MATEMÁTICA F1 — Módulos 45 e 46 — Equação da circunferência

Exercícios Complementares no Portal Objetivo MAT2M407 e MAT2M408

1 Obter a equação da circunferência de centro na origem e raio $r = 5$.

2 Determinar a equação da circunferência de centro $C(-5; 1)$ e raio $r = 3$.

3 Determinar a equação da circunferência, sabendo que um diâmetro é determinado pelos pontos $A(-5; 2)$ e $B(7; 4)$.

4 Obter a equação da circunferência, de centro $C(2; 3)$ e tangente ao eixo das ordenadas.

5 Determinar a equação da circunferência de centro $C(-2; 1)$ e que passa pelo ponto $P(3; 0)$.

6 A reta $3x - 2y - 6 = 0$ encontra os eixos coordenados nos pontos A e B. Determinar a equação da circunferência de diâmetro $\overline{AB}$.

7 Determinar a equação geral (ou normal) da circunferência de centro $C(-1; -3)$ e raio $r = 4$.

8 Qual a equação reduzida da circunferência com $C(-1; 3)$ e $r = 5$?

9 Determinar a equação da circunferência que tem um diâmetro determinado pelos pontos $A(5; -1)$ e $B(-3; 7)$.

10 Determinar a equação da circunferência que passa pela origem do sistema cartesiano e cujo centro é o ponto de coordenadas $(4; -3)$.

11 **(FATEC)** – A circunferência de centro $(2,1)$ e raio 3 intercepta o eixo das abscissas nos pontos de abscissas

a) $-2 + 2\sqrt{2}$ e $-2 - 2\sqrt{2}$

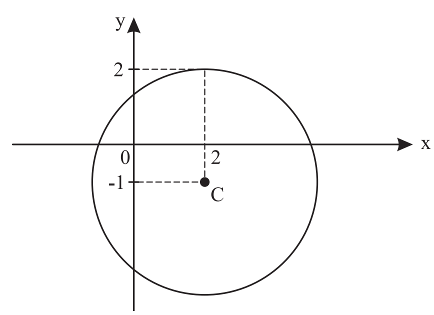
b) $2 + 2\sqrt{2}$ e $2 - 2\sqrt{2}$

c) $2 + \sqrt{2}$ e $2 - \sqrt{2}$

d) $-1 - \sqrt{5}$ e $-1 + \sqrt{5}$

e) $1 + \sqrt{5}$ e $1 - \sqrt{5}$

12 **(ESPM)** – Na figura abaixo, tem-se representada, em um sistema de eixos cartesianos, a circunferência λ de centro C.



A equação de λ é:

a) $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$

b) $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 4 = 0$

c) $x^2 + y^2 + 4x + 2y - 4 = 0$

d) $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 5 = 0$

e) $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 2 = 0$

13 **(U.F.AMAZONAS – MODELO ENEM)** – Uma circunferência passa pelos pontos $A(0;2)$, $B(0;8)$ e $C(8;8)$. Então a equação da circunferência é:

a) $x^2 + y^2 - 4x - 5y + 8 = 0$

b) $x^2 + y^2 + 8x + 10y + 16 = 0$

c) $x^2 + y^2 - 8x - 10y + 41 = 0$

d) $x^2 + y^2 - 8x - 10y - 16 = 0$

e) $x^2 + y^2 - 8x - 10y + 16 = 0$

14 **(UNESP)** – A equação da circunferência com centro no ponto $C = (2,1)$ e que passa pelo ponto $P = (0,3)$ é dada por

a) $x^2 + (y - 3)^2 = 0$

b) $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$

c) $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 8$

d) $(x - 2)^2 + (y-1)^2 = 16$

e) $x^2 + (y - 3)^2 = 8$

15 **(FGV)** – No plano cartesiano, a circunferência que passa pelo ponto $P(1,3)$ e é concêntrica com a circunferência $x^2 + y^2 - 6x - 8y - 1 = 0$ tem a seguinte equação:

a) $x^2 + y^2 + 6x + 8y - 40 = 0$

b) $x^2 + y^2 - 3x - 4y + 5 = 0$

c) $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 20 = 0$

d) $x^2 + y^2 + 3x + 4y - 25 = 0$

e) $x^2 + y^2 - 3x + 4y - 19 = 0$

---

1 Obter as equações das circunferências de centro no eixo das abscissas, tangentes ao eixo y e com raio igual a 5.

2 Obter a equação da circunferência de centro $C(-4; 2)$ e tangente à reta $3x - 4y + 16 = 0$.

3 Determinar a equação da circunferência, tangente aos eixos coordenados, de centro no 2º quadrante e raio $r = 3$.

4 Determinar a equação da circunferência que passa pelos pontos $A(-3; 4)$ e $B(0; 7)$ e que tem centro no eixo das ordenadas.

5 **(FUVEST-Adaptado)** – No plano Oxy, a circunferência (λ) tem centro no ponto $C(-5, 1)$ e é tangente à reta **t** de equação $4x - 3y - 2 = 0$. Escreva uma equação para a circunferência (λ).

6 **(UFJF)** – Uma circunferência de centro no ponto $C(5;4)$ é tangente à reta de equação $x = 5 + 2\sqrt{2}$.

a) Essa circunferência intercepta o eixo das abscissas?

b) Qual é a equação dessa circunferência?

c) Qual é a posição do ponto $P(3,2)$ em relação a essa circunferência?

7 **(MODELO ENEM)** – Uma circunferência de raio 3, situada no 1º quadrante do plano cartesiano, é tangente ao eixo y e à reta de equação $y = x$. Então, a ordenada do centro dessa circunferência vale:

a) $2\sqrt{3} + 1$ b) $2\sqrt{3} + 3$

c) $3\sqrt{2} + 2$ d) $3\sqrt{2} + 3$

e) $3\sqrt{2} - 1$

8 Determinar a equação da circunferência que passa pelo ponto $A(-1; 6)$ e é tangente ao eixo dos "y", no ponto $B(0; 3)$.

9 Obter a equação da circunferência que tem centro no ponto $(3;5)$ e é tangente à reta $3x - 4y + 1 = 0$.

10 **(FATEC)** – Seja P o ponto de intersecção das retas de equações $y = x + 3$ e $y = 2$. A equação da circunferência que tem centro em P e tangencia o eixo das abscissas é

a) $x^2 + y^2 + 2x - 4y = -1$

b) $x^2 + y^2 + 2x - 4y = -3$

c) $x^2 + y^2 - 2x - 4y = -1$

d) $x^2 + y^2 - 2x - 4y = -3$

e) $x^2 + y^2 + 2x + 4y = -1$

11 **(FATEC)** – A área do quadrilátero determinado pelos pontos de intersecção da circunferência de equação $(x + 3)^2 + (y - 3)^2 = 10$ com os eixos coordenados, em unidades de área, é igual a

a) 4 b) 6 c) 8

d) 10 e) 12

Módulos 47 e 48 – Determinação do centro e do raio / Posição relativa de um ponto e uma circunferência

no Portal Objetivo MAT2M409 e MAT2M410

Determinar o centro e o raio das circunferências, nas questões de **1** a **4**.

1 $x^2 + y^2 = 25$

2 $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 16$

3 $(x + 1)^2 + y^2 = 5$

4 $(x - 5)^2 + (y + 3)^2 = 13$

5 Determinar o centro e o raio da circunferência de equação
$4x^2 + 4y^2 + 8x - 16y - 5 = 0$.

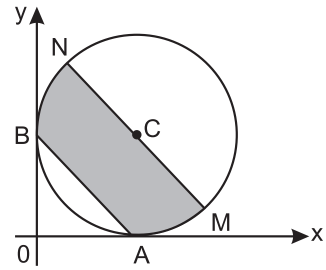
6 Qual é a área do círculo determinado pela circunferência de equação
$x^2 + y^2 - 8x + 6y - 24 = 0$?

7 Dê as coordenadas do centro e o raio das circunferências representadas pelas equações:

a) $(x - 5)^2 + (y - 4)^2 = 1$
b) $(x + 2)^2 + (y + 6)^2 = 5$
c) $(x - 2)^2 + y^2 = 4$
d) $(x + 3)^2 + (y - 1)^2 = 16$
e) $x^2 + (y - 4)^2 = 1$
f) $x^2 + y^2 = 10$

8 **(FUVEST)** – A circunferência dada pela equação $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$ é tangente aos eixos coordenados x e y nos pontos A e B, conforme a figura.

O segmento $\overline{MN}$ é paralelo ao segmento $\overline{AB}$ e contém o centro C da circunferência.



É correto afirmar que a área da região hachurada vale

a) $\pi - 2$ b) $\pi + 2$ c) $\pi + 4$
d) $\pi + 6$ e) $\pi + 8$

9 As seguintes equações representam circunferências; determine as coordenadas do centro e o raio em cada caso:

a) $x^2 + y^2 - 4x - 8y + 16 = 0$
b) $x^2 + y^2 + 12x - 4y - 9 = 0$
c) $x^2 + y^2 + 8x + 11 = 0$
d) $x^2 + y^2 - 6x + 8y + 5 = 0$
e) $x^2 + y^2 - 4y = 0$
f) $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0$

10 **(UNESP)** – Considere a circunferência λ, de equação $(x - 3)^2 + y^2 = 5$.

a) Determine o ponto $P = (x, y)$ pertencente a λ, tal que $y = 2$ e $x > 3$.
b) Se r é a reta que passa pelo centro (3, 0) de λ e por P, dê a equação e o coeficiente angular de r.

