



## AULA 1 – FRENTE 1

**1** Fatore as expressões abaixo:

a)  $ax + bx$

$$x(a + b)$$

b)  $6x^2 + 3xy$

$$3x(2x + y)$$

c)  $12m^2n - 18m^3n^2$

$$6m^2n(2 - 3mn)$$

d)  $5a^2b^3 - 10ab^2 + 15a^3b$

$$5ab(ab^2 - 2b + 3a^2)$$

**2** Fatore as seguintes expressões:

a)  $ax + bx + ay + by$

$$(x + y)(a + b)$$

b)  $a^2 + 2a + ab + 2b$

$$(a + b)(a + 2)$$

c)  $xy - x + y^2 - y$

$$(x + y)(y - 1)$$

d)  $mn + 3m - 2n - 6$

$$(m - 2)(n + 3)$$

**3** Fatore as expressões:

a)  $a^2 - b^2$

$$(a + b)(a - b)$$

b)  $25x^2 - 36y^2$

$$(5x + 6y)(5x - 6y)$$

c)  $m^4 - 81$

$$(m^2 + 9)(m + 3)(m - 3)$$

**4** Simplificando a expressão  $\frac{x^2 + x + xy + y}{x^2 - y^2}$ , supondo o denominador diferente de zero, obtemos:

a)  $\frac{x+1}{x+y}$

c)  $\frac{x+y}{x-y}$

e)  $\frac{x+y}{x+1}$

(b)  $\frac{x+1}{x-y}$

d)  $\frac{x+1}{x-1}$

## Exercícios-Tarefa

**1** Fatore as seguintes expressões:

a)  $am + bm$

**Resolução:**

$$am + bm = m(a + b)$$

b)  $6a^3 + 18a^2$

**Resolução:**

$$6a^3 + 18a^2 = 6a^2(a + 3)$$

c)  $2x^3y + 4x^2y^2 - 8x^4y^3$

**Resolução:**

$$2x^2y(x + 2y - 4x^2y^2)$$

d)  $x^2 - xy + 3x - 3y$

**Resolução:**

$$x(x - y) + 3(x - y)$$

$$(x + 3)(x - y)$$

e)  $ax + ay - x - y$

**Resolução:**

$$x(a - 1) + y(a - 1)$$

$$(x + y)(a - 1)$$

f)  $mn + m + n + 1$

**Resolução:**

$$m(n + 1) + 1(n + 1)$$

$$(m + 1)(n + 1)$$

g)  $m^2 - n^2$

**Resolução:**

$$(m + n)(m - n)$$

h)  $81a^2 - 25b^2$

**Resolução:**

$$(9a + 5b)(9a - 5b)$$

i)  $x^2 - 49$

**Resolução:**

$$(x + 7)(x - 7)$$

**2** Simplificando a expressão  $\frac{2a+6}{a^2-9}$ , supondo o denominador diferente de zero, obtemos:

a)  $\frac{a+3}{a-3}$

d)  $\frac{a}{a-3}$

b)  $\frac{2a+3}{a-3}$

e)  $\frac{2}{a-3}$

c)  $\frac{a+3}{a}$

**Resolução:**

$$\frac{2a+6}{a^2-9} = \frac{\cancel{2}(a+3)}{\cancel{(a+3)}(a-3)} = \frac{2}{a-3}$$

**Resposta:** E

## AULA 2 – FRENTE 1

**1** Desenvolver:

a)  $(a+b)^2$

$$a^2 + 2ab + b^2$$

b)  $(2a+5b)^2$

$$4a^2 + 20ab + 25b^2$$

c)  $(a-b)^2$

$$a^2 - 2ab + b^2$$

d)  $(a-2)^2$

$$a^2 - 4a + 4$$

**2** Fatore as expressões:

a)  $x^2 + 2xy + y^2$

$$(x+y)^2$$

b)  $4a^2 + 4ab + b^2$

$$(2a+b)^2$$

c)  $x^2 - 2xy + y^2$

$$(x-y)^2$$

d)  $9y^2 - 6y + 1$

$$(3y-1)^2$$

**3** Simplificando a fração  $\frac{m^2 + 2m + 1}{m^2 - 1}$ , supondo o denominador diferente de zero, obtemos:

a)  $\frac{m+1}{m-1}$

d)  $2m + 1$

b)  $\frac{m-1}{m}$

e)  $\frac{(m+1)^2}{m}$

c)  $\frac{m-1}{m+1}$

**4** Desenvolva as expressões usando a propriedade distributiva:

a)  $(a+b)(a^2 - ab + b^2)$

$$a^3 + b^3$$

b)  $(a-b)(a^2 + ab + b^2)$

$$a^3 - b^3$$

**5** Utilizando o exercício anterior, fatore as seguintes expressões:

a)  $x^3 + 125$

$$(x+5)(x^2 - 5x + 25)$$

b)  $8m^3 - 1$

$$(2m-1)(4m^2 + 2m + 1)$$

**6** Desenvolver:

a)  $(a+b)^3$

$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

b)  $(a-b)^3$

$$a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

c)  $(m+2)^3$

$$m^3 + 6m^2 + 12m + 8$$

d)  $(a-3)^3$

$$a^3 - 9a^2 + 27a - 27$$

7 Fatore as expressões:

a)  $64a^3 + 48a^2 + 12a + 1$

$$(4a+1)^3$$

b)  $27x^3 - 27x^2y + 9xy^2 - y^3$

$$(3x-y)^3$$

### Exercícios-Tarefa

1 Fatore as seguintes expressões:

a)  $a^2 - 2ab + b^2$

Resolução:

$$(a-b)^2$$

b)  $z^2 + 2z + 1$

Resolução:

$$(z+1)^2$$

c)  $x^2 - 12x + 36$

Resolução:

$$(x-6)^2$$

d)  $m^3 + n^3$

Resolução:

$$(m+n)(m^2 - mn + n^2)$$

e)  $a^3 - 8$

Resolução:

$$\begin{aligned} a^3 - 2^3 &= (a-2)(a^2 + a \cdot 2 + 2^2) \\ &= (a-2)(a^2 + 2a + 4) \end{aligned}$$

f)  $64x^3 + 1$

Resolução:

$$\begin{aligned} 4^3x^3 + 1 &= (4x+1)[(4x)^2 - 4x \cdot 1 + 1^2] \\ &= (4x+1)(16x^2 - 4x + 1) \end{aligned}$$

g)  $m^3 + 3m^2n + 3mn^2 + n^3$

Resolução:

$$(m+n)^3$$

h)  $27a^3 - 27a^2 + 9a - 1$

Resolução:

$$(3a-1)^3$$

i)  $8x^3 + 12x^2y + 6xy^2 + y^3$

Resolução:

$$(2x+y)^3$$

2 Simplificar a expressão  $\frac{y^3 + 3y^2 + 3y + 1}{y^3 + 1}$ , supondo o

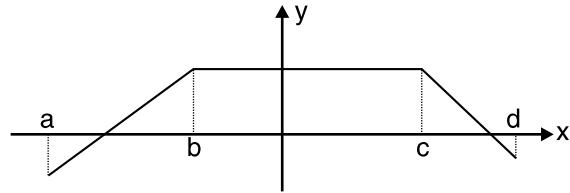
denominador diferente de zero.

Resolução:

$$\frac{(y+1)^3}{(y+1) \cdot (y^2 - y \cdot 1 + 1^2)} = \frac{(y+1)^3}{(y+1) \cdot (y^2 - y + 1)} = \frac{(y+1)^2}{(y^2 - y + 1)}$$

### AULA 3 – FRENTE 2

1 Seja  $f : [a; d] \rightarrow \mathbb{R}$  uma função cujo gráfico é dado abaixo:



Complete, classificando a função quanto à monotonicidade:

a) Em  $[a; b]$ ,  $f$  é: estritamente crescente

b) Em  $[b; c]$ ,  $f$  é: constante

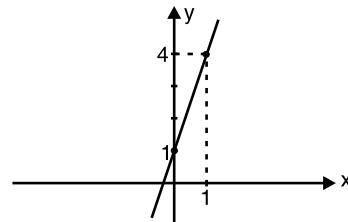
c) Em  $[c; d]$ ,  $f$  é: estritamente decrescente

d) Em  $[a; c]$ ,  $f$  é: crescente

e) Em  $[b; d]$ ,  $f$  é: decrescente

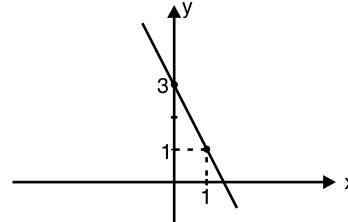
2 Esboce o gráfico de cada função e classifique quanto à monotonicidade.

a)  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tal que  $f(x) = 3x + 1$



estritamente crescente

b)  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tal que  $f(x) = -2x + 3$



estritamente decrescente

**3** Seja  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  uma função estritamente decrescente. O conjunto dos números reais  $x$  que satisfazem à condição  $f(3x - 2) < f(x + 8)$  é:

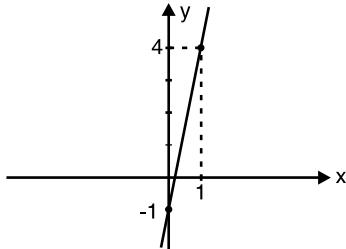
- a)  $V = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\}$       (d)  $V = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 5\}$   
 b)  $V = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 2\}$       e)  $V = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 3\}$   
 c)  $V = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 5\}$

### Exercícios-Tarefa

**1** Esboce o gráfico da função  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tal que  $f(x) = 5x - 1$  e classifique quanto à monotonicidade.

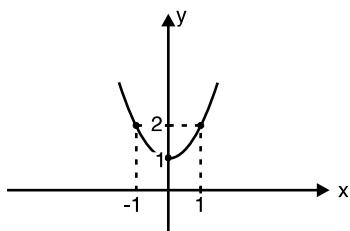
**Resolução:**

x	$f(x) = 5x - 1$
0	-1
1	4



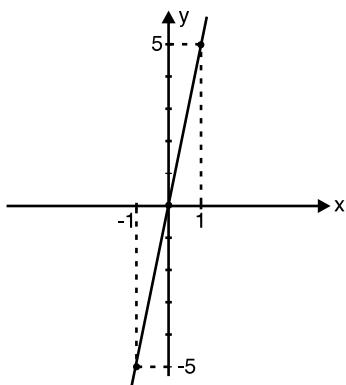
A função é estritamente crescente.

