Exercícios Complementares no Portal Objetivo MAT2M208 e MAT2M209

Nas questões de 1 a 4, verificar se cada sistema é possível e determinado (SPD), possível e indeterminado (SPI) ou impossível (SI). Caso seja possível, resolvê-lo.

1 $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$

2 $\begin{cases} x - y = 2 \\ 2x + 3y = 9 \\ 3x + 2y = 11 \end{cases}$

3 $\begin{cases} x + 2y + 3z = 7 \\ 3x + 2y + 7z = 4 \end{cases}$

4 $\begin{cases} x + 2y + z = 4 \\ 3x + 4y + 2z = 7 \\ x + 6y + 3z = 11 \end{cases}$

5 Mostre que o sistema $\begin{cases} 2x + 3y + 1z = 6 \\ 3x - y + 7z = 5 \\ x - 4y + 6z = 8 \end{cases}$

não admite solução.

6 **(PUC-CAMPINAS)** – Considere o seguinte problema: Determinar dois números inteiros tais que a diferença entre seus dobros seja igual a 4 e a soma dos seus triplos seja igual a 9. Esse problema pode ser resolvido por meio do sistema de equações.

$$\begin{cases} 2x - 2y = 4 \\ 3x + 3y = -9 \end{cases}$$

E a conclusão correta a que se chega é que esse problema:
a) não admite soluções.
b) admite infinitas soluções.
c) admite uma única solução, com valores de x e y menores que 5.
d) admite uma única solução com valores de x e y compreendidos entre 5 e 10.
e) admite uma única solução, com valores de x e y maiores que 10.

7 **(FGV)** – O sistema linear

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 1 \\ 2x - y - z = 4 \end{cases}$$

a) é impossível.
b) admite apenas uma solução.
c) admite apenas duas soluções.
d) admite apenas três soluções.
e) admite infinitas soluções.

8 **(UNESP)** – Numa determinada empresa, vigora a seguinte regra, baseada em acúmulo de pontos. No final de cada mês, o funcionário recebe: 3 pontos positivos, se em todos os dias do mês ele foi pontual no trabalho, ou 5 pontos negativos, se durante o mês ele chegou pelo menos um dia atrasado. Os pontos recebidos vão sendo acumulados mês a mês, até que a soma atinja, pela primeira vez, 50 ou mais pontos, positivos ou negativos. Quando isso ocorre, há duas possibilidades: se o número de pontos acumulados for positivo, o funcionário recebe uma gratificação e, se for negativo, há um desconto em seu salário. Se um funcionário acumulou exatamente 50 pontos positivos em 30 meses, a quantidade de meses em que ele foi pontual, no período, foi:
a) 15. b) 20. c) 25. d) 26. e) 28.

Nas questões 1 e 2, discutir, segundo os valores do parâmetro m, cada sistema:

1 $\begin{cases} x + my = 1 \\ 2x + 6y = 4 \end{cases}$

2 $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ mx + 3y + 5z = 0 \\ m^2x + 9y + 25z = 0 \end{cases}$

3 Discutir o sistema abaixo segundo os valores de a e b:

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ 2x + ay = b \end{cases}$$

4 Para que valor de k o sistema

$\begin{cases} x + 2y + 3z = 2 \\ 3x + y + 4z = 5 \\ 4x + 3y + 7z = k \end{cases}$ admite solução?

5 **(U.F.AMAZONAS-adaptado)** – O sistema de equação

$\begin{cases} x - y + z = 1 \\ x + 3y - 3z = 5 \\ x + y - z = a \end{cases}$ tem solução para que valor de **a**? Para o valor de **a** obtido, quais são as soluções?

6 **(FGV)** – A condição necessária e suficiente para que a representação gráfica no plano cartesiano das equações do sistema linear

$$\begin{cases} (m + 1)\,x - y = 2 \\ 3x + 3y = 2n \end{cases}$$

nas incógnitas x e y seja um par de retas paralelas coincidentes é
a) $m \neq -2$ e $n \neq -3$. b) $m \neq -2$ e $n = -3$.
c) $m = -2$. d) $m = -2$ e $n \neq -3$.
e) $m = -2$ e $n = -3$.

7 **(MACKENZIE)** – O sistema

$$\begin{cases} x + y + z = k \\ kx + y + z = 1 \\ x + y - z = k \end{cases}$$

a) é impossível para um único valor de k.
b) tem solução única para um único valor de k.
c) tem solução (k, 0, 0), qualquer que seja $k \neq 0$.
d) tem mais de uma solução para um único valor de k.
e) pode admitir a solução nula.

8 **(ITA)** – O sistema linear

$$\begin{cases} bx + y = 1 \\ by + z = 1 \\ x + bz = 1 \end{cases}$$

não admite solução se e somente se o número real b for igual a
a) – 1. b) 0. c) 1.
d) 2. e) – 2.

9 A condição para que as constantes reais **a** e **b** tornem incompatível o sistema linear

$\begin{cases} x + y + 3z = 2 \\ x + 2y + 5z = 1 \\ 2x + 2y + az = b \end{cases}$ é

a) $a - b \neq 2$ b) $a + b = 10$
c) $4a - 6b = 0$ d) $a/b = 3/2$
e) $a \cdot b = 24$

– Sistema linear homogêneo / Fatorial e número binomial

1 Resolver o sistema $\begin{cases} 2x + 3y = 0 \\ 3x + 4y = 0 \end{cases}$

2 Resolver o sistema $\begin{cases} x + 2y + z = 0 \\ x + y + 3z = 0 \\ 2x + 3y + 4z = 0 \end{cases}$

3 A equação matricial

$\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \lambda \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ admite mais de uma solução se e somente se λ for igual a:

a) 0 b) $\pm\sqrt{3}$ c) ± 3
d) $\pm\sqrt{6}$ e) $\pm\sqrt{11}$

4 **(FGV)** – O sistema linear

$\begin{cases} x + \alpha y - 2z = 0 \\ x + y + z = 0 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$

admite solução não trivial, se:

a) $\alpha = -2$ b) $\alpha \neq -2$
c) $\alpha = 2$ d) $\alpha \neq 2$
e) $\alpha \in \mathbb{R}$, sendo $\mathbb{R}$ o conjunto dos números reais.

5 **(UECE)** – A soma de todos os valores de k para os quais o sistema

$\begin{cases} x - y - z = 0 \\ x - 2y - kz = 0 \\ 2x + ky + z = 0 \end{cases}$ admita uma infinidade de soluções é igual a:

a) – 2 b) – 1 c) 0
d) 1 e) 3

6 **(F.E.CIÊNCIAS ECONÔMICAS DE APUCARANA)** – No sistema de equações abaixo, o valor de **m**, para que o mesmo apresente uma única solução, é

$\begin{cases} \mathbf{m}x + 2y - z = 0 \\ x - 3y + z = 0 \\ x + 2y = 0 \end{cases}$

a) $m \neq -\dfrac{2}{3}$ b) $m \neq -\dfrac{3}{2}$

c) $m \neq -\dfrac{2}{6}$ d) $m \neq \dfrac{5}{6}$

e) $m \neq -\dfrac{2}{5}$

7 O sistema linear $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + 2y + kz = 0 \\ x + 4y + k^2z = 0 \end{cases}$

admite solução não trivial, se:

a) k = 1 ou k = 2
b) k = 3 ou k = 4
c) $k \neq 1$ e $k \neq 2$
d) $k \neq 3$ e $k \neq 4$
e) k = 5

8 Os números naturais, não nulos **a** e **b** são tais que o sistema

$\begin{cases} 3x + ay + z = 0 \\ 5x + 4y + bz = 0 \\ x - 2y - z = 0 \end{cases}$

nas variáveis x, y e z é possível e indeterminado. O maior valor possível de **a** é:

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

9 **(UNESP)** – Para quais valores de $k \in \mathbb{R}$ o sistema linear homogêneo:

$\begin{cases} kx + 2y - z = 0 \\ 2x - y + 2z = 0 \\ 3x + y + kz = 0 \end{cases}$

será possível e determinado, será possível e indeterminado, será impossível?

---

1 Calcular o valor de $\dfrac{10! - 8!}{8!}$

2 Resolver a equação $\dfrac{n!}{(n-2)!} = 30$

3 Resolver a equação

$\begin{pmatrix} x \\ x-3 \end{pmatrix} \cdot 3! = 24 \cdot \begin{pmatrix} x-2 \\ 2 \end{pmatrix}$ sabendo que $x \in \mathbb{N}$ e $x > 3$.

4 Efetuando $\dfrac{1}{n!} - \dfrac{n}{(n+1)!}$ obtém-se:

a) $\dfrac{n}{(n+1)!}$ b) $\dfrac{2}{n!}$

c) $\dfrac{n!\,(n+1)!}{(n-1)!}$ d) $\dfrac{1}{(n+1)!}$

e) 0

5 **(FEI)** – Simplificar as expressões:

a) $\dfrac{7!\,.\,9!}{6!\,.\,8!}$ b) $\dfrac{(2n+2)!}{(2n)!}$

6 O algarismo das unidades do número natural $n = 7!^{8!}$ é

a) 0 b) 1 c) 2
d) 7 e) 8

7 **(ESPM)** – A expressão $\dfrac{2!\,.\,8!\,.13!}{4!}$ equivale a

a) 4 . 13! b) 4! . 13! c) 15!
d) 16 . 13! e) 16!

