Exercícios Complementares no Portal Objetivo MAT2M127 e MAT2M128

1 Escreva a matriz $A = (a_{ij})_{3x2}$, tal que $a_{ij} = i + j$, para $i \in \{1, 2, 3\}$, $j \in \{1, 2\}$.

2 Se $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, qual a matriz A + B?

Dadas as matrizes $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$, resolver as questões de **3** a **6**.

3 A + B

4 2A

5 3B

6 2A + 3B

7 Dada a matriz $A = (a_{ij})_{2x2}$, tal que $a_{ij} = 3i - j$, calcule $X = 2 \cdot A^t - A$.

8 Dadas as matrizes $A=(a_{ij})_{3x2}$, tal que $a_{ij} = 3i - 2j$, e $B = (b_{ij})_{2x3}$, tal que $b_{ij} = 2^i$, determine:

a) 2A b) $A - B^t$

c) $B - A^t$ d) $2B^t - 3A$

9 **(UERJ-MODELO ENEM Adaptado)** – Três barracas de frutas, B_1, B_2 e B_3, são propriedades de uma mesma empresa. Suas vendas são controladas por meio de uma matriz, na qual cada elemento b_{ij} representa a soma dos valores arrecadados pelas barracas B_i e B_j, em milhares de reais, ao final de um determinado dia de feira.

$$\begin{bmatrix} x & 1{,}8 & 3{,}0 \\ a & y & 2{,}0 \\ d & c & z \end{bmatrix}$$

Calcule, para esse dia, o valor, em reais:

a) arrecadado a mais pela barraca B_3 em relação à barraca B_1;

b) arrecadado em conjunto pelas três barracas;

c) de x + y + z;

d) da soma dos elementos da terceira linha.

10 **(MODELO ENEM)** – Uma empresa fabrica quatro tipos de aparelhos cirúrgicos utilizando materiais diferentes. Considere a matriz $A = (a_{ij})$ dada, na qual a_{ij} representa quantas peças do material j serão empregadas para fabricar um aparelho do tipo i.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 8 & 0 \\ 4 & 7 & 5 & 1 \end{bmatrix}$$

Pergunta-se: o total do material 2 que será empregado para fabricar oito aparelhos do tipo 1, dois aparelhos do tipo 2, um aparelho do tipo 3 e cinco aparelhos do tipo 4 é igual a:

a) 10 b) 20 c) 30

e) 40 e) 50

---

1 Sendo $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$, calcular A . B e B . A.

Utilize as matrizes $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ e $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$ nas questões **2** e **3**. Calcular:

2 A . C =

3 A . (B + C) =

4 Se $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ e $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, determinar X, tal que A . X = B

5 **(MODELO ENEM)** – Uma nutricionista recomendou aos atletas de um time de futebol a ingestão de uma quantidade mínima de certos alimentos (fruta, leite e cereais) necessária para uma alimentação sadia. A matriz D fornece a quantidade diária mínima (em gramas) daqueles alimentos. A matriz M indica a quantidade (em gramas) de proteínas, gorduras e carboidratos fornecida por cada grama ingerida dos alimentos citados.

$$D = \begin{bmatrix} 200 \\ 300 \\ 600 \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{fruta} \\ \text{leite} \\ \text{cereais} \end{matrix}$$

$$K = \begin{array}{c} \begin{matrix} \text{fruta} & \text{leite} & \text{cereais} \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 0{,}006 & 0{,}033 & 0{,}108 \\ 0{,}001 & 0{,}035 & 0{,}018 \\ 0{,}084 & 0{,}052 & 0{,}631 \end{bmatrix} \end{array} \begin{matrix} \text{proteínas} \\ \text{gorduras} \\ \text{carboidratos} \end{matrix}$$

A matriz que mostra a quantidade diária mínima (em gramas) de proteínas, gorduras e carboidratos fornecida pela ingestão daqueles alimentos é:

a) $\begin{bmatrix} 18{,}20 \\ 36{,}30 \\ 454{,}20 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 29{,}70 \\ 16{,}20 \\ 460{,}20 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 48{,}30 \\ 36{,}00 \\ 432{,}40 \end{bmatrix}$ d) $\begin{bmatrix} 51{,}90 \\ 48{,}30 \\ 405{,}60 \end{bmatrix}$

e) $\begin{bmatrix} 75{,}90 \\ 21{,}50 \\ 411{,}00 \end{bmatrix}$

6 **(UFF – MODELO ENEM)** – Em uma plantação, as árvores são classificadas de acordo com seus tamanhos em três classes: pequena (P), média (M) e grande (G).

Considere, inicialmente, que havia na plantação p_0 árvores da classe P, m_0 da classe M e g_0 da classe G.

Foram cortadas árvores para venda.

A fim de manter a quantidade total de árvores que havia na floresta, foram plantadas k mudas (pertencentes à classe P).

Algum tempo após o replantio, as quantidades de árvores das classes P, M e G passaram a ser, respectivamente, P_1, m_2 e g_1, determinadas segundo a equação matricial:

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ m_1 \\ g_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}8 & 0 & 0 \\ 0{,}2 & 0{,}9 & 0 \\ 0 & 0{,}1 & 0{,}95 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0 \\ m_0 \\ g_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Observando-se que $p_1 + m_1 + g_1 = p_0 + m_0 + g_0$, pode-se afirmar que k é igual a:

a) 5% de g_0 b) 10% de g_0

c) 15% de g_0 d) 20% de g_0

e) 25% de g_0

1 Sejam $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$.

Calcule A . B e B . A e verifique que

$A \cdot B \neq B \cdot A$.

2 Sendo $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ e

$C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -0,5 & -1 \end{bmatrix}$, calcule AB, AC e mostre

que AB = AC.

3 Sejam $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ e

$B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ x & 0 & 2 \end{bmatrix}$.

Se AB = BA, então x vale:

a) 1 b) – 1 c) 2 d) – 2 e) 0

4 Seja A uma matriz quadrada de ordem n; definimos $A^2 = A \cdot A$. Assim, determine A^2 nos seguintes casos:

a) $A = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$

b) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 3 & 4 \\ -4 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

5 **(MODELO ENEM)** – Dois alunos, A e B, apresentaram a seguinte pontuação em uma prova de português e em outra de matemática.

	Português	Matemática
aluno A	4	6
aluno B	9	3

a) Se o peso da prova de português é 3 e o da prova de matemática é x, obtenha por produto de matrizes a matriz que fornece a pontuação total dos alunos A e B.

b) Qual deve ser o valor de x a fim de que A e B apresentem mesma pontuação final?

6 **(MODELO ENEM)** – Uma lanchonete de sanduíches naturais vende dois tipos de sanduíches, A e B, utilizando os ingredientes (queijo, atum, salada, rosbife) nas seguintes quantidades (em gramas) por sanduíche:

	sanduíche A	sanduíche B
queijo	18 g	10 g
salada	26 g	33 g
rosbife	23 g	12 g
atum	—	16 g

Durante um almoço, foram vendidos 6 sanduíches do tipo A e 10 sanduíches do tipo B. Qual foi a quantidade necessária de cada ingrediente para a preparação desses 16 sanduíches? Represente-a na forma de produto de matrizes.

---

1 Calcular o determinante da matriz

$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

2 Resolver a equação $\begin{vmatrix} x & 1 & x \\ 3 & x & 4 \\ 1 & 3 & 3 \end{vmatrix} = -3$

3 Se $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & x \end{vmatrix}$, então:

a) x = 1 b) x = 6 c) x = 3
d) x = – 2 e) x = 5

4 O valor de $\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$ é:

a) 18 b) 11 c) 25 d) – 9 e) 17

5 A matriz $A = (a_{ij})_{2x2}$ é tal que $a_{ij} = 2i + 3j$, $\forall i, j \in \{1, 2\}$. O determinante da matriz A vale:

a) 0 b) 6 c) – 6 d) 7 e) 1

6 Calcule o valor de cada determinante a seguir.

a) $\begin{vmatrix} 3 & -7 & 2 \\ 4 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

b) $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 4 & 3 & -3 \end{vmatrix}$

c) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & -3 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \end{vmatrix}$

7 Resolva em $\mathbb{R}$ a equação $\begin{vmatrix} x & x+2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = x$.

8 **(UNICAP-PE)** – Calcule o valor de x, a fim de que o determinante da matriz A seja nulo.

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & 9 & 4 \\ 6 & x & x-7 \end{pmatrix}$

9 **(UNIRIO-RJ)** – Seja a matriz

$A = \begin{bmatrix} -1 & c & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ a & b & -2 \end{bmatrix}$. Sabendo-se que $A^t = A$, calcule o determinante da matriz $A - A^2 + I_3^2$, sendo I_3 a matriz identidade de ordem 3.

10 **(U.F.OURO PRETO-MG)** – Sejam as matrizes $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ e $C = (5 \quad -1)$.

Pede-se:

- Calcular BC + 2A e CB.
- Determinar λ de maneira que $\det(A - \lambda I) = 0$, em que I é a matriz identidade de ordem 2×2.

Exercícios Complementares no Portal Objetivo MAT2M131 e MAT2M132

Nas questões de 1 a 3, calcule cada determinante e justifique o cálculo

1) $\begin{vmatrix} 2 & 5 & 8 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$

2) $\begin{vmatrix} a & 2 & a \\ b & 5 & b \\ c & 7 & c \end{vmatrix} =$

3) $\begin{vmatrix} 1 & m & 3 \\ 3 & n & 9 \\ 4 & p & 12 \end{vmatrix} =$

4) O valor de **x** que satisfaz a equação $\begin{vmatrix} 1 & 5 & 6 \\ 1 & 4 & 5 \\ 3 & 3 & x \end{vmatrix} = 0$ é:

a) 1 b) 2 c) 4 d) 5 e) 6

5) Calcular o determinante: $\begin{vmatrix} x & y & 4x + y \\ 1 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & 9 \end{vmatrix}$

6) **(GV)** – O determinante associado à matriz $\begin{pmatrix} 1 & -11 & 6 \\ -2 & 4 & -3 \\ -3 & -7 & 2 \end{pmatrix}$ é nulo porque

a) tem duas linhas proporcionais.
b) tem duas colunas proporcionais.
c) tem elementos negativos.
d) uma coluna é combinação linear das outras duas.
e) uma linha é o produto das outras duas.

