \sqrt{2x - 3}}\right)^2 = 2^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x + 1 + \sqrt{2x - 3} = 4 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow \sqrt{2x - 3} = 3 - x \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow (\sqrt{2x - 3})^2 = (3 - x)^2 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 2x - 3 = 9 - 6x + x^2 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x^2 - 8x + 12 = 0 \Leftrightarrow x = 2$ ou $x = 6$
Verificação:

Para x = 2, temos $\sqrt{x + 1 + \sqrt{2x - 3}} = 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \sqrt{2 + 1 + \sqrt{2 \,.\, 2 - 3}} = 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2 = 2$ (verdadeira), logo, x = 2 é solução.

Para x = 6, temos $\sqrt{x + 1 + \sqrt{2x - 3}} = 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \sqrt{6 + 1 + \sqrt{2 \,.\, 6 - 3}} = 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \sqrt{10} = 2$ (falsa), logo x = 6 não é solução. Portanto, V = {2}

5) $\dfrac{1}{x+1} = x - 1 \Leftrightarrow (x + 1)\,(x - 1) = 1 \Rightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 - 1 = 1 \Leftrightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$.
Como x é positivo, então $x = \sqrt{2}$.
Resposta: D

6) Para $x \neq -2$ e $x \neq 2$ temos

$\dfrac{3}{2\,(x+2)} = \dfrac{1}{2x-4} - \dfrac{2}{x^2-4} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{3}{2\,(x+2)} = \dfrac{1}{2\,(x-2)} - \dfrac{2}{(x+2)(x-2)} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3(x - 2) = 1 \,.\, (x + 2) - 2 \,.\, 2 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 3x - 6 = x + 2 - 4 \Leftrightarrow 2x = 4 \Leftrightarrow x = 2$.
Portanto, V = Ø

Resposta: C

7) Para $x \neq 0$ e $x \neq -3$ resulta

$\dfrac{1}{x} + \dfrac{3}{2} = \dfrac{1}{x+3} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 1 \,.\, 2\,(x + 3) + 3x\,(x + 3) = 1 \,.\, 2x \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 2x + 6 + 3x^2 + 9x = 2x \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 3x^2 + 9x + 6 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x = -1$ ou $x = -2$.
A soma das raízes é –3.
Resposta: A

8) Substituindo $x + \frac{1}{x}$ por y, isto é, fazendo

$x + \frac{1}{x} = y$ temos a equação $y^2 - 5y + 6 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow y = 2$ ou $y = 3$.

$y = 2 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 2 \Rightarrow x^2 + 1 = 2x \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow x = 1$

$y = 3 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 3 \Rightarrow x^2 + 1 = 3x \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2 - 3x + 1 = 0 \Rightarrow x = \dfrac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow x = \dfrac{3}{2} + \dfrac{\sqrt{5}}{2}$ ou $x = \dfrac{3}{2} - \dfrac{\sqrt{5}}{2}$.

Logo, o conjunto verdade da equação é

$$V = \left\{ 1; \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}; \ \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2} \right\}$$

Resposta: D

9) Fazendo $x^4 = y$ resulta $y^2 - 15y - 16 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow y = 16$ ou $y = -1$.

$y = 16 \Rightarrow x^4 = 16 \Rightarrow x = \pm 2$

$y = -1 \Rightarrow x^4 = -1 \Rightarrow x \notin \mathbb{R}$.

Resposta: V = {–2; 2}

10) $\sqrt{x - 1} = x - 7 \Rightarrow (\sqrt{x - 1})^2 = (x - 7)^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow x - 1 = x^2 - 14x + 49 \Rightarrow x^2 - 15x + 50 =$

$= 0 \Rightarrow x = 10$ ou $x = 5$.

10 é solução, pois $\sqrt{10 - 1} = 10 - 7 \Leftrightarrow \sqrt{9} = 3$ é verdadeira.

5 não é solução, pois $\sqrt{5 - 1} = 5 - 7 \Leftrightarrow \sqrt{4} = -2$ é falsa.

Logo, o conjunto verdade da equação é

V = {10}

Resposta: A

MÓDULO 22
PROBLEMAS DE 1º E 2º GRAUS

1) Sendo V = {2; a} o conjunto verdade da equação $1 \,.\, x^2 - 1 \,.\, x + c = 0$, então:

$$\begin{cases} 2 + a = \dfrac{1}{1} \\ 2 \,.\, a = \dfrac{c}{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 + a = 1 \\ 2 \,.\, a = c \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ 2 \,.\, (-1) = c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ c = -2 \end{cases}$$

Portanto, a + c = –1 + (–2) = –3

Resposta: E

2) Sendo V = {a; b} o conjunto verdade da equação $x^2 - 3k\,x + k^2 = 0$, então:

$$\begin{cases} a + b = 3k \\ a \,.\, b = k^2 \end{cases}$$

$a + b = 3k \Rightarrow (a + b)^2 = (3k)^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow a^2 + 2ab + b^2 = 9k^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \underbrace{a^2 + b^2}_{1,75} + 2 \,.\, \underbrace{ab}_{k^2} = 9k^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 1,75 + 2k^2 = 9k^2 \Leftrightarrow 7k^2 = 1,75 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 7k^2 = \dfrac{7}{4} \Leftrightarrow k^2 = \dfrac{1}{4}$

3) Sejam x e x + 1 os números procurados.

$x^2 + (x + 1)^2 = 481 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 + x^2 + 2x + 1 = 481 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2x^2 + 2x - 480 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 + x - 240 = 0 \Leftrightarrow x = 15$ ou $x = -16$

Como x deve ser positivo, temos que x = –16 não convém; logo, x = 15. Assim, os números procurados são 15 e 16.

4) Sejam x e y o número de residências e recenseadores, respectivamente.

Assim, $\begin{cases} 100 \,.\, y + 60 = x & \text{(I)} \\ 102 \,.\, y = x & \text{(II)} \end{cases}$

Comparando (I) e (II), temos:

$102 \,.\, y = 100y + 60 \Leftrightarrow 2y = 60 \Leftrightarrow y = 30$

Substituindo y = 30 em (II), obtemos:

$102 \,.\, 30 = x \Leftrightarrow x = 3060$

Logo, a cidade tem 3060 residências.

5) Se as idades são **x** e **y**, então

$$\begin{cases} x + y = 30 \\ (x - 8).\,(y - 8) = 48 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 30 - x \\ (x - 8)(y - 8) = 48 \end{cases}$$

Substituindo y por 30 – x na segunda equação resulta

$(x - 8)\,(30 - x - 8) = 48 \Leftrightarrow (x - 8)\,(22 - x) =$

$= 48 \Leftrightarrow 22x - x^2 - 176 + 8k = 48 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 - 30x + 224 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{30 \pm 2}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 16$ ou $x = -14$ (não serve).

Se x = 16, então y = 14.

Resposta: E

6) Sendo **x** o valor total das despesas temos:

A: cada um pagaria: $\dfrac{x}{50}$

B: cada um pagou: $\dfrac{x}{40}$

B = A + 5

$\dfrac{x}{40} = \dfrac{x}{50} + 5 \Leftrightarrow 5x = 4x + 1\,000 \Leftrightarrow x = 1000$

Resposta: A

7) Se x é o total, então

$\dfrac{2}{3}x - 600 + \dfrac{1}{4}x + \dfrac{1}{2}x - 4\,000 = x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 8x - 7\,200 + 3x + 6x - 48\,000 = 12x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 5x = 55\,200 \Leftrightarrow x = 11\,040$.

A primeira deverá receber

$\dfrac{2}{3} \,.\, 11\,040 - 600 = 6\,750$,

A segunda, $\dfrac{x}{40} \,.\, 11\,040 = 2\,760$ e

a terceira $\dfrac{1}{2} \,.\, 11\,040 - 4\,000 = 1\,520$

Resposta: R$ 6 760,00, R$ 2 760,00 e R$ 1 520,00, respectivamente.

8)

$$\begin{cases} a + b + c = 41 \\ b = a + 3 \\ c = a - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + a + 3 + a - 4 = 41 \\ b = a + 3 \\ c = a - 4 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 14 \\ b = 17 \\ c = 10 \end{cases}$$

$2a - b - c = 2 \,.\, 14 - 17 - 10 = 1$

Resposta: B

9) Sejam x e y as quantidades de gramas dos alimentos A e B a serem empregados nessa refeição, respectivamente. Pelas informações do enunciado, tem-se:

$$\begin{cases} 2x + 4y = 400 \ (1) \\ 3x + 4y = 500 \ (2) \end{cases} \Leftrightarrow$$

De (1) segue que: x = 200 – 2y (3)

Substituindo (3) em (2) obtém-se:

3(200 – 2y) + 4y = 500

600 – 6y + 4y = 500

– 2y = – 100

y = 50 (4)

Substituindo (4) em (3) obtém-se:

x = 200 – 2(50), ou seja, x = 100.

