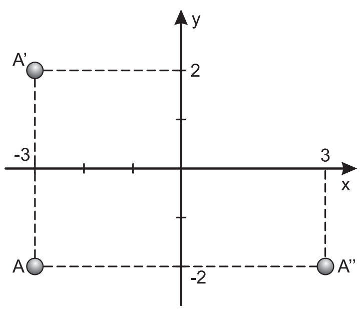
MATEMÁTICA

FRENTE 1
MÓDULO 33
SISTEMA CARTESIANO ORTOGONAL

1)



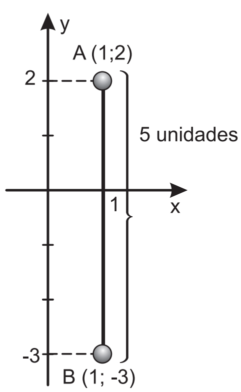
A'(– 3; 2) é o simétrico em relação ao eixo $\overrightarrow{Ox}$.

A"(3; – 2) é o simétrico em relação ao eixo $\overrightarrow{Oy}$.

2) A(a + 1; 6) ≡ B(– 2; 3b) ⇔

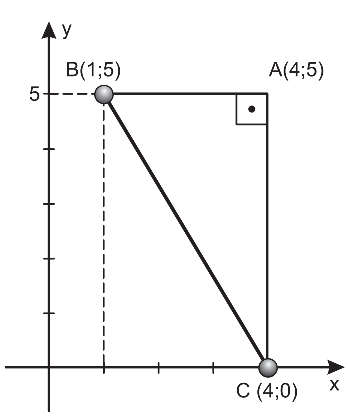
$\Leftrightarrow \begin{cases} a + 1 = -2 \\ 6 = 3b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 2 \end{cases}$

3)



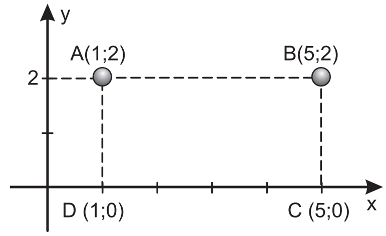
B(1; – 3)

4)



C(4; 0)

5)



AB = 5 – 1 = 4

BC = 2 – 0 = 2

CD = 5 – 1 = 4

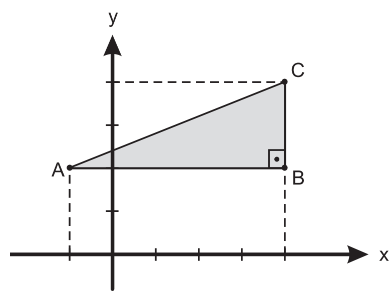
DA = 2 – 0 = 2

O perímetro do retângulo ABCD é

4 + 2 + 4 + 2 = 12.

Resposta: E

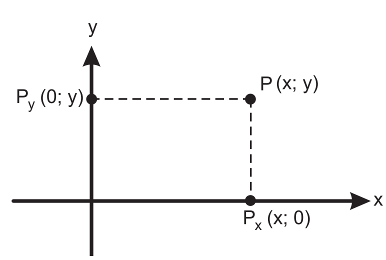
6)



Observando que $\overline{AB} \,//\, \overrightarrow{Ox}$ e $\overline{BC} \,//\, \overrightarrow{Oy}$, conclui-se que o ΔABC é retângulo.

7) Dado P(x; y), chamaremos $\mathbf{P_x}$ e $\mathbf{P_y}$ as projeções do ponto **P** sobre o eixo das abscissas e sobre o eixo das ordenadas, respectivamente.

Teremos:



Daí:

A(2; 3) $\Rightarrow \begin{cases} A_x(2;\ 0) \\ A_y(0;\ 3) \end{cases}$

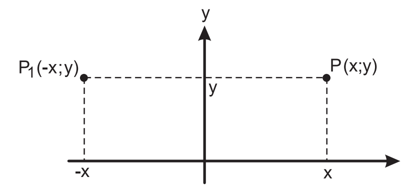
B(3; – 1) $\Rightarrow \begin{cases} B_x(3;\ 0) \\ B_y(0;\ -1) \end{cases}$

C(– 5; 1) $\Rightarrow \begin{cases} C_x(-5;\ 0) \\ C_y(0;\ 1) \end{cases}$

D(– 3; – 2) $\Rightarrow \begin{cases} D_x(-3;\ 0) \\ D_y(0;\ -2) \end{cases}$

E(– 5; – 1) $\Rightarrow \begin{cases} E_x(-5;\ 0) \\ E_y(0;\ -1) \end{cases}$

8) Dado P(x; y), chamaremos $\mathbf{P_1}$ o ponto simétrico de **P** em relação ao eixo das ordenadas. Teremos:



Portanto, se P(x; y), então P_1(– x; y) é o simétrico de **P** em relação ao eixo y.

Daí:

A(– 1; 2) ⇒ A_1(1; 2)

B(3; – 1) ⇒ B_1(– 3; – 1)

C(– 2; – 2) ⇒ C_1(2; – 2)

D(– 2; 5) ⇒ D_1(2; 5)

E(3; – 5) ⇒ E_1(– 3; – 5)

9) a) Se x . y > 0, então teremos duas possibilidades, a saber:

1ª possibilidade: x > 0 e y > 0 ⇒

⇒ P(x; y) ∈ 1º quadrante

2ª possibilidade: x < 0 e y < 0 ⇒

⇒ P(x; y) ∈ 3º quadrante

b) Se x . y < 0, então teremos duas possibilidades, a saber:

1ª possibilidade: x > 0 e y < 0 ⇒

⇒ P(x; y) ∈ 4º quadrante.

2ª possibilidade: x < 0 e y > 0 ⇒

⇒ P(x; y) ∈ 2º quadrante.

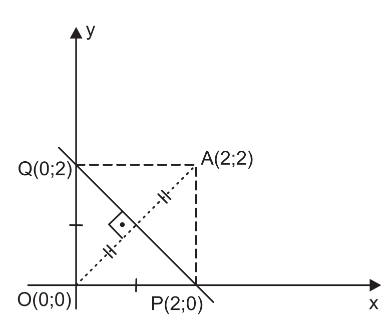
c) Se x – y = 0 ⇔ x = y ⇒

$\Rightarrow \begin{cases} P(x;\ y) \in 1^{\circ} \text{ quadrante ou} \\ P(x;\ y) \in 3^{\circ} \text{ quadrante} \end{cases}$

d) Se x + y = 0 ⇔ x = – y ⇒

$\Rightarrow \begin{cases} P(x;\ y) \in 2^{\circ} \text{ quadrante ou} \\ P(x;\ y) \in 4^{\circ} \text{ quadrante} \end{cases}$

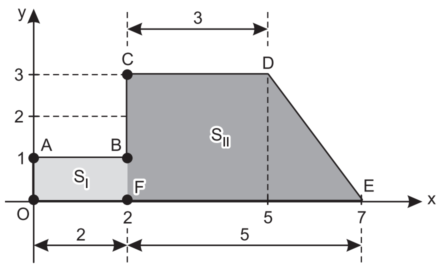
10)



Os pontos P, A, Q e O são vértices de um quadrado cujo lado mede 2. O ponto A é diagonalmente oposto à origem e tem coordenadas (2; 2).

Resposta: A

11)



Os pontos O(0; 0), A(0; 1), B(2; 1), C(2; 3), D(5; 3) e E(7; 0) são os vértices da região cuja área S é igual à soma da área S_I do retângulo OABF com a área S_{II} do trapézio CDEF, em que F(2; 0).

Dessa forma, temos:

$S = S_I + S_{II} = 2 \,.\, 1 + \dfrac{(5 + 3)\,.\,3}{2} =$

$= 2 + 12 = 14$

Se a unidade de medida é dada em centímetros, a área dessa região é igual a 14 cm^2.

Resposta: D

MÓDULO 34
DISTÂNCIA ENTRE DOIS PONTOS

1) $d_{AB} = \sqrt{(1 + 3)^2 + (-2 - 2)^2} =$

$= \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{16 + 16} = \sqrt{32} =$

$= \sqrt{2^4\,.\,2} = 4\sqrt{2}$

2) $d_{AB} = 5 \Rightarrow \sqrt{(-1 - 3)^2 + (y + 1)^2} = 5 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 4^2 + y^2 + 2y + 1 = 25 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow y^2 + 2y - 8 = 0 \Leftrightarrow y = 2$ ou $y = -4$

3) P(x; 0) e A(4; 1) e $d_{PA} = \sqrt{10} \Rightarrow$

$\Rightarrow \sqrt{(x - 4)^2 + (0 - 1)^2} = \sqrt{10} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x - 4)^2 + 1 = 10 \Leftrightarrow (x - 4)^2 = 9 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x - 4 = 3$ ou $x - 4 = -3 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 7$ ou $x = 1 \Rightarrow$ P (7; 0) ou P (1; 0)

4) P(0; y), A(1; 2), B(3; 8) e $d_{PA} = d_{PB} \Rightarrow$

$\Rightarrow \sqrt{(0 - 1)^2 + (y - 2)^2} = \sqrt{(0 - 3)^2 + (y - 8)^2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 1 + y^2 - 4y + 4 = 9 + y^2 - 16y + 64 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -4y + 16y = 9 + 64 - 1 - 4 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 12y = 68 \Leftrightarrow y = \dfrac{68}{12} \Leftrightarrow y = \dfrac{17}{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow P\left(0; \dfrac{17}{3}\right)$

5) $AB = d_{AB} = \sqrt{(-1 - 2)^2 + (-1 - 1)^2} =$

$= \sqrt{(-3)^2 + (-2)^2} = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13}$

$AC = d_{AC} = \sqrt{(-1 + 1)^2 + (-1 - 2)^2} =$

$= \sqrt{0^2 + 3^2} = 3$

$BC = d_{BC} = \sqrt{(2 + 1)^2 + (1 - 2)^2} =$

$= \sqrt{3^2 + (-1)^2} = \sqrt{9 + 1} = \sqrt{10}$

$3 < \sqrt{10} < \sqrt{13} \Rightarrow AC < BC < AB$

$\overline{AB}$ é o maior lado e sua medida é

$AB = \sqrt{13}$

Resposta: D

6) Seja M(x; 0), pois $M \in \overrightarrow{Ox} \Leftrightarrow y = 0$

$d_{MP} = 5 \Leftrightarrow \sqrt{(x_M - x_P)^2 + (y_M - y_P)^2} = 5$

Assim: $\sqrt{(x - 2)^2 + [0 - (-3)]^2} = 5 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x - 2)^2 + 9 = 25 \Rightarrow$

$\Leftrightarrow (x - 2)^2 = 16 \Leftrightarrow x - 2 = \pm 4 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = -2 \end{cases}$

Portanto, M(6; 0) ou M(– 2; 0)

7) Determinação dos comprimentos dos lados do triângulo.

$AB = \sqrt{(2 + 5)^2 + (-3 - 1)^2} = \sqrt{65}$

$BC = \sqrt{(4 + 5)^2 + (3 - 1)^2} = \sqrt{85}$

$AC = \sqrt{(4 - 2)^2 + (3 + 3)^2} = \sqrt{40} = 2\,.\,\sqrt{10}$

Como $AB \neq BC \neq AC \Rightarrow \Delta$ escaleno

$BC^2 < AB^2 + AC^2 \Rightarrow \Delta$ acutângulo

Portanto, o triângulo é escaleno e acutângulo.

8) Se o ponto procurado é do eixo x, sua ordenada é **nula**, então P(x; 0). Como P(x; 0) é equidistante de A e B, temos:

$$\mathbf{d_{PA} = d_{PB}}$$

Então:

$\sqrt{(x - 6)^2 + (0 - 5)^2} = \sqrt{(x + 2)^2 + (0 - 3)^2}$

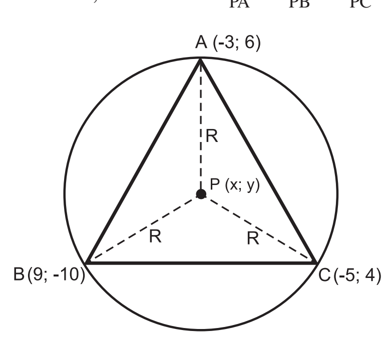
Elevando-se ao quadrado, vem:

$x^2 - 12x + 36 + 25 = x^2 + 4x + 4 + 9$

que, simplificando, resulta: x = 3

Portanto, o ponto procurado é P(3; 0).

9) Sendo P(x; y) o centro da circunferência de raio R, temos: $R = d_{PA} = d_{PB} = d_{PC}$



I) $d_{PA} = d_{PB} \Leftrightarrow d^2_{PA} = d^2_{PB} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow [x - (-3)]^2 + (y - 6)^2 =$

$= (x - 9)^2 + [y - (-10)]^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 + 6x + 9 + y^2 - 12y + 36 =$

$= x^2 - 18x + 81 + y^2 + 20y + 100 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 6x - 12y + 18x - 20y =$

$= 81 + 100 - 9 - 36 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 24x - 32y = 136 \Leftrightarrow 3x - 4y = 17$

II) $d_{PA} = d_{PC} \Leftrightarrow d^2_{PA} = d^2_{PC} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow [x - (-3)]^2 + (y - 6)^2 =$

$= [x - (-5)]^2 + (y - 4)^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 + 6x + 9 + y^2 - 12y + 36 =$

$= x^2 + 10x + 25 + y^2 - 8y + 16 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 6x - 12y - 10x + 8y =$

$= 25 + 16 - 9 - 36 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -4x - 4y = -4 \Leftrightarrow x + y = 1$

Resolvendo o sistema:

$\begin{cases} 3x - 4y = 17 \\ x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$

obtemos o ponto P(3; – 2), que é o centro da circunferência.

O raio da circunferência é

$R = d_{PA} = \sqrt{[3 - (-3)]^2 + (-2 - 6)^2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow R = 10$

Portanto, o centro é P(3; – 2) e o raio é R = 10.

10) Seja P (a; b) o centro da circunferência circunscrita ao triângulo ABC, então:

1ª) $PA = PB \Rightarrow \sqrt{(a - 1)^2 + (b - 3)^2} =$

$= \sqrt{(a - 5)^2 + (b - 7)^2} \Leftrightarrow a + b = 8 \quad (I)$

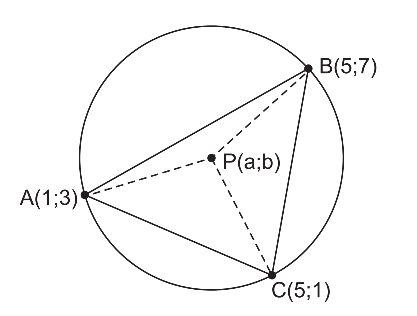
2ª) $PB = PC \Rightarrow \sqrt{(a - 5)^2 + (b - 7)^2} =$

$= \sqrt{(a - 5)^2 + (b - 1)^2} \Leftrightarrow b = 4 \quad (II)$

De (I) e (II), temos a = b = 4 e o centro P terá coordenadas (4; 4)

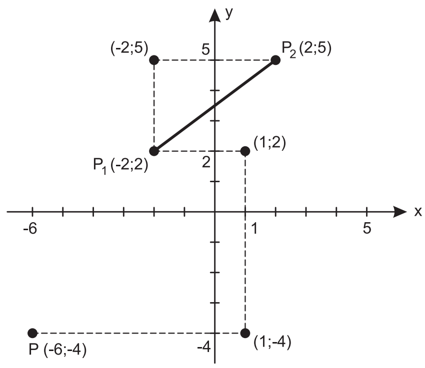
O raio da circunferência pode ser obtido calculando-se:

$r = d_{PA} = \sqrt{(4 - 1)^2 + (4 - 3)^2} = \sqrt{10}$



Resposta: E

11)



A lancha sai do ponto P(– 6; – 4), encontra o primeiro porto em P_1 (– 2; 2) e o segundo porto em P_2 (2; 5).

Assim, a distância, em quilômetros, entre os dois portos, é de P_1 a P_2.

$P_1P_2 = \sqrt{(2+2)^2 + (5-2)^2} =$

$= \sqrt{16+9} = 5$

Resposta: E

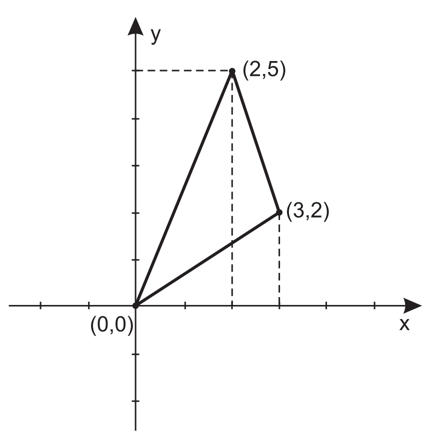
12) Se P pertence à reta de equação y = x, então P (x; x). Como P é equidistante dos pontos A e B, temos:

$PA = PB \Leftrightarrow \sqrt{(x+1)^2 + (x-3)^2} =$

$= \sqrt{(x-5)^2 + (x-7)^2} \Leftrightarrow x = 3{,}2$

Resposta: E

13)



O ponto P(x, y) equidistante dos pontos A(0, 0), B(3, 2) e C(2, 5) é tal que PA = PB = PC. Assim:

1º) PA = PB ⇒

$\Rightarrow \sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2} =$

$= \sqrt{(x-3)^2 + (y-2)^2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 6x + 4y - 13 = 0 \qquad \text{(I)}$

2º) PA = PC ⇒

$\Rightarrow \sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2} \Leftrightarrow$

$= \sqrt{(x-2)^2 + (y-5)^2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 4x + 10y - 29 = 0 \quad \text{(II)}$

Do sistema determinado pelas equações (I) e (II), resulta $x = \dfrac{7}{22}$ e $y = \dfrac{61}{22}$ e, portanto, o ponto equidistante de A, B e C é $P\left(\dfrac{7}{22};\dfrac{61}{22}\right)$.

