



## 1. O QUE É MECÂNICA

**Mecânica** é a ciência que estuda os movimentos.

Por razões didáticas, a Mecânica costuma ser dividida em três capítulos:

- I. Cinemática
- II. Dinâmica
- III. Estática

A **Cinemática** é a **descrição geométrica** do movimento por meio de funções matemáticas, isto é, é o equacionamento do movimento.

Na Cinemática, usamos apenas os conceitos da Geometria associados à ideia de tempo; as grandezas fundamentais utilizadas são apenas o comprimento (L) e o tempo (T).

A **Dinâmica** investiga os fatores que produzem ou alteram os movimentos; traduz as leis que **explicam** os movimentos.

Na Dinâmica, utilizamos como grandezas fundamentais o comprimento (L), o tempo (T) e a massa (M).

A **Estática** é o estudo das condições de equilíbrio de um corpo.

## 2. PONTO MATERIAL OU PARTÍCULA

**Ponto material (ou partícula)** é um corpo de tamanho desprezível em comparação com as distâncias envolvidas no fenômeno estudado.

Quando as dimensões do corpo são relevantes para o equacionamento de seu movimento, ele é chamado de **corpo extenso**.

### Exemplos

(I) Um automóvel em uma viagem de São Paulo ao Rio de Janeiro (distância de 400km) é tratado como **ponto material**, isto é, o seu tamanho não é importante no equacionamento de seu movimento.

(II) Um automóvel fazendo manobras em uma garagem é tratado como **corpo extenso**.

(III) Um atleta disputando a corrida de São Silvestre (extensão de 15km) é tratado como **ponto material**.

(IV) Um bailarino executando piruetas é tratado como **corpo extenso**.

(V) O planeta Terra em seu movimento de **translação** em torno do Sol é tratado como **ponto material**.

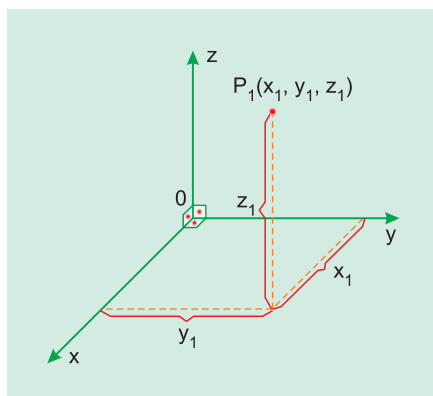
(VI) O planeta Terra em seu movimento de **rotação** é tratado como **corpo extenso**.

Quando se estuda a rotação de um corpo, suas dimensões não são desprezíveis e o corpo é sempre tratado como corpo extenso.

**Ponto material tem tamanho desprezível, porém sua massa não é desprezível.**

## 3. POSIÇÃO DE UM PONTO MATERIAL

A posição de um ponto material é definida pelas suas coordenadas cartesianas (**x, y, z**).



O conjunto de eixos  $Ox$ ,  $Oy$  e  $Oz$ , de mesma origem  $O$  e perpendiculares entre si, é chamado **sistema cartesiano triortogonal**.

Se o ponto material estiver sempre no mesmo plano, sua posição

poderá ser definida por apenas duas coordenadas cartesianas: **x** e **y**.

Se o ponto material estiver sempre na mesma reta, sua posição poderá ser definida por uma única coordenada cartesiana: **x**.

## 4. REFERENCIAL OU SISTEMA DE REFERÊNCIA

O sistema cartesiano triortogonal deve ser fixado em um local, em relação ao qual pretendemos estudar a posição do ponto material.

Esse **local** é chamado **sistema de referência** ou **referencial**.

Quando o referencial for omitido, vamos assumi-lo como superfície terrestre.

## 5. REPOUSO - MOVIMENTO

**Repouso** e **movimento** são conceitos relativos, isto é, dependem do referencial adotado.

Não existe repouso absoluto nem movimento absoluto.

**Uma partícula está em repouso, para um dado referencial, quando sua posição permanece invariável, isto é, as três coordenadas cartesianas (x, y e z) permanecem constantes no decurso do tempo.**

**Uma partícula está em movimento, para um dado referencial, quando sua posição varia no decurso do tempo, isto é, pelo menos uma das coordenadas cartesianas está variando.**

### Exemplos

(I) Considere um carro em uma rua e um poste. O velocímetro do carro marca 100km/h. O motorista do carro está em repouso ou em movimento? A resposta correta é: **depende do referencial**.

Se o referencial for a superfície terrestre, o poste estará em repouso e o motorista estará em movimento a 100km/h.  
 Se o referencial for o carro, o motorista estará em repouso e o poste estará em movimento a 100km/h.

(II) Considere um avião em pleno voo e um passageiro dormindo em uma poltrona.

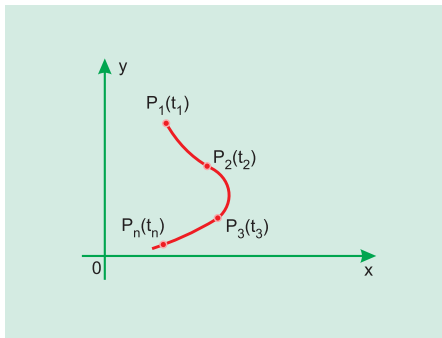
Se o referencial for o avião, o passageiro estará em repouso, e, se o referencial for a superfície terrestre, o passageiro estará em movimento.

## MÓDULO 2

## Equação Horária dos Espaços

### 1. TRAJETÓRIA

**Trajétória** de um ponto material é o lugar geométrico das posições ocupadas pelo ponto material no decurso do tempo, isto é, é a união de todas as posições por onde o ponto material passou.



$P_1$ : posição no instante  $t_1$

$P_2$ : posição no instante  $t_2$

⋮

$P_n$ : posição no instante  $t_n$

A linha geométrica  $P_1, P_2, \dots, P_n$  (união de todas as posições por onde o ponto material passou) é a trajetória do ponto material.

Para uma trajetória plana, a equação da trajetória é a equação que relaciona as coordenadas cartesianas  $x$  e  $y$  entre si.

Se o ponto material estiver em repouso, ele ocupará uma única posição no espaço, e a sua trajetória se reduzirá a um ponto.

Como a trajetória está ligada ao conceito de posição, concluímos que:

**A trajetória depende do referencial adotado.**

#### Exemplo

Considere um avião voando em linha reta, paralela ao solo horizontal, com velocidade constante de intensidade 500km/h, em um local onde o efeito do ar é desprezível.

Num dado instante, o avião abandona uma bomba.

Qual a trajetória descrita pela bomba?

- Para um referencial ligado ao avião, a bomba terá apenas a queda vertical provocada pela ação da gravidade e sua trajetória será um **segimento de reta vertical**.

- Para um referencial ligado à superfície terrestre, a bomba terá dois movimentos simultâneos:

(1) movimento horizontal para frente com a mesma velocidade do avião (500km/h), mantido graças a uma propriedade chamada inércia;

(2) movimento de queda vertical provocado pela ação da gravidade.

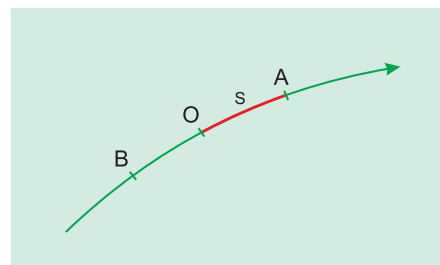
A superposição destes dois movimentos origina uma trajetória **parabólica**.



- Para um referencial ligado à própria bomba, ela está em repouso e sua trajetória será um **ponto**.

### 2. ESPAÇO (S)

Considere uma trajetória orientada e um ponto O, escolhido arbitrariamente como referência.



Seja A a posição do ponto material em um instante  $t$ .

Define-se **espaço (s)**, no instante  $t$ , como a medida algébrica (leva em conta o sinal) do arco de trajetória OA.

O espaço (s) indica apenas onde está o móvel na trajetória, isto é, o espaço é um indicador da **posição** do móvel.

**O espaço não indica a distância que o móvel percorreu, mas apenas o local onde ele se encontra.**

O espaço pode ser positivo (ponto A), negativo (ponto B) ou nulo (ponto O).

O ponto de referência (O) é denominado **origem dos espaços**.

**Dizer que o espaço (s) é nulo, num dado instante, significa apenas que, naquele instante, o móvel está posicionado na origem dos espaços.**

### 3. FUNÇÃO HORÁRIA DOS ESPAÇOS: $S = F(T)$

Quando um ponto material está em repouso, o seu espaço permanece constante, podendo ser igual a zero (parado na origem dos espaços) ou diferente de zero (parado fora da origem dos espaços).

Quando um ponto material está em movimento, o seu espaço (s) varia com o instante (t).

A função que relaciona o espaço (s) com o tempo (t) é denominada função horária dos espaços ou, simplesmente, **equação horária** do movimento, denominação equivocada, pois trata-se de uma função, e não de uma equação.

Quando a equação horária é do 1º grau, temos o movimento chamado **uniforme**.

Quando a equação horária é do 2º grau, temos o movimento chamado **uniformemente variado**.

## Exemplos

### MOVIMENTOS UNIFORMES

$$(1) s = 2,0 + 5,0t \text{ (SI)}$$

$$(2) s = 4,0t \text{ (SI)}$$

### MOVIMENTOS UNIFORMEMENTE VARIADOS

$$(3) s = -3,0 + 8,0t - 5,0t^2 \text{ (SI)}$$

$$(4) s = 4,0 + 2,0t^2 \text{ (SI)}$$

(SI) – **Sistema Internacional**

**de Unidades:** o tempo ( $t$ ) é medido em segundos; o espaço ( $s$ ) é medido em metros.

## 4. ESPAÇO INICIAL ( $s_0$ )

Denomina-se **origem dos tempos**, instante inicial ou instante de referência o instante  $t = 0$ .

Na origem dos tempos, o móvel ocupa uma posição ( $P_0$ ), que é definida por um espaço ( $s_0$ ) denominado **espaço inicial**.

Observe que o espaço inicial ( $s_0$ ) indica apenas onde está o móvel no instante  $t = 0$ .

Nas equações de (1) a (4) citadas, o espaço inicial vale, respectivamente:

$$(1) s_0 = 2,0\text{m}; \quad (2) s_0 = 0;$$
$$(3) s_0 = -3,0\text{m}; \quad (4) s_0 = 4,0\text{m}.$$

Um instante  $t$  positivo significa posterior à origem dos tempos, e um instante  $t$  negativo significa anterior à origem dos tempos.

Não se pode confundir a origem dos tempos (instante  $t = 0$ ) com a origem dos espaços (posição em que  $s = 0$ ).

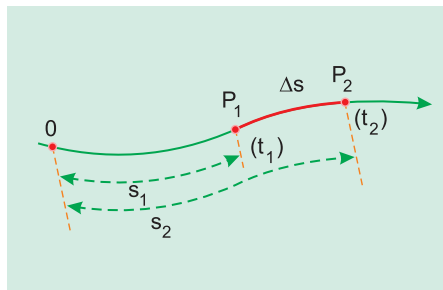
Quando o espaço inicial é nulo ( $s_0 = 0$ ), então, na origem dos tempos ( $t = 0$ ), o móvel está posicionado na origem dos espaços ( $s = 0$ ).

## MÓDULO 3

## Velocidade Escalar Média

### 1. VELOCIDADE ESCALAR MÉDIA

A palavra **escalar** significa apenas que não há envolvimento de direção; escalar é o oposto da expressão **vetorial**.



Sejam:

$P_1$  = posição no instante  $t_1$ , definida pelo espaço  $s_1$ .

$P_2$  = posição no instante  $t_2$ , definida pelo espaço  $s_2$ .

$\Delta s = s_2 - s_1$  = variação de espaço.

$\Delta t = t_2 - t_1$  = intervalo de tempo.

Define-se **velocidade escalar média ( $V_m$ )**, entre os instantes  $t_1$  e  $t_2$  (ou entre as posições  $P_1$  e  $P_2$ ), pela relação:

$$V_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$$

### Notas

(1) O valor absoluto de  $\Delta s$  só representa a distância que o móvel

percorreu, se o móvel não inverter o sentido de seu movimento.

(2) Se o móvel avançar e, em seguida, recuar, voltando ao ponto de partida, seguindo a mesma trajetória, então  $\Delta s = 0$  e  $V_m = 0$ .

(3) Se o móvel voltar ao ponto de partida, através de uma trajetória fechada, sem inverter o sentido de seu movimento, então  $\Delta s$  não será nulo, e sim igual à distância percorrida. Se, por exemplo, a trajetória fechada for uma circunferência, percorrida sempre no mesmo sentido, ao completar uma volta teremos  $\Delta s = 2\pi R$  em que  $R$  é o raio da circunferência descrita.

(4) A velocidade escalar média traduz a velocidade escalar constante que o móvel deveria ter para partir da mesma posição inicial e chegar à mesma posição final, no mesmo intervalo de tempo  $\Delta t$ , com o mesmo deslocamento escalar.

### 2. UNIDADES DE VELOCIDADE

No Sistema Internacional, temos:

$u_{(L)}$  = metro (m)

$u_{(T)}$  = segundo (s)

$$u_{(V)} = \frac{m}{s} = m \cdot s^{-1}$$

No Sistema CGS (centímetro-grama-segundo), temos:

$u_{(L)}$  = centímetro (cm)

$u_{(T)}$  = segundo (s)

$$u_{(V)} = \frac{cm}{s} = cm \cdot s^{-1}$$

• Unidade prática:

$u_{(L)}$  = quilômetro (km)

$u_{(T)}$  = hora (h)

$$u_{(V)} = \frac{km}{h} = km \cdot h^{-1}$$

• Relações:

$$1 \frac{km}{h} = \frac{1000m}{3600s} = \frac{1}{3,6} \frac{m}{s}$$

$$1 \frac{m}{s} = 10^2 \frac{cm}{s}$$

### 3. EQUAÇÃO DIMENSIONAL DA VELOCIDADE

Na Cinemática, adotamos como grandezas fundamentais o comprimento ( $L$ ) e o tempo ( $T$ ).

Qualquer grandeza da Cinemática pode ser escrita em função de  $L$  e  $T$ .

Denomina-se **equação dimensional** de uma grandeza cinemática  $G$  a sua expressão em função das grandezas fundamentais  $L$  e  $T$ .

A equação dimensional é simbolizada por um colchete.

[G] lê-se: equação dimensional de G.

Sendo  $[G] = L^x T^y$ , os expoentes  $x$  e  $y$  são chamados de dimensões de G em relação a  $L$  e a  $T$ , respectivamente.

A velocidade tem equação dimensional dada por:

$$[V] = \frac{[\Delta s]}{[\Delta t]} \Leftrightarrow [V] = \frac{L}{T}$$

$$[V] = LT^{-1}$$

As dimensões da velocidade são: 1 em relação ao comprimento e -1 em relação ao tempo.

## MÓDULO 4

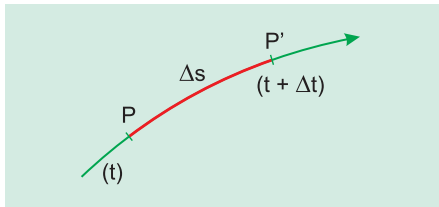
## Velocidade Escalar Instantânea

### 1. VELOCIDADE ESCALAR INSTANTÂNEA

A velocidade escalar instantânea traduz a rapidez de movimento, isto é, a rapidez com que a posição (espaço) varia no decurso do tempo.

Uma grande velocidade escalar significa movimento rápido, pequena velocidade escalar significa movimento lento e velocidade escalar nula significa que não há movimento.

Admitamos que se pretenda calcular a velocidade escalar de um móvel, em um instante  $t$ , em que ele passa por uma posição P de sua trajetória.



Para tanto, calculamos sua velocidade escalar média entre a posição P (instante  $t$ ) e a posição P' (instante  $t + \Delta t$ ).

Se fizermos o intervalo de tempo  $\Delta t$  ir diminuindo e tendendo a zero ( $\Delta t \rightarrow 0$ ), o valor da velocidade escalar média ( $V_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ ) vai tender para o valor da velocidade escalar no instante  $t$ , isto é:

**A velocidade escalar instantânea é o limite para onde tende a velocidade escalar média, quando o intervalo de tempo considerado tende a zero.**

$$V = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} V_m = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

O cálculo desse limite é uma função matemática chamada **derivção**.

Escreve-se  $V = \frac{ds}{dt}$  e lê-se:

**A velocidade escalar é a derivada do espaço em relação ao tempo.**

### 2. DERIVADA DE UMA FUNÇÃO POLINOMIAL

Calculemos, em um caso particular, a derivada de uma **função polinomial** para, por meio de uma indução vulgar, apresentarmos a regra geral para a derivação de uma função polinomial de grau  $n$ .

Consideremos a função horária dos espaços:

$$s = 2,0t^2 + 8,0t + 2,0 \quad (\text{SI})$$

Em um instante  $t$ , o espaço vale  $s$ .

Em um instante  $t' = t + \Delta t$ , o espaço vale  $s'$ .

Calculemos a velocidade escalar média entre os instantes  $t$  e  $t'$ :

$$s' = 2,0(t + \Delta t)^2 + 8,0(t + \Delta t) + 2,0$$

$$s' = 2,0t^2 + 4,0t \Delta t + 2,0(\Delta t)^2 + 8,0t + 8,0 \Delta t + 2,0$$

$$s' = 2,0t^2 + (4,0t + 8,0) \Delta t + 2,0(\Delta t)^2 + 8,0t + 2,0$$

$$\Delta s = s' - s = (4,0t + 8,0) \Delta t + 2,0(\Delta t)^2$$

$$V_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = 4,0t + 8,0 + 2,0 \Delta t$$

Quando  $\Delta t$  tende a zero, o resultado é:

$$V = 4,0t + 8,0 \quad (\text{SI})$$

Portanto:

- 1) a derivada de  $2,0t^2$  é  $4,0t$ ;
- 2) a derivada de  $8,0t$  é  $8,0$ ;
- 3) a derivada de uma constante ( $2,0$ ) é zero.

Por meio de uma indução vulgar, concluímos:

- 1) **a derivada de  $at^n$  é  $nat^{n-1}$**  (com  $a$  e  $n$  constantes);
- 2) **a derivada de  $bt$  é  $b$**  (com  $b$  constante);
- 3) **a derivada de qualquer constante é nula.**

Assim, para  $s = at^n + bt + c$  com  $a, b, c$  e  $n$  constantes, temos:

$$V = \frac{ds}{dt} = nat^{n-1} + b$$

### 3. EXEMPLOS

$$(I) \quad s = 5,0t^3 + 8,0t^2 - 9,0t + 10,0 \quad (\text{SI})$$

$$V = \frac{ds}{dt} = 15,0t^2 + 16,0t - 9,0 \quad (\text{SI})$$

$$(II) \quad s = -3,0t^2 + 1,0t - 8,0 \quad (\text{SI})$$

$$V = \frac{ds}{dt} = -6,0t + 1,0 \quad (\text{SI})$$

$$(III) \quad s = -4,0 + 2,0t \quad (\text{SI})$$

$$V = \frac{ds}{dt} = 2,0 \text{ m/s (constante)}$$



### 1. ACELERAÇÃO ESCALAR MÉDIA ( $\gamma_m$ )

Sejam:

$V_1$  = velocidade escalar no instante  $t_1$

$V_2$  = velocidade escalar no instante  $t_2$

Define-se **aceleração escalar média ( $\gamma_m$ )**, entre os instantes  $t_1$  e  $t_2$ , pela relação:

$$\gamma_m = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1}$$

### 2. ACELERAÇÃO ESCALAR INSTANTÂNEA

A aceleração escalar instantânea traduz a rapidez com que a velocidade escalar varia no decurso do tempo, isto é, traduz "a velocidade" da velocidade.

