

MATEMÁTICA

FRENTE 1

MÓDULO 45

SOMA DOS TERMOS DE UMA P.A.

- 1) A soma dos 100 primeiros termos da P.A.

(1, 2, 3, 4, ..., 100, ...) é:

$$S_{100} = \frac{a_1 + a_{100}}{2} \cdot 100 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S_{100} = \frac{1 + 100}{2} \cdot 100 = 5050$$

- 2) I) Na P.A. (5, -1, -7, ...), cuja razão é

$$r = -6, \text{ temos: } a_{20} = 5 + (20 - 1) \cdot (-6) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a_{20} = 5 - 114 \Leftrightarrow a_{20} = -109$$

II) A soma dos 20 primeiros termos é, pois:

$$S_{20} = \frac{5 + (-109)}{2} \cdot 20 =$$

$$= (-104) \cdot 10 = -1040$$

- 3) I) $a_1 + a_{30} = a_7 + a_{24} = 400$

$$\text{II) } S_{30} = \frac{a_1 + a_{30}}{2} \cdot 30 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow S_{30} = \frac{400}{2} \cdot 30 \Leftrightarrow S_{30} = 6000$$

$$4) S_{29} = \frac{a_1 + a_{29}}{2} \cdot 29 = \frac{a_{15} + a_{15}}{2} \cdot 29 =$$

$$= \frac{10 + 10}{2} \cdot 29 = 290$$

- 5) I) A soma dos dez primeiros termos da P.A.

$$\text{é dada por } S_{10} = \frac{(a_1 + a_{10})}{2} \cdot 10.$$

$$\text{II) } a_{10} = a_1 + 9 \cdot r = 1,87 + 9 \cdot 0,004 = 1,87 + 0,036 = 1,906$$

De (I) e (II) decorre que

$$S_{10} = \frac{(1,87 + 1,906) \cdot 10}{2} =$$

$$= \frac{3,776 \cdot 10}{2} = 18,88$$

Resposta: A

$$6) 3^x = 3^1 \cdot 3^2 \cdot 3^3 \cdot \dots \cdot 3^{50} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3^x = 3^{1+2+3+\dots+50} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = (1 + 2 + 3 + \dots + 50) \Leftrightarrow$$

$$x = \frac{(1 + 50) \cdot 50}{2} \Leftrightarrow x = 1275$$

Resposta: E

- 7) Se o produto dos n termos da sequência,

$$(1, \sqrt{3}, \sqrt{3^2}, \sqrt{3^3}, \sqrt{3^4}, \sqrt{3^{n-1}}) =$$

$$= \left(3^0, 3^{\frac{1}{2}}, 3^1, 3^{\frac{3}{2}}, \dots, 3^{\frac{n-1}{2}} \right), \text{ é igual a}$$

$$3^{14}, \text{ então } 3^0 \cdot 3^{\frac{1}{2}} \cdot 3^1 \cdot 3^{\frac{3}{2}} \cdot \dots \cdot 3^{\frac{n-1}{2}} =$$

$$= 3^{0 + \frac{1}{2} + 1 + \frac{3}{2} + \dots + \frac{n-1}{2}} = 3^{14} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 0 + \frac{1}{2} + 1 + \frac{3}{2} + \dots + \frac{n-1}{2} = 14 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\frac{0 + \frac{n-1}{2}}{2} \right] \cdot n = 14 \Leftrightarrow$$

$$n^2 - n - 56 = 0 \Leftrightarrow n = 8, \text{ pois } n > 0$$

Resposta: A

- 8) A soma dos n primeiros números naturais ímpares pode ser indicada por

$$S_n = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1),$$

sendo $n \in \mathbb{N}^*$.

Resulta, portanto,

$$S_n = \frac{[1 + (2n - 1)]}{2} \cdot n =$$

$$= \frac{(1 + 2n - 1)}{2} \cdot n = \frac{2n^2}{2} = n^2$$

Resposta: A

- 9) Considerando os n primeiros termos de uma progressão aritmética, a soma dos termos de ordem ímpar mais a soma dos termos de ordem par resulta a soma desses n termos.

$$\text{Logo, } S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2} = \frac{43 \cdot n}{2} =$$

$$= 140 + 161 \Leftrightarrow \frac{43 \cdot n}{2} = 301 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 43n = 602 \Leftrightarrow n = 14$$

$$10) S_{11} = \frac{(a_1 + a_{11})}{2} \cdot 11 = 1474 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{(a_1 + a_{11})}{2} = 134 \Leftrightarrow \frac{2a_6}{2} = 134 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a_6 = 134$$

Resposta: C

- 11) Na progressão aritmética

$$105, 110, 115, \dots, 1995 \text{ temos } a_1 = 105,$$

$$r = 5 \text{ e } a_n = 1995.$$

Assim, como $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$ obtemos

$$1995 = 105 + (n - 1) \cdot 5 \Leftrightarrow 1890 = (n - 1) \cdot 5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n - 1 = 378 \Leftrightarrow n = 379.$$

$$\text{Portanto, } S = 105 + 110 + 115 + \dots + 1995 =$$

$$= \frac{(a_1 + a_n)}{2} \cdot n = \frac{(105 + 1995)}{2} \cdot 379 =$$

$$= 1050 \cdot 379$$

Resposta: E

MÓDULO 46

SOMA DOS TERMOS DE UMA P.A.

$$1) S_{20} = \frac{(a_1 + a_{20})}{2} \cdot 20 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{(10 + a_{20})}{2} \cdot 20 = 4000 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10 + a_{20} = 400 \Rightarrow a_{20} = 380$$

Resposta: B

- 2) I) Na P.A. (1, 2, 3, ...), temos:

$$a_n = 1 + (n - 1) \cdot 1 \Leftrightarrow a_n = n$$

II) A soma dos n primeiros termos da P.A.

$$(1, 2, 3, \dots, n, \dots) \text{ é } \frac{1 + n}{2} \cdot n \text{ e deve ser}$$

igual a 55.

$$\text{Portanto, } \frac{1 + n}{2} \cdot n = 55 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n^2 + n - 110 = 0 \Leftrightarrow n = -11 \text{ ou } n = 10 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n = 10, \text{ pois } n > 0$$

$$3) \text{ I) } \begin{cases} S_n = n^2 - n, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow S_1 = a_1 = 1 - 1 = 0 \\ S_n = n^2 - n, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow S_2 = a_1 + a_2 = 2^2 - 2 = 2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1 = 0 \\ a_1 + a_2 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 0 \\ a_2 = 2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{a P.A. é } (0; 2; \dots)$$

II) O décimo termo da P.A. (0, 2, ...) é:

$$a_{10} = 0 + (10 - 1) \cdot 2 \Leftrightarrow a_{10} = 18$$

Resposta: A

$$4) \text{ Observando que } 100 \mid \frac{7}{14} \text{ e } 250 \mid \frac{7}{35} \text{ con-}$$

cluímos que o primeiro múltiplo de 7 após o 100 é $a_1 = 100 + (7 - 2) = 105$ e o múltiplo de 7 que antecede o 250 é $a_n = 250 - 5 = 245$.

A soma pedida é, portanto,

$$S_n = 105 + 112 + 119 + \dots + 245 =$$

$$= \frac{(105 + 245)}{2} \cdot n$$

Como $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$ temos que

$$245 = 105 + (n - 1) \cdot 7 \Leftrightarrow n - 1 = 20 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n = 21$$

$$\text{Então, } S_n = \frac{(105 + 245)}{2} \cdot 20 =$$

$$= 175 \cdot 21 = 3675$$

Resposta: E

- 5) De acordo com o enunciado concluímos que $a_1 = 7$, $n = 9 + 2 = 11$ e $a_n = a_{11} = 52$. Então, como $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$ temos, $52 = 7 + (n - 1) \cdot r \Leftrightarrow 45 = (11 - 1) \cdot r \Leftrightarrow r = 4,5$.

A soma dos 9 meios inseridos é

$$S = 11,5 + 16 + 20,5 + \dots + 47,5 =$$

$$= \frac{(11,5 + 47,5)}{2} \cdot 9 = \frac{59}{2} \cdot 9 = 265,5.$$

Assim, $S = 265,5$ e $r = 4,5$

Resposta: D

$$6) S_n = \frac{(a_1 + a_n)}{2} \cdot n, a_1 = 1, a_n = 31 \text{ e}$$

$$S_n = 176$$

$$\text{Logo, } 176 = \frac{(1 + 31)}{2} \cdot n \Leftrightarrow n = 11$$

Portanto, se $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$, então

$$31 = 1 + (11 - 1) \cdot x \Leftrightarrow 30 = 10x \Leftrightarrow x = 3$$

Resposta: D

$$7) S_n = 20 + 24 + 28 + 32 + \dots + a_n = 800 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{(20 + a_n)}{2} \cdot n = 800 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow [20 + a_1 + (n - 1) \cdot r] \cdot n = 1600 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow [20 + 20 + (n - 1) \cdot 4] \cdot n = 1600 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (40 + 4n - 4) \cdot n = 1600 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4n^2 + 36n - 1600 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n^2 + 9n - 400 = 0 \Leftrightarrow n = \frac{-9 \pm 41}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n = 16 \text{ ou } n = -25 \text{ (não serve)}$$

Resposta: D

- 8) A soma pedida é

$$S = 102 + 105 + 108 + \dots + 198 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow S = \frac{(102 + 198)}{2} \cdot n \text{ e } n = 33, \text{ pois}$$

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r \text{ e } 198 = 102 + (n - 1) \cdot 3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n = 33.$$

$$\text{Temos, então que } S = \frac{(102 + 198)}{2} \cdot 33 =$$

$$= \frac{300}{2} \cdot 33 = 4950.$$

Resposta: D

$$9) \begin{cases} S_1 = a_1 = 2 \cdot 1^2 + 3 \cdot 1 = 5 \\ S_2 = a_1 + a_2 = 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2 = 14 \end{cases}$$

Portanto,

$$\begin{cases} a_1 = 5 \\ a_1 + a_2 = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = 5 \\ a_2 = 9 \end{cases} \text{ e,}$$

consequentemente, $r = a_2 - a_1 = 4$.

Resposta: D

$$10) a_{10} = S_{10} - S_9 = \\ = (10^2 - 10) - (9^2 - 9) = 90 - 72 = 18$$

Resposta: A

$$11) I) S_n = n^2 + 2n \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S_{n-1} = (n-1)^2 + 2(n-1) =$$

$$= n^2 - 2n + 1 + 2n - 2 = n^2 - 1$$

$$II) a_n = S_n - S_{n-1} = (n^2 + 2n) - (n^2 - 1) =$$

$$= n^2 + 2n - n^2 + 1 = 2n + 1$$

Resposta: D

MÓDULO 47 PROGRESSÃO GEOMÉTRICA

$$1) \text{ Se } \begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = 2 \cdot a_n \end{cases} \forall n \in \mathbb{N}^*$$

$$n = 1 \Rightarrow a_2 = 2 \cdot a_1 \Rightarrow a_2 = 2 \cdot 1 = 2$$

$$n = 2 \Rightarrow a_3 = 2 \cdot a_2 \Rightarrow a_3 = 2 \cdot 2 = 4$$

$$n = 3 \Rightarrow a_4 = 2 \cdot a_3 \Rightarrow a_4 = 2 \cdot 4 = 8$$

$$n = 4 \Rightarrow a_5 = 2 \cdot a_4 \Rightarrow a_5 = 2 \cdot 8 = 16$$

Os 5 primeiros termos são 1, 2, 4, 8, 16.

- 2) I) A razão da P.G. (5, 10, 20, ...) é

$$q = \frac{10}{5} = 2$$

- II) O oitavo termo da P.G. (5, 10, 20; ...) é

$$a_8 = 5 \cdot 2^{8-1} = 5 \cdot 2^7 = 5 \cdot 128 = 640$$

- 3) Na P.G. (4; 16; ...), cuja razão **q** vale 4, temos: $4096 = 4 \cdot 4^{n-1} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow 4096 = 4^n \Leftrightarrow 2^{12} = 2^{2n} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 12 = 2n \Leftrightarrow n = 6$$

Resposta: B

$$4) \left. \begin{matrix} a_1 = 1 \\ a_5 = 81 \end{matrix} \right\} \Rightarrow 81 = 1 \cdot q^{5-1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow q^4 = 81 \Leftrightarrow q = \pm 3$$

Se $q = 3$, então a P.G. será: (1, 3, 9, 27, 81, ...), com $a = 3$ e $b = 9$ e, portanto, $a + b = 12$.

Se $q = -3$, então a P.G. será: (1, -3, 9, -27, 81, ...), com $a = -3$ e $b = 9$ e, portanto, $a + b = 6$.

Resposta: E

- 5) Por exemplo, $q = 2$ e $a_1 = -1$ ($a_n = (-1; -2; -4; -8; \dots)$) estritamente decrescente.

Resposta: A

- 6) A sequência em questão é uma progressão geométrica de 1º termo $a_1 = 1$ e razão $q = 2$.

Como $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, o 21º termo é $a_{21} =$

$$= a_1 \cdot q^{20} = 1 \cdot 2^{20} = 2^{10} \cdot 2^{10} =$$

$$= 1024 \cdot 1024 = 1048576 \text{ e}$$

$$1000000 < 1048576 < 1050000.$$

Resposta: E

- 7) Na progressão geométrica dada tem-se

$$a_1 = 1 \text{ e } q = -\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ e utilizando o termo}$$

geral $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ resulta

$$a_{11} = a_1 \cdot q^{10} = 1 \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{10} = \frac{2^5}{2^{10}} =$$

$$= \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$$

- 8) De hora em hora temos os termos de uma progressão geométrica de 1.º termo $a_1 = 9$ e razão igual a 3. Ao final de 12 horas (transcorridas 12 horas) teremos $a_{13} = a_1 \cdot q^{12} = 9 \cdot 3^{12} = 3^2 \cdot 3^{12} = 3^{14}$.

Resposta: E

- 9) As medidas dos lados formam uma progressão geométrica em que o 1º termo é

$$T_1 = x \text{ e a razão é } q = \frac{1}{2}.$$

O lado do triângulo T_3 mede

$$T_1 \cdot q^2 = x \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{x}{4}.$$

A altura de um triângulo equilátero de lado

$$\ell \text{ é } \frac{\ell \sqrt{3}}{2}. \text{ No caso resulta para altura do}$$

$$\text{triângulo } T_3 \text{ o valor } \frac{\frac{x}{4} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{x \sqrt{3}}{8}$$

Resposta: E

$$10) a_8 = a_3 \cdot q^5 \Rightarrow 640 = a_3 \cdot 2^5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 640 = 32 \cdot a_3 \Rightarrow a_3 = \frac{640}{32} \Rightarrow a_3 = 20$$

Resposta: C

$$11) a_7 = a_4 \cdot q^3 \Rightarrow 1215 = 45 \cdot q^3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q^3 = \frac{1215}{45} \Rightarrow q^3 = 27 \Rightarrow q = 3$$

Resposta: E

MÓDULO 48 TERMO GERAL DA P.G.