7) **(FGV-2010-adaptado)** – Entre as matrizes a seguir, a única cujo determinante não é zero é aquela apresentada na alternativa:

a) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 5 & 16 \\ 2 & 6 & 8 & 20 \\ 5 & 6 & 11 & 8 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \\ 4 & 4 & 4 & 4 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{bmatrix}$

e) $\begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & -6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & -11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & -16 \end{bmatrix}$

Classificar as afirmações, de 1 a 4, em verdadeiras ou falsas.

1) $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} c & d \\ a & b \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} d & c \\ b & a \end{vmatrix}$

2) $\begin{vmatrix} 2a & 2b \\ c & d \end{vmatrix} = 2 . \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$

3) $\begin{vmatrix} 2a & 2b \\ 3c & 3d \end{vmatrix} = 2 . \begin{vmatrix} a & b \\ 3c & 3d \end{vmatrix} = 6 . \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$

4) $\begin{vmatrix} 4a & 4b \\ 4c & 4d \end{vmatrix} = 16 . \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$

5) Se $\begin{vmatrix} a & m & x \\ b & n & y \\ c & p & z \end{vmatrix} = 4$, então $\begin{vmatrix} 2a & 3m & 5x \\ 2b & 3n & 5y \\ 2c & 3p & 5z \end{vmatrix}$ será igual a:

a) 60 b) 120 c) 24
d) 240 e) 80

6) A e B são matrizes quadradas de ordem 3 e B = kA. Determinar $\mathbf{k} \in \mathbb{R}$ sabendo que det A = 1,5 e det B = 96.

7) Se $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = -10$, qual é o valor de:

a) $\begin{vmatrix} a & b & c \\ 2d & 2e & 2f \\ 3g & 3h & 3i \end{vmatrix}$

b) $\begin{vmatrix} b & a & 4c \\ e & d & 4f \\ h & g & 4i \end{vmatrix}$

8) Se A é uma matriz quadrada de ordem 2 e det A = 5, qual é o valor de det(3A)?

9) P é uma matriz quadrada de ordem 3 e det P = 7. Determine o valor de x, sabendo-se que det (2P) = 2x + 6.

10) A é uma matriz quadrada de ordem 6 e det A = x. Qual é o valor do determinante da matriz obtida a partir de A quando suas duas primeiras linhas são multiplicadas por 2, as duas linhas seguintes são multiplicadas por 3 e as duas últimas são divididas por 6?

11) Considere uma matriz quadrada A de ordem 4 e multiplique cada uma de suas colunas por m(m > 0), obtendo a matriz m . A. Se det(mA) = 243 e det A = 3:

a) encontre o valor de m;

b) multiplicando as duas primeiras colunas de A por 2m e as duas últimas por $\frac{1}{m}$, qual é o valor do determinante da matriz assim construída?

Módulos 7 e 8 – Determinante não se altera / Abaixamento da ordem

no Portal Objetivo MAT2M133 e MAT2M134

1 Calcular o determinante:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+a & 1 \\ 1 & 1 & 1+b \end{vmatrix} =$$

2 Resolver a equação:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 \\ 1 & 1 & 3-x \end{vmatrix} = 0$$

3 O determinante associado à matriz

$$\begin{vmatrix} 1 & x & 2x+b \\ 1 & y & 2y+b \\ 1 & z & 2z+b \end{vmatrix}$$ é igual a

a) 8xyz b) b c) 0
d) x . y . z e) x + y + z

4 Acrescentando-se a unidade a cada um dos elementos da matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & a_1 & b_1 & c_1 \\ 1 & a_2 & b_2 & c_2 \\ 1 & a_3 & b_3 & c_3 \\ 1 & a_4 & b_4 & c_4 \end{pmatrix}$$, o determinante

a) não se altera. b) aumenta de 1.
c) aumenta de 4. d) fica multiplicado por 2.
e) fica multiplicado por 4.

5 Se $\begin{vmatrix} 53 & 53 & 53 \\ 53 & 54 & 53 \\ 53 & 53 & 55 \end{vmatrix} = A$, então:

a) A = – 1 b) A = 0
c) A = 106 d) A = 532
e) A = 5353

6 Considere os seguintes determinantes:

$$A = \begin{vmatrix} 1 & -5 & 2 \\ -1 & 0 & 0 \\ 3 & -6 & -6 \end{vmatrix}$$

$$B = \begin{vmatrix} 1 & -5 & -3 \\ -5 & 0 & 6 \\ 2 & 0 & 6 \end{vmatrix}$$

E assinale a alternativa correta:

a) A = B b) A + B = 3B
c) A – 2B = B d) B + A = – 4A
e) A = 6B

7 A matriz

$$A = \begin{pmatrix} a & b & c & 1 & e & f \\ b & a & d & 1 & a & -a \\ c & c & e & 1 & b & -a \\ d & e & e & 1 & b & -b \\ e & b & e & 1 & c & -c \\ f & a & f & 1 & d & -d \end{pmatrix}$$ é tal que a, b, c, d, e e f são números reais e seu determinante não é nulo. Se adicionarmos 6 unidades a cada uma dos elementos da matriz A, o seu determinante

a) não se altera.
b) aumenta 6 unidades.
c) fica multiplicado por 6.
d) aumenta 36 unidades.
e) fica multiplicado por 7.

8 **(PUC-RIO)** – O determinante

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ tg^2\alpha & tg^2\beta & tg^2\gamma \\ \frac{1}{\cos^2\alpha} & \frac{1}{\cos^2\beta} & \frac{1}{\cos^2\gamma} \end{vmatrix}$$ vale:

a) 1
b) $\cos^2\alpha \,.\, \cos^2\beta \,.\, \cos^2\gamma$
c) $(\cos\alpha \,.\, \cos\beta \,.\, \cos\gamma)^{-2}$
d) $tg^2\alpha \,.\, \sec^2\beta + tg^2\beta \,.\, \sec^2\beta + tg^2\gamma.\sec^2\gamma$
e) 0

---

1 Calcular o cofator do elemento a_{33} da matriz M.

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

2 Calcular o deteminante da matriz

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

3 O valor real de x tal que

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 \\ x & 0 & x^2 & 0 \\ 1 & x & \log x & 8 \\ 0 & 8 & 1 & x \end{vmatrix} = 0$$ é:

a) – 8 b) 0 c) 1 d) 8 e) 16

4 Determinar o A_{11} (cofator do elemento da primeira linha e da segunda coluna) e A_{32} (cofator do elemento da terceira linha e primeira coluna), na matriz

$$M = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 & 7 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 3 & -4 & 5 & 1 \\ 1 & 0 & -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

5 O determinante da matriz

$$M = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 & 7 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 3 & -4 & 5 & 1 \\ 1 & 0 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$ é igual a:

a) – 3 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

6 Resolva, em $\mathbb{R}$, a equação:

$$\begin{vmatrix} x & 0 & 0 & 3 \\ -1 & x & 0 & 0 \\ 0 & -1 & x & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -2 \end{vmatrix} = 3.$$

7 Resolva, em $\mathbb{R}$, a equação:

$$\begin{vmatrix} 2^x & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ -3 & -1 & 2 & 0 \end{vmatrix} = -79.$$

8 Calcule:

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & 3 & -4 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & -5 & 5 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 2 \end{vmatrix}.$$

Exercícios Complementares no Portal Objetivo MAT2M135 e MAT2M136

1 Calcular o determinante da matriz

$M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 4 \\ 2 & 5 & 6 & 9 \\ 1 & 4 & 4 & 3 \\ 3 & 8 & 7 & 9 \end{pmatrix}$ utilizando a Regra de Chió.

2 Se $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, então o determinante da matriz A . B vale:

a) 1 b) 5 c) 7 d) 35 e) 42

3 Calcular o determinante da matriz

$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$

4 As matrizes $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ a & 7 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ são tais que det (AB) = 4. O valor de a é:

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

5 O determinante da matriz A, de ordem 3, é 4 e B = 2 A. Calcular o determinante da matriz A^2 . B.

6 Calcule os determinantes usando a Regra de Chió:

a) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 5 & 1 \\ 4 & 1 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & -2 & -1 \end{vmatrix}$

b) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$

c) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$

d) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 & 2 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 5 & 1 \\ 10 & 3 & -2 & 2 \end{vmatrix}$

e) $\begin{vmatrix} 0 & a & 1 & 0 \\ 1 & b & -1 & 1 \\ 2 & c & 0 & -1 \\ 0 & d & 1 & 0 \end{vmatrix}$

f) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ x & 1 & x & 0 \\ x & x & 1 & 0 \\ x & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

7 Mostre que

$\begin{vmatrix} a & a & a & a \\ a & b & b & b \\ a & b & c & c \\ a & b & c & d \end{vmatrix} = a(b-a)(c-b)(d-c).$

8 Sejam A e B matrizes quadradas de ordem 3, det A = 5 e det B = 3. Qual é o valor de:

a) det (A . B)

b) det (B^t . A^t)

c) det (2 . A^t)

---

1 A matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & m \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ é inversível.

O número real **m não** pode ser igual a:

a) 1 b) 2 c) $\frac{10}{3}$

d) 4 e) $\frac{17}{3}$

2 Achar a matriz inversa de $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$

3 Achar a matriz inversa de

$M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

4 A matriz $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & x \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ é não inversível. O valor de x é igual a:

a) $-\frac{2}{3}$ b) 0 c) – 2

d) 1 e) 2

5 Obtenha a matriz inversa da B, tal que $B = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

6 A matriz inversa de $M = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ é:

a) $M^{-1} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 7 \end{pmatrix}$

b) $M^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 7 \end{pmatrix}$

c) $M^{-1} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 6 \end{pmatrix}$

d) $M^{-1} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 7 \end{pmatrix}$

e) $M^{-1} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -3 \end{pmatrix}$

7 Se A e B são duas matrizes inversas, pode-se afirmar que necessariamente:

a) A = B

b) det A = det (2B)

c) det A ≠ det B

d) det A = 0

e) det B ≠ 0

1 Se $\det A = \frac{1}{5}$ e $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & a \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$, então

a) a = 5 b) a = – 5 c) a = 10
d) a = –10 e) a = 1

2 Sendo A e B matrizes inversíveis de mesma ordem, resolver a equação A . X . B = A

3 Sendo A e B matrizes inversíveis de mesma ordem e X uma matriz tal que $(X \cdot A)^t = B$, então X é igual a:

a) $B^t \cdot A$ b) $B^t \cdot A^{-1}$ c) $B \cdot A^{-1}$
d) B . A e) $B^{-1} \cdot A^t$

4 Sejam A, B e C matrizes de ordem 3 tais que $AB = C^{-1}$, B = 2A e $\det C = \frac{1}{32}$. O módulo do determinante da matriz A vale:

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{4}$ c) 8
d) 2 e) 4

5 Verifique se $B = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ é a matriz inversa de $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$.