MÓDULO 35
PONTO MÉDIO DE UM SEGMENTO

1) $M\left(\dfrac{x_A + x_B}{2};\ \dfrac{y_A + y_B}{2}\right) =$

$= \left(\dfrac{-3-2}{2};\ \dfrac{5+(-4)}{2}\right)$

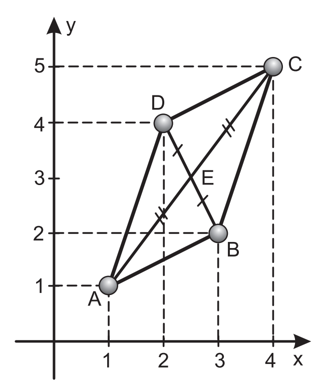
$M\left(-\dfrac{5}{2};\ \dfrac{1}{2}\right)$

2) $\begin{cases} x_M = \dfrac{x_A + x_B}{2} \\ y_M = \dfrac{y_A + y_B}{2} \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} 2 = \dfrac{-1 + x_B}{2} \\ 3 = \dfrac{2 + y_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 5 \\ y_B = 4 \end{cases} \Rightarrow B(5;4)$

3)



E é o ponto médio de $\overline{AC}$ ⇒

$\Rightarrow E\left(\dfrac{1+4}{2};\ \dfrac{1+5}{2}\right) = \left(\dfrac{5}{2};3\right)$

E é o ponto médio de $\overline{BD}$ ⇒

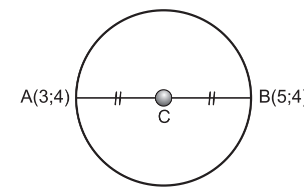
$\Rightarrow E\left(\dfrac{3+2}{2};\ \dfrac{2+4}{2}\right) = \left(\dfrac{5}{2};3\right)$

A soma das coordenadas de E é:

$\dfrac{5}{2} + 3 = \dfrac{5+6}{2} = \dfrac{11}{2}$

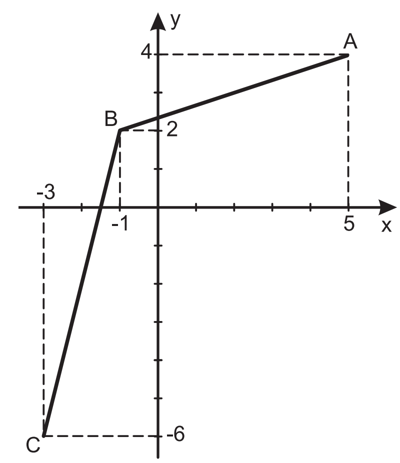
Resposta: B

4)



$C\left(\dfrac{3+5}{2};\ \dfrac{4+4}{2}\right) = (4;4)$

5)



a) Obtenção de E, ponto médio de $\overline{AC}$:

$E\left(\dfrac{5+(-3)}{2};\ \dfrac{4+(-6)}{2}\right) = (1;-1)$

b) E é o ponto médio de $\overline{BD}$:

Portanto:

$\begin{cases} 1 = \dfrac{-1 + x_D}{2} \\ -1 = \dfrac{2 + y_D}{2} \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 = -1 + x_D \\ -2 = 2 + y_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 3 \\ y_D = -4 \end{cases}$

Resposta: E

6) Considerando o ponto médio $M(x_M; y_M)$, temos:

a) $x_M = \dfrac{x_A + x_B}{2} = \dfrac{1+3}{2} = 2$

$y_M = \dfrac{y_A + y_B}{2} = \dfrac{-7-5}{2} = -6$

Então, M(2; – 6).

b) $x_M = \dfrac{x_A + x_B}{2} = \dfrac{-1+5}{2} = 2$

$y_M = \dfrac{y_A + y_B}{2} = \dfrac{5-2}{2} = \dfrac{3}{2}$

Então, $M\left(2;\ \dfrac{3}{2}\right)$.

c) $x_M = \dfrac{x_A + x_B}{2} = \dfrac{-4-2}{2} = -3$

$y_M = \dfrac{y_A + y_B}{2} = \dfrac{-2-4}{2} = -3$

Então, M(– 3; – 3).

7) Como $M\left(\dfrac{x_A + x_B}{2};\ \dfrac{y_A + y_B}{2}\right)$, então:

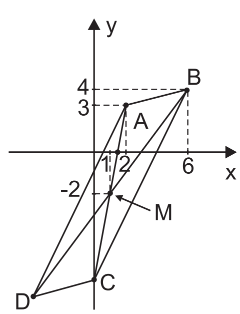
$3 = \dfrac{-2 + x_B}{2} \Rightarrow -2 + x_B = 6 \Rightarrow x_B = 8$

$-2 = \dfrac{-2 + y_B}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow -2 + y_B = -4 \Rightarrow y_B = -2$

Logo, B(8, – 2).

8)



Observando a figura, temos que M(1; – 2) é ponto médio de $\overline{AC}$, sendo A(2; 3) e $C(x_C; y_C)$. Logo:

$\dfrac{2 + x_C}{2} = 1 \Rightarrow 2 + x_C = 2 \Rightarrow x_C = 0$

$\dfrac{3 + y_C}{2} = -2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 3 + y_C = -4 \Rightarrow y_C = -7$

Assim, C(0; – 7).

M(1; – 2) é também ponto médio de $\overline{BD}$, sendo B(6; 4) e $D(x_D; y_D)$. Logo:

$\dfrac{6 + x_D}{2} = 1 \Rightarrow 6 + x_D = 2 \Rightarrow x_D = -4$

$\dfrac{4 + y_D}{2} = -2 \Rightarrow 4 + y_D = -4 \Rightarrow y_D = -8$

Portanto, D(– 4; – 8).

Os pontos C e D são C(0; – 7) e D(– 4; – 8).

9) No exercício, temos:

- $M\left(0;\ \dfrac{b}{2}\right)$ porque é ponto médio de $\overline{AC}$;
- $N\left(\dfrac{a}{2};\ \dfrac{b}{2}\right)$ porque é ponto médio de $\overline{BC}$.

Vamos provar que $MN = \dfrac{AB}{2}$, sendo A(0, 0) e B(a, 0).

$d(A, B) = \sqrt{(a-0)^2 + (0-0)^2} = a$

d(M, N) =

$= \sqrt{\left(0 - \dfrac{a}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{b}{2} - \dfrac{b}{2}\right)^2} = \dfrac{a}{2}$

Logo, $MN = \dfrac{AB}{2}$.

10) Como $M(x_M, y_M)$ é ponto médio de $\overline{BC}$ e B(4, 0), C(0, 3), temos:

$x_M = \dfrac{4+0}{2} = 2$

$y_M = \dfrac{0+3}{2} = \dfrac{3}{2}$

Logo, $M\left(2;\ \dfrac{3}{2}\right)$.

M é equidistante de B e de C, pois é ponto médio de $\overline{BC}$.

Dessa forma:

$d(M, C) = \sqrt{(0-2)^2 + \left(3 - \dfrac{3}{2}\right)^2} =$

$= \dfrac{5}{2}$

$d(A, M) = \sqrt{(0-2)^2 + \left(\dfrac{3}{2} - 0\right)^2} =$

$= \dfrac{5}{2}$

Logo, M é equidistante dos três vértices do triângulo ABC.

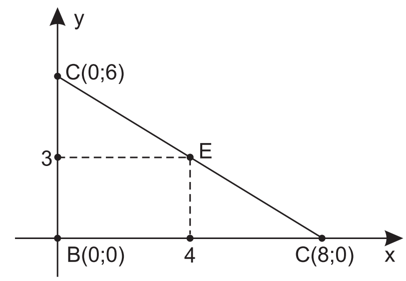
11) Se $M(x_M; y_M)$ é o ponto médio de $\overline{AB}$, então:

$x_M = \dfrac{x_A + x_B}{2} \Rightarrow x_M = \dfrac{(-3)+7}{2} = 2$

$y_M = \dfrac{y_A + y_B}{2} \Rightarrow y_M = \dfrac{6 + (-1)}{2} = \dfrac{5}{2}$

Portanto, $M\left(2;\ \dfrac{5}{2}\right)$ é o ponto médio de $\overline{AB}$.

12) 1) O ponto E é médio da hipotenusa AC do triângulo retângulo ABC.
2) Um **possível** sistema de coordenadas cartesianas com origem em B, de acordo com o enunciado, é:



3) Uma possibilidade para as coordenadas do ponto E é, pois, (4; 3).

Resposta: C

MÓDULO 36

ÁREA DO TRIÂNGULO E CONDIÇÃO DE ALINHAMENTO

1) $D = \begin{vmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 2 + 2 + 2 = 6$

área do $\Delta ABC = \dfrac{|6|}{2} = 3$

2) $D = \begin{vmatrix} 1 & y & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ -3 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2 - 3y + 6 - 1 =$

$= 7 - 3y$

área do $\Delta ABC = \dfrac{|D|}{2} = 4 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow |D| = 8 \Leftrightarrow |7 - 3y| = 8 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 7 - 3y = 8$ ou $7 - 3y = -8 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow y = -\dfrac{1}{3}$ ou $y = 5$

Resposta: A

3) $D = \begin{vmatrix} -1 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} =$

$= -1 - 6 + 1 - 2 + 1 + 3 =$

$= -4 \neq 0 \Rightarrow$ A, B e C não estão alinhados.

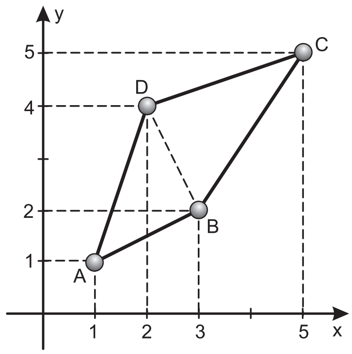
4) $D = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 1 \\ x_c & 0 & 1 \end{vmatrix} =$

$= -4 + x_c + 2x_c - 3 = 3x_c - 7$

A, B e C estão alinhados $\Rightarrow D = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 3x_c - 7 = 0 \Rightarrow 3x_c = 7 \Rightarrow x_c = \dfrac{7}{3}$

5)



A área do quadrilátero ABCD é igual à soma das áreas dos triângulos ABD e BCD.

a) Área do ΔABD:

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \end{vmatrix} = 5$$

$$\text{área do } \Delta ABD = \frac{|5|}{2} = \frac{5}{2}$$

b) Área do ΔBCD:

$$D = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 5 & 5 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \end{vmatrix} = 7$$

$$\text{área do } \Delta BCD = \frac{|7|}{2} = \frac{7}{2}$$

c) Área do quadrilátero ABCD:

$$\frac{5}{2} + \frac{7}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

Resposta: A

6) O ponto **P**, em que a reta AB intercepta o eixo das abscissas, é tal que

a) sua ordenada é nula (y = 0) $\Rightarrow$ P(x; 0)

b) **P**, **A** e **B** são colineares, portanto:

$$D = \begin{vmatrix} x & 0 & 1 \\ 10 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow$$

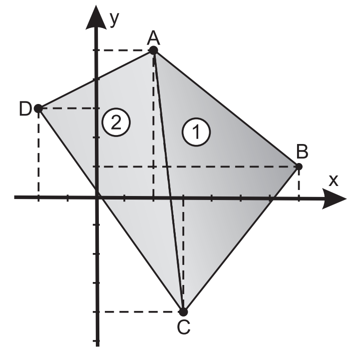
$\Leftrightarrow -2x + 10 + 2 - x = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -3x + 12 = 0 \Leftrightarrow x = 4$

Logo, o ponto procurado é: P(4; 0)

7) A partir da representação do quadrilátero no sistema cartesiano e em seguida dividindo-o em 2 triângulos, temos:

a) $$S_{\Delta ABC} = \frac{\left\| \begin{matrix} 2 & 5 & 1 \\ 7 & 1 & 1 \\ 3 & -4 & 1 \end{matrix} \right\|}{2} = \frac{41}{2}$$



b) $$S_{\Delta ACD} = \frac{\left\| \begin{matrix} 2 & 5 & 1 \\ 3 & -4 & 1 \\ -2 & 3 & 1 \end{matrix} \right\|}{2} = \frac{38}{2}$$

A área do quadrilátero representa a soma das áreas dos triângulos, portanto:

$$S_{ABCD} = \frac{41}{2} + \frac{38}{2} = \frac{79}{2} = 39{,}5$$

8) Para que os pontos **A**, **B** e **C** sejam colineares, devemos impor que D = 0

Logo:

$$D = \begin{vmatrix} x_A & 5 & 1 \\ -3 & 8 & 1 \\ 4 & \frac{9}{2} & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow 8x_A + 20 - \dfrac{27}{2} - 32 + 15 - \dfrac{9}{2}x_A = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 16x_A + 40 - 27 - 64 + 30 - 9x_A = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 7x_A = 21 \Leftrightarrow x_A = 3$

9) Sendo A(0; 2), B(4; 0), C(– 1; – 2) e S a área do triângulo ABC, temos:

$$S = \frac{|D|}{2}, \text{ em que } D = \begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 4 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \end{vmatrix} = -18$$

Dessa forma, S = 9.

Resposta: C

10) Sendo S a área do triângulo ABC, temos:

$$S = \frac{|D|}{2}, \text{ em que } D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \\ 4 & 5 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Dessa forma, S = 0 e os pontos ABC estão alinhados e são parte do gráfico de f(x) = x + 1, pois f(1) = 2, f(3) = 4 e f(4) = 5.

Resposta: D

11) Se os pontos A(a; 0), B(0; 2b) e C(a + b; 0) são vértices de um triângulo de área 2 . b (b > 0), temos:

$$\frac{|D|}{2} = 2 \cdot b \text{ e } D = \begin{vmatrix} a & 0 & 1 \\ 0 & 2b & 1 \\ a+b & 0 & 1 \end{vmatrix} = -2b^2$$

Assim sendo:

$$\frac{|-2b^2|}{2} = 2b \Leftrightarrow b^2 = 2b \Leftrightarrow b = 2,$$

pois b > 0

Resposta: B

12) A área S do triângulo PQR é tal que

$$S = \frac{|D|}{2}, \text{ com}$$

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & 1 \\ x_0 & 4 & 1 \end{vmatrix} = 8 - 4x_0$$

Assim, como S = 20, temos:

$$\frac{|8 - 4x_0|}{2} = 20 \Leftrightarrow |8 - 4x_0| = 40 \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow 8 - 4x_0 = 40$ ou $8 - 4x_0 = -40 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x_0 = -8$ ou $x_0 = 12$

Portanto, $x_0 = 12$, pois $x_0 > 0$

Resposta: E

MÓDULO 37
EQUAÇÃO DA RETA

1) a) Equação de $\overleftrightarrow{AB}$:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -3 & 4 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow -2x - 3y + 4 - 6 - 4x - y = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -6x - 4y - 2 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3x + 2y + 1 = 0$

b) Equação de $\overleftrightarrow{CD}$:

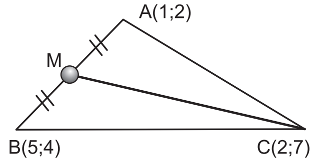
$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ -1 & -4 & 1 \\ 5 & 5 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow -4x + 5y - 5 + 20 - 5x + y = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -9x + 6y + 15 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3x - 2y - 5 = 0$

2)



$M\left(\dfrac{1+5}{2}\,;\,\dfrac{2+4}{2}\right) = (3;\,3)$

Equação de $\overleftrightarrow{CM}$:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 2 & 7 & 1 \\ 3 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow 7x + 3y + 6 - 21 - 3x - 2y = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 4x + y - 15 = 0$

3) $\begin{cases} x - 3y + 2 = 0 \\ 5x + 6y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 6y = -4 \\ 5x + 6y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 0 \\ 5x + 6y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = \dfrac{2}{3} \end{cases}$

O ponto de intersecção das retas é

$Q\left(0;\,\dfrac{2}{3}\right)$

Equação de $\overleftrightarrow{PQ}$:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ -1 & -3 & 1 \\ 0 & \dfrac{2}{3} & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow -3x - \dfrac{2}{3} - \dfrac{2}{3}x + y = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -9x - 2 - 2x + 3y = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -11x + 3y - 2 = 0 \Leftrightarrow 11x - 3y + 2 = 0$

4) a) Obtenção de b:

B(2; b) pertence à parábola

$y = x^2 - 4x + 3$, então:

$b = 2^2 - 4 \,.\, 2 + 3 = -1$ e $B(2;\,-1)$

b) Equação de $\overleftrightarrow{AB}$:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow$$

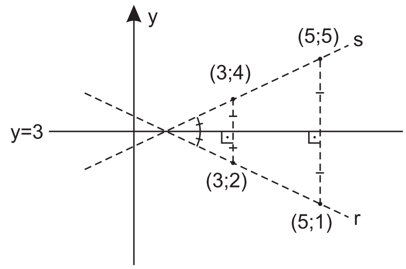
$\Leftrightarrow 3x + 2y - 1 - 6 + x - y = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 4x + y - 7 = 0$

5) A reta **s**, simétrica de **r** em relação à reta de equação y = 3, passa pelos pontos (3; 4) e (5; 5).

A equação da reta **s** é:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 5 & 5 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 5 = 0$$



Resposta: C

6) 1º) M é ponto médio de $\overline{AB}$, então $M\left(\dfrac{5}{2};\,2\right)$.

2º) C(0; c) é tal que AC = BC, então:

$\sqrt{(2-0)^2 + (c-3)^2} =$

$= \sqrt{(3-0)^2 + (c-1)^2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 4 + c^2 - 6c + 9 = 9 + c^2 - 2c + 1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow c = \dfrac{3}{4}$

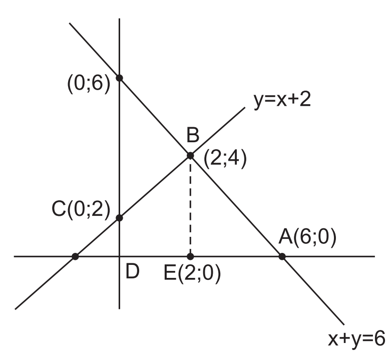
Assim, o ponto C resulta $C\left(0;\,\dfrac{3}{4}\right)$.

3º) A reta suporte da mediana $\overline{CM}$ tem equação

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 5/2 & 2 & 1 \\ 0 & 3/4 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow 2x - 4y + 3 = 0$$

Resposta: D

7)



1) $\begin{cases} y = x + 2 \\ x + y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow B(2,\,4)$

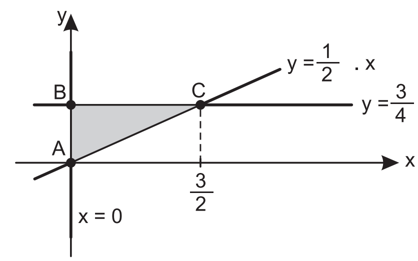
2) A área S do quadrilátero A(6; 0), B(2; 4), C(0; 2) e D(0; 0) é igual à área S_1 do trapézio EBCD somada com a área S_2 do triângulo ABE. Logo:

$S = \dfrac{4+2}{2} \,.\, 2 + \dfrac{4 \,.\, 4}{2} =$

$= 6 + 8 = 14$

Resposta: E

8)



Os vértices A, B e C do triângulo são:

$A(0;0)$, $B\left(0;\,\dfrac{3}{4}\right)$ e $C\left(\dfrac{3}{2}\,;\,\dfrac{3}{4}\right)$

e a área vale

$A = \dfrac{\dfrac{3}{2} \,.\, \dfrac{3}{4}}{2} = \dfrac{9}{16}$

A raiz quadrada **positiva** da área é $\dfrac{3}{4}$.