- 1) A razão da P.G. $\left(\frac{5-\sqrt{2}}{4}, \frac{7-6\sqrt{2}}{4}, \dots\right)$ é

$$\frac{\frac{7-6\sqrt{2}}{4}}{\frac{5-5\sqrt{2}}{4}} = \frac{7-6\sqrt{2}}{5-5\sqrt{2}} =$$

$$= \frac{7-6\sqrt{2}}{5-5\sqrt{2}} \cdot \frac{5+\sqrt{2}}{5+\sqrt{2}} =$$

$$= \frac{23-23\sqrt{2}}{23} = 1-\sqrt{2}$$

Resposta: D

$$2) \left. \begin{aligned} a_5 &= a_1 \cdot q^4 \\ a_5 &= 128; q = 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 128 = a_1 \cdot 4^4 \Leftrightarrow a_1 = \frac{1}{2}$$

$$3) \text{ I) } \left. \begin{aligned} a_8 &= a_5 \cdot q^3 \\ a_5 &= 24; a_8 = 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 3 = 24 \cdot q^3 \Leftrightarrow q = \frac{1}{2}$$

$$\text{II) } \left. \begin{aligned} a_{10} &= a_6 \cdot q^4 \\ q &= \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_{10} = a_6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 \Leftrightarrow \frac{a_6}{a_{10}} = 16$$

Resposta: D

$$4) \left. \begin{aligned} a_{21} &= a_1 \cdot q^{20} \\ a_1 &= 1; q = 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a_{21} = 1 \cdot 2^{20} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a_{21} = 2^{20} \Leftrightarrow a_{21} = 1\,048\,576$$

Resposta: E

5) A cada ano que passa, o valor do carro passa a ser 70% do valor do ano anterior (100% - 30% = 70%).
Se v é o valor do 1.º ano, no oitavo ano o carro estará valendo
 $a_8 = a_1 \cdot q^7 = v \cdot (0,7)^7 = (0,7)^7 \cdot v$
Resposta: A

6) Sendo $a_1 = \frac{1}{9}$, $q = 3$, $a_n = 729$ e

$$a_n = a_1 \cdot a^{n-1} \text{ resulta } 729 = \frac{1}{9} \cdot 3^{n-1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3^6 \cdot 3^2 = 3^{n-1} \quad 3^8 = 3^{n-1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n - 1 = 8 \Leftrightarrow n = 9$$

Resposta: B

7) Na P.G. obtida temos $a_1 = 4$, $a_n = 2916$ e $n = 5 + 2 = 7$.
Portanto, a partir do fato $a_7 = a_1 \cdot q^6$ resulta
 $2916 = 4 \cdot q^6 \Leftrightarrow q^6 = 729 \Leftrightarrow q^6 = 3^6 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow q = 3$, pois os termos são positivos e $q > 0$.
Resposta: A

$$8) \left\{ \begin{aligned} a_4 + a_6 &= 160 \\ a_5 + a_7 &= 320 \end{aligned} \right\} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{aligned} a_1 \cdot q^3 + a_1 \cdot q^5 &= 160 \\ a_1 \cdot q^4 + a_1 \cdot q^6 &= 320 \end{aligned} \right\} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{aligned} a_1 \cdot q^3 (1 + q^2) &= 160 \\ a_1 \cdot q^4 (1 + q^2) &= 320 \end{aligned} \right\} \Leftrightarrow$$

Dividindo, membro a membro, as duas

$$\text{igualdades resulta } \frac{a_1 q^3 (1 + q^2)}{a_1 q^4 (1 + q^2)} = \frac{160}{320} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{q} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow q = 2$$

9) Sendo a_1 , a_2 , a_3 e a_4 os quatro primeiros termos da progressão temos:

$$\left\{ \begin{aligned} a_1 + a_2 &= 1 \\ a_3 + a_4 &= 9 \end{aligned} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{aligned} a_1 + a_1 q &= 1 \\ a_1 q^2 + a_1 q^3 &= 9 \end{aligned} \right\} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{a_1 \cdot (1 + q)}{a_1 q^2 (1 + q)} = \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{1}{q^2} = \frac{1}{9} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q^2 = 9 \Leftrightarrow q = 3 \text{ ou } q = -3$$

Resposta: C

10) Se a_1 , a_2 , a_3 e a_4 são os termos em progressão aritmética, então:

$$\left\{ \begin{aligned} a_1 + a_3 &= 17 \\ a_2 + a_4 &= 68 \end{aligned} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{aligned} a_1 + a_1 q^2 &= 17 \\ a_1 q + a_1 q^3 &= 68 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{a_1 \cdot (1 + q^2)}{a_1 q (1 + q^2)} = \frac{17}{68} \Rightarrow \frac{1}{q} = \frac{1}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q = 4$$

Então, substituindo q por 4 em

$$a_1 + a_1 \cdot q^2 = 17 \text{ resulta}$$

$$a_1 + a_1 \cdot 4^2 = 17 \Rightarrow 17a_1 = 17 \Rightarrow a_1 = 1$$

Os termos, em progressão geométrica são 1, 4, 16, 64 e $a_3 + a_4 = 80$

Resposta: C

MÓDULO 49

TERMO GERAL DA P.G.

$$1) \left. \begin{aligned} a_{14} &= a_{11} \cdot q^3 \\ a_{11} &= -2048; q = -2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_{14} = -2048 \cdot (-2)^3 \Leftrightarrow a_{14} = 16\,384$$

2) Na P.G. (2, a_2 , a_3 , a_4 , a_5 , 486...), temos:
 $486 = 2 \cdot q^5 \Leftrightarrow q^5 = 243 \Leftrightarrow q = 3$
Assim, a P.G. é: (2; 6; 18; 54; 162; 486; ...)

$$3) \text{ I) } \left. \begin{aligned} a_8 &= 729 \\ a_9 &= 2187 \end{aligned} \right\} \Rightarrow q = \frac{a_9}{a_8} = 3$$

$$\text{II) } \left. \begin{aligned} a_8 &= a_1 \cdot q^7 \\ a_8 &= 729; q = 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 729 = a_1 \cdot 3^7 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 729 = a_1 \cdot 2187 \Leftrightarrow a_1 = \frac{1}{3}$$

Resposta: D

$$4) \left\{ \begin{aligned} a_1 + a_2 &= 32 \\ a_4 + a_5 &= 864 \end{aligned} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{aligned} a_1 + a_1 q &= 32 \\ a_1 q^3 + a_1 q^4 &= 864 \end{aligned} \right\} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{aligned} a_1 + a_1 q &= 32 \\ q^3 \cdot (a_1 + a_1 q) &= 864 \end{aligned} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{aligned} a_1 + a_1 q &= 32 \\ q^3 \cdot 32 &= 864 \end{aligned} \right\} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{aligned} a_1 + a_1 q &= 32 \\ q^3 &= 27 \end{aligned} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{aligned} a_1 \cdot (1 + q) &= 32 \\ q &= 3 \end{aligned} \right\} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{aligned} a_1 &= 8 \\ q &= 3 \end{aligned} \right\} \Leftrightarrow a_3 = 8 \cdot 3^2 = 72$$

Resposta: A

5) A cada dia, o volume da cultura de fungos são termos de uma progressão geométrica de 1.º termo $a_1 = 8\text{cm}^3$, $q = 3$ e $a_n = 216\text{cm}^3$.
Como $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, temos
 $216 = 8 \cdot 3^{n-1} \Leftrightarrow 27 = 3^{n-1} \Leftrightarrow 3^3 = 3^{n-1} \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow n - 1 = 3 \Leftrightarrow n = 4$.

Portanto, o recipiente estará cheio decorridos $4 - 1 = 3$ dias.

Resposta: C

6) (01) Verdadeira. O número de pessoas que **entraram** na campanha, em cada etapa, é $2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5 \dots$

(02) Falsa. **Até** a 4.ª etapa João consegue arrecadar $2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 =$
 $= 2 + 4 + 8 + 16 = 30\text{kg}$ de alimentos.

(04) Verdadeira. O número de pessoas envolvidas apenas na 24.ª etapa é
 $a_{24} = a_1 \cdot q^{23} = 2 \cdot 2^{23} = 2^{24} =$
 $= 2^{12} \cdot 2^{12} = 4096 \cdot 4096$, que é maior que 10^6 .

(08) Falsa. Ao atingir a 5ª etapa João terá arrecadado $2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 =$
 $= 2 + 4 + 8 + 16 + 32 = 62\text{kg}$, que é menor que os 128 kg que cabe na 1.ª caixa.

(16) Verdadeira. O número de pessoas envolvidas ($2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, \dots$) cresce em progressão geométrica de razão igual a 2.

As verdadeiras são 01, 04 e 16.

7) Após um aumento de 2% o novo valor passa a ser o anterior multiplicado por 1,02 pois $100\% + 2\% = 102\% = 1,02$. Assim sendo,

Após	População
1 ano	$y = 250 \cdot 1,02^1$
2 anos	$y = 250 \cdot 1,02^2$
3 anos	$y = 250 \cdot 1,02^3$
$\vdots$	$\vdots$
x anos	$y = 250 \cdot 1,02^x$

Resposta: C

MÓDULO 50
TERMOS CONSECUTIVOS
DE UMA P.G.

- 1) $(\dots; x-2; 2x-1; 4x+7; \dots)$ é P.G. $\Leftrightarrow (2x-1)^2 = (x-2)(4x+7) \Leftrightarrow x=5$
Se $x=5$, então a P.G. é $(\dots; 3; 9; 27; \dots)$ e a razão é 3.

2) $\left. \begin{aligned} a_7^2 &= a_6 \cdot a_8 \\ a_6 &= 32; a_8 = 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a_7^2 = 32 \cdot 2 \Leftrightarrow a_7^2 = 64 \Rightarrow a_7 = 8, \text{ pois } a_7 > 0$
Resposta: A

3) $\left. \begin{aligned} a_6^2 &= a_5 \cdot a_7 \\ a_5 &= 10; a_7 = 16 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a_6^2 = 10 \cdot 16 \Leftrightarrow a_6^2 = 160 \Rightarrow a_6 = 4\sqrt{10}, \text{ pois } a_6 > 0$
Resposta: C

4) $\left\{ \begin{aligned} a_1 &= 8 \\ a_3 &= 18 \\ a_2^2 &= a_1 \cdot a_3 \\ a_2 &> 0 \end{aligned} \right. \Rightarrow a_2^2 = 8 \cdot 18 \Rightarrow a_2^2 = 144 \Rightarrow a_2 = 12$
Resposta: C

- 5) Se $4x, 2x+1, x-1$ estão em P.G., nessa ordem, então $(2x+1)^2 = 4x(x-1) \Leftrightarrow 4x^2 + 4x + 1 = 4x^2 - 4x \Leftrightarrow 4x + 1 = -4x \Leftrightarrow 8x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{8}$.
Resposta: A

- 6) Se $(x-2, x+2, 3x-2, \dots)$ é uma P.G., então $(x+2)^2 = (x-2)(3x-2) \Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 = 3x^2 - 2x - 6x + 4 \Leftrightarrow 2x^2 - 12x = 0 \Leftrightarrow 2x(x-6) = 0 \Leftrightarrow x=0$ (não serve) ou $x=6$.
Logo, a P.G. é $(4, 8, 16, 32, 64, \dots)$
Resposta: C

- 7) Se $(2x+5; x+1; \frac{x}{2}, \dots)$ é uma P.G., então $(x+1)^2 = (2x+5) \cdot \frac{x}{2} \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = x^2 + \frac{5x}{2} \Leftrightarrow \frac{x}{2} = 1 \Leftrightarrow x=2$
A P.G. é $(9; 3; 1; \dots)$, com $a_1=9$ e $q=\frac{1}{3}$.
O décimo terceiro termo dessa sequência é $a_{13} = a_1 \cdot q^{12} = 9 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{12} = 3^2 \cdot \frac{1}{3^{12}} = 3^{-10}$.
Resposta: B

- 8) Se x é o número procurado, então $1+x, 3+x, 4+x$ devem estar em progressão aritmética e, portanto, $(3+x)^2 = (1+x)(4+x) \Leftrightarrow 9+6x+x^2 = 4+x+4x+x^2 \Leftrightarrow x=-5$.

- 9) Sejam a a medida da base, h a altura e $\frac{ah}{2}$ a área do triângulo. Se $a, h, \frac{ah}{2}$ formam, nessa ordem, uma P.G. de razão 8, então $\frac{h}{a} = \frac{\frac{ah}{2}}{h} = 8 \Rightarrow \frac{a}{2} = 8 \Rightarrow a=16$
Resposta: C

- 10) Se ℓ é a medida do lado do quadrado, então seu perímetro é 4ℓ e sua área é ℓ^2 . Se $\ell, 4\ell, \ell^2$ estão, nessa ordem, em P.G., então $(4\ell)^2 = \ell \cdot \ell^2 \Leftrightarrow \ell^3 - 16\ell^2 = 0 \Leftrightarrow \ell^2(\ell-16) = 0 \Leftrightarrow \ell=0$ (não serve) ou $\ell=16$.
A área do quadrado é $\ell^2 = 16^2 = 256$.
Resposta: A

- 11) $(x+2)^2 = (x-1)(x+8) \Rightarrow x^2 + 4x + 4 = x^2 + 7x - 8 \Rightarrow 12 = 3x \Rightarrow x=4 \Rightarrow x^2 = 16$
Resposta: C

MÓDULO 51
PRODUTO DOS TERMOS DE UMA P.G.

1) $\left\{ \begin{aligned} a_6 \cdot a_{10} &= 570 \\ a_3 &= 6 \end{aligned} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{aligned} a_3 \cdot a_{13} &= 570 \\ a_3 &= 6 \end{aligned} \right. \Leftrightarrow 6 \cdot a_{13} = 570 \Leftrightarrow a_{13} = 95$

- 2) I) $a_{10} = a_1 \cdot q^9 = 1 \cdot 2^9 = 2^9$
II) $P_{10}^2 = (a_1 \cdot a_{10})^5 \Rightarrow P_{10}^2 = (1 \cdot 2^9)^5 \Leftrightarrow P_{10}^2 = 2^{90}$
III) Como todos os termos são positivos, o produto é positivo.