11 **(FGV)** – A equação da reta que passa pelo centro da circunferência

$x^2 + y^2 - x - 4y + \dfrac{9}{4} = 0$ e é perpendicular à reta $x = k$ (k é um número real) é:

a) $y = 2$ b) $x + y = k$ c) $x = 2$
d) $x = \dfrac{1}{2}$ e) $y = \dfrac{1}{2}$

12 **(FATEC)** – Num sistema de eixos cartesianos ortogonais, considere a circunferência λ e a reta r, de equações
$x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 = 0$ e $3x + 7y - 21 = 0$.
A reta s, que é paralela a r e contém o centro de λ, tem equação

a) $3x + 7y - 2 = 0$ b) $3x - 7y - 2 = 0$
c) $3x - 7y + 5 = 0$ d) $7x + 3y - 2 = 0$
e) $3x + 7y - 16 = 0$

13 **(FGV)** – As coordenadas do ponto da circunferência $(x - 8)^2 + (y - 6)^2 = 25$ que fica mais afastado da origem O (0, 0) são:

a) (8, 6) b) (4, 3) c) (0, 25)
d) (13, 12) e) (12, 9)

14 Determinar o ponto simétrico do centro da circunferência $3x^2 + 3y^2 - 6x + 12y - 2 = 0$, em relação à origem.

Representar graficamente o conjunto dos pontos do plano tais que:

1 $x^2 + y^2 < 9$

2 $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 \geq 4$

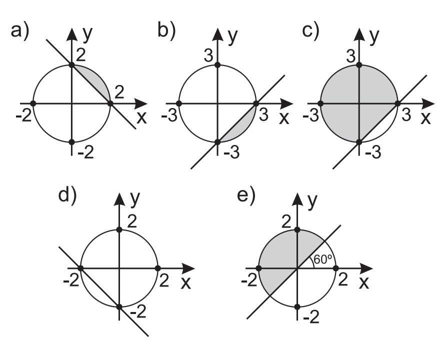
3 $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 16 \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$

4 $\begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 \leq 0 \end{cases}$

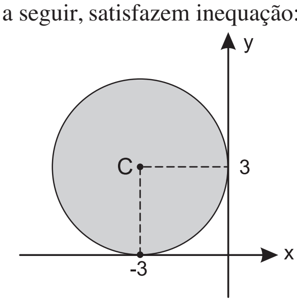
5 A melhor representação gráfica dos pontos (x; y) do plano tais que

$\begin{cases} x - y - 3 \geq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 9 \end{cases}$

é a apresentada na alternativa:



6 Os pontos (x; y) do plano, hachurados na figura a seguir, satisfazem inequação:



a) $(x - 3)^2 + (y - 3)^2 \leq 9$.
b) $(x + 3)^2 + (y - 3)^2 \leq 9$.
c) $(x - 3)^2 + (y - 3)^2 \leq 3$.
d) $(x + 3)^2 + (y + 3)^2 \leq 9$.
e) $(x + 3)^2 + (y - 3)^2 \leq 6$.

7 **(UNIRIO)** – Considerando uma circunferência de centro (2,1) que passa pelo ponto (2, – 2), assinale a opção correta.

a) A equação da circunferência é $(x-2)^2 + (y - 1)^2 = 3$.
b) O interior da circunferência é representado pela inequação $x^2 + 4x + y^2 + 2y - 4 < 0$.
c) O interior da circunferência é representado pela inequação $x^2 - 4x + y^2 - 2y - 4 < 0$.
d) O exterior da circunferência é representado pela inequação $x^2 - 4x + y^2 - 2y + 2 > 0$.
e) O ponto (5, – 1) pertence à circunferência.

Exercícios Complementares no Portal Objetivo MAT2M411 e MAT2M412

1 Determinar a posição da reta $y = x + 3$ em relação à circunferência de equação $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 16$.

2 Determinar a posição da reta de equação $3x + y - 10 = 0$ em relação à circunferência de equação $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 10$.

3 Determinar o comprimento da corda que a circunferência de equação $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 3 = 0$ determina no eixo das ordenadas.

4 Determinar o comprimento da corda determinada pela reta $x - y = 0$ na circunferência $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 = 1$.

5 Determinar o comprimento da corda determinada pela reta $3x + 4y + 8 = 0$ na circunferência $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 25$.

6 **(FGV)** – Sabendo-se que a circunferência $x^2 + y^2 - 6x + 4y + p = 0$ possui apenas um ponto em comum com a reta $y = x - 1$, conclui-se que p é igual a

a) –9 b) 7 c) 9 d) 11 e) 5

7 **(MACKENZIE)** – A curva $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ tem um único ponto comum com a reta $x + y = k$, $k \in \mathbb{R}$. A soma dos possíveis valores de k é:

a) 4 b) – 2 c) – 4
d) 2 e) 0

8 **(MACKENZIE)** – Com relação à reta que passa pela origem e é tangente à curva $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 25$, considere as afirmações:

I. é paralela à reta $3x - 4y = 25$.
II. é paralela à bissetriz dos quadrantes pares.
III. é perpendicular à reta $4x - 3y = 0$.

Dessa forma,
a) somente I está correta.
b) somente II está correta.
c) somente III está correta.
d) somente I e III estão corretas.
e) I, II e III estão incorretas.

9 Determinar a posição relativa entre a reta (s) e a circunferência (λ), nos casos:

1) s: $x + y = 0$ λ: $x^2 + y^2 = 1$
2) s: $x - y - \sqrt{2} = 0$ λ: $x^2 + y^2 = 1$
3) s: $x - y - 9 = 0$ λ: $x^2 + y^2 = 1$

10 **(FGV)** – No plano cartesiano, considere a reta de equação $2x - y = 5$ e a circunferência de equação $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 3 = 0$. Podemos afirmar que:

a) A reta passa pelo centro da circunferência.
b) A reta é tangente à circunferência.
c) A circunferência intercepta o eixo y em dois pontos cuja distância é 2.
d) A circunferência intercepta o eixo x em dois pontos cuja distância é 1.
e) A área do círculo determinado pela circunferência é 4π.

11 **(FUVEST)** – A reta $x = m$ intercepta a circunferência $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 4$ se, e somente se:

a) $m = 3$ ou $m = -1$ b) $-1 \le m \le 1$
c) $m \le -1$ ou $m \ge 3$ d) $-1 \le m \le 3$
e) $1 \le m \le 3$

12 A intersecção da reta $y = k$ com a circunferência $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 9$ é não vazia, se e somente se:

a) $-6 \le k \le 0$ b) $-5 \le k \le 1$
c) $-1 \le k \le 5$ d) $0 \le k \le 6$
e) $6 \le k \le 12$

---

1 Quais são os valores de k para os quais a reta de equação $x = k$ é tangente à circunferência $(x - 3)^2 + (y - 7)^2 = 4$?

2 Obter a equação da reta tangente à circunferência $x^2 + y^2 = 2$, no ponto T(1; – 1).

3 Obter a equação da circunferência de centro C(– 4; 2) e tangente à reta $3x + 4y - 16 = 0$.

4 Determinar k para que a reta $y = k$, intercepte a circunferência de equação $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 16$.

5 Dada a reta (s) $3x + 4y - 1 = 0$ e a circunferência (λ) $x^2 + y^2 - 1 = 0$, determinar as equações das retas tangentes a (λ) e paralelas a s.

6 O ponto $P\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}; \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$ pertence à circunferência de equação $x^2 + y^2 = 1$. Determinar a equação da reta t, tangente à circunferência, no ponto P.

7 Determinar as equações das retas tangentes à circunferência $x^2 + y^2 - 10x + 2y + 18 = 0$, paralelas à reta (s) $x - y + 3 = 0$.

8 **(FUVEST-ADAPTADO)** – No plano Oxy, a circunferência (λ) tem centro no ponto C(– 5, 1) e é tangente à reta t de equação $4x - 3y - 2 = 0$. Escreva uma equação para a circunferência (λ).