**4** Seja a função  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = x^2 + 1$ . Esboce o gráfico e verifique se a função é par ou ímpar.



função par

**5** Seja a função  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = 5x$ . Esboce o gráfico e verifique se a função é par ou ímpar.

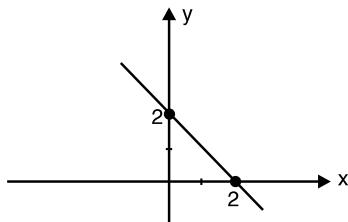


função ímpar

**2** Esboce o gráfico da função  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tal que  $f(x) = -x + 2$  e classifique quanto à monotonicidade.

**Resolução:**

x	$f(x) = -x + 2$
0	2
2	0



A função é estritamente decrescente.

**3** Seja  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  uma função estritamente crescente. Determinar o conjunto dos números reais  $x$  que satisfazem a condição  $f(4x - 3) > f(-x + 2)$ .

**Resolução:**

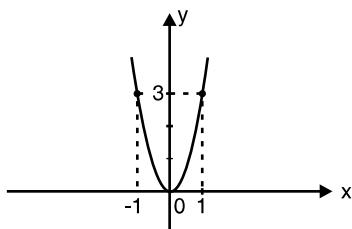
Função estritamente crescente  $\Rightarrow$  manter o sinal  
 $4x - 3 > -x + 2$   
 $4x + x > 2 + 3$   
 $5x > 5$   
 $x > 1$

**Resposta:**  $V = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 1\}$

- 4** Seja a função  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = 3x^2$ . Esboce o gráfico e verifique se a função é par ou ímpar.

**Resolução:**

x	$f(x) = 3x^2$
1	3
-1	3
0	0



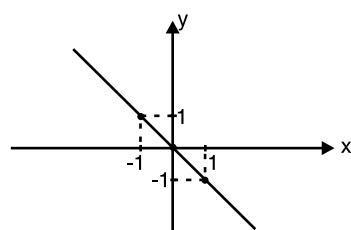
$$f(x) = f(-x)$$

A função é par.

- 5** Seja a função  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = -x$ . Esboce o gráfico e verifique se a função é par ou ímpar.

**Resolução:**

x	$f(x) = -x$
1	-1
-1	1

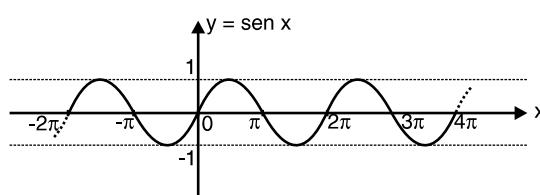


$$f(x) = -f(-x)$$

A função é ímpar.

## AULA 4 – FRENTE 2

- 1** Seja a função  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  cuja representação gráfica é a seguinte:

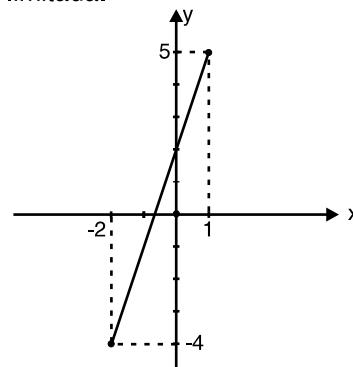


Verifique se a função é periódica e determine o período da função.

A função é periódica.

O período da função é  $2\pi$ .

- 2** Seja a função  $f : [-2; 1] \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = 3x + 2$ . Esboce o gráfico de  $f$ , determine o conjunto-imagem e verifique se  $f$  é limitada.



$$\text{Im}(f) = [-4; 5]$$

A função é limitada.

- 3** Considere as funções  $f$  e  $g$  de  $\mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}$  definidas por  $f(x) = 3x$  e  $g(x) = x + 1$ . Calcule:

a)  $f \circ g(3)$

$$f \circ g(3) = 12$$

b)  $g \circ f(1)$

$$g \circ f(1) = 4$$

c)  $f \circ f(1)$

$$f \circ f(1) = 9$$

d)  $g \circ g(2)$

$$g \circ g(2) = 4$$

- 4** Considere as funções  $f$  e  $g$  de  $\mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}$  definidas por  $f(x) = x^2$  e  $g(x) = x - 2$ . Calcule:

a)  $f \circ g(x)$

$$f \circ g(x) = (x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4$$

b)  $g \circ f(x)$

$$g \circ f(x) = x^2 - 2$$

c)  $f \circ f(x)$

$$f \circ f(x) = x^4$$

d)  $g \circ g(x)$

$$g \circ g(x) = x - 4$$

5 As funções  $f$  e  $g$ , de  $\mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}$ , são tais que  $f(x) = 3x - 7$  e  $(f \circ g)(x) = 3x - 1$ . Podemos afirmar que:

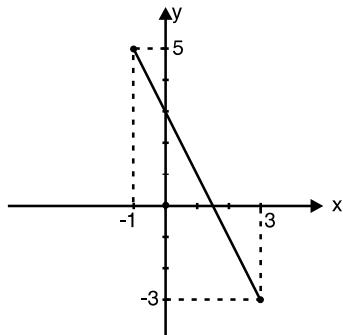
- a)  $g(x) = x + 2$       d)  $g(x) = x + 3$   
b)  $g(x) = 6x - 8$       e)  $g(x) = x + 6$   
c)  $g(x) = 3x + 2$

### Exercícios-Tarefa

1 Seja a função  $f : [-1; 3] \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = -2x + 3$ . Esboce o gráfico de  $f$ , determine o conjunto-imagem e verifique se a função é limitada.