Assim: $P_{10} = 2^{45}$
Resposta: C

3) I) $P_{13}^2 = (a_1 \cdot a_{13})^{13} \Rightarrow P_{13}^2 = \left[(-9) \cdot \left(-\frac{1}{9}\right) \right]^{13} \Rightarrow P_{13}^2 = 1$

- II) Todos os 13 termos são negativos, portanto, o produto é negativo.
Assim, $P_{13} = -1$
Resposta: B

4) I) $\left. \begin{aligned} a_n &= a_1 \cdot q^{n-1} \\ a_1 &= n; q = n \end{aligned} \right\} \Rightarrow a_n = n \cdot n^{n-1} = n^n$
II) $P_n^2 = (a_1 \cdot a_n)^n \Rightarrow P_n^2 = (n \cdot n^n)^n \Rightarrow P_n^2 = (n^{n+1})^n \Rightarrow P_n^2 = n^{n^2+n} \Leftrightarrow P_n = n^{\frac{n^2+n}{2}}$

- 5) Na P.G. $(2; 6; 18; \dots)$ temos $a_1=2$ e $q=3$.
Então $a_{21} = a_1 \cdot q^{20} = 2 \cdot 3^{20}$
O produto dos 21 primeiros termos da P.G. é $|P_{21}| = \sqrt{(a_1 \cdot a_{21})^{21}} = \sqrt{(2 \cdot 2 \cdot 3^{20})^{21}} = \sqrt{2^{42} \cdot 3^{420}} = 2^{21} \cdot 3^{210}$ e todos os termos são positivos.

6) $\left\{ \begin{aligned} a_1 &= 1 \\ q &= \sqrt{2} \end{aligned} \right. \Leftrightarrow a_n = a_1 \cdot q^{n-1} = \sqrt{2}^{n-1} = 2^{\frac{n-1}{2}}$
 $P_n = \sqrt{(a_1 \cdot a_n)^n} = 2^{39} \Rightarrow \sqrt{\left(2^{\frac{n-1}{2}}\right)^n} = 2^{39} \Rightarrow 2^{\frac{n^2-n}{4}} = 2^{39} \Rightarrow \frac{n^2-n}{4} = 39 \Rightarrow n^2 - n - 156 = 0 \Rightarrow n=13$ ou $n=-12$ (não serve)
Resposta: B

- 7) Na P.G. $(1; -3; 9; \dots)$ temos $a_1=1$ e $q=-3$.
Então $a_{10} = a_1 \cdot q^9 = 1 \cdot (-3)^9 = -3^9$. O produto dos 10 primeiros termos dessa P.G. é $|P_{10}| = \sqrt{(a_1 \cdot a_{10})^{10}} = \sqrt{(-3^9)^{10}} = \sqrt{3^{90}} = 3^{45}$
Se $|P_{10}| = 3^{45}$, então $P_{10} = 3^{45}$ ou $P_{10} = -3^{45}$.
Dos 10 termos, 5 são positivos e 5 são negativos. Logo, $P_{10} = -3^{45}$.
Resposta: B

- 8) Na P.G. $(2; -4; 8; \dots)$ temos $a_1=2$ e $q=-2$.
Então $a_9 = a_1 \cdot q_8 = 2 \cdot (-2)^8 = 2 \cdot 2^8 = 2^9$.
O produto dos 9 primeiros termos dessa P.G. é $|P_9| = \sqrt{(a_1 \cdot a_9)^9} = \sqrt{(2 \cdot 2^9)^9} = \sqrt{2^{90}} = 2^{45}$
Dos 9 termos, 5 são positivos e 4 são negativos. Portanto, $P_9 = 2^{45}$.
Resposta: A

9) A.P.G. é (2; 6; 18; 54; ...)

O produto dos termos de ordem ímpar é

$$P_i = a_1 \cdot a_3 \cdot a_5 \cdot a_7 \cdot a_9 = \\ = 2 \cdot (2 \cdot 3^2) \cdot (2 \cdot 3^4) \cdot (2 \cdot 3^6) \cdot (2 \cdot 3^8) = \\ = 2^5 \cdot 3^{20}$$

O produto dos termos de ordem par é

$$P_p = a_2 \cdot a_4 \cdot a_6 \cdot a_8 \cdot a_{10} = \\ = (2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 3^3) \cdot (2 \cdot 3^5) \cdot (2 \cdot 3^7) \cdot (2 \cdot 3^9) = \\ = 2^5 \cdot 3^{25}$$

$$\text{Então, } \frac{P_p}{P_i} = \frac{2^5 \cdot 3^{25}}{2^5 \cdot 3^{20}} = 3^5 = 243$$

Resposta: D

10) Na progressão geométrica

(-16, -8, -4, ...) temos $a_1 = -16$ e

$$q = \frac{1}{2}$$

$$\text{Logo, } a_8 = a_1 \cdot q^7 = (-16) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^7 =$$

$$= -\frac{2^4}{2^7} = -\frac{1}{8}$$

O produto dos 8 primeiros termos é tal que

$$|P_8| = \sqrt{(a_1 \cdot a_8)^8} = (a_1 \cdot a_8)^4 =$$

$$= \left[(-16) \cdot \left(-\frac{1}{8}\right)\right]^4 = 2^4 = 16$$

Como os 8 termos são negativos, resulta

$$P_8 = 16$$

Resposta: C

$$11) |P_{20}| = \sqrt{(a_1 \cdot a_{20})^{20}} = (a_1 \cdot a_{20})^{10} =$$

$$= (10 \cdot 10^{20})^{10} = (10^{21})^{10} = 10^{210}$$

Como todos os termos são positivos,

$$\text{resulta } P_{20} = 10^{210}.$$

Resposta: D

12) Se os termos são estritamente positivos, então o produto é positivo. Resulta, portanto, igual a

$$P_{20} = \sqrt{(a_1 \cdot a_{20})^{20}} = (a_1 \cdot a_{20})^{10}$$

$$\text{No entanto, } a_1 \cdot a_{20} = a_9 \cdot a_{12} = 2.$$

$$\text{Logo, } P_{20} = 2^{10} = 1024$$

Resposta: D

MÓDULO 52

SOMA DOS TERMOS DE UMA P.G.

$$1) S_{30} = \frac{a_1(1-q^{30})}{1-q} = \frac{1(1-2^{30})}{1-2} = \\ = 2^{30} - 1$$

2) A soma dos 10 primeiros termos é:

$$S_{10} = \frac{a_1(1-q^{10})}{1-q} = \frac{2(1-2^{10})}{1-2} =$$

$$= 2(2^{10} - 1) = 2 \cdot (1024 - 1) =$$

$$= 2 \cdot 1023 = 2046$$

Resposta: D

$$3) \left. \begin{aligned} S_6 &= \frac{a_1(1-q^6)}{1-q} \\ q &= 2; S_6 = 63 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 63 = \frac{a_1(1-2^6)}{1-2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 63 = \frac{a_1(-63)}{-1} \Leftrightarrow a_1 = 1$$

Resposta: B

$$4) \left. \begin{aligned} S_5 &= \frac{a_1(1-q^5)}{1-q} \\ S_5 &= 62; q = 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 62 = \frac{a_1(1-2^5)}{1-2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 62 = \frac{a_1(-31)}{-1} \Leftrightarrow a_1 = 2$$

$$5) S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}, a_1 = 1, q = 2 \text{ e } n = 20$$

Temos, então, que a soma dos 20 primeiros termos da progressão é

$$S_{20} = \frac{1 \cdot (2^{20} - 1)}{2 - 1} = 2^{20} - 1 = (2^4)^5 - 1 =$$

$$= 16^5 - 1$$

Resposta: A

$$6) S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}, a_1 = 2 \cdot 3^2 = 18 \text{ e}$$

$$q = 2 \cdot 3 = 6$$

Temos, então,

$$S_n = \frac{18 \cdot (6^n - 1)}{6 - 1} = \frac{18}{5} (6^n - 1)$$

Resposta: A

$$7) S_1 = 1 = 1$$

$$S_2 = 1 - 1 = 0$$

$$S_3 = 1 - 1 + 1 = 1$$

$$S_4 = 1 - 1 + 1 - 1 = 0$$

:

$$S_n = 0 \text{ se } n \text{ é par e } S_n = 1 \text{ se } n \text{ é ímpar}$$

Resposta: E

8) Após 4 semanas, as plantas contaminadas serão $S = 1 + 3 + 9 + 27 + 81 = 121$

Resposta: A

$$9) \begin{cases} S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1} \\ a_1 = 1 \\ q = 3 \\ S_n = 3280 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3280 = \frac{1 \cdot (3^n - 1)}{3 - 1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3^n - 1 = 6560 \Rightarrow 3^n = 6561 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3^n = 3^8 \Rightarrow n = 8$$

Resposta: B

$$10) \begin{cases} a_3 = 40 \\ a_6 = -320 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 \cdot q^2 = 40 \\ a_1 \cdot q^5 = -320 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{a_1 q^2}{a_1 q^5} = \frac{40}{-320} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{q^3} = \frac{1}{-8} \Rightarrow q^3 = -8 \Rightarrow q = -2$$

$$\text{Logo, } a_1 \cdot (-2)^2 = 40 \Rightarrow a_1 = 10$$

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}, a_1 = 10, q = -2, n = 8$$

Portanto,

$$S_8 = \frac{10 \cdot [(-2)^8 - 1]}{-2 - 1} = \frac{2550}{-3} = -850$$

Resposta: B

$$11) S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}, a_1 = 1, q = \frac{1}{2} \text{ e}$$

$$S_n = \frac{1023}{512}$$

$$\text{Portanto, } \frac{1023}{512} = \frac{1 \left[\left(\frac{1}{2} \right)^n - 1 \right]}{\frac{1}{2} - 1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1023}{512} = \frac{\left(\frac{1}{2} \right)^n - 1}{-\frac{1}{2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2} \right)^n - 1 = -\frac{1023}{1024} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2} \right)^n = \frac{1}{1024} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2} \right)^n = \left(\frac{1}{2} \right)^{10} \Rightarrow n = 10$$

$$12) a_n = 5 \cdot 4^{n-1} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 5 \cdot 4^0 = 5 \\ a_2 = 5 \cdot 4^1 = 20 \end{cases} \Rightarrow q = 4$$

$$\text{Como } S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}, \text{ a soma dos 5}$$

primeiros termos resulta igual a

$$S_5 = \frac{5 \cdot (4^5 - 1)}{4 - 1} = \frac{5 \cdot 1023}{3} = 1705$$

Resposta: D

MÓDULO 53

SOMA DOS INFINITOS TERMOS DE UMA P.G. CONVERGENTE

$$1) \left. \begin{aligned} S &= \frac{a_1}{1 - q} \\ a_1 &= q = \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow S = \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = 1$$

Resposta: C

$$2) \left. \begin{aligned} S &= \frac{a_1}{1 - q} \\ a_1 &= \frac{1}{2}; q = -\frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow S = \frac{\frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{1}{3}$$

Resposta: D

$$3) \left. \begin{aligned} a_1 &= x^2 \\ q &= \frac{1}{2} \\ S &= 32 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{x^2}{1 + \frac{1}{2}} = 32 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 16 \Leftrightarrow x = 4 \text{ ou } x = -4$$

$$V = \{4; -4\}$$

$$4) \left. \begin{aligned} S &= \frac{a_1}{1 - q} \\ a_1 &= q = \frac{1}{3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow S = \frac{\frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{1}{2}$$

$$5) \text{ Como } a_1 = \frac{3}{4}, q = -\frac{2}{3} \text{ e } S = \frac{a_1}{1 - q}$$

$$\text{temos que } S = \frac{\frac{3}{4}}{1 - \left(-\frac{2}{3}\right)} = \frac{\frac{3}{4}}{1 + \frac{2}{3}} =$$

$$= \frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{3}} = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{20}$$

Resposta: B

$$6) S = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{10^n} = \frac{2}{10^0} + \frac{2}{10^1} + \frac{2}{10^2} + \dots$$

$$a_1 = \frac{2}{10^0} = 2; q = \frac{1}{10} \text{ e } S = \frac{a_1}{1 - q}$$

$$\text{Logo, } S = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{10^n} = \frac{2}{1 - \frac{1}{10}} =$$

$$= \frac{2}{\frac{10 - 1}{10}} = \frac{20}{9}$$

Resposta: E

7) A soma das áreas dos infinitos círculos é

$$S = \pi \cdot 3^2 + \pi \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \pi \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \dots,$$

que é a soma dos infinitos termos da P.G.

$$\text{em que } a_1 = 9\pi \text{ e } q = \frac{1}{4}.$$

$$\text{Logo, } S = \frac{a_1}{1 - q} = \frac{9\pi}{1 - \frac{1}{4}} =$$

$$= \frac{9\pi}{\frac{3}{4}} = \frac{36\pi}{3} = 12\pi$$

Resposta: C

8) Deve ocorrer $a_1 = a_2 + a_3 + a_4 + \dots \Rightarrow$

$$\Rightarrow a_1 = a_1 \cdot q + a_1 \cdot q^2 + a_1 \cdot q^3 + \dots \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_1 = a_1 \cdot (q + q^2 + q^3 + \dots) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 = q + q^2 + q^3 + \dots \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{q}{1 - q} = 1 \Rightarrow q = 1 - q \Rightarrow q = \frac{1}{2}$$

Resposta: D

$$9) x + \frac{x}{3} + \frac{x}{9} + \frac{x}{27} + \dots = 60 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x}{1 - \frac{1}{3}} = 60 \Rightarrow \frac{x}{\frac{2}{3}} = 60 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{2}{3} \cdot 60 \Rightarrow x = 40$$

Resposta: B

$$10) A = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots =$$

$$= \frac{1}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2}$$

$$B = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \dots =$$

$$= \frac{1}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3}$$

$$\text{Logo, } AB = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} = 2.$$

Resposta: A

MÓDULO 54

SOMA DOS INFINITOS TERMOS DE UMA P.G. CONVERGENTE

$$1) \text{ I) } q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} = -\frac{2}{3}$$

$$\text{I) } S = \frac{a_1}{1 - q} = \frac{\frac{3}{4}}{1 + \frac{2}{3}} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{3}} = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{20}$$

Resposta: B

$$2) x + \frac{x}{5} + \frac{x}{25} + \dots = 10 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x}{1 - \frac{1}{5}} = 10 \Rightarrow \frac{x}{\frac{4}{5}} = 10 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5x = 40 \Rightarrow x = 8$$