9 **(FUVEST)** – A reta $y = mx$ ($m > 0$) é tangente à circunferência $(x - 4)^2 + y^2 = 4$. Determine o seno do ângulo que a reta forma com o eixo x.

a) $\dfrac{1}{5}$ b) $\dfrac{1}{2}$ c) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

d) $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$ e) $\sqrt{5}$

10 **(MACKENZIE)** – Uma reta tangente à curva $x^2 + y^2 = 10$, no ponto de abscissa 3, encontra o eixo das ordenadas num ponto P. A distância da origem a esse ponto é:

a) 9 b) 6 c) $\sqrt{10}$
d) 10 e) $\sqrt{8}$

11 **(FGV)** – Uma circunferência de raio 3, situada no 1º quadrante do plano cartesiano, é tangente ao eixo y e à reta de equação $y = x$. Então, a ordenada do centro dessa circunferência vale:

a) $2\sqrt{3} + 1$ b) $2\sqrt{3} + 3$ c) $3\sqrt{2} + 2$
d) $3\sqrt{2} + 3$ e) $3\sqrt{2} - 1$

12 No plano cartesiano, uma circunferência tem equação $(x - 1)^2 + y^2 = 20$. Qual é a equação da reta que passa pelo ponto P(3; 4) e tangencia essa circunferência?

a) $3x + 4y - 25 = 0$ b) $-x + 2y - 5 = 0$
c) $x + 2y - 5 = 0$ d) $2x + y - 10 = 0$
e) $x + 2y - 11 = 0$

13 Considere a circunferência de equação $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 22 = 0$ e as retas de equação $4y - 3x + k = 0$. Os valores de k para que as retas sejam tangentes à circunferência são:

a) $\pm 3\sqrt{2}$ b) ± 3 c) $\pm 2\sqrt{3}$
d) $\pm 3\sqrt{5}$ e) $\pm 5\sqrt{3}$

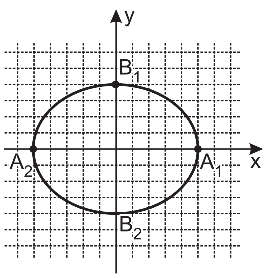
14 Considere uma circunferência de raio $r < 4$, com centro na origem do sistema de eixos coordenados. Se uma das tangentes à circunferência, pelo ponto P(4; 0), forma com o eixo x um ângulo de 30°, então o ponto de tangência correspondente pode ser:

a) $\left(\dfrac{1}{2}; \sqrt{2}\right)$ b) $(1; \sqrt{3})$ c) $\left(\dfrac{1}{2}; \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$

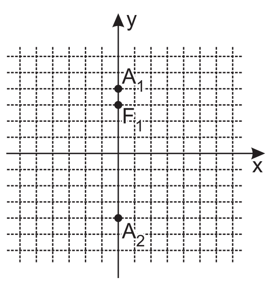
d) $\left(\dfrac{1}{2}; \sqrt{3}\right)$ e) $(1; \sqrt{2})$

Módulos 51 e 52 – Elipse

1 Determinar a equação da elipse representada na figura. Calcular, também a distância focal e a excentricidade.



2 Os pontos A_1 e A_2, representados no sistema cartesiano, são os vértices de uma elipse e F_1 é um dos focos. Determinar a excentricidade e a equação dessa elipse.



3 O centro de uma elipse é o ponto (0; 0), um dos vértices é o ponto (3; 0) e um dos polos é o ponto (0; – 1). Obter a equação dessa elipse.

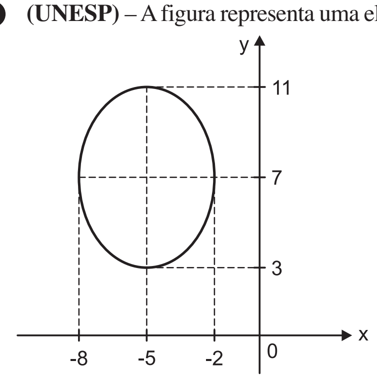
4 **(UNESP)** – A equação da elipse de focos $F_1 = (-2, 0)$, $F_2 = (2, 0)$ e eixo maior igual a 6 é dada por

a) $\dfrac{x^2}{10} + \dfrac{y^2}{20} = 1.$ b) $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{5} = 1.$

c) $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{15} = 1.$ d) $\dfrac{x^2}{6} + \dfrac{y^2}{15} = 1.$

e) $\dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{25} = 1.$

5 **(UNESP)** – A figura representa uma elipse.



A partir dos dados disponíveis, a equação desta elipse é

a) $\dfrac{x^2}{5} + \dfrac{y^2}{7} = 1.$

b) $\dfrac{(x+5)^2}{9} + \dfrac{(y-7)^2}{16} = 1.$

c) $(x+5)^2 + (y-7)^2 = 1.$

d) $\dfrac{(x-5)^2}{9} + \dfrac{(y+7)^2}{16} = 1.$

e) $\dfrac{(x+3)^2}{5} + \dfrac{(y-4)^2}{7} = 1.$

6 **(USF)** – As medidas dos lados de um retângulo são iguais às medidas do eixo maior e do eixo menor da elipse de equação $\dfrac{x^2}{10} + \dfrac{y^2}{6} = 1.$

Nessas condições, a diagonal do retângulo mede, em u.c.,

a) 8 b) 4 c) $\sqrt{10}$

d) 3 e) $\sqrt{6}$

---

1 Os focos de uma elipse são os pontos $F_1(0; 2)$ e $F_2(0; -2)$ e a excentricidade é igual a $\dfrac{2}{3}$. Achar a equação reduzida da elipse.

2 A elipse de equação $9 \cdot x^2 + 25 \cdot y^2 = 225$ tem excentricidade igual a:

a) $\dfrac{2}{3}$ b) $\dfrac{4}{5}$ c) $\dfrac{3}{4}$ d) $\dfrac{5}{3}$ e) $\dfrac{5}{4}$

3 A equação reduzida da elipse, com vértices nos pontos $A_1(6; 2)$ e $A_2(-4; 2)$ e focos nos pontos $F_1(5; 2)$ e $F_2(-3; 2)$, é:

a) $\dfrac{(x-1)^2}{25} + \dfrac{(y-2)^2}{9} = 1$

b) $\dfrac{(x+1)^2}{25} + \dfrac{(y+2)^2}{9} = 1$

c) $\dfrac{(x-1)^2}{9} + \dfrac{(y-2)^2}{25} = 1$

d) $\dfrac{(x+1)^2}{9} + \dfrac{(y+2)^2}{25} = 1$

e) $\dfrac{(x-1)^2}{25} + \dfrac{(y-2)^2}{16} = 1$

4 Os focos da elipse de equação $16x^2 + 9y^2 = 144$ são:

a) $(-\sqrt{7}; 0)$ e $(\sqrt{7}; 0)$

b) $(0; -\sqrt{7})$ e $(0; \sqrt{7})$

c) (0; 3) e (0; – 3)

d) (3; 0) e (– 3; 0)

e) (0; 5) e (0; – 5)

5 **(FUVEST) –** A elipse $x^2 + \dfrac{y^2}{2} = \dfrac{9}{4}$ e a reta $y = 2x + 1$, do plano cartesiano, se interceptam nos pontos A e B. Pode-se, pois, afirmar que o ponto médio do segmento $\overline{AB}$ é:

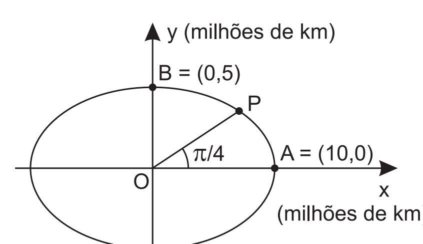
a) $\left(-\dfrac{2}{3}, \dfrac{1}{3}\right)$ b) $\left(\dfrac{2}{3}, -\dfrac{7}{3}\right)$

c) $\left(\dfrac{1}{3}, -\dfrac{5}{3}\right)$ d) $\left(-\dfrac{1}{3}, \dfrac{1}{3}\right)$

e) $\left(-\dfrac{1}{4}, \dfrac{1}{2}\right)$

6 **(UNESP – MODELO ENEM)** – Suponha que um planeta P descreva uma órbita elíptica em torno de uma estrela O, de modo que, considerando um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais, sendo a estrela O a origem do sistema, a órbita possa ser descrita aproximadamente pela equação $\dfrac{x^2}{100} + \dfrac{y^2}{25} = 1$, com x e y em milhões de quilômetros.

A figura representa a estrela O, a órbita descrita pelo planeta e sua posição no instante em que o ângulo PÔA mede $\dfrac{\pi}{4}$.



(figura fora de escala)

A distância, em milhões de km, do planeta P à estrela O, no instante representado na figura, é:

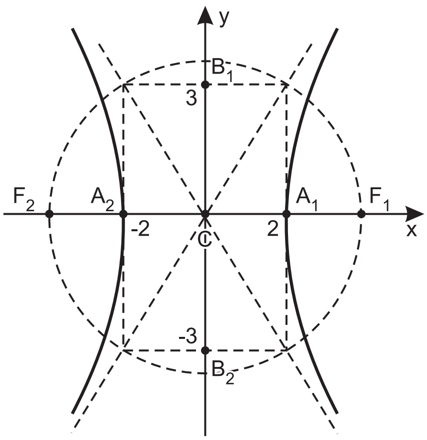
a) $2\sqrt{5}$. b) $2\sqrt{10}$. c) $5\sqrt{2}$.

d) $10\sqrt{2}$ e) $5\sqrt{10}$.

MATEMÁTICA — F1 — Módulos 53 e 54 — Hipérbole

Exercícios Complementares no Portal Objetivo MAT2M415 e MAT2M416

1 Determinar a equação reduzida da hipérbole da figura.



2 Obter a equação reduzida da hipérbole, sabendo que os focos são $F_1(5; 0)$ e $F_2(-5; 0)$ e os pólos são $B_1(0; 3)$ e $B_2(0; -3)$.