Logo, nessa refeição serão empregados 100 g do alimento A e 50 g do alimento B. Como cada grama dos alimentos A e B contém, respectivamente, 2 e 3 unidades de gordura, conclui-se então que essa refeição fornecerá $100 \times 2 + 50 \times 3 = 350$ unidades de gordura.
Resposta: B

10) Seja **x** o número pensado.

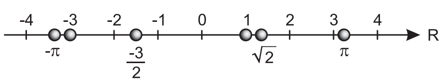
Devemos ter

$\dfrac{2x + 12}{2} = 15 \Leftrightarrow 2x + 12 = 30 \Leftrightarrow 2x = 18 \Leftrightarrow$

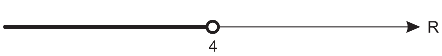
$\Leftrightarrow x = 9$
Resposta: 9

MÓDULO 23
CONJUNTOS NUMÉRICOS

1)

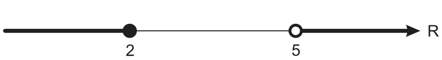


2) a) $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 4\}$

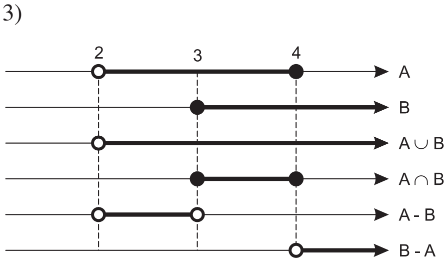


b) $\{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x < 5\}$

c) $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 2 \text{ ou } x \geq 5\}$



3)



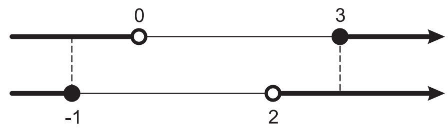
a) $A \cup B = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\} =]2; +\infty[$

b) $A \cap B = \{x \in \mathbb{R} \mid 3 \leq x \leq 4\} = [3; 4]$

c) $A - B = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x < 3\} =]2; 3[$

d) $B - A = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 4\} =]4; +\infty[$

4)



$A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -1 \text{ ou } x \geq 3\}$

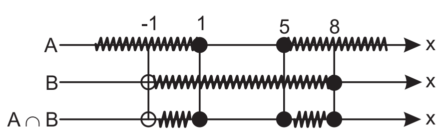
5) I e II são falsas
II e IV são verdadeiras
Resposta: C

6) $A = \{x \in \mathbb{R}\mid 2 \leq x \leq 5\}$ e $B = \{3\} \Rightarrow$
$\Rightarrow A - B = \{x \in \mathbb{R}\mid 2 \leq x \leq 5 \text{ e } x \neq 3\}$
Resposta: C

7) O conjunto representado pode ser indicado por $\{x \in \mathbb{R}\mid x \geq 2$ e $x \leq 7\} = \{x \in \mathbb{R}\mid 2 \leq x < 7\} = [2; 7[$
Resposta: A

8) $\{x \in \mathbb{R}\mid x \leq 2 \text{ ou } x > 7\} =$
$=]-\infty; 2\,] \cup\,]\,7; +\infty\,[.$
Resposta: B

9)



$A \cap B = \{x \in \mathbb{R}\mid -1 < x \leq 1 \text{ ou } 5 \leq x \leq 8\}$

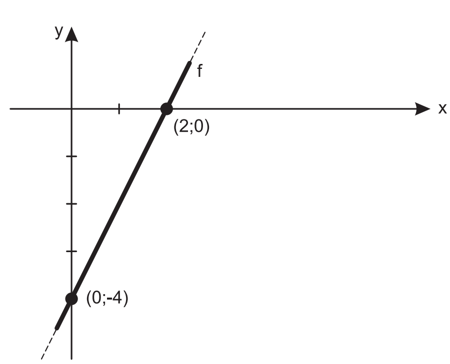
Resposta: B

MÓDULO 24
FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU

1) Se $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é a função definida por $f(x) = 2x - 4$, então:

x	f(x)	(x; y)
0	– 4	(0; – 4)
2	0	(2; 0)

O gráfico de **f** é, pois:



2) a) $\left.\begin{array}{l} f(x) = ax + b \\ f(-1) = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow a \cdot (-1) + b = 2$

b) $\left.\begin{array}{l} f(x) = ax + b \\ f(1) = 4 \end{array}\right\} \Rightarrow a \cdot 1 + b = 4$

c) $\begin{cases} a(-1) + b = 2 \\ a \cdot 1 + b = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -a + b = 2 \\ a + b = 4 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases}$

d) Se a = 1 e b = 3, então a sentença que define f é: $\mathbf{f(x) = x + 3}$.

3) a) $\left.\begin{array}{l} f(x) = ax + b \\ f(0) = 1 + f(1) \end{array}\right\} \Rightarrow$

$\Rightarrow a \cdot 0 + b = 1 + a \cdot 1 + b \Rightarrow a = -1$

b) $\left.\begin{array}{l} f(x) = -x + b \\ f(-1) = 2 - f(0) \end{array}\right\} \Rightarrow$

$\Rightarrow -(-1) + b = 2 - (-0 + b) \Rightarrow b = \dfrac{1}{2}$

c) Se $a = -1$ e $b = \dfrac{1}{2}$, então

$f(x) = -x + \dfrac{1}{2}$

d) $f(3) = -3 + \dfrac{1}{2} = \dfrac{-6 + 1}{2} = \dfrac{-5}{2}$

Resposta: B

4) Na produção mensal de x peças, temos:

I) custo fixo: R$ 12,00

II) custo variável: R$ 0,70 . x

III) custo total: 12,00 + 0,70 . x

Portanto, a função que representa o custo total é $f(x) = 12 + 0{,}70 \cdot x$
Resposta: C

5) Se $f(x) = ax + b$, $a \neq 0$ é estritamente crescente, então $a > 0$.
Resposta: E

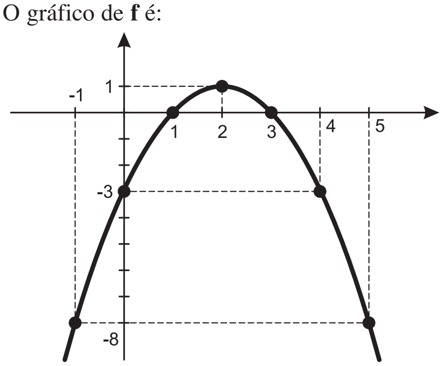
6) $f(x) \cdot g(x) < 0 \Leftrightarrow f(x)$ e $g(x)$ têm sinais contrários $\Leftrightarrow x < -1$ ou $x > 3$.
Resposta: C

MÓDULO 25
FUNÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU

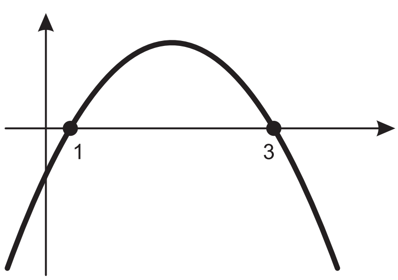
1)

x	f(x)	(x; y)
–1	$f(–1) = –(–1)^2 + 4 \,.\, (–1) – 3 = –8$	(–1; –8)
0	$f(0) = –0^2 + 4 \,.\, 0 – 3 = –3$	(0; –3)
1	$f(1) = –1^2 + 4 \,.\, 1 – 3 = 0$	(1; 0)
2	$f(2) = –2^2 + 4 \,.\, 2 – 3 = 1$	(2; 1)
3	$f(3) = –3^2 + 4 \,.\, 3 – 3 = 0$	(3; 0)
4	$f(4) = –4^2 + 4 \,.\, 4 – 3 = –3$	(4; –3)
5	$f(5) = –5^2 + 4 \,.\, 5 – 3 = –8$	(5; –8)

O gráfico de **f** é:



2) O gráfico de **f** é:



Assim sendo:

a) $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ ou $x = 3$
$V = \{1; 3\}$

b) $f(x) > 0 \Leftrightarrow 1 < x < 3$
$V = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x < 3\}$

c) $f(x) < 0 \Leftrightarrow x < 1$ ou $x > 3$
$V = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 1 \text{ ou } x > 3\}$

3) Se $f(x_1) \,.\, f(x_2) < 0$, então $f(x_1)$ e $f(x_2)$ têm sinais contrários, isto é, $(f(x_1) > 0$ e $f(x_2) < 0)$ ou $(f(x_1) < 0$ e $f(x_2) > 0)$. Pode-se, portanto, afirmar que a função tem parte do gráfico acima do eixo "x" e parte do gráfico abaixo do eixo "x", o que ocorre apenas quando $\Delta > 0 \Leftrightarrow b^2 – 4ac > 0$.
Resposta: D

4) $\left.\begin{array}{l} f(x) = ax^2 + bx + c \\ f(0) = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow$

$\Rightarrow a \,.\, 0^2 + b \,.\, 0 + c = 2 \Leftrightarrow c = 2$

$\left.\begin{array}{l} f(x) = ax^2 + bx + 2 \\ f(1) = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$

$\Rightarrow a \,.\, 1^2 + b \,.\, 1 + 2 = 0 \Leftrightarrow a + b + 2 = 0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow a + b = – 2$
Resposta: D

5) $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 3x – 10 = 0 \Leftrightarrow x = –5$ ou $x = 2$.