Resposta: A

9) I) $y = x^2 - 4x + 3$ tem vértice $V(x_0;\,y_0)$, em que:

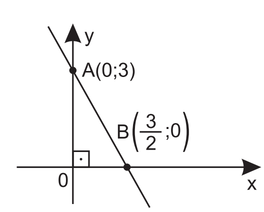
$\left.\begin{array}{l} x_0 = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{4}{2} = 2 \\ \text{e} \\ y_0 = f(2) = 4 - 8 + 3 = -1 \end{array}\right\} V\,(2;\,-1)$

II) A parábola $y = x^2 - 4x + 3$ encontra o eixo das ordenadas no ponto A(0; 3)

III) A equação da reta $\overleftrightarrow{AV}$, é:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 3 = 0$$

Esta reta corta o eixo Ox em B(3/2; 0) e, portanto, a área do triângulo AOB é:



$S_\Delta = \dfrac{\dfrac{3}{2} \,.\, 3}{2} = \dfrac{9}{4}$

Resposta: E

10) $f(2) = 2^3 - 2 = 6$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - x = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 1$ ou $x = -1$

A função g(x) = a . x + b passa pelos pontos (2; 6) e (– 1; 0), portanto,

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 2 & 6 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow y = 2 \,.\, x + 2,$$

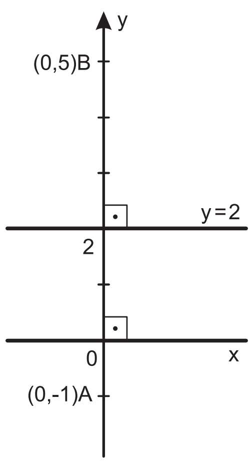
da qual se conclui que a = 2, b = 2 e

a . b = 4

Resposta: B

MÓDULO 38
POSIÇÕES PARTICULARES DA RETA

1)

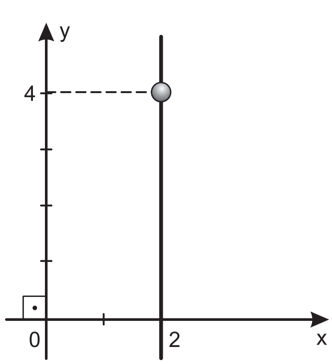


Resposta: D

2) I) $r \cap s \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = 0 \\ 2x + y - 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$

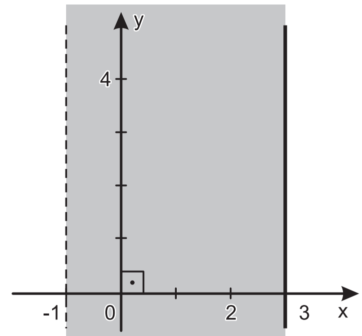
$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases} \Rightarrow (2; 4)$

II) A reta vertical que passa pela intersecção (2; 4) das retas (r) e (s) tem equação x = 2.

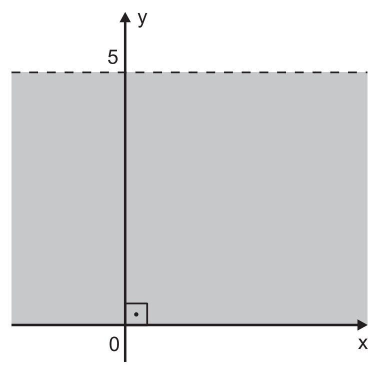


Resposta: E

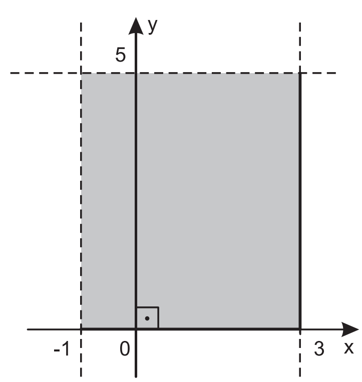
3) I) $-1 < x \leqslant 3$:



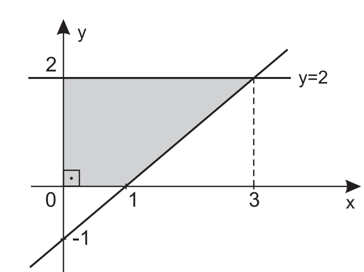
II) $0 \leqslant y < 5$:



III) $\begin{cases} -1 < x \leqslant 3 \\ 0 \leqslant y < 5 \end{cases}$



4) A região definida pelas retas y = x – 1, y = 2 e os eixos coordenados é a hachurada abaixo:



Sua área **S** é igual a:

$$S = \frac{(3 + 1) \,.\, 2}{2} = 4$$

Resposta: C

5) As equações das retas t e s são, respectivamente,

$$y = \frac{\sqrt{3}}{3}\,x + 2 \quad e \quad y = -2$$

Se (a; b) é o ponto comum às duas retas, temos:

$$\begin{cases} b = -2 \\ b = \dfrac{\sqrt{3}}{3}\,a + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -2 \\ a = -\dfrac{12}{\sqrt{3}} \end{cases}$$

Dessa forma,

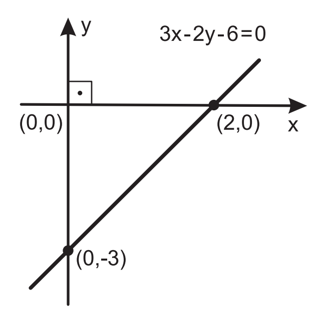
$$a^b = \left(-\frac{12}{\sqrt{3}}\right)^{-2} = \left(-\frac{\sqrt{3}}{12}\right)^2 = \frac{1}{48}$$

Resposta: E

6) (x – 3) . (y – 1) = 0 ⇔
⇔ x – 3 = 0 ou y – 1 = 0 que são as equações de duas retas perpendiculares. A reta de equação x – 3 = 0 ⇔ x = 3 é paralela ao eixo y e a reta de equação y – 1 = 0 ⇔ y = 1 é paralela ao eixo x.
Resposta: E

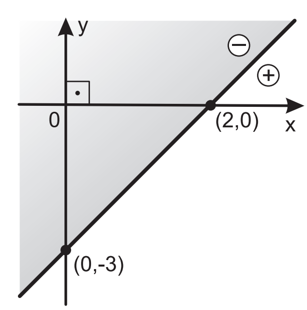
MÓDULO 39
SEMIPLANOS

1) I)

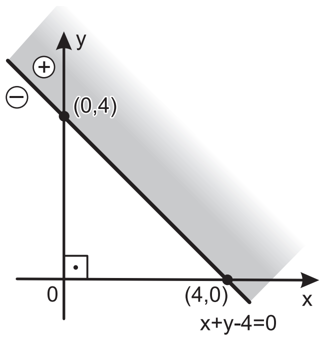


II) Substituindo as coordenadas da origem na equação da reta, temos:
3 . 0 – 2 . 0 – 6 < 0.

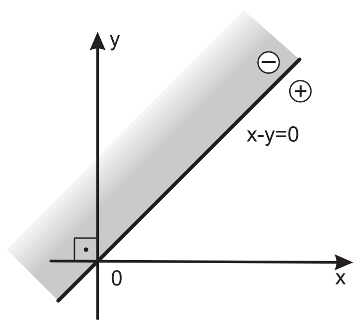
III) Representando graficamente as soluções da inequação 3x – 2y – 6 ≤ 0, temos:



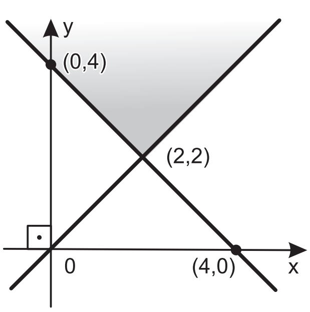
2) I) Representando graficamente as soluções da inequação $x + y - 4 \geq 0$, temos:



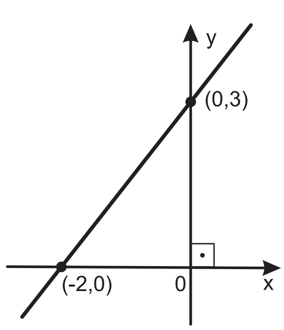
II) Representando graficamente as soluções da inequação $x - y \leq 0$, temos:



III) Representando graficamente as soluções do sistema $\begin{cases} x + y - 4 \geqslant 0 \\ x - y \leqslant 0 \end{cases}$, temos:



3) I)



A reta que passa pelos pontos $(-2; 0)$ e $(0; 3)$ tem equação dada por:

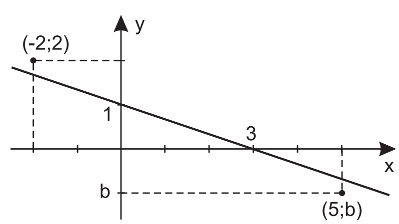
$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ -2 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow 3x - 2y + 6 = 0$$

II) Substituindo as coordenadas da origem na equação da reta, temos:
$3 . 0 - 2 . 0 + 6 > 0$.
Logo, a região do gráfico pode ser representada por: $3x - 2y + 6 < 0$.

Resposta: E

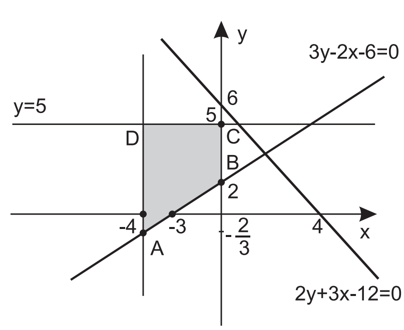
4) Como $(-2; 2)$ e $(5; b)$ estão em semiplanos opostos em relação à reta de equação $x + 3y - 3 = 0$ e $(-2) + 3 . 2 - 3 > 0$, devemos ter $5 + 3 . b - 3 < 0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow b < -\dfrac{2}{3}$

Das alternativas apresentadas, somente $-\dfrac{3}{4}$ é menor que $-\dfrac{2}{3}$.



Resposta: D

5) I) A região R, dos pontos (x; y), definida pelas condições simultâneas é:



II) A região R é limitada pelo trapézio de vértices $A(-4; -2/3)$, $B(0; 2)$, $C(0; 5)$ e $D(-4; 5)$. Sua área S é tal que:

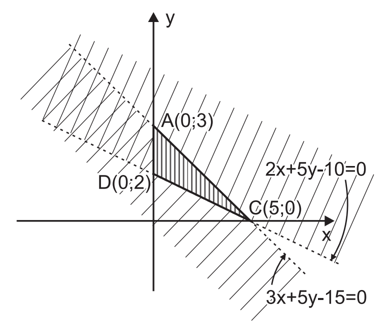
$$S = \frac{(AD + BC)\ CD}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow S = \frac{\left(\dfrac{17}{3} + 3\right)4}{2} \Leftrightarrow S = \frac{52}{3}$$

6) A região triangular limitada pelo sistema de inequações

$$\begin{cases} 3x + 5y - 15 \leq 0 \\ 2x + 5y - 10 \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

é dada pelo gráfico abaixo.



A área da região triangular ABC é igual a:

$$A = \frac{1 . 5}{2} = 2{,}5$$

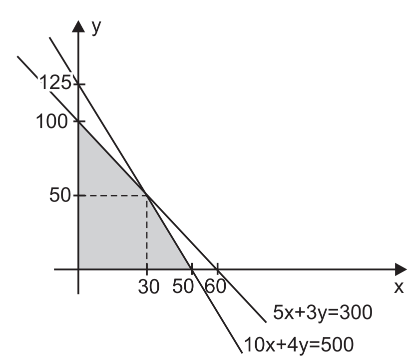
Resposta: A

7) Os valores reais x e y que representam, respectivamente, as quantidades de peixes vermelhos e amarelos deverão satisfazer as condições:

$$\begin{cases} 5\ell . x + 3\ell . y \leq 300\ell \\ 10g . x + 4g . y \leq 500g \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 3y \leq 300 \\ 10x + 4y \leq 500 \end{cases}$$

a) A região do primeiro quadrante do plano xy, cujos pares ordenados definem as quantidades de peixes vermelhos e amarelos que podem estar no aquário, é a representada no gráfico seguinte.



b) A quantidade de cada tipo de peixe no aquário, de forma a consumirem o total da ração disponível e utilizarem o total da água do aquário, e a solução do sistema

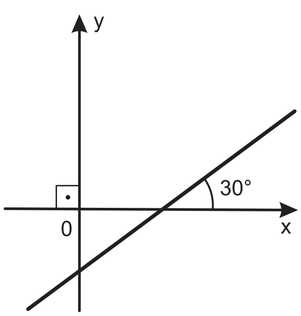
$$\begin{cases} 5x + 3y = 300 \\ 10x + 4y = 500 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -10x - 6y = -600 \\ 10x + 4y = 500 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2y = -100 \\ 10x + 4y = 500 \end{cases} \Leftrightarrow x = 30 \text{ e } y = 50$$

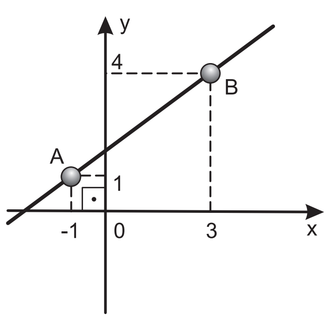
MÓDULO 40
COEFICIENTE ANGULAR E EQUAÇÃO REDUZIDA

1) a)



$m = \text{tg } 30° \Rightarrow m = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

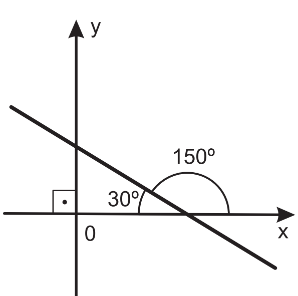
b)



$$m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{1 - 4}{-1 - 3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m = \frac{3}{4}$$

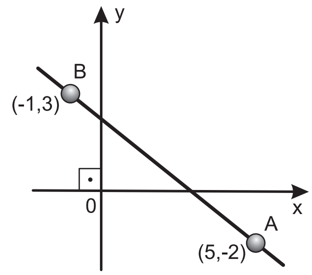
c)



$m = \text{tg } 150° = -\text{tg } 30° \Rightarrow$

$\Rightarrow m = -\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

d)



$$m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{-2 - 3}{5 - (-1)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m = -\frac{5}{6}$$

2) I) $\left.\begin{array}{l} A(a; -2) \\ B(-1; a) \end{array}\right\} \Rightarrow$

$$\Rightarrow m_{AB} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} =$$

$$= \frac{-2 - a}{a - (-1)} = \frac{-2 - a}{a + 1}$$

II) Para que o coeficiente angular da reta $\overleftrightarrow{AB}$ seja igual a $-\dfrac{3}{2}$, devemos ter:

$$-\frac{3}{2} = \frac{-2 - a}{a + 1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3a + 3 = 4 + 2a \Leftrightarrow a = 1$$

3) Dada a reta (r) de equação
$-3x + 2y + 7 = 0$, temos:

I) Equação reduzida:

$$-3x + 2y + 7 = 0 \Leftrightarrow 2y = 3x - 7 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{3}{2}x - \frac{7}{2}$$

II) Coeficiente angular:

$$y = \frac{3}{2}x - \frac{7}{2} \Rightarrow m = \frac{3}{2}$$

III) Coeficiente linear:

$$y = \frac{3}{2}x - \frac{7}{2} \Rightarrow h = -\frac{7}{2}$$

4) Seja P(x; y) um ponto genérico da reta determinada por A e B.
A equação geral é obtida fazendo-se

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ \mathbf{2} & \mathbf{1} & 1 \\ \mathbf{3} & \mathbf{2} & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x + 3y + 4 - 3 - 2x - 2y = 0 \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow x - y - 1 = 0$ (equação geral)

Isolando a variável y, teremos:

$y = (1)\, x\, (-1)$, que é a equação reduzida.

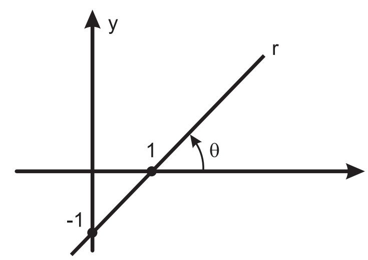
coeficiente linear (h)

coeficiente angular (m)

Note que $\text{tg } \theta = m = 1$ (coeficiente angular positivo) indica que a “reta é estritamente crescente”.

$h = -1$ indica que a reta “corta o eixo $\overrightarrow{Oy}$ no ponto de ordenada – 1”.

O gráfico é



5) A equação geral é obtida fazendo-se

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ \mathbf{-1} & \mathbf{3} & 1 \\ \mathbf{4} & \mathbf{-2} & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3x + 4y + 2 - 12 + 2x + y = 0 \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow x + y - 2 = 0$ (equação geral)

Isolando a variável y, teremos a equação reduzida:

$y = (-1)\, x\, (+2)$

coeficiente linear (h)

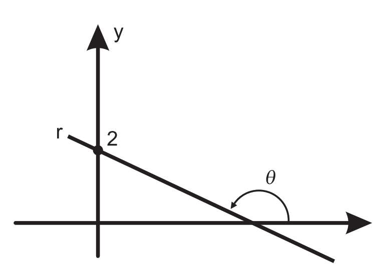
coeficiente angular (m)

Note que

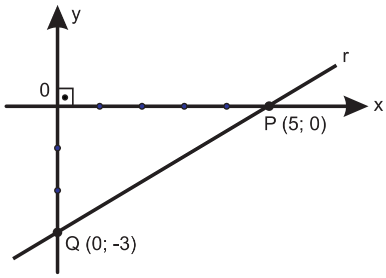
$\text{tg } \theta = m = -1$ (coeficiente angular negativo), então a reta é “estritamente decrescente”.

$h = +2$, então a reta “corta o eixo $\overrightarrow{Oy}$” no ponto de ordenada + 2.

O gráfico é



6)



A partir da equação segmentária

$\frac{x}{5} + \frac{y}{-3} = 1$, temos:

$\frac{x}{5} + \frac{y}{-3} = 1 \Leftrightarrow -3x + 5y = -15 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3x - 5y - 15 = 0$, que é a equação geral.

7) a) Equação geral:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ \mathbf{-2} & \mathbf{-3} & 1 \\ \mathbf{4} & \mathbf{2} & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow 5x - 6y - 8 = 0$$

b) Equação reduzida:

$5x - 6y - 8 = 0 \Leftrightarrow 6y = 5x - 8 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow y = \frac{5}{6}x - \frac{4}{3}$

c) Equação segmentária:
A partir da equação $5x - 6y - 8 = 0$, podemos obter os interceptos da reta:

$\left(0; -\frac{4}{3}\right)$ e $\left(\frac{8}{5}; 0\right)$

A partir deles, escrevemos a equação segmentária:

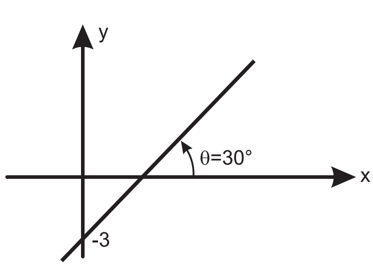
$$\frac{x}{\frac{8}{5}} + \frac{y}{-\frac{4}{3}} = 1$$

d) Coeficiente angular:

$$m_{AB} = \frac{2 - (-3)}{4 - (-2)} = \frac{5}{6}$$

Obs.: O coeficiente angular pode ser obtido diretamente da equação reduzida.