3 Obter a equação reduzida da hipérbole de focos $(-\sqrt{13}; 0)$ e $(\sqrt{13}; 0)$ sabendo que a medida do eixo transverso é 6.

4 Obter a equação reduzida da hipérbole com eixos contidos nos eixos coordenados, focos no eixo Oy, distância focal 12 e excentricidade 1,5.

5 Determine a equação da hipérbole, dados:

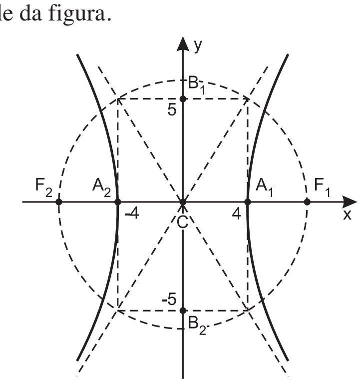
a) os focos $F_1(8, 0)$ e $F_2(-8, 0)$ e os vértices $A_1(5, 0)$ e $A_2(-5, 0)$;

b) os vértices $A_1(3, 0)$ e $A_2(-3, 0)$ e a distância entre os focos iguais a 8;

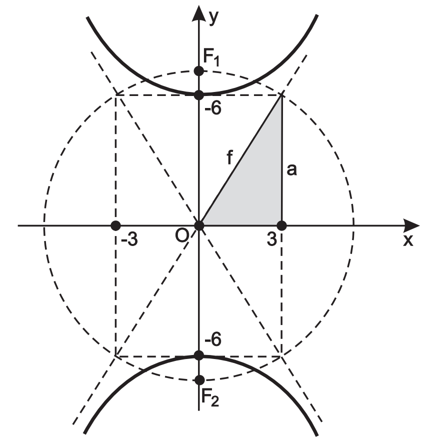
c) os vértices $A_1(3, 0)$ e $A_2(-3, 0)$ e a excentricidade igual a 3;

d) os focos $F_1(0, 5)$ e $F_2(0, -5)$ e a excentricidade a $\dfrac{5}{3}$.

6 Determinar a equação reduzida da hipérbole da figura.



7 A equação reduzida da hipérbole da figura é:



a) $\dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{36} = 1$ b) $\dfrac{x^2}{36} - \dfrac{y^2}{9} = 1$

c) $\dfrac{y^2}{36} - \dfrac{x^2}{9} = 1$ d) $\dfrac{x^2}{6} - \dfrac{y^2}{9} = 1$

e) $\dfrac{x^2}{36} - \dfrac{y^2}{6} = 1$

---

1 Chama-se hipérbole equilátera aquela em que a = b. Determinar a equação reduzida da hipérbole eqüilátera cujos focos são (4; 0) e (– 4; 0). Determine, também, a excentricidade.

2 Escreva uma equação da hipérbole, cujos eixos estão contidos nos eixos coordenados, os focos no eixo Oy, o eixo transverso mede 10 e o eixo conjugado mede 14.

3 Escreva uma equação da hipérbole com os eixos contidos nos eixos coordenados, os focos no eixo Ox, o eixo transverso medindo 30 e excentricidade igual a $\dfrac{6}{5}$.

4 Para a hipérbole de equação $x^2 - y^2 - 2x + 2y - 8 = 0$, determinar:

a) o centro

b) os focos

c) os vértices

5 **(USF)** – Se os lados de um retângulo têm medidas iguais às medidas do eixo transverso e do eixo conjugado da hipérbole de equação $\dfrac{x^2}{36} - \dfrac{y^2}{25} = 1$, a área desse retângulo, em unidades de área, é igual a:

a) 90 b) 120 c) 50

d) 44 e) 60

6 **(CESGRANRIO)** – Determinar os focos e esboçar o gráfico da curva de equação $y^2 - 16x^2 = 16$.

7 A distância focal da cônica de equação $x^2 - y^2 = 25$ é:

a) $5\sqrt{2}$ b) $2 . \sqrt{5}$ c) $10 . \sqrt{2}$

d) $4\sqrt{5}$ e) 25

8 **(UNESP-adaptado)** – A partir da equação da hipérbole:

$4(x-3)^2 - \dfrac{4y^2}{15} = 1$, encontre as coordenadas do centro C, e dos focos F_1 e F_2 da hipérbole.

9 Determinar a distância focal, a medida do eixo transverso, a medida do eixo conjugado e a excentricidade da hipérbole de equação $9x^2 - 4y^2 = 36$.

10 Determinar a equação da hipérbole cujos focos estão situados no eixo das abscissas, simetricamente situados em relação à origem, sabendo que as suas assíntotas têm equação $y = \pm \dfrac{4}{3}x$ e que a distância entre os focos é $2f = 20$.

11 Determinar a equação da hipérbole cujos focos estão situados simetricamente em relação à origem e no eixo das ordenadas, sabendo que sua excentricidade vale $\dfrac{13}{12}$ e que a distância entre seus vértices vale 48 unidades.

12 Calcular a área do triângulo formado pelas assíntotas da hipérbole $\dfrac{x^2}{4} - \dfrac{y^2}{9} = 1$ e a reta $9x + 2y - 24 = 0$

Módulos 55 e 56 – Parábola

Questões de **1** a **4**

Dados o foco (F) e a diretriz (d) de uma parábola, pede-se:

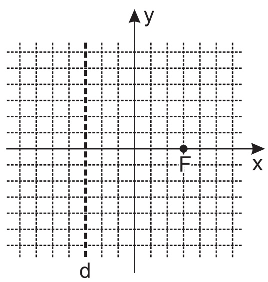
a) o vértice

b) a equação da diretriz

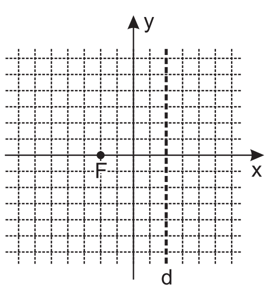
c) a equação reduzida da parábola

d) traçar a parábola

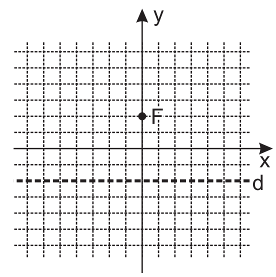
1



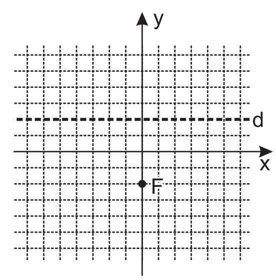
2



3



4



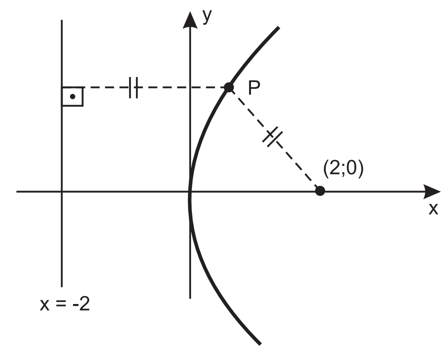
5 Determinar as coordenadas do foco e a equação da diretriz da parábola $y^2 + 8x = 0$.

6 Uma parábola, cujo vértice é a origem e cujo eixo de simetria é coincidente com o eixo "x", passa pelo ponto P(– 2; 4). Determinar a equação da parábola, o seu foco e a sua diretriz.

7 Determinar o vértice, o foco e a equação da diretriz da parábola de equação $y^2 = 8x$.

8 Determinar o vértice, o foco e a diretriz da parábola de equação $x^2 = -3y$.

9 A equação da parábola representada a seguir é:



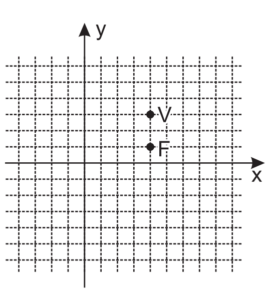
a) $y^2 = 8x$ b) $y^2 = -8x$

c) $y^2 = 4x$ d) $y^2 = -4x$

e) $y^2 = 2x$

---

1 Os pontos V e F são, respectivamente, o vértice e o foco de uma parábola. Determinar a equação da parábola e a equação da diretriz.