6 O elemento da terceira linha e segunda coluna da matriz inversa da matriz

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

é igual a:
a) 3 b) 2 c) $\frac{2}{3}$
d) $\frac{1}{8}$ e) 0

7 A matriz $P = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ é a inversa da matriz M. O elemento da segunda linha e primeira coluna de M é:
a) – 2 b) 1 c) 0
d) 1 e) 2

8 Sendo $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 5 & -3 & 0 \end{pmatrix}$, podemos afirmar que o $\det (A^{-1})$ é igual a:
a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{1}{8}$ c) $\frac{1}{16}$
d) $-\frac{1}{8}$ e) $-\frac{1}{16}$

9 Admita que A e B são matrizes de mesma ordem e que $(A \cdot X)^t = B$. Podemos admitir que a matriz x é igual a:
a) $X = A^{-1} \cdot B$ b) $X = A^{-1} \cdot B^t$
c) $X = B^t \cdot A^{-1}$ d) $X = A \cdot B^t$
e) $X = B \cdot A^{-1}$

10 Considere as matrizes $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 0 \\ -3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ e a equação matricial $X \cdot A = B^{-1} \cdot A$. A matriz X é tal que:

a) $\begin{pmatrix} 6 & -4 & 1 \\ 3 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} -6 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & -5 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -3 & 2 & 5 \\ -8 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 6 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

e) $\begin{pmatrix} 6 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

Resolver os sistemas propostos, nos exercícios de **1** a **3**, utilizando a Regra de Cramer

1 $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 5x + 4y + 3z = -1 \\ 6x + 3y + 2z = 1 \end{cases}$

2 $\begin{cases} 2x - 3y + 2z = 7 \\ x + y - z = 0 \\ x + 2y + 3z = 13 \end{cases}$

3 $\begin{cases} x + 2y = 6 \\ y + 3z = 5 \\ x + 2y + z = 7 \end{cases}$

4 Resolva os sistemas lineares abaixo usando a Regra de Cramer

a) $\begin{cases} 3x - 4y = 1 \\ x + 3y = 9 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 3x - 2y = -1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 4x + y = 14 \\ 2x - 3y = -28 \end{cases}$

d) $\begin{cases} -2x + 5y = -20 \\ 3x - 2y = 19 \end{cases}$

5 Os seguintes sistemas lineares admitem uma única solução; determine essa solução aplicando a Regra de Cramer:

a) $\begin{cases} x - 2y - 2z = -1 \\ x - y + z = -2 \\ 2x + y + 3z = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + 3y + 3z = 18 \\ 3x + 2y + 5z = 23 \\ 5x + 4y + 2z = 27 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y + z = 7 \\ 2x - 3y - 2z = 4 \\ 3x + 4y - z = -1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + y + z = 8 \\ x - y = 0 \\ 3y + 2z = 14 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x + y = 1 \\ -2x + 3y - 3z = 2 \\ x + z = 1 \end{cases}$

6 Os alunos do Ensino Médio de uma escola do interior organizaram uma festa junina no pátio da escola. Três barracas, B_1, B_2 e B_3, distribuídas no pátio, ofereciam exatamente as mesmas opções de alimentação: churrasco, quentão e pastel; cada uma dessas três opções tinha o mesmo preço nas três barracas. Ao final da noite, encerrada a festa, fez-se um balanço sobre o consumo nas barracas e verificou-se que na barraca B_1 foram consumidos 28 churrascos, 42 quentões e 48 pastéis, arrecadando um total de R$ 102,00;
na barraca B_2 foram consumidos 23 churrascos, 50 quentões e 45 pastéis, arrecadando um total de R$ 95,00;
na barraca B_3 foram consumidos 30 churrascos, 45 quentões e 60 pastéis, arrecadando um total de R$ 117,00.
Qual é o preço de um churrasco? E de um quentão? E de um pastel?

Exercícios Complementares no Portal Objetivo MAT2M139 e MAT2M140

1 Resolver o sistema $\begin{cases} x + 2y + 3z = 14 \\ 4y + 5z = 23 \\ 6z = 18 \end{cases}$

2 Resolver o sistema $\begin{cases} x + 2y + 3z = 3 \\ x + 3y + 5z = 7 \\ 2x + 5y + 9z = 11 \end{cases}$ aplicando o método do escalonamento.

3 Resolver o sistema $\begin{cases} 2x - y + 3z = 0 \\ 2y - z = 1 \\ 2z = -6 \end{cases}$

4 Resolver, por escalonamento, os sistemas lineares a seguir:

a) $\begin{cases} x + 2y + z = 7 \\ 2x + 7y + z = 21 \\ -3x - 5y + 2z = -8 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x - y - z = 2 \\ -x + 2y + z = -1 \end{cases}$

5 Resolva a equação matricial a seguir, utilizando o escalonamento de sistemas lineares.

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 3 & 6 \\ 5 & 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix}.$$

6 (F.M.TRIÂNGULO MINEIRO-MG – MODELO ENEM) – Em três mesas de uma lanchonete, o consumo ocorreu da seguinte forma:

Mesa	Hambúrguer	Refrigerante	Porção de fritas
1	4	2	2
2	6	8	3
3	2	3	1

A conta da 1ª mesa foi R$ 18,00 e a da 2ª mesa R$ 30,00. Com esses dados:

a) é possível calcular a conta da 3ª mesa e apenas o preço unitário do refrigerante.
b) é possível calcular a conta da 3ª mesa, mas nenhum dos preços unitários dos três componentes do lanche.
c) É possível calcular a conta da 3ª mesa e, além disso, saber exatamente os preços unitários de todos os componentes do lanche.
d) Não é possível calcular a conta da 3ª mesa, pois deveriam ser fornecidos os preços unitários dos componentes do lanche.
e) É impossível calcular a conta da 3ª mesa e os preços unitários dos componentes do lanche, pois deve ter havido um erro na conta da 1ª ou da 2ª mesa.

7 Resolva o sistema $\begin{cases} x + y + z = -1 \\ x + z + w = 5 \\ y + z + w = 7 \\ x + y + w = 4 \end{cases}$

---

1 Resolver o sistema $\begin{cases} x + 2y - z = 6 \\ 2x + y + 2z = 5 \\ 3x + 3y - 2z = 14 \end{cases}$ aplicando o método de escalonamento.

2 Numa loja, os artigos A e B, juntos, custam R$ 70,00; dois artigos A mais um C custam R$ 105,00; a diferença de preços entre os artigos B e C, nessa ordem, é R$ 5,00. Qual é o preço do artigo C?

a) R$ 20,00 b) R$ 25,00
c) R$ 30,00 d) R$ 35,00
e) R$ 40,00

3 Para uma festinha foram encomendados 90 refrigerantes, 230 salgados e 120 doces. Os convidados foram divididos em 3 faixas: crianças, senhores e senhoras. Cada criança deverá consumir exatamente 2 refrigerantes, 8 salgados e 4 doces, cada senhor deverá consumir exatamente 3 refrigerantes, 5 salgados e 3 doces; cada senhora deverá consumir exatamente 3 refrigerantes, 6 salgados e 3 doces. Qual deverá ser o total de convidados para que não sobrem e nem faltem refrigerantes, salgados e doces?

a) 25 b) 35 c) 45 d) 55 e) 65

4 Se $\begin{cases} x + 3y + \frac{4}{z} = 7 \\ x + 4y + \frac{2}{z} = 8 \\ x + 2y - \frac{2}{z} = 4 \end{cases}$, então o valor de $(x + y)^z$ é:

a) $\frac{9}{4}$ b) $\frac{81}{16}$ c) 16

d) 81 e) 256

5 Escalone, classifique e resolva os sistemas lineares a seguir:

a) $\begin{cases} x + 2y + 4z = 0 \\ 2x + 3y - z = 0 \\ x - 14z = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + 3y + z = 1 \\ 3x - 3y + z = 8 \\ 2y + z = 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + 2y = 6 \\ 3x + 3y = 8 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x + 3y + 2z = 5 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x + 3y + z = 0 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 3x + 15y + 6z = 3 \\ 2x + 10y + 4z = 10 \end{cases}$

g) $\begin{cases} x + y - 3z = 1 \\ 2x - 3y + 4z = 2 \end{cases}$

6 Determine a solução do sistema:

$\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ 4x + 3y + 5z = 5 \\ 3x + y + 4z = 4 \end{cases}$

Módulos 15 e 16 – Substituição, eliminação / Característica de uma matriz

no Portal Objetivo MAT2M141 e MAT2M142

Nas questões de 1 a 4, resolver os sistemas utilizando o processo que julgar mais adequado.

1 $\begin{cases} y = 2x + 3 \\ 3x + y = 13 \end{cases}$

2 $\begin{cases} x + y + z = 6 \\ x + y = 3 \\ x + z = 4 \end{cases}$

3 $\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$

4 $\begin{cases} x + y - z = 1 \\ -x + y + z = 1 \\ x - y + z = 1 \end{cases}$

5 A única solução do sistema

$\begin{cases} x - y + 2z = -1 \\ 2x - y - z = 5 \\ x + 6y + 3z = 12 \end{cases}$ é o terno ordenado (a; b; c).