8 **(UNIFESP)** – O valor de

$\log_2 \left(\dfrac{2\,.\,4\,.\,6\,.\,\ldots\,.\,2n}{n!} \right)$ é:

a) n^2 b) 2n c) n
d) $2\log_2 n$ e) $\log_2 n$

9 Calcule o valor de cada número binomial dado a seguir.

a) $\begin{pmatrix} 12 \\ 5 \end{pmatrix} =$ b) $\begin{pmatrix} 12 \\ 7 \end{pmatrix} =$

c) $\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} =$ d) $\begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix} =$

10 Resolvendo-se, em $\mathbb{N}$, a equação

$\dfrac{\begin{pmatrix} n-1 \\ 3 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} n-2 \\ 2 \end{pmatrix}} = 2$, obtém-se um valor pertencente ao intervalo

a) [4; 6] b) [7; 10]
c) [11; 15] d) [16; 18]
e) [19; 23]

Exercícios Complementares no Portal Objetivo MAT2M212 e MAT2M213

1 Calcular os números binomiais.

a) $\binom{100}{2} =$ b) $\binom{100}{98} =$

c) $\binom{60}{0} =$ d) $\binom{60}{60} =$

e) $\binom{60}{1} =$

2 Resolva a equação $\binom{13}{x-1} = \binom{13}{2x-4}$ sabendo-se que $x \in \mathbb{N}$ e $x < 8$.

3 O valor da soma

$\binom{5}{1} + \binom{5}{2} + \binom{5}{3} + \binom{5}{4}$ é

a) 30 b) 31 c) 32
d) 60 e) 61

4 O valor de

$\binom{3}{0} + \binom{4}{1} + \binom{5}{2} + \binom{6}{3} + \binom{7}{4}$ é

a) $\binom{8}{4}$ b) $\binom{7}{5}$ c) $\binom{8}{5}$
d) $\binom{8}{6}$ e) $\binom{9}{6}$

5 O valor de $\sum_{p=0}^{4} \binom{p+4}{4}$ é

a) $\binom{8}{6}$ b) $\binom{9}{5}$ c) $\binom{8}{4}$
d) $\binom{8}{5}$ e) $\binom{9}{6}$

6 O valor de $\binom{60}{30} + \binom{60}{31}$ é

a) $\binom{60}{30}$ b) $\binom{60}{31}$ c) $\binom{61}{29}$
d) $\binom{61}{30}$ e) $\binom{61}{31}$

7 O valor da expressão

$\binom{11}{0} + \binom{11}{1} + \binom{11}{2} + \ldots + \binom{11}{11}$ é

a) 896 b) 948 c) 1024
d) 1628 e) 2048

8 Calcular o valor da expressão

$\binom{3}{3} + \binom{4}{3} + \binom{5}{3} + \ldots + \binom{10}{3}$

9 Calcular o valor da expressão

$\binom{3}{0} + \binom{4}{1} + \binom{5}{2} + \ldots + \binom{10}{7}$

10 O valor de $\sum_{k=1}^{8} \binom{9}{k}$ é

a) 256 b) 510 c) 512
d) 1022 e) 1024

Desenvolver:

1 $(x + y)^0 =$

2 $(x + y)^1 =$

3 $(x + y)^2 =$

4 $(x + y)^3 =$

5 $(x + y)^4 =$

6 $(x - y)^4 =$

7 $(x + y)^5 =$

8 $(x - 2)^4 =$

9 $(2x + 1)^6 =$

10 $(2x - 3y)^4 =$

11 $(x + 2)^4 =$

12 $(2x - 1)^4 =$

13 O quarto termo do desenvolvimento de $(x + 3)^4$ segundo expoentes decrescentes de x é:

a) x^4 b) $12x^3$ c) $12x^2$
d) $108x^2$ e) $108x$

14 O quarto termo do desenvolvimento de $(x + 3)^4$ segundo expoentes crescentes de x é:

a) x^4 b) $12x^3$ c) $12x^2$
d) $108x^2$ e) $108x$

15 O termo independente de x no desenvolvimento de $(2x + 5)^4$ é igual a:

a) 16 b) 160 c) 600
d) 1000 e) 625

16 O quarto termo do desenvolvimento de $(x - 2)^5$ segundo expoentes decrescentes de x é:

a) $-80x^2$ b) $80x^2$ c) $80x$
d) $40x^3$ e) $-40x^3$

Módulos 23 e 24 – Binômio de Newton – Desenvolvimento de $(x + y)^n$ / Análise combinatória – princípio da contagem e arranjos

no Portal Objetivo MAT2M214 e MAT2M215

1 Achar o quinto termo do desenvolvimento de $(x + 2)^9$, feito segundo os expoentes decrescentes de x.

2 Calcular o termo em x^{31} no desenvolvimento de $\left(x^2 + \dfrac{1}{x}\right)^{20}$.

3 O número de parcelas do desenvolvimento de $(x + y)^{100}$ é

a) 2 b) 99 c) 100
d) 101 e) 102

4 O coeficiente de x^4 no desenvolvimento de $(x + 2)^6$ é

a) 64 b) 60 c) 12
d) 4 e) 24

5 O quarto termo do desenvolvimento de $(2x + y)^8$, feito segundo os expoentes decrescentes de x, é igual a:

a) $56x^5y^3$ b) $36x^3y^5$
c) $1792x^5y^3$ d) $1792x^3y^5$
e) $2240x^4y^4$

6 **(PUC-PR)** – O termo independente de x no desenvolvimento de $\left(x^2 + \dfrac{1}{x}\right)^{12}$ é igual a:

a) 621 b) 495 c) 2628
d) 718 e) 227

7 Considerando o desenvolvimento do binômio $\left(x^2 - \dfrac{1}{x^3}\right)^{10}$, calcule

a) o termo médio.
b) o termo independente de x.

8 O desenvolvimento de $(2x^2 + y)^n$ possui dez termos. Seu quarto termo, segundo os expoentes decrescentes de x, é

a) $7680x^{14}y^4$ b) $5376x^{12}y^3$
c) $672x^6y^6$ d) $5376x^3y^{12}$
e) $676x^{12}y^3$

9 A soma dos coeficientes do desenvolvimento de $(7x + 5y)^2$ é

a) 25 b) 49 c) 81
d) 121 e) 144

10 **(UEAL)** – A soma dos coeficientes do desenvolvimento de $(7x - 2y)^m$ é 3125. O valor de **m** é:

a) 5 b) 4 c) 6
d) 7 e) 3

---

1 Quantos números de três algarismos distintos podem ser formados com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 7 e 8?

2 Quantos números, compreendidos entre 3000 e 4000 e formados de algarismos distintos, podemos formar com os algarismos 2, 3, 4, 5, 6 e 7?

3 Quantos números pares, de quatro algarismos distintos, podem ser formados com os algarismos 1, 2, 4, 6, 8 e 9?

a) 300 b) 120 c) 360
d) 240 e) 180

4 Organiza-se um campeonato de futebol com 14 clubes, sendo a disputa feita em dois turnos, para que cada clube enfrente o outro no seu campo e no campo deste. O número total de jogos a serem realizados é:

a) 182 b) 91 c) 169
d) 196 e) 160

5 **(ENEM)** – No Nordeste brasileiro, é comum encontrarmos peças de artesanato constituídas por garrafas preenchidas com areia de diferentes cores, formando desenhos. Um artesão deseja fazer peças com areia de cores cinza, azul, verde e amarela, mantendo o mesmo desenho, mas variando as cores da paisagem (casa, palmeira e fundo), conforme a figura.

O fundo pode ser representado nas cores azul ou cinza; a casa, nas cores azul, verde ou amarela; e a palmeira, nas cores cinza ou verde. Se o fundo não pode ter a mesma cor nem da casa nem da palmeira, por uma questão de contraste, então o número de variações que podem ser obtidas para a paisagem é

a) 6. b) 7. c) 8. d) 9. e) 10.

6 **(UNESP)** – Um certo tipo de código usa apenas dois símbolos, o número zero (0) e o número um (1) e, considerando esses símbolos como letras, podem-se formar palavras. Por exemplo: 0, 01, 00, 001 e 110 são algumas palavras de uma, duas e três letras desse código. O número máximo de palavras, com cinco letras ou menos, que podem ser formadas com esse código é:

a) 120. b) 62. c) 60.
d) 20. e) 10.

7 **(FGV)** – Deseja-se criar uma senha para os usuários de um sistema, começando por três letras escolhidas entre as cinco A, B, C, D e E, seguidas de quatro algarismos escolhidos entre 0, 2, 4, 6 e 8. Se entre as letras puder haver repetição, mas se os algarismos forem todos distintos, o número total de senhas possíveis é:

a) 78 125 b) 7 200 c) 15 000
d) 6 420 e) 50

8 Estima-se que haja, no Acre, 209 espécies de mamíferos, distribuídas conforme a tabela a seguir.

grupos taxonômicos	**número de espécies**
Artiodáctilos	4
Carnívoros	18
Cetáceos	2
Quirópteros	103
Lagomorfos	1
Marsupiais	16
Perissodáctilos	1
Primatas	20
Roedores	33
Sirênios	1
Edentados	10
Total	209

T&C Amazônia, ano 1, nº. 3, dez./2003.

Deseja-se realizar um estudo comparativo entre três dessas espécies de mamíferos – uma do grupo Cetáceos, outra do grupo Primatas e a terceira do grupo Roedores. O número de conjuntos distintos que podem ser formados com essas espécies para esse estudo é igual a

a) 1 320 b) 2 090 c) 5 845
d) 6 600 e) 7 245

Exercícios Complementares no Portal Objetivo MAT2M216 e MAT2M217

1 Quantos são os anagramas da palavra REPITO?

2 Quantos são os anagramas da palavra REPITO que começam com E?

3 Quantos são os anagramas da palavra REPITO que começam com vogal?

4 **(UFTM)** – João pediu que Cláudia fizesse cartões com todas as permutações da palavra AVIAÇÃO. Cláudia executou a tarefa considerando as letras A e Ã como diferentes, contudo, João queria que elas fossem consideradas como mesma letra. A diferença entre o número de cartões feitos por Cláudia e o número de cartões esperados por João é igual a

a) 720. b) 1 680. c) 2 420.
d) 3 360. e) 4 320.

5 **(UFABC)**

A América em busca de ouro

No mês de julho, a cidade do Rio de Janeiro sediou a 15.ª edição dos Jogos Panamericanos, a maior competição esportiva das Américas. Numa participação recorde na história do evento, mais de 5 500 atletas de 42 países disputaram as medalhas de ouro, prata e bronze.

A figura mostra a medalha utilizada na premiação dos atletas.
Nela estão estampados 5 pássaros distintos. Suponha que cada pássaro pudesse ser colorido com uma cor diferente (verde, amarelo, azul, branco e vermelho). O número de composições distintas que podem ser formadas na distribuição das cores entre os cinco pássaros é

a) 25. b) 40. c) 60. d) 120. e) 240.

6 **(FUVEST)** – Um lotação possui três bancos para passageiros, cada um com três lugares, e deve transportar os três membros da família Sousa, o casal Lúcia e Mauro e mais quatro pessoas. Além disso,

1. a família Sousa quer ocupar um mesmo banco;
2. Lúcia e Mauro querem sentar-se lado a lado.

Nessas condições, o número de maneiras distintas de dispor os nove passageiros no lotação é igual a

a) 928 b) 1152 c) 1828
d) 2412 e) 3456

7 **(FGV)** – O número de permutações da palavra ECONOMIA que não começam nem terminam com a letra O é

a) 9 400. b) 9 600. c) 9 800.
d) 10 200. e) 10 800.

8 **(UNIFESP)** – As permutações das letras da palavra PROVA foram listadas em ordem alfabética, como se fossem palavras de cinco letras em um dicionário. A 73.ª palavra nessa lista é

a) PROVA. b) VAPOR. c) RAPOV.
d) ROVAP. e) RAOPV.

9 Considere todos os números formados por 6 algarismos distintos obtidos permutando-se, de todas as formas possíveis, os algarismos 1, 2, 3, 4, 5 e 6.

a) Determine quantos números é possível formar (no total) e quantos números se iniciam com o algarismo 1.
b) Escrevendo-se esses números em ordem crescente, determine qual posição ocupa o número 512346 e que número ocupa a 242.ª posição.