2 O foco e a equação da diretriz da parábola de equação $x^2 = -20.\ y$ são, respectivamente:

a) F(0; 5) e y = – 5

b) F(5; 0) e x = – 5

c) F(0; – 5) e y = 5

d) F(– 5; 0) e x = 5

e) F(0; – 10) e y = 10

3 A equação da parábola, com vértice na origem, eixo de simetria no eixo das ordenadas e que passa pelo ponto P(10; 5), é:

a) $y^2 = 20\ .\ x$ b) $x^2 = 20\ .\ y$

c) $x^2 = -20\ .\ y$ d) $y^2 = -20\ .\ x$

e) $x^2 = 10\ .\ y$

4 O vértice de uma parábola está no ponto V(3; 2) e o seu foco no ponto F(5; 2). A equação dessa parábola é:

a) $(y-3)^2 = 8\ .\ (x-2)$

b) $(y-3)^2 = 4\ .\ (x-2)$

c) $(y-2)^2 = 8\ .\ (x-3)$

d) $(y-2)^2 = 4\ .\ (x-3)$

d) $(y-2)^2 = -8\ .\ (x-3)$

5 A equação da parábola, cujo vértice é a origem e cujo foco é o ponto F(0; 3), é:

a) $x^2 = -12\ .\ y$ b) $y^2 = 12\ .\ x$

c) $y^2 = -12\ .\ x$ d) $x^2 = 8\ .\ y$

e) $x^2 = 12\ .\ y$

6 **(MACKENZIE)** – A equação da parábola que tem vértice no ponto V(4; 1) e foco F(2; 1) é:

a) $(y-1)^2 = -16\ .\ (x-4)$

b) $(y-4)^2 = 8\ .\ (x-1)$

c) $(y-1)^2 = 2\ .\ (x-4)$

d) $(y-2)^2 = -4\ .\ (x-1)$

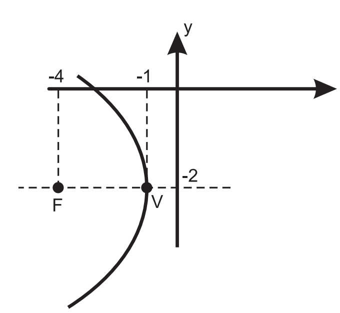
e) $(y-1)^2 = -8\ .\ (x-4)$

7 No gráfico abaixo, F é o foco e V é o vértice da parábola. Obter:

a) o parâmetro

b) a equação da diretriz

c) a equação da parábola



8 Determinar a equação da parábola com vértice V(3; 4) e foco F(3; 2). Obter a equação da diretriz dessa parábola.

9 **(USF)** – Um triângulo, que tem como vértices os focos das parábolas $x^2 = -12y$; $y^2 = 16x$ e $y^2 = -12x$, tem área, igual a:

a) 21 b) 13 c) 11

d) 12 e) $\dfrac{21}{2}$

MATEMÁTICA | F2 | Módulos 45 e 46 | Tronco de pirâmide de bases paralelas / Tronco de cone de bases paralelas

Exercícios Complementares no Portal Objetivo MAT2M419 e MAT2M420

Questões de ❶ a ❹
As arestas das bases de um tronco de pirâmide regular quadrangular medem 6 m e 16 m e o apótema mede 13 m.

❶ Calcular a área lateral do tronco.

❷ Calcular a área total do tronco.

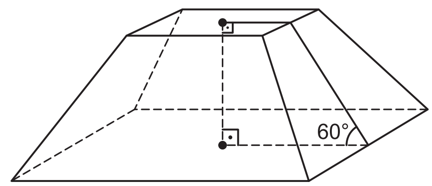
❸ Calcular a altura do tronco.

❹ Calcular o volume do tronco.

❺ **(ITA)** – A base de uma pirâmide tem área igual a 225 cm². A $\frac{2}{3}$ do vértice, corta-se a pirâmide por um plano paralelo à base. A área da secção é igual a:

a) 4 cm² b) 9 cm² c) 25 cm²
d) 100 cm² e) 125 cm²

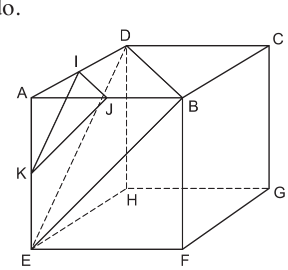
❻ Considere o tronco de uma pirâmide regular de bases quadradas representado na figura a seguir.



Se as diagonais das bases medem $10\sqrt{2}$ cm e $4\sqrt{2}$ cm, a área total desse tronco, em centímetros quadrados, é:

a) 168 b) 186 c) 258
d) 266 e) 284

❼ **(VUNESP)** – Secciona-se o cubo ABCDEFGH, cuja aresta mede 1 m, pelo plano BDE, passando por vértices do cubo e pelo plano IJK, passando por pontos médios de lados do cubo, como na figura. Calcule o volume do tronco de pirâmide IJKDBE, assim formado.



❽ Uma pirâmide pentagonal regular de volume V e altura D é seccionada por um plano paralelo ao plano da base a uma distância $d = \frac{1}{2}D$ do vértice, resultando uma pirâmide menor e um tronco de pirâmide. A diferença entre os volumes da pirâmide maior e da menor vale:

a) $\frac{7}{8}V$ b) $\frac{2}{3}V$ c) $\frac{3}{8}V$
d) $\frac{5}{8}V$ e) $\frac{1}{2}V$

❾ **(ITA)** – Seja uma pirâmide regular de base hexagonal e altura 10 m. A que distância do vértice devemos cortá-la por um plano paralelo à base de forma que o volume da pirâmide obtida seja $\frac{1}{8}$ do volume da pirâmide original?

a) 2 m b) 4 m c) 5 m
d) 6 m e) 8 m

❿ Num tronco de pirâmide quadrangular regular cujo apótema mede 13 cm, os raios das circunferências inscritas nas bases medem 3 cm e 8 cm. O volume do tronco de pirâmide, em centímetros cúbicos, é igual a:

a) 1551 b) 1552 c) 1553
d) 1554 e) 1555

---

❶ Os raios das bases de um tronco de cone circular reto são 5 cm e 8 cm. Sabendo que a geratriz é 5 cm, determine a altura.

❷ A geratriz de um tronco de cone de bases paralelas mede 5 cm. Os raios das bases desse tronco medem 4 cm e 1 cm. Calcule o volume do tronco.

❸ Os raios das bases de um tronco de cone de revolução medem 1 cm e 6 cm. Sabendo-se que a medida da altura é 12 cm, calcular a área total do tronco.

❹ Determine a altura de um tronco de cone circular reto, sabendo que os raios das bases medem 1 cm e 5 cm e que seu volume é 31π cm³.

❺ As áreas das bases paralelas de um tronco de cone circular reto são respectivamente iguais a 4π cm² e 49π cm². A geratriz desse tronco de cone mede 13 cm. A área lateral e o volume desse tronco são, respectivamente, iguais a:

a) 53π cm² e 117π cm³
b) 117π cm² e 170π cm³
c) 170π cm² e 268π cm³
d) 117π cm² e 268π cm³
e) 268π cm² e 170π cm³

❻ **(FCMMG)** – Observe a figura.

Essa taça, cujo interior tem a forma de um cone, contém suco até a metade da altura do cone interno. Se o volume do cone interno é igual a V, então o volume do suco nele contido é:

a) $\frac{V}{16}$ b) $\frac{V}{9}$ c) $\frac{V}{8}$
d) $\frac{V}{4}$ e) $\frac{V}{3}$

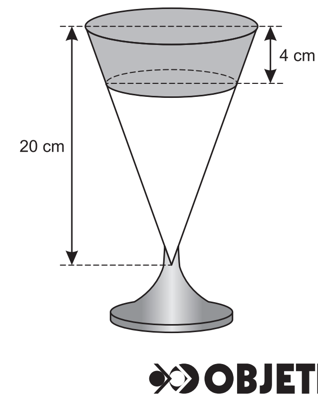
❼ **(UNIMES)** – Um balde tem a forma de um tronco cone circular reto com as seguintes medidas internas: 18 cm e 28 cm de diâmetro nas bases e 45 cm de altura. O volume máximo que este balde pode conter é

a) $5642\ \pi$ cm³ b) $6045\ \pi$ cm³
c) $4560\ \pi$ cm³ d) $3828\ \pi$ cm³
e) $1938\ \pi$ cm³

❽ **(FAAP)** – Um copo de chope é um cone(oco), cuja altura é o dobro do diâmetro da base. Se uma pessoa bebe desde que o copo está cheio até o nível da bebida ficar extamente na metade da altura do copo, a fração do volume total que deixou de ser consumida é:

a) 3/4 b) 1/2 c) 2/3 d) 3/8 e) 1/8

❾ **(MACKENZIE)** – Uma mistura de leite batido com sorvete é servida em um copo, como na figura. Se na parte superior do copo há uma camada de espuma de 4 cm de altura, então a porcentagem do volume do copo ocupada pela espuma está mais bem aproximada na alternativa:



a) 65%
b) 60%
c) 50%
d) 45%
e) 70%

Módulos 47 e 48 – Inscrição e circunscrição de sólidos I e II

1 Calcule o volume de um cubo circunscrito a uma esfera de raio 5 cm.

2 Calcule a área total da superfície esférica circunscrita a um cubo de 5 cm de aresta.

3 Determinar o volume de um cilindro eqüilátero circunscrito a uma esfera cujo raio mede 2 cm.

4 A razão entre a área de uma superfície esférica e a do cubo inscrito é:

a) π b) 2 c) $\frac{\pi}{2}$

d) $\frac{3}{2}$ e) $\frac{4}{\pi}$

5 **(UFMG)** – A razão entre as áreas totais de um cubo e do cilindro reto nele inscrito, nessa ordem, é:

a) $\frac{2}{\pi}$ b) $\frac{3}{\pi}$ c) $\frac{4}{\pi}$

d) $\frac{5}{\pi}$ e) $\frac{6}{\pi}$

6 **(MACKENZIE)** – A razão entre o volume de uma esfera e o volume de um cilindro circular reto circunscrito a esta esfera é igual a

a) $\frac{4}{3}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\sqrt{3}$

d) $\frac{1}{3}$ e) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

7 **(MACKENZIE)** – Um cubo está inscrito numa esfera. Se a área total do cubo é 8, o volume da esfera é