Uma grande aceleração escalar significa que a velocidade escalar varia rapidamente, uma pequena aceleração escalar significa que a velocidade escalar varia lentamente e aceleração escalar nula significa que a velocidade escalar não varia.

**A aceleração escalar instantânea é o limite para o qual tende a aceleração escalar média, quando o intervalo de tempo considerado tende a zero.**

$$\gamma = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \gamma_m = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

Portanto: 
$$\gamma = \frac{dV}{dt}$$

**A aceleração escalar (instantânea) é a derivada da velocidade escalar (instantânea) em relação ao tempo.**

#### Exemplos

$$s = 2,0t^3 + 4,0t^2 - 7,0t + 10,0 \text{ (SI)}$$

$$V = \frac{ds}{dt} = 6,0t^2 + 8,0t - 7,0 \text{ (SI)}$$

$$\gamma = \frac{dV}{dt} = 12,0t + 8,0 \text{ (SI)}$$

$$s = 10,0 + 20,0t - 3,0t^2 \text{ (SI)}$$

$$V = \frac{ds}{dt} = 20,0 - 6,0t \text{ (SI)}$$

$$\gamma = -6,0 \text{ m/s}^2 \text{ (constante)}$$

### 3. UNIDADES DE ACELERAÇÃO

- No SI:

$$u_{(\gamma)} = \frac{u(V)}{u(t)} = \frac{\text{m/s}}{\text{s}}$$

$$u_{(\gamma)} = \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

- No CGS:

$$u_{(\gamma)} = \frac{u(V)}{u(t)} = \frac{\text{cm/s}}{\text{s}}$$

$$u_{(\gamma)} = \frac{\text{cm}}{\text{s}^2} = \text{cm} \cdot \text{s}^{-2}$$

- Relação entre as unidades:

$$1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 10^2 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$$

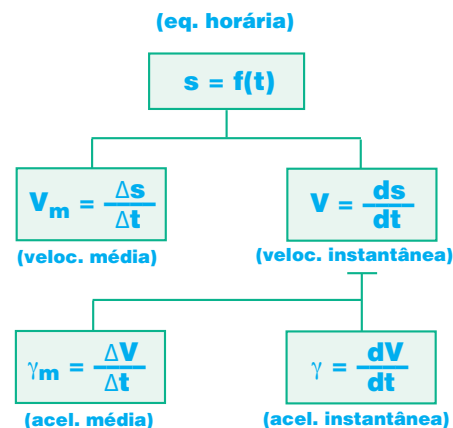
### 4. EQUAÇÃO DIMENSIONAL DA ACELERAÇÃO

$$[\gamma] = \frac{[\Delta V]}{[\Delta t]} \Leftrightarrow [\gamma] = \frac{LT^{-1}}{T}$$

$$[\gamma] = LT^{-2}$$

A aceleração tem dimensão 1 em relação ao comprimento e dimensão -2 em relação ao tempo.

### 5. RELAÇÕES ENTRE AS GRANDEZAS CINEMÁTICAS



**s** indica a posição do móvel (local).

**V** traduz a rapidez de movimento.

**γ** traduz a rapidez com que a velocidade escalar varia.



### 1º CRITÉRIO

Quanto à equação horária:

- 1º grau: movimento uniforme
- 2º grau: movimento uniformemente variado

### 2º CRITÉRIO

Quanto ao sentido de movimento (sinal da velocidade escalar):

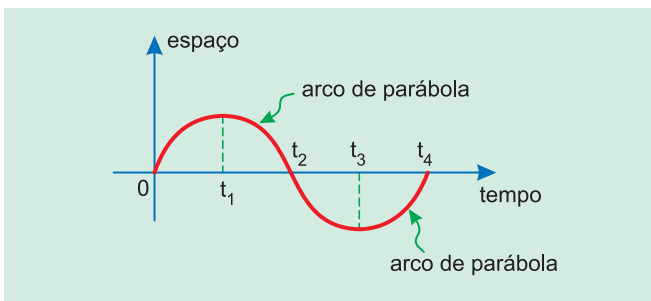
- $V > 0$ : movimento progressivo
- $V < 0$ : movimento retrógrado

### 3º CRITÉRIO

Quanto ao módulo da velocidade:

- $|V|$  aumenta: movimento acelerado ( $V \cdot \gamma > 0$ )
- $|V|$  diminui: movimento retardado ( $V \cdot \gamma < 0$ )
- $|V|$  constante: movimento uniforme ( $\gamma = 0$ )

### A) PROPRIEDADES DO GRÁFICO ESPAÇO X TEMPO



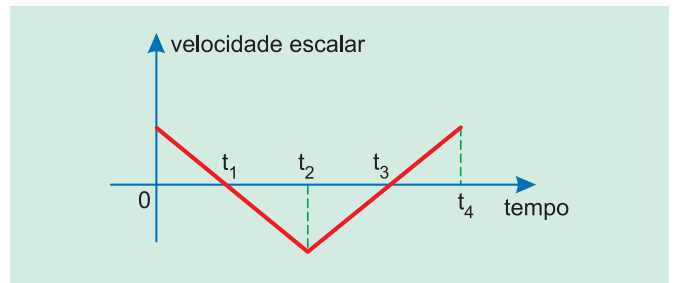
(I) A velocidade escalar é positiva quando o espaço for crescente ( $0 \leq t < t_1$  e  $t_3 < t \leq t_4$ ).

(II) A velocidade escalar é negativa quando o espaço for decrescente ( $t_1 < t < t_3$ ).

(III) A aceleração escalar é positiva quando o arco de parábola tiver concavidade voltada para cima ( $t_2 < t < t_4$ ).

(IV) A aceleração escalar é negativa quando o arco de parábola tiver concavidade voltada para baixo ( $0 < t < t_2$ ).

### B) PROPRIEDADES DO GRÁFICO VELOCIDADE ESCALAR X TEMPO



(I) A velocidade escalar é positiva quando o gráfico estiver acima do eixo dos tempos ( $0 \leq t < t_1$  e  $t_3 < t \leq t_4$ ).

(II) A velocidade escalar é negativa quando o gráfico estiver abaixo do eixo dos tempos ( $t_1 < t < t_3$ ).

(III) A aceleração escalar é positiva quando a velocidade escalar for crescente ( $t_2 < t < t_4$ ).

(IV) A aceleração escalar é negativa quando a velocidade escalar for decrescente ( $0 < t < t_2$ ).

Nos intervalos de tempo destacados no gráfico, temos as seguintes classificações:

- Para  $0 < t < t_1$ :
  - Movimento Uniformemente Variado
  - Movimento Progressivo ( $V > 0$ )
  - Movimento Retardado ( $V > 0$  e  $\gamma < 0$ )
- Para  $t_1 < t < t_2$ :
  - Movimento Uniformemente Variado
  - Movimento Retrógrado ( $V < 0$ )
  - Movimento Acelerado ( $V < 0$  e  $\gamma < 0$ )
- Para  $t_2 < t < t_3$ :
  - Movimento Uniformemente Variado
  - Movimento Retrógrado ( $V < 0$ )
  - Movimento Retardado ( $V < 0$  e  $\gamma > 0$ )
- Para  $t_3 < t < t_4$ :
  - Movimento Uniformemente Variado
  - Movimento Progressivo ( $V > 0$ )
  - Movimento Acelerado ( $V > 0$  e  $\gamma > 0$ )



### 1. DEFINIÇÃO

Um movimento é chamado **uniforme** quando a relação espaço-tempo é do 1º grau, isto é, da forma:

$$s = A + Bt$$

em que **A** e **B** são parâmetros constantes, com **B ≠ 0**.

### 2. PARÂMETRO A

Para  $t = 0$  (origem dos tempos), temos  $s_0 = A$  e, portanto, o parâmetro **A** representa o espaço inicial.

$$A = s_0$$

### 3. PARÂMETRO B

A velocidade escalar **V** é dada por:

$$V = \frac{ds}{dt} = 0 + B$$

$$B = V$$

O parâmetro **B** representa a velocidade escalar.

### 4. PROPRIEDADES DO MOVIMENTO UNIFORME

- Equação horária dos espaços:

$$s = s_0 + Vt$$

- A velocidade escalar média é igual à velocidade escalar instantânea, é constante e diferente de zero:

$$V_m = V = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \text{constante} \neq 0$$

- A aceleração escalar média é igual à aceleração escalar instantânea, é constante e igual a zero:

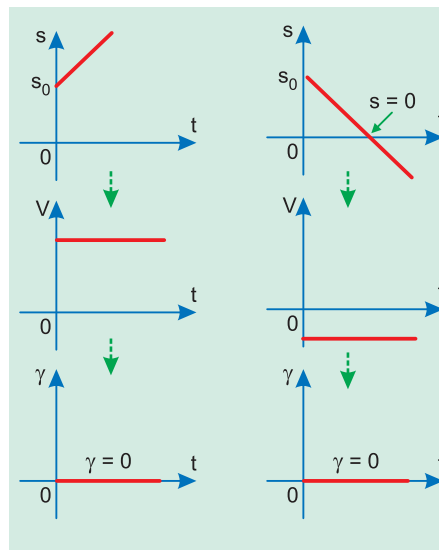
$$\gamma_m = \gamma = \text{constante} = 0$$

- O movimento pode ser progressivo ( $V > 0$ ) ou retrógrado ( $V < 0$ ), porém não é nem acelerado nem retardado, pois a velocidade escalar é constante ( $\gamma = 0$ ).

**5.** A denominação **uniforme** deriva do fato de a velocidade escalar ser constante, isto é, é um movimento que se processa sempre da mesma forma, com o **móvel percorrendo distâncias iguais em intervalos de tempo iguais**.

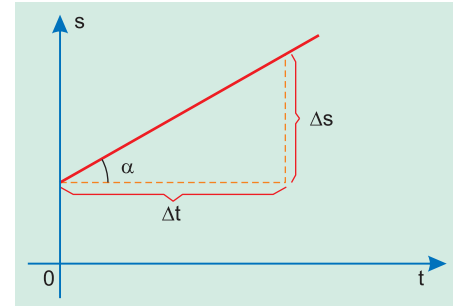
**6.** Podemos ter movimento uniforme em qualquer trajetória.

### 7 Gráficos do movimento uniforme



### 8. INTERPRETAÇÕES GRÁFICAS

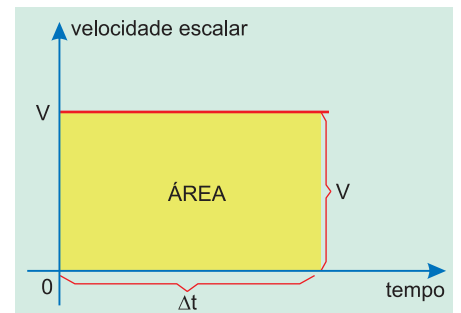
#### Gráfico espaço x tempo



$$\text{tg } \alpha = \frac{\Delta s}{\Delta t} = V$$

**No gráfico espaço x tempo, a declividade da reta  $s = f(t)$  mede a velocidade escalar.**

#### Gráfico velocidade escalar x tempo



$$\text{Área} = V \cdot \Delta t = \Delta s$$

**No gráfico velocidade escalar x tempo, a área sob o gráfico mede a variação de espaço  $\Delta s$ .**

1. DEFINIÇÃO

Consideremos dois móveis A e B percorrendo uma mesma trajetória retilínea, com velocidades escalares respectivamente iguais a  $V_A$  e  $V_B$ .

Define-se velocidade escalar relativa do móvel B, em relação ao móvel A, como a grandeza  $V_{BA}$  dada por:

$$V_{BA} = V_B - V_A$$

Segue imediatamente que:

$$V_{AB} = V_A - V_B$$

e

$$V_{BA} = -V_{AB}$$

2. EXEMPLOS

a)  $V_A = 10,0\text{m/s}$        $V_B = 5,0\text{m/s}$

$V_{AB} = V_A - V_B = 5,0\text{m/s}$

b)  $V_A = 10,0\text{m/s}$        $V_B = -5,0\text{m/s}$

$V_{AB} = V_A - V_B$   
 $V_{AB} = 10,0 - (-5,0) \text{ (m/s)} = 15,0\text{m/s}$

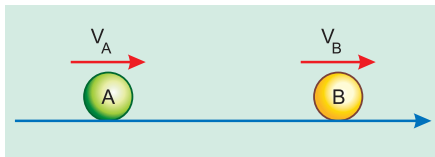
c)  $V_B = -5,0\text{m/s}$        $V_A = 8,0\text{m/s}$

$V_{AB} = V_A - V_B$   
 $V_{AB} = 8,0 - (-5,0) \text{ (m/s)} = 13,0\text{m/s}$

3. REGRA PRÁTICA

Para obtermos o módulo da velocidade escalar relativa entre dois corpos A e B, utilizamos a seguinte regra prática, que decorre imediatamente da definição de velocidade escalar relativa:

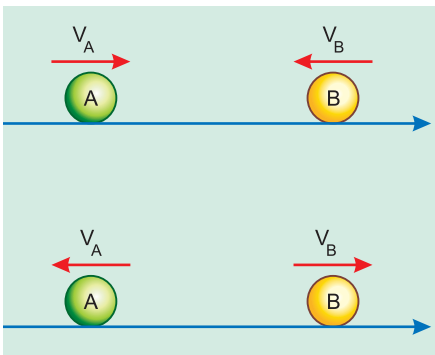
a) Quando os móveis caminham no mesmo sentido, o módulo da velocidade escalar relativa é dado pelo módulo da diferença entre os módulos das velocidades escalares de A e B:



$$|V_{rel}| = |V_A| - |V_B|$$

(Com  $|V_A| > |V_B|$ )

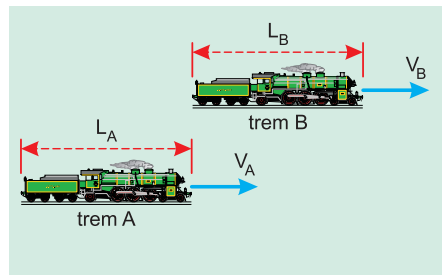
b) Quando os móveis caminham em sentidos opostos, o módulo da velocidade escalar relativa é dado pela soma dos módulos das velocidades escalares de A e B:



$$|V_{rel}| = |V_A| + |V_B|$$

4. APLICAÇÃO

Para calcularmos o tempo gasto por um trem A para ultrapassar um trem B no caso em que os movimentos são uniformes e as trajetórias são retas paralelas, procedemos da seguinte forma:



I) O trem B é suposto em repouso, isto é, tomado como referencial e o trem A se move com a velocidade relativa:  $V_{AB} = V_A - V_B$ .

II) A distância a ser percorrida para a ultrapassagem, no movimento relativo, é a soma dos comprimentos dos trens:

$$V_{AB} = V_A - V_B = \frac{L_A + L_B}{\Delta t_u}$$

$$\Delta t_u = \frac{L_A + L_B}{V_A - V_B}$$

III) Se os trens A e B se moverem em sentidos opostos com velocidades com módulos iguais a  $V_A$  e  $V_B$ , o tempo de cruzamento entre eles será dado por:

$$\Delta t_c = \frac{L_A + L_B}{V_A + V_B}$$





### 1. DEFINIÇÃO

Um movimento é chamado **uniformemente variado** quando a relação espaço-tempo é do 2º grau, isto é, da forma:

$$s = A + Bt + Ct^2$$

em que A, B e C são parâmetros constantes, com  $C \neq 0$ .

### 2. PARÂMETRO A

Para  $t = 0$  (origem dos tempos), temos  $s_0 = A$  e, portanto, o parâmetro A representa o espaço inicial.

$$A = s_0$$

### 3. PARÂMETRO B

A velocidade escalar V é dada por:

$$V = \frac{ds}{dt} = B + 2Ct$$

Para  $t = 0$  (origem dos tempos), temos  $V_0 = B$  e, portanto, o parâmetro B representa a velocidade escalar inicial.

$$B = V_0$$

### 4. PARÂMETRO C

A aceleração escalar  $\gamma$  é dada por:

$$\gamma = \frac{dV}{dt} = 2C$$

$$C = \frac{\gamma}{2}$$

O parâmetro C representa metade da aceleração escalar.

### 5. PROPRIEDADES DO MUV

- Equação horária dos espaços:

$$s = s_0 + V_0t + \frac{\gamma}{2} t^2$$

ou

$$\Delta s = V_0t + \frac{\gamma}{2} t^2$$

- Equação horária das velocidades:

$$V = V_0 + \gamma t$$

- A aceleração escalar média é igual à aceleração escalar instantânea, é constante e diferente de zero:

$$\gamma_m = \gamma = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \text{constante} \neq 0$$

- Equação de Torricelli:

$$V^2 = V_0^2 + 2\gamma\Delta s$$

- A velocidade escalar média pode ser calculada pela média aritmética entre a velocidade escalar inicial ( $V_0$ ) e a velocidade escalar final (V):

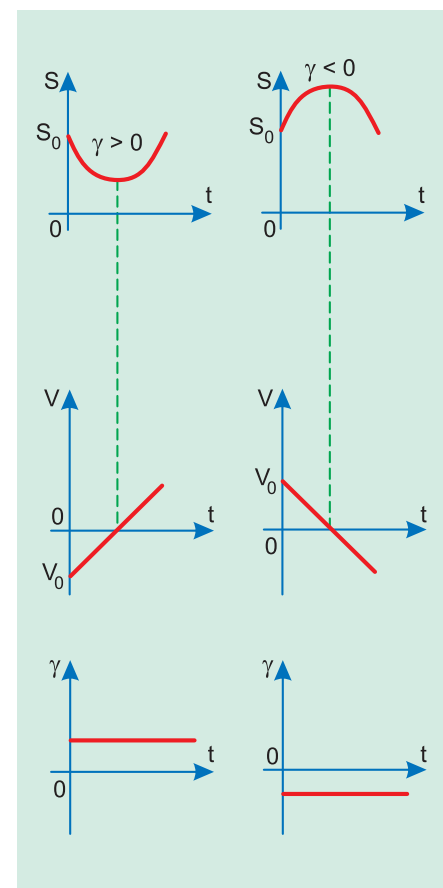
$$V_m = \frac{V_0 + V}{2}$$

- Os deslocamentos escalares, em intervalos de tempo sucessivos e iguais, variam em progressão aritmética.

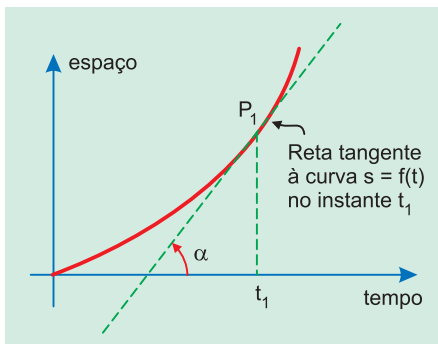
6. A denominação **uniformemente variado** deriva do fato de a velocidade escalar ser variável (movimento variado), porém com aceleração escalar constante, isto é, a velocidade escalar varia, porém de uma maneira uniforme (em uma taxa constante).