A distância AB é 2 – (–5) = 7.
Resposta: C

6) Se o gráfico da função em que $y = ax^2 + bx + c\ (a \neq 0)$ corta o eixo 0y em (0; 1), então c = 1. Além disso, interceptando o eixo 0x em apenas um ponto, devemos ter $\Delta = b^2 – 4ac = 0$.
Para c = 1 resulta $b^2 – 4a = 0 \Leftrightarrow b^2 = 4a$
Resposta: A

7) Se a parábola que representa $y = ax^2 + bx + c,\ a \neq 0$, tem concavidade para baixo e é tangente ao eixo das abscissas, então $a < 0$ e $\Delta = 0$.
Esses fatos ocorrem com $y = –x^2 + 4x – 4$.
Resposta: C

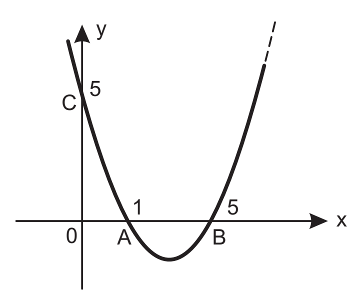
8) Analisando o gráfico, concluimos que

$\begin{cases} a > 0 \text{ (concavidade para cima)} \\ c < 0 \text{ (intersecção com o eixo 0y)} \\ –\dfrac{b}{a} < 0 \text{ (soma das raízes é negativa)} \end{cases}$

Logo, $\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \\ c < 0 \end{cases}$

Resposta: C

9) O gráfico de f(x) = x2 – 6x + 5 é do tipo



Portanto, $S_1 = \dfrac{1 \,.\, 5}{2} = \dfrac{5}{2}$ e

$S_2 = \dfrac{(5 – 1) \,.\, 5}{2} = 4 \,.\, \dfrac{5}{2} = 4 \,.\, S_1$

Resposta: D

MÓDULO 26
VÉRTICE E CONJUNTO-IMAGEM

1) $x_V = – \dfrac{b}{2a} = – \dfrac{–7}{2} = \dfrac{7}{2}$

$y_V = – \dfrac{\Delta}{4a} = – \dfrac{49 – 24}{4 \,.\, 1} = – \dfrac{25}{4}$

O vértice da parábola é pois o ponto
$V = \left(\dfrac{7}{2}; –\dfrac{25}{4}\right)$

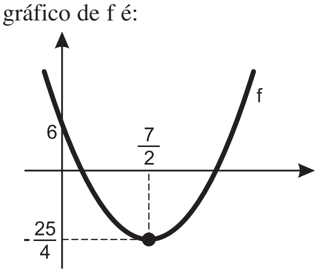
Resposta: D

2) O vértice da parábola da equação $f(x) = x^2 – 7x + 6$ é:

$\begin{cases} x_V = \dfrac{7}{2} \\ y_V = –\dfrac{49 – 24}{4} = –\dfrac{25}{4} \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow V\left(\dfrac{7}{2}; –\dfrac{25}{4}\right)$

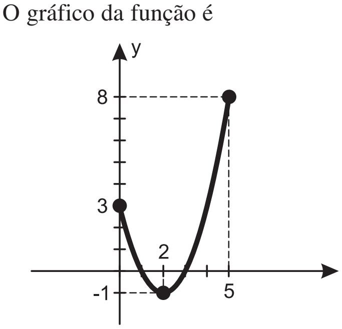
O gráfico de f é:



O conjunto imagem de f é:
$\left[–\dfrac{25}{4}; + \infty\right[$

Resposta: A

3) O gráfico da função é



Valor máximo da função: 8
Valor mínimo da função: – 1

4) $S(x) = S_{ABCD} – S_{PCN} – S_{MNB} \Rightarrow$

$\Rightarrow S(x) = 6^2 – \dfrac{x \,.\, x}{2} – \dfrac{(6 – x)\,(6 – x)}{2} \Leftrightarrow$

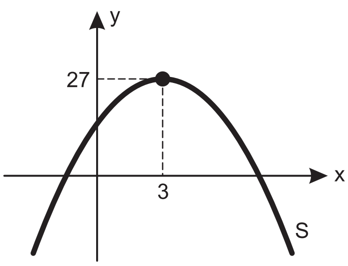
$\Leftrightarrow S(x) = –x^2 + 6x + 18$

O vértice da parábola é

$$\begin{cases} x_V = \dfrac{-6}{-2} = 3 \\ y_V = S(3) = -3^2 + 6 \cdot 3 + 18 = 27 \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ V (3; 27)

O gráfico é:



Assim sendo, a área é máxima para x = 3 e o valor máximo desta área é 27 cm^2.

Resposta: x = 3 cm; $S_{máx}$ = 27 cm^2

5) $L(x) = R - C = (-x^2 + 10{,}5x) - (x^2 + 0{,}5x + 1)$

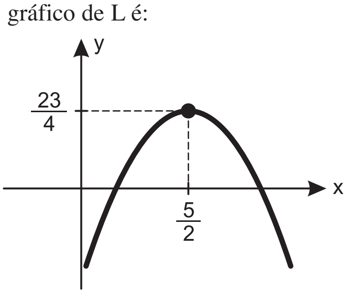
$L(x) = -2x^2 + 10x - 1$

O vértice da parábola correspondente é:

$$\begin{cases} x_V = -\dfrac{10}{-4} = \dfrac{5}{2} \\ y_V = L\left(\dfrac{5}{2}\right) = -2 \cdot \dfrac{25}{4} + 10 \cdot \dfrac{5}{2} - 1 = \dfrac{23}{2} \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow V \left(\dfrac{5}{2}; \dfrac{23}{2}\right)$

O gráfico de L é:



O lucro máximo é $\dfrac{23}{2}$ = 11,5

Resposta: B

6) $h_1 = \dfrac{-\Delta_f}{4a} = \dfrac{-36}{-4} = 9$

$h_2 = \dfrac{-\Delta_g}{4a} = \dfrac{-(256 - 240)}{-4} =$

$= \dfrac{-16}{-4} = 4$

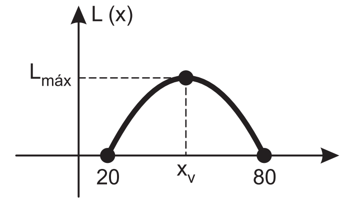
$h_1 - h_2 = 9 - 4 = 5$

Resposta: D

MÓDULO 27
VÉRTICE E CONJUNTO-IMAGEM

1) I) Se, para cada par de sapatos, o preço de venda, em reais, é x e o preço de custo é R$ 20,00, o lucro obtido é de (x – 20) reais por par.

II) Na venda de (80 – x) pares por mês, o lucro mensal é dado pela função L(x) = (x – 20) . (80 – x), cujas raízes são 20 e 80 e cujo gráfico é

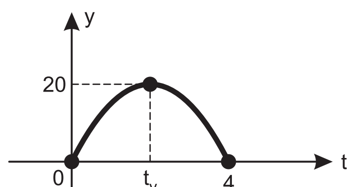


III) O lucro máximo é obtido para

$x = x_V = \dfrac{20 + 80}{2} = 50$

Resposta: B

2) I) De acordo com o enunciado, temos o seguinte esboço do gráfico:



II) As raízes da função são 0 e 4, então, a função é do tipo

y = a . (t – 0) . (t – 4) = a . t . (t – 4)

III) A abscissa t do vértice é

$t_V = \dfrac{0 + 4}{2} = 2$

IV) Para t = 2 $\Rightarrow$ y = 20, então:

y = a . t . (t – 4) $\Rightarrow$

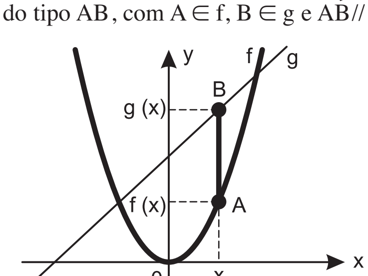
$\Rightarrow$ 20 = a . 2 . (2 – 4) $\Leftrightarrow$ a = –5

Portanto, a função é

$y = -5 \cdot t \cdot (t - 4) = -5t^2 + 20t$

Resposta: A

3) Os segmentos descritos no enunciado são do tipo $\overline{AB}$, com A $\in$ f, B $\in$ g e $\overrightarrow{AB}$// Oy.