O valor de a + b + c é:
a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

6 **(FMTM-MG)** – Três pacientes usam, em conjunto, 1830 mg por mês de um certo medicamento em cápsulas. O paciente A usa cápsula de 5 mg, o paciente B, de 10 mg, e o paciente C, de 12 mg. O paciente A toma metade do n° de cápsulas de B e os três tomam juntos 180 cápsulas por mês. O paciente C toma um número de cápsulas por mês igual a:
a) 30 b) 60 c) 75
d) 90 e) 120

7 **(MODELO ENEM)** – Considere a reação química não balanceada:

$$\underset{\text{cálcio}}{Ca} + \underset{\text{ácido fosfórico}}{H_3PO_4} \rightarrow \underset{\text{fosfato de cálcio}}{Ca_3P_2O_8} + \underset{\text{gás hidrogênio}}{H_2}$$

Essa equação pode ser balanceada fazendo:

$$xCa + yH_3PO_4 \rightarrow zCa_3P_2O_8 + wH_2$$

dando origem ao sistema $\begin{cases} x = 3z \\ 3y = 2w \\ y = 2z \\ 4y = 8z \end{cases}$

a) Resolva o sistema
b) Determine o menor número inteiro de átomos de cálcio, hidrogênio, fósforo e oxigênio, com o qual ocorre o balanceamento.

8 **(MODELO ENEM)** – Durante a década de 1980, uma dieta alimentar para obesos ficou conhecida como "Dieta de Cambridge" por ter sido desenvolvida na Universidade de Cambridge pelo Dr. Alan H. Howard e sua equipe. Para equilibrar sua dieta, o Dr. Howard teve de recorrer à matemática, utilizando os sistemas lineares.

Suponha que o Dr. Howard quisesse obter um equilíbrio alimentar diário de 3g de proteínas, 4g de carboidratos e 3g de gordura. No quadro abaixo, estão dispostas as quantidades em gramas dos nutrientes mencionados acima, presentes em cada 10 gramas dos alimentos: leite desnatado, farinha de soja e soro de leite.

Número de gramas de nutrientes em cada 10 g de alimentos			
Alimento / Nutrientes	Leite desnatado	Farinha de soja	Soro de leite
Proteína	3	5	2
Carboidrato	5	3	1
Gordura	0	1	7

Observação: as quantidades são fictícias para simplificar as contas.

Calcule as quantidades diárias em gramas de leite desnatado, farinha de soja e soro de leite, para que se obtenha a dieta equilibrada, segundo Dr. Howard, verificando a necessidade de cada um desses alimentos na dieta em questão.

Nas questões de 1 a 4, calcular a característica de cada matriz.

1 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$

2 $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

3 $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

4 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 5 \end{pmatrix}$

5 A característica da matriz

$\begin{pmatrix} 1 & 2 & a \\ 3 & 4 & 1 \\ 4 & 6 & 3 \end{pmatrix}$ é 2.

O valor de **a** é:
a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

6 A característica da matriz

$\begin{pmatrix} 1 & 2 & a & b \\ 3 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}$ é:

a) sempre igual a 2
b) sempre igual a 3
c) igual a 2, se a = 3 ou b = 1
d) igual a 2, se a = 3 e b = 2
e) igual a 3, se $a \neq 3$ ou $b \neq 1$

7 Identifique as matrizes incompleta e completa do sistema linear a seguir e determine a característica de cada uma.

$\begin{cases} x - y + 2z = 5 \\ 2x + y - z = 0 \\ 2x + 3y - z = 0 \end{cases}$

8 Considere o sistema linear

$\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \\ 2x + 4y - 2z = 6 \end{cases}$

e assinale a alternativa que apresenta a afirmação sempre verdadeira.

a) A característica da matriz completa é igual a 3.
b) A matriz incompleta possui característica igual a 2 e a matriz completa tem característica igual a 3.
c) As matrizes do sistema possuem características iguais a 1.
d) A matriz incompleta possui característica igual a 3 e a matriz completa tem característica igual a 2.
e) As duas matrizes do sistema possuem características iguais a 2.

Exercícios Complementares no Portal Objetivo MAT2M143 e MAT2M144

1 Calcular:

a) 130° 12' 24" + 108° 42' 35"

b) 8° 09' 10" + 20° 50' 50"

2 Efetue:

a) 22° 37' 38" – 11° 24' 23"

b) 8° : 5 c) 44° : 3

3 A soma de 2 ângulos vale 33° 22' 41". Se um dos ângulos mede 21° 10' 12", calcule o outro.

4 Calcule o valor de 30° – 20° 10' 42".

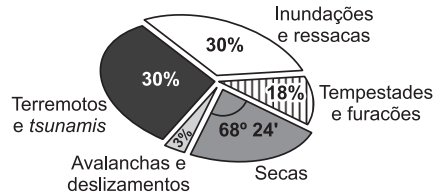
5 Calcule:

33° 15' 17" – (41° 12' – 25° 10' 23") + 55° 22' 33".

6 **(UFPEL)** – Nos últimos 50 anos, o registro de fenômenos destrutivos cresceu quase 20 vezes, graças à tecnologia e ao aumento populacional. Os abalos sísmicos e suas consequências – como os *tsunamis* – matam, em média, tantas pessoas quanto as inundações e ressacas oceânicas.

No entanto, em termos relativos, os terremotos são muitíssimo mais mortais, já que atingem cerca de 26 vezes menos gente no mundo do que as enchentes.

O gráfico mostra a frequência relativa (porcentagem) de cada catástrofe e, para uma delas, o ângulo do setor.



Revista *Terra* – nº 155 março/2005 [adapt.].

Com base nos textos e em seus conhecimentos, é correto afirmar que

a) o ângulo do setor correspondente a avalanchas e deslizamentos é 10° 8'.

b) o ângulo do setor correspondente a terremotos e *tsunamis* é 120°.

c) a soma dos ângulos dos setores correspondentes às tempestades e furacões e secas é de 133° 2'.

d) a diferença entre os ângulos dos setores correspondentes às inundações e ressacas e avalanchas e deslizamentos é 107° 52'.

e) a porcentagem de tempestades e furacões é de 18%.

7 **(UEMS)** – Pesquisadas as idades das pessoas pertencentes a uma certa comunidade, foram obtidos os seguintes resultados:

Idade	Número de pessoas
10	6
18	20
25	26
30	24
35	14
40	8
60	2
Total	100

O gráfico de setores, a seguir, representa a distribuição dada na tabela acima.

Figura 1

Com relação à Figura 1, pode-se afirmar que o ângulo central do setor, em graus, que corresponde ao número de pessoas com 25 anos de idade é de:

a) 72° b) 86,4° c) 90°

d) 93,6° e) 108°

---

1 Calcule o complemento dos ângulos abaixo:

a) 40° b) 40° 30' c) 40° 30' 30"

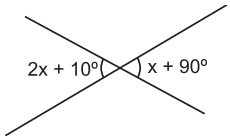
2 Determine o suplemento de:

a) 130° 12' 24" b) 32° 18'

3 A metade do suplemento de um ângulo mede 7° 42' 53". Qual a medida do ângulo?

4 O dobro da medida do complemento de um ângulo aumentado de 40° é igual à medida do seu suplemento. Qual a medida do ângulo?

5 Calcule o valor de **x**, na figura a seguir:



6 O triplo da medida do complemento de um ângulo aumentado de 30° é igual à medida do seu suplemento. Qual a medida desse ângulo?

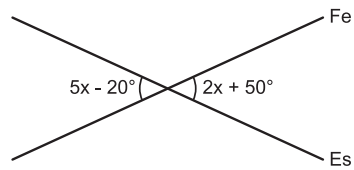
7 Dois ângulos são adjacentes e a medida de um é o triplo da medida do outro. A medida do complemento do ângulo entre as suas bissetrizes é 50°. Determine a medida do complemento da soma dos ângulos dados.

8 **(MODELO ENEM)** – Chama-se **passagem de nível** a um cruzamento não desnivelado entre uma ferrovia e um caminho ou estrada. Ao modo ferroviário é dada quase sempre prioridade de passagem nestes cruzamentos, dada a sua muito maior inércia, por motivos de economia e segurança. Por isso, uma **passagem de nível** é geralmente equipada com um dispositivo de aviso da passagem de comboios, dirigido aos transeuntes da via não ferroviária — frequentemente, este é completado por aviso ativo (sonoro ou luminoso) e bloqueio físico, automático ou manual, da via não ferroviária.

No Brasil, há uma quantidade excessiva de passagens de nível, pois não há um planejamento para que sejam construídos um número maior de contornos em áreas urbanas, provocando assim uma redução da velocidade operacional do transporte ferroviário nacional, além , principalmente, de risco potencial de acidentes físicos e humanos.

pt.wikipedia.org

Na figura seguinte, Fe é uma ferrovia e Es é uma estrada.



Assim, o valor de x é:

a) 23°10' b) 23°15' c) 23°20'

d) 23°25' e) 23°30'

9 **(MODELO ENEM)** – João Vítor estava estudando geometria e aprendeu que dois ângulos são suplemetares quando a soma de suas medidas dá 180°. Ele aprendeu também que o suplemento de um ângulo é o que falta para o ângulo completar 180°. Assim, João Vítor conseguiu descobrir que a medida do ângulo cujo suplemento vale 30°20' é:

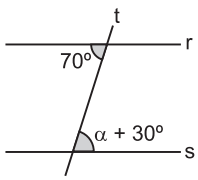
a) 142°40' b) 145°20' c) 146°30'

d) 147°20' e) 149°40'

Módulos 3 e 4 – Paralelismo / Triângulos

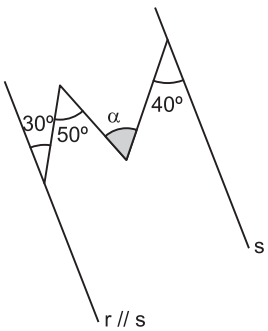
no Portal Objetivo MAT2M145 e MAT2M146

1 Com os dados da figura abaixo, onde as retas **r** e **s** são paralelas, calcule α, associando com:



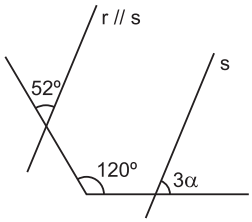
a) 40°
b) 45°
c) 50°
d) 60°
e) 70°

2 Calcule o valor de α utilizando os dados da figura.

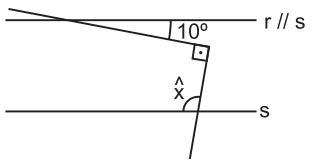


3 Na figura r//s. O valor de α é:

a) 90°
b) 100°
c) 110°
d) 120°
e) 22°40'



4 Na figura r//s. O valor de $\hat{x}$ é:



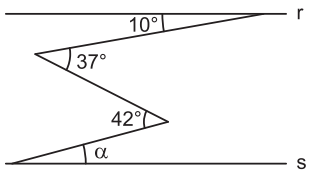
a) 90°
b) 100°
c) 110°
d) 120°
e) 130°

5 Dois dos ângulos correspondentes, formados por duas retas **r** e **s** distintas e interceptadas pela transversal "t", são dados pelas medidas 13x – 2° e 18° + 8x. Determinar o valor de "x", para que as retas **r** e **s** sejam paralelas.