7. Podemos ter movimento uniformemente variado em qualquer trajetória.

8. Gráficos do movimento uniformemente variado:



1. GRÁFICO ESPAÇO X TEMPO

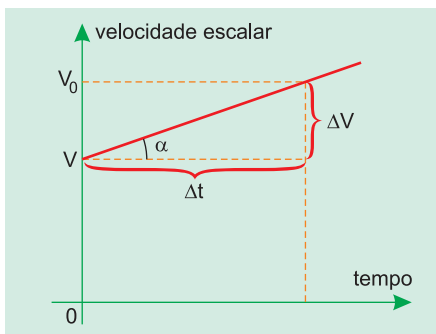


$$\text{tg } \alpha = \frac{N}{\left(\frac{ds}{dt}\right) t_1} = V_1$$

A declividade da reta tangente à curva  $s = f(t)$ , em um instante  $t_1$ , mede a velocidade escalar no instante  $t_1$ .

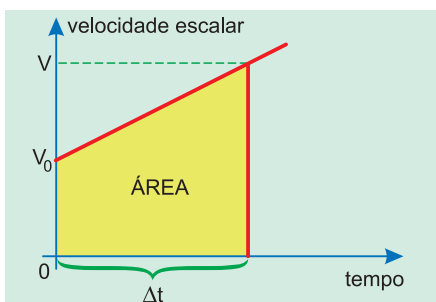
2. GRÁFICO VELOCIDADE ESCALAR X TEMPO

**Propriedade I**  
A declividade da reta  $V = f(t)$  mede a aceleração escalar.



$$\text{tg } \alpha = \frac{N}{\frac{\Delta V}{\Delta t}} = \gamma$$

**Propriedade II**  
A área sob o gráfico velocidade escalar x tempo mede a variação de espaço  $\Delta s$ .

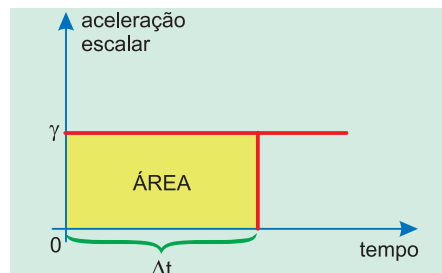


$$\text{Área } (V \times t) = \frac{N}{2} \frac{(V + V_0)}{\Delta t} \Delta t$$

$$\text{Área } (V \times t) = \frac{N}{2} V_m \Delta t = \frac{\Delta s}{\Delta t} \cdot \Delta t$$

$$\text{Área } (V \times t) = \frac{N}{2} \Delta s$$

3. GRÁFICO ACELERAÇÃO ESCALAR X TEMPO



A área sob o gráfico aceleração escalar x tempo mede a variação de velocidade escalar  $\Delta V$ .

$$\text{Área } (\gamma \times t) = \frac{N}{2} \gamma \cdot \Delta t = \frac{\Delta V}{\Delta t} \cdot \Delta t$$

$$\text{Área } (\gamma \times t) = \frac{N}{2} \Delta V$$

1. QUEDA LIVRE

Um corpo é dito em **queda livre** quando está sob ação exclusiva da gravidade terrestre (ou da gravidade de outro corpo celeste).

Foi Galileu quem estudou corretamente, pela primeira vez, a queda livre dos corpos.

Galileu concluiu que todos os corpos em queda livre, isto é, livres do efeito da resistência do ar, têm uma propriedade comum:

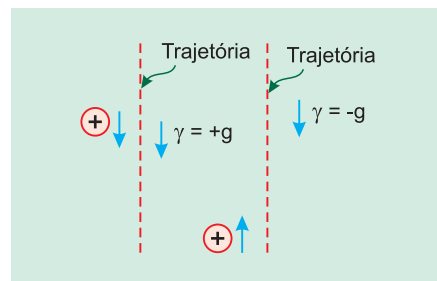
**CORPOS EM QUEDA LIVRE TÊM A MESMA ACELERAÇÃO, QUAISQUER QUE SEJAM SUAS MASSAS.**

Esta aceleração de queda livre é denominada **ACELERAÇÃO DA GRAVIDADE** e, nas proximidades da Terra, é suposta constante e com intensidade  $g = 9,8\text{m/s}^2$ , valor este que, comumente, é aproximado para  $g = 10\text{m/s}^2$ .

Na realidade, a aceleração da gravidade, embora seja independente da massa do corpo em queda livre, varia com o local, dependendo da latitude e da altitude do lugar.

Se o corpo em queda livre tiver uma **trajetória retilínea**, seu movimento será **uniformemente va-**

**riado**; neste caso, a aceleração escalar do corpo será constante e valerá  $\gamma = +g$ , se a trajetória for orientada para baixo, ou  $\gamma = -g$ , se a trajetória for orientada para cima.

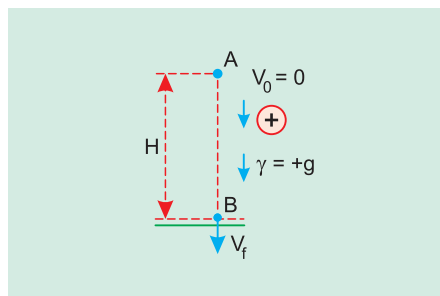


## 2. TEMPO DE QUEDA E VELOCIDADE ESCALAR FINAL

Em um local onde o efeito do ar é desprezível e a aceleração da gravidade é constante e com intensidade **g**, um corpo é abandonado a partir do **repouso** de uma altura **H** acima do solo.

Calculemos o tempo de queda e o módulo da velocidade do corpo ao atingir o solo.

Sendo o movimento uniformemente variado, tem-se:



$$1) \Delta s = V_0 t + \frac{\gamma}{2} t^2$$

$$H = 0 + \frac{g}{2} t_Q^2$$

$$t_Q^2 = \frac{2H}{g} \Rightarrow t_Q = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

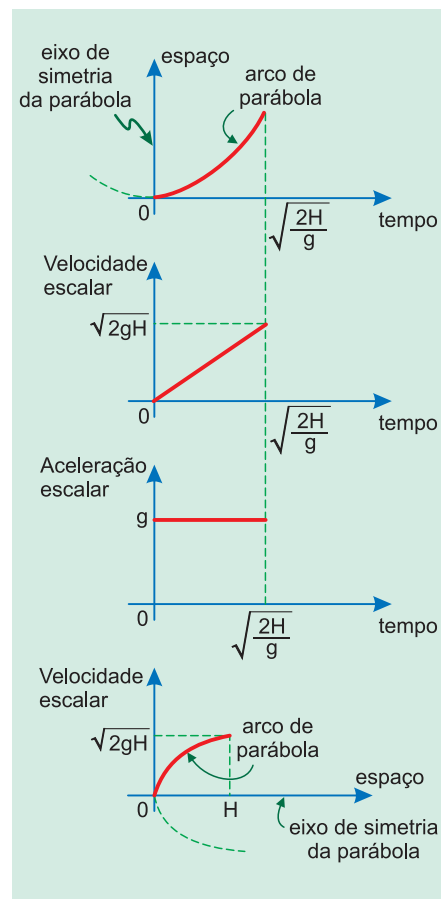
$$2) V^2 = V_0^2 + 2 \gamma \Delta s$$

$$V_f^2 = 0 + 2gH$$

$$V_f = \sqrt{2gH}$$

## 3. GRÁFICOS CARTESIANOS

Para a trajetória orientada para baixo, os gráficos do movimento de queda livre, a partir do repouso e da origem dos espaços, estão representados a seguir:

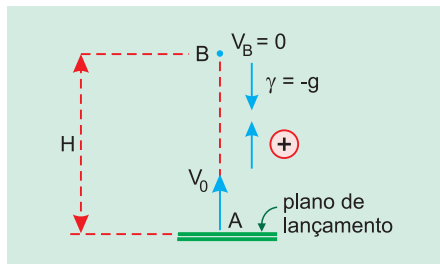


## MÓDULO 16

## Lançamento Vertical para Cima

Em um local onde o efeito do ar é desprezível e a aceleração da gravidade é constante e com módulo igual a **g**, um projétil é lançado verticalmente para cima com velocidade de módulo igual a **V<sub>0</sub>**.

Estudemos as propriedades associadas a este movimento:



1) O movimento do projétil é uniformemente variado porque a aceleração escalar é constante e diferente de zero.

2) Orientando-se a trajetória para cima, a aceleração escalar vale **-g** tanto na subida e na descida, como no ponto mais alto da trajetória.

3) A partir do ponto mais alto da trajetória, o projétil inverte o sentido de seu movimento e, portanto, sua **velocidade é nula no ponto mais alto** (ponto de inversão).

4) O **tempo de subida** do projétil é calculado como se segue:

$$V = V_0 + \gamma t$$

$$t = t_s \Leftrightarrow V = 0$$

$$0 = V_0 - g t_s \Leftrightarrow t_s = \frac{V_0}{g}$$

5) **A velocidade escalar de retorno** ao solo é calculada como se segue:

$$V^2 = V_0^2 + 2 \gamma \Delta s$$

$$V = V_r \Leftrightarrow \Delta s = 0$$

$$V_r^2 = V_0^2 \Rightarrow V_r = -V_0$$

6) O **tempo de queda** do projétil é calculado como se segue:

$$V = V'_0 + \gamma t$$

$$t = t_q \Leftrightarrow V = V_r = -V_0$$

$$-V_0 = 0 - g t_q \Rightarrow t_q = \frac{V_0}{g}$$

Portanto, concluímos que:

**O TEMPO DE SUBIDA É IGUAL AO TEMPO DE QUEDA.**

7) A altura máxima atingida pelo projétil é calculada como se segue:

$$V^2 = V_0^2 + 2 \gamma \Delta s$$

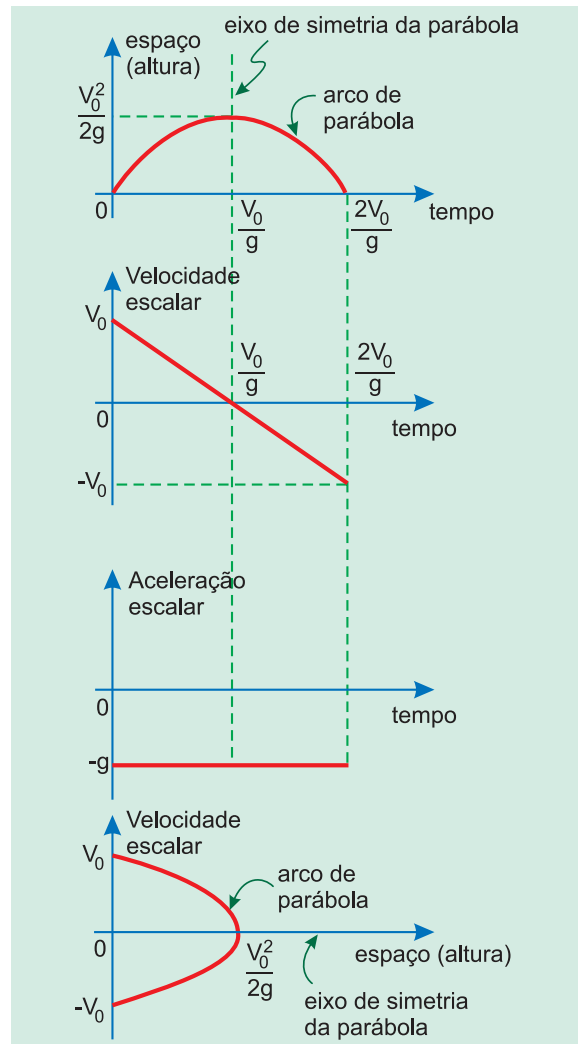
$$\Delta s = H \Leftrightarrow V = 0$$

$$0 = V_0^2 + 2(-g)H \Rightarrow H = \frac{V_0^2}{2g}$$

8) Na subida, o movimento é progressivo e retardado ( $V > 0$  e  $\gamma < 0$ ); na descida, o movimento é retrógrado e acelerado ( $V < 0$  e  $\gamma < 0$ ). Observe que, durante todo o movimento (subida e descida), a trajetória é sempre orientada para cima.

**9) Gráficos cartesianos**

Para a trajetória orientada para cima e o móvel partindo da origem dos espaços, os gráficos do movimento de lançamento vertical estão representados a seguir:



**MÓDULO 17**

**Vetores I**

**1. GRANDEZAS ESCALARES E VETORIAIS**

As grandezas físicas podem ser classificadas em dois grupos: as grandezas **escalares** e as grandezas **vetoriais**.

Uma grandeza é **escalar** quando tem apenas intensidade, isto é, fica perfeitamente definida e caracterizada pelo seu valor numérico, definido por um número real e uma unidade.

Ex.: comprimento, área, volume, densidade, massa, tempo, energia, pressão, potência etc.

Assim, quando dizemos que a massa de uma pessoa vale 50kg, esgotamos o assunto, não cabendo mais nenhuma indagação sobre a massa.

Uma grandeza é **vetorial** quando exige, para sua completa caracte-

terização, além de sua intensidade, a sua orientação, isto é, a sua direção e sentido. Ex.: velocidade ( $\vec{V}$ ), aceleração ( $\vec{a}$ ), força ( $\vec{F}$ ), impulso ( $\vec{I}$ ), quantidade de movimento ( $\vec{Q}$ ), vetor campo elétrico ( $\vec{E}$ ), vetor indução magnética ( $\vec{B}$ ).

Para caracterizar o efeito da aceleração da gravidade, por exemplo, devemos informar que sua intensidade vale  $9,8 \text{ m/s}^2$ , sua direção é vertical e seu sentido é dirigido para baixo.

**Nota:** É fundamental a distinção entre direção e sentido.

**Direção é a propriedade comum a retas paralelas**, isto é, retas paralelas têm a mesma direção.

**O sentido é a orientação sobre uma direção.**

Assim, falamos em: direção vertical, sentido para baixo ou para cima; direção horizontal, sentido para direita ou para esquerda.

Dois carros em uma mesma rua reta, vindo um de encontro ao outro, caminham na **mesma direção** e com **sentidos opostos**.

**2. ASPECTO ESCALAR E VETORIAL**

Existem grandezas físicas, como a velocidade e a aceleração, que, conforme o estudo que se faça, interessa serem observadas em seu aspecto escalar ou em seu aspecto vetorial.

Quando o movimento é estudado independentemente da trajetória, não há envolvimento do conceito de dire-

ção e, então, é relevante apenas o aspecto escalar e falamos em velocidade escalar ( $V$ ) e aceleração escalar ( $\gamma$ ).

Quando a trajetória é relevante em nosso estudo, o conceito de direção torna-se fundamental e, então, destacamos o aspecto vetorial e falamos em velocidade vetorial ( $\vec{V}$ ) e aceleração vetorial ( $\vec{a}$ ).

Já adiantamos que a velocidade vetorial ( $\vec{V}$ ) e a velocidade escalar ( $V$ ) têm valores instantâneos com intensidades iguais ( $|\vec{V}| = |V|$ ), porém a aceleração vetorial ( $\vec{a}$ ) e a aceleração escalar ( $\gamma$ ) somente terão valores instantâneos com intensidades iguais ( $|\vec{a}| = |\gamma|$ ) quando a trajetória for retilínea ou quando a velocidade for nula ou ainda no ponto de inflexão de uma trajetória curva.

### 3. VETORES

Para estudar as grandezas escalares, usamos o conjunto dos números.

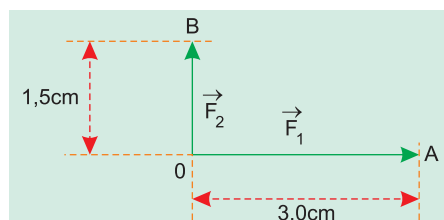
Para estudar as grandezas vetoriais, necessitamos de outro conjunto cujos elementos envolvam os conceitos de módulo (ou valor numérico), direção e sentido. Tais elementos são chamados de vetores.

Assim, **um vetor é uma associação de três atributos: módulo, direção e sentido.**

**Dois vetores são iguais quando tiverem o mesmo módulo, a mesma direção e o mesmo sentido.**

**Um vetor é constante quando tiver módulo constante, direção constante e sentido constante.**

O vetor é simbolizado geometricamente por um segmento de reta orientado; a direção e o sentido do segmento orientado são os mesmos da grandeza vetorial, e a medida do segmento orientado é proporcional à intensidade da grandeza vetorial.



$\vec{F}_1$ : força horizontal dirigida para a direita.

$\vec{F}_2$ : força vertical dirigida para cima.

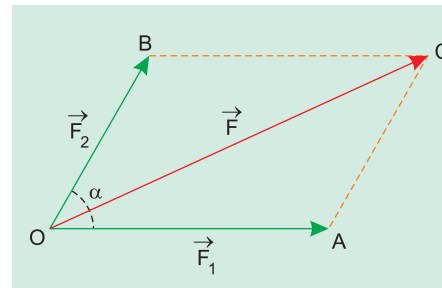
$$|\vec{F}_1| = 2 |\vec{F}_2|$$

### 4. SOMA DE VETORES

Consideremos duas grandezas vetoriais representadas pelos vetores  $\vec{F}_1$  e  $\vec{F}_2$ .

Para somar as grandezas vetoriais, devemos somar os vetores  $\vec{F}_1$  e  $\vec{F}_2$  e obter o vetor soma ou resultante  $\vec{F}$ .

A soma de vetores é feita pela regra do paralelogramo e o vetor soma ou resultante tem módulo calculado pela aplicação da lei dos cossenos no triângulo OAC, da figura adiante.



$$|\vec{F}| = \sqrt{|\vec{F}_1|^2 + |\vec{F}_2|^2 + 2 |\vec{F}_1| |\vec{F}_2| \cos \alpha}$$

Em particular:

- Quando  $\alpha = 0$ , temos:

$|\vec{F}| = |\vec{F}_1| + |\vec{F}_2|$  e o vetor resultante tem módulo máximo.

- Quando  $\alpha = 180^\circ$ , temos:

$|\vec{F}| = |\vec{F}_1| - |\vec{F}_2|$ , supondo  $|\vec{F}_1| > |\vec{F}_2|$ , e o vetor resultante tem módulo mínimo.

- Quando  $\alpha = 90^\circ$ , o cálculo de  $|\vec{F}|$  recai no Teorema de Pitágoras.

Do exposto, concluímos que, para qualquer valor de  $\alpha$ , com  $|\vec{F}_1| > |\vec{F}_2|$ , temos:

$$|\vec{F}_1| - |\vec{F}_2| \leq |\vec{F}| \leq |\vec{F}_1| + |\vec{F}_2|$$

### Exemplificando

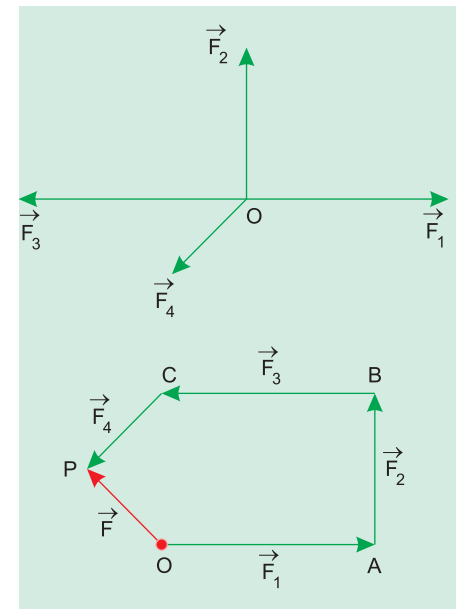
Se  $|\vec{F}_1| = 10,0\text{N}$  e  $|\vec{F}_2| = 8,0\text{N}$ , então:

$$2,0\text{N} \leq |\vec{F}| \leq 18,0\text{N}$$

### 5. SOMA DE n VETORES

Para somarmos vários vetores, é mais simples usar a regra do polígono.