---

1 Sobre uma circunferência são marcados 7 pontos distintos. Quantos triângulos distintos podem ser formados, com vértices nestes 7 pontos?

2 Um aluno deve responder a 8 das 10 questões de um exame, sendo as três primeiras obrigatórias. Qual o número total de escolhas que o aluno pode fazer?

3 **(MACKENZIE)** – Numa empresa existem 10 diretores, dos quais 6 estão sob suspeita de corrupção. Para que se analisem as suspeitas, será formada uma comissão especial com 5 diretores, na qual os suspeitos não sejam maioria. O número de possíveis comissões é:

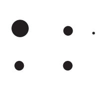
a) 66 b) 72 c) 90 d) 120 e) 124

4 **(FUVEST)** – Numa primeira fase de um campeonato de xadrez, cada jogador joga uma vez contra todos os demais. Nessa fase foram realizados 78 jogos. Quantos eram os jogadores?

a) 10 b) 11 c) 12 d) 13 e) 14

5 **(ENEM)** – A escrita Braile para cegos é um sistema de símbolos no qual cada caráter é um conjunto de 6 pontos dispostos em forma retangular, dos quais pelo menos um se destaca em relação aos demais.

Por exemplo, a letra A é representada por



O número total de caracteres que podem ser representados no sistema Braile é

a) 12. b) 31. c) 36. d) 63. e) 720.

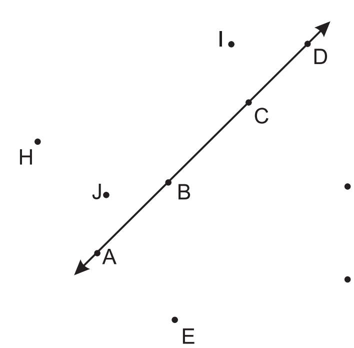
6 **(ESPCEX)** – A equipe de professores de uma escola possui um banco de questões de matemática composto de 5 questões sobre parábolas, 4 sobre circunferências e 4 sobre retas. De quantas maneiras distintas a equipe pode montar uma prova com 8 questões, sendo 3 de parábolas, 2 de circunferências e 3 de retas?

a) 80 b) 96 c) 240 d) 640 e) 1280

7 **(UNIFENAS)** – A diretoria de uma sociedade tem 10 membros. Quantas comissões de 4 membros podem ser formadas, figurando sempre o presidente e o vice-presidente?

a) 28 b) 18 c) 38 d) 16 e) 24

8 **(UNESP)** – Marcam-se, num plano, 10 pontos, A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, dos quais 4 estão sobre a mesma reta e três outros pontos quaisquer nunca estão alinhados, conforme a figura.



O número total de triângulos que podem ser formados, unindo-se três quaisquer desses pontos, é:

a) 24 b) 112 c) 116 d) 120 e) 124

Módulos 27 e 28 – Arranjos, permutações e combinações: exercícios / Arranjos completos e combinações completas

no Portal Objetivo MAT2M218 e MAT2M219

1 Numa clínica hospitalar, as cirurgias são sempre assistidas por 3 dos seus 5 enfermeiros, sendo que, para uma eventualidade qualquer, dois particulares enfermeiros, por serem os mais experientes, nunca são escalados para trabalharem juntos. Sabendo-se que em todos os grupos participa um dos dois enfermeiros mais experientes, quantos grupos distintos de 3 enfermeiros podem ser formados?

a) 6 b) 10 c) 12
d) 15 e) 20

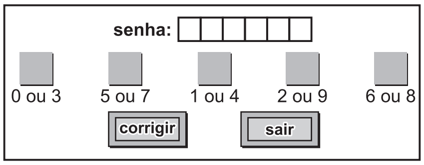
2 Um químico possui 10 (dez) tipos de substâncias. De quantos modos possíveis poderá associar 6 (seis) dessas substâncias se, entre as dez, duas somente não podem ser juntadas porque produzem mistura explosiva?

3 **(UEM)** – Quinze garotas estão posicionadas numa quadra esportiva para uma apresentação de ginástica, de modo que não se encontram três em uma linha reta, com exceção das garotas que trazem uma letra estampada na camiseta e que estão alinhadas formando a palavra AERÓBICA. Determine o número de retas determinadas pelas posições das quinze garotas.

4 **(FUVEST)** – Num programa transmitido diariamente, uma emissora de rádio toca sempre as mesmas 10 músicas, mas nunca na mesma ordem. Para esgotar todas as possíveis sequências dessas músicas serão necessários, aproximadamente,

a) 100 dias. b) 10 anos.
c) 1 século. d) 10 séculos.
e) 100 séculos.

5 **(MACKENZIE)**



Ao utilizar o caixa eletrônico de um banco, o usuário digita sua senha numérica em uma tela como mostra a figura. Os dez algarismos (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9) são associados aleatoriamente a cinco botões, de modo que a cada botão correspondam dois algarismos, indicados em ordem crescente. O número de maneiras diferentes de apresentar os dez algarismos na tela é

a) $\dfrac{10!}{2^5}$ b) $\dfrac{10!}{5}$ c) $2^5 \,.\, 5!$

d) $25 \,.\, 10!$ e) $\dfrac{10!}{2}$

6 Seis pessoas serão distribuídas em duas equipes para concorrer a uma gincana. O número de maneiras diferentes de formar duas equipes é

a) 10 b) 15 c) 20 d) 25 e) 30

7 **(UNIFESP)** – O corpo clínico da pediatria de um certo hospital é composto por 12 profissionais, dos quais 3 são capacitados para atuação junto a crianças que apresentam necessidades educacionais especiais. Para fins de assessoria, deverá ser criada uma comissão de 3 profissionais, de tal maneira que 1 deles, pelo menos, tenha a capacitação referida. Quantas comissões distintas podem ser formadas nestas condições?

a) 792 b) 494 c) 369
d) 136 e) 108

8 **(MACKENIE)** – Num quadro, as chaves de 6 salas e de 2 banheiros, todas distintas, estão dispostas em duas filas com quatro chaves cada uma. Se as chaves dos banheiros devem ocupar as extremidades da primeira fila, o número de formas diferentes de se colocar as chaves no quadro é:

a) 6! b) 6. 6! c) 4. 6!
d) 8! e) 2. 6!

---

1 Quantos números de três algarismos distintos podemos formar com os elementos do conjunto {1, 2, 3, 4, 5, 6}?

a) 60 b) 120 c) 216 d) 20 e) 36

2 Quantos números de três algarismos podemos formar com os elementos do conjunto {1, 2, 3, 4, 5, 6}?

a) 60 b) 120 c) 216 d) 20 e) 36

3 Quantos números de três algarismos, com pelo menos dois algarismos iguais, podemos formar com os elementos do conjunto {1, 2, 3, 4, 5, 6}?

a) 216 b) 120 c) 96 d) 48 e) 24

4 Considere o conjunto A = {2, 3, 5, 7, 11}. Qual é o número total de produtos de três fatores, distintos ou não, que podem ser obtidos utilizando-se os elementos de A?

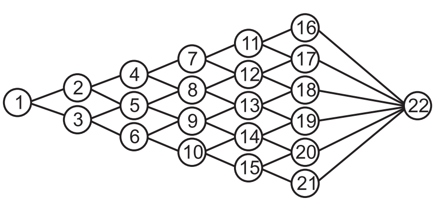
5 **(UNESP)** – Considere a identificação das placas de veículos, compostas de três letras seguidas de 4 dígitos. Sendo o alfabeto constituído de 26 letras, o número de placas possíveis de serem constituídas, pensando em todas as combinações possíveis de 3 letras seguidas de 4 dígitos, é:

a) 3 120 b) 78 624 000
c) 88 586 040 d) 156 000 000
e) 175 760 000

6 Considere os números de quatro algarismos do sistema decimal de numeração. Calcule

a) quantos são no total;
b) quantos não possuem o algarismo 2;
c) em quantos deles o algarismo 2 aparece ao menos uma vez;
d) quantos têm os algarismos distintos;
e) quantos têm pelo menos dois algarismos iguais.

7 **(UFRJ)** – A sequência 1, 3, 5, 9, 13, 18, 22 é uma das possibilidades de formar uma sequência de sete números, começando em 1 e terminando em 22, de forma que cada número da sequência seja maior do que o anterior e que as representações de dois números consecutivos na sequência estejam conectadas no diagrama a seguir por um segmento.



a) Quantas sequências diferentes, com essas características, podemos formar?
b) Quantas dessas sequências incluem o número 13?

8 Com os algarismos 1, 2, 3, 4 e 5 é possível formar **n** números naturais com três algarismos cada um.

Podemos afirmar que **n** é um número

a) com dois algarismos.
b) par.
c) múltiplo de 3.
d) divisível por 5.
e) primo.

Exercícios Complementares no Portal Objetivo MAT2M220 e MAT2M221

1 Retirando-se uma carta de um baralho comum de 52 cartas, qual é a probabilidade de se obter
a) uma dama?
b) uma carta de copas?

2 A probabilidade de uma bola branca aparecer ao se retirar uma única bola de uma urna que contém, exatamente, 4 bolas brancas, 3 vermelhas e 5 azuis, é:

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{1}{12}$ e) $\frac{1}{8}$

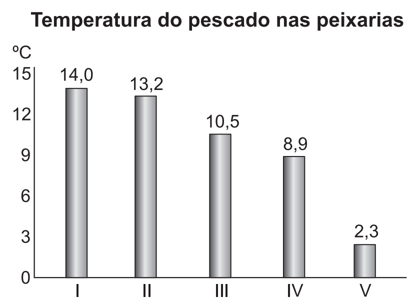
3 **(FUVEST)** – Escolhido ao acaso um elemento do conjunto dos divisores positivos de 60, a probabilidade de que ele seja primo é:

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{1}{5}$ e) $\frac{1}{6}$

4 Escolhe-se, ao acaso, um número de três algarismos distintos tomados do conjunto {1, 2, 3, 4, 5}. A probabilidade de nesse número aparecer o algarismo 2 e não aparecer o algarismo 4 é:

a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{4}{5}$ c) $\frac{3}{10}$ d) $\frac{5}{10}$ e) $\frac{7}{10}$

5 **(ENEM)**

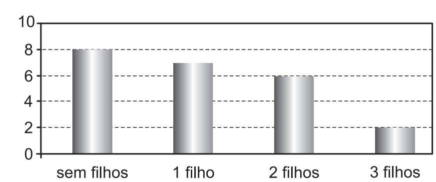


Associação Brasileira de Defesa do Consumidor (com adaptações).