Resolução:

x	$f(x) = -2x + 3$
-1	5
3	-3



$\text{Im}(f) = \text{valor do } y = [-3; 5]$   
A função é limitada.

2 Considere as funções  $f$  e  $g$  de  $\mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}$  definidas por  $f(x) = x - 1$  e  $g(x) = x^2$ . Determine:

a)  $f \circ g(2)$

Resolução:

$$\begin{aligned}f \circ g(2) &= f[g(2)] = f[4] = 3 \\g(2) &= x^2 = 2^2 = 4 \\f(4) &= x - 1 = 4 - 1 = 3\end{aligned}$$

Resposta:

$$f \circ g(2) = 3$$

b)  $g \circ f(3)$

Resolução:

$$\begin{aligned}g \circ f(3) &= g[f(3)] = g(2) = 4 \\f(3) &= x - 1 = 3 - 1 = 2 \\g(2) &= x^2 = 2^2 = 4\end{aligned}$$

Resposta:

$$g \circ f(3) = 4$$

c)  $f \circ f(5)$

Resolução:

$$\begin{aligned}f \circ f(5) &= f[f(5)] = f(4) = 3 \\f(5) &= x - 1 = 5 - 1 = 4 \\f(4) &= x - 1 = 4 - 1 = 3\end{aligned}$$

Resposta:

$$f \circ f(5) = 3$$

d)  $g \circ g(2)$

Resolução:

$$\begin{aligned}g \circ g(2) &= g[g(2)] = g(4) = 16 \\g(2) &= x^2 = 2^2 = 4 \\g(4) &= x^2 = 4^2 = 16\end{aligned}$$

Resposta:

$$g \circ g(2) = 16$$

3 Considere as funções  $f$  e  $g$  de  $\mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}$  definidas por  $f(x) = 2x$  e  $g(x) = x - 3$ . Determine:

a)  $f \circ g(x)$

Resolução:

$$f[g(x)] = f(x - 3) = 2.(x - 3) = 2x - 6$$

b)  $g \circ f(x)$

Resolução:

$$g[f(x)] = g(2x) = 2x - 3$$

c)  $f \circ f(x)$

Resolução:

$$f[f(x)] = f(2x) = 2.2x = 4x$$

d)  $g \circ g(x)$

Resolução:

$$g[g(x)] = g(x - 3) = x - 3 - 3 = x - 6$$

4 As funções  $f$  e  $g$ , de  $\mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}$ , são tais que  $f(x) = 5x + 2$  e  $(f \circ g)(x) = 5x - 13$ . Podemos afirmar que:

- a)  $g(x) = 3x - 5$       d)  $g(x) = x - 3$   
b)  $g(x) = x + 5$       e)  $g(x) = 2x - 7$   
c)  $g(x) = 2x - 11$

Resolução:

$$\begin{aligned}fog(x) &= 5x - 13 \\f[g(x)] &= 5x - 13 \\5.g(x) + 2 &= 5x - 13 \\5.g(x) &= 5x - 13 - 2 \\5.g(x) &= 5x - 15 \quad (\div 5) \\g(x) &= x - 3\end{aligned}$$

Resposta: D



## AULA 1 – FRENTE 1

- 1** Com o auxílio da regra de Chió, determine o valor de

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 4 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \end{vmatrix}.$$

32

- 2** Dadas as matrizes  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$  e  $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ , o determinante da matriz  $A \cdot B$  é:

- a) -1    b) 6    c) 10    d) 12    e) 14

- 3** Calcular a matriz inversa da matriz  $M = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$ .

$$M^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$$

- 4** Sendo  $A$  e  $B$  matrizes inversíveis de mesma ordem, resolva a equação matricial  $(A \cdot X)^{-1} = A^{-1} \cdot B$ .

$$X = (B \cdot A)^{-1} \cdot A$$

- 5** A matriz  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & m \end{bmatrix}$ , é inversível. O número real  $m$  não pode ser igual a:

- a) 1    b) 2    c) 3    d) 4    e) 5

## Exercícios-Tarefa

- 1** Calcular, pela regra de Chió, o determinante

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & -3 & 2 \\ 1 & 3 & 1 & 4 \end{vmatrix}.$$

### Resolução:

$$D = \left| \begin{array}{c|cccc} 1_{11} & 4 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & -3 & 2 \\ 1 & 3 & 1 & 4 \end{array} \right|$$

$$D = (-1)^{1+1} \left| \begin{array}{ccc} 3-0 & 2-0 & -1-0 \\ 2-8 & -3-4 & 2-0 \\ 3-4 & 1-2 & 4-0 \end{array} \right|$$

$$D = \left| \begin{array}{ccc} 3 & 2 & -1 \\ -6 & -7 & 2 \\ -1 & -1 & 4 \end{array} \right|$$

**Resposta:**  $D = -33$

**2** Dadas as matrizes  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -1 & 5 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$  e  $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 4 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ ,

calcule o determinante da matriz  $A \cdot B$ .