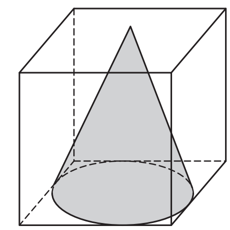
a) $\frac{8\pi}{3}$ b) $\frac{4\pi}{3}$ c) $\frac{16\pi}{3}$

d) 12π e) 8π

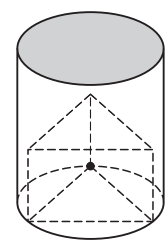
8 **(MACKENZIE)** – Na figura, o cone reto está inscrito no cubo. Se a diferença entre os volumes do cubo e do cone é $1 - \frac{\pi}{12}$ então a diagonal da face do cubo mede:

a) $\sqrt{2}$ b) $2\sqrt{2}$ c) $3\sqrt{2}$

b) $4\sqrt{2}$ e) $6\sqrt{2}$



9 **(MACKENZIE)** – Num cilindro reto de altura $6\sqrt{3}$, completamente cheio de água, foi imerso um prisma triangular regular de altura 2π, conforme a figura. A razão entre o volume de água que transbordou e o volume do cilindro é:



a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$

c) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{1}{5}$

e) $\frac{1}{6}$

---

1 Calcular o volume de um cone eqüilátero circunscrito a uma esfera cujo raio mede $\sqrt{3}$ cm.

2 Calcular a área da superfície de uma esfera circunscrita a um cone eqüilátero cujo raio mede 2 cm.

3 Cada uma das seis arestas de um tetraedro regular mede $2\sqrt{6}$.

a) Calcule a altura desse tetraedro.

b) Calcule o raio da esfera inscrita nesse tetraedro.

c) Calcule o raio da esfera circunscrita ao tetraedro.

4 Um cone circular reto tem 10 cm de geratriz e 6 cm de raio da base. O volume, em cm^3, da esfera inscrita nesse cone é igual a:

a) 36π b) 48π c) 72π

d) 144π e) 288π

5 **(MACKENZIE)** – A altura de um cone reto é igual ao raio da esfera a ele circunscrita. Então o volume da esfera é:

a) $\frac{8}{3}$ do volume do cone.

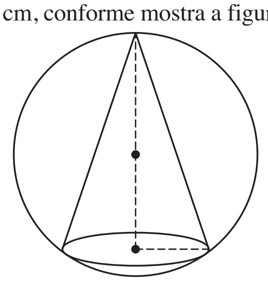
b) o quádruplo do volume do cone.

c) o triplo do volume do cone.

d) o dobro do volume do cone.

e) $\frac{4}{3}$ do volume do cone.

6 **(PUC-SP)** – Um cone circular reto, cujo raio da base é 3 cm, está inscrito em uma esfera de raio 5 cm, conforme mostra a figura abaixo.



O volume do cone corresponde a que porcentagem do volume da esfera?

a) 26,4% b) 21,4% c) 19,5%

d) 18,6% e) 16,2%

7 **(FGV)** – Uma pirâmide reta de base quadrada e altura de 4 m está inscrita numa esfera de raio 4 m. Adotando $\pi = 3$, pode-se afirmar que

a) $V_{esfera} = 6 \,.\, V_{pirâmide}$

b) $V_{esfera} = 5 \,.\, V_{pirâmide}$

c) $V_{esfera} = 4 \,.\, V_{pirâmide}$

d) $V_{esfera} = 3 \,.\, V_{pirâmide}$

e) $V_{esfera} = 2 \,.\, V_{pirâmide}$

8 O volume da esfera inscrita num cone equilatero cujo raio mede $2\sqrt{3}$ cm é:

a) $\frac{8\pi}{3}cm^3$ b) $\frac{16\pi}{3}cm^3$ c) $\frac{32\pi}{3}cm^3$

d) $\frac{64\pi}{3}cm^3$ e) $\frac{128\pi}{3}cm^3$

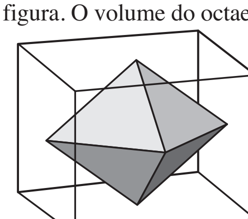
9 **(ITA)** – Um prismal hexagonal regular tem como altura o dobro da aresta da base. A razão entre o volume deste prisma e o volume do cone reto, nele inscristo, é igual a:

a) $(6\sqrt{2})/\pi$ b) $(9\sqrt{2})/\pi$

c) $(3\sqrt{6})/\pi$ d) $(6\sqrt{3})/\pi$

e) $(9\sqrt{3})/\pi$

10 **(FGV-SP)** – Um octaedro regular está inscristo num cubo de aresta com 4 cm de comprimento, isto é, seus vértices coincidem com o centro de cada face do cubo, como mostra a figura. O volume do octaedro é:



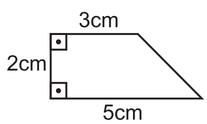
a) $\frac{64}{3}cm^3$ b) $\frac{32}{3}cm^3$ c) $\frac{16}{3}cm^3$

d) $\frac{8}{3}cm^3$ e) $\frac{4}{3}cm^3$

Exercícios Complementares no Portal Objetivo MAT2M423 e MAT2M424

1 Seja ABC um triângulo retângulo em A, com AB = 4 cm e AC = 3 cm. Calcular o volume do sólido gerado pela revolução (de 360°) do triângulo ABC em torno do maior cateto.

2 Calcular o volume do sólido gerado pela revolução (de 360°) do trapézio retângulo da figura, em torno da base maior.



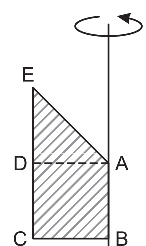
3 Um cilindro é obtido rotacionando-se um quadrado em torno da reta que intercepta dois de seus lados paralelos pelos respectivos pontos médios. Se o lado do quadrado mede 1 cm, a área lateral do cilindro, em cm^2, vale:

a) 4π b) π^2 c) 2π
d) $\sqrt{\pi^3}$ e) π

4 Um triângulo retângulo tem 6 cm^2 de área e um de seus catetos mede 2 cm. Pela rotação de 360° desse triângulo, em torno do outro cateto, obtém-se um sólido de volume:

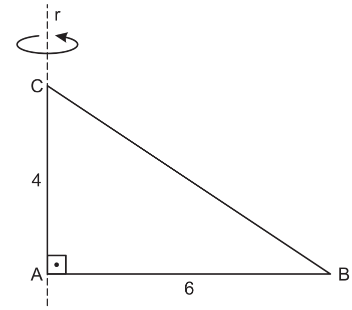
a) 8π cm^3 b) 12π cm^3
c) 16π cm^3 d) 18π cm^3
e) 24π cm^3

5 **(UNIP)** – ABCD é um quadrado de lado 6 cm e ADE é um triângulo retângulo isósceles. A rotação de 360°, da região poligonal ABCDE, em torno da reta $\overleftrightarrow{AB}$ gera um sólido cujo volume, em centímetros cúbicos, é:



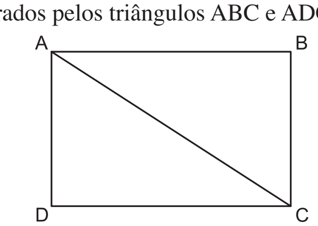
a) 360π b) 320π c) 216π
d) 124π e) 72π

6 **(MACKENZIE)** – Na rotação do triângulo ABC da figura seguinte em torno da reta r, o lado $\overline{AB}$ descreve um ângulo de 270°. Desta forma, o sólido obtido tem volume:



a) 48π b) 144π c) 108π
d) 72π e) 36π

7 **(MACKENZIE)** – O retângulo ABCD da figura faz uma rotação completa em torno de $\overline{BC}$. A razão entre os volumes dos sólidos gerados pelos triângulos ABC e ADC é



a) $\dfrac{1}{3}$ b) $\dfrac{1}{5}$ c) $\dfrac{1}{4}$ d) 1 e) $\dfrac{1}{2}$

---

1 Complete:

a) Os principais entes primitivos da Geometria são:_____________
b) Numa reta ou fora dela existem ___________ pontos.
c) Num plano ou fora dele existem ___________ pontos.
d) Dois pontos distintos determinam _______________.
e) Três pontos distintos não colineares determinam ___________.

2 Classifique cada afirmação seguinte em VERDADEIRA ou FALSA.

a) ( ) Os entes primitivos não têm definição.
b) ( ) Reta, por definição, é um conjunto de pontos colineares.
c) ( ) Entre dois pontos distintos sempre existe mais um.
d) ( ) Dois pontos distintos determinam uma reta.
e) ( ) Três pontos quaisquer determinam um plano.