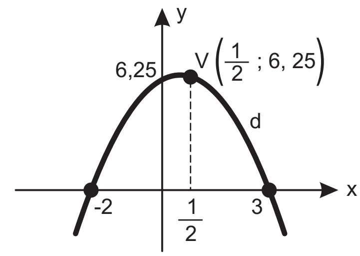


Se d(x) for a medida do segmento $\overline{AB}$, então:

$d(x) = g(x) - f(x) \Leftrightarrow d(x) = x + 6 - x^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow d(x) = -x^2 + x + 6$

O gráfico da função d é do tipo



Sendo $x_V = \dfrac{1}{2}$ e

$y_V = -\left(\dfrac{1}{2}\right)^2 + \dfrac{1}{2} + 6 = 6{,}25.$

Assim sendo, o máximo valor de **d** é 6,25.

Resposta: B

4) Em relação ao gráfico da função em que $f(x) = -x^2 + 4x - 3$, pode-se afirmar que

a) é uma parábola de concavidade voltada para baixo;

b) seu vértice é o ponto $V\left(\dfrac{-b}{2a}; -\dfrac{-\Delta}{4a}\right) =$

$= \left(2; -\dfrac{-4}{-4}\right) = (2; 1).$

c) intercepta o eixo das abscissas nos pontos em que

$f(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 4x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ ou x = 3. Os pontos são (1; 0) e (3; 0).

d) seu eixo de simetria é a reta $x = \dfrac{-b}{2a} = 2.$

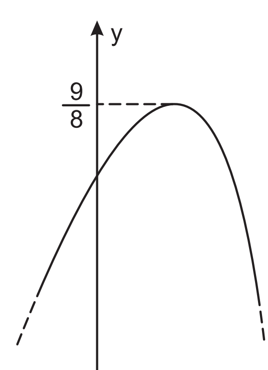
e) intercepta o eixo das ordenadas em (0; –3).

Resposta: B

5) A ordenada do vértice da parábola é

$y_v = \dfrac{-\Delta}{4a} = \dfrac{-(1^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 1)}{4 \cdot (-2)} = \dfrac{-9}{-8} = \dfrac{9}{8}.$

Como a = –2 < 0, a concavidade está voltada para baixo.



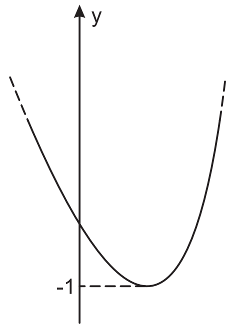
O conjunto imagem é Im(f) = $\left]-\infty ; \dfrac{9}{8}\right]$

Resposta: A

6) A ordenada do vértice da parábola é

$y_v = \dfrac{-\Delta}{4a} = \dfrac{-4}{4} = -1$

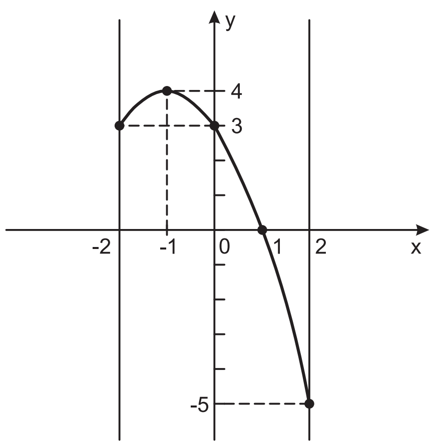
Como a = 1 > 0, a concavidade está voltada para cima.



O conjunto imagem é Im(f) = $[-1; +\infty[$

Resposta: E

7) Sendo $f(x) = -x^2 - 2x + 3$, $x \in [-2; 2]$, o esboço do gráfico da função é



O vértice da parábola é o ponto

$V\left(\dfrac{-b}{2a}; \dfrac{-\Delta}{4a}\right) = (-1; 4)$

$f(-2) = -4 + 4 + 3 = 3$

$f(-1) = 4$

$f(0) = 3$

$f(1) = -1 - 2 + 3 = 0$

$f(2) = -4 - 4 + 3 = -5$

O conjunto imagem é Im(f) = $[-5; 4]$

Resposta: B

MÓDULO 28
INEQUAÇÕES DO 1.º GRAU

1) $2x - 10 < 4 \Leftrightarrow 2x < 14 \Leftrightarrow x < 7$

$V = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 7\}$

2) $\dfrac{x}{2} - \dfrac{x+1}{3} < 1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{3x - 2(x+1)}{6} < \dfrac{6}{6} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3x - 2x - 2 < 6 \Leftrightarrow x < 8$

$V = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 8\}$

3) a) $1 < \dfrac{2x-3}{3} \leq 5 \Leftrightarrow 3 < 2x - 3 \leq 15 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 6 < 2x \leq 18 \Leftrightarrow 3 < x \leq 9$

$V = \{x \in \mathbb{R} \mid 3 < x \leq 9\}$

b) $\begin{cases} 2x - 10 < 0 \\ -3x + 6 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 5 \\ x \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2 \leq x < 5$, pois:

$V = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x < 5\}$

4) Se n for a nota da terceira prova, então, pelo enunciado, temos:

$\dfrac{6{,}3 \,.\, 1 + 4{,}5 \,.\, 2 + n \,.\, 3}{6} \geq 6{,}5 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 6{,}3 + 9 + 3n \geq 39{,}0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3n \geq 39 - 15{,}3 \Leftrightarrow 3n \geq 23{,}7 \Leftrightarrow n \geq 7{,}9$

Resposta: Nota maior ou igual a 7,9.

5) $2x - 3 \leq 3 \Leftrightarrow 2x \leq 3 + 3 \Leftrightarrow 2x \leq 6 \Leftrightarrow x \leq 3$.
As soluções pertencentes a $\mathbb{N}$ são 0, 1, 2, 3 e o produto delas é 0. 1. 2. 3 = 0.
Resposta: E

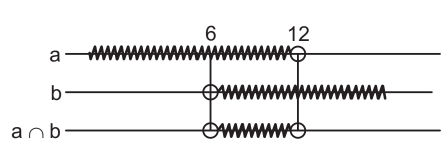
6) $\dfrac{2x+1}{5} - \dfrac{2-x}{3} > 1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3(2x+1) - 5(2-x) > 15 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 6x + 3 - 10 + 5x > 15 \Leftrightarrow 11x > 22 \Leftrightarrow x > 2$
As soluções inteiras são 3, 4, 5, 6, …
Resposta: C

7) a) $\dfrac{x}{3} - \dfrac{x-2}{5} < 2 \Leftrightarrow 5x - 3(x-2) < 30 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 5x - 3x + 6 < 30 \Leftrightarrow 2x < 24 \Leftrightarrow x < 12$

b) $\dfrac{3(x-6)}{4} > 0 \Leftrightarrow x - 6 > 0 \Leftrightarrow x > 6$



A solução do sistema, em $\mathbb{R}$, é
$V = \{x \in \mathbb{R} \mid 6 < x < 12\}$.
Desses valores, cinco são inteiros.
Resposta: A

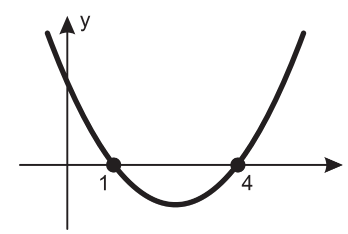
8) Vendendo **x** convites a receita será 70x e as despesas importarão 35x + 3 000 + + 2 400 + 400 = 35x + 5 800.
Para o baile não dar prejuízo, deve-se ter $70x \geq 35x + 5\,800 \Leftrightarrow 35x \geq 5\,800 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x \geq 165 + \dfrac{5}{7}$.