Escolhemos um ponto qualquer (O) para começar o polígono. A partir de O, colocamos o vetor que representa  $\vec{F}_1$ ; a partir da extremidade A desse vetor, colocamos o vetor que representa  $\vec{F}_2$ ; a partir da extremidade B desse vetor, colocamos o vetor que representa  $\vec{F}_3$ ; e assim sucessivamente. O vetor soma é o vetor que fecha o polígono, isto é, sua origem é o ponto O e sua extremidade é a extremidade do último vetor representado.



$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4$$

### 6. SOMA NULA

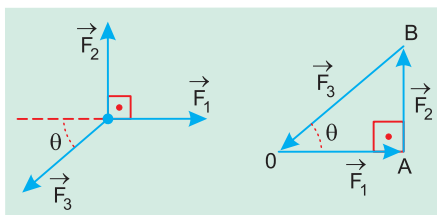
Consideremos  $n$  vetores  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots, \vec{F}_n$  cuja soma seja nula.

Se usarmos o método do polígono, a condição de **soma nula** implica que o **polígono de vetores** seja **fechado**.

Um caso importante, na Estática, é a condição de equilíbrio de um

ponto material: a soma de todas as forças atuantes é nula e, por isso, o polígono de forças deve ser fechado.

Para o caso particular de três forças, com direções diferentes, teremos, por exemplo:



Observe que: **para o equilíbrio de um ponto material sob ação de três forças, a condição de polígono de forças fechado (triângulo) implica que as três forças sejam coplanares.**

## MÓDULO 18

## Vetores II

### 1. PRODUTO DE UM ESCALAR POR UM VETOR

Consideremos uma grandeza escalar  $e$  e uma grandeza vetorial  $\vec{V}$ .

O produto  $e\vec{V}$  tem como resultado uma grandeza vetorial  $\vec{G} = e\vec{V}$  com as seguintes características:

- $|\vec{G}| = |e| \cdot |\vec{V}|$
- **direção:** a mesma de  $\vec{V}$
- **sentido:** depende do sinal de  $e$ :  
 $e > 0$ : mesmo sentido de  $\vec{V}$   
 $e < 0$ : sentido oposto ao de  $\vec{V}$

### 2. VETOR OPOSTO

**Dois vetores são opostos quando têm mesmo módulo, mesma direção e sentidos opostos.**

A soma de vetores opostos é o vetor nulo ( $\vec{0}$ ).

O vetor  $-\vec{V}_1$  é o vetor oposto de  $\vec{V}_1$ , isto é, o vetor  $-\vec{V}_1$  é o produto de  $\vec{V}_1$  por  $-1$ .

É usual representarmos um vetor indicando sua extremidade e sua origem, como se segue:

$$\vec{V}_1 = \vec{OA} = A - O$$

$$-\vec{V}_1 = \vec{OB} = B - O$$



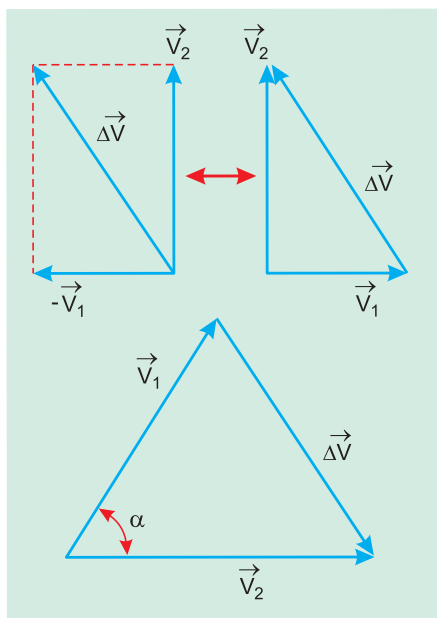
### 3. DIFERENÇA DE VETORES

A diferença de vetores  $\vec{V}_2 - \vec{V}_1$  pode ser transformada em uma soma:  $\vec{V}_2 + (-\vec{V}_1)$ , isto é, para subtrairmos

um vetor  $\vec{V}_1$  de um vetor  $\vec{V}_2$ , basta somarmos  $\vec{V}_2$  com o oposto de  $\vec{V}_1$ .

$$\Delta\vec{V} = \vec{V}_2 - \vec{V}_1 = \vec{V}_2 + (-\vec{V}_1)$$

Representando  $\vec{V}_2$  e  $\vec{V}_1$  com a mesma origem, o vetor  $\Delta\vec{V} = \vec{V}_2 - \vec{V}_1$  é representado, geometricamente, pelo segmento orientado que vai da extremidade do segmento orientado de  $\vec{V}_1$  para a extremidade do segmento orientado de  $\vec{V}_2$ , como ilustra a figura:

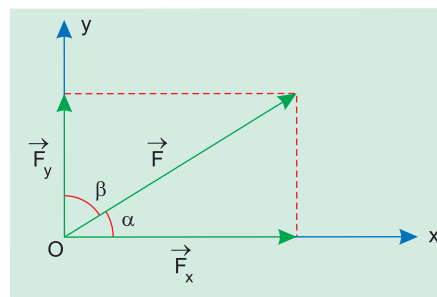


Para  $\vec{V}_1$  e  $\vec{V}_2$ , formando um ângulo  $\alpha$  genérico e aplicando a lei dos cossenos, obtemos o módulo de  $\Delta\vec{V}$ .

$$|\Delta\vec{V}|^2 = |\vec{V}_1|^2 + |\vec{V}_2|^2 - 2|\vec{V}_1||\vec{V}_2|\cos\alpha$$

### 4. DECOMPOSIÇÃO DE UM VETOR EM DUAS DIREÇÕES PERPENDICULARES

Seja o vetor  $\vec{F}$  inclinado de  $\alpha$  em relação ao eixo Ox e inclinado de  $\beta$  em relação ao eixo Oy.



$\vec{F}_x =$  componente de  $\vec{F}$  segundo Ox.

$\vec{F}_y =$  componente de  $\vec{F}$  segundo Oy.

Da figura, temos:

$$\sin\alpha = \frac{F_y}{F}; \cos\alpha = \frac{F_x}{F}$$

$$\sin\beta = \frac{F_x}{F}; \cos\beta = \frac{F_y}{F}$$

Portanto:

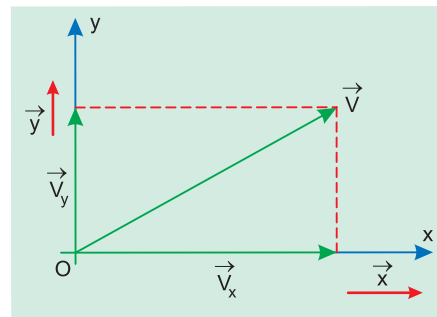
$$F_x = F \cos\alpha = F \sin\beta$$

$$F_y = F \cos\beta = F \sin\alpha$$

$$F^2 = F_x^2 + F_y^2$$

### 5. VERSOR

Denomina-se **versor** um vetor unitário (módulo igual à unidade) usado para definir uma direção e sentido.



$\vec{x} =$  versor do eixo Ox

$\vec{y} =$  versor do eixo Oy

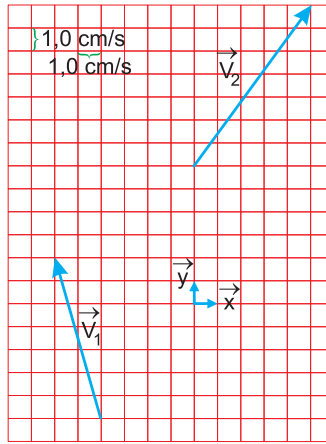
O vetor  $\vec{V}$  pode ser representado como se segue:

$$\vec{V} = \vec{V}_x + \vec{V}_y = V_x \vec{x} + V_y \vec{y}$$

O módulo de  $\vec{V}$  é obtido por Pitágoras:

$$|\vec{V}|^2 = V_x^2 + V_y^2$$

O uso de versores é útil no caso de soma ou subtração de vetores.



A título de exemplo, consideremos os vetores  $\vec{V}_1$  e  $\vec{V}_2$  indicados em escala, na figura acima.

Adotando os versores  $\vec{x}$  e  $\vec{y}$  assinalados, temos:

$$\vec{V}_2 = 5,0 \vec{x} + 7,0 \vec{y} \quad (\text{cm/s})$$

$$\vec{V}_1 = -2,0 \vec{x} + 7,0 \vec{y} \quad (\text{cm/s})$$

$$\vec{V}_2 + \vec{V}_1 = 3,0 \vec{x} + 14,0 \vec{y} \quad (\text{cm/s})$$

$$\vec{V}_2 - \vec{V}_1 = 7,0 \vec{x} \quad (\text{cm/s})$$

## MÓDULO 19 Cinemática Vetorial I

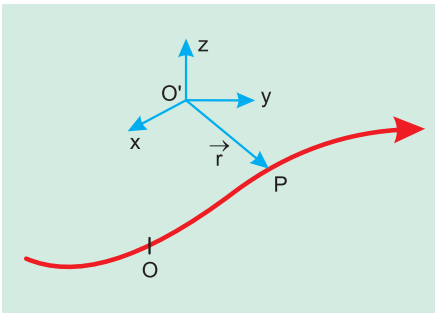
### 1. CONSIDERAÇÕES GERAIS

Na Cinemática Escalar, a **posição** (s), a **velocidade** (V) e a **aceleração** (γ) eram abordadas em seu aspecto escalar, isto é, sem envolvimento do conceito de direção e, portanto, sem preocupação com a forma da trajetória.

Na Cinemática Vetorial, os conceitos de **posição**, **velocidade** e **aceleração** serão abordados sob um prisma vetorial, isto é, com envolvimento das noções de **direção** e **sentido** e, portanto, torna-se relevante saber se a trajetória é **reta** ou **curva**.

### 2. POSIÇÃO

Na Cinemática Vetorial, a **posição** é definida por um vetor, chamado **vetor posição**, cuja origem é um ponto fixo O' (origem do sistema de coordenadas cartesianas) e a extremidade é a **posição** P do móvel.



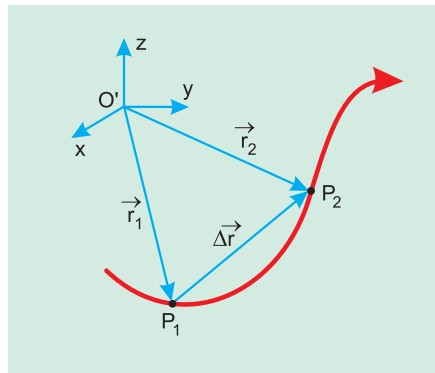
$$\vec{r} = \vec{O'P} = \text{vetor posição}$$

CINEMÁTICA VETORIAL

### 3. DESLOCAMENTO

Na Cinemática Vetorial, a **variação de posição** é medida por um vetor que tem como origem a **posição inicial** (P<sub>1</sub>) e como extremidade a **posição final** (P<sub>2</sub>).

Tal vetor P<sub>1</sub> P<sub>2</sub> é chamado de **vetor deslocamento** ou **deslocamento vetorial**.



DESLOCAMENTO VETORIAL

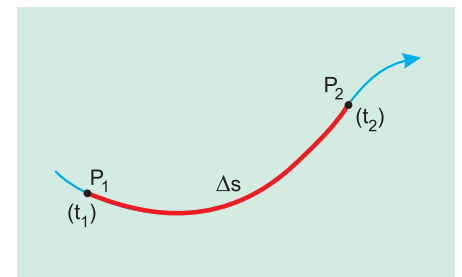
$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

### 4. VELOCIDADE

#### □ Velocidade média

A **velocidade escalar média** é dada pela razão entre a **variação de espaço** (Δs) e o intervalo de tempo gasto:

$$V_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

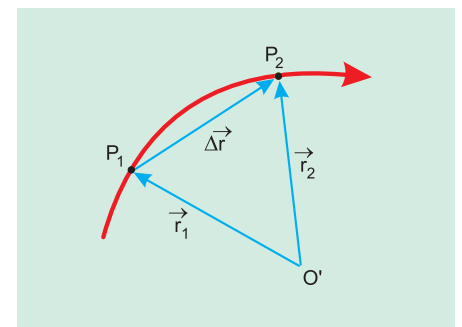


$$V_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$$

CINEMÁTICA ESCALAR

A **velocidade vetorial média** é dada pela razão entre o **vetor deslocamento** (Δr) e o intervalo de tempo gasto:

$$\vec{V}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$



$$\vec{V}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1}$$

CINEMÁTICA VETORIAL

## Notas

### Trajétória reta:

$$|\Delta s| = |\Delta \vec{r}| \Leftrightarrow |\vec{V}_m| = |\vec{V}|$$

### Trajétória curva:

$$|\Delta s| > |\Delta \vec{r}| \Leftrightarrow |\vec{V}_m| > |\vec{V}|$$

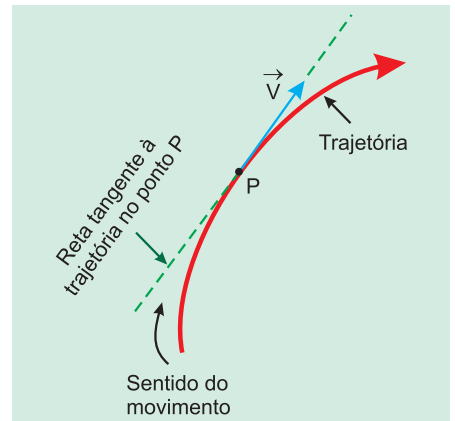
### ❑ Velocidade instantânea

A velocidade vetorial instantânea ( $\vec{V}$ ) e a velocidade es-

calar instantânea ( $V$ ) têm intensidades iguais.

$$|\vec{V}| = |V|$$

- A velocidade vetorial tem direção sempre tangente à trajetória.
- A velocidade vetorial tem o mesmo sentido do movimento do corpo.



## MÓDULO 20

## Cinemática Vetorial II

### ACELERAÇÃO

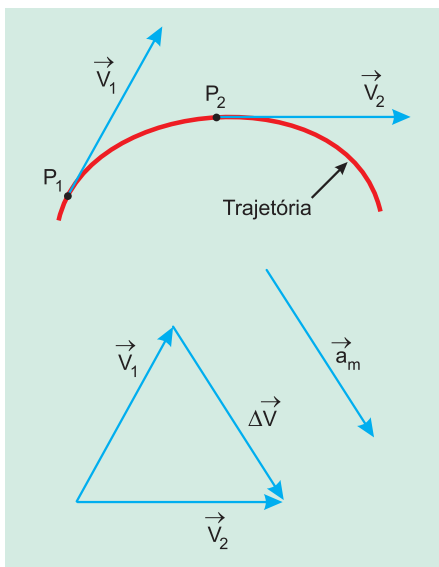
### ❑ Aceleração média

A **aceleração escalar média** é dada pela razão entre a variação de velocidade escalar ( $\Delta V$ ) e o intervalo de tempo gasto.

$$\gamma_m = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

A **aceleração vetorial média** é dada pela razão entre a variação da velocidade vetorial ( $\Delta \vec{V}$ ) e o intervalo de tempo gasto.

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t}$$



Como  $\Delta t$  é escalar e positivo, então  $\vec{a}_m$  terá a mesma direção e sentido de  $\Delta \vec{V}$ .

### ❑ Aceleração vetorial instantânea

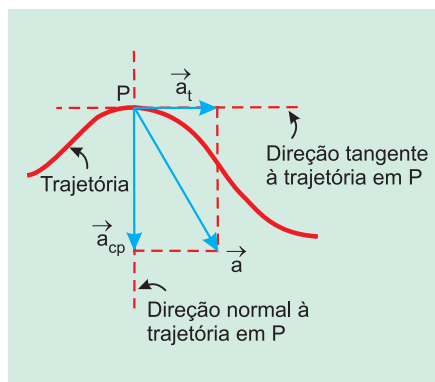
#### • Definição

É o limite para o qual tende a aceleração vetorial média ( $\vec{a}_m$ ) quando o intervalo de tempo considerado ( $\Delta t$ ) tende a zero.

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \vec{a}_m$$

#### • Componentes da aceleração vetorial

Para um caso genérico de movimento curvo e variado, a aceleração vetorial admite uma componente na direção da tangente à trajetória,  $\vec{a}_t$ , e uma componente na direção da normal à trajetória,  $\vec{a}_{cp}$ .



$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_{cp}$$

$$|\vec{a}|^2 = |\vec{a}_t|^2 + |\vec{a}_{cp}|^2$$

Estudemos separadamente as componentes da aceleração vetorial.

#### • Componente tangencial

$$\vec{a}_t$$

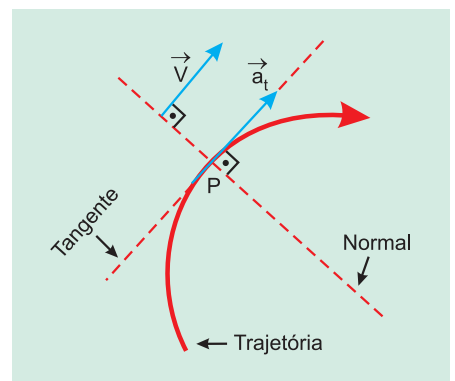
A componente tangencial está ligada à variação da **intensidade** da velocidade vetorial.

Ela é **nula** nos **movimentos uniformes** e está **presente** nos **movimentos variados**, não importando a trajetória.

Sua direção é a mesma da velocidade vetorial e o seu sentido **concorda** com o da **velocidade** nos **movimentos acelerados** e é **oposto** ao da **velocidade** nos **movimentos retardados**.

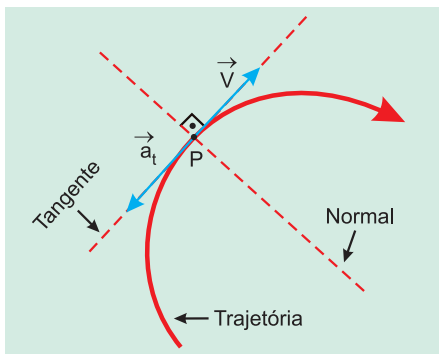
Sua intensidade é igual ao valor absoluto da aceleração escalar:

$$|\vec{a}_t| = |\gamma|$$



### MOVIMENTO ACELERADO





**MOVIMENTO RETARDADO**

• **Componente centrípeta  $\vec{a}_{cp}$**

A componente centrípeta está ligada à **variação de direção da velocidade vetorial**.

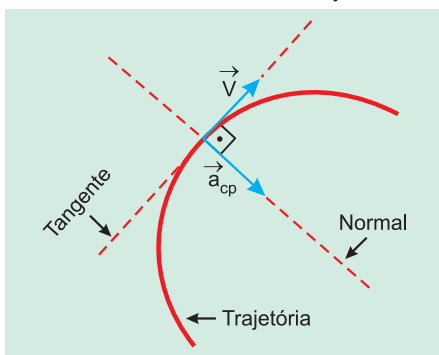
Ela é **nula** nos **movimentos retilíneos** e está **presente** nos **movimentos curvos**.

Sua direção é normal à velocidade vetorial e **o seu sentido** é sempre dirigido para o interior da curva, isto é, **para o centro da trajetória**.

Sua intensidade é dada por:

$$|\vec{a}_{cp}| = \frac{V^2}{R}$$

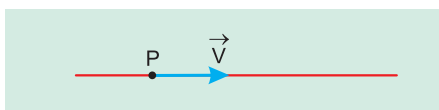
em que V é a velocidade escalar e R é o raio de curvatura da trajetória.