3 Se dois pontos distintos de uma reta r pertencem a um plano α, então a reta r está contida em α?

4 Três pontos distintos determinam um plano?

5 Quatro pontos são sempre coplanares?

6 Dados 10 pontos de tal forma que não existam 4 deles num mesmo plano, calcular o número de planos determinados por estes pontos.

7 Assinale a alternativa falsa:

a) O ponto não tem dimensão
b) A reta é infinita
c) Existem proposições que não podem ser demonstradas.
d) Reta por definição é um conjunto com infinitos pontos.
e) Entre dois pontos distintos sempre existirá um terceiro ponto.

8 Dadas as proposições,

I) Numa reta bem como fora dela existem infinitos pontos.
II) Num plano bem como fora dele existem infinitos pontos.
III) Três pontos não colineares são sempre distintos.

É correto afirmar que:

a) todas são verdadeiras.
b) todas são falsas.
c) apenas (I) e (II) são falsas.
d) apenas (I) e (III) são falsas.
e) apenas (II) e (III) são falsas.

9 Assinale a alternativa falsa:

a) Os postulados são proposições aceitas sem demonstração.
b) Os teoremas são proposições que podem ser demonstradas.
c) Dois pontos distintos determinam uma única reta que os contém.
d) Três pontos não alinhados determinam um único plano que os contém.
e) Se dois pontos A e B estão em semi-espaços opostos em relação a um plano α, então, $\overline{AB} \cap \alpha = \varnothing$.

Módulos 51 e 52 – Retas e planos no espaço / Paralelismo

1 Assinale a afirmação falsa:

a) Dois pontos distintos determinam uma reta.
b) Três pontos distintos determinam um plano.
c) Uma reta e um ponto não pertencente a ela determinam um plano.
d) Duas retas concorrentes determinam um plano.
e) Duas retas paralelas distintas determinam um plano.

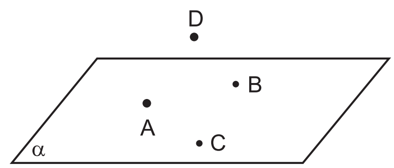
2 Assinale a afirmação verdadeira:

a) Duas retas que não têm pontos comuns são paralelas.
b) Duas retas que não têm pontos comuns são reversas.
c) Duas retas paralelas podem ser não coplanares.
d) Duas retas concorrentes podem ser não coplanares.
e) Duas retas não coplanares são reversas.

3 Seja um plano α e um ponto P não pertencente a α. Quantas retas paralelas a α podem ser traçadas, no máximo, pelo ponto P?

a) nenhuma
b) uma
c) duas
d) três
e) infinitas

4 Quantos são os planos determinados pelos pontos A, B, C e D na figura?



a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 1

5 A reta r é paralela ao plano α. Então:

a) todas as retas de α são paralelas a r.
b) a reta r não pode ser coplanar com nenhuma reta de α.
c) existem em α retas paralelas a r e também existem em α retas reversas a r.
d) existem em α retas paralelas a r e também retas perpendiculares a r.
e) todo plano que contém r é paralelo a α.

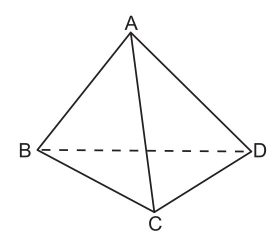
6 **(FAAP)** – Duas retas são reversas quando

a) não existe plano que contém ambas.
b) existe um único plano que as contém.
c) não se interceptam.
d) não são paralelas.
e) são paralelas, mas estão contidas em planos distintos.

7 **(VUNESP)** – Entre todas as retas suportes das arestas de um certo cubo, considere duas, r e s reversas.
Seja t a perpendicular comum a r e a s. Então,

a) t é a reta suporte de uma das diagonais do cubo.
b) t é a reta suporte de uma das diagonais de uma das faces do cubo.
c) t é a reta suporte de uma das arestas do cubo.
d) t é a reta que passa pelos pontos médios das arestas contidas em r e s.
e) t é a reta perpendicular a duas faces do cubo, por seus centros.

8 **(UNIFESP)** – Dois segmentos dizem-se reversos quando não são coplanares. Neste caso, o número de pares de arestas reversas num tetraedro, como o da figura, é:



a) 6 b) 3 c) 2 d) 1 e) 0

---

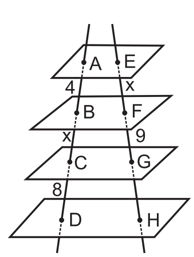
1 Coloque (V) ou (F) conforme as sentenças sejam verdadeiras ou falsas

a) ( ) Duas retas que têm ponto em comum são concorrentes.
b) ( ) Duas retas que não têm ponto em comum são paralelas distintas.
c) ( ) Duas retas não coplanares são sempre reversas.
d) ( ) Se uma reta não tem ponto em comum com um plano, ela é paralela a ele.
e) ( ) Dois planos paralelos interceptados por um terceiro determinam neste último intersecções paralelas.

2 Coloque (V) ou (F) conforme as sentenças sejam verdadeiras ou falsas.

a) ( ) Se três retas são duas a duas paralelas distintas ou elas determinam um plano ou determinam três planos.
b) ( ) Dois planos sendo paralelos toda reta que fura um, fura o outro.
c) ( ) Dois planos sendo paralelos todo plano que intercepta um intercepta o outro.
d) ( ) Dois planos sendo paralelos se um terceiro os interceptar, o fará em retas paralelas.
e) ( ) Para se obter a intersecção de dois planos secantes é suficiente obter dois pontos distintos da intersecção, ou seja, dois pontos distintos comuns aos planos.

3 São dados: um feixe de quatro planos paralelos, uma reta incidente a eles nos pontos A, B, C e D e uma outra reta incidente a eles nos pontos E, F, G e H. Sabendo-se que AB = 4, CD = 8, FG = 9 e BC = EF, o valor de EH é:



a) 22 b) 27 c) 29
d) 30 e) 32

4 Assinale a alternativa falsa:

a) se dois planos são paralelos distintos, então toda reta de um deles é paralela ou reversa a qualquer reta do outro.
b) se dois planos são secantes, então uma reta de um deles pode ser concorrente com uma reta do outro.
c) se uma reta é paralela a dois planos, então esses planos são paralelos.
d) se duas retas concorrentes de um plano são paralelas a um outro plano, então os dois planos são paralelos.
e) se dois planos são paralelos, então toda reta que é paralela a um deles é paralela ou está contida no outro.

5 São dados: um feixe de quatro planos paralelos, uma reta incidente nos pontos A, B, C e D e uma outra reta incidente nos pontos P, Q, R e S. Sabendo-se que AB = 2 cm, BC = 5 cm, CD = 6 cm, PQ = 1 cm, QR = x cm e RS = y cm, determine (y – x) em cm.

6 **(ESPCEX)** – Se a reta r é paralela ao plano α, então

a) todas as retas de α são paralelas a r.
b) existem em α retas paralelas a r e retas reversas a r.
c) existem em α retas paralelas a r e retas perpendiculares a r.
d) todo plano que contém r intercepta α, segundo uma reta paralela a r.

Exercícios Complementares no Portal Objetivo MAT2M427 e MAT2M428

1 Complete:

a) Se duas retas são paralelas a uma terceira, então são _____________ entre si.

b) Se uma reta é paralela a dois planos secantes, então ela é paralela à sua _________________.

c) Dois planos paralelos interceptados por um terceiro determinam intersecções __________________.

d) Um feixe de planos paralelos determina sobre duas transversais segmentos correspondentes __________.

e) Duas retas perpendiculares a um mesmo plano são _________________ entre si.

2 Complete:

a) Se dois planos são paralelos distintos, então toda reta de um é ___________________ às retas do outro.

b) Se uma reta é paralela a um plano, ela é _________________________________ às retas do plano.

c) Por um ponto não pertencente a um plano, podemos conduzir _____________ plano paralelo a esse plano.

d) Por um ponto não pertencente a um plano, podemos conduzir ______________ retas paralelas a esse plano.

e) Por um ponto não pertencente a uma reta, podemos conduzir ________________ reta paralela a essa reta.

3 Complete:

a) Se uma reta é ortogonal a duas concorrentes de um plano, ela é __________________ ao plano.

b) Se uma reta é perpendicular a duas retas paralelas distintas de um plano, então ela _________________.

c) Se uma reta é perpendicular a um plano, então todo plano que a contém é _____________ a esse plano.

d) Por um ponto existe _____________ reta perpendicular a um plano.

e) Se uma reta forma um ângulo de 20° com uma reta perpendicular a um plano, então ela forma ___________ com o plano.

4 Assinale a correta:

a) se dois planos são perpendiculares, todo plano perpendicular a um deles é paralelo ao outro.

b) se dois planos são perpendiculares, toda reta paralela a um deles é perpendicular ao outro.

c) se duas retas são paralelas a um mesmo plano, então são paralelas entre si.

d) se duas retas são ortogonais, toda reta paralela a uma delas é perpendicular ou ortogonal à outra.

e) se duas retas são ortogonais, toda reta ortogonal a uma delas é paralela à outra.