6 **(FECAPE-MODELO ENEM)** – Duas ruas paralelas do Condomínio Rio Encantado são cortadas transversalmente por outra rua, que forma com as primeiras ângulos colaterais internos de tal modo que um excede o outro em 30°. O maior desses ângulos mede:

a) 105° b) 110° c) 120°
d) 125° e) 150°

7 **(MODELO ENEM)** – Mariana pediu para sua mãe uma dica de como determinar a medida do ângulo α do exercício de paralelismo, da figura seguinte.



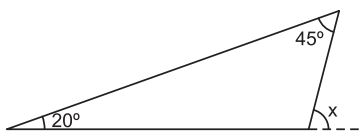
Dona Tatiana observou a figura e disse para ela traçar retas paralelas às paralelas pelos vértices dos ângulos $A\hat{B}C$ e $B\hat{C}D$. Assim, Mariana descobriu que a medida do ângulo α assinalado na figura mede:

a) 14° b) 15° c) 16° d) 17° e) 18°

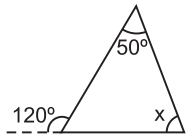
---

1 Calcule o valor de **x** utilizando os dados de cada figura:

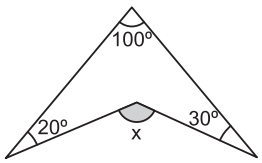
a)



b)

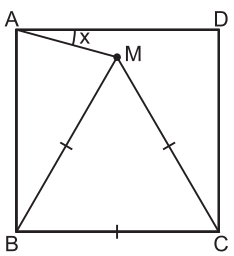


2 Calcule o valor de **x** utilizando os dados de cada figura



3 Num triângulo isósceles a soma dos ângulos da base é igual a oito vezes o ângulo do vértice. Calcular as medidas dos ângulos internos do triângulo.

4 Na figura temos um quadrado ABCD e um triângulo eqüilátero BCM. A medida do ângulo **x** é:

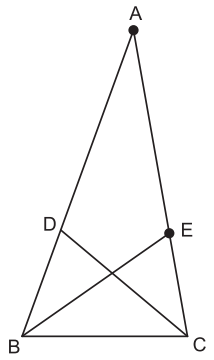


a) 15°
b) 25°
c) 35°
d) 45°
e) 55°

5 Um dos ângulos externos de um triângulo é o triplo do ângulo interno adjacente; a diferença entre as medidas dos outros dois ângulos internos é igual a 35°. Calcular os ângulos internos.

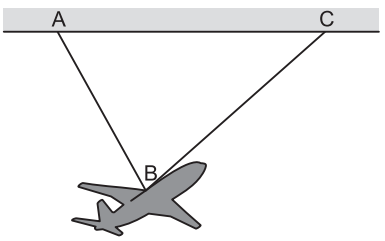
6 Numa grande plantação de eucaliptos, utilizados na produção de celulose, o proprietário mandou construir cinco postos de observação para prevenção de incêndio. Os postos de observação estão localizados nos pontos A, B, C, D e E do mapa da figura ao lado. Se $\overline{BE}$ é bissetriz do ângulo $\hat{B}$ do triângulo ABC, $\overline{CD}$ é bissetriz do ângulo $\hat{C}$, $B\hat{A}C = 30°$ e $A\hat{B}C = 70°$, então, a soma das medidas dos ângulos $A\hat{E}B$ e $A\hat{D}C$ é:

a) 220° b) 223° c) 224°
d) 225° e) 226°



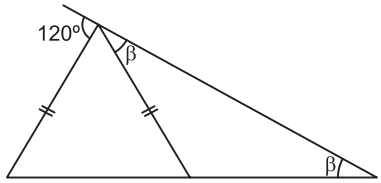
7 O aeromodelo da figura seguinte está preso no teto de uma loja por dois fios de náilon, como mostra a figura seguinte. Se a medida do ângulo $B\hat{A}C$ é o dobro da medida do ângulo $B\hat{C}A$ e $A\hat{B}C = 69°$, então a medida do ângulo $B\hat{A}C$ é:

a) 70° b) 72° c) 74°
d) 76° e) 78°

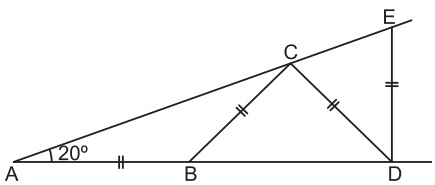


Exercícios Complementares no Portal Objetivo MAT2M147 e MAT2M148

1 Calcule b de acordo com os dados da figura.



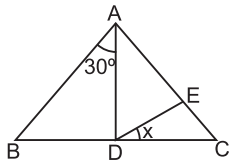
2 Na figura seguinte, sendo $\hat{A} = 20°$ e AB = BC = CD = DE = 7cm, calcule a medida do segmento $\overline{CE}$.



3 Os ângulos de um triângulo medem 3x, 4x e 5x. O valor de **x** é:

a) 125° b) 55° c) 35°
d) 65° e) 15°

4 Na figura: $\overline{AB} \cong \overline{AC}$, med($B\hat{A}D$) = 30° e $\overline{AE} \cong \overline{AD}$. Calcular o ângulo **x**.

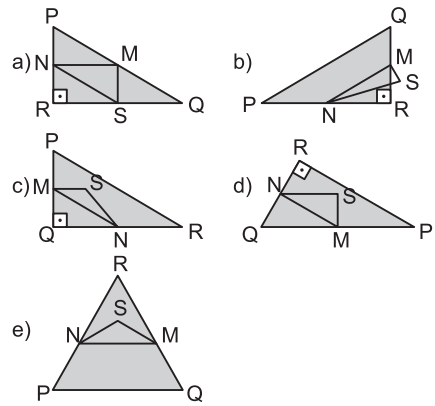


5 **(FUVEST-adaptado)** – Um avião levanta voo para ir da cidade A à cidade B, situada a 500 km de distância. Depois de voar 250 km em linha reta, o piloto descobre que a rota está errada e, para corrigi-la, ele altera a direção de voo de um ângulo de 90°. Se a rota não fosse corrigida, a distância que ele estaria de B após ter voado os 500 km, seria:

a) 350 km b) 400 km
c) 450 km d) 500 km
e) 550 km

6 **(ENEM)** – Assinale a única figura a seguir que se encaixa na seguinte descrição:

O triângulo PQR é um triângulo retângulo com ângulo reto em R. O lado RQ é menor que o lado PR. M é o ponto médio do lado PQ e N é o ponto médio do lado QR. S é um ponto dentro do triângulo. O lado MN é maior do que o lado MS.



---

1 Em um triângulo, dois lados medem, respectivamente, 5 e 8. O menor valor inteiro possível para a medida do terceiro lado é:

a) 3 b) 2 c) 5 d) 4 e) 1

2 Se $x \in \mathbb{N}$ e os números x, x – 1 e 10 são lados de um triângulo, então o número de possibilidades de **x** é:

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4
e) maior que 10

3 Num triângulo retângulo, a altura relativa à hipotenusa forma com a bissetriz do ângulo reto um ângulo de 15°. Calcular os ângulos agudos.

4 Num triângulo isósceles o semi-perímetro é dado por 19,6m. A base mede 5,2m. Determinar a medida dos lados congruentes.

5 Seja ABC um triângulo retângulo, onde $\hat{A} = 90°$. Se a altura $\overline{AH}$ forma com a mediana $\overline{AM}$ um ângulo de 20°, então os ângulos agudos desse triângulo são:

a) 40° e 50° b) 35° e 55°
c) 30° e 60° d) 25° e 65°
e) 45° e 45°

6 **(PUC-MG)** – É incorreto afirmar:

a) Os lados de um triângulo podem medir 2, 4 e 6.
b) Os lados de um triângulo podem medir 4, 6 e 8.
c) Os lados de um triângulo isósceles podem medir 3, 3 e 5.
d) Os lados de um triângulo retângulo podem medir 3, 4 e 5.
e) Os lados de um triângulo equilátero podem medir 5, 5 e 5.

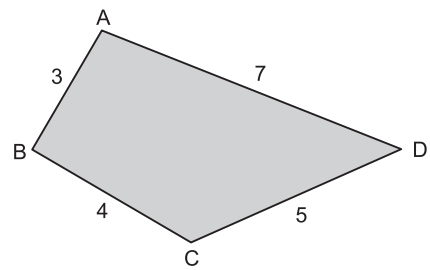
7 Maria Isabela estava estudando Geometria Plana e aprendeu que a condição para existir um triângulo é que o maior lado deve ser menor que a soma dos outros dois; no entanto, quando não se conhece o maior lado, é necessário fazer a medida de cada lado menor que a soma dos outros dois. Assim, quando ela descobriu os possíveis valores de x para que x + 3, 2x – 5 e 9 sejam lados de um triângulo, encontrou:

a) $\frac{3}{5} < x < 9$ b) $\frac{11}{3} < x < 17$
c) $8 < x < 15$ d) $\frac{7}{6} < x < 18$
e) $\frac{3}{4} < x < \frac{8}{9}$

8 Dona Maria Vera explicou para sua filha Maria Isabela que num triângulo a medida de qualquer lado está sempre entre o módulo da diferença e a soma dos outros dois.