**MOVIMENTO CURVO**

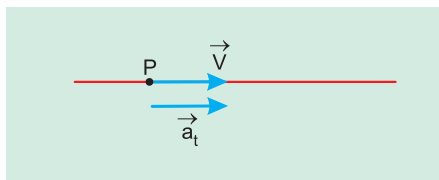
□ **Estudo vetorial de alguns movimentos**

• **Movimento retilíneo e uniforme**



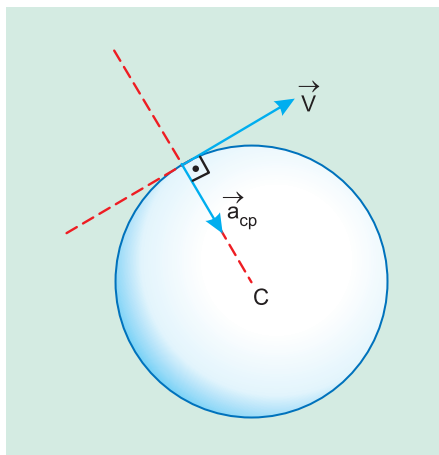
$$\vec{V} = \text{constante} \Rightarrow \vec{a} = \vec{0}$$

• **Movimento retilíneo e variado**



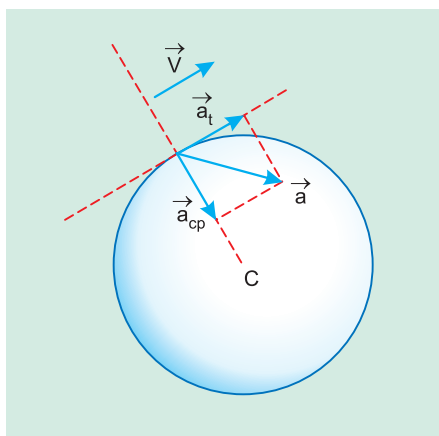
$$\vec{a}_t \neq \vec{0} \text{ e } \vec{a}_{cp} = \vec{0}$$

• **Movimento circular e uniforme**



$$\vec{a}_t = \vec{0} \text{ e } \vec{a}_{cp} \neq \vec{0}$$

• **Movimento circular e variado**



$$\vec{a}_t \neq \vec{0} \text{ e } \vec{a}_{cp} \neq \vec{0}$$

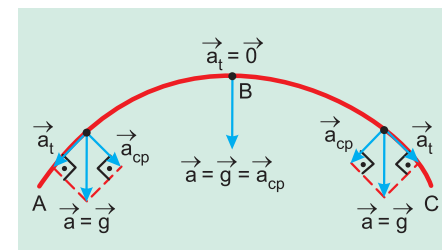
• **Movimento de um projétil**

Um projétil, sob ação exclusiva da aceleração da gravidade, suposta constante, pode ter dois tipos de movimento:

a) O projétil é abandonado do repouso, de uma certa altura acima do solo, ou lançado verticalmente para cima ou para baixo: o movimento será **retilíneo e uniformemente variado**.

b) O projétil é lançado em uma direção não vertical: neste caso, a trajetória terá a forma de um **arco de parábola e o movimento não é uniformemente variado**.

A aceleração vetorial  $\vec{a}$ , neste movimento, chamado **balístico**, é constante e tem uma componente tangencial e uma componente centrípeta, ambas variáveis em intensidade e direção. No ponto mais alto da trajetória, a componente tangencial da aceleração vetorial se anula e a componente centrípeta é igual à aceleração da gravidade.



$$\vec{a} = \vec{g} = \vec{a}_t + \vec{a}_{cp}$$

Observemos que  $\vec{a}_t$  e  $\vec{a}_{cp}$  variam em intensidade e direção e a soma  $\vec{a}_t + \vec{a}_{cp} = \vec{g}$  permanece constante.

□ **Estados cinemáticos com aceleração vetorial constante**

(1)  $\vec{a} = \vec{0}$  { • Repouso  
• Movimento retilíneo uniforme

(2)  $\vec{a} \neq \vec{0}$  { • Movimento retilíneo uniformemente variado  
• Trajetória parabólica e não é MUV

## 1. TEMPERATURA

Num primeiro contato, entenderemos a **temperatura** como a grandeza que associamos a um corpo, para traduzir o estado de agitação das partículas que o constituem. Esse estado de agitação é definido pelo nível energético das partículas e constitui o estado térmico ou estado de aquecimento do corpo.

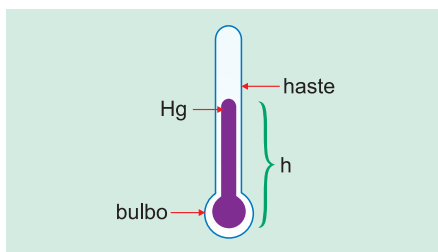
A medida desse nível energético (da temperatura) é feita de maneira indireta, através da medida de uma outra grandeza, característica de um determinado corpo e variável com a temperatura. Esta grandeza é chamada de **grandeza termométrica** e o corpo é o **termômetro**.

## 2. TERMÔMETRO

O **termômetro** é um dispositivo usado para a determinação de temperaturas.

Em todo termômetro encontramos uma substância, denominada **substância termométrica**, que tem pelo menos uma de suas propriedades físicas variando com a temperatura. Essa propriedade física, usada na determinação da temperatura, é a **grandeza termométrica**.

O mais conhecido dos termômetros é o de mercúrio.



A substância termométrica é o **mercúrio** e a grandeza termométrica é a **altura h** da coluna de mercúrio.

Estabelece-se uma relação entre a altura da coluna de mercúrio ( $h$ ) e sua temperatura, que é a mesma do corpo que está em contato com o bulbo desse termômetro.

Assim, para cada valor de  $h$ , existe uma única temperatura  $\theta$  associada. O conjunto dos pares  $(\theta, h)$  define uma função denominada **equação termométrica** (nome equivocado, pois trata-se de uma função e não de uma equação).

## 3. EQUAÇÃO TERMOMÉTRICA

A equação termométrica é uma expressão do tipo  $G = f(\theta)$ , que relaciona os valores da temperatura ( $\theta$ ) com os valores da grandeza termométrica ( $G$ ). Geralmente é uma função do 1º grau:

$$G = a + b \theta$$

em que  $a$  e  $b$  são constantes relativas a cada termômetro.

Geralmente, a grandeza termométrica é uma pressão, um volume ou um comprimento (altura de coluna).

## 4. ESCALAS TERMOMÉTRICAS

Uma **escala termométrica** é um conjunto de valores numéricos (de temperaturas), cada um associado a um determinado estado térmico preestabelecido.

As escalas mais conhecidas são:

### □ Escala Kelvin

A escala Kelvin, também denominada **escala absoluta** ou **escala termodinâmica**, foi obtida através do comportamento de um gás perfeito, quando, a volume constante, fez-se variar a pressão e a temperatura deste.

Para os pontos fixos denomina-

dos **zero absoluto** e **ponto triplo da água**, associamos 0K e 273,15K, respectivamente.

Devemos entender por **zero absoluto** o estado térmico teórico, no qual a velocidade das moléculas de um gás perfeito se reduziria a zero, isto é, cessaria o estado de agitação das moléculas.

O **ponto triplo da água** ocorre quando gelo, água e vapor de água coexistem em equilíbrio.

Ao ler-se uma temperatura nesta escala, deve-se omitir o termo "grau"; assim 25K lê-se "vinte e cinco Kelvin".

### □ Escala Celsius

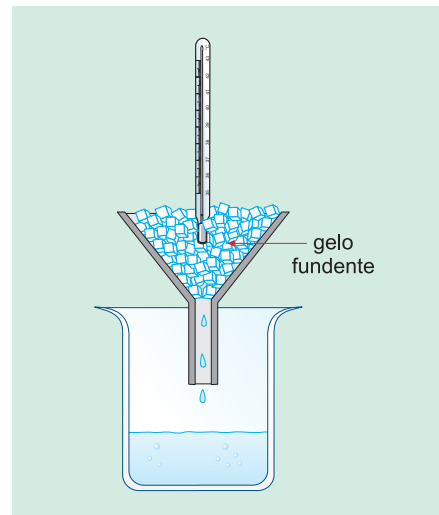
A escala Celsius é definida pela relação:

$$\theta (^{\circ}\text{C}) = T (\text{K}) - 273,15$$

Observe que uma variação de temperatura é expressa nas escalas Celsius e Kelvin pelo mesmo número:

$$\Delta\theta_c = \Delta T$$

No zero absoluto, essa escala assinalaria  $-273,15^{\circ}\text{C}$  e no ponto triplo da água, o valor  $0,01^{\circ}\text{C}$ .



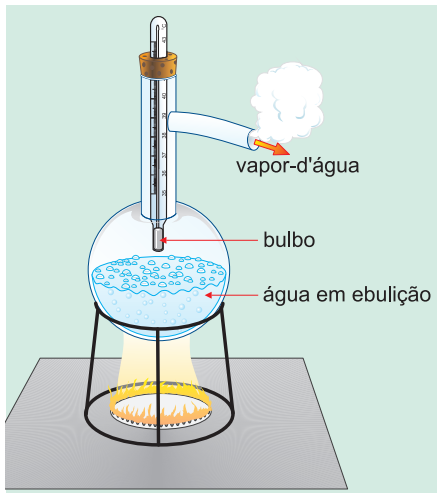
Até 1954 essa escala era definida convencionando-se 0°C e 100°C como as temperaturas associadas a dois **pontos fixos**, a saber:

**1º Ponto Fixo** (ou ponto do gelo):

Estado térmico do gelo fundente (equilíbrio gelo + água), sob pressão normal (0°C).

**2º Ponto Fixo** (ou ponto do vapor):

Estado térmico do vapor de água em ebulição, sob pressão normal (100°C).



A escala Celsius é usada, oficialmente, em vários países, entre os quais o Brasil.

### ❑ Escala Fahrenheit

Essa escala é usada, geralmente, nos países de língua inglesa.

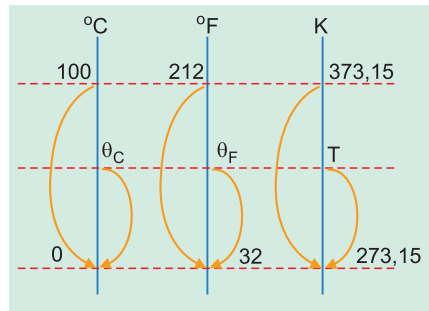
No ponto do gelo (1º PF), ela assinala 32°F e no ponto do vapor (2º PF), o valor 212°F, apresentando, assim, 180 divisões entre essas duas marcas.

	Kelvin	Celsius	Fahrenheit
Ponto de Vapor	373,15	100	212
Ponto de Gelo	273,15	0	32
Zero Absoluto	0	-273,15	

## 5. EQUAÇÃO DE CONVERSÃO

Uma **equação de conversão** é uma relação entre as temperaturas em duas escalas termométricas, tal que, sabendo-se o valor da temperatura numa escala, pode-se obter o correspondente valor na outra.

Assim, relacionando as três escalas citadas anteriormente, temos:



Do esquema, obtemos a equação de conversão entre essas escalas, em que faremos:

$$273,15 \cong 273 \quad \text{e} \quad 373,15 \cong 373$$

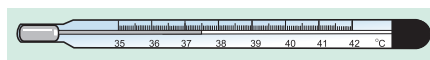
$$\frac{\theta_C - 0}{100 - 0} = \frac{\theta_F - 32}{212 - 32} = \frac{T - 273}{373 - 273}$$

Simplificando, temos:

$$\frac{\theta_C}{5} = \frac{\theta_F - 32}{9} = \frac{T - 273}{5}$$

## 6. TERMÔMETRO CLÍNICO

O **termômetro clínico** é um termômetro específico, utilizado para medir a temperatura do corpo humano. Ele utiliza o **mercúrio** como substância termométrica e sua graduação vai de 35°C a 42°C.



Além dos termômetros clínicos, os termômetros de uso geral, usados para medir temperaturas locais, utilizam o **mercúrio** como **substância termométrica** e a **altura da coluna** como **grandeza termométrica**.

A seguir encontramos quatro razões para utilizarmos o mercúrio como grandeza termométrica num termômetro:

**1.** O mercúrio se dilata de maneira uniforme com a variação de temperatura, apresentando-se no estado líquido de -38°C até 357°C, sob pressão normal. Observemos que a solidificação e a vaporização do mercúrio ocorrem em temperaturas que não fazem parte das temperaturas encontradas no nosso ambiente normal de vida.

**2.** O mercúrio é opaco, podendo ser observado facilmente em contraste com o vidro do termômetro, onde podemos estabelecer uma escala, facilitando a "leitura" da temperatura do corpo.

**3.** O mercúrio pode ser obtido com grande grau de pureza.

**4.** O mercúrio não "molha" o vidro, não deixando resíduos aderentes ao vidro. Portanto a massa de mercúrio utilizada no termômetro permanece constante, possibilitando maior precisão nas medidas obtidas.

A cor do mercúrio é prata. Os termômetros que possuem um líquido vermelho em seu interior utilizam álcool tingido com um corante como grandeza termométrica. Com o passar do tempo esse corante vai aderindo ao vidro, inutilizando o instrumento.



## 1. ENERGIA TÉRMICA

Todo corpo é formado de partículas. Essas partículas estão constantemente em agitação, provocada por uma energia nelas existente.

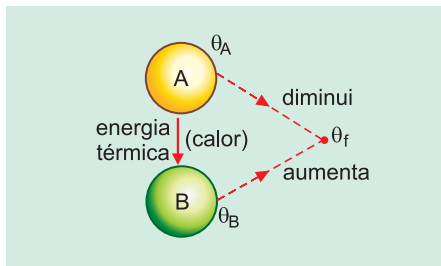
A **energia cinética média** associada a uma partícula é que determina seu **estado de agitação**, definindo a **temperatura do corpo**.

O somatório das energias de agitação das partículas é a **energia térmica** do corpo.

É importante notar que esse somatório de energias depende da energia de agitação de cada partícula (da temperatura) e do número de partículas que o corpo possui (da massa do corpo).

## 2. CALOR E EQUILÍBRIO TÉRMICO

Quando dois corpos em temperaturas diferentes são colocados em contato térmico, espontaneamente, há transferência de energia térmica do corpo de maior para o de menor temperatura. Dessa forma, a temperatura do “mais quente” diminui e do “mais frio” aumenta até que as duas se igualem. Nesse ponto cessa a troca de energia térmica. Dizemos que foi atingido o **equilíbrio térmico** e a temperatura comum é denominada **temperatura final de equilíbrio térmico**.



Observemos que a causa determinante da passagem de energia térmica de A para B foi a diferença de temperaturas e que, quando as tem-

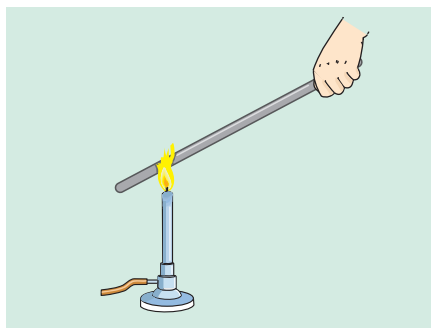
peraturas se igualaram, cessou a passagem de energia térmica.

A energia térmica que passa de A para B recebe, durante a passagem, a denominação de **calor**.

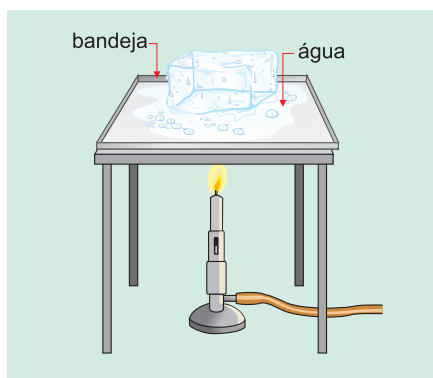
Portanto, **calor é energia térmica em trânsito de um corpo para outro, motivada por uma diferença de temperaturas existente entre eles**.

## 3. CALOR SENSÍVEL E CALOR LATENTE

Colocando-se um pedaço de ferro na chama de uma vela, observamos que o calor fornecido pela chama provoca uma **variação de temperatura** (aquecimento) no ferro.



Colocando-se um pedaço de gelo na chama da vela, notamos que o calor fornecido pela chama provoca uma **mudança de estado** (fusão) no gelo.



Portanto, quando um corpo recebe ou cede calor, este pode produzir no corpo dois efeitos diferentes: **va-**

**riação de temperatura** ou **mudança de estado**.

Se o efeito no corpo for apenas **variação de temperatura**, o calor é chamado **calor sensível**.

Se o efeito no corpo for apenas **mudança de estado**, o calor é chamado **calor latente**.

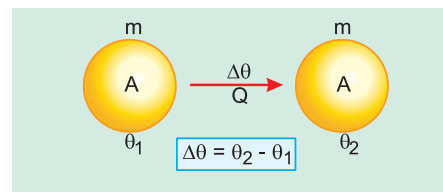
Assim, nas considerações acima, o calor recebido pelo ferro é sensível e o recebido pelo gelo é latente.

Por exemplo, se colocarmos um pedaço de ferro aquecido na cavidade feita num bloco de gelo a  $0^{\circ}\text{C}$ , verificaremos o resfriamento do ferro e a fusão de parte do gelo. O ferro, mais quente, cede calor ao gelo. Esta quantidade de calor cedida pelo ferro provocou nele um **resfriamento**, sendo **calor sensível**. A mesma quantidade de calor ao ser recebida pelo gelo provoca nele uma fusão, sendo, pois, chamado de **calor latente**.

O calor latente será alvo de estudo no próximo capítulo.

## 4. CAPACIDADE TÉRMICA (C) E CALOR ESPECÍFICO SENSÍVEL (c)

Suponhamos que um corpo A de massa  $m$  receba uma quantidade de calor sensível  $Q$ , que lhe provoca o aquecimento  $\Delta\theta$ .



Por definição, a **capacidade térmica** ou **capacidade calorífica** de um corpo representa a quantidade de calor necessária para variar sua temperatura de uma unidade.

$$C = \frac{Q}{\Delta\theta} \quad \text{Unidade usual: cal/}^{\circ}\text{C}$$

Por definição, o **calor específico-co sensível** de uma substância corresponde à capacidade térmica por unidade de massa desta.

$$c = \frac{C}{m} = \frac{Q}{m \Delta\theta}$$

## 5. CÁLCULO DA QUANTIDADE DE CALOR SENSÍVEL

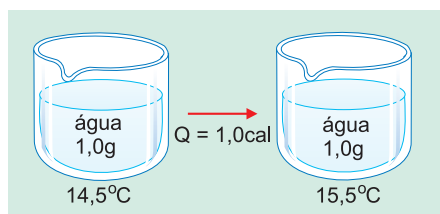
Da definição de calor específico sensível, temos:

$$c = \frac{Q}{m \Delta\theta} \quad \mathbf{Q = m c \Delta\theta}$$

Esta relação é denominada **Equação Fundamental da Calorimetria**.

## 6. CALORIA - CALOR ESPECÍFICO SENSÍVEL DA ÁGUA

Por definição, chama-se **caloria** a quantidade de calor necessária para aquecer 1,0g de água pura de 14,5°C a 15,5°C, sob pressão normal. Assim, temos:



Usando-se a equação fundamental da Calorimetria, para um grama de água, vem:

$$Q = m c \Delta\theta$$

$$1,0 \text{ cal} = 1,0\text{g} \cdot c_{\text{água}} \cdot 1,0^\circ\text{C}$$

Portanto:

$$c_{\text{água}} = 1,0 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}}$$

Resulta, pois, que o calor específico da água, no intervalo de temperatura de 14,5°C a 15,5°C, vale 1,0 cal/g°C.