Portanto, o clube deve vender no mínimo 166 convites.
Resposta: B

MÓDULO 29
INEQUAÇÕES DO 2.º GRAU

1) O gráfico de $f(x) = x^2 - 5x + 4$ é do tipo:

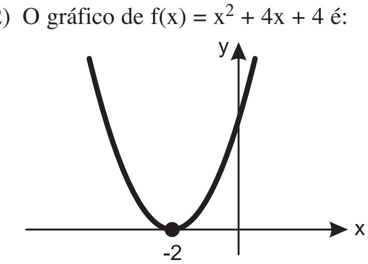


De acordo com o gráfico:

$x^2 - 5x + 4 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 4$

$V = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x \leq 4\}$

2) O gráfico de $f(x) = x^2 + 4x + 4$ é:

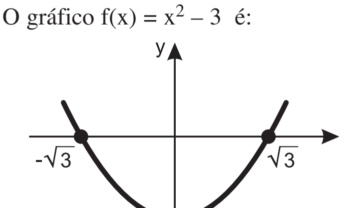


Do gráfico, temos:

$x^2 + 4x + 4 > 0 \Leftrightarrow x \neq -2$

$V = \mathbb{R} - \{-2\}$

3) O gráfico $f(x) = x^2 - 3$ é:

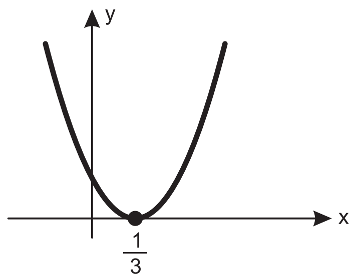


Do gráfico, temos:

$x^2 < 3 \Leftrightarrow x^2 - 3 < 0 \Leftrightarrow -\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$

$V = \{x \in \mathbb{R} \mid -\sqrt{3} < x < \sqrt{3}\}$

4) O gráfico $f(x) = 9x^2 - 6x + 1$ é do tipo:

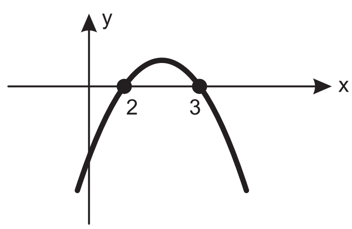


De acordo com o gráfico:

$9x^2 - 6x + 1 \le 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{3}$

Resposta: C

5) O gráfico $f(x) = -x^2 + 5x - 6$ é do tipo:

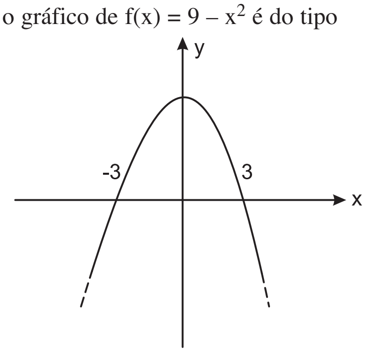


De acordo com o gráfico:

$-x^2 + 5x - 4 > 2 \Leftrightarrow -x^2 + 5x - 6 > 0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 2 < x < 3 \Leftrightarrow x > 2$ e $x < 3$

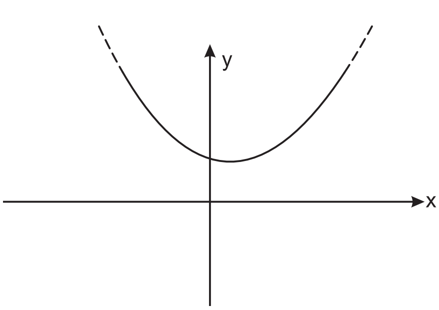
Resposta: B

6) Devemos ter $9 - x^2 > 0 \Leftrightarrow -3 < x < 3$, pois o gráfico de $f(x) = 9 - x^2$ é do tipo



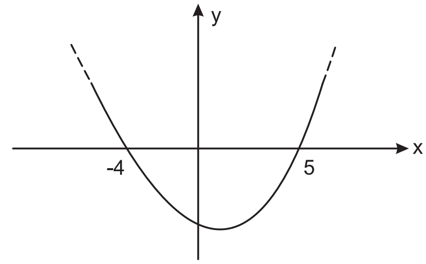
Logo, $D(f) =]-3; 3[$
Resposta: C

7) $x^2 - 3x - 7 > 0\ \forall\ x \in \mathbb{R}$, pois o gráfico de $f(x) = x^2 - 3x + 7$ é do tipo



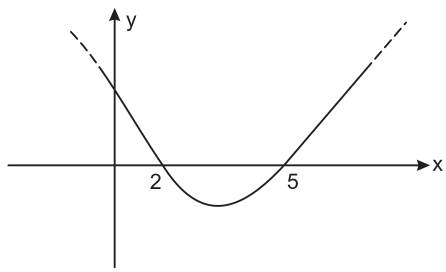
Observe que $\Delta < 0$. Logo, o conjunto solução de $x^2 - 3x + 7 > 0$ é $V = \mathbb{R}$.
Resposta: E

8) $x^2 - x - 20 < 0 \Leftrightarrow -4 < x < 5$, pois o gráfico de $f(x)\ x^2 - x - 20$ é do tipo



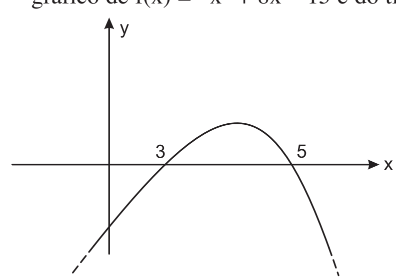
Os números inteiros pertencentes ao intervalo $]-4; 5[$ são oito.
Resposta: B

9) Devemos ter $x^2 - 7x + 10 \ge 0 \Leftrightarrow x \le 2$ ou $x \ge 5$.
O gráfico de $g(x) = x^2 - 7x + 10$ é do tipo.



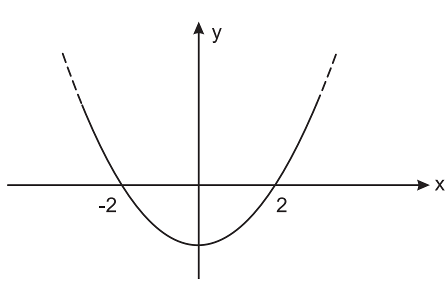
Resposta: D

10) $-x^2 + 8x - 15 > 0 \Leftrightarrow 3 \le x \le 5$, pois o gráfico de $f(x) = -x^2 + 8x - 15$ é do tipo



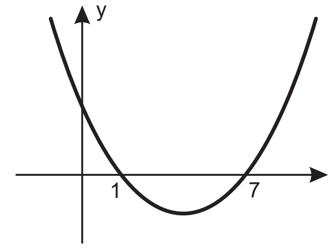
Resposta: A

11) $x^2 - 4 \ge 0 \Leftrightarrow -2 \le x \le 2$, pois o gráfico de $f(x)\ x^2 - 4$ é do tipo



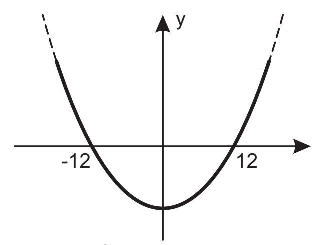
Resposta: C

12) A área do retângulo é
$A(x) = (x - 3)(x - 5)$, com $x > 5$.
Portanto, $A(x) < 8 \Leftrightarrow (x - 3)(x - 5) < 8 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x^2 - 5x - 3x + 15 < 8 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 7 < 0$
A solução dessa inequação, em $\mathbb{R}$, é $1 < x < 7$, pois o gráfico de $f(x) = x^2 - 8x + 7$ é do tipo



Como $x > 5$, então devemos ter $5 < x < 7$.
Resposta: $5 < x < 7$

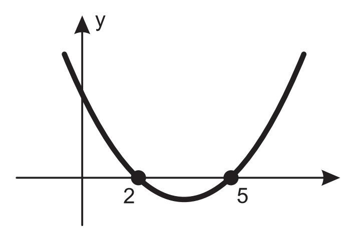
13) O gráfico de $f(x) = 3x^2 - kx + 12$ não corta o eixo das abscissas se, e somente se $\Delta = (-k)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 12 < 0$, isto é, $k^2 - 144 < 0 \Leftrightarrow -12 < k < 12$, pois o gráfico de $f(k) = k^2 - 144$ é do tipo



Resposta: C

MÓDULO 30
SISTEMAS DE INEQUAÇÕES

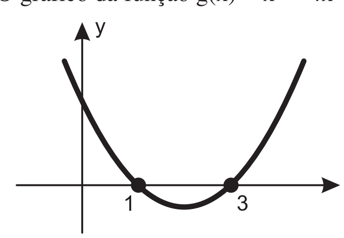
1) a) O gráfico da função $f(x) = x^2 - 7x + 10$ é



Do gráfico, temos:

$x^2 - 7x + 10 \ge 0 \Leftrightarrow x \le 2$ ou $x \ge 5 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \le 2$ ou $x \ge 5\}$

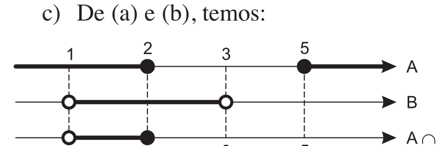
b) O gráfico da função $g(x) = x^2 - 4x + 3$ é



Do gráfico, temos:

$x^2 - 4x + 3 < 0 \Leftrightarrow 1 < x < 3 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow B = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x < 3\}$

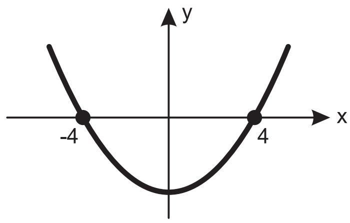
c) De (a) e (b), temos:



$A \cap B = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x \le 2\}$

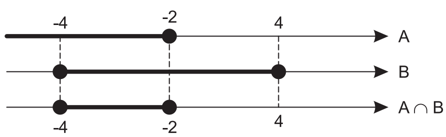
2) a) $3x + 5 \le 2x + 3 \Leftrightarrow x \le -2$

b) O gráfico da função $f(x) = x^2 - 16$ é



Assim, $x^2 - 16 \le 0 \Leftrightarrow -4 \le x \le 4$

c) De (a) e (b), temos:

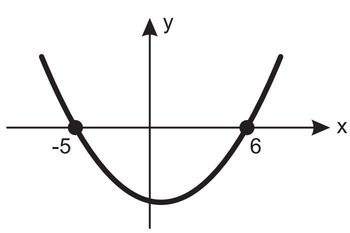


Resposta: D

3) a) $1 \le \dfrac{2x - 5}{3} \le 3 \Leftrightarrow 3 \le 2x - 5 \le 9 \Leftrightarrow$

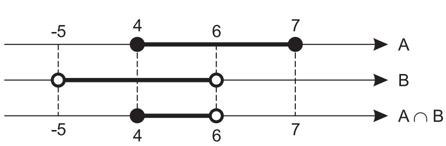
$\Leftrightarrow 8 \le 2x \le 14 \Leftrightarrow 4 \le x \le 7$

b) O gráfico da função $f(x) = x^2 - x - 30$ é



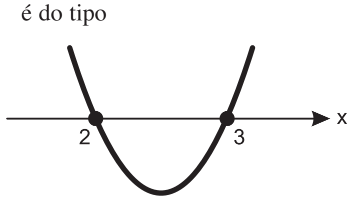
e, portanto, $x^2 - x - 30 < 0 \Leftrightarrow -5 < x < 6$

c) De (a) e (b), temos:



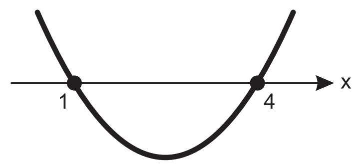
$V = \{x \in \mathbb{R} \mid 4 \le x < 6\}$

4) a) $0 \le x^2 - 5x + 6 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 \ge 0$
O gráfico da função $f(x) = x^2 - 5x + 6$ é do tipo



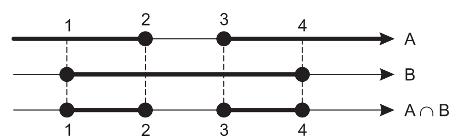
Assim, $x^2 - 5x + 6 \ge 0 \Leftrightarrow x \le 2$ ou $x \ge 3$

b) $x^2 - 5x + 6 \le 2 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 \le 0$
O gráfico da função $g(x) = x^2 - 5x + 4$ é do tipo



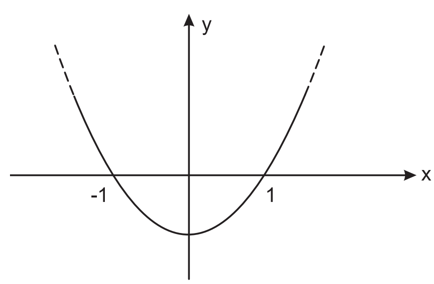
Assim, $x^2 - 5x + 4 \le 0 \Leftrightarrow 1 \le x \le 4$

c) De (a) e (b), temos:

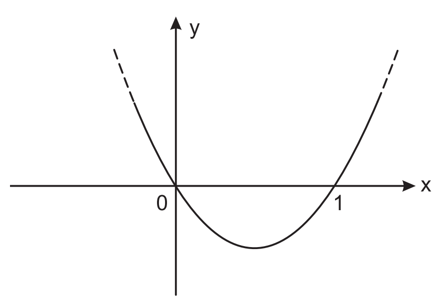


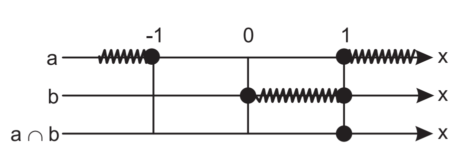
$V = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \le x \le 2$ ou $3 \le x \le 4\}$

5) a) $x^2 - 1 \ge 0 \Leftrightarrow x \le -1$ ou $x \ge 1$, pois o gráfico de $f(x) = x^2 - 1$ é do tipo



b) $x^2 - x \le 0$ s $0 \le x \le 1$, pois o gráfico de $f(x) = x^2 - x$ é do tipo

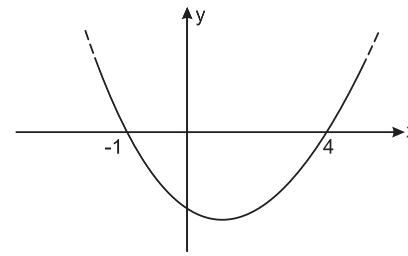




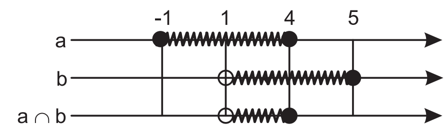
Portanto, a única solução do sistema é $x = 1$

Resposta: A

6) a) $x^2 - 3x - 4 \le 0 \Leftrightarrow -1 \le x \le 4$, pois o gráfico de $f(x) = x^2 - 3x - 4$ é do tipo



b) $-1 < x - 2 \le 3 \Leftrightarrow -1 + 2 \le x - 2 + 2 \le 3 + 2 \Leftrightarrow 1 . < x \le 5.$

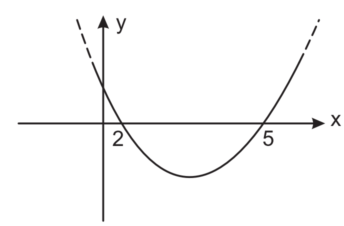


O conjunto verdade do sistema, em $\mathbb{R}$, é $V =]1; 4]$. Nesse conjunto estão 3 números inteiros.

Resposta: E

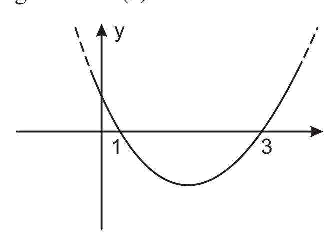
7) $A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 7x + 10 \ge 0\} =$
$= \{x \in \mathbb{R} : x \le 2$ ou $x \ge 5\}$.

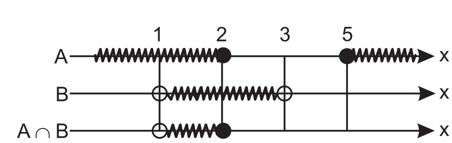
O gráfico de $f(x) = x^2 - 7x + 10$ é do tipo



$B = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 4x + 3 < 0\} =$
$= \{x \in \mathbb{R} : 1 < x < 3\}$.

O gráfico de $f(x) = x^2 - 4x + 3$ é do tipo





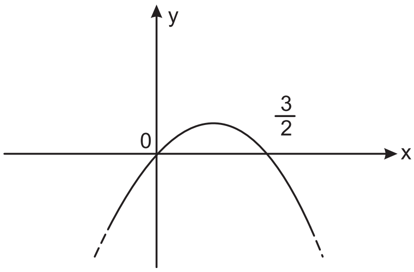
$A \cap B = \{x \in \mathbb{R} : 1 < x \le 2\}$

Resposta: A

8) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 3x - 2x^2 \geq 0\} =$

$= \left\{ x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq \dfrac{3}{2} \right\}$

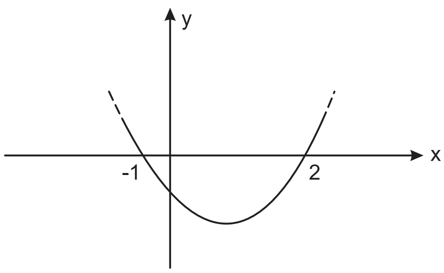
O gráfico de $f(x) = 3x - 2x^2$ é do tipo

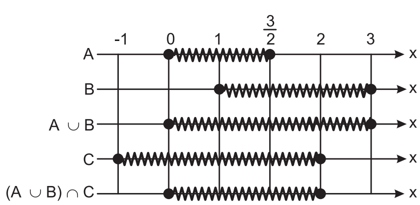


$C = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - x - 2 \leq 0\} =$

$= \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 2\}$

O gráfico de $f(x) = x^2 - x - 2$ é do tipo





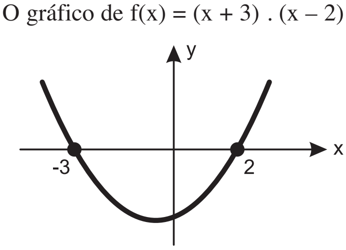
$(A \cup B) \cap C = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 2\}$

Resposta: B

MÓDULO 31
INEQUAÇÕES TIPO QUOCIENTE E TIPO PRODUTO

1) Em $y = x^2 + x - 6$, temos:
   a) O coeficiente de x^2 é $a = 1$
   b) as raízes da equação $x^2 + x - 6 = 0$ são -3 e 2
   c) a forma fatorada é:
   $y = 1 \cdot (x - (-3)) \cdot (x - 2) \Leftrightarrow$
   $\Leftrightarrow y = (x + 3) \cdot (x - 2)$