Com esta informação, você consegue descobrir que o número de valores inteiros possíveis para a medida da diagonal $\overline{BD}$, do quadrilátero ABCD da figura seguinte, é:

a) 4 b) 5 c) 6 d) 7 e) 8



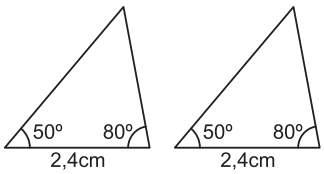
Módulos 7 e 8 – Congruência de triângulos / Polígonos

no Portal Objetivo MAT2M149 e MAT2M150

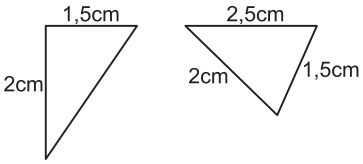
Associar as questões de 1 a 3 com as alternativas:

a) os elementos fornecidos não permitem concluir que os triângulos são côngruos.
b) os triângulos são côngruos pelo caso LAL.
c) os triângulos são côngruos pelo caso ALA.
d) os triângulos são côngruos pelo caso LLL.
e) os triângulos são côngruos pelo caso LAA_o.

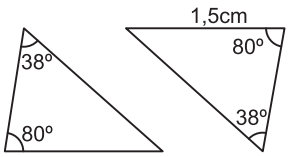
1



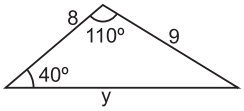
2

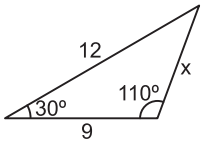


3

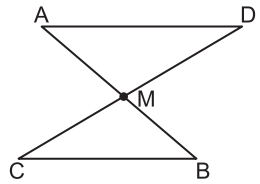


4 Com os dados da figura seguinte calcule **x** e **y**.





5 Na figura abaixo, M é ponto médio de $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$. A afirmação errada é:



a) $\hat{A} \cong \hat{B}$ b) $\hat{C} \cong \hat{D}$

c) $\overline{AM} \cong \overline{MB}$ d) $\overline{AD} \cong \overline{BC}$

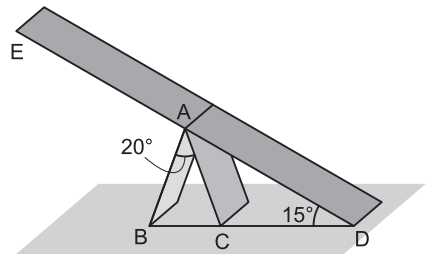
e) $\hat{A} \cong \hat{C}$

6 (MODELO ENEM) – Daniel Sheridan é um estudante da Universidade de Coventry, na Grã-Bretanha. Cursando *design*, ele teve uma ideia bem interessante para vencer um daqueles concursos que promovem inventos a favor do meio ambiente e da salvação da humanidade: criou uma gangorra que gera energia elétrica. *Tudo bem, não é nada demais*, você pode pensar. Calma, vamos falar um pouco mais sobre o invento. O estudante teve a ideia de fazê-lo enquanto viajava para trabalhar como voluntário em uma escola no sul de Mombasa, no Quênia. Lá estava ele observando as crianças quando teve uma "luz" – palavra bem apropriada. Ele calculou que com cinco ou dez minutos de brincadeira, as crianças poderiam iluminar uma sala de aula durante a noite toda!

http://neuroniohiperativos.blogspot.com

Na gangorra da figura seguinte, temos:
AB = AC, $B\hat{A}C = 20°$ e $A\hat{D}C = 15°$.
Assim, a medida do ângulo $B\hat{A}E$ é:

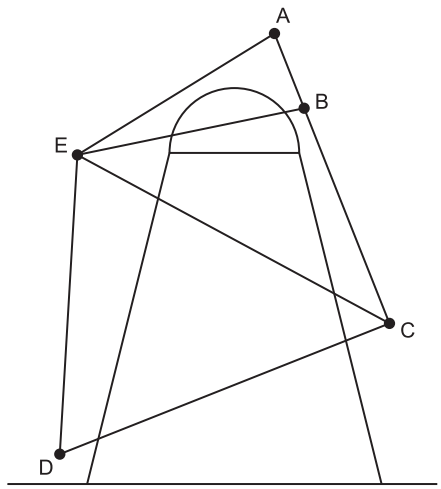
a) 75° b) 80° c) 85°
d) 90° e) 95°



7 (MODELO ENEM) – Durante o ataque de um time de basquete, o treinador pediu a seus jogadores, A, B, C, D e E, para se posicionarem como aparece no esquema seguinte.

Se AE = EB = BC, CE = CD, $A\hat{C}D$ é reto e $C\hat{D}E = 65°$, então, a medida do angulo $A\hat{E}B$ é:

a) 12° b) 14° c) 16°
d) 18° e) 20°



---

1 A soma dos ângulos internos de um decágono convexo é:

a) 1440° b) 1080° c) 1500°
d) 1260° e) 1800°

2 O ângulo externo de um polígono regular é 18°. O número de lados do polígono é:

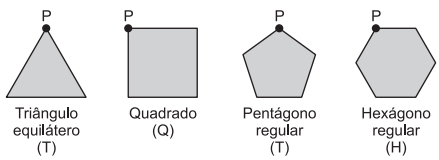
a) 10 b) 15 c) 20 d) 30 e) 16

3 Determinar a razão entre as medidas de um ângulo interno e um ângulo externo de um polígono regular, em que o número de lados é a sexta parte do número de diagonais.

4 (UNIABC – MODELO ENEM) – Um joalheiro recebe uma encomenda para uma joia poligonal. O comprador exige que o número de lados seja igual ao número de diagonais. Sendo assim, o joalheiro deve produzir uma joia

a) triangular. b) quadrangular.
c) pentagonal. d) hexagonal.
e) decagonal.

5 (VUNESP – MODELO ENEM) – As figuras indicam quatro ladrilhos na forma de polígonos regulares:



Admita as seguintes junções de ladrilhos pelo vértice P:

I. três ladrilhos T e um ladrilho H;
II. três ladrilhos T e dois ladrilhos Q;
III. um ladrilho T, um ladrilho P e um ladrilho H;
IV. um ladrilho T, dois ladrilhos Q e um ladrilho H.

Entre as junções descritas, as únicas que constituem um preenchimento perfeito do plano, sem sobreposição ou quebra de ladrilho, são, apenas,

a) I e II b) I e IV
c) II e III d) II e IV
e) III e IV

Exercícios Complementares no Portal Objetivo MAT2M151 e MAT2M152

1 Sabendo-se que a medida de um ângulo interno de um polígono regular é 8 vezes a medida de um ângulo externo, determine o polígono.

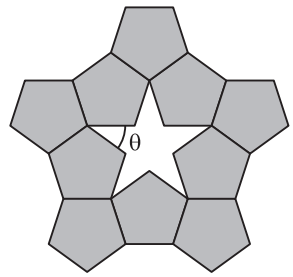
2 Determine o polígono convexo em que a soma dos ângulos internos é três vezes a soma dos ângulos externos.

3 Considere dois polígonos cujos números de lados são inteiros e consecutivos. Determine a quantidade de diagonais de cada polígono, sabendo que a soma dos ângulos internos dos dois é igual a 1260°.

4 Calcule a soma dos ângulos internos de um polígono regular cujo número de lados é a terça parte do número de diagonais.

5 **(ESPECEX)** – Três polígonos regulares têm o número de lados expressos por números inteiros consecutivos. O número total de diagonais dos três polígonos é 28. Calcular, em graus, a medida do ângulo interno do polígono de menor número de diagonais.

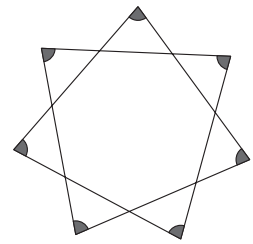
6 **(UNIFESP – MODELO ENEM)** – Pentágonos regulares congruentes podem ser conectados, lado a lado, formando uma estrela de cinco pontas, conforme destacado na figura.



Nestas condições, o ângulo θ mede
a) 108° b) 72° c) 54°
d) 36° e) 18°

7 **(FGV – MODELO ENEM)** – Analise as instruções a seguir:
I. Andar 4 metros em linha reta.
II. Virar x graus à esquerda.
III. Andar 4 metros em linha reta.
IV. Repetir y vezes os comandos II e III.
Se as instruções são utilizadas para a construção de um pentágono regular, pode-se afirmar que o menor valor positivo de x.y é
a) 144 b) 162 c) 216
d) 288 e) 324

8 A soma das medidas dos sete ângulos destacados na figura seguinte é igual a:
a) 270°
b) 360°
c) 450°
d) 540°
e) 630°



9 **(MACKENZIE)** – Se de cada vértice de um polígono regular partem 15 diagonais, a medida dos ângulos internos desse polígono, em radianos, é:
a) $\frac{11\pi}{12}$ b) $\frac{6\pi}{7}$ c) $\frac{7\pi}{8}$
d) $\frac{17\pi}{10}$ e) $\frac{8\pi}{9}$

---

1 Assinale a afirmação **falsa**:
a) Todo quadrado é um losango.
b) Existe retângulo que não é quadrado.
c) Todo trapézio é paralelogramo.
d) Existe losango que não é quadrado.
e) Um retângulo pode ser losango.

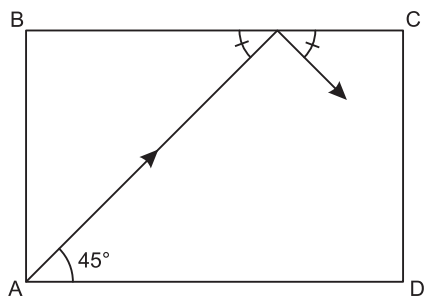
2 Assinale a afirmação **verdadeira**:
a) Todo trapézio é paralelogramo.
b) Todo retângulo é losango.
c) Todo losango é quadrado.
d) Todo quadrado é retângulo e losango.
e) Todo paralelogramo é losango.