De forma geral, costumamos utilizar esse valor (1,0 cal/g°C) do calor específico da água como constante no intervalo de 0°C a 100°C.

## 7. BALANÇO ENERGÉTICO

Consideramos vários corpos em temperaturas diferentes, colocados em contato térmico, constituindo um sistema termicamente isolado (sistema que não troca calor com o meio externo).

Como estão em temperaturas diferentes, eles trocam calor entre si, até atingirem o equilíbrio térmico.

Mas, como o sistema é termicamente isolado, isto é, como ele não troca energia térmica com o meio externo, sua energia térmica total permanece constante.

Logo, **a soma das quantidades de calor cedidas por uns é igual à soma das quantidades de calor recebidas pelos demais.**

$$\Sigma Q_{\text{cedida}} = \Sigma Q_{\text{recebida}}$$

Se convencionarmos:

Calor recebido:  $Q > 0$

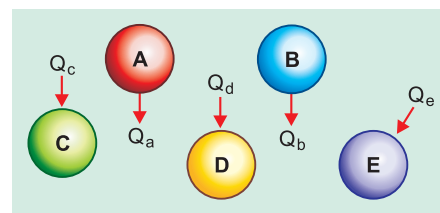
Calor cedido:  $Q < 0$

a expressão acima se transforma em:

$$\Sigma Q_{\text{trocada}} = 0$$

### Exemplo

Sistema termicamente isolado.



$$\underbrace{|Q_a + Q_b|}_{\text{cedido}} = \underbrace{|Q_c + Q_d + Q_e|}_{\text{recebido}}$$

Pela convenção adotada, temos  $Q_a$  e  $Q_b$  negativos e  $Q_c$ ,  $Q_d$  e  $Q_e$  positivos, de tal forma que:

$$\mathbf{Q_a + Q_b + Q_c + Q_d + Q_e = 0}$$

## 8. EQUIVALENTE EM ÁGUA

No equacionamento das quantidades de calor trocadas entre corpos pertencentes a um mesmo sistema, pode-se usar um artifício que facilitará a obtenção do resultado final. Apenas na equação pode-se substituir o calor trocado por um determinado corpo pelo calor trocado por uma massa de água equivalente a ele nas trocas de calor, isto é, pela massa de água que tem a mesma capacidade térmica do corpo:

$$C_{\text{corpo}} = C_{\text{água}}$$

$$\mathbf{(mc)_{\text{corpo}} = E \cdot c_{\text{água}}}$$

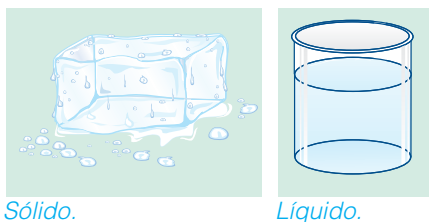
em que  $E$  é a massa de água que realiza as mesmas trocas de calor que o corpo.

A massa de água  $E$  é denominada **equivalente em água** do corpo.



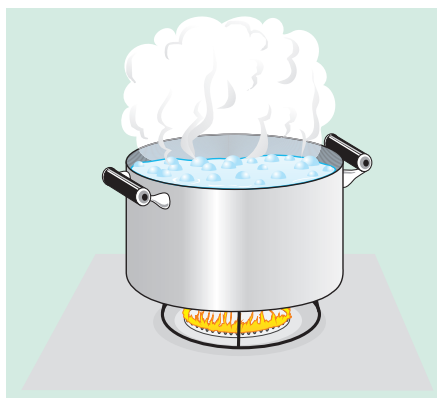
## 1. ESTADOS FÍSICOS DA MATÉRIA

A matéria pode apresentar-se nos estados *sólido*, *líquido* e *gasoso*. Estes estados se distinguem principalmente pelas seguintes propriedades:



Sólido.

Líquido.



Gasoso.

**Sólido:** possui forma própria e volume bem definido.

**Líquido:** não possui forma própria; assume a forma do recipiente que o contém, mas possui volume bem definido.

**Gás (ou vapor):** não possui forma própria nem volume definido. Toma a forma e o volume do recipiente que o contém.

Em nosso estudo, faremos referência sempre a substâncias puras.

## 2. DEFINIÇÕES

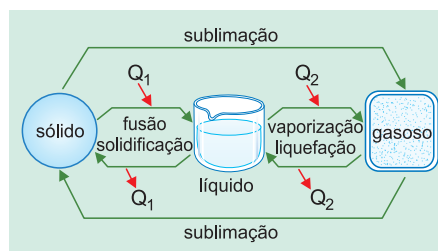
**Fusão** é a passagem de uma substância do estado **sólido** para o **líquido**.

**Solidificação** é a passagem do estado **líquido** para o **sólido**. É a transformação inversa da fusão.

**Vaporização** é a passagem de uma substância do estado **líquido** para o **gasoso**.

**Liquefação** ou **condensação** é a passagem do estado **gasoso** para o **líquido**. É a transformação inversa da **vaporização**.

**Sublimação** é a passagem da substância diretamente do estado **sólido** para o **gasoso** ou do **gasoso** para o **sólido**.



A experiência mostra que a fusão e a vaporização se processam sempre com recebimento (absorção) de calor, sendo, pois, transformações **endotérmicas**. Já a solidificação e a liquefação se processam com desprendimento (liberação) de calor, sendo, pois, transformações **exotérmicas**.

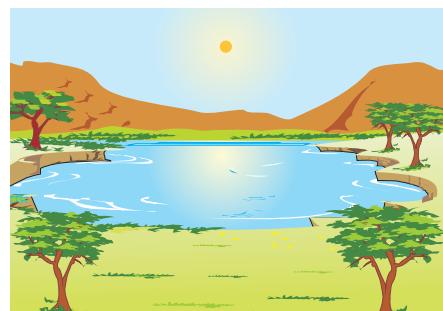
Observemos que a quantidade de calor que um corpo recebe ao fundir-se é a mesma que ele cede ao solidificar-se (princípio da transformação inversa). Da mesma forma, o que recebe ao vaporizar-se cede ao liquefazer-se.

## 3. TIPOS DE VAPORIZAÇÃO

Conforme a maneira de se processar, a vaporização recebe nomes diferentes. Assim, ela pode tomar o nome de:

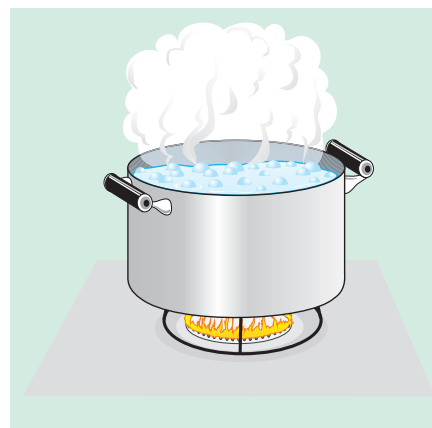
a) **Evaporação:** que é a passagem de uma substância do estado líquido para o estado gasoso me-

diante um processo lento que se verifica apenas na superfície do líquido. É o que acontece com a água de um tanque, ou de uma bacia colocada ao ar livre. A evaporação pode ocorrer em qualquer temperatura que esteja o líquido.



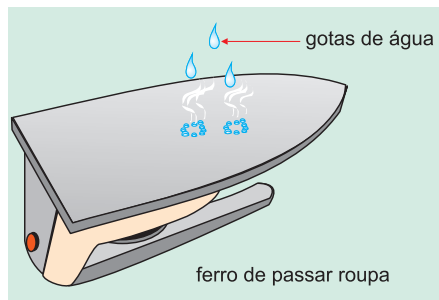
A água do lago está constantemente evaporando.

b) **Ebulição:** é a passagem de uma substância do estado líquido para o estado gasoso mediante um processo tumultuoso que se verifica em toda a massa líquida. Isso ocorre quando a pressão de vapor do líquido se iguala à pressão externa, aí o vapor escapa produzindo o borbulhar característico da ebulição. É o que acontece com a água de uma chaleira quando esta é colocada ao fogo e começa a ferver. A ebulição só ocorre em uma determinada temperatura, característica do líquido, chamada **temperatura (ou ponto) de ebulição**, que depende da pressão exercida em sua superfície.



A água entra em ebulição quando sua pressão de vapor se iguala à pressão externa.

c) **Calefação:** é a passagem da substância do estado líquido para o estado gasoso, após um aquecimento muito repentino. Por exemplo, quando uma porção de água é jogada na chapa quente de um fogão, há um aquecimento repentino da água, seguido do fenômeno da calefação.



No aquecimento repentino da gota-d'água, as partículas da superfície passam para o estado gasoso, "protegendo" o restante da gota, fazendo com que a vaporização total demore um pouco mais, apesar de a água estar aquecida.

#### 4. TEMPERATURA DE MUDANÇA DE ESTADO

A fusão e a solidificação de uma substância se processam na mesma temperatura chamada **temperatura (ou ponto) de fusão** ou de **solidificação** ( $\theta_F$ ). Por exemplo, a água, sob pressão atmosférica normal, sempre se funde e se solidifica a  $0^\circ\text{C}$ .

A ebulição e a liquefação de uma substância se processam na mesma temperatura, chamada **temperatura (ou ponto) de ebulição** ou de **liquefação** ( $\theta_E$ ). Por exemplo, sob pressão atmosférica normal, a água entra em ebulição e se liquefaz a  $100^\circ\text{C}$ .

#### 5. LEIS GERAIS DAS MUDANÇAS DE ESTADO

Para substâncias puras, as mudanças de estado obedecem às seguintes leis:

##### 1ª LEI

**"Se durante uma mudança de estado a pressão se mantiver constante, a temperatura também permanecerá constante."**

Esta lei nos permite concluir que, enquanto há mudança de estado, não há variação de temperatura e, conseqüentemente, enquanto há variação de temperatura, não há mudança de estado. Em outras palavras, a mudança de estado e a variação de temperatura jamais ocorrem simultaneamente se a pressão se mantiver invariável.

##### 2ª LEI

**"Para uma dada pressão, cada substância pura tem fixa a sua temperatura de fusão (ou de solidificação) e a sua temperatura de ebulição (ou de liquefação)."**

Esta lei nos ensina que as temperaturas de fusão ( $\theta_F$ ) e de ebulição ( $\theta_E$ ), numa dada pressão, são características das substâncias.

Por exemplo, sob pressão normal, temos:

água:  $\theta_F = 0^\circ\text{C}$  e  $\theta_E = 100^\circ\text{C}$   
 álcool:  $\theta_F = -114^\circ\text{C}$  e  $\theta_E = 78^\circ\text{C}$   
 mercúrio:  $\theta_F = -39^\circ\text{C}$  e  $\theta_E = 357^\circ\text{C}$   
 oxigênio:  $\theta_F = -218^\circ\text{C}$  e  $\theta_E = -183^\circ\text{C}$

##### 3ª LEI

**"Variando a pressão, as temperaturas de fusão e de ebulição também variam."**

Por exemplo, em Santos, onde a pressão atmosférica é normal, a água ferve a  $100^\circ\text{C}$ . Em São Paulo, onde a pressão atmosférica é da ordem de 700mm de Hg, a água ferve a  $98^\circ\text{C}$ , aproximadamente. Em Brasília, que se encontra a 1 152m de altitude, a água entra em ebulição a  $96^\circ\text{C}$ . No Monte Everest, a 8 882m de altitude, a água ferve a  $71^\circ\text{C}$ .

#### 6. CÁLCULO DA QUANTIDADE DE CALOR LATENTE

Seja **Q** a quantidade de calor latente necessária para provocar uma dada mudança de estado na massa **m** de uma substância, sem variação de temperatura.

Verifica-se experimentalmente que **Q** é proporcional à massa **m**, podendo-se, pois, escrever:

$$Q = m L$$

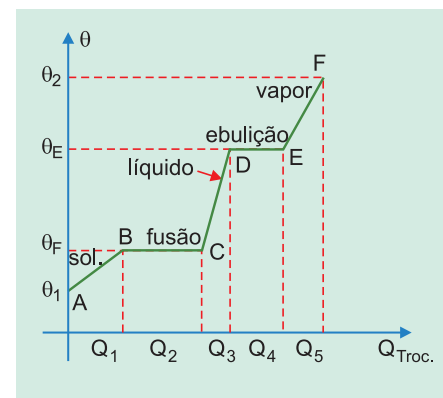
sendo **L** um coeficiente de proporcionalidade chamado **calor específico latente** da referida mudança de estado da substância.

Observemos que o calor específico latente de fusão e de solidificação é o mesmo, porque a quantidade de calor que um corpo recebe para se fundir é igual à que cede ao solidificar-se. Tal processo ocorre também com o calor específico latente de vaporização e de liquefação.

#### 7. CURVAS DE AQUECIMENTO E DE RESFRIAMENTO

São as curvas que se obtêm construindo num diagrama cartesiano o gráfico da temperatura de um corpo em função da quantidade de calor trocada (recebida ou cedida) por ele.

Consideremos, por exemplo, um corpo de massa **m** de uma substância cujas temperaturas de fusão e de ebulição são, respectivamente,  $\theta_F$  e  $\theta_E$ . Seja  $\theta_1$  ( $\theta_1 < \theta_F$ ) a temperatura inicial deste corpo. Como  $\theta_1 < \theta_F$ , concluímos que inicialmente o corpo se encontra no estado sólido (ponto A). Fornecendo-se calor ao corpo, ele se aquece, mantendo-se sólido até a temperatura de fusão (ponto B). Então, à medida que continua recebendo calor, o corpo se funde e a sua temperatura se mantém constante (patamar BC). Fornecendo-se calor ao corpo, ele se aquece, mantendo-se líquido até a temperatura de ebulição (ponto D). Então, à medida que continua recebendo calor, o corpo se evapora e a sua temperatura se mantém constante (patamar DE). Finalmente, fornecendo-se calor ao corpo, ele se aquece, mantendo-se vapor até a temperatura  $\theta_2$  (ponto F).



Só depois de totalmente fundido (ponto C) é que o corpo (agora no estado líquido) vai se aquecer, permanecendo líquido até a temperatura de ebulição (ponto D). Durante a ebulição, a temperatura se mantém constante (patamar DE) e, só após completada a vaporização (ponto E), é que o vapor se aquecerá (trecho EF) até  $\theta_2$ .

As quantidades de calor recebidas pelo corpo para o aquecimento podem ser assim calculadas:

$$Q_1 = m c_{\text{sólido}} (\theta_F - \theta_1)$$

$$Q_2 = m L_F$$

$$Q_3 = m c_{\text{líquido}} (\theta_E - \theta_F)$$

$$Q_4 = m L_V$$

$$Q_5 = m c_{\text{vapor}} (\theta_2 - \theta_E)$$

A curva de resfriamento é obtida de maneira análoga, bastando considerar as transformações inversas daquelas que aparecem na curva do aquecimento.

Lembre-se de que  $L_F$  (calor específico latente de fusão) e  $L_S$  (calor específico latente de solidificação) são iguais em valor absoluto, porém de sinais opostos. Assim:

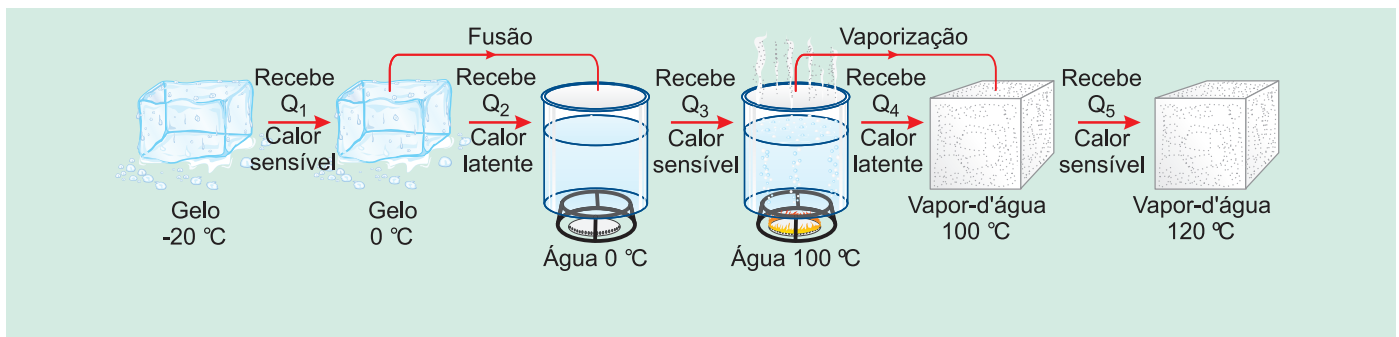
$$L_F = -L_S$$

O mesmo ocorre com  $L_V$  (calor específico latente de vaporização) e  $L_L$  (calor específico latente de liquefação), valendo:

$$L_V = -L_L$$

## 8. AQUECIMENTO DA ÁGUA

Vamos utilizar uma massa  $m$  de gelo a  $-20^\circ\text{C}$  e aquecê-la até  $120^\circ\text{C}$ , por exemplo. A sequência das transformações é representada no esquema a seguir:



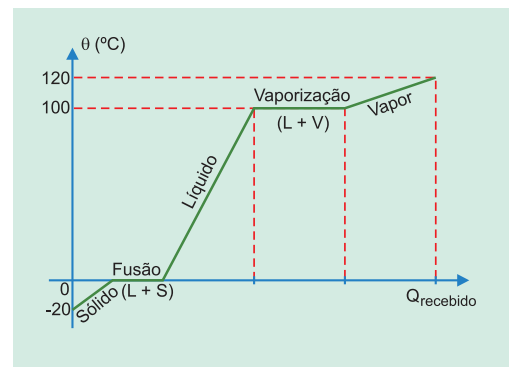
Considerando que não houve perdas, o calor total recebido pelo sistema é dado por:

$$Q_{\text{total}} = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_5$$

em que, substituindo pelas fórmulas de calor sensível e calor latente, temos:

$$Q_{\text{total}} = (m c \Delta\theta)_{\text{gelo}} + (m L_F)_{\text{gelo}} + (m c \Delta\theta)_{\text{água}} + (m L_V)_{\text{água}} + (m c \Delta\theta)_{\text{vapor}}$$

Graficamente, o aquecimento do gelo é representado pelo diagrama:



## MÓDULO 6

## Transmissão de Calor

### 1. INTRODUÇÃO

**Transmissão de calor** é a denominação dada à passagem da energia térmica de um corpo para outro ou de uma parte para outra de um mesmo corpo. Essa transmissão pode processar-se de três maneiras diferentes, que são denominadas: **condução**, **convecção** e **radiação**.



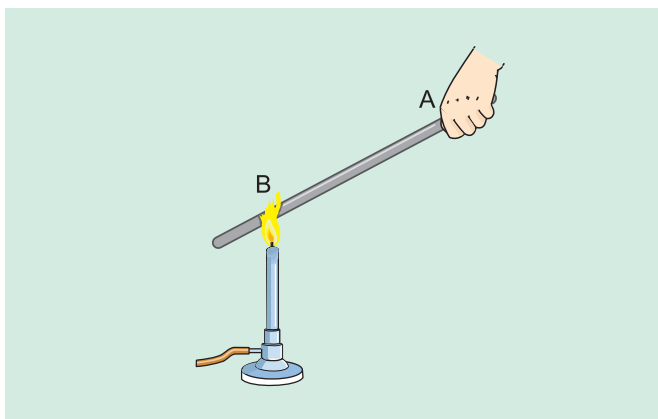
## 2. CONDUÇÃO

**É o processo de transmissão de calor em que a energia térmica passa de um local para outro através das partículas do meio que os separa.**

Como exemplo de condução de calor, podemos citar o aquecimento da água existente em uma panela de alumínio colocada sobre a chama de um fogão.