2) O gráfico de $f(x) = (x + 3) \cdot (x - 2)$ é:

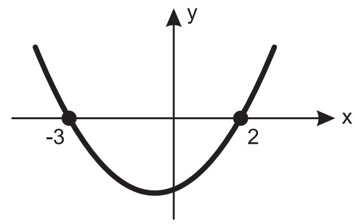


e, portanto, $(x + 3) \cdot (x - 2) \leq 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -3 \leq x \leq 2$

$V = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq 2\}$

3) O gráfico de $f(x) = (x + 3) \cdot (x - 2)$ é:



e, portanto, $\dfrac{x + 3}{x - 2} \leq 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x + 3) \cdot (x - 2) \leq 0$ e $x \neq 2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -3 \leq x \leq 2$ e $x \neq 2 \Leftrightarrow -3 \leq x < 2$

$V = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x < 2\}$

4) $\dfrac{x - 1}{x - 2} \leq \dfrac{x - 3}{x - 4} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{x - 1}{x - 2} - \dfrac{x - 3}{x - 4} \leq 0 \Leftrightarrow$

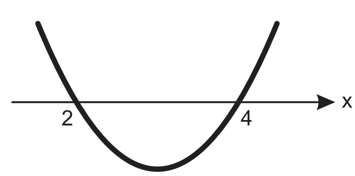
$\Leftrightarrow \dfrac{(x - 1) \cdot (x - 4) - (x - 3) \cdot (x - 2)}{(x - 2) \cdot (x - 4)} \leq 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{x^2 - 4x - x + 4 - (x^2 - 3x - 2x + 6)}{(x - 2) \cdot (x - 4)} \leq 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{x^2 - 5x + 4 - x^2 + 5x - 6}{(x - 2) \cdot (x - 4)} \leq 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{-2}{(x - 2) \cdot (x - 4)} \leq 0 \Leftrightarrow (x - 2) \cdot (x - 4) > 0$

O gráfico da função $f(x) = (x - 2) \cdot (x - 4)$ é do tipo



e, portanto, $(x - 2) \cdot (x - 4) > 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x < 2$ ou $x > 4$.

$V = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 2$ ou $x > 4\}$

5) $\dfrac{x^2 - 4}{x - 2} \leq 8 \Leftrightarrow \dfrac{(x + 2)(x - 2)}{x - 2} \leq 8 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x + 2 \leq 8$ e $x \neq 2 \Leftrightarrow x \leq 6$ e $x \neq 2$.

Resposta: B

6) $\dfrac{x - 3}{3x - x^2} < 0 \Leftrightarrow \dfrac{x - 3}{x(3 - x)} < 0 \Leftrightarrow$

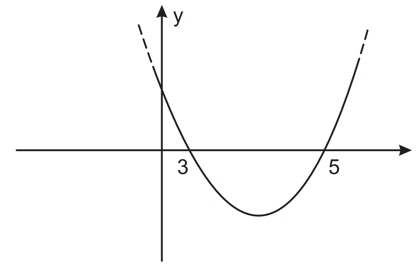
$\Leftrightarrow -\dfrac{1}{x} < 0$ e $x \neq 3 \Leftrightarrow x > 0$ e $x \neq 3$

Resposta: E

7) $\dfrac{x - 3}{x - 5} \leq 0 \Leftrightarrow (x - 3)(x - 5) \leq 0$ e

$x \neq 5 \Leftrightarrow 3 \leq x < 5$, pois o gráfico de

$f(x) = (x - 3)(x - 5)$ é do tipo



$V = \{x \in \mathbb{R} \mid 3 \leq x < 5\}$. O número de inteiros em V é 2.

Resposta: B

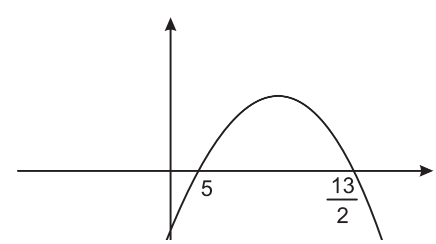
8) $\dfrac{3}{x - 5} \leq 2 \Leftrightarrow \dfrac{3}{x - 5} - 2 \leq 0 \Leftrightarrow$

$\dfrac{3 - 2(x - 5)}{x - 5} \leq 0 \Leftrightarrow \dfrac{3 - 2x + 10}{x - 5} \leq 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{-2x + 13}{x - 5} \leq 0 \Leftrightarrow (-2x + 13)(x - 5) \leq 0$ e

$x \neq 5 \Leftrightarrow x < 5$ ou $x \geq \dfrac{13}{2}$, pois o gráfico de

$f(x) = (-2x + 13)(x - 5)$ é do tipo



Resposta: E

9) $\begin{cases} (x - 2)^2 \geq 0 \\ (x + 5)^4 \geq 0 \\ (x - 7)^{16} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow (x - 2)^2 \cdot (x + 5)^4 \cdot (x - 7)^{16} \geq 0$

$\forall x \in \mathbb{R}$. e, portanto, nunca ocorrerá

$(x - 2)^2 \cdot (x + 5)^4 \cdot (x - 7)^{16} < 0$.

Resposta: D

10) $\dfrac{x^2 - 7x + 12}{x - 3} > 9 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{(x - 3)(x - 4)}{x - 3} > 9 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x - 4 > 9$ e $x \neq 3 \Leftrightarrow x > 13$

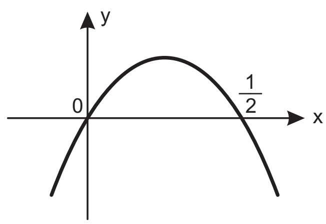
Resposta: C

11) $\dfrac{1}{x} > 2 \Leftrightarrow \dfrac{1}{x} - 2 > 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{1-2x}{x} > 0 \Leftrightarrow (1-2x)x > 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 0 < x < \dfrac{1}{2}$, pois o gráfico de

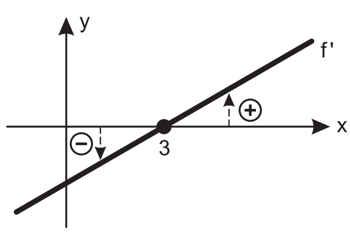
$f(x) = (1-2x).x$ é do tipo



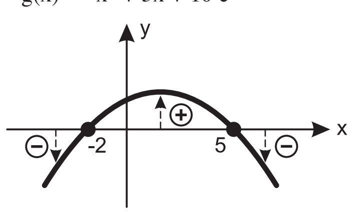
Resposta: C

MÓDULO 32
QUADRO DE SINAIS

1) a) O gráfico da função $f(x) = x - 3$ é



b) O gráfico da função
$g(x) = -x^2 + 3x + 10$ é



c) Pela tabela de sinais, temos:

		-2		3		5	
f	−		−		+		+
g	−		+		+		−
f.g	+		−		+		−

e, portanto, $(x-3) \cdot (-x^2 + 3x + 10) < 0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow -2 < x < 3$ ou $x > 5$
$V = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x < 3 \text{ ou } x > 5\}$
Resposta: A

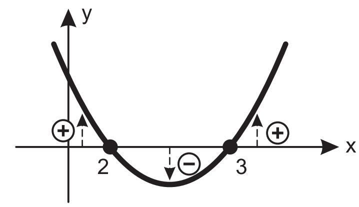
2) a) $\dfrac{x^2 - 3x + 8}{x+1} < 2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{x^2 - 3x + 8}{x+1} - \dfrac{2}{1} < 0 \Leftrightarrow$

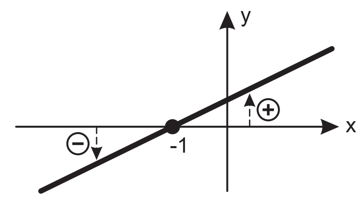
$\Leftrightarrow \dfrac{x^2 - 3x + 8 - 2(x+1)}{x+1} < 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{x^2 - 5x + 6}{x+1} < 0$

b) O gráfico da função $f(x) = x^2 - 5x + 6$ é



c) O gráfico de $g(x) = x + 1$ é



d) Pela tabela de sinais, temos

		-1		2		3	
f	+		+		−		+
g	−		+		+		+
f/g	−		+		−		+

e, portanto, $\dfrac{x^2 - 5x + 6}{x+1} < 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x < -1$ ou $2 < x < 3 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow V =]-\infty; -1[\cup]2; 3[$