3 O menor ângulo interno de um paralelogramo mede 40°. Qual a medida do maior ângulo interno desse paralelogramo?
a) 50° b) 90° c) 120°
d) 130° e) 140°

4 Classifique cada afirmação abaixo em verdadeira (V) ou falsa (F).
a) ( ) Todo quadrilátero é um trapézio.
b) ( ) Todo trapézio é um quadrilátero.
c) ( ) Todo quadrado é um losango.
d) ( ) Todo losango é um retângulo.
e) ( ) Todo retângulo é um losango.
f) ( ) Todo retângulo é um quadrado.
g) ( ) Todo quadrado é um retângulo.
h) ( ) Todo losango é um paralelogramo.
i) ( ) Todo retângulo é um paralelogramo.
j) ( ) Todo quadrado é um paralelogramo.

5 Num losango, a diagonal menor mede 12 cm. Se cada ângulo interno obtuso é o dobro do interno agudo, então o perímetro do losango, em cm, é igual a:
a) 12 b) 24 c) 36 d) 48 e) 60

6 **(UFRRJ – MODELO ENEM)** – A figura abaixo mostra a trajetória de uma bola de bilhar. Sabe-se que, quando ela bate na lateral da mesa (retangular), forma um ângulo de chegada que sempre é igual ao ângulo de saída. A bola foi lançada da caçapa A, formando um ângulo de 45° com o lado AD.



Sabendo-se que o lado AB mede 2 unidades e BC mede 3 unidades, a bola
a) cairá na caçapa A.
b) cairá na caçapa B.
c) cairá na caçapa C.
d) cairá na caçapa D.
e) não cairá em nenhuma caçapa.

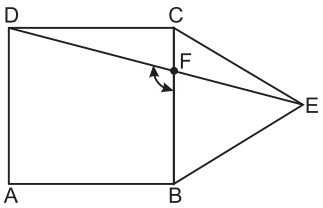
7 **(PUC – MODELO ENEM)** – Num teste de múltipla escolha, propõe-se um problema que se refere a quadriláteros. As opções do teste são:
a) paralelogramo b) losango
c) retângulo d) quadrado
e) nenhuma das anteriores

Um candidato descobre que a opção *e* é incorreta e que o teste possui uma única opção correta. Logo, o candidato, para acertar o teste, deverá assinalar a opção:
a) a b) b c) c
d) d e) e

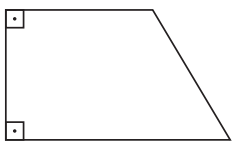
Módulos 11 e 12 – Quadriláteros notáveis / Linhas proporcionais

no Portal Objetivo MAT2M153 e MAT2M154

1 Na figura abaixo, ABCD é um quadrado e BCE é um triângulo eqüilátero. Calcular a medida do ângulo $B\hat{F}D$.

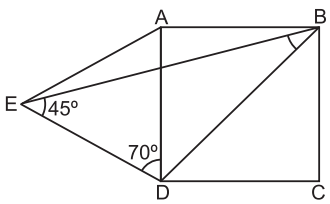


2 Num trapézio retângulo, a medida do maior ângulo interno é o quádruplo da medida do menor. A medida do menor dos ângulos internos desse trapézio é:

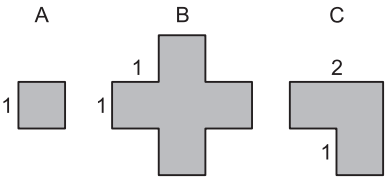


a) 30°
b) 36°
c) 45°
d) 72°
e) 90°

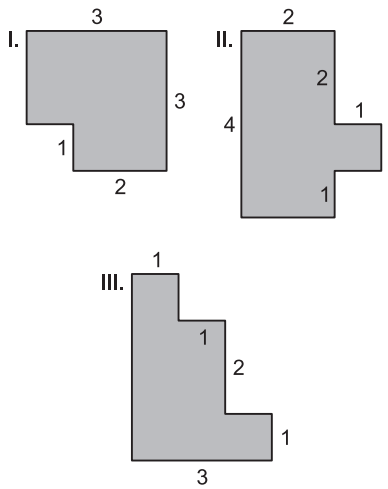
3 Na figura, ABCD é um quadrado e ADE é um triângulo isósceles de base $\overline{DE}$. Calcule o valor do ângulo $E\hat{B}D$.



4 (MODELO ENEM) – As figuras A, B e C representam 3 peças de cartolina, nas quais todos os ângulos são retos, todos os lados menores têm comprimento 1 e todos os lados maiores têm comprimento 2.



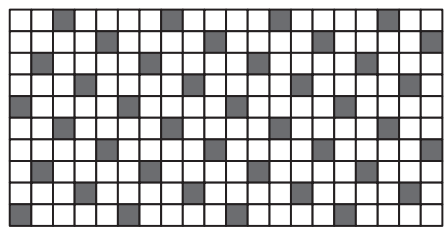
Observe agora as figuras I, II e III:



Utilizando as 3 peças de cartolina, sem reposições, cortes ou superposições, pode(m)-se construir apenas a(s) figura(s)

a) I.
b) II.
c) III.
d) I e II.
e) I e III.

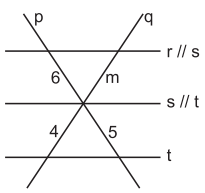
5 (ENEM) – Um pátio de grandes dimensões vai ser revestido por pastilhas quadradas brancas e pretas, segundo o padrão representado abaixo, que vai ser repetido em toda a extensão do pátio. As pastilhas de cor branca custam R$ 8,00 por metro quadrado e as de cor preta, R$ 10,00. O custo por metro quadrado do revestimento será de



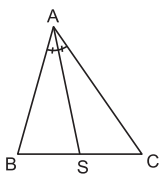
a) R$ 8,20
b) R$ 8,40
c) R$ 8,60
d) R$ 8,80
e) R$ 9,00

---

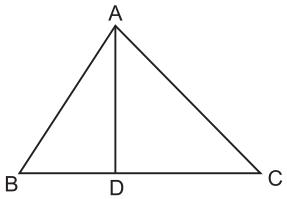
1 Calcule **m** na figura:



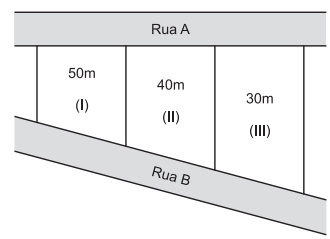
2 No triângulo ABC tem-se AB = 8 cm, BS = 4 cm, SC = 3 cm. Determine AC sabendo que $\overline{AS}$ é bissetriz interna do ângulo $\hat{A}$.



3 Considere o triângulo ABC em que AB = 9 cm, AC = 12 cm e BC = 7 cm. Calcule CD sabendo-se que $\overline{AD}$ é bissetriz interna do angulo $\hat{A}$.

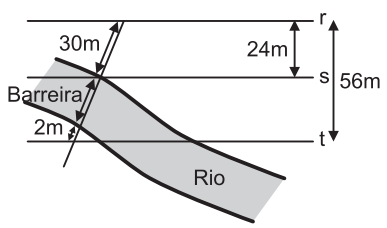


4 (UNIVALI) – O desenho abaixo mostra três terrenos que têm frentes para a rua A (cujas medidas estão especificadas) e para a rua B. Na rua B, sabe-se apenas que a soma das medidas desses lotes é 180 m. As divisas laterais são perpendiculares à rua A. Então as dimensões, em m, dos lotes (I), (II) e (III), de frente para a rua B são, respectivamente:



a) 30, 30, 120;
b) 40, 40, 100;
c) 25, 45, 110;
d) 75, 60, 45;
e) 100, 40, 40.

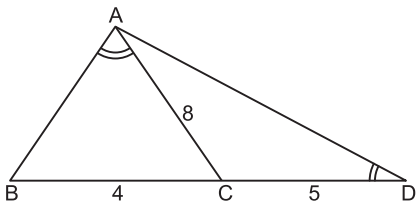
5 (UFSM) – A crise energética tem levado as médias e grandes empresas a buscar alternativas na geração de energia elétrica para a manutenção do maquinário. Uma alternativa encontrada por uma fábrica foi a de construir uma pequena hidroelétrica, aproveitando a correnteza de um rio que passa próximo às suas instalações. Observe-se a figura, e admitindo-se que as linhas retas r, s e t sejam paralelas, pode-se afirmar que a barreira mede



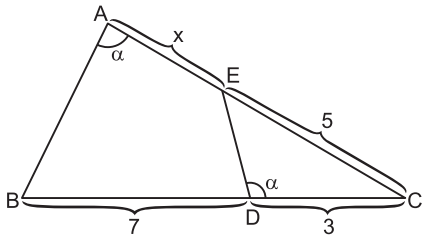
a) 33 m
b) 38 m
c) 43 m
d) 48 m
e) 53 m

Exercícios Complementares no Portal Objetivo MAT2M155 e MAT2M156

1 Na figura seguinte, onde os ângulos $B\hat{A}C$ e $C\hat{D}A$ são congruentes, tem-se: BC = 4, CD = 5 e AC = 8. Calcule AB e AD.

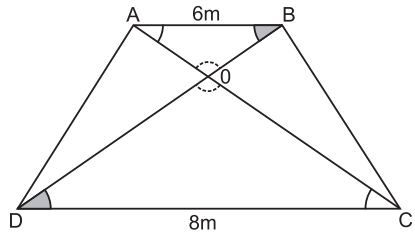


2 Com os dados da figura, calcule x.



a) x = 8 b) x = 4
c) x = 2 d) x = 1
e) $x = \frac{1}{5}$

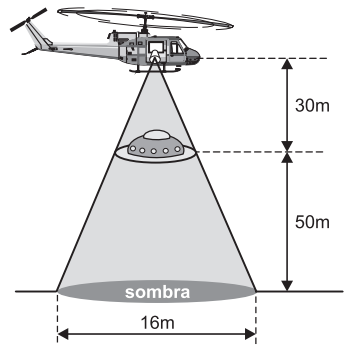
3 Num trapézio escaleno as bases medem 6 m e 8 m e uma das diagonais mede 7 m. O ponto **O** divide esta diagonal em dois segmentos. Calcular a medida destes segmentos.