Resposta: C

$$3) \text{ I) } a_1 = 1, q = x \text{ e } S = \frac{3}{2}$$

$$\text{II) } S = \frac{a_1}{1 - q} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{1}{1 - x} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2 = 3 - 3x \Leftrightarrow 3x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$$

Resposta: E

$$4) 12x + 4x + \frac{4x}{3} + \dots = 36 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{12x}{1 - \frac{1}{3}} = 36 \Rightarrow \frac{12x}{\frac{2}{3}} = 36 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 18x = 36 \Rightarrow x = 2$$

Resposta: A

$$5) 1 + x + x^2 + \dots + x^n + \dots = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2 = 3 - 3x \Leftrightarrow 3x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$$

Resposta: E

$$6) 3x + 2x + \frac{4x}{3} + \dots = 288 \Leftrightarrow \frac{3x}{1 - \frac{2}{3}} = 288 \Leftrightarrow \frac{3x}{\frac{1}{3}} = 288 \Leftrightarrow 3x = 96 \Leftrightarrow x = 32$$

Resposta: E

$$7) \begin{cases} S = \frac{512}{3} \\ a_1 = 128 \Rightarrow \frac{512}{3} = \frac{128}{1-q} \Leftrightarrow \\ S = \frac{a_1}{1-q} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 384 = 512 - 512q \Leftrightarrow 512q = 128 \Leftrightarrow q = \frac{128}{512} \Leftrightarrow q = \frac{1}{4}$$

O quinto termo dessa progressão é

$$a_5 = a_1 \cdot q^4 = 128 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^4 = 128 \cdot \frac{1}{256} = \frac{1}{2}$$

Resposta: B

$$8) \begin{cases} a_2 < 0 \\ a_1 = 12 \\ a_5 = \frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q < 0 \\ a_1 \cdot q^4 = \frac{3}{4} \\ a_1 = 12 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} q < 0 \\ 12q^4 = \frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q < 0 \\ q^4 = \frac{1}{16} \end{cases} \Rightarrow q = -\frac{1}{2}$$

A soma dos termos da progressão é

$$S = \frac{a_1}{1-q} = \frac{12}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{12}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{12}{\frac{3}{2}} = 8.$$

Resposta: A

MÓDULO 55 EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES (P.A. E P.G.)

$$1) \begin{cases} 1+r-q=5 \\ 1+2r-q^2=1 \\ 1+3r-q^3=15 \\ r>0 \\ q<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} r=4+q \\ 1+8+2q-q^2=1 \\ 1+3r-q^3=15 \\ r>0 \\ q<0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} r=4+q \\ q^2-2q-8=0 \\ 1+3r-q^3=15 \\ r>0 \\ q<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} r=2 \\ q=-2 \end{cases}$$

II) Na P.A. com $a_1 = 1$ e $r = 2$, temos

$$a_{11} = a_1 + 10 \cdot r = 1 + 20 = 21$$

III) Na P.G. com $a_1 = -1$ e $q = -2$, temos

$$a_{11} = a_1 \cdot q_{10} = (-1) \cdot (-2)^{10} = -1024$$

IV) Portanto, o 11.º termo da sequência $(0; 5; 1; 15; \dots)$ é $21 + (-1024) = -1003$

Resposta: B

2) I) População inicial (em milhares de habitantes): 250

II) População após 1 ano (o número anterior com aumento de 2%): $250 \cdot 1,02^1$

III) População após 2 anos (o número anterior com aumento de 2%): $250 \cdot 1,02 \cdot 1,02 = 250 \cdot 1,02^2$

IV) População após 3 anos (o número anterior com aumento de 2%): $250 \cdot 1,02^2 \cdot 1,02 = 250 \cdot 1,02^3$

Portanto, a população após x anos é $y = 250 \cdot 1,02^x$

Resposta: C

3) a) Peso inicial (em kg): 156

Peso após 1 semana: $P_1 = 156 - 2,5 \cdot 1$

Peso após 2 semanas: $P_2 = 156 - 2,5 \cdot 2$

Peso após n semanas: $P_n = 156 - 2,5 \cdot n$

b) $P_n < 120 \Rightarrow 156 - 2,5 \cdot n < 120 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow 2,5 \cdot n > 36 \Leftrightarrow n > \frac{36}{2,5} \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow n > 14,4$, portanto, o número mínimo de semanas completas é 15.

4) A soma dos 100 primeiros termos da progressão aritmética é $\frac{(a_1 + a_{100}) \cdot 100}{2} =$

$$= 100 \Leftrightarrow a_1 + a_{100} = 2$$

A soma dos 100 termos seguintes da progressão é $\frac{(a_{101} + a_{200}) \cdot 100}{2} = 200 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow a_{101} + a_{200} = 4$$

Desta forma, sendo r a razão da P.A., temos:

$$\begin{cases} a_1 + a_{100} = 2 \\ a_{101} + a_{200} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a_1 + a_1 + 99r = 2 \\ a_1 + 100r + a_1 + 199r = 4 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a_1 + 99r = 2 \\ 2a_1 + 299r = 4 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 200r = 2 \Leftrightarrow r = \frac{1}{100} = 10^{-2}$$

Portanto, $a_2 - a_1 = r = 10^{-2}$

Resposta: C

5) Se $(a_1, a_2, a_3, \dots)$ é uma P.A. de razão r , com $a_2 = 2$, temos $(2 - r; 2; 2 + r)$.

Se $(a_1 + 3; a_2 - 3; a_3 - 3)$ é uma P.G., temos

$$(2 - r + 3; 2 - 3; 2 + r - 3) =$$

$$= (5 - r; -1; r - 1), \text{ e, portanto,}$$

$$(-1)^2 = (5 - r) \cdot (r - 1) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow r^2 - 6 \cdot r + 6 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow r = 3 + \sqrt{3} \text{ ou } r = 3 - \sqrt{3}$$

Como $a_1 > 0$, tem-se $r < 2$, resultando

$$r = 3 - \sqrt{3}$$

Resposta: E

$$6) \begin{cases} a_2 + a_4 + a_6 + \dots = 10 \\ a_1 + a_3 + a_5 + \dots = 20 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a_1q + a_1q^3 + a_1q^5 + \dots = 10 \\ a_1 + a_1q^2 + a_1q^4 + \dots = 20 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a_1q(1 + q^2 + q^4 + \dots) = 10 \\ a_1(1 + q^2 + q^4 + \dots) = 20 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{a_1q(1 + q^2 + q^4 + \dots)}{a_1(1 + q^2 + q^4 + \dots)} = \frac{10}{20} \Leftrightarrow q = \frac{1}{2}$$

$$\text{Logo, } a_1 \cdot \left(1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \dots\right) = 20 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_1 \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{4}} = 20 \Rightarrow \frac{a_1}{\frac{3}{4}} = 20$$

$$\Rightarrow 4a_1 = 60 \Rightarrow a_1 = 15.$$

O terceiro termo da progressão é

$$a_3 = a_1 \cdot q^2 = 15 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{15}{4}.$$

Resposta: B

7) Lembrando que se ℓ é a medida do lado de um triângulo equilátero e h a medida da sua altura, então,

$$h = \frac{\ell\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \ell = \frac{2h}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \ell = \frac{2h\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow 3\ell = 2h\sqrt{3} \text{ resulta que}$$

a soma dos perímetros desses triângulos, para $h = 1, 2, 3, \dots, 99$ em cm é

$$S = 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} + 6\sqrt{3} + \dots + 198\sqrt{3} =$$

$$= \frac{(2\sqrt{3} + 198\sqrt{3})}{2} \cdot 99 = 9900\sqrt{3}$$

$$\text{Então, } 9900\sqrt{3} \text{ cm} = 99\sqrt{3} \text{ m}$$

Resposta: D

$$8) \begin{cases} (a; a+b; 2a; \dots) \text{ P.A.} \\ (a; a+b; 2a+4; \dots) \text{ P.G.} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+b = \frac{a+2a}{2} \\ (a+b)^2 = a \cdot (2a+4) \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a+2b=3a \\ a^2+2ab+b^2=2a^2+4a \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=2b \\ a^2+4a-2ab-b^2=0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (2b)^2 + 4 \cdot 2b - 2 \cdot (2b) \cdot b - b^2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4b^2 + 8b - 4b^2 - b^2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow b^2 - 8b = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow b(b-8) \Rightarrow b=0 \text{ (não serve) ou } b=8.$$

Temos, então, que $a=16$ e $b=8$.

A progressão aritmética é $(16, 24, 32, \dots)$ e a soma dos seus 10 primeiros termos é

$$S = \frac{(a_1 + a_{10})}{2} \cdot 10 =$$

$$= \frac{(16 + 16 + 9 \cdot 8)}{2} \cdot 10 = \frac{104}{2} \cdot 10 = 520$$

Resposta: D

9) Se a, b, e, f forma, nessa ordem, uma progressão geométrica de razão 2, então $a=a, b=2a, e=4a, f=8a$

Se a, b, c, d forma, nessa ordem, uma progressão aritmética, utilizando o fato $b=2a$, temos que $a=a, b=2a, c=3a, d=4a$.

Sendo $a+b+c+d=110$ decorre que $a+2a+3a+4a=110 \Leftrightarrow 10a=110 \Leftrightarrow a=11$.

Logo, $d=4a=4 \cdot 11=44$ e $f=8a=8 \cdot 11=88$ e $d+f=44+88=132$.

Resposta: D

MÓDULO 56

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES (PA E PG)

1) I) $(0,3; 0,03; 0,003; \dots) =$

$$= \left(\frac{3}{10}; \frac{3}{100}; \frac{3}{1000}; \dots \right) \text{ é uma P.G.}$$

$$\text{com } a_1 = \frac{3}{10} \text{ e } q = \frac{1}{10}$$

A soma dos termos dessa P.G. é:

$$S = \frac{a_1}{1-q} = \frac{\frac{3}{10}}{1-\frac{1}{10}} = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{9}{10}} = \frac{3}{10} \cdot \frac{10}{9} = \frac{1}{3}$$

II) Se $\frac{1}{3}$ é o termo médio de uma P.A. de

três termos, então a P.A. é do tipo

$$\left(\frac{1}{3} - r; \frac{1}{3}; \frac{1}{3} + r \right), \text{ cuja soma}$$

$$\text{dos termos é } \frac{1}{3} - r + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + r =$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1$$

Resposta: C

2) Consideremos o conjunto

$$A = \{1, 2, 3, 4, \dots, 1993\}.$$

a) Os múltiplos inteiros de 15 pertencentes ao conjunto A formam a P.A.

$(15; 30; 45; \dots; 1980)$, com $a_1 = 15$,

$a_n = 1980$ e $r = 15$. O número de termos dessa P.A. é dado por:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1980 = 15 + (n-1) \cdot 15 \Leftrightarrow n = 132$$

Portanto, existem 132 múltiplos de 15 pertencentes ao conjunto A.

b) Os múltiplos de 3 pertencentes ao conjunto A formam a P.A. $(3; 6; 9; \dots; 1992)$, assim:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1992 = 3 + (n-1) \cdot 3 \Leftrightarrow n = 664$$

Os múltiplos de 5 pertencentes ao conjunto A formam a P.A.

$(5; 10; 15; \dots; 1990)$, assim:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1990 = 5 + (n-1) \cdot 5 \Leftrightarrow n = 398$$

Portanto, a quantidade de números do conjunto A que não são múltiplos de 3 nem de 5 é

$$1993 - 664 - 398 + 132 = 1063$$

3) $(a_1 + q; a_2 + q^2; a_3 + q^3; \dots; a_n + q^n; \dots) =$

$$= (a_1 + q; a_1q + q^2; a_1q^2 + q^3; \dots;$$

$$a_1 \cdot q^{n-1} + q^n; \dots) =$$

$$= ((a_1 + q); (a_1 + q) \cdot q; (a_1 + q) \cdot q^2; \dots;$$

$(a_1 + q) \cdot q^{n-1}; \dots)$ é uma progressão geométrica de primeiro termo igual a $(a_1 + q)$ e razão q .

Resposta: E

4) Se $(a_1, a_2, a_3, \dots)$ é uma P.G. de razão 2, então $a_2 = 2a_1$ e $a_3 = 4a_1$.

Sendo $b_1 = a_2 = 2a_1$, $b_2 = a_3 - 2 = 4a_1 - 2$

e $b_3 = a_3 = 4a_1$, três números em P.A. devemos ter $b_2 = \frac{b_1 + b_3}{2}$ e, portanto,

$$4a_1 - 2 = \frac{2a_1 + 4a_1}{2} \Leftrightarrow 4a_1 - 2 = 3a_1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a_1 = 2.$$

Logo, $b_1 = 2 \cdot 2 = 4$,

$b_2 = 4 \cdot 2 - 2 = 6$; $b_3 = 4 \cdot 2 = 8$.

A soma das razões dessas progressões é $2 + 2 = 4$.

Resposta: C

5) Se os números x e y , 2 e $3x - y$ formam, nessa ordem, uma P.A. e uma P.G., então

$$2 = \frac{x + y + 3x - y}{2} \text{ e}$$

$$2^2 = (x + y)(3x - y), \text{ resultando } 4x = 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ e } 4 = (1 + y)(3 - y) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ e } 4 = 3 - y + 3y - y^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ e } y^2 - 2y + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ e } y = 1$$

O valor de xy é $1 \cdot 1 = 1$.

Resposta: A

6) Chamando os números em P.G. de x, xq e xq^2 , os termos em progressão aritmética são $4x, 5xq$ e $4xq^2$.

$$\text{Assim, } 5xq = \frac{4x + 4xq^2}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 10xq = 4x(1 + q^2) \Leftrightarrow 10q = 4 + 4q^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2q^2 - 5q + 2 = 0 \Leftrightarrow q = 2 \text{ ou } q = \frac{1}{2}.$$

Os números em P.G. são $x, 2x$ e $4x$ ou

$$x, \frac{1}{2}x \text{ e } \frac{1}{4}x.$$

Como a soma deles é 70, então

$$x + 2x + 4x = 70$$

$$\text{ou } x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x = 70 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 7x = 70 \text{ ou } \frac{7x}{4} = 70 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 10 \text{ ou } x = 40$$

Portanto, os três números em P.G. são 40, 20 e 10 ou 10, 20 e 40.

O produto deles é $40 \cdot 20 \cdot 10 = 8000$.

Resposta: D

7) $a_n = a_1 + (n-1) \cdot r = 5 + (n-1) \cdot 2 = 2n + 3 \Rightarrow$

$$\Rightarrow a_{10} = 2 \cdot 10 + 3 = 23$$

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1} = 3 \cdot 2^{n-1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b_{10} = 3 \cdot 2^9 = 1536$$

Logo, $c_{10} = a_{10} + b_{10} = 23 + 1536 = 1559$

Resposta: C

- 8) Os números, em P.A., x , y e z são tais que $x = y - r$, $y = y$ e $z = y + r$.