8)



Temos:

a) $\theta = 30° \Rightarrow m = tg\ \theta = tg\ 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$

b) A reta corta o eixo dos y no ponto de ordenada – 3. Indica que o coeficiente linear da reta é h = – 3.

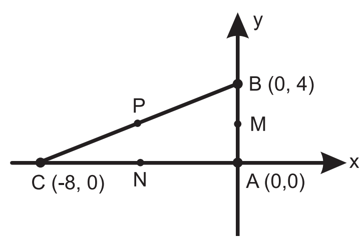
c) A equação reduzida da reta no plano cartesiano é:

$y = mx + h \Rightarrow y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + (-3) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3y = \sqrt{3}x - 9 \Leftrightarrow \sqrt{3}x - 3y - 9 = 0$

Resposta: A

9) A **mediana** é o segmento que vai de um vértice ao ponto médio do lado oposto. Inicialmente, devemos obter os pontos médios dos lados do ΔABC.



Assim:

a) M é o ponto médio de $\overline{AB}$.

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{0+0}{2} = 0 \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{0+4}{2} = 2 \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow M(0; 2)$

b) N é o ponto médio de $\overline{AC}$.

$$\begin{cases} x_N = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{0+(-8)}{2} = -4 \\ y_N = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{0+0}{2} = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow N(-4; 0)$

c) P é o ponto médio de $\overline{BC}$.

$$\begin{cases} x_p = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{0+(-8)}{2} = -4 \\ y_p = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{4+0}{2} = 2 \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow P(-4; 2)$

Em seguida, obtemos as equações das retas suportes das medianas:

d) Reta suporte da mediana $\overline{AP}$.

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ -4 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow x + 2y = 0$$

e) Reta suporte da mediana $\overline{BN}$.

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 0 & 4 & 1 \\ -4 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow x - y + 4 = 0$$

f) Reta suporte da mediana $\overline{CM}$.

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ -8 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow x - 4y + 8 = 0$$

Equações reduzidas:

$y = \frac{-x}{2}$; $y = x + 4$;

$y = \frac{x}{4} + 2$, respectivamente

MÓDULO 41
POSIÇÕES RELATIVAS ENTRE DUAS RETAS

1) I) $3x - 4y + 2 = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} m_1 = -\frac{a}{b} = \frac{-3}{-4} \Rightarrow m_1 = \frac{3}{4} \\ h_1 = -\frac{c}{b} = \frac{-2}{-4} \Rightarrow h_1 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

II) $6x - 8y + 4 = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} m_2 = -\frac{a}{b} = \frac{-6}{-8} \Rightarrow m_2 = \frac{3}{4} \\ h_2 = -\frac{c}{b} = \frac{-4}{-8} \Rightarrow h_2 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

III) $m_1 = m_2$ e $h_1 = h_2 \Rightarrow$ paralelas coincidentes

2) I) $3x - 2y + 7 = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} m_1 = -\frac{a}{b} = \frac{-3}{-2} \Rightarrow m_1 = \frac{3}{2} \\ h_1 = -\frac{c}{b} = \frac{-7}{-2} \Rightarrow h_1 = \frac{7}{2} \end{cases}$$

II) $9x - 6y - 2 = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} m_2 = -\frac{a}{b} = \frac{-9}{-6} \Rightarrow m_2 = \frac{3}{2} \\ h_2 = -\frac{c}{b} = \frac{2}{-6} \Rightarrow h_2 = \frac{-1}{3} \end{cases}$$

III) $m_1 = m_2$ e $h_1 \neq h_2 \Rightarrow$ paralelas distintas

3) I) $3x + 4y - 1 = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} m_1 = -\frac{a}{b} = \frac{-3}{4} \Rightarrow m_1 = -\frac{3}{4} \\ h_1 = -\frac{c}{b} = \frac{1}{4} \Rightarrow h_1 = \frac{1}{4} \end{cases}$$

II) $8x - 6y + 5 = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} m_2 = -\frac{a}{b} = \frac{-8}{-6} \Rightarrow m_2 = \frac{4}{3} \\ h_2 = -\frac{c}{b} = \frac{-5}{-6} \Rightarrow h_2 = \frac{5}{6} \end{cases}$$

III) $m_1 = -\dfrac{1}{m_2} \Rightarrow$ perpendiculares

4) I) (r) $3x - 2y + 7 = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow m_r = -\frac{a}{b} = \frac{-3}{-2} \Rightarrow m_r = \frac{3}{2}$$

II) (s) $6x - ky - 5 = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow m_s = -\frac{a}{b} = \frac{-6}{-k} \Rightarrow m_s = \frac{6}{k}$$

III) Para que (r) e (s) sejam concorrentes, devemos ter: $m_r \neq m_s \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} \neq \frac{6}{k} \Leftrightarrow k \neq 4$$

5) Cálculo do coeficiente angular (m_1) da reta r:

$$m_1 = -\frac{a}{b} = -\frac{15}{10} = -\frac{3}{2}$$

Cálculo do coeficinte angular (m_2) da reta s:

$$m_2 = -\frac{a}{b} = -\frac{9}{6} = -\frac{3}{2}$$

Como $m_1 = m_2$, então r e s são paralelas.

6) Cálculo do coeficiente angular das retas:

$(a + 3)x + 4y - 5 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 4y = -(a + 3)x + 5 \Rightarrow$

$$\Rightarrow y = \frac{-(a+3)x}{4} + \frac{5}{4}$$

Então, $m_1 = \dfrac{-(a+3)}{4}$.

$x + ay + 1 = 0 \Rightarrow ay = -x - 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow y = -\frac{x}{a} - \frac{1}{a}$$

Logo, $m_2 = -\dfrac{1}{a}$, $a \neq 0$.

Como $m_1 = m_2$, temos:

$$-\frac{a+3}{4} = -\frac{1}{a} \Rightarrow \frac{a+3}{4} = \frac{1}{a} \Rightarrow$$

$\Rightarrow a^2 + 3a = 4 \Rightarrow a^2 + 3a - 4 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow a' = -4$ e $a'' = 1$

Portanto, o valor de a é – 4 ou 1.

7) Vamos recordar que trapézio é um quadrilátero convexo com dois lados paralelos, chamados de bases.

Pelos dados do problema, as bases são $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$.

Como A e B têm a mesma ordenada ($y_B = y_A = 2$), então $\overline{AB}$ é paralela ao eixo x, o que também ocorre com $\overline{CD}$. Assim, a equação da reta suporte de $\overline{CD}$ é $y = 5$.

8) A equação da reta r, paralela à reta de equação $3x + 2y + 6 = 0$, é da forma $3x + 2y + k = 0$, com $k \in \mathbb{R}$

A reta r passa pelos pontos

(0; b) e (– 2; 4b) $\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3 \,.\, 0 + 2 \,.\, b + k = 0 \\ 3\,(-2) + 2 \,.\, 4b + k = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ k = -2 \end{cases}$$

que resulta (r) $3x + 2y - 2 = 0$

9) Nosso problema consiste em resolver o sistema formado pelas equações das duas retas, r e s:

$$\begin{cases} x + 3y + 4 = 0 \\ 2x - 5y - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = -\frac{10}{11} \text{ e } x = -\frac{14}{11}$$

Logo, o ponto procurado é

$$\left(-\frac{14}{11}; -\frac{10}{11}\right).$$

10) Os vértices do triângulo são pontos de intersecção das retas suportes, tomadas duas a duas.

- Ponto de intersecção das retas $x + 2y - 1 = 0$ e $y - 5 = 0$:

$$\begin{cases} x + 2y - 1 = 0 \\ y - 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + 2y - 1 = 0 \\ y = 5 \end{cases} \Rightarrow x = -9$$

O ponto procurado é (– 9; 5).

- Ponto de intersecção das retas $x - 2y - 7 = 0$ e $y - 5 = 0$:

$$\begin{cases} x - 2y - 7 = 0 \\ y - 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - 2y - 7 = 0 \\ y = 5 \end{cases} \Rightarrow x = 17$$

O ponto procurado é (17; 5).

- Ponto de intersecção das retas $x + 2y - 1 = 0$ e $x - 2y - 7 = 0$:

$$\begin{cases} x + 2y - 1 = 0 \\ x - 2y - 7 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 4 \text{ e } y = -\frac{3}{2}$$

O ponto procurado é $\left(4; -\dfrac{3}{2}\right)$.

Logo, os vértices do triângulo são os pontos (– 9; 5), (17; 5) e $\left(4; -\dfrac{3}{2}\right)$.

11) Sejam as retas r: $x + y - 1 = 0$; s: $mx + y - 2 - 0$ e t: $x + my - 3 = 0$, concorrentes em um mesmo ponto. Basta encontrar a intersecção de, por exemplo, r com s e fazer esse ponto pertencer à reta t:

- Intersecção de r e s:

$$\begin{cases} x + y - 1 = 0 \,.\, (-1) \\ mx + y - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -x - y + 1 = 0 \\ mx + y - 2 = 0 \end{cases} + \Rightarrow$$

$$\overline{\quad mx - x - 1 = 0 \quad}$$

$$\Rightarrow x(m - 1) = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{m-1},\ m \neq 1$$

Substituindo $x = \dfrac{1}{m-1}$ na primeira equação, temos:

$$\frac{1}{m-1} + y - 1 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = 1 - \frac{1}{m-1} = \frac{m-2}{m-1},\ m \neq 1$$

Logo, se $P = r \cap s$, então as coordenadas de P são tais que $P\left(\dfrac{1}{m-1}; \dfrac{m-2}{m-1}\right)$, $m \neq 1$.

- O ponto P deve pertencer à reta t. Como $x + my - 3 = 0$, temos:

$$\frac{1}{m-1} + m \,.\, \frac{m-2}{m-1} - 3 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{m-1} + \frac{m^2 - 2m}{m-1} = 3 \Rightarrow$$

$\Rightarrow 1 + m^2 - 2m = 3(m - 1) \Rightarrow$

$\Rightarrow m^2 - 2m + 1 = 3m - 3 \Rightarrow$

$\Rightarrow m^2 - 5m + 4 = 0 \Rightarrow m' = 4$ e $m'' = 1$

Como m = 1 não convém, o valor de m é 4.

MÓDULO 42
EQUAÇÃO DE UMA RETA QUE PASSA POR P (x_0; y_0)

1) I) A reta passa pelo ponto P(– 1; 2) e tem coeficiente angular m = tg 60° = $\sqrt{3}$.

II) A equação da reta é dada por:

$y - y_p = m \,.\, (x - x_p) \Rightarrow$

$\Rightarrow y - 2 = \sqrt{3} \,.\, (x + 1) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow y = \sqrt{3} \,.\, x + 2 + \sqrt{3}$

Resposta: E

2) I) O coeficiente angular da reta r de equação 2x – y + 5 = 0 é

$$m_r = \frac{-a}{b} = \frac{-2}{-1} = 2$$

II) Como as retas t e r são paralelas, então $m_t = m_r = 2$.

III) A reta t passa por P(– 2; 3) e tem m = 2, assim, sua equação é dada por:

$y - y_p = m \,.\, (x - x_p) \Rightarrow$

$\Rightarrow y - 3 = 2 \,.\, (x + 2) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow y - 3 = 2x + 4 \Leftrightarrow 2x - y + 7 = 0$

3) I) O coeficiente angular da reta r de equação y = – 2x + 1 é m = – 2.

II) Como a reta procurada é paralela à reta r, então, seu coeficiente angular é, também, m = – 2.

III) A reta procurada passa por P(– 1; 3) e tem m = – 2, assim, sua equação é dada por:

$y - y_p = m \,.\, (x - x_p) \Rightarrow$

$\Rightarrow y - 3 = -2 \,.\, (x + 1) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow y - 3 = -2x - 2 \Leftrightarrow 2x + y - 1 = 0$

Resposta: B

4) I) A reta r passa pelo ponto P(1; 3) e tem coeficiente angular

$$m = \text{tg } 150° = -\text{tg } 30° = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

II) A equação da reta é dada por:

$y - y_p = m \,.\, (x - x_p) \Rightarrow$

$$\Rightarrow y - 3 = -\frac{\sqrt{3}}{3} \,.\, (x - 1) \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow 3y - 9 = -\sqrt{3} \,.\, x + \sqrt{3} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \sqrt{3} \,.\, x + 3y - 9 - \sqrt{3} = 0$

5) a) Vamos calcular o coeficiente angular m da reta dada:

$8x + 2y - 1 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2y = -8x + 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow y = -4x + \frac{1}{2}$$

Então, m = – 4

Como a reta procurada é paralela à reta dada e passa pelo ponto P(1; 2), sua equação é:

$y - 2 = -4(x - 1) \Rightarrow$

$\Rightarrow y - 2 = -4x + 4 \Rightarrow y = -4x + 6$

b) Vamos calcular o coeficiente angular da reta dada:

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1 \Rightarrow 3x + 2y = 6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2y = -3x + 6 \Rightarrow y = -\frac{3x}{2} + 3$$

Logo, $m = -\dfrac{3}{2}$.

A reta procurada é paralela à reta dada. Portanto, seu coeficiente angular é, também, $-\dfrac{3}{2}$. Como ela passa pelo ponto P(2; 5), sua equacão é:

$$y - 5 = -\frac{3}{2}\,(x - 2) \Rightarrow$$

$\Rightarrow 2y - 10 = -3(x - 2) \Rightarrow$

$\Rightarrow 2y - 10 = -3x + 6 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 2y = -3x + 16 \Rightarrow y = -\frac{3x}{2} + 8$$

c) Vamos calcular o coeficiente angular da reta dada:

$x + y - 5 = 0 \Rightarrow y = -x + 5$

Assim, m = – 1.

A reta procurada tem coeficiente angular igual a

m = – 1 (porque é paralela à reta x + y – 5 = 0) e passa pelo ponto P(4; – 4).

Então, sua equação é:

$y + 4 = -1(x - 4) \Rightarrow$

$\Rightarrow y + 4 = -x + 4 \Rightarrow y = -x$

d) Vamos calcular o coeficiente angular da reta dada:

$2x - 5y + 7 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow -5y = -2x - 7 \Rightarrow$

$$\Rightarrow y = \frac{2x}{5} + \frac{7}{5}$$

Então, $m = \dfrac{2}{5}$.

De acordo com o problema, a reta procurada passa pelo ponto P(– 1; 3) e é paralela à reta dada. Portanto, seu coeficiente angular é $m = \dfrac{2}{5}$. Logo:

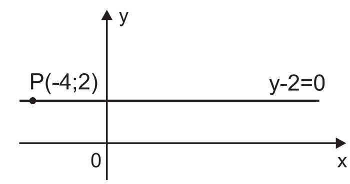
$$y - 3 = \frac{2}{5}\,(x + 1) \Rightarrow$$

$\Rightarrow 5y - 15 = 2(x + 1) \Rightarrow$

$\Rightarrow 5y - 15 = 2x + 2 \Rightarrow$

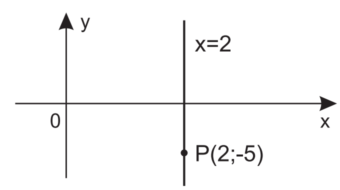
$$\Rightarrow 5y = 2x + 17 \Rightarrow y = \frac{2x}{5} + \frac{17}{5}$$

e) A reta y – 2 = 0 é paralela ao eixo x, conforme a figura:



A reta procurada passa por P(– 4, 2) e é paralela à reta dada. Logo, são coincidentes. Portanto, a equação procurada é y = 2.

f) A reta x = 2 é paralela ao eixo y, conforme a figura:



A reta procurada passa por P(2; – 5) e é paralela à reta dada.

Logo, são coincidentes. Portanto, a equação procurada é x = 2.

6) As retas que passam pelo ponto P(2; 5) pertencem ao feixe de retas de centro **P**, e, portanto, têm equação do tipo:

$y - 5 = m(x - 2)$

Fazendo m = – 2, obtemos a equação da reta procurada:

$y - 5 = -2(x - 2) \Leftrightarrow 2x + y - 9 = 0$

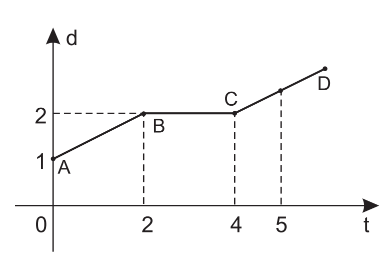
7) O coeficiente da reta será:

$$m = \text{tg}\,\frac{3\pi}{4} = -\text{tg}\,\frac{\pi}{4} = -1$$

A equação da reta que passa pelo ponto P(3; 5) e tem coeficiente angular m = – 1 é $y - 5 = -1\,(x - 3) \Leftrightarrow x + y - 8 = 0$

Resposta: D

8)



I) o coeficiente angular da reta $\overleftrightarrow{AB}$ é $\dfrac{1}{2}$.

II) o coeficiente angular da reta $\overleftrightarrow{CD}$ // $\overleftrightarrow{AB}$ é $\dfrac{1}{2}$.

III) A reta $\overleftrightarrow{CD}$ passa por C(4,2) e tem coeficiente angular $\dfrac{1}{2}$. Representando por d (em mil), o número de desempregados em função de tempo t, temos:

$$d - 2 = \frac{1}{2}(t - 4) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2d - 4 = t - 4 \Leftrightarrow d = \frac{1}{2}t$$

IV) Para t = 5, temos $d = \dfrac{1}{2} . 5 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow d = 2{,}5$.

O número de desempregados após 5 meses do início da observação é, pois, **2500**.

Resposta: D

MÓDULO 43
PARALELISMO E PERPENDICULARISMO

1) I) O coeficiente angular da reta r de equação $5y - x + 3 = 0$ é

$$m_r = \frac{-a}{b} = \frac{1}{5}$$

II) Como a reta procurada é perpendicular à reta r, então, seu coeficiente angular é $m = -5$.