**Resolução:**

$$\det A = 7 \text{ e } \det B = -5$$

$$\det(A \cdot B) = \det A \cdot \det B \text{ (teorema de Binet)}$$

$$\det(A \cdot B) = 7 \cdot (-5) = -35$$

**Resposta:**  $\det(AB) = -35$

**3** Calcule a inversa da matriz  $M = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ .

**Resolução:**

Se  $M = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ , então  $\bar{M} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$  e  $\det M = -2$

$$M^{-1} = \frac{1}{\det M} \cdot \bar{M} \Rightarrow M^{-1} = \frac{1}{-2} \cdot \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$$

**Resposta:**

$$M^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

**4** Assinale a alternativa falsa.

- a)  $(A^{-1})^{-1} = A$
- b)  $A = B \Leftrightarrow A^{-1} = B^{-1}$
- c)  $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$
- d)  $(A \cdot B)^{-1} = A^{-1} \cdot B^{-1}$
- e)  $\det(A^{-1}) = \frac{1}{\det A}$

**Resolução:**

A alternativa D é a falsa, pois  $(A \cdot B)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$

**Resposta:** D

**5** Sendo A e B duas matrizes quadradas de mesma ordem, resolva a equação  $(X \cdot A)^{-1} = A^{-1} \cdot B^{-1}$ .

**Resolução:**

$$(X \cdot A)^{-1} = A^{-1} \cdot B^{-1}$$

I) Aplicamos a inversa nos dois membros da equação:

$$[(X \cdot A)^{-1}]^{-1} = (A^{-1} \cdot B^{-1})^{-1}$$

II) Multiplicamos a inversa de A pelo lado direito nos dois membros da equação:

$$X \cdot A \cdot A^{-1} = B \cdot A \cdot A^{-1}$$

$$X \cdot I = B \cdot I$$

**Resposta:**  $X = B$

## AULA 2 – FRENTE 1

**1** Sendo  $M = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ , então o elemento da 1.<sup>a</sup> linha e 2.<sup>a</sup> coluna de sua inversa será igual a:

- a) 2
- b)  $\frac{5}{3}$
- c)  $\frac{4}{3}$
- d) -2
- e)  $\frac{2}{3}$

- 2** Sendo a matriz  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ , o determinante da matriz inversa de  $A$  é:
- a) 1      b)  $\frac{1}{2}$       c)  $\frac{1}{3}$       d)  $\frac{1}{4}$       e)  $\frac{1}{5}$

- 3** Resolver, com o auxílio da regra de Cramer, o seguinte sistema:  $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 2x - 3y = 3 \end{cases}$

$$V = \{(3; 1)\}$$

- 4** O sistema  $\begin{cases} x + y - z = 4 \\ 2x + y + 2z = -3 \\ x + 2y + mz = -6 \end{cases}$  é possível e determinado. O número real  $m$  não pode ser igual a:
- a) 5      b) 3      c) 2      d) -3      e) -5

- 5** Resolva, utilizando a regra de Cramer, o sistema linear a seguir:  $\begin{cases} x - y + z = 3 \\ 2x + y - z = 0 \\ 3x - y + 2z = 6 \end{cases}$

$$V = \{(1; -1; 1)\}$$

### Exercícios-Tarefa

- 1** Determine qual é o elemento da 1.<sup>a</sup> linha e 3.<sup>a</sup> coluna da inversa da matriz  $M = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ .

**Resolução:**

I)  $\det M = -10$

II)  $A_{31} = (-1)^{3+1} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} \Rightarrow A_{31} = 5$

III)  $b_{13} = \frac{A_{31}}{\det M} = \frac{5}{-10}$

**Resposta:**  $b_{13} = -\frac{1}{2}$

- 2** Encontre o valor do determinante da inversa da matriz  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & -1 & 1 \\ 0 & 4 & 7 \end{bmatrix}$ .

**Resolução:**

I)  $\det A = -21$

II)  $\det A^{-1} = \frac{1}{\det A}$

**Resposta:**  $\det A^{-1} = -\frac{1}{21}$

**3** Resolva o sistema  $\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 2x - 3y = -4 \end{cases}$ , utilizando a regra de Cramer.