4 (FUVEST – MODELO ENEM) – A sombra de um poste vertical, projetada pelo Sol sobre um chão plano, mede 12 m. Nesse mesmo instante, a sombra de um bastão vertical de 1 m de altura mede 0,6 m. A altura do poste é:

a) 6 m b) 7,2 m c) 12 m
d) 20 m e) 72 m

5 (UNIRIO – MODELO ENEM)

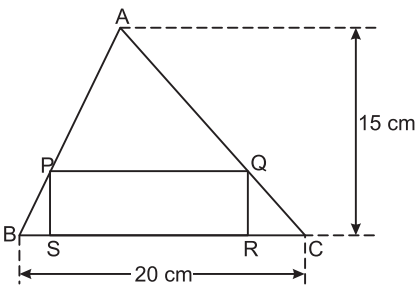


Numa cidade do interior, à noite, surgiu um objeto voador não identificado, em forma de disco, que estacionou a 50 m do solo, aproximadamente. Um helicóptero do exército, situado a aproximadamente 30 m acima do objeto, iluminou-o com um holofote, conforme mostra a figura abaixo. Sendo assim, pode-se afirmar que o raio do disco voador mede, em m, aproximadamente:

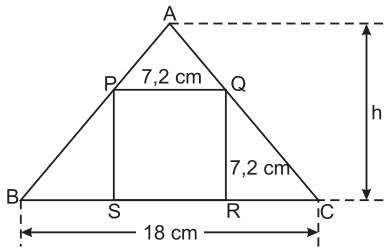
a) 3,0 b) 3,5 c) 4,0
d) 4,5 e) 5,0

---

1 Na figura, PQRS é um retângulo tal que o lado $\overline{PQ}$ é o dobro do lado $\overline{QR}$. Considerando os dados da figura, determine o perímetro do retângulo.

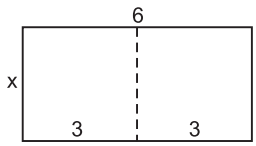


2 Na figura, o quadrado PQRS tem 7,2 cm de lado e a base $\overline{BC}$ do triângulo ABC mede 18 cm. A altura **h** do triângulo ABC mede:



a) 8 cm b) 12 cm c) 14 cm
d) 20 cm e) 24 cm

3 Qual deve ser o valor de **x** para que, quando o cartão retangular da figura a seguir for dobrado na linha pontilhada, o retângulo obtido tenha a mesma forma inicial.

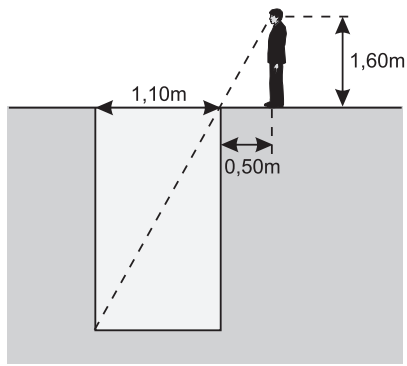


4 (ENEM) – A sombra de uma pessoa que tem 1,80 m de altura mede 60 cm. No mesmo momento, a seu lado, a sombra projetada de um poste mede 2,00 m. Se, mais tarde, a sombra do poste diminuiu 50 cm, a sombra da pessoa passou a medir:

a) 30 cm b) 45 cm c) 50 cm
d) 80 cm e) 90 cm

5 (UFRS – MODELO ENEM) – Para estimar a profundidade de um poço com 1,10 m de largura, uma pessoa cujos olhos estão a 1,60 m do chão posiciona-se a 0,50 m de sua borda.

Desta forma, a borda do poço esconde exatamente seu fundo, como mostra a figura.



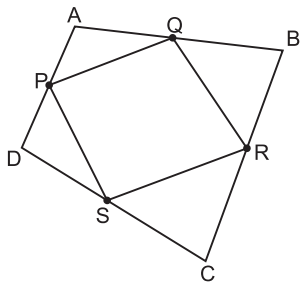
Com os dados acima, a pessoa conclui que a profundidade do poço é

a) 2,82 m b) 3,00 m c) 3,30 m
d) 3,52 m e) 3,85 m

Módulos 15 e 16 – Semelhança de triângulos / Relações métricas nos triângulos (Pitágoras)

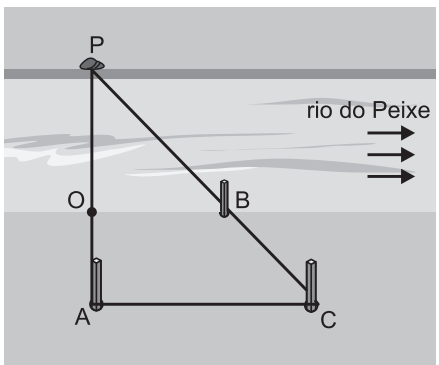
no Portal Objetivo MAT2M157 e MAT2M158

1 Na figura, ABCD é um quadrilátero e PQRS é outro quadrilátero cujos vértices são os pontos médios dos lados de ABCD.
Calcule a soma das medidas das diagonais $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$ sabendo que PQ = 5 e QR = 4.



2 Sejam $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$ as diagonais de um quadrilátero ABCD, com medidas 12 cm e 10 cm, respectivamente e P, Q, R e S os pontos médios dos lados do mesmo. Calcule o perímetro do quadrilátero PQRS.

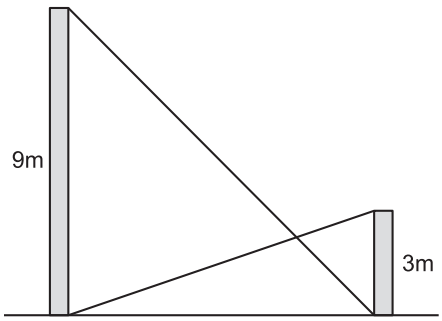
3 O senhor Oscar, um velho engenheiro aposentado, atualmente vive em sua propriedade rural, onde complementa a sua renda mensal proveniente do INSS com a produção e venda de produtos agrícolas.
Nas horas de folga, o senhor Oscar costuma pescar às margens do rio do Peixe, que serve de divisa para a sua fazenda.
Um belo dia, ele estava situado num ponto O da margem direita de um trecho retilíneo do rio e resolveu calcular a sua largura naquele ponto sem atravessá-lo. Para isso, tomou como referência uma pequena pedra localizada no ponto P da margem esquerda e na perpendicular às margens por O. Além disso, marcou com estacas os pontos A, B e C do lado da margem em que se encontrava, de tal forma que a reta $\overleftrightarrow{OB}$ fosse paralela à reta $\overleftrightarrow{AC}$, os pontos A, O e P fossem alinhados entre si, C, B e P também.



Na sequência, munido de uma trena, o senhor Oscar mediu as distâncias entre as estacas, obtendo os seguintes valores: OA = 20 m, OB = 24 m e AC = 40 m.
A largura do rio do Peixe, em metros, naquele ponto é igual a

a) 28 b) 30 c) 33
d) 36 e) 48

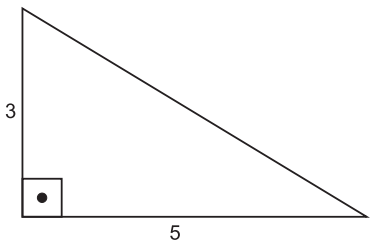
4 **(UELON)** – Após um tremor de terra, dois muros paralelos em uma rua de uma cidade ficaram ligeiramente abalados. Os moradores reuniram-se e decidiram escorar os muros utilizando duas barras metálicas, como mostra a figura abaixo. Sabendo que os muros têm alturas de 9 m e 3 m, respectivamente, a que altura do nível do chão as duas barras se interceptam?
Despreze a espessura das barras.



a) 1,50 m b) 1,75 m c) 2,00 m
d) 2,25 m e) 2,50 m

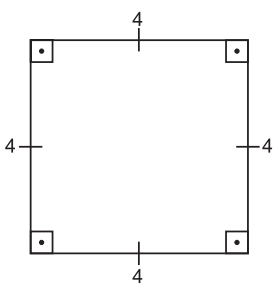
---

1 O terceiro lado do triângulo da figura mede:



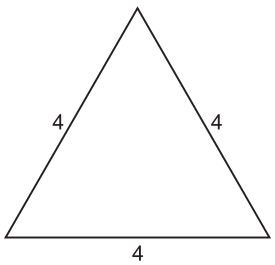
a) 3 b) $\sqrt{41}$ c) $\sqrt{37}$
d) 4 e) $\sqrt{34}$

2 A diagonal do quadrado de lado 4 cm vale:



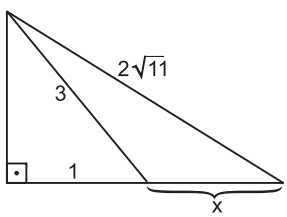
a) 4 cm
b) 8 cm
c) $4\sqrt{2}$ cm
d) $2\sqrt{2}$ cm
e) 1 cm

3 A altura do triângulo equilátero de lado 4 cm é:



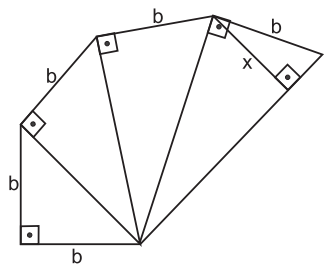
a) 4 cm
b) 2 cm
c) $4\sqrt{3}$ cm
d) $2\sqrt{3}$ cm
e) 1cm

4 Com os dados da figura, determine o valor de **x**.



5 O valor de **x** na figura, onde **b** é conhecido, é dado por:

a) $\frac{2b\sqrt{5}}{5}$ b) $b\sqrt{10}$ c) $b\sqrt{2}$
d) 2b e) 1



6 Um barco navegou 10 milhas para o oeste, depois 5 milhas para o sul, depois 13 milhas para o leste e finalmente 9 milhas para o norte. Onde o barco parou relativamente ao ponto de partida?

a) 3 milhas a sudoeste b) 3 milhas a sudeste
c) 4 milhas ao sul d) 5 milhões ao norte
e) 5 milhas a nordeste