III) A reta procurada passa por A(– 2; – 1) e tem m = – 5, assim, sua equação é dada por

$y - y_A = m . (x - x_A) \Rightarrow$

$\Rightarrow y + 1 = -5 . (x + 2) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow y + 1 = -5x - 10 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 5x + y + 11 = 0$

Resposta: A

2) I) Coeficiente angular do segmento $\overline{AB}$:

$\left.\begin{array}{l} A(-3; 1) \\ B(5; 7) \end{array}\right\} \Rightarrow$

$$\Rightarrow m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{7-1}{5+3} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

II) Ponto médio do segmento $\overline{AB}$:

$$\left.\begin{array}{l} x_M = \dfrac{x_A + x_B}{2} = \dfrac{-3+5}{2} = 1 \\ y_M = \dfrac{y_A + y_B}{2} = \dfrac{1+7}{2} = 4 \end{array}\right\} \Rightarrow M(1; 4)$$

III) A mediatriz passa por M(1; 4) e tem $m = \dfrac{-4}{3}$, assim, sua equação é dada por:

$y - y_M = m . (x - x_M) \Rightarrow$

$\Rightarrow y - 4 = \dfrac{-4}{3} . (x - 1) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3y - 12 = -4x + 4 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 4x + 3y - 16 = 0$

Resposta: C

3) I) Coeficiente angular do lado $\overline{AB}$:

$\left.\begin{array}{l} A(0; 0) \\ B(3; -1) \end{array}\right\} \Rightarrow$

$$\Rightarrow m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-1-0}{3-0} = \frac{-1}{3}$$

II) A reta suporte do lado $\overline{CD}$ passa por C(5; 2) e tem $m = \dfrac{-1}{3}$, assim, sua equação é dada por:

$y - y_C = m . (x - x_C) \Rightarrow$

$\Rightarrow y - 2 = \dfrac{-1}{3} . (x - 5) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3y - 6 = -x + 5 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x + 3y - 11 = 0$

4) I) Coeficiente angular do lado $\overline{AC}$:

$\left.\begin{array}{l} A(-2; -1) \\ C(0; 5) \end{array}\right\} \Rightarrow$

$$\Rightarrow m_{AC} = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{5+1}{0+2} = 3$$

II) A reta que contém a altura relativa ao vértice B do triângulo ABC passa por B(4; 1) e tem $m = \dfrac{-1}{3}$, assim, sua equação é dada por:

$y - y_B = m . (x - x_B) \Rightarrow$

$\Rightarrow y - 1 = \dfrac{-1}{3} . (x - 4) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3y - 3 = -x + 4 \Leftrightarrow x + 3y - 7 = 0$

5) Se os pontos A(1;4), B(3;2) e C(7;y) são vértices consecutivos de um retângulo, então os lados $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ são perpendiculares, portanto:

$$m_{BC} = \frac{-1}{m_{AB}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{y-2}{7-3} = \frac{-1}{\dfrac{2-4}{3-1}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{y-2}{4} = 1 \Leftrightarrow y = 6$$

As medidas dos lados AB e BC são:

$AB = \sqrt{(4-2)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{8}$

$BC = \sqrt{(7-3)^2 + (6-2)^2} = \sqrt{32}$, e a área, em unidades de superfície, é igual a:

$S = AB . BC = \sqrt{8} . \sqrt{32} = 16$

Resposta: C

6) I) Se a reta de equação $(3k - k^2) . x + y + k^2 - k - 2 = 0$ é perpendicular à reta de equação $x + 4y - 1 = 0$, então:

$$\frac{-(3k - k^2)}{1} . \frac{(-1)}{4} = -1 \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow k^2 - 3k - 4 = 0 \Leftrightarrow k = 4$ ou $k = -1$

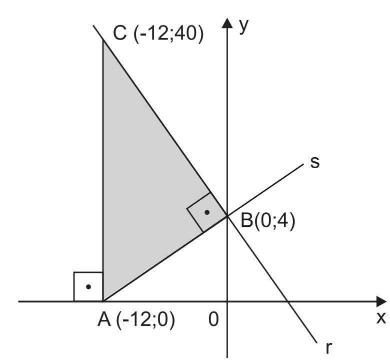
II) Se a reta de equação $(3k - k^2) . x + y + k^2 - k - 2 = 0$ passa pela origem, então: $k^2 - k - 2 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow k = 2$ ou $k = -1$.

Para que as duas condições sejam satisfeitas, temos: k = –1, e portanto, $k^2 + 2 = (-1)^2 + 2 = 3$.

Resposta: D

7)



O coeficiente angular da reta r: $3x + y - 4 = 0$ é $m_r = -3$ e, portanto, o coeficiente angular de $s = \overleftrightarrow{AB}$ é $m_s = \dfrac{1}{3}$, pois $r \perp s$.

Como $B \in r$ é tal que B(0; 4) e $B \in S$, a equação de s é

$y - 4 = \dfrac{1}{3} \cdot (x - 0) \Leftrightarrow x - 3y + 12 = 0.$

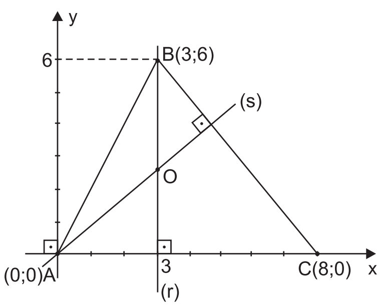
Assim, $A \in s$ é $A(-12; 0)$, e $C \in r$ é $C(-12; 40)$.

Logo, a área do triângulo ABC é dada por

$$S = \frac{AC \cdot 12}{2} = \frac{40 \cdot 12}{2} = 240$$

Resposta: A

8) Seja o triângulo ABC abaixo.



I) A equação da reta (r), suporte da altura relativa ao lado AC, é x = 3.

II) Se $m_{BC} = -\dfrac{6}{5}$, a equação da reta (s), suporte da altura relativa ao lado BC, é: $y - 0 = \dfrac{5}{6} \cdot (x - 0) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow y = \dfrac{5}{6}\, x$

III) O ortocentro do triângulo ABC é obtido a partir da intersecção dessas alturas, então:

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = \dfrac{5}{6} \cdot x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = \dfrac{5}{2} \end{cases}$$, cuja soma das coordenadas é:

$$3 + \frac{5}{2} = \frac{11}{2}$$

Resposta: B

9) I) A equação da reta r que contém os pontos (2;0) e (0;3) é da forma

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1 \Leftrightarrow 3x + 2y - 6 = 0$$

e seu coeficiente angular é

$$m_r = -\frac{3}{2}$$

II) A reta s, que contém o ponto O(0;0), é perpendicular à reta r e tem coeficiente angular igual a

$$m_s = -\frac{1}{m_r} = \frac{2}{3}$$

III) As coordenadas (x; y) do ponto P, intersecção entre as retas r e s, são tais que:

$$\begin{cases} y = \dfrac{2}{3}x \\ 3x + 2y - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

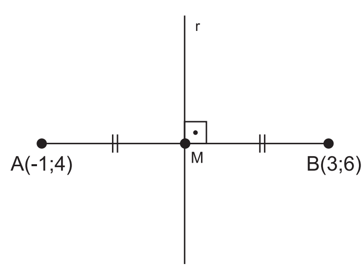
$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{2}{3}x \\ 3x + 2 . \dfrac{2}{3}x - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{18}{13} \\ y = \dfrac{12}{13} \end{cases}$$

Portanto, $P\left(\dfrac{18}{13}; \dfrac{12}{13}\right)$

Resposta: C

10) Se A(– 1; 4) e B(3; 6) são simétricos em relação à reta (r), então (r) é a mediatriz do segmento $\overline{AB}$.



Portanto:

$$m_r = \frac{-1}{m_{\overline{AB}}} = \frac{-1}{\dfrac{6-4}{3+1}} =$$

$$= \frac{-1}{\dfrac{1}{2}} = -2$$

Resposta: B

MÓDULO 44

DISTÂNCIA DE PONTO A RETA

1) $d = \dfrac{|a \cdot x_0 + b \cdot y_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} =$

$$= \frac{|3.0 - 4.0 - 15|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|-15|}{\sqrt{25}} = \frac{15}{5} = 3$$

2) $d = \dfrac{|a \cdot x_P + b \cdot y_P + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} =$

$$= \frac{|3 \cdot (-5) + 1 - 6|}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = \frac{|-20|}{\sqrt{10}} =$$

$$= \frac{20}{\sqrt{10}} = \frac{20 \cdot \sqrt{10}}{10} = 2 \cdot \sqrt{10}$$

Resposta: E

3) $d = \dfrac{|a \cdot x_p + b \cdot y_p + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} =$

$$= \frac{|2 \cdot 3 - 5 - 11|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{|-10|}{\sqrt{5}} =$$

$$= \frac{10}{\sqrt{5}} = \frac{10 \cdot \sqrt{5}}{5} = 2 \cdot \sqrt{5}$$

4) I) Na reta (r) x + 2y – 3 = 0, fazendo y = 0, obtemos x = 3, assim P(3; 0) é um ponto da reta r.

II) A distância do ponto P(3; 0) à reta s é:

$$d = \frac{|a \cdot x_p + b \cdot y_p + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} =$$

$$= \frac{|2 \cdot 3 + 4 \cdot 0 - 1|}{\sqrt{2^2 + 4^2}} = \frac{|5|}{\sqrt{20}} =$$

$$= \frac{5}{2 \cdot \sqrt{5}} = \frac{5 \cdot \sqrt{5}}{2 \cdot 5} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

5) $d = \dfrac{|a \cdot x_p + b \cdot y_p + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Rightarrow$

$$\Rightarrow 4 = \frac{|3.(-2) + 4 \cdot 1 + k|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} \Leftrightarrow$$

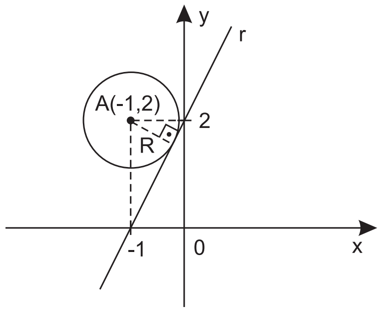
$$\Leftrightarrow 4 = \frac{|-2 + k|}{5} \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow |-2 + k| = 20 \Leftrightarrow -2 + k = 20$

ou $-2 + k = -20 \Leftrightarrow k = 22$ ou $k = -18$

Resposta: C

6)



(r) $\dfrac{x}{-1} + \dfrac{y}{2} = 1 \Leftrightarrow 2x - y + 2 = 0$

$$R = d_{A,r} = \frac{|\,2(-1) + (-1)\,.\,2 + 2\,|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} =$$

$$= \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$S = \pi\,.\,r^2 = \pi\,.\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2 = \frac{4\pi}{5}\ \text{(ua)}$$

Resposta: A

7) As retas paralelas à reta de equação

$x + y - 4 = 0$ são do tipo $x + y + k = 0$.
Destas, as que distam $3\sqrt{2}$ do ponto
$P = (2; 1)$ são tais que

$$\frac{|\,2 + 1 + k\,|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow |\,3 + k\,| = 6 \Leftrightarrow k = 3$ ou $k = -9$

As retas paralelas à reta dada e distantes $3\sqrt{2}$ do ponto $P(2; 1)$ têm equações $x + y + 3 = 0$ ou $x + y - 9 = 0$.

Resposta: A

8) A partir do enunciado, temos:

$$\frac{|3\,.\,m + 4\,.\,1 + 4\,|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 6 \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow |3m + 8| = 30 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3m + 8 = \pm\, 30 \Leftrightarrow m = \dfrac{\pm\, 30 - 8}{3} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow m = \dfrac{22}{3}$ ou $m = -\dfrac{38}{3}$

Assim, a soma dos valores de m é:

$$-\frac{38}{3} + \frac{22}{3} = -\frac{16}{3}$$

Resposta: A

9) Se P é o ponto do 1º quadrante e pertencente à reta de equação $y = 3\,.\,x$, então $P\,(x; 3x)$, com x positivo.

Sabendo que a distância de $P\,(x; 3x)$ à reta de equação $3x + 4y = 0$ é igual a 3, temos:

$$\frac{|3\,.\,x + 4\,.\,3\,.\,x|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 3 \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow |15\,.\,x\,| = 15 \Leftrightarrow x = 1$ (pois $x > 0$)

O ponto P tem coordenadas (1; 3), cuja soma é 4.

Resposta: D

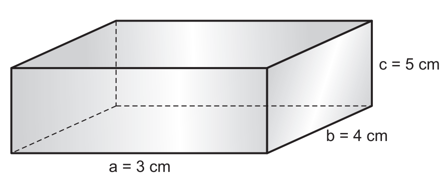
10) a) Se (r) $mx + 2y + 4 = 0$ e
(s) $mx - 4y + 5 = 0$ são perpendiculares, então:
$m\,.\,m + 2\,.\,(-4) = 0 \Leftrightarrow m^2 = 8 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow m = \pm\sqrt{8} = \pm\, 2\sqrt{2}$

b) A distância entre as retas
(t) $3x + 4y = 0$ e (v) $3x + 4y + 5 = 0$
é igual a:

$$d = \frac{|5 - 0|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{5}{5} = 1$$

FRENTE 2
MÓDULO 33
PARALELEPÍPEDO E CUBO

1)



I) $A_T = 2\,.\,(ab + ac + bc) =$
$= 2.\,(3.4 + 3.5 + 4.5) \Rightarrow A_T = 94\ cm^2$

II) $V = a.\,b.\,c = 3.4.5 \Rightarrow V = 60\ cm^3$

III) $D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \sqrt{3^2 + 4^2 + 5^2} =$
$= \sqrt{50} \Rightarrow D = 5\sqrt{2}\ cm$

2) I) $V = 125\ cm^3 \Leftrightarrow a^3 = 125 \Leftrightarrow a = 5\ cm$

II) $A_T = 6\,.\,a^2 = 6\,.\,5^2 = 6\,.\,25 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow A_T = 150\ cm^2$

3) I) $D = 5\sqrt{3}\ cm \Leftrightarrow a\sqrt{3} = 5\sqrt{3} \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow a = 5\ cm$

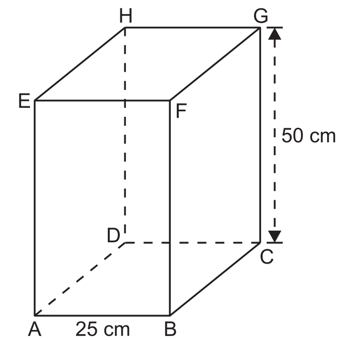
II) $A_T = 6a^2 = 6\,.\,5^2 = 6\,.\,25 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow A_T = 150\ cm^2$

Resposta: D

4) $D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \sqrt{3^2 + 4^2 + 12^2} =$
$= \sqrt{9 + 16 + 144} = \sqrt{169} \Leftrightarrow D = 13\ cm$

Resposta: C

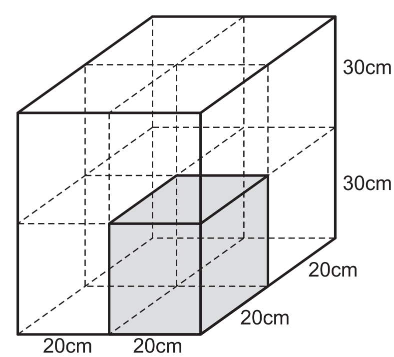
5)



Seja x o menor comprimento de tecido necessário para a forração da base do cesto e da parte lateral externa. Como a largura do tecido é de 50 cm, devemos ter: $x\,.\,50 = (25)^2 + 4\,.\,(25\,.\,50) \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x = 112{,}5\ cm \Leftrightarrow x = 1{,}125\ m$

Resposta: E

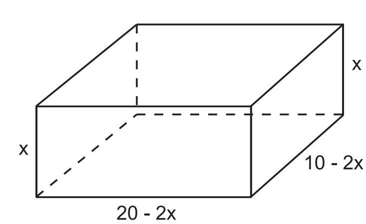
6) Em cada caixa de 40cm x 40cm x 60cm, a transportadora consegue acondicionar 8 pacotes de 20cm x 20cm x 30cm, conforme ilustra a figura seguinte.



A quantidade de caixas desse tipo necessária para o envio de 100 pacotes é $\dfrac{100}{8} = 12{,}5$. Portanto, são necessárias no mínimo 13 caixas.

Resposta: C

7)



A caixa retangular sem tampa obtida é um paralelepípedo reto retângulo, cujas dimensões, em centímetros, são $20 - 2x$, 10 – 2x e x. Assim, o seu volume V(x) é dado por

$V(x) = (20 - 2x) \,.\, (10 - 2x) \,.\, x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow V(x) = (4x^2 - 60x + 200) \,.\, x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow V(x) = 4x^3 - 60x^2 + 200x$

Resposta: A

MÓDULO 34
PARALELEPÍPEDO E CUBO

1) I) $D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \sqrt{1^2 + 2^2 + 5^2} \Rightarrow$

$\Rightarrow D = \sqrt{30}$ cm

II) $A_T = 2 \,.\, (ab + ac + bc) =$

$= 2 \,.\, (1.2 + 1.5 + 2.5) \Rightarrow A_T = 34 \text{ cm}^2$

III) $V = a.b.c = 1.2.5 \Rightarrow V = 10 \text{ cm}^3$

2) $V = a.b.c \Leftrightarrow 336 = 6.7.c \Leftrightarrow c = 8$ cm

Resposta: A

3) I) $A_T = 288 \text{ m}^2 \Leftrightarrow 6.a^2 = 288 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow a^2 = 48 \Rightarrow a = 4\sqrt{3}$ m

II) $D = a \,.\, \sqrt{3} = 4 \,.\, \sqrt{3} \,.\, \sqrt{3} \Rightarrow D = 12$ m

Resposta: D

4) Sendo x, x + 1 e x + 2 as medidas das arestas, temos:

$4 \,.\, x + 4(x + 1) + 4 \,.\, (x + 2) = 48 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 4x + 4x + 4 + 4x + 8 = 48 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 12x = 36 \Leftrightarrow x = 3$ m

Assim, as arestas medem 3 m, 4 m e 5 m, logo:

$V = a.b.c = 3.4.5 \Rightarrow V = 60 \text{ m}^3$

Resposta: E

5) Em cada camada da caixa cúbica, de 10 cm de aresta, podem ser colocadas 10 . 10 = 100 bolinhas de gude, de 1 cm de diâmetro.

Nessa mesma caixa cúbica, uma pessoa arrumou as bolinhas em 10 camadas superpostas de 100 bolinhas, tendo assim empregado, ao todo, 1000 bolinhas de gude.