Uma das principais causas da degradação de peixes frescos é a contaminação por bactérias. O gráfico apresenta resultados de um estudo acerca da temperatura de peixes frescos vendidos em cinco peixarias. O ideal é que esses peixes sejam vendidos com temperatura entre 2°C e 4°C. Selecionando-se aleatoriamente uma das cinco peixarias pesquisadas, a probabilidade de ela vender peixes frescos na condição ideal é igual a

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{1}{5}$ e) $\frac{1}{6}$

6 **(ENEM)** – As 23 ex-alunas de uma turma que completou o Ensino Médio há 10 anos se encontraram em uma reunião comemorativa. Várias delas haviam se casado e tido filhos. A distribuição das mulheres, de acordo com a quantidade de filhos, é mostrada no gráfico abaixo. Um prêmio foi sorteado entre todos os filhos dessas ex-alunas. A probabilidade de que a criança premiada tenha sido um(a) filho(a) único(a) é



a) $\frac{1}{3}$. b) $\frac{1}{4}$. c) $\frac{7}{15}$. d) $\frac{7}{23}$. e) $\frac{7}{25}$.

---

1 Retirando-se uma carta de um baralho comum de 52 cartas, qual a probabilidade de se obter um rei ou uma dama?

2 Retirando-se uma carta de um baralho comum de 52 cartas, qual a probabilidade de se obter um rei ou uma carta de copas?

Jogam-se dois dados "honestos" de seis faces, numeradas de 1 a 6, e lê-se o número de cada uma das duas faces voltadas para cima. Calcular, nas questões de **3** a **5**, a probabilidade de serem obtidos:

3 números cuja soma é 5 ou 6?

4 dois números pares ou dois números ímpares?

5 dois números ímpares ou dois números iguais?

6 **(UNESP)** – Lançando-se simultaneamente dois dados não viciados, a probabilidade de que suas faces superiores exibam soma igual a 7 ou 9 é

a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{4}{9}$ c) $\frac{2}{11}$ d) $\frac{5}{18}$ e) $\frac{3}{7}$

7 Dois dados perfeitos e distinguíveis são lançados ao acaso. A probabilidade de os dois números obtidos serem ímpares ou terem soma maior que 7 é:

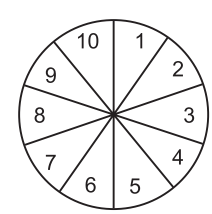
a) $\frac{7}{18}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{17}{36}$ d) $\frac{4}{9}$ e) $\frac{7}{12}$

8 Uma urna contém 500 bolas, numeradas de 1 a 500. Uma bola dessa urna é escolhida ao acaso. A probabilidade de que seja escolhida uma bola com um número de três algarismos ou múltiplo de 10 é
a) 10% b) 12% c) 64%
d) 82% e) 86%

9 Numa comunidade de 1000 habitantes, 400 são sócios de um clube **A**, 300 de um clube **B** e 200 de ambos. Qual é a probabilidade de uma pessoa escolhida ao acaso ser sócia de **A** ou **B**?

10 Uma urna contém 4 bolas amarelas, 2 brancas e 3 bolas vermelhas. Retirando-se uma bola ao acaso, qual a probabilidade de ela ser amarela ou branca?

11 **(UNESP)** – Um jogo consiste num dispositivo eletrônico na forma de um círculo dividido em 10 setores iguais numerados, como mostra a figura.



Em cada jogada, um único setor do círculo se ilumina.
Todos os setores com números pares têm a mesma probabilidade de ocorrer, o mesmo acontecendo com os setores com números ímpares. Além disso, a probabilidade de ocorrer o número 3 é o dobro da probabilidade de ocorrer o número 4. Denotando por p(i) a probabilidade de, numa jogada, ocorrer o número i, determine:
a) p(3) e p(4).
b) a probabilidade de, numa jogada, ocorrer um número primo maior ou igual a 2.

– Intersecção de eventos / Lei binomial de probabilidade

1 Retira-se uma carta de um baralho comum de 52 cartas e verifica-se que a carta é de ouros. Qual é a probabilidade desta carta não ser rei nem dama?

2 Uma caixa contém 11 bolas numeradas de 1 a 11. Retira-se uma delas ao acaso e observa-se que a mesma traz um número ímpar. A probabilidade de que esse número seja menor que 5 é:

a) $\frac{4}{11}$ b) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{1}{4}$

3 Lança-se um par de dados não viciados. Se a soma nos dois dados for 8, então a probabilidade de ocorrer a face 5, em um deles, é:

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{4}{5}$ d) $\frac{1}{5}$ e) $\frac{1}{3}$

4 Duas pessoas A e B atiram num alvo com probabilidade 40% e 30%, respectivamente, de acertar. Nestas condições, a probabilidade de apenas uma delas acertar o alvo é:

a) 42% b) 45% c) 46%
d) 48% e) 50%

5 Um piloto de Fórmula 1 estima que suas chances de subir ao pódio numa dada prova são de 60% se chover no dia da prova e de 20% se não chover. O serviço de Meteorologia prevê que a probabilidade de chover durante a prova é de 75%. Nessas condições, calcule a probabilidade de que o piloto venha a subir ao pódio.

6 **(ITA)** – Retiram-se 3 bolas de uma urna que contém 4 bolas verdes, 5 bolas azuis e 7 bolas brancas. Se P_1 é a probabilidade de não sair bola azul e P_2 é a probabilidade de todas as bolas saírem com a mesma cor, então a alternativa que mais se aproxima de $P_1 + P_2$ é

a) 0,21. b) 0,25. c) 0,28
d) 0,35. e) 0,40.

7 **(FGV)** – Num espaço amostral, dois eventos independentes A e B são tais que $P(A \cup B) = 0{,}8$ e $P(A) = 0{,}3$.
Podemos concluir que o valor de P(B) é:

a) 0,5 b) 5/7 c) 0,6 d) 7/15 e) 0,7

8 **(ENEM)** – A queima de cana aumenta a concentração de dióxido de carbono e de material particulado na atmosfera, causa alteração de clima e contribui para o aumento de doenças respiratórias. A tabela abaixo apresenta números relativos a pacientes internados em um hospital no período da queima da cana.

pacientes	problemas respiratórios causados pelas queimadas	problemas respiratórios resultantes de outras causas	outras doenças	total
idosos	50	150	60	260
crianças	150	210	90	450

Escolhendo-se aleatoriamente um paciente internado nesse hospital por problemas respiratórios causados pelas queimadas, a probabilidade de que ele seja uma criança é igual a

a) 0,26, o que sugere a necessidade de implementação de medidas que reforcem a atenção ao idoso internado com problemas respiratórios.
b) 0,50, o que comprova ser de grau médio a gravidade dos problemas respiratórios que atingem a população nas regiões das queimadas.
c) 0,63, o que mostra que nenhum aspecto relativo à saúde infantil pode ser negligenciado.
d) 0,67, o que indica a necessidade de campanhas de conscientização que objetivem a eliminação das queimadas.
e) 0,75, o que sugere a necessidade de que, em áreas atingidas pelos efeitos das queimadas, o atendimento hospitalar no setor de pediatria seja reforçado.

Uma urna contém 6 bolas: duas brancas e quatro pretas. Retiram-se quatro bolas, sempre com reposição de cada bola antes de retirar a seguinte.

1 A probabilidade de as quatro serem brancas é:

a) $\frac{1}{81}$ b) $\frac{16}{81}$ c) $\frac{4}{81}$
d) $\frac{24}{81}$ e) $\frac{2}{81}$

2 A probabilidade de só as duas primeiras serem brancas é:

a) $\frac{1}{81}$ b) $\frac{16}{81}$ c) $\frac{4}{81}$
d) $\frac{24}{81}$ e) $\frac{2}{81}$

3 A probabilidade de só as duas últimas serem brancas é:

a) $\frac{1}{81}$ b) $\frac{16}{81}$ c) $\frac{4}{81}$
d) $\frac{24}{81}$ e) $\frac{2}{81}$

4 A probabilidade de só a primeira e a terceira serem brancas é:

a) $\frac{1}{81}$ b) $\frac{16}{81}$ c) $\frac{4}{81}$
d) $\frac{24}{81}$ e) $\frac{2}{81}$

5 A probabilidade de só duas serem brancas é:

a) $\frac{1}{81}$ b) $\frac{16}{81}$ c) $\frac{4}{81}$
d) $\frac{24}{81}$ e) $\frac{2}{81}$

6 **(UNESP)** – Numa festa de aniversário infantil, 5 crianças comeram um alimento contaminado com uma bactéria. Sabe-se que, uma vez em contato com essa bactéria, a probabilidade de que a criança manifeste problemas intestinais é de 2/3.

Sabendo que $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$, determine:

a) $\binom{5}{2}$ e a probabilidade de manifestação de problemas intestinais em exatamente duas crianças.
b) $\binom{5}{0}$, $\binom{5}{1}$ e a probabilidade de manifestação de problemas intestinais no máximo em uma criança.

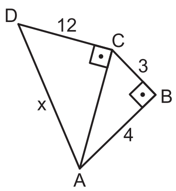
7 Uma lanchonete prepara sucos de 3 sabores: laranja, abacaxi e limão. Para fazer um suco de laranja, são utilizadas 3 laranjas e a probabilidade de um cliente pedir esse suco é de 1/3. Se, na lanchonete, há 25 laranjas, então a probabilidade de que, para o décimo cliente, não haja mais laranjas suficientes para fazer o suco dessa fruta é

a) 1 b) $\frac{1}{3^9}$ c) $\frac{1}{3^8}$ d) $\frac{2}{3}$ e) $\frac{2}{3^7}$

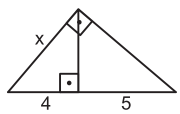
Exercícios Complementares no Portal Objetivo MAT2M224 e MAT2M225

1 Com os dados da figura abaixo determine o valor de x em cada caso.

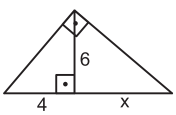
a)



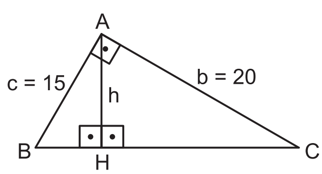
b)



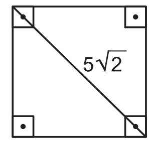
c)



2 Calcule a medida da altura relativa à hipotenusa de um triângulo retângulo cujos catetos medem 15 cm e 20 cm.



3 Calcular o perímetro de um quadrado cuja diagonal mede $5\sqrt{2}$ m.



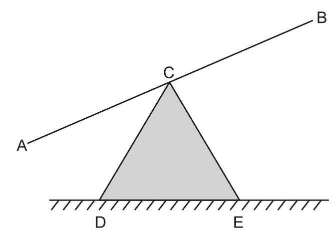
4 A altura de um triângulo isósceles cuja base mede 16 cm e cujos lados côngruos medem 17 cm é

a) 10 cm. b) 12 cm. c) 13 cm.
d) 14 cm. e) 15 cm.