Como $x + y + z = 15$, temos que $y - r + y + y + r = 15 \Leftrightarrow y = 5$.

Então, x , $y + 1$, $z + 5$ resulta x , 6 , $z + 5$ em P.G. e, portanto,

$$\begin{cases} 6^2 = x(z+5) \\ x+6+z+5=21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 36 = x(z+5) \\ x+z=10 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z = 10 - x \\ 36 = x(10 - x + 5) \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z = 10 - x \\ x^2 - 15x + 36 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ z = -2 \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} x = 3 \\ z = 7 \end{cases}$$

Sendo $0 \leq x \leq 10$ concluímos que $x = 3$ e $y = 7$. O valor de $3z$ é $3 \cdot 7 = 21$.

Resposta: E

FRENTE 2

MÓDULO 45 MÓDULO: EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES

- 1) Se $x < 2$, então $|x + 2| = -x + 2$ e, portanto: $|x + |x - 2|| = |x - x + 2| = |2| = 2$.
Resposta: C

- 2) I) $|x + 2| = 2x + 1$

II)

se $x \leq -2$ $\begin{aligned} -x - 2 &= 2x + 1 \\ -3x &= 3 \\ x &= -1 \end{aligned}$ Não serve, pois $x \leq -2$. $V_1 = \emptyset$	se $x \geq -2$ $\begin{aligned} x + 2 &= 2x + 1 \\ -x &= -1 \\ x &= 1 \end{aligned}$ $V_2 = \{1\}$
--	--

III) $V = V_1 \cup V_2 = \{1\}$

- 3) $|3x - 2| = 3x - 2 \Leftrightarrow 3x - 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{2}{3}$
Resposta: C

- 4) I) $|x - 1| + |x - 3| = 4$

II)

se $x \leq 1$ $\begin{aligned} -x + 1 - x + 3 &= 4 \\ -2x &= 0 \\ x &= 0 \end{aligned}$ $V_1 = \{0\}$	se $1 \leq x \leq 3$ $\begin{aligned} x - 1 - x + 3 &= 4 \\ 0x &= 2 \\ \nexists x \end{aligned}$ $V_2 = \emptyset$	se $x \geq 3$ $\begin{aligned} x - 1 + x - 3 &= 4 \\ 2x &= 8 \\ x &= 4 \end{aligned}$ $V_3 = \{4\}$
---	--	---

III) $V = V_1 \cup V_2 \cup V_3 = \{0; 4\}$

Resposta: D

- 5) Se $n > 0 \Rightarrow x = \frac{|n|}{n} = \frac{n}{n} = 1$

Se $n < 0 \Rightarrow x = \frac{|n|}{n} = \frac{-n}{n} = -1$

$$A = \left\{ x \mid x = \frac{|n|}{n} \text{ onde } n \in \mathbb{Z}^* \right\} = \{-1; 1\}$$

Resposta: C

- 6) $|5x - 7| = 7 - 5x \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow |5x - 7| = -(5x - 7)$$

Portanto, tem-se que

$$5x - 7 \leq 0 \Leftrightarrow 5x \leq 7 \Leftrightarrow x \leq \frac{7}{5}$$

Resposta: B

- 7) $|x + 5| = |2x - 11| \Leftrightarrow x + 5 = 2x - 11$ ou

$$x + 5 = -2x + 11 \Leftrightarrow x = 16 \text{ ou } x = 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow V = \{2; 16\}$$

Resposta: B

- 8) $|4 - \sqrt[4]{x^4}| = 4 \Leftrightarrow |4 - |x|| = 4 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow 4 - |x| = 4 \text{ ou } 4 - |x| = -4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow |x| = 0 \text{ ou } |x| = 8 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = 8 \text{ ou } x = -8 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow V = \{-8; 0; 8\} \text{ e } n(V) = 3$$

Resposta: D

- 9) $f(x) = 0 \Leftrightarrow \left| \frac{2x - 1}{5} \right| - 3 = 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \left| \frac{2x - 1}{5} \right| = 3 \Leftrightarrow \frac{2x - 1}{5} = 3 \text{ ou}$$

$$\frac{2x - 1}{5} = -3 \Leftrightarrow 2x - 1 = 15 \text{ ou}$$

$$2x - 1 = -15 \Leftrightarrow 2x - 1 = 15 \text{ ou}$$

$$2x - 1 = -15 \Leftrightarrow 2x = 16 \text{ ou } 2x = -14 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 8 \text{ ou } x = -7.$$

Resposta: D

- 10) Fazendo $|x| = y$ resulta a equação

$$y^2 + 2y - 15 = 0 \Leftrightarrow y = 3 \text{ ou } y = -5.$$

$$y = 3 \Leftrightarrow |x| = 3 \Leftrightarrow x = 3 \text{ ou } x = -3$$

$$y = -5 \Leftrightarrow |x| = -5 \Leftrightarrow \nexists x \in \mathbb{R}.$$

O conjunto verdade da equação $V = \{-3; 3\}$

e a soma de seus elementos é $-3 + 3 = 0$.

Resposta: A

MÓDULO 46

MÓDULO: EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES

- 1) I) Se $1 \leq x \leq 3$, então $x - 1 \geq 0$ e $x - 3 \leq 0$

$$\text{II) } |x - 1| + |x - 3| = x - 1 - x + 3 = 2$$

Resposta: A

- 2) I) $|2x - 4| > x$

II)

se $x \leq 2$ $\begin{aligned} -2x + 4 &> x \\ -3x &> -4 \\ 3x &< 4 \\ x &< \frac{4}{3} \end{aligned}$	se $x \geq 2$ $\begin{aligned} 2x - 4 &> x \\ x &> 4 \end{aligned}$
--	---

III) $V = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x < \frac{4}{3} \text{ ou } x > 4 \right\}$

Resposta: C

- 3) I) $\sqrt{(x+2)^2} \leq 2x+5 \Leftrightarrow |x+2| \leq 2x+5$

II)

se $x \leq -2$ $\begin{aligned} -x - 2 &\leq 2x + 5 \\ -3x &\leq 7 \\ 3x &\geq -7 \\ x &\geq -\frac{7}{3} \end{aligned}$	se $x \geq -2$ $\begin{aligned} x + 2 &\leq 2x + 5 \\ -x &\leq 3 \\ x &\geq -3 \end{aligned}$
--	---

III) $V = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x \geq -\frac{7}{3} \right\}$

Resposta: C

- 4) I) Para $x \geq \frac{3}{2}$ resulta $2x - 3 \leq 5 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow 2x \leq 8 \Leftrightarrow x \leq 4$$

Então, $\frac{3}{2} \leq x \leq 4$.

- II) Para $x \leq \frac{3}{2}$ resulta $-2x - 3 \leq 5 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow -2x \leq 8 \Leftrightarrow x \geq -4$$

Então $-4 \leq x \leq \frac{3}{2}$.

O conjunto solução da inequação é

$$V = \{x \in \mathbb{R} \mid -4 \leq x \leq 4\}$$

Resposta: C

Uma outra maneira de se resolver essa inequação é:

$$|2x - 3| \leq 5 \Leftrightarrow -5 \leq 2x - 3 \leq 5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -2 \leq 2x \leq 8 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 4$$

- 5)

se $x \leq -1$ $\begin{aligned} -x - 1 - (-x) &\leq x + 2 \\ -x - 1 + x &\leq x + 2 \\ -x &\leq 3 \\ x &\geq -3 \end{aligned}$ $V_1 = [-3; -1]$	se $-1 \leq x \leq 0$ $\begin{aligned} x + 1 - (-x) &\leq x + 2 \\ x + 1 + x &\leq x + 2 \\ x &\leq 1 \\ V_2 &= [-1; 0] \end{aligned}$	se $x \geq 0$ $\begin{aligned} x + 1 - x &\leq x + 2 \\ -x &\leq 1 \\ x &\geq -1 \\ V_3 &= [0; +\infty[\end{aligned}$
---	--	--

$V = V_1 \cup V_2 \cup V_3 = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -3\}$

6) I) $x \geq 0 \Rightarrow (1+x)(1-x) \geq 0 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow 1-x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1 \text{ e } x \geq 0 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow 0 \leq x \leq 1.$

II) $x \leq 0 \Rightarrow (1+x)(1-(-1)) \geq 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (1+x)(1+x) \geq 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (1+x)^2 \geq 0$

$\forall x \in \mathbb{R} \text{ e } x \leq 0 \Rightarrow x \leq 0$

O conjunto solução da inequação é

$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 1\}$

Resposta: B

7)

$x \leq 1$ $-2x + 4 > x \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow -3x > -4 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow x < \frac{4}{3}$ $V_1 = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x < \frac{4}{3}\right\}$	$x \geq 2$ $2x - 4 > x \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow x > 4$ $V_2 = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 4\}$
--	--

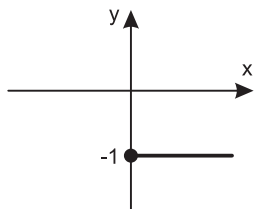
$V = V_1 \cup V_2 = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x < \frac{4}{3} \text{ ou } x > 4\right\}$

Resposta: C

MÓDULO 47 FUNÇÃO MODULAR

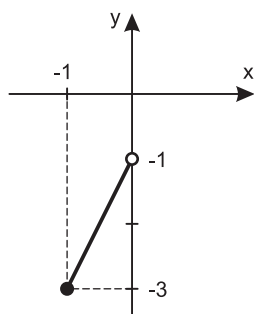
1) Para $x \geq 0$, temos:

$f(x) = |x+1| - |x| - 2 = x+1-x-2 = -1$,
 cujo gráfico é:



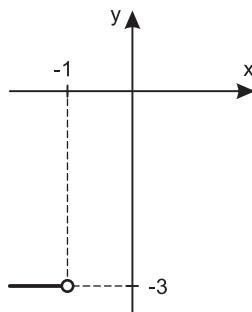
2) Para $-1 \leq x < 0$, temos:

$f(x) = |x+1| - |x| - 2 =$
 $= x+1+x-2 = 2x-1$, cujo gráfico é:



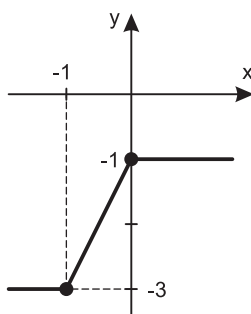
3) Para $x < -1$, temos:

$f(x) = |x+1| - |x| - 2 =$
 $= -x-1+x-2 = -3$, cujo gráfico é:



4) Dos exercícios (1), (2) e (3), o gráfico da

função $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ definida por
 $f(x) = |x+1| - |x| - 2$, para $A = \mathbb{R}$, é:



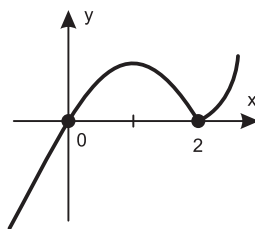
5) I) Para $x \geq 2$, temos:

$f(x) = |x-2| \cdot x = (x-2) \cdot x = x^2 - 2x$

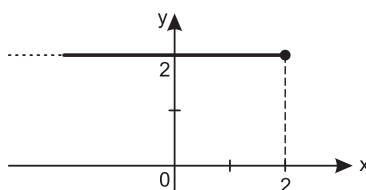
II) Para $x \leq 2$, temos:

$f(x) = |x-2| \cdot x = (-x+2) \cdot x = -x^2 + 2x$

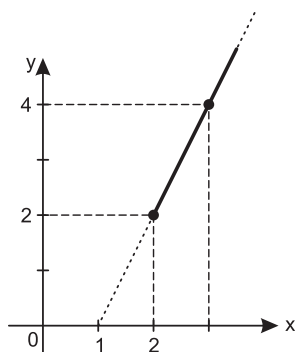
III) O gráfico da função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida
 por $f(x) = |x-2| \cdot x$ é:



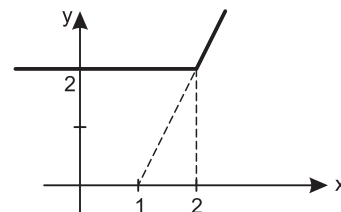
6) I) Para $x \leq 2$ temos $f(x) = -x + 2 + x = 2$
 cujo gráfico é do tipo



II) Para $x \geq 2$ temos $f(x) = x - 2 + x = 2x - 2$
 cujo gráfico é do tipo.

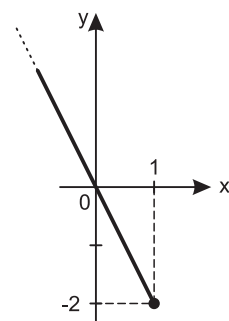


O gráfico de $f(x) = |x-2| + x$ é do tipo.