Resposta: C

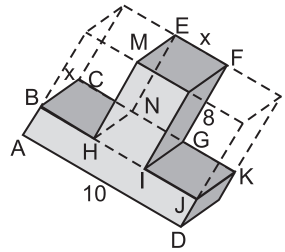
6) Sendo "a" a medida de cada aresta do cubo, tem-se

$$\frac{V_{BMNFPQ}}{V_{ABCDEFGH}} =$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \,.\, \frac{a}{2} \,.\, \frac{a}{2} \,.\, a}{a \,.\, a \,.\, a} = \frac{1}{8}$$

Resposta: E

7)



Admitindo-se que os pontos B, C, N, G, K, J, I e H da figura estejam no mesmo plano, paralelo à base do prisma inicial, e que as partes retiradas sejam prismas retangulares retos, tem-se que o volume do sólido é

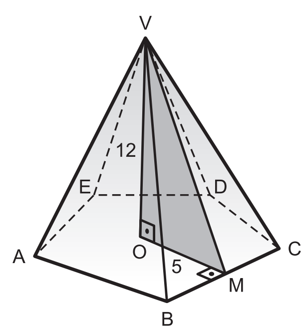
$V = 2 \,.\, 10 \,.\, x + x \,.\, x \,.\, 8 = 20x + 8x^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow V = 4x(2x + 5)$

Resposta: A

MÓDULO 35
PIRÂMIDE

1)



Na figura, temos:

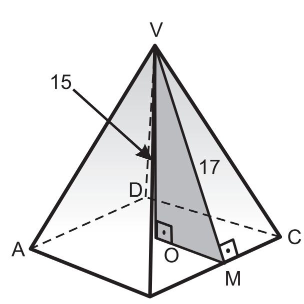
$(VM)^2 = (VO)^2 + (OM)^2$

$(VM)^2 = 12^2 + 5^2$

VM = 13 cm

O apótema da pirâmide mede 13 cm.

2)



I) No triângulo VOM, temos:

$(VM)^2 = (VO)^2 + (OM)^2$

$17^2 = 15^2 + (OM)^2$

OM = 8 cm

II) Como AB = 2.OM, temos AB = 16 cm. Assim, a área da base (A_B) da pirâmide é dada por:

$A_B = A_{ABCD} = 16^2 \Leftrightarrow A_B = 256 \text{ cm}^2$

III) Sendo A_L a área lateral da pirâmide, temos: $A_L = 4 \,.\, A_{\Delta VBC} =$

$= 4 \,.\, \dfrac{(BC) \,.\, (VM)}{2} = 4 \,.\, \dfrac{16 \,.\, 17}{2} \Rightarrow$

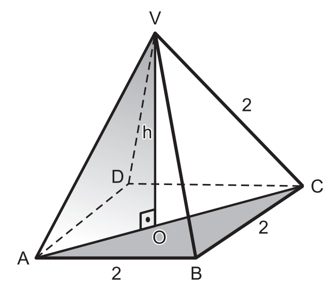
$\Rightarrow A_L = 544 \text{ cm}^2$

IV) A área total (A_T) da pirâmide é:

$A_T = A_B + A_L = 256 + 544 \Rightarrow$

$\Rightarrow A_T = 800 \text{ cm}^2$

3)



I) No triângulo ABC, temos:

$AC = 2\sqrt{2}$ m (diagonal do quadrado ABCD) e, portanto:

$AO = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{2\sqrt{2}}{2} \Rightarrow AO = \sqrt{2}$ m

II) No triângulo VOA, temos:

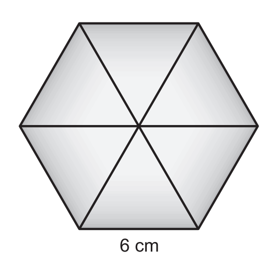
$(VA)^2 = (VO)^2 + (AO)^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2^2 = h^2 + (\sqrt{2})^2 \Rightarrow$

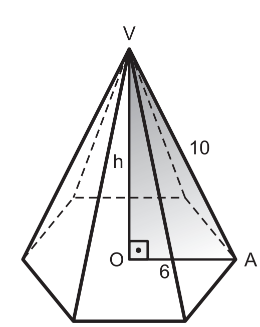
$\Rightarrow h = \sqrt{2}$ m

4) I) $A_{base} = 6 \,.\, A_{\text{triângulo equilátero}} =$

$= 6 \,.\, \dfrac{\ell^2\sqrt{3}}{4} = 6 \,.\, \dfrac{6^2\sqrt{3}}{4} = 54\sqrt{3} \text{ cm}^2$



II)



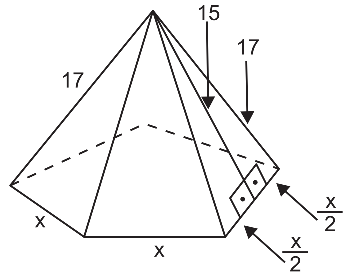
Pelo Teorema de Pitágoras no triângulo retângulo VOA da figura, temos: $h^2 + 6^2 = 10^2 \Leftrightarrow h = 8$ cm.

III) O volume da pirâmide é dado por:

$$V = \frac{1}{3} \,.\, A_B \,.\, h \Leftrightarrow V = \frac{1}{3} \,.\, 54\sqrt{3} \,.\, 8 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow V = 144\sqrt{3} \text{ cm}^3$$

5)



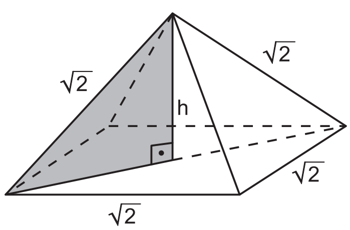
De acordo com o Teorema de Pitágoras, tem-se

$$\left(\frac{x}{2}\right)^2 + 15^2 = 17^2 \Leftrightarrow \left(\frac{x}{2}\right)^2 = 64 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 16$$

Resposta: B

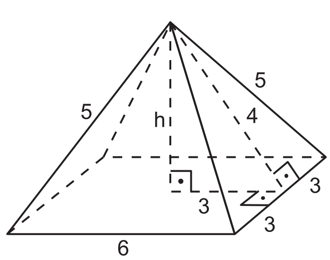
6)



$$h^2 + 1^2 = (\sqrt{2})^2 \Rightarrow h^2 = 1 \Rightarrow h = \sqrt{1}$$

Resposta: A

7)



$$h^2 + 3^2 = 4^2 \Leftrightarrow h^2 = 7 \Leftrightarrow h = \sqrt{7}$$

I. Verdadeira, pois $A_\ell = 4 \,.\, \frac{6 \,.\, 4}{2} = 48$

II. Verdadeira, pois: $A_t = A_\ell + A_b \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow A_t = 48 + 36 \Leftrightarrow A_t = 84$$

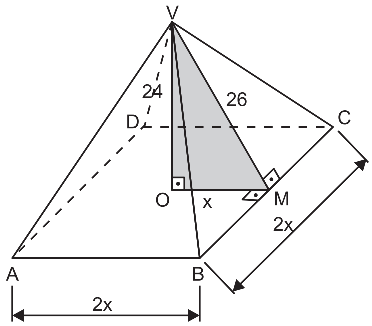
III. Falsa, pois: $V = \frac{1}{3} A_b \,.\, h \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow V = \frac{1}{3} \,.\, 36 \,.\, \sqrt{7} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow V = 12\sqrt{7}$$

Resposta: C

8)



I) No triângulo VOM, temos:
$26^2 = 24^2 + x^2 \Rightarrow x = 10$ cm

II) $AB = 2x = 2 \,.\, 10 \Rightarrow AB = 20$ cm

III) $A_B = A_\square = 20^2 \Rightarrow A_B = 400 \text{ cm}^2$

IV) $A_L = 4 \,.\, A_{\Delta VBC} = 4 \,.\, \frac{20 \,.\, 26}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow A_L = 1040 \text{ cm}^2$

V) $A_T = A_B + A_L = 400 + 1040 \Rightarrow$

$\Rightarrow A_T = 1440 \text{ cm}^2$

Resposta: A

9) Seja *a* a medida, em centímetros, de cada aresta do octaedro regular.
Esse octaedro é composto por duas pirâmides congruentes de mesma base (um quadrado de lado a) e mesma altura

$$h = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Assim:

$$2 \,.\, \frac{1}{3} \,.\, a^2 \,.\, \frac{a\sqrt{2}}{2} = 72\sqrt{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a^3 = 216 \Leftrightarrow a = \sqrt[3]{216} \Leftrightarrow a = 6$$

Resposta: D

MÓDULO 36
PIRÂMIDE

1) No triângulo VMA, temos:
$(VA)^2 = (VM)^2 + (AM)^2$
$13^2 = 12^2 + (AM)^2$
$AM = 5$ cm
Assim, a aresta da base AB é dada por:
$AB = 2 \,.\, AM = 2 \,.\, 5 \Leftrightarrow AB = 10$ cm

2) I) No triângulo VMA, temos:
$(VA)^2 = (VM)^2 + (AM)^2 \Rightarrow$
$\Rightarrow 13^2 = 12^2 + (AM)^2 \Rightarrow AM = 5$ cm

II) $AB = 2 \,.\, AM = 2 \,.\, 5 \Rightarrow AB = 10$ cm

III) $OM = \frac{BC}{2} = \frac{AB}{2} = \frac{10}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow OM = 5$ cm

IV) No triângulo VOM, temos:
$(VM)^2 = (VO)^2 + (OM)^2 \Rightarrow$
$\Rightarrow 12^2 = h^2 + 5^2 \Rightarrow$
$\Rightarrow h = \sqrt{119}$ cm

3) I) No triângulo VMA, temos:
$(VA)^2 = (VM)^2 + (AM)^2 \Rightarrow$
$\Rightarrow 13^2 = 12^2 + (AM)^2 \Rightarrow AM = 5$ cm

II) $AB = 2.AM = 2.5 \Rightarrow AB = 10$ cm

III) Sendo A_L a área lateral da pirâmide, temos:

$$A_L = 4 \,.\, A_{\Delta VAB} = 4 \,.\, \frac{(AB).(VM)}{2} =$$

$$= 4 \,.\, \frac{10 \,.\, 12}{2} \Rightarrow A_L = 240 \text{ cm}^2$$

4) I) No triângulo VMA, temos:
$13^2 = 12^2 + (AM)^2 \Leftrightarrow AM = 5$ cm

II) $AB = 2 \,.\, AM = 2 \,.\, 5 \Rightarrow AB = 10$ cm

III) $OM = \frac{BC}{2} = \frac{AB}{2} = \frac{10}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow OM = 5$ cm

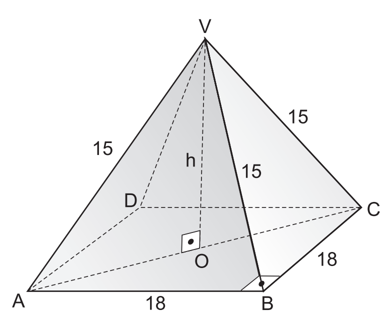
IV) No triângulo VOM, temos:
$(VM)^2 = (VO)^2 + (OM)^2 \Rightarrow$
$\Rightarrow 12^2 = h^2 + 5^2 \Rightarrow h = \sqrt{119}$ cm

V) $V = \frac{1}{3} \,.\, A_B \,.\, h = \frac{1}{3} \,.\, A_{ABCD} \,.\, h =$

$= \frac{1}{3} \,.\, 10^2 \,.\, \sqrt{119} \Rightarrow$

$$\Rightarrow V = \frac{100 \,.\, \sqrt{119}}{3} \text{ cm}^3$$

5)



I) No triângulo ABC, temos:
$(AC)^2 = 18^2 + 18^2 \Rightarrow AC = 18\sqrt{2}$ cm

II) $AO = \frac{AC}{2} = \frac{18\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow AO = 9\sqrt{2}$ cm

III) No triângulo VOA, sendo h a medida da altura da pirâmide, em centímetros, temos:

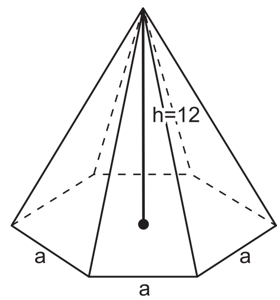
$(VA)^2 = (VO)^2 + (AO)^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 15^2 = h^2 + (9\sqrt{2})^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow h^2 = 63 \Rightarrow h = 3\sqrt{7}$

Resposta: B

6)



Sendo *a* a medida da aresta da base da pirâmide, em centímetros, tem-se:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \left(6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4}\right) \cdot 12 = 96\sqrt{3}$$

Assim: $6a^2\sqrt{3} = 96\sqrt{3} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow a^2 = 16 \Leftrightarrow a = 4$

Resposta: C

7) O volume, V, do sólido é a diferença entre o volume do cubo de aresta 2 e o volume da pirâmide ABCD.

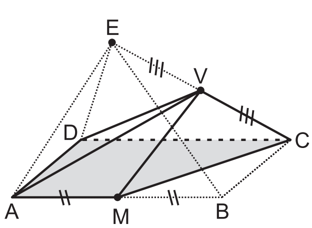
A base da pirâmide é o triângulo BCD e sua área é $\dfrac{2^2}{2} = 2$. A altura da pirâmide é 2.

Assim sendo:

$$V = 2^3 - \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 2 = 8 - \frac{4}{3} = \frac{20}{3}$$

Resposta: D

8)



De acordo com o enunciado, pode-se concluir que a área da base (A_b) da pirâmide AMCDV é $\dfrac{3}{4}$ da área da base (A_B) da pirâmide ABCDE e que a altura h da pirâmide AMCDV é metade da altura H da pirâmide ABCDE.

Assim, sendo v o volume da pirâmide AMCDV, tem-se:

$$v = \frac{1}{3} \cdot A_b \cdot h =$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot A_B \cdot \frac{1}{2} \cdot H = \frac{A_B \cdot H}{8}$$

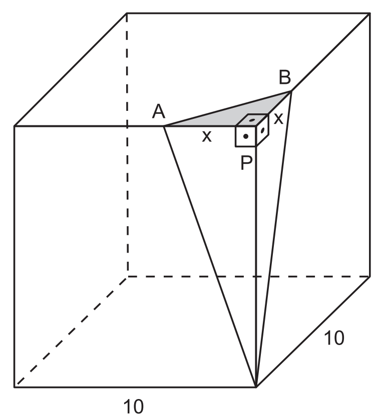
Por outro lado: $\dfrac{1}{3} \cdot A_B \cdot H = 4 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow A_B \cdot H = 12$

Logo: $v = \dfrac{12}{8} = 1{,}5$

Resposta: B

9)



Seja x cm a distância dos pontos A e B até o ponto P.

O volume do cubo, em metros cúbicos, é:

$V_{cubo} = 10^3 = 1000$

O volume da pirâmide, em metros cúbicos, é:

$$V_{pirâmide} = \frac{1}{3} \cdot \frac{x \cdot x}{2} \cdot 10 = \frac{5x^2}{3}$$

Como $V_{pirâmide} = 0{,}375\% \cdot V_{cubo}$, temos:

$$\frac{5x^2}{3} = \frac{0{,}375}{100} \cdot 1000 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 = \frac{225}{100} \Rightarrow x = 1{,}5, \text{ pois x é}$$

positivo.

Resposta: D

MÓDULO 37
TETRAEDRO REGULAR

1) Sendo a = 4 cm a aresta do tetraedro regular, a área total é:

$A_T = a^2 \cdot \sqrt{3} = 4^2 \cdot \sqrt{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow A_T = 16 \cdot \sqrt{3}\ cm^2$

2) Sendo a = 4 cm a aresta do tetraedro regular, a altura é:

$$h = \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{4 \cdot \sqrt{6}}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = \frac{4 \cdot \sqrt{6}}{3}\ cm$$

3) Sendo a = 4 cm a aresta do tetraedro regular, o volume é:

$$V = \frac{a^3 \cdot \sqrt{2}}{12} = \frac{4^3 \cdot \sqrt{2}}{12} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V = \frac{16\sqrt{2}}{3}\ cm^3$$

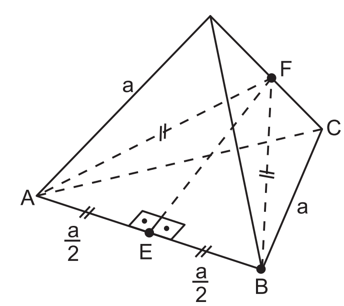
4) I) $A_T = a^2\sqrt{3} \Rightarrow 9\sqrt{3} = a^2\sqrt{3} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow a^2 = 9 \Rightarrow a = 3$

II) $V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{12} = \dfrac{3^3 \cdot \sqrt{2}}{12} \Rightarrow$

$$\Rightarrow V = \frac{9 \cdot \sqrt{2}}{4}$$

5)



No triângulo retângulo EBF, tem-se:

$(EF)^2 + (EB)^2 = (FB)^2$

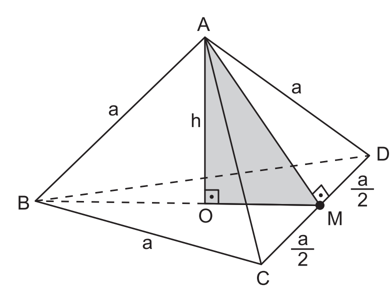
Assim:

$$(EF)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (EF)^2 = \frac{2a^2}{4} \Leftrightarrow EF = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Resposta: B

6)



1) $AM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

2) $OM = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}$

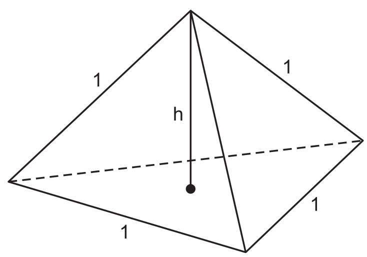
3) $(AO)^2 + (OM)^2 = (AM)^2 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow h^2 = \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow h^2 = \frac{24\,a^2}{36} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow h^2 = \frac{6\,a^2}{9} \Leftrightarrow h = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

7)



I) Cálculo da altura h do tetraedro em centímetros

$$h = \frac{1\,.\sqrt{6}}{3} \Leftrightarrow h = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

II) Cálculo da área da base A_b do tetraedro, em centímetros quadrados

$$A_b = \frac{1^2\,.\sqrt{6}}{4} \Leftrightarrow A_b = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

III) Cálculo do volume V do tetraedro, em centímetros cúbicos

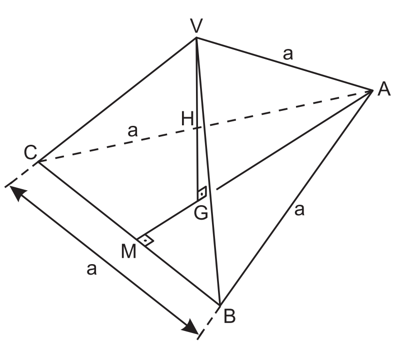
$$V = \frac{1}{3}\,.\,A_b\,.\,h \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow V = \frac{1}{3}\,.\,\frac{\sqrt{3}}{4}\,.\,\frac{\sqrt{6}}{3} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow V = \frac{3\,.\sqrt{2}}{36} \Leftrightarrow V = \frac{\sqrt{2}}{12}$$

Resposta: D

8)



Sendo G o baricentro do triângulo ABC equilátero cujo lado mede a cm, tem-se:

Área total: $A_t = 4\,.\,\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\ cm^2 =$

$= 6\sqrt{3}\ cm^2 \Rightarrow a = \sqrt{6}$

$$AG = \frac{2}{3}\ AM = \frac{2}{3}\,.\,\frac{a\sqrt{3}}{2} =$$

$$= \frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{6}\,.\sqrt{3}}{3} = \sqrt{2}$$

No triângulo VGA, retângulo em G, e, de acordo com o Teorema de Pitágoras, temos:

$VG^2 + AG^2 = VA^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow H^2 + (\sqrt{2})^2 = (\sqrt{6})^2 \Rightarrow H = 2$ cm

Resposta: A

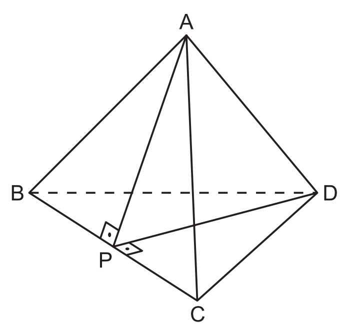
9) Sendo *a* a medida da aresta e *V* o volume do tetraedro regular, temos:

$$V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12} = \frac{2^3\sqrt{2}}{12}\ cm^3$$

$$V = \frac{2\sqrt{2}}{3}\ cm^3$$

Resposta: D

10)



a) Para que PA + PD tenha o menor valor possível, o ponto P tem de ser o ponto médio da aresta $\overline{BC}$, pois nesse caso temos:

$\overline{PA} \perp \overline{BC}$ e $\overline{PD} \perp \overline{BC}$

Assim: $PB = \frac{CB}{2} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \boxed{\frac{PB}{CB} = \frac{1}{2}}$$

b) $\overline{PA}$ e $\overline{PD}$ são, respectivamente, as alturas dos triângulos equiláteros ABC e DBC cujos lados têm medida 1.