5 **(ESCOLA NAVAL)** – Se α é um plano e P é um ponto não-pertencente a α, quantos planos e quantas retas, respectivamente, contém P e são perpendiculares a α?

a) 1 e 1.

b) infinitos e zero.

c) infinitos e 1.

d) zero e 1.

e) infinitos e infinitas.

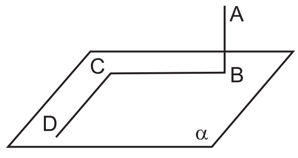
---

1 A projeção ortogonal de um cilindro circular reto sobre um plano perpendicular ao plano da base do cilindro é um quadrado de lado a. O volume deste cilindro é:

a) $\dfrac{\pi a^3}{2}$ b) $\dfrac{\pi a^3}{6}$ c) $\dfrac{\pi a^3}{5}$

d) $\dfrac{\pi a^3}{4}$ e) $\dfrac{\pi a^3}{8}$

2 Na figura abaixo, $\overline{AB} \perp \alpha$, $\overline{CD} \subset \alpha$, $\overline{BC} \subset \alpha$, AB = 3, BC = 5 e CD = 4. Calcule a distância entre os pontos A e D sabendo-se que $\overline{BC} \perp \overline{CD}$.



3 Assinalar a certa:

a) Duas retas paralelas a um mesmo plano são paralelas entre si.

b) Dois planos paralelos a uma mesma reta são paralelos entre si.

c) Duas retas perpendiculares a uma terceira são paralelas entre si.

d) Dois planos perpendiculares a um terceiro são perpendiculares entre si.

e) Dois planos distintos perpendiculares a uma mesma reta são paralelos entre si.

4 Considere as afirmações abaixo:

I. Duas retas paralelas a uma terceira são perpendiculares entre si.

II. Se duas retas são paralelas, toda reta que encontre a primeira encontra a segunda.

III. Se dois planos são paralelos, toda reta perpendicular ao primeiro é perpendicular ao segundo.

IV. Se uma reta é paralela a um plano, ela é paralela a toda as retas desse plano.

Em relação a elas, podemos dizer que:

a) todas são verdadeiras.

b) somente a IV é falsa.

c) somente a III é verdadeira.

d) somente a I e a II são falsas.

e) somente a II e a III são verdadeiras.

5 **(UFSCar)** – Considere um plano α e um ponto P qualquer do espaço. Se por P traçarmos a reta perpendicular a α, a intersecção dessa reta com α é um ponto chamado projeção ortogonal do ponto P sobre α. No caso de uma figura F do espaço, a projeção ortogonal de F sobre α é definida pelo conjunto das projeções ortogonais de seus pontos.

Com relação a um plano qualquer fixado, pode-se dizer que

a) a projeção ortogonal de um segmento de reta pode resultar num semi-reta.

b) a projeção ortogonal de uma reta sempre resulta numa reta.

c) a projeção ortogonal de uma parábola pode resultar num segmento de reta.

d) a projeção ortogonal de um triângulo pode resultar num quadrilátero.

e) a projeção ortogonal de uma circunferência pode resultar num segmento de reta.

6 **(PUC)** – Dois planos β e γ cortam-se na reta r e são perpendiculares a um plano α. Então,

a) β e γ são perpendiculares.

b) r é perpendicular a α.

c) r é paralela a α.

d) todo plano perpendicular a α encontra r.

e) existe uma reta paralela a α e a r.

Módulos 55 e 56 – Diedros, triedros e poliedros / Poliedros de Platão e regulares

no Portal Objetivo MAT2M429 e MAT2M430

❶ Num triedro duas faces medem, respectivamente, 148° e 110°. A medida da terceira face é com certeza um número do intervalo:
a) $45° < x \le 100°$ b) $30° \le x < 90°$
c) $38° < x < 102°$ d) $100° < x \le 258°$
e) $30° \le x \le 60°$

❷ Se um poliedro convexo possui 16 faces triangulares, o seu número de vértices é:
a) 24 b) 20 c) 16
d) 12 e) 10

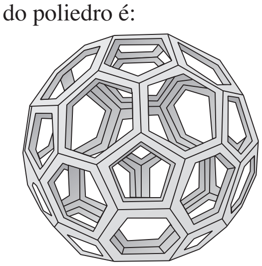
❸ Um poliedro convexo apresenta 8 faces quadrangulares e 6 faces triangulares. O número de vértices desse poliedro é:
a) 27 b) 25 c) 18
d) 15 e) 13

❹ Um poliedro convexo possui somente uma face triangular, 3 faces quadrangulares e 3 faces pentagonais. Este poliedro possui:
a) 30 vértices b) 10 arestas
c) 30 arestas d) 15 vértices
e) 10 vértices

❺ Quantas faces tem um poliedro convexo com 6 vértices e 9 arestas? Desenhe um poliedro que satisfaça essas condições.

❻ **(UNICENTRO)** – Segundo o matemático suíço Leonhard Euler, em todo poliedro convexo de V vértices, A arestas e F faces, vale a relação:
a) $V + F + A = 2$
b) $V + 2 = A + F$
c) $V – F + A = 2$
d) $V = F + A + 2$
e) $V – A + F = 2$

❼ **(CESGRANRIO)** – O poliedro da figura (uma invenção de Leonardo da Vinci utilizada modernamente na fabricação de bolas de futebol) tem como faces 20 hexágonos e 12 pentágonos, todos regulares. O número de vértices do poliedro é:



a) 64 b) 90 c) 60
d) 72 e) 56

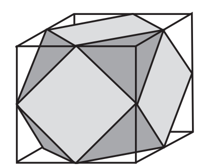
❽ Um poliedro convexo possui ao todo 18 faces, das quais 12 são triângulos e as demais são quadriláteros. Esse poliedro possui exatamente:
a) 14 vértices b) 28 arestas
c) 30 vértices d) 60 arestas
e) 60 diagonais

❾ **(UNIRIO)** – Um geólogo encontrou, numa de suas explorações, um cristal de rocha no formato de um poliedro, que satisfaz a relação de Euler, de 60 faces triangulares. O número de vértices deste cristal é igual a:
a) 35 b) 34 c) 33
d) 32 e) 31

❿ **(FUVEST)** – O número de faces triangulares de uma pirâmide é 11. Pode-se, então, afirmar que esta pirâmide possui:
a) 33 vértices e 22 arestas.
b) 12 vértices e 11 arestas.
c) 22 vértices e 11 arestas.
d) 11 vértices e 22 arestas.
e) 12 vértices e 22 arestas.

⓫ **(MACKENZIE)** – A soma dos ângulos de todas as faces de uma pirâmide é 18π radianos. Então o número de lados do polígono da base da pirâmide é:
a) 8 b) 9 c) 10
d) 11 e) 12

⓬ **(UNIFESP)** – Considere o poliedro cujos vértices são os pontos médios das arestas de um cubo.



O número de faces triangulares e o número de faces quadradas desse poliedro são, respectivamente:
a) 8 e 8 b) 8 e 6 c) 6 e 8
d) 8 e 4 e) 6 e 6

---

❶ **(PUC)** – O poliedro regular que possui 20 vértices, 30 arestas e 12 faces denomina-se:
a) tetraedro b) icosaedro
c) hexaedro d) dodecaedro
e) octaedro

❷ Calcular o número de vértices de um icosaedro regular.

❸ Calcular o número de diagonais e o número de vértices de um octaedro regular.

❹ Calcular a soma dos ângulos das faces de um dodecaedro regular.

❺ Calcular a soma dos ângulos das faces de um icosaedro regular.

❻ Quantas classes de poliedros regulares existem?
a) 4 b) 5 c) 6
d) 14 e) infinitas

❼ O número de vértices de um dodecaedro regular é:
a) 10 b) 12 c) 16
d) 20 e) 24

❽ O poliedro regular cujas faces são pentágonos, chama-se:
a) tetraedro regular
b) hexaedro regular
c) octaedro regular
d) dodecaedro regular
e) icosaedro regular

❾ O número de vértices do icosaedro regular é:
a) 10 b) 12 c) 18
d) 26 e) 54

❿ **(FAAP)** – Considere um tetraedro regular e um plano que o intercepta. A única alternativa correta é:
a) a intersecção pode ser um quadrilátero.
b) a intersecção é sempre um triângulo.
c) a intersecção é sempre um triângulo equilátero.
d) a intersecção nunca é um triângulo equilátero.
e) a intersecção nunca é um quadrilátero.

⓫ Os centros das faces de um hexaedro regular são vértices de um:
a) tetraedro regular
b) hexaedro regular
c) octaedro regular
d) dodecaedro regular
e) icosaedro regular

⓬ A soma dos ângulos de todas as faces de um dodecaedro regular, em radianos, é igual a:
a) 32π b) 34π c) 36π
d) 38π e) 40π

⓭ Quantas são ao todo as diagonais de um icosaedro regular?
a) 20 b) 35 c) 36
d) 100 e) 170

⓮ Os centros das faces de um octaedro regular, são vértices de um:
a) tetraetro regular
b) hexaedro regular
c) octaedro regular
d) dodecaedro regular
e) icosaedro regular