5 **(ENEM)** – Quatro estações distribuidoras de energia, A, B, C e D, estão dispostas como vértices de um quadrado de 40 km de lado. Deseja-se construir uma estação central que seja ao mesmo tempo equidistante das estações A e B e da estrada (reta) que liga as estações C e D. A nova estação deve ser localizada

a) no centro do quadrado.
b) na perpendicular à estrada que liga C e D, passando por seu ponto médio, a 15 km dessa estrada.
c) na perpendicular à estrada que liga C e D passando por seu ponto médio, a 25 km dessa estrada.
d) no vértice de um triângulo equilátero de base AB, oposto a essa base.
e) no ponto médio da estrada que liga as estações A e B.

6 **(VUNESP – MODELO ENEM)** – Uma gangorra é formada por uma haste rígida AB, apoiada sobre uma mureta de concreto no ponto C, como na figura. Quando a extremidade B da haste toca o chão, a altura da extremidade A em relação ao chão é:

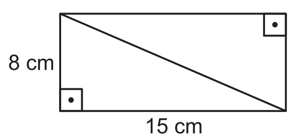


Dados: AC = 1,2 m
CB = 1,8 m
CD = CE = DE = 1 m

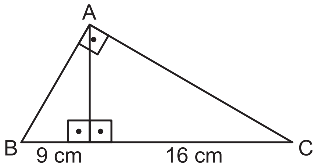
a) $\sqrt{3}$ m b) $3\sqrt{3}$ m c) $\dfrac{6\sqrt{3}}{5}$ m
d) $\dfrac{5\sqrt{3}}{6}$ m e) $2\sqrt{2}$ m

---

1 Calcular a medida da diagonal de um retângulo, cujos lados medem 8 cm e 15 cm.

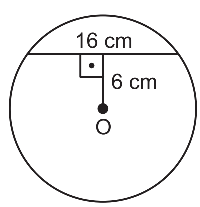


2 As projeções ortogonais dos catetos sobre a hipotenusa de um triângulo retângulo medem 9 cm e 16 cm. Determine as medidas dos lados deste triângulo.

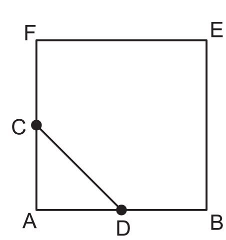


3 Qual a medida do raio de um círculo no qual uma corda de 16 cm dista 6 cm do centro?

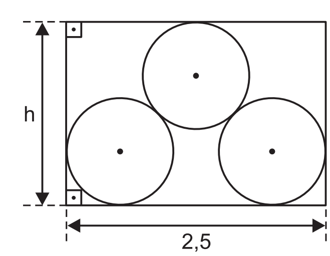
a) 6 cm b) 7 cm c) 8 cm
d) 9 cm e) 10 cm



4 Na figura, ABEF é um quadrado de lado 5 m. Determinar a medida do segmento $\overline{CD}$ sabendo-se que C é ponto médio de $\overline{AF}$ e D é ponto médio de $\overline{AB}$.



5 **(FUVEST)** - Um lenhador empilhou 3 troncos de madeira num caminhão de largura 2,5 m, conforme a figura abaixo. Cada tronco é um cilindro reto, cujo raio da base mede 0,5 m. Logo, a altura h, em metros, é:



a) $\dfrac{1+\sqrt{7}}{2}$ b) $\dfrac{1+\sqrt{7}}{3}$

c) $\dfrac{1+\sqrt{7}}{4}$ d) $1+\dfrac{\sqrt{7}}{3}$

e) $1+\dfrac{\sqrt{7}}{4}$

Módulos 19 e 20 – Natureza dos triângulos / Lugares geométricos

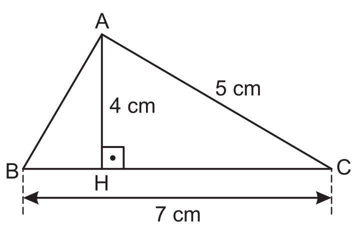
no Portal Objetivo MAT2M226 e MAT2M227

❶ Os lados de um triângulo são: 2, 3 e 4. Qual a natureza do triângulo?

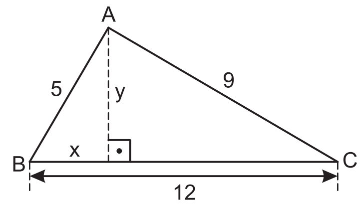
❷ Considere um triângulo ABC com lados AB = 9 cm, BC = 15 cm e AC = 12 cm. Esse triângulo é

a) obtusângulo. b) acutângulo.
c) retângulo. d) isósceles.
e) equilátero.

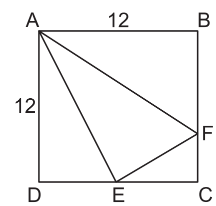
❸ Calcular a medida do lado $\overline{AB}$ do triângulo ABC da figura.



❹ Calcule o valor de x na figura:



❺ **(FUVEST)** – No quadrado

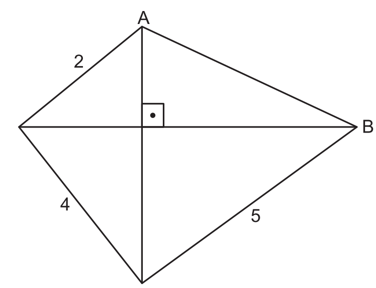


ABCD de lado 12, temos AE = 13 e CF = 3. O ângulo $A\hat{E}F$ é agudo, reto ou obtuso? Justifique.

❻ **(FGV)** – Queremos desenhar, no interior de um retângulo ABCD, um losango AICJ com vértice I sobre o lado AB do retângulo e vértice J sobre o lado CD. Se as medidas dos lados do retângulo são AB = 25 cm e BC = 15 cm, então a medida do lado do losango é

a) 13 cm b) 15 cm c) 17 cm
d) 18 cm e) $15\sqrt{2}$ cm

❼ **(MACKENZIE)** – Na figura seguinte, onde as diagonais do quadrilátero convexo são perpendiculares, $\overline{AB}$ mede:



a) $\sqrt{11}$ b) $\sqrt{7}$ c) $\sqrt{13}$
d) $\dfrac{5}{2}$ e) 3

---

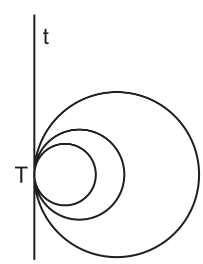
❶ Responder V ou F, conforme as sentenças sejam verdadeiras ou falsas.
( ) A circunferência é um lugar geométrico.
( ) O lugar geométrico dos pontos de um plano distantes 5 cm de uma reta desse plano, é um par de retas paralelas.
( ) A mediatriz do segmento de reta determinado por dois pontos distintos de uma circunferência passa pelo centro dessa circunferência.

❷ O lugar geométrico dos pontos de um plano equidistantes de dois pontos A e B do mesmo plano é

a) a mediana do segmento de reta AB.
b) uma circunferência que passa pelos pontos A e B.
c) o circuncentro de um triângulo que tenha AB para um de seus lados.
d) a mediatriz do segmento de reta AB.
e) o ponto médio do segmento de reta AB.

❸ Qual é o lugar geométrico dos centros das circunferências tangentes a duas retas concorrentes?

❹ Qual é o lugar geométrico dos pontos do plano que são centros das circunferências tangentes a uma reta **t**, em um ponto T pertencente à reta **t**?



❺ O número de pontos que constituem o lugar geométrico dos pontos de um plano que equidistam das retas suportes dos lados de um triângulo desse plano é

a) 1 ponto. b) 2 pontos.
c) 4 pontos. d) infinitos pontos.
e) nenhum ponto.

❻ Num plano, são dados um ponto **O** e uma circunferência γ de centro **O**. O lugar geométrico dos pontos do plano equidistantes de **O** e de γ é

a) uma reta. b) uma circunferência.
c) uma semirreta. d) uma parábola.
e) um segmento de reta.

❼ Num plano, são dados um ponto **P** e uma circunferência γ tal que P ∈ γ. O lugar geométrico dos pontos do plano equidistantes de **P** e de γ é

a) uma reta.
b) uma circunferência.
c) uma semirreta.
d) um par de retas paralelelas.
e) um par de retas perpendiculares.

❽ **(FUVEST)** – Com relação a três circunferências no plano, com centros não colineares, podemos afirmar que

a) sempre existe um ponto comum às três circunferências.
b) existe no máximo um ponto comum às três circunferências.
c) podem existir dois pontos comuns às três circunferências.
d) nunca existe um ponto comum às três circunferências.
e) existem exatamente três pontos comuns às circunferências.

MATEMÁTICA F2 Módulos 21 e 22 — Pontos notáveis do triângulo

Exercícios Complementares no Portal Objetivo MAT2M228 e MAT2M229

1 Assinale **V** ou **F**, conforme as afirmações sejam verdadeiras ou falsas.

a) ( ) O ponto de encontro das medianas de um triângulo chama-se baricentro.

b) ( ) O baricentro de um triângulo divide cada mediana em duas partes, tais que a parte que contém o vértice é o dobro da outra.

c) ( ) Incentro de um triângulo é o ponto de encontro de suas bissetrizes internas.

d) ( ) O incentro de um triângulo é um ponto equidistante de seus lados, por isso, é o centro da circunferência inscrita nesse triângulo.

e) ( ) Circuncentro de um triângulo é o ponto de encontro das mediatrizes dos lados do triângulo.

f) ( ) O circuncentro de um triângulo é o ponto que equidista dos vértices desse triângulo, por isso, é o centro da circunferência circunscrita a esse triângulo.

g) ( ) Se o triângulo é retângulo, o circuncentro é o ponto médio da hipotenusa.

h) ( ) Ortocentro de um triângulo é o ponto de encontro das retas suportes de suas alturas.

i) ( ) Em qualquer triângulo, o baricentro é interno.

j) ( ) Em qualquer triângulo, o incentro é interno.

k) ( ) Em qualquer triângulo, o circuncentro é interno.

l) ( ) Se o circuncentro é externo, o triângulo é obtusângulo.

m) ( ) Se o circuncentro é interno, o triângulo é equilátero.

n) ( ) Se o triângulo é obtusângulo, o ortocentro é externo.

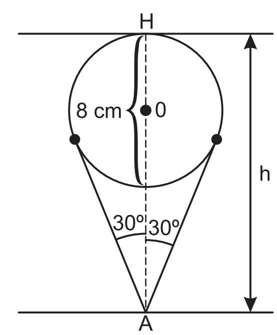
o) ( ) Se o baricentro, o incentro, o circuncentro e o ortocentro estão alinhados, o triângulo é isósceles.

p) ( ) Num triângulo equilátero, os quatro pontos notáveis coincidem.