**Resolução:**

$$\text{I)} D = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} \Rightarrow D = -11$$

$$\text{II)} D_x = \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ -4 & -3 \end{vmatrix} \Rightarrow D_x = -11$$

$$\text{III)} D_y = \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 2 & -4 \end{vmatrix} \Rightarrow D_y = -22$$

$$\text{IV)} x = \frac{D_x}{D} = \frac{-11}{-11} \Rightarrow x = 1$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{-22}{-11} \Rightarrow y = 2$$

**Resposta:**  $V = \{(1; 2)\}$

**4** Resolva, pela regra de Cramer, o seguinte sistema:

$$\begin{cases} x + y + 2z = 3 \\ 2x + 3y - z = 3 \\ x - y + 4z = 1 \end{cases}$$

**Resolução:**

$$\text{I)} D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & 4 \end{vmatrix} \Rightarrow D = 8$$

$$\text{II)} D_x = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & 4 \end{vmatrix} \Rightarrow D_x = -8$$

$$\text{III)} D_y = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & 4 \end{vmatrix} \Rightarrow D_y = -16$$

$$\text{IV)} D_z = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} \Rightarrow D_z = -8$$

$$\text{V)} x = \frac{D_x}{D} = \frac{-8}{8} \Rightarrow x = -1$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{-16}{8} \Rightarrow y = 2$$

$$z = \frac{D_z}{D} = \frac{-8}{8} \Rightarrow z = 1$$

**Resposta:**  $V = \{(-1; 2; 1)\}$

**5** Encontre o conjunto solução do sistema linear

$$\begin{cases} x + y - z = 0 \\ 2x + y + z = 1 \\ x - 2y + 2z = -3 \end{cases}$$

**Resolução:**

$$\text{I)} D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \end{vmatrix} \Rightarrow D = 6$$

$$\text{II)} D_x = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -3 & -2 & 2 \end{vmatrix} \Rightarrow D_x = -6$$

$$\text{III)} D_y = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 2 \end{vmatrix} \Rightarrow D_y = 12$$

$$\text{IV)} D_z = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -3 \end{vmatrix} \Rightarrow D_z = 6$$

$$\text{V)} x = \frac{D_x}{D} = \frac{-6}{6} \Rightarrow x = -1$$

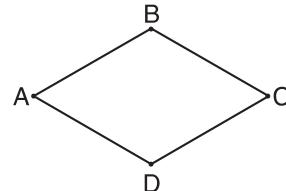
$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{12}{6} \Rightarrow y = 2$$

$$z = \frac{D_z}{D} = \frac{6}{6} \Rightarrow z = 1$$

**Resposta:**  $V = \{(-1; 2; 1)\}$

## AULA 3 – FRENTE 2

**1** Considerando-se o losango da figura, a única afirmação falsa é:



a)  $\triangle ABD \cong \triangle CBD$ .

b) A reta  $\overleftrightarrow{BD}$  é bissetriz do ângulo  $\overset{\wedge}{ABC}$ .

c) A reta  $\overleftrightarrow{BD}$  é perpendicular à reta  $\overleftrightarrow{AC}$ .

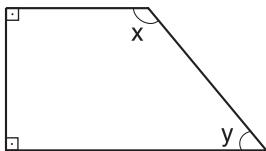
d)  $\overline{BD}$  e  $\overline{AC}$  são congruentes.

e) Os ângulos  $\overset{\wedge}{BAD}$  e  $\overset{\wedge}{ADC}$  são suplementares.

**2** A única das afirmações a seguir que é sempre verdadeira é:

- a) As diagonais de um paralelogramo são congruentes.
- b) As diagonais de um paralelogramo interceptam-se no ponto médio.
- c) Um losango é um retângulo.
- d) As diagonais do trapézio são bissetrizes dos ângulos internos.
- e) A soma dos ângulos internos de um quadrilátero vale  $180^\circ$ .

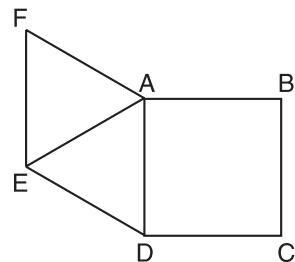
**3** No trapézio retângulo da figura, o maior ângulo interno supera o menor em  $80^\circ$ .



Pode-se afirmar que:

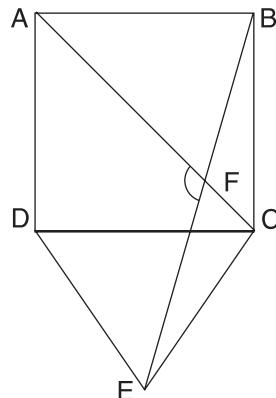
- a) o maior ângulo mede  $130^\circ$ .
- b) o maior ângulo mede  $120^\circ$ .
- c) o maior ângulo mede  $100^\circ$ .
- d) o menor ângulo mede  $80^\circ$ .
- e) o menor ângulo mede  $70^\circ$ .