Assim: $PA = PD = \frac{1\,.\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Logo: $PA + PD = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$

MÓDULO 38
CILINDRO

1) A área lateral A_L do cilindro é:

$A_L = 2\pi R\,.\,h = 2\pi\,2.\,5 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow A_L = 20\pi\ cm^2$

Resposta: A

2) Sendo A_B a área da base, A_L a área lateral e A_T a área total do cilindro, temos:

I) $A_B = \pi R^2 = \pi 2^2 \Rightarrow A_B = 4\pi\ cm^2$

II) $A_L = 2\pi R\,.\,h = 2\pi\,.\,2\,.\,5 \Rightarrow$

$\Rightarrow A_L = 20\,\pi\ cm^2$

III) $A_T = 2\,.\,A_B + A_L = 2\,.\,4\pi + 20\pi \Rightarrow$

$\Rightarrow A_T = 28\pi\ cm^2$

Resposta: C

3) Sendo A_B a área da base e V o volume do cilindro, temos:

I) $A_B = \pi R^2 = \pi\,.\,2^2 \Rightarrow A_B = 4\pi\ cm^2$

II) $V = A_B\,.\,h = 4\pi\,.\,5 \Rightarrow V = 20\pi\ cm^3$

Resposta: B

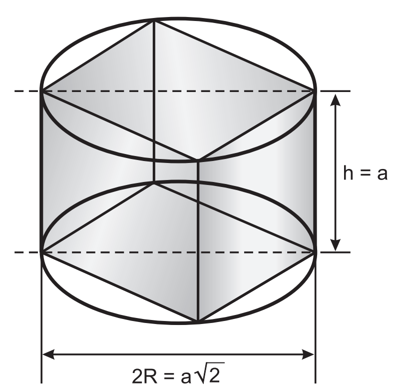
4) $A_{SEC.MERIDIANA} = 20\ cm^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2\,.\,R\,.\,h = 20$

$A_{LATERAL} = 2\,.\,\pi\,.\,R\,.\,h = \underbrace{2\,.\,R\,.\,h}_{20}\,.\,\pi \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow A_{LATERAL} = 20\pi\ cm^2$

5)



Se 2R é o diâmetro do cilindro e $a\,.\sqrt{2}$ a diagonal da face do cubo, então $2R = a\sqrt{2}$

e, portanto, $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Sendo V o volume, A_B a área da base e h a altura do cilindro, temos:

$V = A_B\,.\,h = \pi\,.\,R^2\,.\,h =$

$$= \pi\,.\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2.\,a =$$

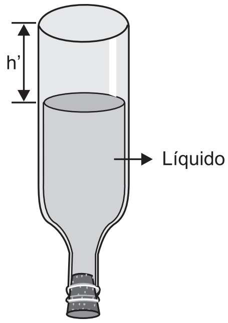
$$= \pi\,.\,\frac{a^2\,.\,2}{4}\,.\,a = \frac{\pi\,.\,a^3}{2}$$

6) Para calcular o volume do líquido contido na garrafa, precisamos conhecer o raio R da base do cilindro reto e a sua altura h, pois esse volume é dado por $\pi R^2 h$.

Logo, o número mínimo de medições é igual a 2.

Resposta: B

7)



Virando a garrafa de cabeça para baixo, sua capacidade total é igual ao volume do líquido mais o volume da parte não ocupada por ele.

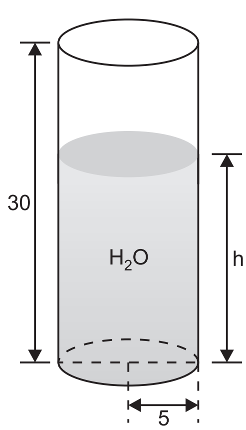
Assim, além das duas medidas anteriores, basta medir apenas a altura h' da parte não ocupada pelo líquido. Logo, o número mínimo de medições é igual a 3.

Resposta: C

8) $V = \pi \cdot (1\ dm)^2 \cdot 3\ dm =$
$= 3\pi\ dm^3 = 3\pi$ litros

Resposta: B

9)



$$\pi \cdot 5^2 \cdot h = 2000 \Leftrightarrow h = \frac{80}{\pi}$$

Como $15\pi < 80 < 30\pi$, tem-se:

$$15 < \frac{80}{\pi} < 30 \Leftrightarrow 15 < h < 30$$

Resposta: B

10) A massa m do produto a ser misturado à água é dada por:

$$m = \frac{\pi \cdot (25)^2 \cdot 16}{500} \cdot 25g =$$

$$= \frac{3,1 \cdot 25 \cdot 16}{20} \cdot 25g =$$

$= 1550g = 1,55kg$

Resposta: B

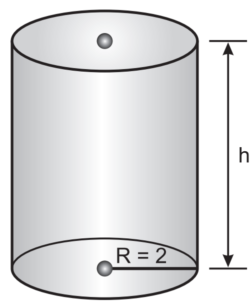
11) $V = \pi \cdot (3\ dm)^2 \cdot (0,25\ dm) = \dfrac{9\pi}{4}\ dm^3$

$V \cong 7,065\ dm^3$

Resposta: B

MÓDULO 39
CILINDRO

1)



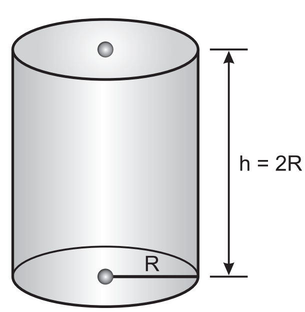
I) Como o cilindro é equilátero, temos:
$h = 2R = 2 \cdot 2 \Rightarrow h = 4$ cm

II) $A_B = \pi R^2 = \pi \cdot 2^2 \Rightarrow A_B = 4\pi\ cm^2$

III) $A_L = 2\pi R \cdot h = 2\pi \cdot 2 \cdot 4 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow A_L = 16\pi\ cm^2$

IV) $A_T = 2 \cdot A_B + A_L = 2 \cdot 4\pi + 16\pi \Rightarrow$
$\Rightarrow A_T = 24\pi\ cm^2$

2)

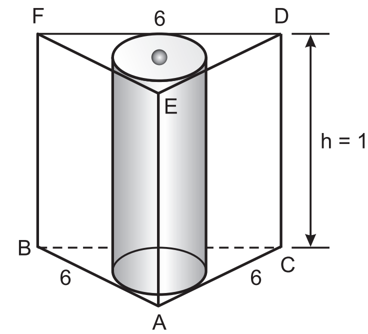


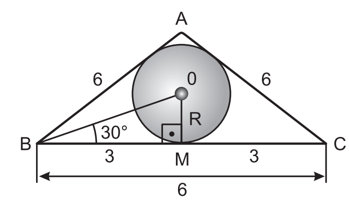
I) $A_L = 2\pi R \cdot h = 2\pi R \cdot 2R \Rightarrow$
$\Rightarrow A_L = 4\pi R^2$

II) $A_T = 2 \cdot A_B + A_L = 2\pi R^2 + 4\pi R^2 \Rightarrow$
$\Rightarrow A_T = 6\pi R^2$

III) $\dfrac{A_T}{A_L} = \dfrac{6\pi R^2}{4\pi R^2} = \dfrac{3}{2}$

3)





I) No triângulo BMO, temos:

$$tg\ 30° = \frac{R}{3} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{R}{3} \Rightarrow$$

$\Rightarrow R = \sqrt{3}$ cm

II) $A_B = \pi \cdot (\sqrt{3})^2 \Rightarrow A_B = 3\pi\ cm^2$

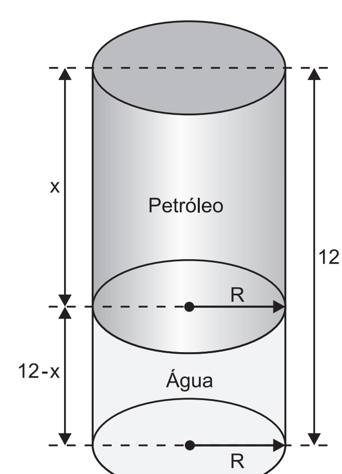
III) $A_L = 2\pi R \cdot h = 2\pi \cdot \sqrt{3} \cdot 10 =$
$= 20\pi\sqrt{3}\ cm^2$

IV) $V = A_B \cdot h = 3\pi \cdot 10 \Rightarrow V = 30\pi\ cm^3$

V) $A_T = 2 \cdot A_B + A_L = 2 \cdot 3\pi + 20\pi\sqrt{3} \Rightarrow$
$\Rightarrow A_T = 2\pi \cdot (3 + 10\sqrt{3})\ cm^2$

4) Um quadrado de 48 m de perímetro tem 12 m de lado. Como o raio do círculo inscrito no quadrado é a metade do lado, então, o raio do cilindro é 6 m. Se o raio da base é o triplo da altura, então
$R = 3h \Leftrightarrow 6 = 3h \Leftrightarrow h = 2$ m.
O volume do cilindro é $V = A_B \cdot h =$
$= \pi \cdot R^2 \cdot h = \pi \cdot 6^2 \cdot 2 = 72\ \pi m^3$.

5)



Sendo x a altura do petróleo no tanque, R o raio da base, e V_P e V_A, respectivamente, os volumes, em m^3, de petróleo e água no tanque, tem-se

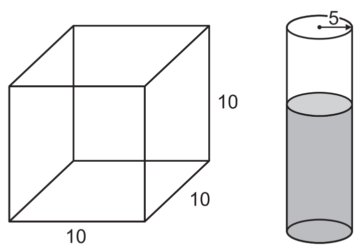
$$\left.\begin{array}{l} V_P = \pi\, R^2 \,.\, x = 42 \\ V_A = \pi \,.\, R^2 \,.\, (12 - x) = 30 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\pi\, R^2\, x}{\pi\, R^2(12 - x)} = \frac{42}{30} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{12 - x} = \frac{7}{5} \Leftrightarrow x = 7$$

Resposta: B

6)

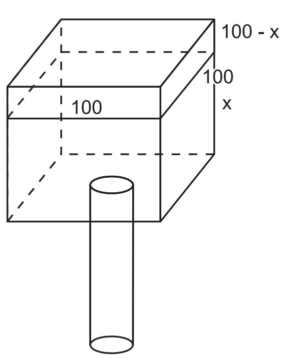


$$\pi \,.\, 5^2 \,.\, h = 10^3 \Leftrightarrow h = \frac{1000}{25\,\pi} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow h = \frac{40}{\pi}$$

Resposta: B

7)



$100 \,.\, 100 \,.\, (100 - x) = \pi \,.\, 2^2 \,.\, 5000 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 100 - x = 2\pi \Leftrightarrow x = 100 - 2\pi \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x \simeq 100 - 6 \Leftrightarrow x \simeq 94$

Resposta: C

8) $V = \dfrac{360° - 60°}{360°} \,.\, \pi \,.\, 6^2 \,.\, 3 \Leftrightarrow V = 90\pi$

Resposta: E

9) Sendo r o raio da base do cilindro, em metros, de acordo com o enunciado, tem-se:

$40\%\ \pi \,.\, r^2 \,.\, 1 = 0{,}256\pi \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{10}\ \pi\, r^2 = 0{,}256\pi \Leftrightarrow$$

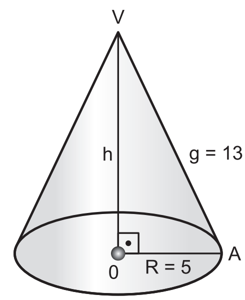
$$\Leftrightarrow r^2 = \frac{2{,}56}{4} \Leftrightarrow r^2 = 0{,}64 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow r = \sqrt{0{,}64} \Leftrightarrow r = 0{,}8$$

Resposta: C

MÓDULO 40
CONE

1)



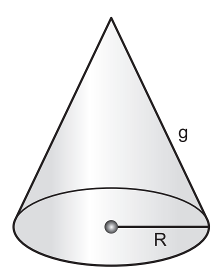
I) No triângulo VOA, temos:
$13^2 = h^2 + 5^2 \Rightarrow h = 12$ cm

II) $A_B = \pi R^2 = \pi \,.\, 5^2 \Rightarrow A_B = 25\pi\ cm^2$

III) $V = \dfrac{1}{3} \,.\, A_B \,.\, h = \dfrac{1}{3} \,.\, 25\pi \,.\, 12 \Rightarrow$

$\Rightarrow V = 100\ \pi\ cm^3$

2)



I) Como o cone é equilátero, temos $g = 2R$ e, portanto:

$A_L = 24\pi \Leftrightarrow \pi\, Rg = 24\,\pi \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \pi \,.\, R \,.\, 2R = 24\pi \Leftrightarrow R^2 = 12 \Rightarrow$

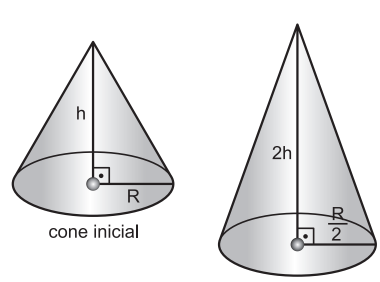
$\Rightarrow R = 2\sqrt{3}$ cm

II) $A_B = \pi R^2 = \pi.(2\sqrt{3})^2 \Rightarrow A_B = 12\pi\ cm^2$

III) $A_T = A_B + A_L = 12\pi + 24\pi \Rightarrow$

$\Rightarrow A_T = 36\ \pi\ cm^2$

3)



Sendo V_i o volume do cone inicial e V_f o volume do cone final, temos:

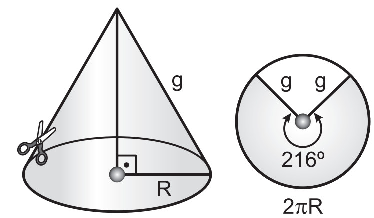
I) $V_i = \pi R^2 \,.\, h$

II) $V_f = \pi \,.\, \left(\dfrac{R}{2}\right)^2 \,.\, 2h \Leftrightarrow V_f = \dfrac{\pi R^2 h}{2}$

Como $V_f = \dfrac{V_i}{2}$, o volume se reduz à metade.

Resposta: B

4)

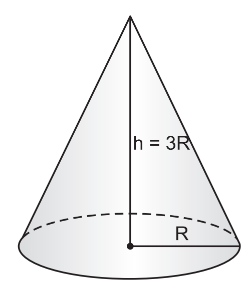


$$\frac{216°}{360°} \,.\, 2 \,.\, \pi \,.\, 10 = 2 \,.\, \pi \,.\, R \Leftrightarrow R = 6 \text{ cm}$$

A área total do cone é a soma da área da base e da área lateral do cone. Dessa forma, tem-se:

$A_{TOTAL} = A_{BASE} + A_{LATERAL} =$
$= \pi \,.\, 6^2 + \pi \,.\, 6 \,.\, 10 = 96\ \pi\ cm^2$

5)



1) $2\ \pi\ R = 8\ \pi$ cm $\Rightarrow R = 4$ cm

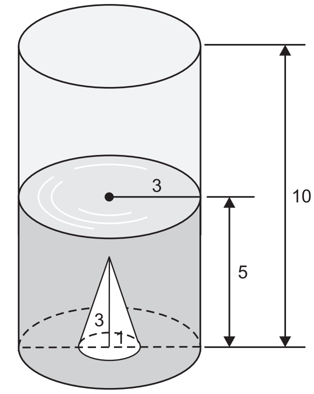
2) $h = 3R = 3 \,.\, 4$ cm $= 12$ cm

3) $V = \dfrac{\pi\, R^2 h}{3} =$

$$= \frac{\pi \,.\, (4\text{ cm})^2 \,.\, 12\text{ cm}}{3} = 64\ \pi\ cm^3$$

Resposta: A

6)



Sendo V o volume do líquido que ocupa o recipiente até a metade de sua altura, temos

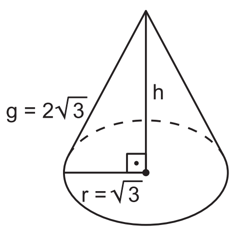
$V = \dfrac{1}{2} \,.\, V_{cilindro} - V_{cone} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow V = \dfrac{1}{2} \,.\, \pi \,.\, 3^2 \,.\, 10 - \dfrac{1}{3} \,.\, \pi \,.\, 1^2 \,.\, 3 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow V = 44\pi$

Resposta: E

7)



I) $g^2 = r^2 + h^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (2\sqrt{3})^2 = (\sqrt{3})^2 + h^2 \Leftrightarrow$

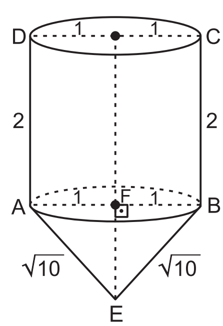
$\Leftrightarrow h^2 = 9 \Rightarrow h = 3m$

II) $V = \dfrac{1}{3}\, \pi \,.\, r^2 \,.\, h = \dfrac{1}{3}\, \pi \,.\, (\sqrt{3})^2 \,.\, 3 \Rightarrow$

$\Rightarrow V = 3\pi\ m^3$

Resposta: A

8)