2 A hipotenusa de um triângulo retângulo mede 10 cm e os catetos medem 6 cm e 8 cm. A medida da mediana relativa à hipotenusa é de

a) 3 cm. b) 4 cm. c) 4,5 cm.
d) 5 cm. e) 5,5 cm.

3 A altura **h** do sorvete representado na figura ao lado mede:



a) 10 cm b) 12 cm c) 14 cm
d) 15 cm e) 16 cm

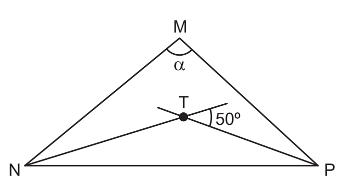
---

1 Determine a medida do raio da circunferência circunscrita a um triângulo equilátero de lado $\sqrt{3}$ cm.

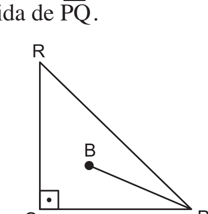
2 Determine a medida do raio da circunferência inscrita num triângulo equilátero de lado $8\sqrt{3}$ cm.

3 **(MACKENZIE)** – Se, na figura, T é o incentro do triângulo MNP, a medida do ângulo α é:

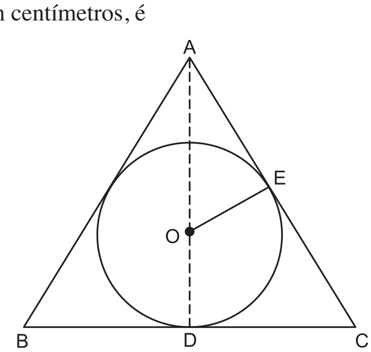
a) 45° b) 50° c) 60° d) 70° e) 80°



4 No triângulo retângulo PQR da figura, B é o baricentro, PB = 4 cm e QR = 8 cm. Determine a medida de $\overline{PQ}$.

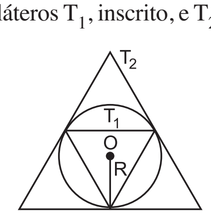


5 **(PUC-MG)** – Na figura, o triângulo ABC é equilátero e está circunscrito ao círculo de centro O e raio 2 cm. AD é altura do triângulo. Sendo E ponto de tangência, a medida de $\overline{AE}$, em centímetros, é



a) $2\sqrt{3}$ b) $2\sqrt{5}$ c) 3
d) 5 e) $\sqrt{26}$

6 **(UNIFESP)** – Numa circunferência de raio $R > 0$, consideram-se, como na figura, os triângulos equiláteros T_1, inscrito, e T_2, circunscrito.



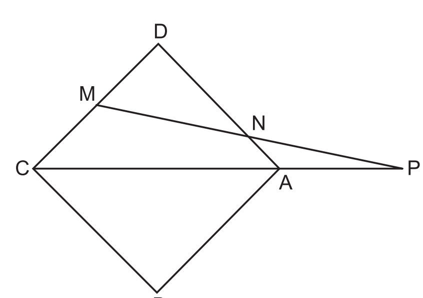
A razão entre a altura de T_2 e a altura de T_1 é

a) 4 b) 3 c) 5/2
d) $2\pi/3$ e) 2

7 **(FGV)** – O lado de um quadrado inscrito num círculo mede $12\sqrt{2}$ m; a medida do lado do triângulo equilátero circunscrito vale

a) $20\sqrt{3}$ m b) $20\sqrt{5}$ m c) $24\sqrt{5}$ m
d) $24\sqrt{3}$ m e) 40 m

8 **(FUVEST)** – Na figura, ABCD é um quadrado de 6 cm de lado, M é o ponto médio do lado $\overline{DC}$ e A é o ponto médio de $\overline{PC}$.

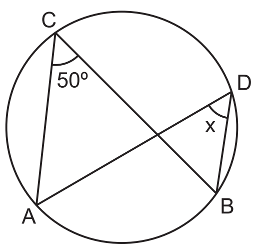


Calcule a medida do segmento $\overline{DN}$.

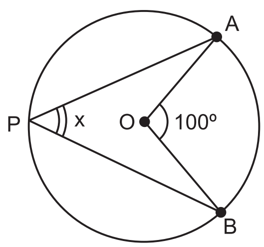
Módulos 23 e 24 – Ângulos na circunferência / Potência de ponto

De acordo com os dados das figuras, calcular **x** nos exercícios de ❶ a ❹.

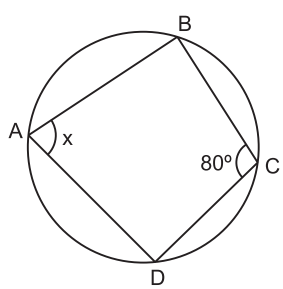
❶



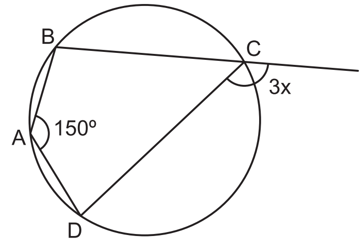
❷



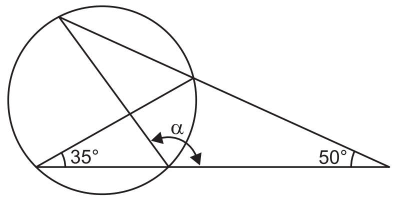
❸



❹

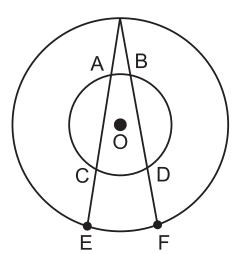


❺ **(UNIMEP)** – Na figura, o ângulo α é igual a:



a) 85° b) 120° c) 115°
d) 95° e) 105°

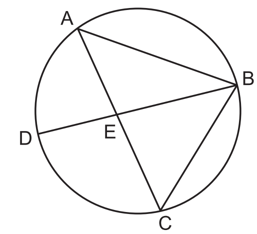
❻ **(MACKENZIE)** – Na figura, as circunferências têm o mesmo centro O e os menores arcos $\overset{\frown}{AB}$ e $\overset{\frown}{EF}$ são tais que $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{EF} = 40°$.



A medida do menor arco $\overset{\frown}{CD}$ é:

a) 50° b) 70° c) 65°
d) 60° e) 80°

❼ **(UFMG)** – Observe a figura.

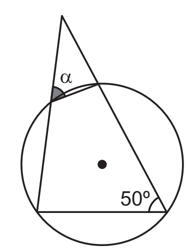


Nessa figura, $\overline{BD}$ é um diâmetro da circunferência circunscrita ao triângulo ABC, e os ângulos $A\hat{B}D$ e $A\hat{E}D$ medem, respectivamente, 20° e 85°.
Assim sendo, o ângulo $C\hat{B}D$ mede

a) 25° b) 35° c) 30° d) 40°

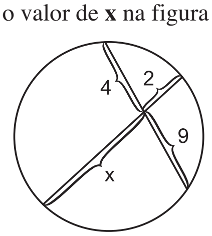
❽ **(MACKENZIE)** – O ângulo α da figura mede

a) 60°
b) 55°
c) 50°
d) 45°
e) 40°

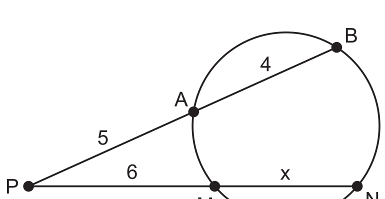


---

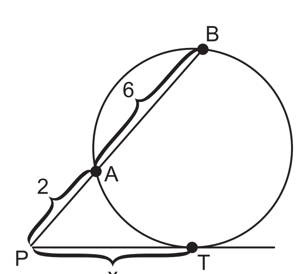
❶ Calcule o valor de **x** na figura



❷ Calcule o valor de **x**, de acordo com os dados da figura.

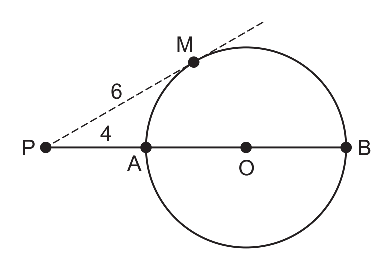


❸ Calcule o valor de x de acordo com os dados da figura.



❹ De acordo com os dados da figura, sendo **M** ponto de tangência, o raio da circunferência de centro **O** mede:

a) 2 b) 2,5 c) 3
d) 3,5 e) 5



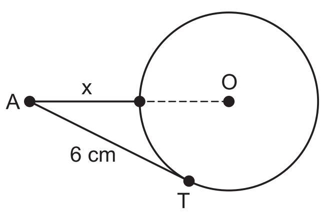
❺ **(ITA)** – Seja E um ponto externo a uma circunferência. Os segmentos $\overline{EA}$ e $\overline{ED}$ interceptam essa circunferência nos pontos B e A, e, C e D, respectivamente. A corda $\overline{AF}$ da circunferência intercepta o segmento $\overline{ED}$ no ponto G. Se EB = 5, BA = 7, EC = 4, GD = 3 e AG = 6, então GF vale

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

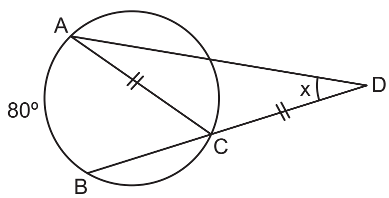
Exercícios Complementares no Portal Objetivo MAT2M232 e MAT2M233

1 O raio da circunferência da figura é 2,5 cm e AT = 6 cm (**T** é ponto de tangência). O valor de **x** é:

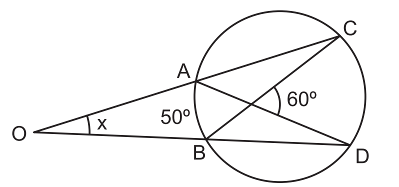
a) 2 b) 9 c) 3
d) 3,5 e) 4



2 Calcular o valor de x, de acordo com os dados da figura.

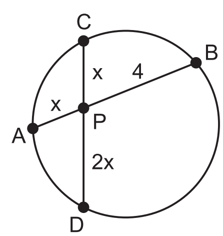


3 De acordo com a figura, determine o valor de **x**.

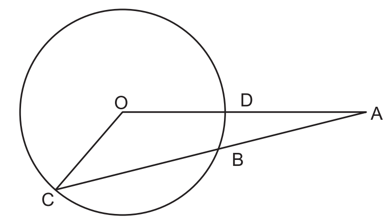


4 De acordo com a figura, o valor de **x** é:

a) 3 b) 4 c) 5 d) 6 e) 2

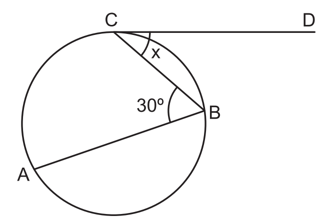


5 **(CESGRANRIO)** – Na figura a seguir, AB = 8 cm, BC = 10 cm, AD = 4 cm e o ponto O é o centro da circunferência. O perímetro do triângulo AOC mede, em centímetros:



a) 36 b) 45 c) 48 d) 50 e) 54

6 **(UNA)** – Observe a figura:

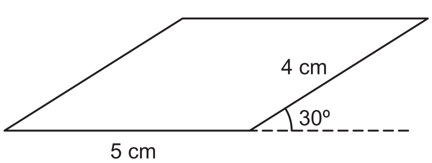


Sabendo que $\overline{AB}$ é diâmetro, ABC mede 30° e $\overline{CD}$ é tangente à circunferência em C, podemos dizer que o valor de x é:

a) 60° b) 45° c) 30°
d) 15° e) 10°

---

1 Calcular a área do paralelogramo da figura:



2 A área de um trapézio é 30 cm^2, e as medidas das bases são 8 cm e 4 cm. A medida da altura do trapézio é:

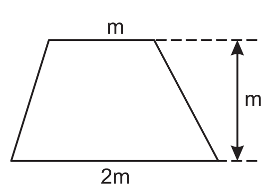
a) 3 cm b) 4 cm c) 5 cm
d) 6 cm e) 7 cm

3 Calcular a medida da diagonal de um quadrado cuja área é 36 cm^2.

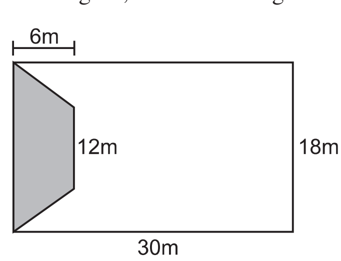
4 A área do trapézio da figura é:

a) $\dfrac{m^2}{2}$ b) m^2 c) $\dfrac{3\ m^2}{2}$

d) 2 m^2 e) $\dfrac{5\ m^2}{2}$



5 **(UNIFESP)** – Um comício deverá ocorrer num ginásio de esportes, cuja área é delimitada por um retângulo, mostrado na figura.



Por segurança, a coordenação do evento limitou a concentração, no local, a 5 pessoas para cada 2 m^2 de área disponível. Excluindo-se a área ocupada pelo palanque, com a forma de um trapézio (veja as dimensões da parte hachurada na figura), quantas pessoas, no máximo, poderão participar do evento?

a) 2700 b) 1620 c) 1350
d) 1125 e) 1050

6 Os lados de um retângulo de área 12 m^2 estão na razão 1:3. Qual o perímetro do retângulo?

a) 8 m b) 12 m c) 16 m
d) 20 m e) 24 m

7 As bases de um trapézio medem 12 cm e 20 cm. Se o ponto de intersecção das retas suportes dos lados transversos está a 6 cm da base menor, a área do trapézio é

a) 64 cm^2 b) 128 cm^2 c) 32 cm^2
d) 48 cm^2 e) 60 cm^2

8 **(UNICAMP)** – Um fio de 48 cm de comprimento é cortado em duas partes, para formar dois quadrados, de modo que a área de um deles seja quatro vezes a área do outro.

a) Qual deve ser o comprimento de cada uma das partes do fio?
b) Qual será a área de cada um dos quadrados formados?

9 **(UMESP)** – Um trapézio retângulo tem base maior 15 cm, base menor 9 cm e altura 8 cm. A medida do lado não perpendicular às bases e a área do trapézio, valem, respectivamente:

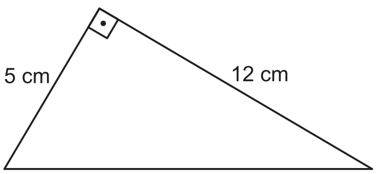
a) 17 cm e 192 cm^2 b) 10 cm e 96 cm^2
c) 10 cm e 192 cm^2 d) $\sqrt{10}$ cm e 96 cm^2
e) 17 cm e 96 cm^2

– Área dos triângulos / Área das figuras circulares

1 Calcular a área de um triângulo equilátero cuja altura mede $2\sqrt{3}$ m.

2 A área do triângulo da figura é:

a) 20 cm^2 b) 25 cm^2
c) 30 cm^2 d) 35 cm^2
e) 40 cm^2

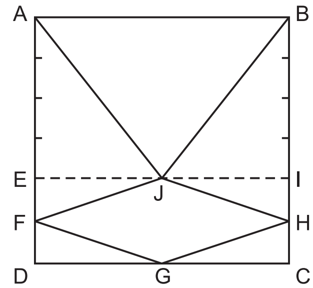


3 Um triângulo tem 32 cm de perímetro e 32 cm^2 de área. A medida do raio da circunferência inscrita é:

a) 1 cm b) 2 cm c) 3 cm
d) 4 cm e) 5 cm

4 Calcular a área e a medida do raio da circunferência circunscrita num triângulo cujos lados medem 5 cm, 6 cm e 7 cm.

5 **(FATEC)** – Na figura a seguir, os lados do quadrado ABCD medem 6 cm e os lados $\overline{AD}$ e $\overline{BC}$ estão divididos em 6 partes iguais.

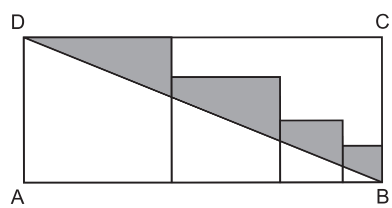


Se os pontos G e J são, respectivamente, os pontos médios dos segmentos $\overline{CD}$ e $\overline{EI}$, então a razão entre as áreas do losango FGHJ e do triângulo ABJ, nessa ordem, é

a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{1}{5}$ c) $\frac{1}{4}$

d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{2}{5}$

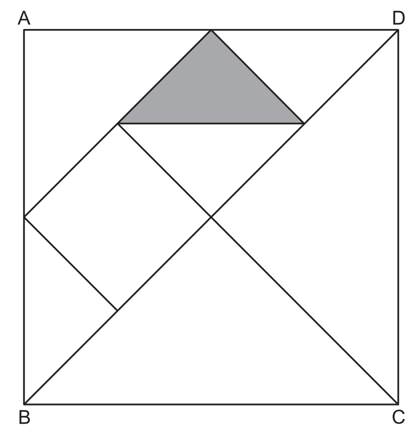
6 **(UNIV. DE ITAÚNA)** – Observe a figura:



Nessa figura, temos quatro quadrados de lados 4 cm, 3 cm, 2 cm e 1 cm, respectivamente, colocados em um retângulo ABCD. A área da figura hachurada, em centímetros quadrados, é igual a:

a) 10 b) 20 c) 30 d) 15 e) 40

7 **(MACKENZIE)** – A figura a seguir representa as peças do Tangram, quebra-cabeça chinês formado por 5 triângulos, 1 paralelogramo e 1 quadrado. Sendo a área do quadrado ABCD igual a 4 cm^2, a área do triângulo sombreado, em cm^2, é:



a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{1}{8}$ c) $\frac{1}{9}$ d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{1}{4}$

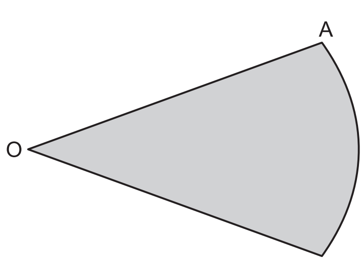
---

1 Calcule o comprimento de uma circunferência que limita um círculo cuja área é de 16π cm^2.

2 Uma coroa circular tem 16π cm^2 de área e o raio da circunferência menor mede 3 cm. O raio da circunferência maior mede:

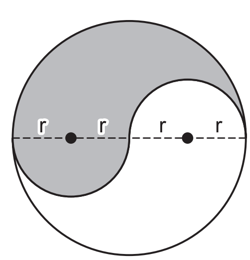
a) 4 cm b) 5 cm c) 6 cm
d) 7 cm e) 8 cm

3 Na figura, AO = 6 cm e $A\hat{O}B = 40°$. A área do setor circular é:



a) π cm^2 b) 2π cm^2
c) 3π cm^2 d) 4π cm^2
e) 6π cm^2

4 A área da região assinalada na figura seguinte é igual a:

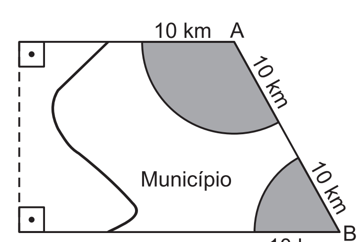


a) πr^2 b) $\frac{3\pi r^2}{2}$

c) $\frac{4\pi r^2}{3}$ d) $2\pi r^2$

e) $4\pi r^2$

5 **(ENEM)** – Um município de 628 km^2 é atendido por duas emissoras de rádio cujas antenas A e B alcançam um raio de 10 km do município, conforme mostra a figura:



Para orçar um contrato publicitário, uma agência precisa avaliar a probabilidade que um morador tem de, circulando livremente pelo município, encontrar-se na área de alcance de pelo menos uma das emissoras.

Essa probabilidade é de, aproximadamente,

a) 20%. b) 25%. c) 30%.
d) 35%. e) 40%.

Exercícios Complementares no Portal Objetivo MAT2M236 e MAT2M237

1 A área do círculo circunscrito a um triângulo equilátero cujo lado mede $2\sqrt{3}$ cm, é:

a) 8π cm^2 b) 7π cm^2
c) 6π cm^2 d) 5π cm^2
e) 4π cm^2

2 A área do círculo inscrito num hexágono regular cujo lado mede $4\sqrt{3}$ cm, é:

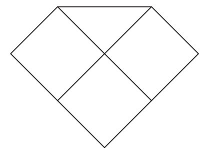
a) 36π cm^2 b) 49π cm^2
c) 64π cm^2 d) 81π cm^2
e) 10π cm^2

3 Calcular a área de um hexágono regular cujo lado mede 6 cm.

4 A área de um hexágono regular é $6\sqrt{3}$ m^2. Cada um dos seis lados desse polígono mede:

a) 1 m b) $\sqrt{3}$ m
c) 2 m d) $2\sqrt{3}$ m
e) 3 m

5 **(ESPM)** – Examine o polígono a seguir desenhado, que é formado a partir de três quadrados, cada um com lados de medida x cm.