Resposta: A

3) a) $\dfrac{x}{x+3} - \dfrac{1}{x-1} < 1 \Leftrightarrow$

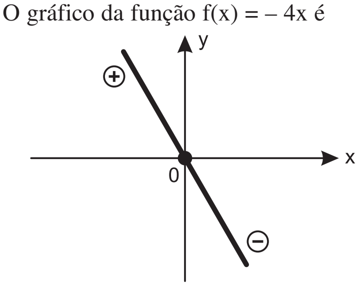
$\Leftrightarrow \dfrac{x}{x+3} - \dfrac{1}{x-1} - 1 < 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{x.(x-1) - 1(x+3) - 1.(x+3).(x-1)}{(x+3) \cdot (x-1)} < 0 \Leftrightarrow$

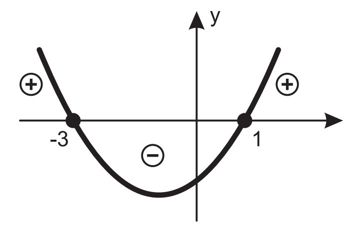
$\Leftrightarrow \dfrac{x^2 - x - x - 3 - x^2 + x - 3x + 3}{(x+3) \cdot (x-1)} < 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{-4x}{(x+3) \cdot (x-1)} < 0$

b) O gráfico da função $f(x) = -4x$ é



c) O gráfico de $g(x) = (x+3) \cdot (x-1)$ é



d) Pelo quadro de sinais, temos

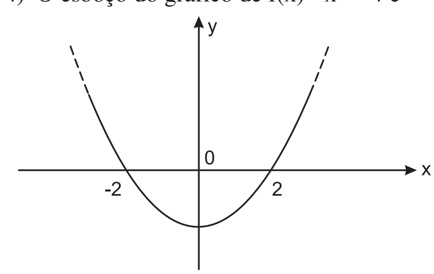
		-3		0		1	
f	+		+		−		−
g	+		−		−		+
f/g	+		−		+		−

e, portanto, $\dfrac{-4x}{(x+3) \cdot (x-1)} < 0 \Leftrightarrow$

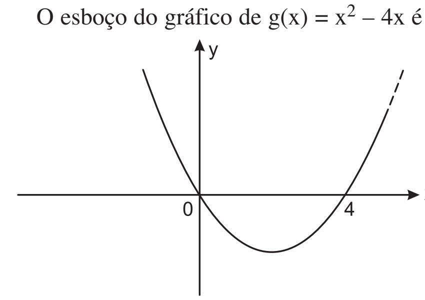
$\Leftrightarrow -3 < x < 0$ ou $x > 1$

Resposta: B

4) O esboço do gráfico de $f(x) = x^2 - 4$ é



O esboço do gráfico de $g(x) = x^2 - 4x$ é



Quadro de sinais

		-2		0		2		4	
f(x)	+		−		−		+		+
g(x)	+		+		−		−		+
f(x) . g(x)	+		−		+		−		+

Portanto, $(x^2 - 4)(x^2 - 4x) \geq 0 \Leftrightarrow x \leq -2$ ou $0 \leq x \leq 2$ ou $x \geq 4$.

Resposta: D

5) $\dfrac{x}{x+3} - \dfrac{1}{x-1} > 1 \Leftrightarrow$

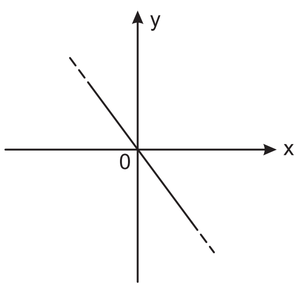
$\Leftrightarrow \dfrac{x}{x+3} - \dfrac{1}{x-1} - 1 > 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{x(x-1) - 1.(x+3) - 1.(x+3)(x-1)}{(x+3).(x-1)} > 0 \Leftrightarrow$

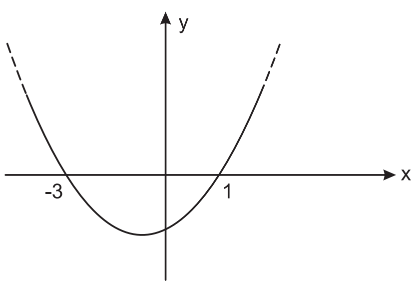
$\Leftrightarrow \dfrac{x^2 - x - x - 3 - x^2 + x - 3x + 3}{(x+3)\,(x-1)} > 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{-4x}{(x+3)\,(x-1)} > 0.$

O esboço do gráfico de $f(x) = -4x$ é



O esboço do gráfico de $g(x) = (x+3)\,(x-1)$ é



Quadro de sinais, lembrando que $x \neq -3$ e $x \neq 1$.

		-3		0		1	
f(x)	+		+	•	–	•	–
g(x)	+	•	–		–		+
$\frac{f(x)}{g(x)}$	+		–		+	•	–

O conjunto verdade da inequação é

$V = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -3 \text{ ou } 0 < x < 1\}$

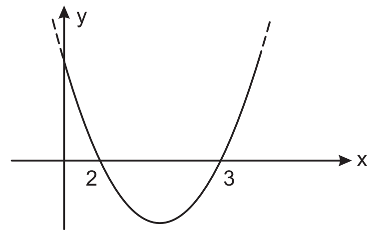
Resposta: B

6) $\dfrac{x^2 - 3x + 8}{x+1} < 2 \Leftrightarrow \dfrac{x^2 - 3x + 8}{x+1} - 2 < 0 \Leftrightarrow$

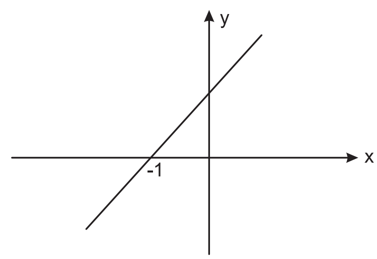
$\Leftrightarrow \dfrac{x^2 - 3x + 8 - 2\,(x+1)}{x+1} < 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{x^2 - 3x + 8 - 2x - 2}{x+1} < 0 \Leftrightarrow \dfrac{x^2 - 5x + 6}{x+1} < 0$

O esboço do gráfico de $f(x) = x^2 - 5x + 6$ é



O esboço do gráfico de $g(x) = x + 1$ é



Quadro de sinais, lembrando que $x \neq 1$.

		-1		2		3	
f(x)	+		+	•	–	•	+
g(x)	–	•	+		+		+
$\frac{f(x)}{g(x)}$	–		+		–	•	+

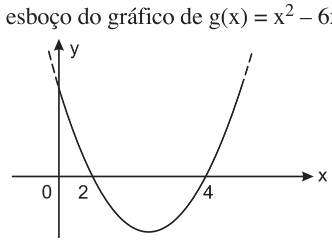
A solução da inequação é o conjunto

$V =]-\infty; -1[\cup]2; 3[$

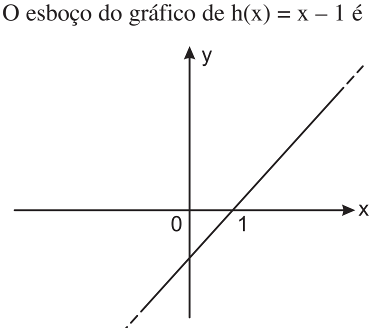
Resposta: A

7) Devemos impor $\dfrac{x^2 - 6x + 8}{x-1} \geq 0.$

O esboço do gráfico de $g(x) = x^2 - 6x + 8$ é



O esboço do gráfico de $h(x) = x - 1$ é



Quadro de sinais, lembrando que $x \neq 1$.

		1		2		4	
g(x)	+		+	•	–	•	+
h(x)	–	•	+		+		+
$\frac{g(x)}{h(x)}$	–		+		–	•	+

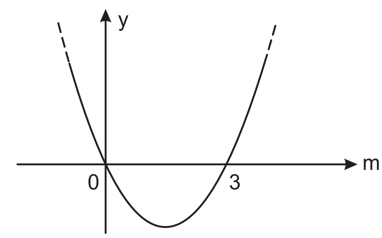
O domínio de $f(x) = \sqrt{\dfrac{g(x)}{h(x)}}$ é o conjunto

$\{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x \leq 2 \text{ ou } x \geq 4\}$.

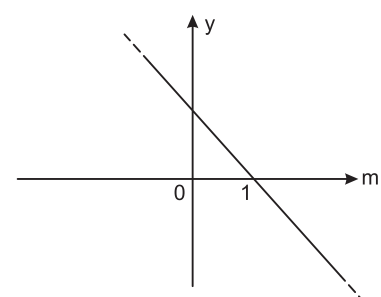
Resposta: C

8) Essa função do 1º grau é estritamente decrescente se $\dfrac{m^2 - 3m}{1 - m} < 0.$

Esboço do gráfico de $g(m) = m^2 - 3m$



Esboço do gráfico de $h(m) = 1 - m$



Quadro de sinais, lembrando que $m \neq 1$.

		0		1		3	
g(m)	+	•	–		–	•	+
h(m)	+		+	•	–		–
$\frac{g(m)}{h(m)}$	+	•	–		+	•	–

Resposta: f é estritamente decrescente para $0 < m < 1$ ou $m > 3$.