I) No ΔAEF, retângulo em F, tem-se

$AF^2 + FE^2 = AE^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 1^2 + FE^2 = (\sqrt{10})^2 \Rightarrow FE = 3$

II) O volume do cilindro é

$V_{ABCD} = \pi \,.\, AF^2 \,.\, AD =$

$= \pi \,.\, 1^2 \,.\, 2 = 2\pi$

III) O volume do cone é

$V_{ABE} = \dfrac{1}{3} \,.\, \pi \,.\, AF^2 \,.\, FE =$

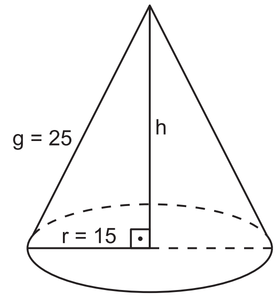
$= \dfrac{1}{3} \,.\, \pi \,.\, 1^2 \,.\, 3 = \pi$

IV) O volume do sólido AEBCD considerado é

$V = V_{ABCD} + V_{ABE} = 2\pi + \pi = 3\pi$

Resposta: E

9)



I) $h^2 + 15^2 = 25^2 \Rightarrow h^2 = 400 \Rightarrow$

$\Rightarrow h = 20$ cm

II) $V = \dfrac{1}{3}\, A_B \,.\, h = \dfrac{1}{3}\, \pi \,.\, r^2 \,.\, h =$

$= \dfrac{1}{3}\, \pi \,.\, 15^2 \,.\, 20 \Rightarrow V = 1500\pi\, cm^3$

Resposta: C

MÓDULO 41
CONE

1) I) $A_B = 16 \,.\, \pi \Leftrightarrow \pi \,.\, R^2 = 16 \,.\, \pi \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow R^2 = 16 \Rightarrow R = 4$

II) Como o cone é equilátero, temos $g = 2R = 8$

III) $A_L = \pi \,.\, R \,.\, g = \pi \,.\, 4 \,.\, 8 = 32 \,.\, \pi$

Resposta: A

2) $A_T = 90\pi \Rightarrow A_B + A_L = 90 \,.\, \pi \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \pi \,.\, R^2 + \pi \,.\, R \,.\, g = 90 \,.\, \pi \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow R^2 + R \,.\, 13 = 90 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow R^2 + 13 \,.\, R - 90 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow R = -18$ (não convém) ou $R = 5$

Resposta: C

3) I) $g^2 = h^2 + R^2 \Rightarrow 10^2 = 8^2 + R^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow R = 6$ cm

II) $A_B = \pi \,.\, R^2 = \pi \,.\, 6^2 = 36.\, \pi\, cm^2$

III) $A_L = \pi \,.\, R \,.\, g = \pi \,.\, 6.10 = 60.\, \pi\, cm^2$

IV) $A_T = A_B + A_L = 36 \,.\, \pi + 60 \,.\, \pi =$

$= 96 \,.\, \pi\, cm^2$

Resposta: D

4) I) $2.g + 2.R = 50 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2.g + 24 = 50 \Rightarrow g = 13cm$

II) $g^2 = h^2 + R^2 \Rightarrow$

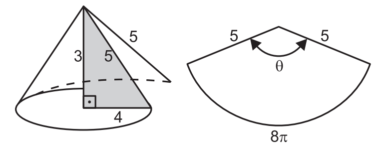
$\Rightarrow 13^2 = h^2 + 12^2 \Rightarrow h = 5$ cm

III) $V = \dfrac{1}{3} \,.\, A_B \,.\, h = \dfrac{1}{3} \,.\, \pi \,.\, R^2 \,.\, h =$

$= \dfrac{1}{3} \,.\, \pi \,.\, 12^2 \,.\, 5 = 240.\, \pi\, cm^3$

Resposta: A

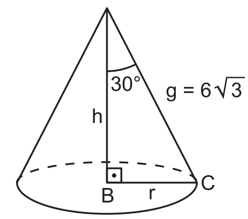
5)



$\theta = \dfrac{8\pi}{5}$ radianos $= 288°$

Resposta: D

6)



No ΔABC, temos:

I) $\text{sen } 30° = \dfrac{r}{6\sqrt{3}} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{2} = \dfrac{r}{6\sqrt{3}} \Rightarrow r = 3\sqrt{3}$ cm

II) $\cos 30° = \dfrac{h}{6\sqrt{3}} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{h}{6\sqrt{3}} \Rightarrow h = 9$ cm

Assim, sendo V o volume do cone, temos:

$V = \dfrac{1}{3}\, A_B \,.\, h = \dfrac{1}{3}\, \pi \,.\, (3\sqrt{3})^2 \,.\, 9 \Rightarrow$

$\Rightarrow V = 81\pi\ cm^3$

Resposta: D

7) Uma hora tem 60 min. Em 4 horas, há $4 \,.\, 60 = 240$ min. Se é ministrado 1,5 mℓ de medicamento por minuto, o volume de medicamento ministrado é de

1,5 mℓ . 240 = 360 mℓ.

O recipiente é constituído de um cilindro circular reto com 9 cm de altura e um cone, também circular reto, e de 3 cm de altura. Sendo o raio da base de ambos de 4 cm, o volume do recipiente é igual a:

$V = \pi \,.\, 4^2 \,.\, 9 + \dfrac{1}{3} \,.\, \pi \,.\, 4^2 .3 = 160\pi\, cm^3 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow V = 160 \,.\, 3\ cm^3 = 480\ cm^3 = 480$ mℓ

Descontada a quantidade ministrada, restaram

(480 – 360)mℓ = 120 mℓ de medicamento.

Resposta: A

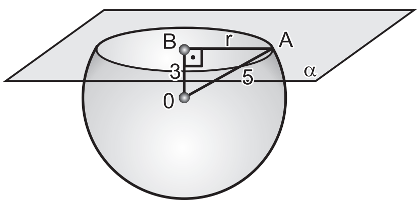
MÓDULO 42
ESFERA E SUAS PARTES

1) I) $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 3^3 \Rightarrow$

$\Rightarrow V = 36\pi\ cm^3$

II) $A = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 3^2 \Rightarrow A = 36\pi\ cm^2$

2)



Sendo r o raio do círculo determinado pela intersecção do plano α com a esfera, temos:

I) $r^2 + 3^2 = 5^2 \Rightarrow r = 4\ cm$

II) $A_{círculo} = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 4^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow A_{círculo} = 16\pi\ cm^2$

3) I) $V = 288\pi \Leftrightarrow \frac{4}{3}\pi R^3 = 288\pi \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow R^3 = 216 \Rightarrow R = 6\ cm$

II) $A = 4\pi R^2 = 4\pi.6^2 \Rightarrow A = 144\pi\ cm^2$

Resposta: B

4) O volume da esfera é dado por

$V = \frac{4\pi R^3}{3} \Leftrightarrow V = \frac{4\pi 3^3}{3} = 36\ \pi cm^3$

Resposta: A

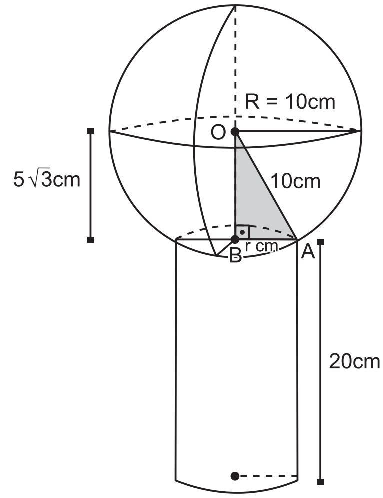
5) Se $V = \frac{4\pi R^3}{3}$ e $A = 4\ \pi R^2$ são numericamente iguais então

$\frac{4\pi R^3}{3} = 4\ \pi R^2 \Leftrightarrow R = 3$

Resposta: B

6) A maior fatia (adotando-se espessura zero) é a que contém o círculo maior da esfera (laranja).
Descontada a secção transversal do cilindro, cuja área é de $\pi \cdot 1^2$, esta fatia tem área, em cm^2, de $\pi \cdot 3^2 - \pi \cdot 1^2 = 8\pi$, equivalente a oito vezes a área da secção transversal do cilindro.
Resposta: E

7)



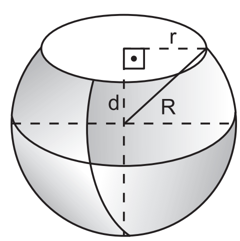
No triângulo retângulo AOB, da figura, temos:

$(r\ cm)^2 + (5\sqrt{3}\ cm)^2 = (10\ cm)^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow r = 5\ cm$

Assim, o volume V do cilindro, em centímetros cúbicos, é:
$V = \pi \cdot 5^2 \cdot 20 = 500\pi$
Resposta: D

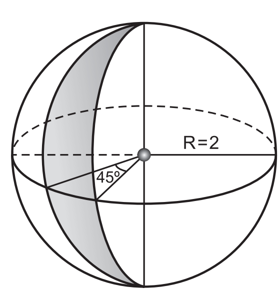
8)



$R = 13$, $d = 12$ e $R^2 = d^2 + r^2$
Assim: $13^2 = 12^2 + r^2 \Rightarrow r = 5$
Resposta: E

MÓDULO 43
ESFERA E SUAS PARTES

1)



I) $\frac{V_{cunha}}{V_{esfera}} = \frac{45°}{360°} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow V_{cunha} = \frac{1}{8} \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot 2^3 \Rightarrow$

$\Rightarrow V_{cunha} = \frac{4}{3}\pi\ cm^3$

II) $\frac{A_{fuso}}{A_{esfera}} = \frac{45°}{360°} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow A_{fuso} = \frac{1}{8} \cdot 4\pi \cdot 2^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow A_{fuso} = 2\pi\ cm^2$

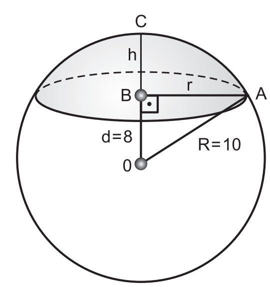
2) $V_{cunha} = \frac{\alpha}{360°} \cdot V_{esfera} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 1 = \frac{\alpha}{360°} \cdot 4{,}8 \Rightarrow$

$\Rightarrow \alpha = \frac{360°}{4{,}8} \Rightarrow \alpha = 75°$

Resposta: D

3)



I) $h = R - d \Leftrightarrow h = 10 - 8 \Rightarrow h = 2\ cm$

II) $R^2 = r^2 + d^2 \Leftrightarrow 10^2 = r^2 + 8^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow r = 6\ cm$

III) $A_{calota} = 2\pi R.\ h = 2\pi \cdot 10 \cdot 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow A_{calota} = 40\pi\ cm^2$

IV) $V_{segmento\ esférico} = \frac{\pi\ h}{6} \cdot [3r^2 + h^2] =$

$= \frac{\pi \cdot 2}{6} \cdot [3 \cdot 6^2 + 2^2] \Rightarrow$

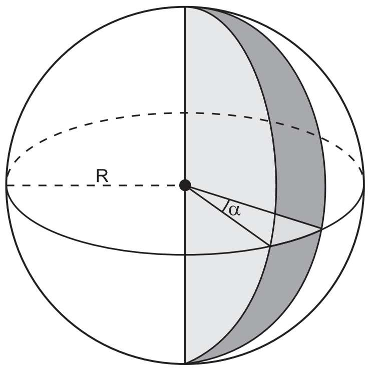
$\Rightarrow V_{segmento\ esférico} = \frac{112\pi}{3}\ cm^3$

4) Sendo S a área do fuso, em metros quadrados, temos:

$S = \frac{72°}{360°} \cdot 4\pi \cdot 5^2 = 20\pi$

Resposta: A

5)



a) Como a melancia foi dividida em 12 fatias iguais, a área S_C, em centímetros quadrados, da casca de cada fatia, é:

$$S_C = \frac{1}{12} \,.\, 4\pi R^2 \Leftrightarrow S_C = \frac{\pi R^2}{3}$$

b) Para embalar cada fatia, serão necessários dois semicírculos de raio R e um fuso esférico de área S_C. Assim, a área S, em centímetros quadrados da superfície total de cada fatia, é:

$$S = S_C + 2 \,.\, \frac{\pi R^2}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow S = \frac{\pi R^2}{3} + \pi R^2 \Leftrightarrow S = \frac{4\pi R^2}{3}$$

6) O número “n” de bolas de sorvete que poderão ser servidas é dado por:

$$n = \frac{\pi \,.\, R^2 \,.\, h}{\frac{4}{3} \,.\, \pi \,.\, r^3} \Leftrightarrow n = \frac{3R^2 .\, h}{4r^3}$$, em

que R e h expressam, respectivamente, o raio da base e a altura do cilindro, em centímetros, e r é o raio de cada esfera de sorvete, também medido em centímetros.

Assim: $n = \dfrac{3 \,.\, 10^2 \,.\, 36}{4 \,.\, 3^3} = 10^2 = 100$

Resposta: E

7) I) Volume, em centímetros cúbicos, do cilindro:

$V_c = 12\pi \,.\, 12 \Leftrightarrow V_c = 144\pi$

II) Volume, em centímetros cúbicos, da esfera:

$$V_e = \frac{4}{3} \,.\, \pi \,.\, 3^3 \Leftrightarrow V_e = 36\pi$$

III) Fração do volume do cilindro, da água que vazará:

$$\frac{V_e}{V_c} = \frac{36\pi}{144\pi} = \frac{36}{144} = \frac{1}{4}$$

Resposta: D

8) Sendo r o raio, em milímetros, da esfera, tem-se:

$$\frac{4}{3} \pi r^3 = 18 \,.\, \pi \,.\, 12^2 \,.\, 3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow r^3 = \frac{18 \,.\, 12^2 \,.\, 3^2 \,.\, \pi}{4\pi} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow r^3 = 18 \,.\, 3 \,.\, 12 \,.\, 3^2 \Leftrightarrow r^3 = 2^3 \,.\, 3^6 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow r = 2 \,.\, 3^2 \Leftrightarrow r = 18$$

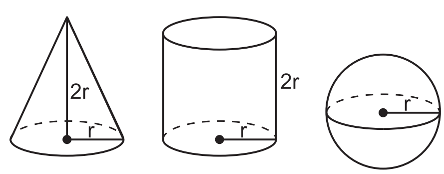
Resposta: A

9) Sejam, de acordo com o enunciado:

I) r o raio da esfera, o raio da base do cone e, também, o raio da base do cilindro;

II) 2r a altura do cone e do cilindro;

III) P, Q e R, respectivamente, o volume do cone circular reto, do cilindro reto e da esfera.



Assim:

$$P - Q + R = \frac{1}{3} \pi \,.\, r^2 \,.\, 2r - \pi \,.\, r^2 \,.\, 2r +$$

$$+ \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{2\pi r^3 - 6\pi r^3 + 4\pi r^3}{3} = 0$$

Resposta: A

MÓDULO 44

ESFERA E SUAS PARTES

1) Sendo h a altura, em centímetros, da casquinha cônica, que será preenchida com o sorvete derretido, tem-se:

$$\frac{1}{3} \,.\, \pi \,.\, 3^2 \,.\, h = 36\pi \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow h = \frac{3 \,.\, 36\pi}{\pi \,.\, 3^2} \Leftrightarrow h = 12$$

Resposta: E

2) O volume de cada alvéolo, em cm^3, é igual a $\frac{4}{3} \,.\, \pi \,.\, (0{,}01)^3 = 4 \,.\, 10^{-6}$, pois $\pi = 3$.

O número aproximado de alvéolos da pessoa é

$$n = \frac{1618 \text{ cm}^3}{4 \,.\, 10^{-6} \text{ cm}^3} =$$

$$= 404{,}5 \,.\, 10^6 = 4045 \,.\, 10^5$$

Resposta: E

3) O balão I, de 20cm de raio, tem volume, em cm^3, igual a $V_1 = \frac{4}{3} \pi \,.\, 20^3$.

O balão II, de 30cm de raio, tem volume, em cm^3, igual a $V_2 = \frac{4}{3} \pi \,.\, 30^3$.

Para o balão II flutuar durante uma hora, a quantidade x de combustível necessária e suficiente é tal que

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{0{,}1\ell}{x} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{\frac{4}{3} \pi \,.\, 20^3}{\frac{4}{3} \pi \,.\, 30^3} = \frac{0{,}1\ell}{x} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{0{,}1\ell}{x}$$

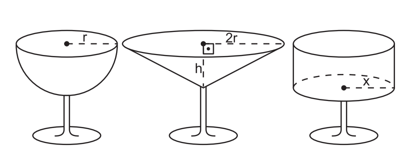
$$x = \frac{2{,}7\ell}{8}$$

Para este balão II flutuar por meia hora, a quantidade de combustível necessária e suficiente é

$$\frac{x}{2} = \frac{2{,}7\ell}{16} = 0{,}16\ell.$$

Resposta: E

4)



Do enunciado, tem-se:

I) $V_{semiesfera} = V_{cone}$

Assim: $\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi r^3 =$

$= \frac{1}{3} \cdot \pi (2r)^2 \cdot h \Leftrightarrow r = 2h$

II) $V_{semiesfera} = V_{cilindro} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{2}{3} \pi r^3 = \pi x^2 h$

Assim: $\frac{2}{3} (2h)^3 = x^2 h \Leftrightarrow$

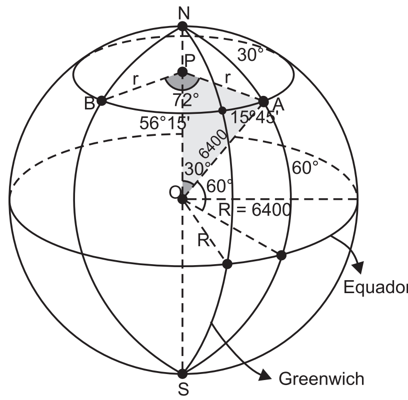
$\Leftrightarrow 16h^3 = 3x^2 h \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{x^2}{h^2} = \frac{16}{3} \Leftrightarrow \frac{x}{h} = \frac{4}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{x}{h} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$, pois $x > 0$ e $h > 0$

Resposta: E

5)



a) Seja r a medida, em quilômetros, do raio do paralelo de 60°. No triângulo retângulo POA, tem-se:

$\text{sen } 30° = \frac{PA}{OA}$

Assim: $\frac{1}{2} = \frac{r}{6400} \Leftrightarrow r = 3200$

b) A menor distância x entre os pontos A e B, medida em quilômetros, ao longo do paralelo de 60°, é dada por:

$x = \frac{15°45' + 56°\,15'}{360°} \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \frac{72°}{360°} \cdot 2 \cdot \frac{22}{7} \cdot 3200 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \frac{1}{5} \cdot 2 \cdot \frac{22}{7} \cdot 3200 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \frac{28\,160}{7}$