A energia térmica, para atingir a água, deve atravessar uma placa de alumínio, passando de partícula para partícula desse material.

Dessa forma, a **condução** de calor é um processo que exige a presença de meio material e que, portanto, não ocorre no vácuo.

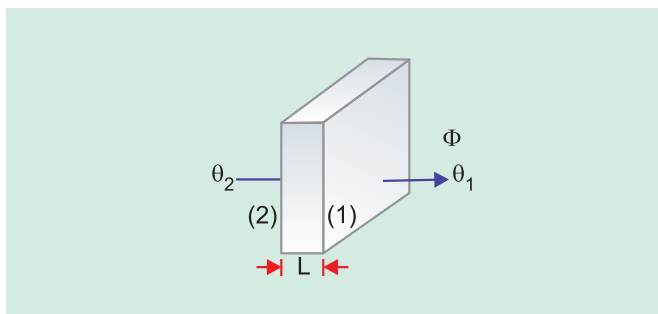


*Sendo o metal bom condutor de calor, haverá um fluxo de energia térmica no sentido de B para A, atingindo a mão da pessoa.*

Notemos que, se não existissem as partículas constituintes da placa, não haveria condução de calor.

Consideremos dois meios, (1) e (2), em temperaturas diferentes,  $\theta_1$  e  $\theta_2$ , ( $\theta_1 < \theta_2$ ), separados por uma placa metálica de área S e espessura L.

Verifica-se que há uma passagem de calor de (2) para (1). Define-se fluxo de calor ( $\phi$ ) através da placa como o quociente da quantidade de calor que a atravessa e o tempo gasto para atravessá-la.



Portanto, o fluxo de calor representa a quantidade de calor que atravessa a placa na unidade de tempo.

Atingido o regime estacionário de escoamento de calor através da chapa metálica, verifica-se, experimentalmente, que o fluxo de calor  $\phi$  é proporcional à área S da placa, à diferença de temperatura  $\Delta\theta$  entre os meios (1) e (2) que ela separa, e é inversamente proporcional à espessura L da placa, podendo ser escrita a relação:

$$\phi = \frac{Q}{\text{tempo}} = \frac{C S \Delta\theta}{L}$$

em que C é uma constante de proporcionalidade característica do material que constitui a placa, chamada **coeficiente de condutibilidade térmica**.

Notemos que, para S,  $\Delta\theta$  e L iguais, quanto maior for C, maior será o fluxo de calor. Portanto:

– se o C de um material é **grande**, diremos que este material é **bom condutor** de calor.

Ex.: os metais de um modo geral;

– se o C de um material é **pequeno**, diremos que este material é **mau condutor** de calor.

Se o material é péssimo condutor, costuma-se dizer que é um isolante térmico.

Como exemplo de isolantes térmicos, podemos citar: isopor, cortiça, porcelana, borracha, madeira, mica e os gases de um modo geral.

## 3. CONVECÇÃO

Suponha uma sala em que se ligue um aquecedor elétrico em sua parte inferior.

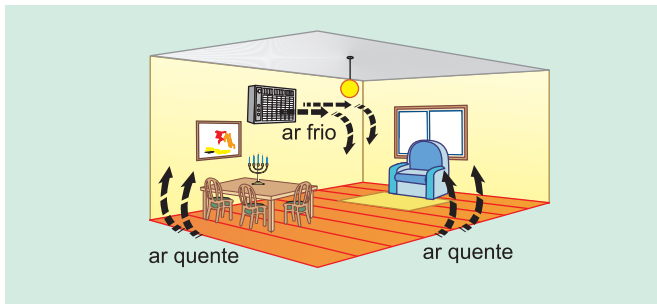
O ar em torno do aquecedor aquece-se, tornando-se menos denso que o restante. Com isso, ele sobe e o ar frio desce, havendo uma troca de posição do ar quente que sobe com o ar frio que desce. A este movimento de massas de fluido chamamos **convecção** e as correntes de ar formadas são **correntes de convecção**.

Dessa forma, podemos dizer que **convecção** são movimentos de massas fluidas (líquidos, gases e vapores) que trocam de posição. Notemos que a convecção **não pode** ocorrer no vácuo nem nos sólidos.

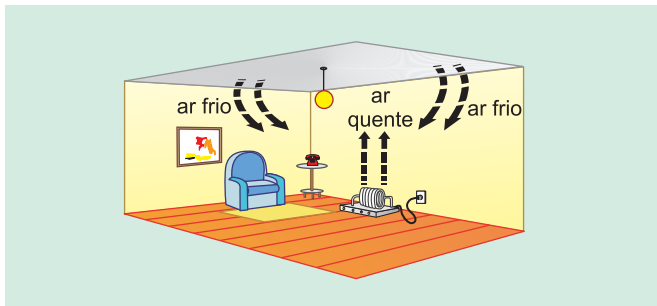
A convecção pode **ser natural**, quando é ocasionada por diferença de densidade (graças à diferença de temperatura) entre as massas de fluido, ou **forçada**, quando é ocasionada por bombas ou ventiladores.

## ❑ Exemplos ilustrativos

### I) Aparelho de ar-condicionado e aquecedor elétrico



O ar-condicionado deve ser colocado na parte superior da parede da sala.



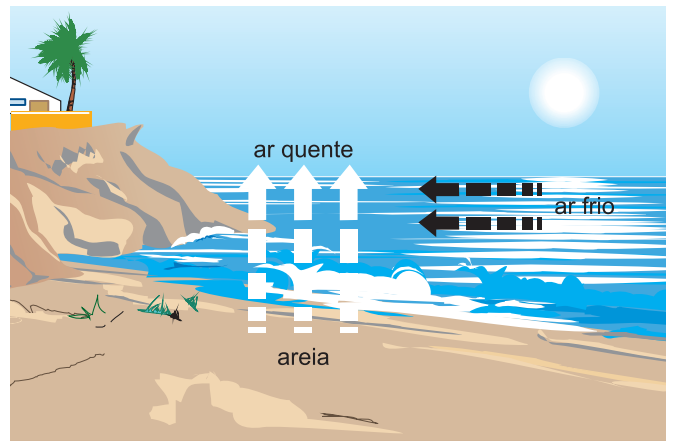
No inverno, o ar aquecido pelo aquecedor elétrico deve ser produzido na parte inferior da sala.

### II) Brisas litorâneas

À beira-mar, a areia, tendo calor específico muito menor que o da água, aquece-se mais rapidamente que a água durante o dia e resfria-se mais rapidamente durante a noite.

Assim, temos:

**DURANTE O DIA:** O ar próximo da areia fica mais quente que o restante e sobe, dando lugar a uma corrente de ar da água para a terra. É o vento que, durante o dia, sopra do mar para a terra.



Durante o dia, as brisas sopram do mar para a terra.

Durante a noite: O ar próximo da superfície da água resfria-se menos que o restante. Com isso, ele fica mais quente que o restante e sobe, dando lugar a uma corrente de ar da terra para a água. É o vento que, durante a noite, sopra da terra para o mar.



Durante a noite, as brisas sopram da terra para o mar.

## 4. RADIAÇÃO

É o processo de transmissão de calor através de ondas eletromagnéticas (ondas de calor). A energia emitida por um corpo (energia radiante) propaga-se até o outro através do espaço que os separa.

Sendo uma transmissão de calor através de ondas eletromagnéticas, a radiação não exige a presença do meio material para ocorrer, isto é, **a radiação ocorre em meios materiais e também no vácuo.**

Entretanto, não são todos os meios materiais que permitem a propagação das ondas de calor através deles. Desta forma, podemos classificar os meios materiais em:

– **Diatérmicos:** são os meios que permitem a propagação das ondas de calor através deles (são os meios transparentes às ondas de calor). Ex.: ar atmosférico.

– **Atérmicos:** são os meios que não permitem a propagação das ondas de calor através deles (são os meios opacos às ondas de calor). Ex.: parede de tijolo.

Como exemplo de radiação, podemos citar a energia solar que recebemos diariamente, a energia emitida por uma lareira que nos aquece no inverno, a energia emitida por uma lâmpada de filamento, cujo efeito sentimos eficazmente quando dela nos aproximamos, e outros.

Toda energia radiante, transportada por ondas de rádio, raios infravermelhos, raios ultravioleta, luz visível, raios X, raios  $\gamma$  etc., pode converter-se em energia térmica por absorção. Entretanto, só as *radiações infravermelhas* são chamadas de **ondas de calor** ou radiações caloríficas.

## 5. GELADEIRA DOMÉSTICA



Nas geladeiras domésticas, os alimentos são resfriados pelo ar frio que desce graças à convecção.

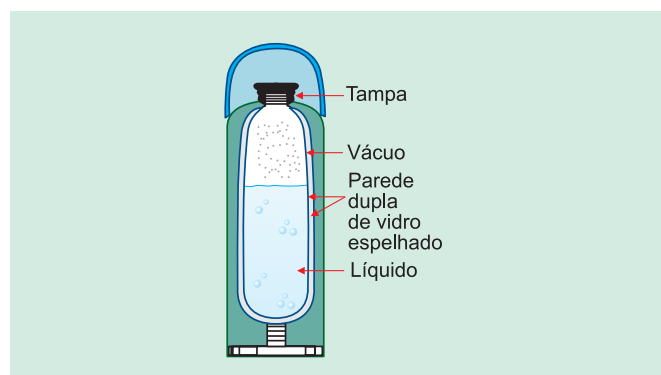
As prateleiras são feitas como grades (e não inteiriças) para permitir a convecção de ar dentro da geladeira.

Nas geladeiras domésticas, o congelador está sempre colocado na parte superior para que, através da **convecção** do ar, produza o resfriamento dos alimentos. O ar “quente” que está próximo dos alimentos sobe, sendo resfriado pelo congelador, e agora o ar “frio” desce para retirar energia térmica dos alimentos, resfriando-os. Para que a convecção do ar possa ocorrer, as prateleiras são grades vazadas. A dona de casa não deve cobrir essas prateleiras para não prejudicar a convecção do ar no interior da geladeira.

## 6. GARRAFA TÉRMICA

**Garrafa térmica** ou **vaso de Dewar** é um dispositivo utilizado para manter inalterada a temperatura do seu conteúdo o maior intervalo de tempo possível.

Para tanto, as paredes dessa garrafa não devem permitir a passagem de calor através delas.



Como a energia térmica se pode propagar por **condução, convecção e radiação**, foram usados os seguintes artifícios para evitar que o conteúdo sofra alteração em sua temperatura:

1. Para evitar trocas de calor por **condução**, o conteúdo da garrafa foi envolto em vácuo. Para tanto, ela é fabricada com parede dupla de vidro (péssimo condutor), com vácuo entre elas.

2. Para evitar trocas de calor por **convecção** (processo que exige trocas de partículas), deve-se manter a tampa da garrafa bem fechada.

3. Para evitar trocas de calor por **radiação**, as paredes são espelhadas em ambas as faces; assim, as ondas eletromagnéticas, entre as quais as radiações infravermelhas, refletem-se no “espelho” e retornam ao meio de origem.

Esse sistema não é perfeito; assim, após algum tempo (algumas horas), o conteúdo da garrafa térmica entra em equilíbrio térmico com o meio ambiente.

1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

**Gás perfeito** é um modelo teórico de gás que obedece, em seu comportamento, às leis estabelecidas por Robert Boyle, Jacques Charles, Joseph Louis Gay-Lussac e Paul Emile Clapeyron.

Um **gás real** tem seu comportamento tanto mais próximo do **ideal** quanto mais elevada for sua temperatura e quanto mais baixa for a sua pressão.

2. VARIÁVEIS DE ESTADO DE UM GÁS

Algumas grandezas que definem e caracterizam o estado de uma dada massa de gás são chamadas **variáveis de estado**. São, por exemplo, a temperatura, a pressão, o volume, a energia interna etc. Destas, as que nos interessam, por enquanto, são a temperatura, a pressão e o volume.

❑ **Volume (V)**

Os gases não têm volume nem forma próprios. Por definição, volume de um gás é o volume do recipiente ocupado por ele.

As unidades usuais de volume são: ℓ (litro), cm<sup>3</sup> e m<sup>3</sup>.

❑ **Pressão (p)**

A pressão exercida por um gás é devida aos choques das suas partículas contra as paredes do recipiente.

A pressão é definida por:

$$\text{pressão} = \frac{\text{intensidade da força normal}}{\text{área}}$$

As unidades usuais de pressão são:

**N/m<sup>2</sup>; atm; mmHg**

Valem as seguintes relações:

**1 atm ≅ 10<sup>5</sup>N/m<sup>2</sup>**

**1 N/m<sup>2</sup> = 1 Pa (pascal)**

**1 atm ⇔ 760mmHg**

❑ **Temperatura (T)**

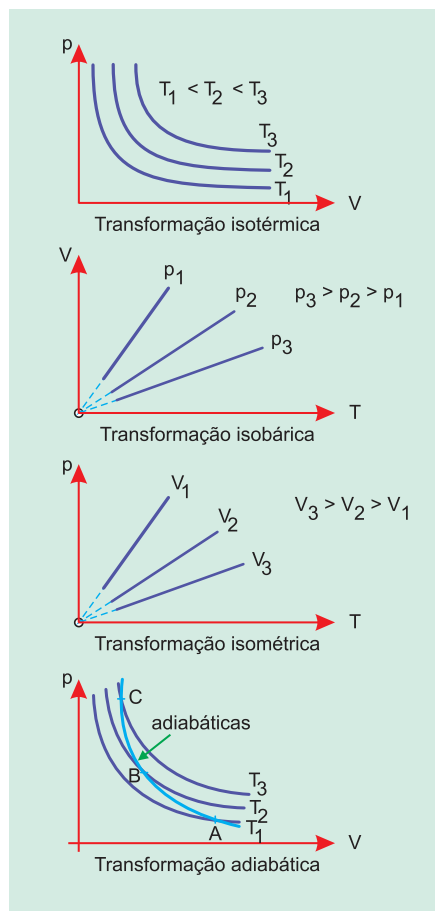
Mede o estado de movimento das partículas do gás. Na teoria dos gases perfeitos, é usada a temperatura absoluta (Kelvin).

3. TRANSFORMAÇÕES DE UM GÁS

Dizemos que uma dada massa de gás sofre uma transformação quando há variação de pelo menos uma de suas variáveis de estado.

Entre as transformações de um gás, devemos destacar as seguintes:

- **Isotérmicas:** são as que ocorrem a temperatura constante.
- **Isobáricas:** são as que ocorrem a pressão constante.
- **Isométricas** (ou isocóricas): são as que ocorrem a volume constante.
- **Adiabáticas:** são as que ocorrem sem troca de calor com o meio externo.



4. LEIS FÍSICAS DOS GASES

As leis físicas dos gases são leis de caráter experimental que regem as principais transformações gasosas.

❑ **Lei de Boyle e Mariotte**

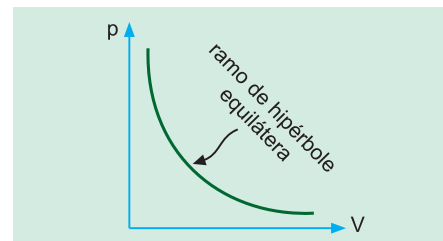
Rege **as transformações isotérmicas de uma dada massa de gás perfeito** e pode ser enunciada assim:

**“Quando uma dada massa de gás perfeito é mantida a temperatura constante, a pressão é inversamente proporcional ao volume.”**

$$pV = \text{cte} \quad \text{ou} \quad p = \frac{\text{cte}}{V}$$

ou  $p_1 V_1 = p_2 V_2$

Se representarmos esta lei num diagrama da pressão em função do volume (diagrama de Clapeyron), obteremos uma hipérbole equilátera.



❑ **Lei de Gay-Lussac**

Rege **as transformações isobáricas de uma dada massa de gás perfeito** e pode ser enunciada assim:

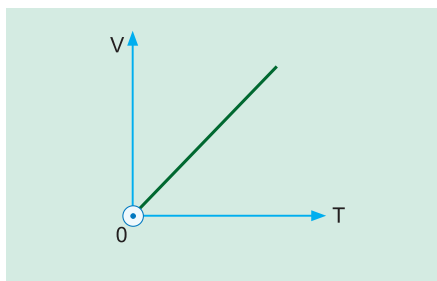
**“Quando uma dada massa de gás perfeito é mantida a pressão constante, o volume é diretamente proporcional à temperatura absoluta.”**

$$V = \text{cte} \cdot T \quad \text{ou} \quad \frac{V}{T} = \text{cte}$$

ou  $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$

Se representarmos esta lei num diagrama do volume em função da temperatura absoluta, obteremos uma semirreta passando pela origem.

A origem é excluída, pois não podemos atingir o zero absoluto ( $T = 0$ ).



### ❑ Lei de Charles

Rege **as transformações isométricas de uma dada massa de gás perfeito** e pode ser enunciada assim:

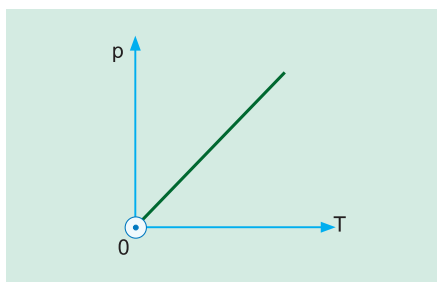
**“Quando uma dada massa de gás perfeito é mantida a volume constante, a pressão é diretamente proporcional à temperatura absoluta.”**

$$p = \text{cte} \cdot T \quad \text{ou} \quad \frac{p}{T} = \text{cte}$$

$$\text{ou} \quad \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

Se representarmos esta lei num diagrama da pressão em função da temperatura absoluta, obteremos uma semirreta passando pela origem.

A origem é excluída porque não podemos atingir o zero absoluto ( $T = 0$ ).



## 5. EQUAÇÃO DE CLAPEYRON

Das leis de Boyle e Mariotte e de Charles, observamos que a pressão exercida por um gás perfeito é inversamente proporcional ao seu volume e diretamente proporcional à sua temperatura absoluta. É fácil observar também que essa pressão é proporcional ao número de partículas de gás existente no recipiente. Convertendo esse número de partículas em número de mols ( $n$ ), podemos equacionar tudo isso, obtendo a seguinte relação:

$$p = R \frac{nT}{V}$$

em que  $R$  é a constante de proporcionalidade, igual para todos os gases, denominada **constante universal dos gases perfeitos**.

Portanto, a equação de Clapeyron pode ser escrita da seguinte forma:

$$pV = nRT$$

## 6. VALORES DA CONSTANTE R

A constante  $R$  é uma constante física (constante que tem unidade). Sendo assim, os valores que a traduzem dependem da unidade utilizada. Vejamos alguns destes valores.

Da equação de Clapeyron, obtemos:

$$R = \frac{pV}{nT}$$

Considerando 1 mol ( $n = 1$ ) de qualquer gás nas condições normais de pressão e temperatura (CNpT):  $p = 1 \text{ atm}$  e  $\theta = 0^\circ\text{C}$ , o volume ocupado é de 22,4 litros (volume molar nas condições normais).