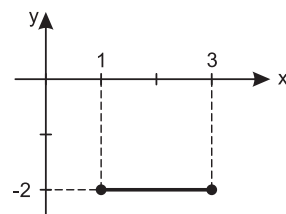
7) I) Para $x \leq 1$ temos

$f(x) = -x + 1 - x + 3 - 4 = -2x$,
 cujo gráfico é do tipo



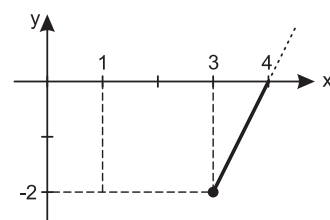
II) Para $1 \leq x \leq 3$ temos

$f(x) = x - 1 - x + 3 - 4 = -2$, cujo
 gráfico é do tipo

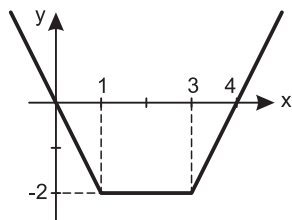


III) Para $x \geq 3$ temos

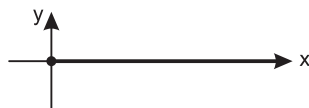
$f(x) = x - 1 + x - 3 - 4 = 2x - 8$,
 cujo gráfico é do tipo



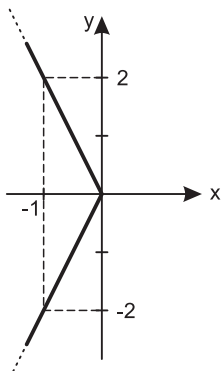
O gráfico de $f(x) = |x - 1| + |x - 3| - 4$ é do tipo



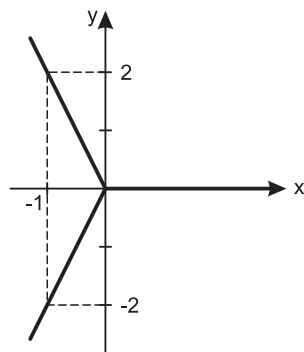
- 8) I) Para $x \geq 0$, $|y| + x = |x| \Leftrightarrow |y| + x = x \Leftrightarrow |y| = 0 \Leftrightarrow y = 0$ e o gráfico é do tipo



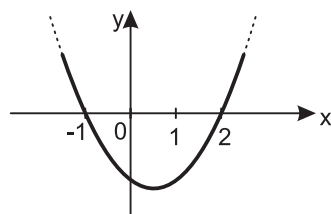
- II) Para $x \leq 0$, $|y| + x = |x| \Leftrightarrow |y| + x = -x \Leftrightarrow |y| = -2x \Leftrightarrow y = -2x$ se $y \geq 0$ ou $y = 2x$ se $y \leq 0$ e o gráfico é do tipo



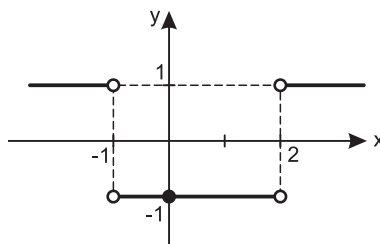
O gráfico de $|y| + x = |x|$ é do tipo



- 9) I) $g(x) = x^2 - x - 2 < 0$ para $-1 < x < 2$
II) $g(x) = x^2 - x - 2 > 0$ para $x < -1$ ou $x > 2$
Note que o gráfico de $g(x)$ é do tipo

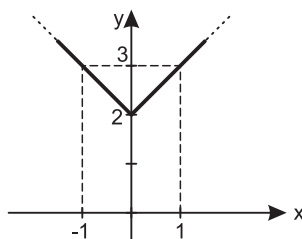


Em consequência, $f(x) = \frac{|x^2 - x - 2|}{x^2 - x - 2} =$
 $= -1$ se $-1 < x < 2$ ou
 $f(x) = \frac{|x^2 - x - 2|}{x^2 - x - 2} = 1$ se $x < -1$ ou
 $x > 2$.
Então, o gráfico de $f(x) = \frac{|x^2 - x - 2|}{x^2 - x - 2}$ é do tipo

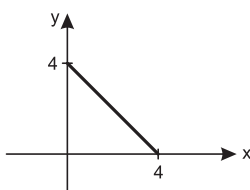


Resposta: D

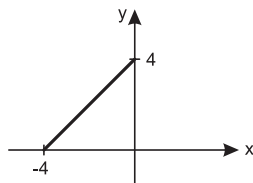
- 10) I) $x \geq 0 \Rightarrow f(x) = x + 2$
II) $x \leq 0 \Rightarrow f(x) = -x + 2$
O gráfico de $f(x) = |x| + 2$ é do tipo



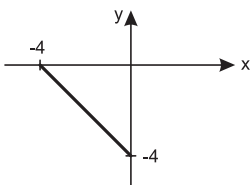
- 11) I) $x \geq 0$ e $y \geq 0 \Rightarrow |x| + |y| = 4 \Leftrightarrow x + y = 4$ e o gráfico é



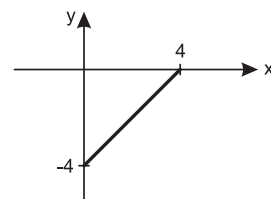
- II) $x \leq 0$ e $y \geq 0 \Rightarrow |x| + |y| = 4 \Leftrightarrow -x + y = 4$ e o gráfico é



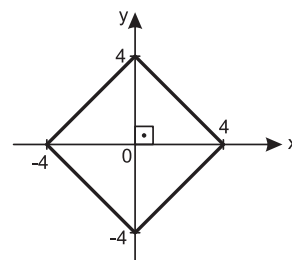
- III) $x \leq 0$ e $y \leq 0 \Rightarrow |x| + |y| = 4 \Leftrightarrow -x - y = 4$ e o gráfico é



- IV) $x \geq 0$ e $y \leq 0 \Rightarrow |x| + |y| = 4 \Leftrightarrow x - y = 4$ e o gráfico é



O gráfico de $|x| + |y| = 4$ é, portanto,



A área desse quadrado é

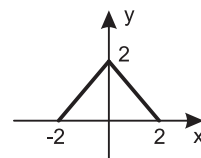
$$S = 4 \cdot \frac{4 \cdot 4}{2} = 32$$

Resposta: E

- 12) I) $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ y = 2 - |x| \end{cases} \Rightarrow y = 2 - x \text{ e } y \geq 0$

- II) $\begin{cases} x \leq 0 \\ y \geq 0 \\ y = 2 - |x| \end{cases} \Rightarrow y = 2 + x \text{ e } y \geq 0$

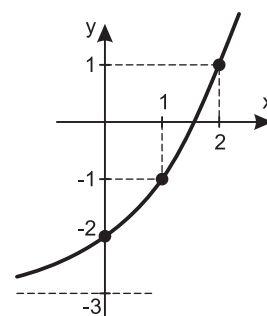
De (I) e (II) resulta



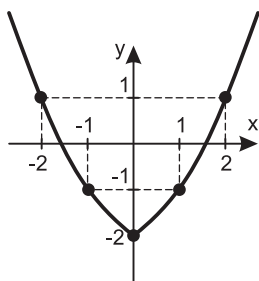
Resposta: A

MÓDULO 48 FUNÇÃO MODULAR

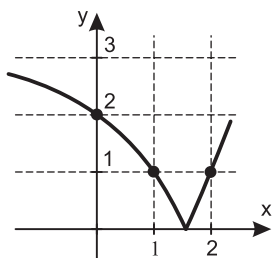
1)



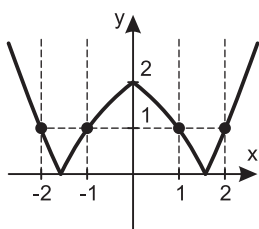
2)



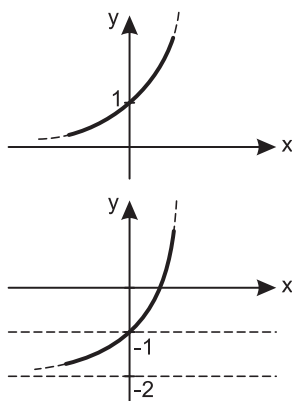
3)



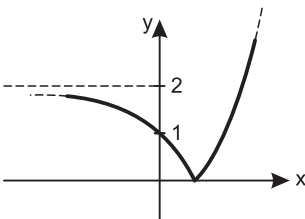
4)



5) Os gráficos de $g(x) = 2^x$ e $h(x) = 2^x - 2$ são, respectivamente, dos tipos

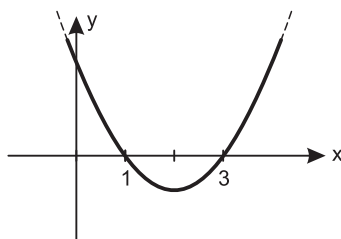


Repetindo, deste último gráfico, a parte para $y \geq 0$ e rebatendo a outra parte (para $y \leq 0$) em torno do eixo x resulta o gráfico de $f(x) = |2^x - 2|$



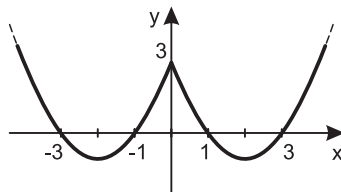
Resposta: D

6) O gráfico de $g(x) = x^2 - 4x + 3$ é do tipo



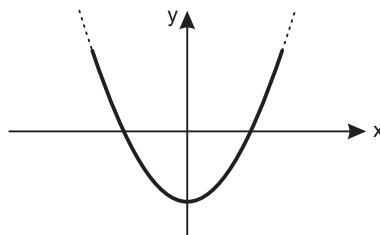
Repetindo, desse gráfico, a parte para $x \geq 0$ e rebatendo essa parte em torno do eixo y das ordenadas resulta o gráfico de

$$f(x) = |x|^2 - 4 \cdot |x| + 3 = x^2 - 4|x| + 3.$$



Resposta: D

7) $g(x) = x^2 - 1$ tem o gráfico do tipo



Portanto,

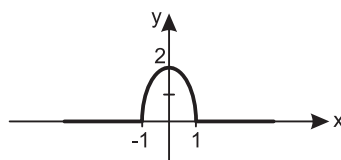
$$\text{I) } x^2 - 1 \leq 0 \text{ para } -1 \leq x \leq 1$$

$$\text{II) } x^2 - 1 \geq 0 \text{ para } x \leq -1 \text{ ou } x \geq 1$$

Então,

$$\begin{aligned} \text{a) } f(x) &= (x^2 - 1) - (x^2 - 1) = \\ &= x^2 - 1 - x^2 + 1 = 0 \text{ se} \\ &x \leq -1 \text{ ou } x \geq 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } f(x) &= (x^2 - 1) - (x^2 - 1) = \\ &= -x^2 + 1 - x^2 + 1 = -2x^2 + 2 \text{ se} \\ &-1 \leq x \leq 1 \end{aligned}$$

O gráfico de $f(x)$ é, portanto, do tipo

Resposta: D

MÓDULO 49 RAZÕES E PROPORÇÕES

1) Sejam x e y o maior e o menor número, respectivamente. Do enunciado, temos:

$$\begin{cases} \frac{y}{x} = \frac{3}{8} \\ x + 2y = 42 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{3x}{8} \text{ (I)} \\ x + 2y = 42 \text{ (II)} \end{cases}$$

De (I) em (II):

$$x + 2 \cdot \left(\frac{3x}{8} \right) = 42 \Leftrightarrow 14x = 336$$

$$x = 24$$

Resposta: C

$$2) \frac{2}{5} = \frac{a}{10} \Leftrightarrow 5a = 20 \Leftrightarrow a = 4$$

$$3) \left. \begin{matrix} A(2, 3, 7) \\ B(4, x, y) \end{matrix} \right\} \Rightarrow \frac{2}{4} = \frac{3}{x} = \frac{7}{y}$$

$$\begin{cases} \frac{2}{4} = \frac{3}{x} \Leftrightarrow 2x = 12 \Leftrightarrow x = 6 \\ \frac{2}{4} = \frac{7}{y} \Leftrightarrow 2y = 28 \Leftrightarrow y = 14 \end{cases}$$

$$\text{Portanto, } x + y = 6 + 14 = 20$$

Resposta: A

$$4) \left. \begin{matrix} A(2, 3, 5) \\ B(15, a, b) \end{matrix} \right\} \Rightarrow 2 \cdot 15 = 3 \cdot a = 5 \cdot b$$

$$\begin{cases} 2 \cdot 15 = 3 \cdot a \Leftrightarrow a = 10 \\ 2 \cdot 15 = 5 \cdot b \Leftrightarrow b = 6 \end{cases}$$

$$\text{Portanto, } a - b = 10 - 6 = 4$$

Resposta: D

$$5) \begin{cases} \frac{a}{b} = \frac{3}{2} \\ \frac{a+2}{b+2} = \frac{3}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a = 2b \\ 5a + 10 = 3b + 6 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a = 2b \\ 5a = 3b - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{3}b \\ 5 \cdot \frac{2}{3}b = 3b - 4 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{3}b \\ 10b = 9b - 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -12 \\ a = -8 \end{cases}$$

Resposta: B

$$6) \frac{2}{8} = \frac{3}{y} = \frac{x}{4} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2}{8} = \frac{3}{y} \\ \frac{2}{8} = \frac{x}{4} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2y = 24 \\ 8x = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 12 \end{cases}$$

Resposta: C

$$7) a \cdot 3 = 2 \cdot 6 = 5 \cdot b \Rightarrow \begin{cases} 3a = 12 \\ 5b = 12 \end{cases} \Rightarrow$$

MÓDULO 50
DIVISÃO PROPORCIONAL

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = \frac{12}{5} \end{cases}$$

Se $a + mb = 10$, então $4 + m \cdot \frac{12}{5} = 10 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 20 + 12m = 50 \Rightarrow 12m = 30 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m = \frac{30}{12} = \frac{5}{2} = 2,5$$

Resposta: D

8) $x + y + z = 18$ e

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} = \frac{x+y+z}{2+3+4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} = \frac{18}{9} = 2 \Rightarrow \frac{x}{2} = 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 4$$

Resposta: B

9) $\begin{cases} p \cdot (q+2) = k \\ p = 1 \text{ e } q = 4 \end{cases} \Rightarrow 1 \cdot (4+2) = k \Rightarrow k = 6$

Logo, $p(q+2) = 6$

Para $q = 1$, resulta $p \cdot (1+2) = 6 \Rightarrow p = 2$

Resposta: D

10) $\begin{cases} \frac{m}{n+5} = k \\ m = 2 \text{ e } n = 1 \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{2}{1+5} = k \Rightarrow k = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Logo, $\frac{m}{n+5} = \frac{1}{3}$

Para $n = 4$ teremos $\frac{m}{4+5} = \frac{1}{3} \Rightarrow m = 3$

Resposta: D

11) $\frac{x}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z}{5} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{2x}{2 \cdot 3} = \frac{3y}{3 \cdot 2} = \frac{4z}{4 \cdot 5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2x}{6} = \frac{3y}{6} = \frac{4z}{20} = \frac{2x+3y+4z}{6+6+20}$$

Como $2x + 3y + 4z = 32$, temos

$$\frac{2x}{6} = \frac{3y}{6} = \frac{4z}{20} = \frac{32}{32} = 1$$

Logo, $\begin{cases} \frac{2x}{6} = 1 \Leftrightarrow x = 3 \\ \frac{3y}{6} = 1 \Leftrightarrow y = 2 \\ \frac{4z}{20} = 1 \Leftrightarrow z = 5 \end{cases}$

Então, $4x + 3y + 2z = 4 \cdot 3 + 3 \cdot 2 + 2 \cdot 5 = 12 + 6 + 10 = 28$

Resposta: C

1) I) $x + y + z = 90$

$$\text{II) } \frac{x}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{6} = \frac{x+y+z}{1+3+6} = \frac{90}{10} = 9$$

$$\text{III) } \begin{cases} \frac{x}{1} = 9 \Leftrightarrow x = 9 \\ \frac{y}{3} = 9 \Leftrightarrow y = 27 \\ \frac{z}{6} = 9 \Leftrightarrow z = 54 \end{cases}$$

2) I) $x + y + z = 90$

$$\text{II) } \frac{x}{1} = \frac{y}{\frac{1}{3}} = \frac{z}{\frac{1}{6}} = \frac{x+y+z}{1+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}} = \frac{90}{\frac{9}{6}} = 90 \cdot \frac{6}{9} = 60$$

$$\text{III) } \begin{cases} \frac{x}{1} = 60 \Leftrightarrow x = 60 \\ \frac{y}{\frac{1}{3}} = 60 \Leftrightarrow y = \frac{1}{3} \cdot 60 = 20 \\ \frac{z}{\frac{1}{6}} = 60 \Leftrightarrow z = \frac{1}{6} \cdot 60 = 10 \end{cases}$$

3) I) $P_1 + P_2 + P_3 = 72$

$$\text{II) } \frac{P_1}{2} = \frac{P_2}{3} = \frac{P_3}{4} = \frac{P_1+P_2+P_3}{2+3+4} = \frac{72}{9} = 8$$

$$\text{III) } \begin{cases} \frac{P_1}{2} = 8 \Leftrightarrow P_1 = 16 \\ \frac{P_2}{3} = 8 \Leftrightarrow P_2 = 24 \\ \frac{P_3}{4} = 8 \Leftrightarrow P_3 = 32 \end{cases}$$

Resposta: D

4) I) $x + y = 100\,000$

$$\text{II) } \frac{x}{190\,000} = \frac{y}{210\,000} = \frac{x+y}{190\,000+210\,000} = \frac{100\,000}{400\,000} = \frac{1}{4}$$

$$\text{III) } \begin{cases} \frac{x}{190\,000} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow x = 47\,500 \\ \frac{y}{210\,000} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow y = 52\,500 \end{cases}$$

O lucro anual foi, para o primeiro sócio, de R\$ 47 500,00 e, para o segundo, de R\$ 52 500,00.