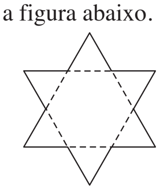
O perímetro, em centímetros, e a área, em centímetros quadrados, desse polígono, são dados, respectivamente, pelas expressões:

a) $\dfrac{11x}{2}$; $3x^2$ b) $6x + \sqrt{2}$; $\dfrac{7x^2}{2}$

c) $(6 + \sqrt{2})x$; $\dfrac{7x^2}{2}$ d) $(6 + \sqrt{2})x$; $7x^2$

e) $6x + \sqrt{2}$; $\dfrac{11x^2}{2}$

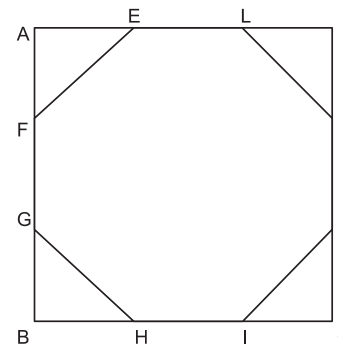
6 **(PUC)** – Para formar uma estrela regular de seis pontas foram superpostos dois triângulos equiláteros, cada qual com 12 cm^2 de área, como mostra a figura abaixo.



Nessas condições, a área da superfície da estrela, em centímetros quadrados, é

a) 16 b) 18 c) 21 d) 24 e) 27

7 **(PUC)** – Seja o octógono EFGHIJKL, inscrito num quadrado de 12 cm de lado, conforme mostra a figura abaixo:

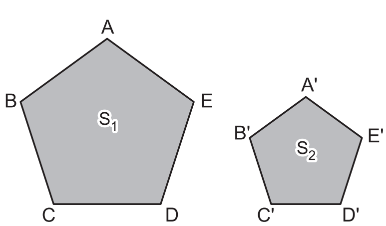


Se cada lado do quadrado está dividido pelos pontos assinalados em segmentos congruentes entre si, então a área do octógono, em centímetros quadrados, é:

a) 98 b) 102 c) 108
d) 112 e) 120

---

1 Os polígonos ABCDE e A'B'C'D'E', das figuras, são semelhantes e suas áreas são $S_1 = 36$ cm^2 e $S_2 = 9$ cm^2 respectivamente. Calcular a medida do lado AB, sabendo-se que a medida do lado A'B' é 2 cm.



2 Sendo dado um triângulo obtusângulo de área A, a área do triângulo que se obtém ligando-se os pontos médios dos lados do triângulo dado é igual a:

a) $\dfrac{1}{2}$ A b) $\dfrac{1}{3}$ A

c) $\dfrac{1}{4}$ A d) $\dfrac{3}{4}$ A

e) $\dfrac{1}{8}$ A

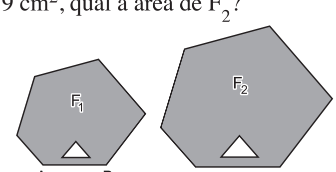
3 Calcule a área da coroa circular limitada pelas circunferências inscrita e circunscrita num quadrado de lado 4 cm.

4 Sendo **A** a área de um quadrado inscrito em uma circunferência, a área de um quadrado circunscrito à mesma circunferência é:

a) 4A b) 2A c) $\dfrac{4}{3}$ A

d) $\sqrt{2}$ A e) 1,5A

5 **(UFPE)** – As figuras F_1 e F_2 são semelhantes e os lados AB e CD medem 2 cm e 4 cm, respectivamente. Sabendo que F_1 tem de área 9 cm^2, qual a área de F_2?



a) 27 cm^2 b) 30 cm^2 c) 36 cm^2
d) 20 cm^2 e) 18 cm^2

6 Se dois triângulos de áreas S e S', respectivamente, são semelhantes numa razão **k**, então a razão entre as áreas S e S', nessa ordem, é igual a

a) $\sqrt[3]{k}$ b) $\sqrt{k}$ c) k
d) k^2 e) k^3

7 Sejam A_1, A_2 e A_3 as áreas de polígonos irregulares semelhantes, construídos sobre os lados de um triângulo retângulo, como na figura. Pode-se afirmar que:

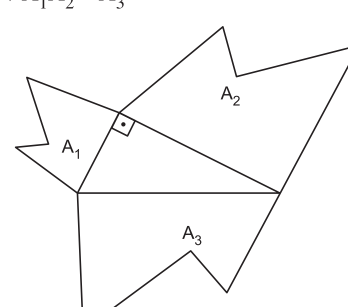
a) $\sqrt{A_1} + \sqrt{A_2} = \sqrt{A_3}$

b) $A_1^2 + A_2^2 = A_3^2$

c) $\dfrac{A_1 + A_2}{2} = A_3$

d) $A_1 + A_2 = A_3$

e) $\sqrt{A_1A_2} = A_3$

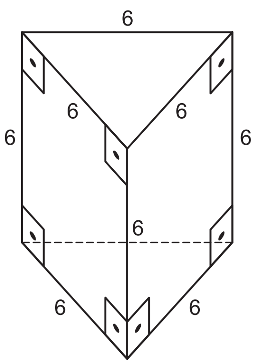


Módulos 31 e 32 – Prismas

no Portal Objetivo MAT2M238 e MAT2M239

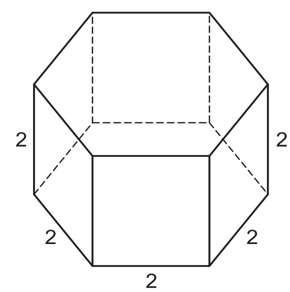
1 Determinar a área lateral e a área total de um prisma triangular regular, cuja aresta da base mede 4 cm e a altura 10 cm.

2 Calcule o volume de um prisma regular triangular cujas nove arestas medem 6 cm cada uma.

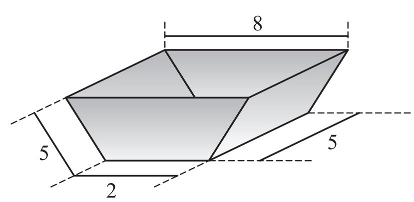


3 O perímetro da base de um prisma triangular regular mede 6 cm e a área lateral é 72 cm^2. A altura do prisma, em cm, é:
a) 12 b) 13 c) 14
d) 15 e) 16

4 O volume de um prisma hexagonal regular, cujas 18 arestas medem 2 m cada uma, vale:
a) $6\sqrt{3}\ m^3$ b) $15\sqrt{3}\ m^3$ c) $12\sqrt{2}\ m^3$
d) $12\ m^3$ e) $12\sqrt{3}\ m^3$



5 **(PUC-SP)** – Um tanque de uso industrial tem a forma de um prisma cuja base é um trapézio isósceles. Na figura abaixo, são dadas as dimensões, em metros, do prisma.



O volume desse tanque, em metros cúbicos, é:
a) 50 b) 60 c) 80
d) 100 e) 120

6 **(FAAP)** – Em um prisma triangular regular, a altura mede $2\sqrt{3}$ m e a área lateral é o quádruplo da área da base. Calcule o volume do prisma.

7 **(AFA)** – Num prisma hexagonal regular, a área lateral é 75% da área total. A razão entre a aresta lateral e a aresta da base é:

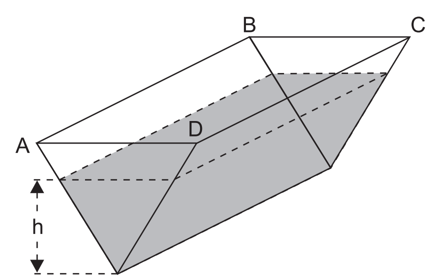
a) $\dfrac{2}{3\sqrt{3}}$ b) $\dfrac{3}{2\sqrt{3}}$

c) $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ d) $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

8 **(MACKENZIE)** – O recipiente da figura, que contém água, é um prisma reto cujas bases são triângulos equiláteros de altura 2. A superfície da água é paralela à face ABCD. Se o volume ocupado pela água é metade do volume do prisma, o valor de h é

a) $\dfrac{6}{5}$ b) $\sqrt{3}$ c) $\sqrt{2}$

d) $\dfrac{1}{2}$ e) $\dfrac{3}{4}$



---

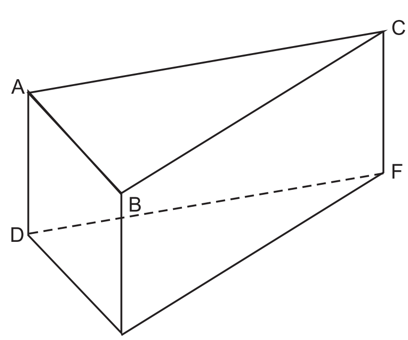
1 Um prisma reto tem 10 cm de altura e a base é um triângulo cujos lados medem 3 cm; 4 cm e 5 cm. A área lateral do prisma é:
a) 100 cm^2 b) 110 cm^2 c) 120 cm^2
d) 130 cm^2 e) 140 cm^2

2 A área total do prisma do exercício anterior é:
a) 124 cm^2 b) 126 cm^2 c) 128 cm^2
d) 130 cm^2 e) 132 cm^2

3 O volume do prisma do exercício 1 é:
a) 60 cm^3 b) 64 cm^3 c) 68 cm^3
d) 72 cm^3 e) 76 cm^3

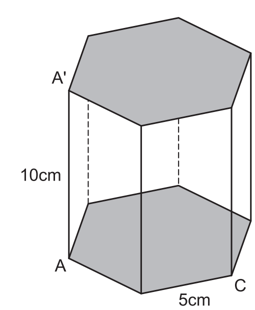
4 Um prisma triangular regular tem a aresta da base igual à altura. Calcular a área total do sólido, sabendo-se que a área lateral é 12 m^2.

5 **(PUC)** – Na figura abaixo tem-se o prisma reto ABCDEF, no qual DE = 6 cm, EF = 8 cm e $\overline{DE} \perp \overline{EF}$.

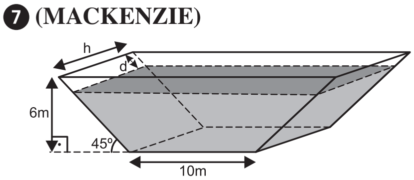


Se o volume desse prisma é 120 cm^3, a sua área total, em centímetros quadrados, é
a) 144 b) 156 c) 160
d) 168 e) 172

6 **(UNICAMP)** – A figura a seguir apresenta um prisma reto cujas bases são hexágonos regulares. Os lados dos hexágonos medem 5 cm cada um e a altura do prisma mede 10 cm.
a) Calcule o volume do prisma.
b) Encontre a área da secção desse prisma pelo plano que passa pelos pontos A, C e A'.



7 **(MACKENZIE)**



A figura acima representa uma caçamba com água, na qual as laterais oblíquas e o piso são retangulares e as laterais paralelas têm o formato de trapézios isósceles. Se d = $\sqrt{2}$ m, a razão entre o volume de água e o volume total da caçamba é:

a) $\dfrac{17}{25}$ b) $\dfrac{21}{32}$ c) $\dfrac{25}{28}$ d) $\dfrac{17}{28}$ e) $\dfrac{25}{32}$