**4** Sendo ABCD um quadrado e ADE e AEF dois triângulos equiláteros, a medida do ângulo  $\hat{FBA}$  é:



- a)  $15^\circ$
- b)  $20^\circ$
- c)  $25^\circ$
- d)  $30^\circ$
- e)  $35^\circ$

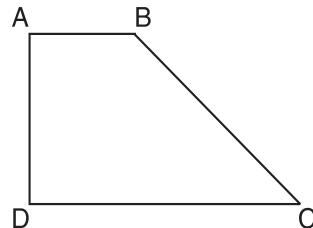
**5** Na figura, ABCD é um quadrado e CDE é um triângulo equilátero. A medida do ângulo  $\hat{AFE}$  é:



- a)  $100^\circ$
- b)  $110^\circ$
- c)  $120^\circ$
- d)  $130^\circ$
- e)  $150^\circ$

### Exercícios-Tarefa

1. No trapézio ABCD da figura, sendo  $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ , a única afirmação sempre verdadeira é:



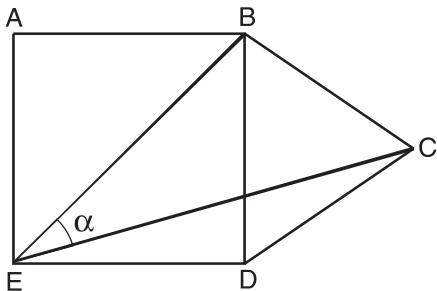
- a)  $\overline{AD}$  é congruente a  $\overline{BC}$ .
- b) Os lados são paralelos dois a dois.
- c) As diagonais são congruentes.
- d) A soma dos seus ângulos internos vale  $360^\circ$ .
- e) As diagonais cruzam-se no ponto médio.

### Resolução:

A alternativa D é a verdadeira, pois a soma dos ângulos internos de um quadrilátero é sempre igual a  $360^\circ$ .

**Resposta: D**

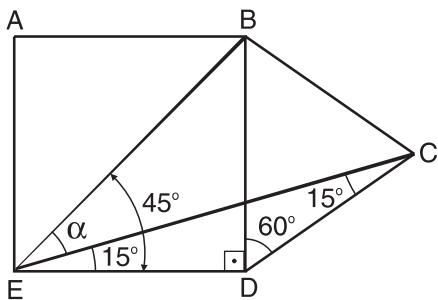
- 2** Na figura, ABDE é um quadrado e BCD, um triângulo equilátero.



A medida do ângulo  $\alpha$  é:

- a)  $30^\circ$    b)  $40^\circ$    c)  $45^\circ$    d)  $50^\circ$    e)  $60^\circ$

**Resolução:**



I) O  $\triangle EDC$  é isósceles, pois  $\overline{ED} \cong \overline{CD}$  e  $\hat{E}DC = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$ .

II)  $\hat{C}ED = \hat{D}CE = 15^\circ$ , pois a soma dos ângulos internos do  $\triangle EDC$  é igual a  $= 180^\circ$ .

III)  $\hat{B}ED = 45^\circ$ , pois  $\overline{BE}$  é diagonal do quadrado.

IV)  $\alpha + \hat{C}ED = \hat{B}ED$

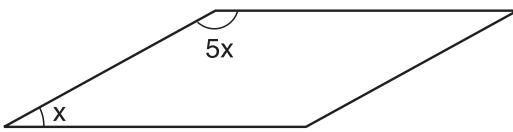
$$\alpha + 15^\circ = 45^\circ \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

**Resposta: A**

- 3** Num paralelogramo, a medida do maior ângulo interno é igual ao quíntuplo da medida do menor ângulo interno. A medida do menor ângulo interno é:

- a)  $20^\circ$    b)  $24^\circ$    c)  $30^\circ$    d)  $36^\circ$    e)  $45^\circ$

**Resolução:**



I) Se o menor ângulo mede  $x$ , o maior mede  $5x$ .

II)  $x$  e  $5x$  são ângulos colaterais internos.

$$\text{Portanto: } x = 5x = 180 \Rightarrow 6x = 180^\circ \Rightarrow x = 30^\circ$$

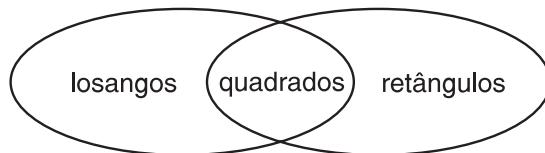
**Resposta: C**

- 4** Assinale a afirmação falsa:

- a) Todo quadrado é um losango.  
b) Existe retângulo que não é quadrado.  
c) Todo losango é retângulo.  
d) Existe trapézio que não é paralelogramo.  
e) Um retângulo pode ser losango.

**Resolução:**

A alternativa falsa é a C, pois existe losango que não é retângulo.



**Resposta: C**

## AULA 4 – FRENTE 2

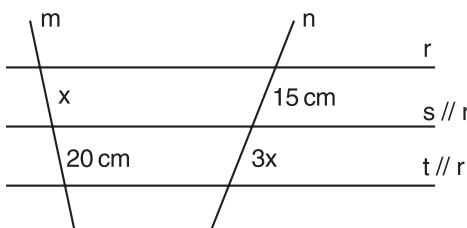
- 1** Sabendo-se que a soma dos ângulos internos de um polígono convexo é  $1.620^\circ$ , calcule o seu número de diagonais.

$$d = 44$$

- 2** A medida do ângulo externo de um polígono regular é  $72^\circ$ . A soma dos ângulos internos desse polígono é:

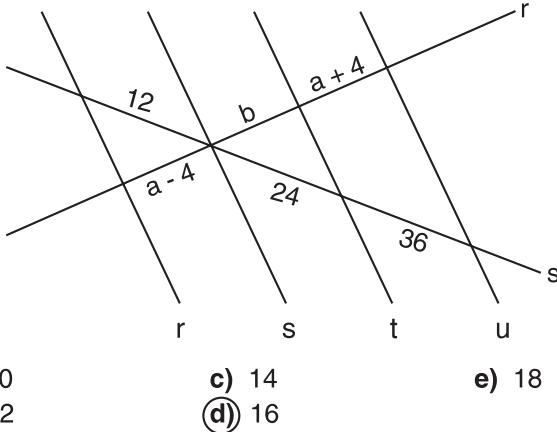
- a)  $180^\circ$    b)  $360^\circ$    c)  $540^\circ$    d)  $720^\circ$    e)  $900^\circ$

- 3** Na figura, em que  $r \parallel s \parallel t$ , a medida de  $x$  é:



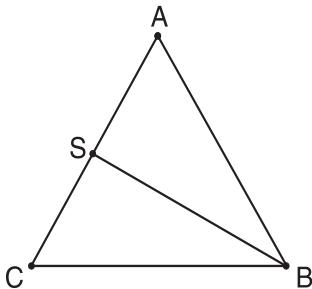
- a)  $5\text{ cm}$    b)  $7,5\text{ cm}$    c)  $10\text{ cm}$    d)  $15\text{ cm}$    e)  $22,5\text{ cm}$

- 4** Na figura, em que  $r \parallel s \parallel t \parallel u$ , o valor de  $a + b$  é:



- a) 10      c) 14      e) 18  
b) 12      d) 16

- 5** No triângulo ABC,  $AB = 35\text{ cm}$ ,  $AS = 10\text{ cm}$ ,  $BC = 28\text{ cm}$  e  $\overrightarrow{BS}$  é bissetriz do ângulo  $\hat{ABC}$ .



A medida do segmento de reta  $\overline{SC}$  é:

- a) 6 cm      c) 10 cm      e) 14 cm  
b) 8 cm      d) 12 cm

### Exercícios-Tarefa

- 1** Cada um dos ângulos internos de um polígono regular mede  $156^\circ$ . Calcule o seu número de diagonais.

**Resolução:**

$$\text{I)} \quad \text{Ai} + \text{Ae} = 180^\circ \Rightarrow 156^\circ + \text{Ae} = 180^\circ \Rightarrow \text{Ae} = 24^\circ$$

$$\text{II)} \quad \text{Ae} = \frac{360^\circ}{n} \Rightarrow 24^\circ = \frac{360^\circ}{n} \Rightarrow n = 15$$

$$\text{III)} \quad d = \frac{n \cdot (n - 3)}{2} \Rightarrow d = \frac{15 \cdot 12}{2}$$

**Resposta:**  $d = 90$

- 2** Num polígono convexo o número de diagonais é igual ao quádruplo do seu número de lados. O número de lados desse polígono é:

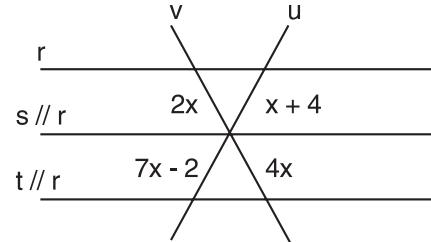
- a) 12      b) 11      c) 10      d) 9      e) 8

**Resolução:**

$$d = 4n \Rightarrow \frac{n \cdot (n - 3)}{2} = 4n \Rightarrow n - 3 = 8 \Rightarrow n = 11$$

**Resposta: B**

- 3** Na figura, em que  $r \parallel s \parallel t$ , o valor de  $x$  é:



- a) 10      c) 5      e) 1  
b) 8      d) 2

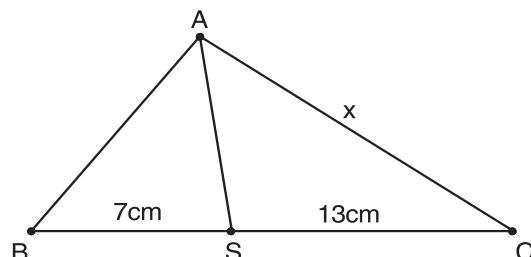
**Resolução:**

Teorema de Tales:

$$\frac{2x}{4x} = \frac{x+4}{7x-2} \Rightarrow 7x - 2 = 2x + 8 \Rightarrow 5x = 10 \Rightarrow x = 2$$

**Resposta: D**

- 4** Sabendo-se que o perímetro do triângulo ABC da figura é  $60\text{ cm}$  e que  $\overrightarrow{AS}$  é bissetriz do ângulo interno  $\hat{BAC}$ , então  $x$  vale:



- a) 14 cm      c) 26 cm      e) 33 cm  
b) 20 cm      d) 32 cm

**Resolução:**

$$\text{I)} \quad AB + x + 20 = 60 \Rightarrow AB = 40 - x$$

**II)** Teorema da bissetriz interna:

$$\frac{AB}{BS} = \frac{AC}{CS} \Rightarrow \frac{40-x}{7} = \frac{x}{13} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 520 - 13x = 7x \Rightarrow 520 = 20x \Rightarrow x = 26\text{ cm}$$

**Resposta: C**