5) $\begin{cases} \frac{a}{5} = \frac{2b}{6} = \frac{1,5c}{3} \Leftrightarrow \\ a + 3b - 2c = 100 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a}{5} = \frac{b}{3} = \frac{c}{2} \Leftrightarrow \\ a + 3b - 2c = 100 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a}{5} = \frac{3b}{9} = \frac{-2c}{-4} \\ a + 3b - 2c = 100 \end{cases}$$

$$\frac{a}{5} = \frac{3b}{9} = \frac{-2c}{-4} = \frac{a+3b-2c}{5+9-4} = \frac{100}{10} = 10$$

Logo, $\frac{a}{5} = 10$, $\frac{3b}{9} = 10$ e $\frac{-2c}{-4} = 10$ e,

portanto, $a = 50$, $b = 30$ e $c = 20$.

Assim, $a + b - c = 50 + 30 - 20 = 60$

Resposta: D

6) $\begin{cases} x + y + z = 70 \\ \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5} \end{cases}$

Como $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5} = \frac{x+y+z}{2+3+5} = \frac{70}{10} = 7$

resulta

$$\begin{cases} \frac{x}{2} = 7 \\ \frac{y}{3} = 7 \\ \frac{z}{5} = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 14 \\ y = 21 \\ z = 35 \end{cases}$$

A soma entre a menor e maior parte é

$$14 + 35 = 49$$

Resposta: B

7) $\begin{cases} x + y + z = 660 \\ \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3} \end{cases}$

$$\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3} = \frac{x+y+z}{1+2+3} = \frac{660}{6} = 110$$

Então,

$$\begin{cases} \frac{x}{\frac{1}{2}} = 660 \\ \frac{y}{\frac{1}{3}} = 660 \\ \frac{z}{\frac{1}{6}} = 660 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 330 \\ y = 220 \\ z = 110 \end{cases}$$

Resposta: A

8) Em milhares de reais temos:

$$\begin{cases} x + y + z = 40 \\ \frac{x}{20} = \frac{y}{30} = \frac{z}{50} \end{cases}$$

$$\text{Logo, } \frac{x}{20} = \frac{y}{30} = \frac{z}{50} = \frac{x + y + z}{20 + 30 + 50} = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}$$

Portanto,

$$\begin{cases} \frac{x}{20} = \frac{2}{5} \\ \frac{y}{30} = \frac{2}{5} \\ \frac{z}{50} = \frac{2}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 12 \\ z = 20 \end{cases}$$

Resposta: C

$$9) \begin{cases} x + y + z = 780\,000 \\ \frac{x}{50} = \frac{y}{43} = \frac{z}{37} \end{cases}$$

$$\text{Logo, } \frac{x}{50} = \frac{y}{43} = \frac{z}{37} = \frac{x + y + z}{50 + 43 + 37} = \frac{780\,000}{130} = 6\,000$$

$$\begin{cases} \frac{x}{50} = 6\,000 \\ \frac{y}{43} = 6\,000 \\ \frac{z}{37} = 6\,000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 300\,000 \\ y = 258\,000 \\ z = 222\,000 \end{cases}$$

Respostas: R\$ 300 000,00
R\$ 258 000,00
R\$ 222 000,00

MÓDULO 51 REGRA DE TRÊS SIMPLES

1) Seja t o tempo em horas. Pelo enunciado:

$$60 \cdot 2 = 80 \cdot t \Leftrightarrow t = \frac{3}{2} = 1,5 \text{ hora} = 1 \text{ h e } 30 \text{ min}$$

Resposta: E

2) Seja t o tempo em horas. Pelo enunciado:

$$\frac{240}{3} = \frac{400}{t} \Leftrightarrow t = \frac{1200}{240} = 5 \text{ horas}$$

Resposta: B

3) Seja t o tempo em horas. Pelo enunciado:

$$\frac{5100}{3} = \frac{11900}{t} \Leftrightarrow t = \frac{3 \cdot 11900}{5100} = 7 \text{ horas}$$

Resposta: A

4) Seja t o tempo em horas. Pelo enunciado:
 $60 \cdot 2 = 120 \cdot t \Leftrightarrow t = 1 \text{ hora}$

5) Para asfaltar a estrada toda serão necessá-

rios $\left(50 : \frac{2}{3}\right)$ dias, isto é,

$$50 \cdot \frac{3}{2} \text{ dias} = 75 \text{ dias.}$$

Então:

$$a) \frac{3}{5} \cdot 75 \text{ dias} = 45 \text{ dias.}$$

$$b) \frac{1}{3} \cdot 75 \text{ dias} = 25 \text{ dias.}$$

$$c) 75 \text{ dias.}$$

6) **Largura** **comprimento**

$$\begin{array}{ccc} \downarrow 20 \text{ cm} & \longrightarrow & \downarrow 35 \text{ cm} \\ \downarrow 120 \text{ cm} & \longrightarrow & \downarrow x \end{array} \quad \text{GDP}$$

$$\frac{20}{120} = \frac{35}{x} \Leftrightarrow \frac{1}{6} = \frac{35}{x} \Leftrightarrow x = 210$$

$$210 \text{ cm} = 2,10 \text{ m} = 2,1 \text{ m}$$

Resposta: C

7) **Pedreiros** **dias**

$$\begin{array}{ccc} \uparrow 14 & \longrightarrow & \downarrow 180 \\ \uparrow 10 & \longrightarrow & \downarrow x \end{array} \quad \text{GIP}$$

$$\frac{10}{14} = \frac{180}{x} \Leftrightarrow x = 252$$

8) **km** **horas**

$$\begin{array}{ccc} 240 & \downarrow & 3 \\ 400 & \downarrow & x \end{array} \quad \text{GDP}$$

$$\frac{240}{400} = \frac{3}{x} \Leftrightarrow \frac{3}{5} = \frac{3}{x} \Leftrightarrow x = 5$$

9) **Soldados** **dias**

$$\begin{array}{ccc} \uparrow 30 & \longrightarrow & \downarrow 60 \\ \uparrow 120 & \longrightarrow & \downarrow x \end{array} \quad \text{GIP}$$

$$\frac{120}{30} = \frac{60}{x} \Leftrightarrow 4 = \frac{60}{x} \Leftrightarrow x = 15$$

$$10) \begin{array}{ccc} \text{Km/h} & & \text{horas} \\ \uparrow 450 & \longrightarrow & \downarrow 2 \\ 1\,200 & \longrightarrow & x \end{array} \quad \text{GIP}$$

$$\frac{1200}{450} = \frac{2}{x} \Leftrightarrow \frac{8}{3} = \frac{2}{x} \Leftrightarrow x = \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{4} \text{ h} = 45 \text{ min}$$

11) **Dentes** **voltas**

$$\begin{array}{ccc} \uparrow 54 & \longrightarrow & \downarrow 8 \\ 12 & \longrightarrow & x \end{array} \quad \text{GIP}$$

$$\frac{12}{54} = \frac{8}{x} \Leftrightarrow \frac{2}{9} = \frac{8}{x} \Leftrightarrow x = 36$$

12) **Altura** **sombra**

$$\begin{array}{ccc} \downarrow x & \longrightarrow & \downarrow 19,60 \text{ m} \\ \downarrow 3,8 \text{ cm} & \longrightarrow & \downarrow 4,9 \text{ m} \end{array} \quad \text{GDP}$$

$$\frac{x}{3,8} = \frac{19,6}{4,9} \Leftrightarrow \frac{x}{3,8} = 4 \Leftrightarrow x = 15,2$$

13) **biscoitos** **xícaras**

$$\begin{array}{ccc} \downarrow 35 & & \downarrow 2 \\ \downarrow 210 & & \downarrow x \end{array}$$

$$\frac{35}{210} = \frac{2}{x} \Leftrightarrow \frac{1}{6} = \frac{2}{x} \Leftrightarrow x = 12$$

Para 12 xícaras devemos ter, no mínimo,
3 sacos pois $\frac{12}{5} = 2,4$.

Resposta: B

14) **máquinas** **horas**

$$\begin{array}{ccc} \uparrow 5 & & \downarrow 12 \\ \uparrow 4 & & \downarrow x \end{array}$$

$$\frac{12}{x} = \frac{4}{5} \Rightarrow 4x = 60 \Rightarrow x = 15$$

Resposta: D

MÓDULO 52 REGRA DE TRÊS COMPOSTA

1) a) “Metros de pano” e “quilos de pano” são grandezas diretamente proporcionais, supondo a mesma “largura de pano”.

b) “Metros de pano” e “largura de pano” são grandezas inversamente proporcionais, supondo o mesmo número de “quilos de pano”.

c) Esquema:

Metros de pano	Quilos de pano	Largura de pano (em metros)
126	36	0,60
x	48	0,72

$$\frac{126}{x} = \frac{36}{48} \cdot \frac{0,72}{0,60} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{126 \cdot 48 \cdot 0,60}{36 \cdot 0,72} = 140$$

Resposta: 140 metros

- 2) Supondo as demais grandezas constantes, temos:

- a) "Número de operários" e "número de horas" são G.I.P.
b) "Número de operários" e "comprimento" são G.D.P.
c) "Número de operários" e "número de dias" são G.I.P.

Esquema:

Operários	Horas	Comprimento	Dias
25	10	238	17
x	7	686	25

Logo:

$$\frac{25}{x} = \frac{7}{10} \cdot \frac{238}{686} \cdot \frac{25}{17} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{25 \cdot 10 \cdot 686 \cdot 17}{7 \cdot 238 \cdot 25} \Leftrightarrow x = 70$$

Resposta: 70 operários

- 3) Supondo as demais grandezas constantes, temos:

- a) "Preço" e "quantidade de carga" são G.D.P.
b) "Preço" e "distância" são G.D.P.

Esquema:

Preço	Carga	Distância
1200	600	100
x	1500	240

Logo:

$$\frac{1200}{x} = \frac{600}{1500} \cdot \frac{100}{240} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1200 \cdot 1500 \cdot 240}{600 \cdot 100} \Leftrightarrow x = 7200$$

Resposta: A

- 4) Impressoras h/d dias impressões
- | | | | |
|-----|-----|------|-----------|
| ↑ 1 | ↑ 6 | ↓ 30 | ↓ 150 000 |
| ↑ 3 | ↑ 8 | ↓ x | ↓ 100 000 |

$$\frac{30}{x} = \frac{3}{1} \cdot \frac{8}{6} \cdot \frac{150\,000}{100\,000} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{30}{x} = \frac{3 \cdot 8 \cdot 15}{6 \cdot 10} \Leftrightarrow \frac{30}{x} = \frac{1 \cdot 8 \cdot 3}{2 \cdot 2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 24x = 120 \Leftrightarrow x = 5$$

Resposta: E

- 5) Máquinas peças dias h/d
- | | | | |
|------|-------|------|------|
| ↓ 5 | ↓ 500 | ↓ 5 | ↓ 5 |
| ↓ 10 | ↓ x | ↓ 10 | ↓ 10 |

$$\frac{500}{x} = \frac{5}{10} \cdot \frac{5}{10} \cdot \frac{5}{10} \Leftrightarrow \frac{500}{x} = \frac{1}{8} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 4000$$

Resposta: C

- 6) kg comprimento (m) largura (m)
- | | | |
|--------|------|-------|
| ↓ 27,4 | ↓ 24 | ↑ 0,6 |
| ↓ 3425 | ↓ x | ↑ 0,9 |

$$\frac{24}{x} = \frac{27,4}{3\,425} \cdot \frac{0,9}{0,6} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{24}{x} = \frac{27,4}{3\,425} \cdot \frac{9}{6} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{24}{x} = \frac{1}{125} \cdot \frac{3}{2} \Leftrightarrow x = 2\,000$$

Resposta: A

- 7) Tarefa dias escriturários h/d
- | | | | |
|-----|------|------|-----|
| ↓ 2 | ↓ 10 | ↓ 24 | ↓ 7 |
| ↓ 5 | ↓ x | ↓ 20 | ↓ 6 |

$$\frac{10}{x} = \frac{2}{5} \cdot \frac{20}{24} \cdot \frac{6}{7} \Leftrightarrow \frac{10}{x} = \frac{2 \cdot 20 \cdot 6}{3 \cdot 24 \cdot 7} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{3 \cdot 2 \cdot 7} \Leftrightarrow x = 42$$

Resposta: B

- 8) dias bares litros
- | | | |
|------|------|------|
| ↓ 30 | ↑ 35 | ↑ 12 |
| ↓ x | ↑ 20 | ↑ 15 |

$$\frac{30}{x} = \frac{20}{35} \cdot \frac{15}{12} \Leftrightarrow \frac{30}{x} = \frac{5}{7} \Leftrightarrow x = 42$$

- 9) pessoas dias kg
- | | | |
|-----|-----|-----|
| ↓ 6 | ↓ 2 | ↓ 3 |
| ↓ 4 | ↓ 5 | ↓ x |

Resposta: E

- 10) kg comprimento (m) largura (m)
- | | | |
|------|-------|--------|
| ↓ 36 | ↓ 126 | ↑ 0,6 |
| ↓ 48 | ↓ x | ↑ 0,72 |

$$\frac{126}{x} = \frac{36}{48} \cdot \frac{0,72}{0,6} \Leftrightarrow \frac{126}{x} = \frac{3}{4} \cdot \frac{6}{5} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 18x = 126 \cdot 20 \Leftrightarrow x = 7,20 = 140$$

Resposta: D

MÓDULO 53 PORCENTAGEM

$$1) (10\%)^2 = \left(\frac{10}{100} \right)^2 =$$

$$= \left(\frac{1}{10} \right)^2 = \frac{1}{100} = 1\%$$

Resposta: A

$$2) (10\%)^2 + \sqrt{36\%} - 0,41 =$$

$$= \left(\frac{10}{100} \right)^2 + \sqrt{\frac{36}{100}} - \frac{41}{100} =$$

$$= \frac{1}{100} + \frac{6}{10} - \frac{41}{100} =$$

$$= \frac{1}{100} + \frac{60}{100} - \frac{41}{100} =$$

$$= \frac{1 + 60 - 41}{100} = \frac{20}{100} = 20\%$$

Resposta: C

$$3) 25\% \text{ da terça parte de}$$

$$1026 = \frac{25}{100} \cdot \frac{1}{3} \cdot 1026 =$$

$$= 0,25 \cdot 342 = 85,5$$

Resposta: E

$$4) 20\% \text{ de } 80 = 20\% \cdot 80 = 0,2 \cdot 80 = 16$$

Resposta: B

$$5) x\% \text{ de } 2000 = 540 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{100} \cdot 2000 = 540 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 20x = 540 \Leftrightarrow x = 27$$

Resposta: C

$$6) \frac{386\,400 - 345\,000}{345\,000} =$$

$$= \frac{41\,400}{345\,000} = 0,12 = 12\%$$

outra resolução

$$386\,400 - 345\,000 = 41\,400$$

valor	%
345 000	100%
414 00	x

$$\Rightarrow x = 12\%$$

Resposta: C

$$7) \text{ Para o senhor Y resta, em reais,}$$

$$(100 - 15)\% \text{ de } 90\% \text{ de } 30\,000 =$$

$$= 85\% \cdot 90\% \cdot 30\,000 =$$

$$= 0,85 \cdot 0,9 \cdot 30\,000 = 22\,950$$

- 8) A porcentagem da população que morreu vitimada pela doença é de
 $12\% \text{ de } 20\% = 0,12 \cdot 0,2 = 0,024 = 2,4\%$.
 Resposta: A

- 9) $20\% \text{ de } 30\% = 0,2 \cdot 0,3 = 0,06 = 6\%$
 Resposta: D

- 10) $100\% \div 5\% = 20$
 Resposta: A

- 11) Se x é o total de alunos, então
 $(100 - 32)\% \cdot x = 340 \Leftrightarrow 0,68x = 340 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow x = \frac{340}{0,68} \Leftrightarrow x = 500$

- 12) Se x é o preço do automóvel antes dos aumentos, então
 $x \cdot 1,05 \cdot 1,1 = 28875 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 1,155x = 28875 \Rightarrow$
 $\Rightarrow x = \frac{28875}{1,155} \Rightarrow x = 25000$

Resposta: B

MÓDULO 54 AUMENTO E DESCONTO

- 1) Preço de venda = $600\,000 + 20\% \cdot 600\,000$
 $= 600\,000 + 0,2 \cdot 600\,000$
 $= 1,2 \cdot 600\,000$
 $= 720\,000$

Resposta: D

- 2) I) Preço inicial: x

II) Preço final, após aumento de 20%:

$$x \cdot 1,20 = 180 \Leftrightarrow x = \frac{180}{1,20} \Leftrightarrow x = 150$$

Resposta: A

- 3) I) Preço inicial: 340

II) Após um aumento de 30%, o objeto custará: $340 + 30\% \cdot 340 =$
 $= 340 + 0,3 \cdot 340 = 1,3 \cdot 340$

III) Após um desconto de 20%, o objeto custará:
 $80\% \cdot 1,3 \cdot 340 = 0,8 \cdot 1,3 \cdot 340 =$
 $= 1,04 \cdot 340 = 353,6$

- 4) Seja b a base e h a altura do retângulo de área $S = bh$. Após um aumento de 20% na base e uma diminuição de 20% na altura, obtém-se um novo retângulo de área
 $S_f = 1,2b \cdot 0,8h = 0,96bh = 0,96S$.
 Resposta: E

- 5) Se o salário desse funcionário era x , então
 $(100\% + 8\%) x = 237,60 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow 1,08 x = 237,60 \Leftrightarrow x = 220$

- 6) Se i é a majoração sobre o preço antigo, então $(1 + i) \cdot 12,50 = 13,50 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow 1 + i = 1,08 \Leftrightarrow i = 0,08 = 8\%$
 Resposta: D

- 7) Para pagamento à vista, o valor é
 $(100\% - 18\%) \cdot 16\,000 = 82\% \cdot 16\,000 =$
 $= 0,82 \cdot 16\,000 = 13\,120$.
 Resposta: A

- 8) Sendo x a população da cidade e lembrando que $12\% = \frac{12}{1\,000} = 1,2\%$ temos que
 $(100\% - 1,2\%) x = 49\,400 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow (98,8\%) x = 49\,400 \Leftrightarrow x = \frac{49\,400}{0,988} \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow x = 50\,000$

- 9) $x \cdot (1 - k) (1 - k) = (100\% - 19\%) x \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow (1 - k)^2 = 0,81 \Leftrightarrow 1 - k = 0,9 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow k = 0,1 \Leftrightarrow k = 10\%$.

Resposta: E

- 10) Sejam p_v o preço de venda, p_c o preço de compra e ℓ o lucro. Temos, então, que

$$\begin{cases} p_v = p_c + \ell \\ \ell = 50\% p_v = \frac{1}{2} p_v \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_v = p_c + \ell \\ p_v = 2\ell \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\ell = p_c + \ell \Rightarrow \ell = p_c \Rightarrow \ell = 100\% p_c$$

Resposta: D

- 11) Sendo p_v o preço de venda, p_c o preço de compra e ℓ o lucro temos que

$$\begin{cases} p_v = p_c + \ell \\ \ell = 0,4 p_v \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} p_v = p_c + \ell \\ p_v = \frac{\ell}{0,4} = \frac{5\ell}{2} = 2,5\ell \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2,5\ell = p_c + \ell \Rightarrow 1,5\ell = p_c \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ell = \frac{p_c}{1,5} = \frac{2}{3} p_c = 0,666 \dots p_c =$$

$$= 66,66 \dots\% p_c$$

Resposta: A

- 12) Sendo x o preço dos horticultores resulta
 $x \cdot (1 + 0,5) \cdot (1 + 0,5) \cdot (1 + 0,5) =$
 $= x \cdot 1,5 \cdot 1,5 \cdot 1,5 = 3,375x$.
 O acréscimo é, portanto, de
 $3,375x - x = 2,375x = 237,5\%x$.
 Resposta: C

MÓDULO 55 JUROS

$$1) \left. \begin{array}{l} j = \frac{\text{Cit}}{100} \\ i = 2 \\ t = 30 \\ j = 10\,800 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10\,800 = \frac{C \cdot 2 \cdot 30}{100} \Leftrightarrow C = 18\,000$$

Resposta: C

$$2) \left. \begin{array}{l} C = 6500 \\ i = 12 \\ j = 2340 \\ j = \frac{\text{Cit}}{100} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2340 = \frac{6\,500 \cdot 12 \cdot t}{100} \Leftrightarrow t = 3$$

Resposta: 3 anos

$$3) \left. \begin{array}{l} j = \frac{\text{Cit}}{100} \\ t = 5 \\ j = 2 \cdot C \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot C = \frac{C \cdot i \cdot 5}{100} \Rightarrow i = \frac{200}{5} = 40$$

Resposta: 40% ao ano

$$4) \left. \begin{array}{l} C = 7000 \\ j = 2800 \\ t = 5 \\ j = \frac{\text{Cit}}{100} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2800 = \frac{7\,000 \cdot i \cdot 5}{100} \Leftrightarrow i = 8$$

Resposta: 8% ao ano.

- 5) Se o capital dessa pessoa é x , então

$$C = \frac{2}{5} x, t = 90 \text{ d} = 3\text{m}, i = 2,5\% \text{ am e}$$

$$J = 9\,600.$$

Substituindo esses valores em

$$J = \frac{\text{cit}}{100} \text{ (Juros Simples) resulta } 9\,600 =$$

$$= \frac{\frac{2}{5} x \cdot 2,5 \cdot 3}{100} \Leftrightarrow 3x = 960\,000 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 320\,000.$$

Resposta: A

$$6) C = 12\,000, i = 2,2 \text{ am}, t = 5 \text{ m e}$$

$$J = \frac{\text{cit}}{100} \Rightarrow J = \frac{12\,000 \cdot 2,2 \cdot 5}{100} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow J = 120 \cdot 11 = 1\,320$$

Resposta: C

$$7) C = x, i = 20\%, J = x \text{ e } J = \frac{\text{cit}}{100} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{x \cdot 20 \cdot t}{100} \Rightarrow t = 5$$

Resposta: E

8) Sendo x o preço de custo, o preço anunciado é $p_a = 1,8x$. O preço mínimo do produto é $p_m = 1,44x$. Assim sendo, o maior desconto que o lojista pode conceder ao cliente, sobre o preço anunciado, para não ter prejuízo é

$$\frac{1,8x - 1,44x}{1,8x} = \frac{0,36}{1,8} = \frac{36}{180} = \frac{1}{5} =$$

$$= 0,2 = 20\%$$

Resposta: C

9) Se os veículos custaram, para a agência, x e y , respectivamente, então o preço de compra foi $p_c = x + y$ e o preço de venda foi $p_v = 1,3x + 0,7y$.

Além disso, $1; 3x = 0,7y \Leftrightarrow x = \frac{7}{13}y$.

Logo, $\frac{p_v}{p_c} = \frac{1,3x + 0,7y}{x + y} =$

$$= \frac{1,3 \cdot \frac{7}{13}y + 0,7y}{\frac{7}{13}y + y} = \frac{\frac{7}{10} + \frac{7}{10}}{\frac{7}{13} + 1} =$$

$$= \frac{\frac{14}{10}}{\frac{20}{13}} = \frac{14}{10} \cdot \frac{13}{20} = \frac{182}{200} = \frac{91}{100} = 91\%$$

Portanto, a agência teve um prejuízo de $100\% - 91\% = 9\%$.

Resposta: D

10) O capital desse comerciante aumenta $40\% - 20\% = 20\%$, por ano. Se o seu capi-

tal, no início, era x , então $x \cdot 1,2 \cdot 1,2 =$
 $= x + 66\,000 \Leftrightarrow 0,44x = 66\,000 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow x = \frac{66\,000}{0,44} \Leftrightarrow x = 150\,000.$

Resposta: B

MÓDULO 56

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

1) Preço de venda: $V = 0,95 \cdot C = 5700 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow C = \frac{5700}{0,95} = 6000$$

Resposta: B

2) I) Total de alunos do colégio: A
 II) Número de meninas: $32\% \cdot A$
 III) Número de meninos: $(100 - 32)\% \cdot A =$
 $= 68\% \cdot A = 340$
 Portanto, $0,68 \cdot A = 340 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow A = \frac{340}{0,68} = 500$ alunos.

3) I) Total de operários: T
 II) Número de mulheres: $46\% \cdot T$
 III) Número de homens: $(100 - 46)\% \cdot T =$
 $= 54\% \cdot T = 648$
 Portanto, $0,54 \cdot T = 648 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow T = \frac{648}{0,54} = 1\,200$ operários.

4) I) O valor original da pedra é $8^2 = 64$.
 II) Sendo x e $(8 - x)$ as massas, em gramas, de cada pedaço, o valor total da pedra será $V(x) = x^2 + (8 - x)^2 =$
 $= x^2 + 64 - 16x + x^2 = 2x^2 - 16x + 64$
 III) O prejuízo será o maior possível quando $V(x)$ for mínimo, o que ocorre para
 $x = \frac{-b}{2a} = \frac{16}{4} = 4.$

Assim, $V(4) = 4^2 + 4^2 = 16 + 16 = 32$ é o valor com o prejuízo maior possível. Em relação ao valor original de R\$ 64,00, houve um prejuízo de 50%, já que 32 é 50% de 64.

Resposta: C

5) Sendo x o preço do carro sem o imposto, temos $1,3x = 19\,500 \Leftrightarrow x = \frac{19\,500}{1,3} \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow x = 15\,000.$

Com um imposto de 60%, o novo preço do veículo para o importador será, em reais, de $15\,000 \cdot 1,6 = 24\,000.$

Resposta: B

6) Sendo h o número de homens e m o número de mulheres resulta, de acordo com o enunciado, que
 $18\% (h + m) = 30\% h + 10\% m \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow 18h + 18m = 30h + 10m \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow 8m = 12h \Leftrightarrow 2m = 3h \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow \frac{m}{h} = \frac{3}{2}$, isto é, de cada grupo de 5 pessoas (3 + 2), em média, 2 são homens.
 A porcentagem de homens na população é, portanto, $\frac{2}{5} = 0,4 = 40\%.$

7) Sendo x o preço inicial da mercadoria e i a porcentagem a ser reduzida obtém-se
 $x \cdot (1 + 0,25) \cdot (1 - i) = x \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow 1 - i = \frac{1}{1,25} \Leftrightarrow 1 - i = \frac{4}{5} \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow 1 - i = 0,8 \Leftrightarrow i = 0,2 = 20\%$

8) O desembolso, no caso, será de
 $(100\% - 70\%) \cdot (100\% - 4,5\%) \cdot (100\% +$
 $+ 15\%) \cdot 2\,500 = 0,3 \cdot 0,955 \cdot 1,15 \cdot 2\,500 =$
 $= 823,6875 \approx 823,69.$

9) a) $i = r \cdot a - p = 17\,200 \cdot \frac{25}{100} - 3\,037 =$
 $= 4\,300 - 3\,037 = 1\,263.$

b) Se o contribuinte tivesse ganho $17\,200 - 200 = 17\,000$ o seu imposto teria sido
 $i = 17\,000 \cdot \frac{15}{100} = 1\,320 =$
 $= 2\,550 - 1\,320 = 1\,230$