Resumindo:

$$\left. \begin{array}{l} n = 1 \text{ mol} \\ p = 1 \text{ atm} \\ T = 273\text{K} \end{array} \right\} V = 22,4\ell$$

Calculando o valor de  $R$ , temos:

$$R = \frac{1 \text{ atm} \cdot 22,4\ell}{273\text{K} \cdot 1 \text{ mol}}$$

$$R = 0,082 \frac{\text{atm} \cdot \ell}{\text{K} \cdot \text{mol}}$$

Lembrando que  $1 \text{ atm} \Leftrightarrow 760\text{mmHg}$ , obtemos:

$$R = 0,082 \frac{760\text{mmHg} \cdot \ell}{\text{K} \cdot \text{mol}}$$

$$R = 62,36 \frac{\text{mmHg} \cdot \ell}{\text{K} \cdot \text{mol}}$$

Sabendo que  $1 \text{ atm} \cong 101300\text{N/m}^2$  e  $1 \ell = 10^{-3}\text{m}^3$ , obtemos:

$$R = 0,082 \frac{101300\text{N/m}^2 \cdot 10^{-3}\text{m}^3}{\text{K} \cdot \text{mol}}$$

$$R = 8,31 \frac{\text{joules}}{\text{K} \cdot \text{mol}}$$

## 7. LEI GERAL DOS GASES PERFEITOS

Rege **qualquer transformação de uma dada massa de gás perfeito**.

Nas equação de Clapeyron, fazendo  $n$  constante, obtemos:

$$pV = \text{cte} \cdot T \quad \text{ou} \quad \frac{pV}{T} = \text{cte}$$

$$\text{ou} \quad \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

## 8. MISTURA DE GASES PERFEITOS

Suponha sempre que os gases misturados não reagem quimicamente entre si.

Numa mistura de dois gases ideais, notamos que o número de mols da associação é igual à soma dos números de mols dos gases componentes.

$$n = n_1 + n_2$$

Da equação de Clapeyron, temos:

$$pV = nRT \Rightarrow n = \frac{pV}{RT}$$

Assim:

$$n_1 = \frac{p_1 V_1}{R T_1}$$

$$n_2 = \frac{p_2 V_2}{R T_2}$$

$$n = \frac{pV}{RT}$$

o que resulta em:

$$\frac{pV}{T} = \frac{p_1 V_1}{T_1} + \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

**Atenção:** Esse raciocínio vale também para a mistura de mais de dois gases perfeitos.

## MÓDULO 9

## Termodinâmica I

### 1. NOÇÕES INICIAIS

**Termodinâmica** é a ciência que estuda a relação entre calor e trabalho trocados por um sistema com o meio externo e a relação entre essas trocas e as propriedades do sistema.

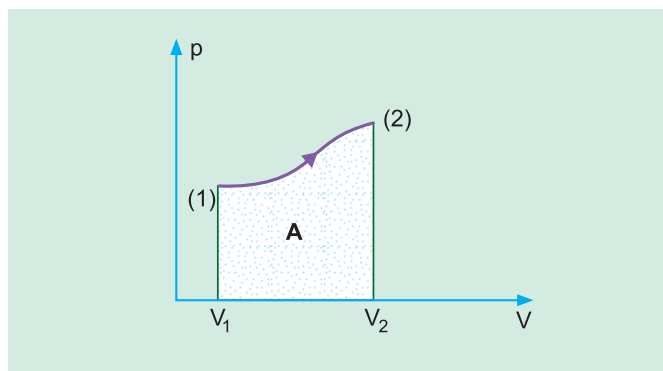
**Sistema isolado** é aquele que não troca energia (fisicamente isolado) nem matéria (quimicamente isolado) com o meio externo.

**Trabalho externo** de um sistema é aquele que o sistema troca com o meio externo.

No nosso estudo, sempre que falarmos em trabalho de um sistema, subentenderemos o **trabalho externo** do sistema.

### 2. TRABALHO DE UM SISTEMA NUMA TRANSFORMAÇÃO QUALQUER

Consideremos um sistema passando do estado (1) para o estado (2), conforme a transformação indicada no gráfico abaixo.



Pode-se demonstrar que:

$$A = \tau_{1,2} \text{ (numericamente)}$$

**A área no diagrama (p,V) (diagrama de Clapeyron) de qualquer transformação sofrida por um sistema mede o trabalho que o sistema troca com o meio nesta transformação.**

Quando há um aumento de volume do sistema, então este está deslocando o meio (está “empurrando” o meio). Neste caso, o sistema realiza trabalho sobre o meio.

Quando há uma diminuição de volume do sistema, então é o meio que está deslocando o sistema. Neste caso, o meio realiza trabalho sobre o sistema ou o sistema recebe trabalho do meio.

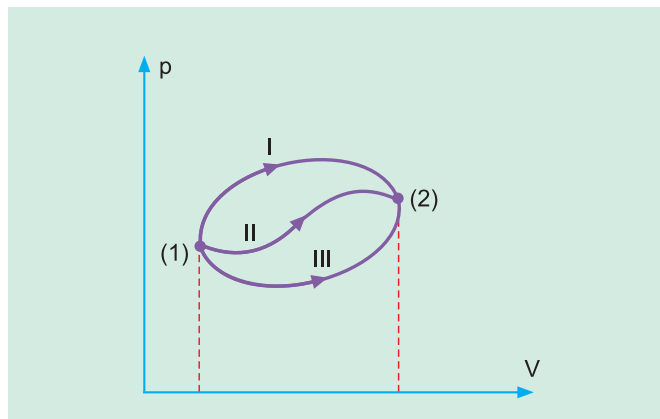
Resumindo:

**Volume aumenta**  $\Leftrightarrow$  **sistema realiza trabalho** ( $\tau > 0$ ).

**Volume diminui**  $\Leftrightarrow$  **sistema recebe trabalho** ( $\tau < 0$ ).

**Volume constante**  $\Leftrightarrow$  **sistema não troca trabalho** ( $\tau = 0$ ).

Observando o diagrama abaixo, verificamos que o sistema, ao passar de (1) para (2), realiza trabalhos diferentes quando o faz seguindo “caminhos” diferentes.



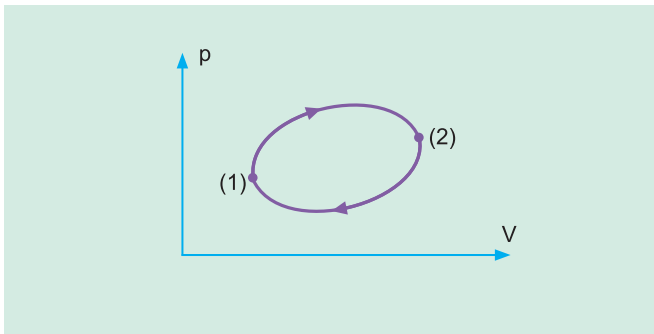
$$\tau_I > \tau_{II} > \tau_{III}$$

Podemos concluir que:

**O trabalho de um sistema, ao passar de um estado (1) para um estado (2), não depende apenas dos estados inicial e final, mas também dos estados intermediários.**

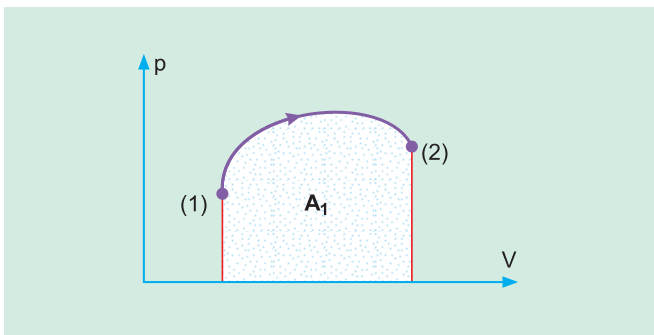
### 3. TRABALHO DE UM SISTEMA NUM CICLO (TRANSFORMAÇÃO FECHADA)

Consideremos um sistema percorrendo o ciclo indicado no gráfico a seguir, saindo de (1), indo para (2) e voltando ao estado (1). Analisaremos o trabalho do sistema em cada uma das transformações e, em seguida, no ciclo.



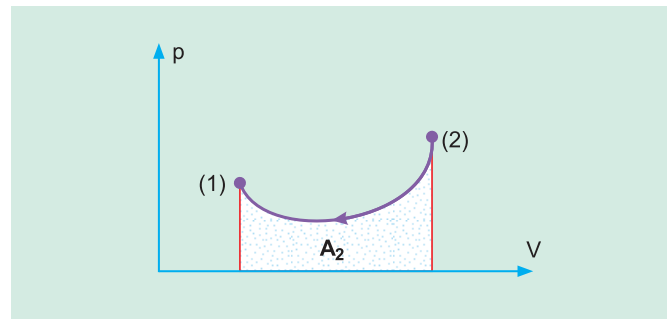
#### □ Transformação de (1) para (2)

Nesta transformação, o sistema realiza trabalho (volume aumenta); o trabalho é dado, numericamente, pela área  $A_1$ .



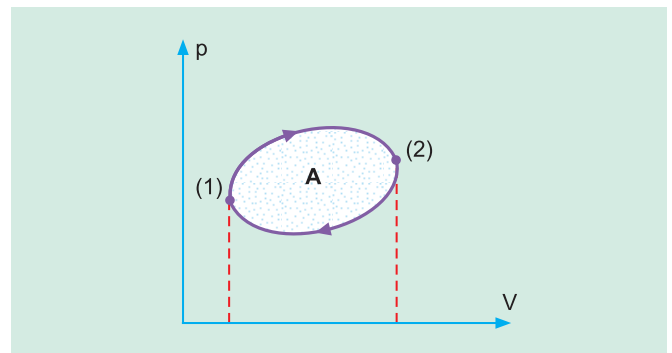
#### □ Transformação de (2) para (1)

Nesta transformação, o sistema recebe trabalho (volume diminui); o trabalho é dado, numericamente, pela área  $A_2$ .



#### □ Ciclo fechado

Ao percorrer o ciclo, o sistema realiza o trabalho  $A_1$  e recebe de volta o trabalho  $A_2$ . Portanto, o saldo de trabalho trocado pelo sistema com o meio, ao percorrer o ciclo, é dado pela área  $A = A_1 - A_2$  interna ao ciclo. Assim:



$$\tau_{\text{ciclo}} = A_{\text{sistema}}$$

**(numericamente)**

Observemos que:

– se o ciclo é percorrido no sentido horário (como o da figura),  $A_1$  é maior que  $A_2$  e o sistema realiza trabalho ao percorrer o ciclo;

– se o ciclo é percorrido no sentido anti-horário (ao contrário do da figura),  $A_1$  é menor que  $A_2$  e o sistema recebe trabalho ao percorrer o ciclo.

Resumindo:

**Sentido horário  $\Leftrightarrow$  sistema realiza trabalho ( $\tau > 0$ ).**

**Sentido anti-horário  $\Leftrightarrow$  sistema recebe trabalho ( $\tau < 0$ ).**



### 1. ENERGIA INTERNA

Chamamos de energia interna de um sistema a energia, sob qualquer forma, que ele tem armazenada dentro de si.

Entre as formas de energia que constituem a energia interna, podemos destacar a energia cinética de translação das partículas e a energia potencial de ligação entre as partículas.

**A energia interna de um sistema é função crescente da temperatura.** Esta propriedade não se aplica durante as mudanças de estado, quando há variação de energia interna embora a temperatura permaneça constante.

Assim, como regra, temos:

$$T \text{ aumenta} \Leftrightarrow U \text{ aumenta} (\Delta U > 0)$$

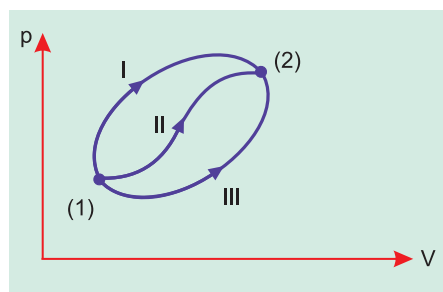
$$T \text{ diminui} \Leftrightarrow U \text{ diminui} (\Delta U < 0)$$

$$T = \text{cte} \Leftrightarrow U = \text{cte} (\Delta U = 0)$$

**Não valem estas propriedades nas mudanças de estado.**

Cumpramos salientar que a energia interna de um sistema é função de ponto, isto é, o seu valor depende exclusivamente do estado em que se encontra o sistema, não importando como ele chegou até este estado.

Isto nos permite concluir que a variação de energia interna não depende dos estados intermediários.



$$\Delta U_I = \Delta U_{II} = \Delta U_{III}$$

**Para gases perfeitos, a energia interna se resume na energia cinética de translação das moléculas, dada pela expressão:**

$$U = E_c = \frac{3}{2} nRT = \frac{3}{2} pV$$

Isto nos permite concluir que:

• “A energia interna de um dado número de mols de um gás perfeito depende exclusivamente da temperatura.” (Lei de Joule)

• “A energia interna de um dado número de mols de um gás perfeito é diretamente proporcional à temperatura absoluta do gás.”

A relação entre a temperatura absoluta de um gás perfeito e a velocidade média das suas partículas é dada por:

$$E_c = \frac{3}{2} nRT$$

ou

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{3}{2} \frac{m}{M} RT$$

Da qual: 
$$T = \frac{M}{3R} v^2$$

**A temperatura de um gás perfeito é diretamente proporcional ao quadrado da velocidade média das moléculas.**

Observamos que para um dado gás a temperatura depende exclusi-

vamente da velocidade média das moléculas e vice-versa. Sendo assim, concluímos que há uma relação exclusiva entre temperatura e velocidade média, o que nos permite dizer:

• **Se um dos dois (T ou v) é constante, o outro é necessariamente constante.**

• **Se um dos dois (T ou v) varia, o outro necessariamente varia.**

**A temperatura de um dado número de mols de um gás perfeito é função exclusiva da energia cinética média das suas moléculas.**

### 2. PRIMEIRO PRINCÍPIO DA TERMODINÂMICA

O Primeiro Princípio da Termodinâmica nada mais é que o Princípio da Conservação da Energia aplicado à Termodinâmica.

O Princípio da Conservação da Energia, em linhas gerais, diz que um sistema jamais pode criar ou destruir energia.

Portanto, se um sistema recebe energia, ele tem de dar conta desta energia, ou, se ele cede energia, esta energia tem de ter saído de algum lugar.

Por exemplo, admitamos que um sistema receba 100 joules de calor. Estes 100 joules não podem ser aumentados nem destruídos. Eles têm de ir para algum lugar.

Admitamos, em continuação, que o sistema realiza 80 joules de trabalho.

Notamos que o sistema recebeu 100 joules e cedeu 80 joules. Onde estarão os 20 joules restantes?



Estes joules restantes ficaram dentro do sistema, armazenados sob a forma de energia interna. Portanto, a energia interna do sistema aumentou de 20 joules.

Podemos fazer um esquema desta troca de energia representando:

**Calor recebido pelo sistema (Q): é energia que entra no sistema e a representamos por uma seta para dentro.**

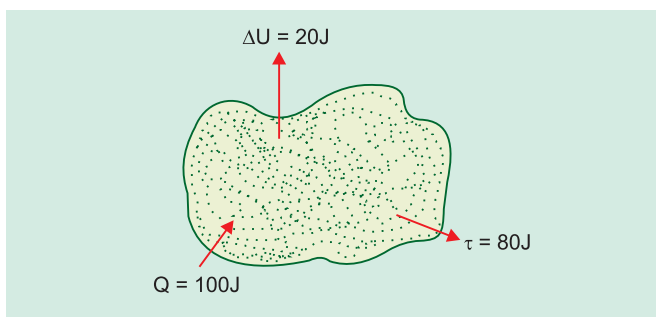
**Trabalho cedido pelo sistema ( $\tau$ ): é energia que sai do sistema e o representamos por uma seta para fora.**

**Aumento de energia interna ( $\Delta U$ ): representamos por uma seta para cima.**

**Diminuição de energia interna ( $\Delta U$ ): representamos por uma seta para baixo.**

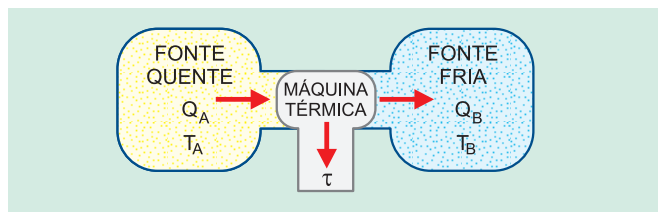
Dessa forma, para obter a relação entre Q,  $\tau$  e  $\Delta U$ , basta impor que “a soma das energias das setas que entram é igual à soma das energias das setas que saem”.

$$Q = \tau + \Delta U$$



### 3. MÁQUINA TÉRMICA

Uma MÁQUINA TÉRMICA é um sistema no qual existe um **fluido operante** (normalmente **vapor**) que recebe um calor  $Q_A$  de uma fonte térmica quente, realiza um trabalho  $\tau$  e rejeita a quantidade  $Q_B$  de calor para outra fonte fria.



Representação esquemática de uma máquina térmica ( $T_A > T_B$ ).

O rendimento dessa máquina é definido pela fração do calor absorvido pelo sistema, que é usado para realização do trabalho.

$$\eta = \frac{|\tau|}{|Q_A|} = \frac{|Q_A - Q_B|}{|Q_A|} = 1 - \frac{|Q_B|}{|Q_A|}$$

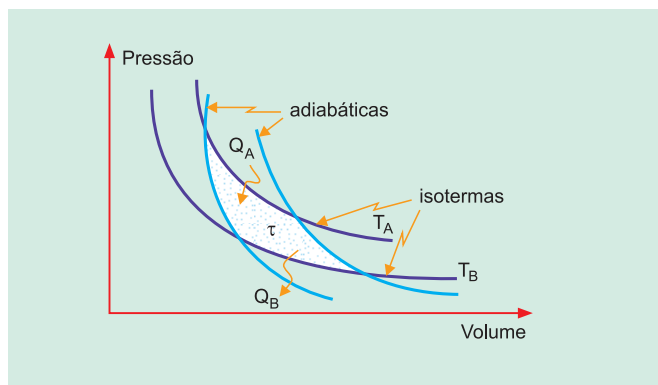
Se a máquina térmica, ao funcionar, obedece ao **ciclo de Carnot** (duas isotermas e duas adiabáticas), então ela é denominada MÁQUINA DE CARNOT e vale a relação:

$$\frac{|Q_B|}{|Q_A|} = \frac{T_B}{T_A}$$

Assim, seu rendimento pode ser calculado por:

$$\eta = 1 - \frac{T_B}{T_A}$$

A MÁQUINA DE CARNOT, apesar de ser teórica, é aquela que apresenta o **máximo rendimento** possível entre suas fontes térmicas de temperaturas fixas.



Representação gráfica do ciclo de Carnot

## 1. CARGA ELÉTRICA

A matéria é constituída por átomos. Os átomos, por sua vez, são formados por inúmeras partículas elementares, sendo as principais:

### prótons, elétrons e nêutrons

Estas partículas, quando em presença umas das outras, apresentam um comportamento típico, a saber:

- a) prótons, em presença de prótons, repelem-se;
- b) elétrons, em presença de elétrons, repelem-se;
- c) prótons, em presença de elétrons, atraem-se;
- d) nêutrons, em presença de nêutrons, não manifestam nem atração nem repulsão.

Para diferenciar e explicar os comportamentos (a), (b), (c) e (d), fica claro que existem dois tipos distintos de carga elétrica.

Assim, para distingui-los, usaremos a convenção:

- prótons possuem carga elétrica **positiva**;
- elétrons possuem carga elétrica **negativa**;
- nêutrons **não possuem** carga elétrica.

Medidas elétricas delicadas nos informam que, a menos dos sinais que apenas diferenciam os tipos de carga, a quantidade de carga transportada pelo elétron é igual à quantidade de carga transportada pelo próton.

Essa quantidade comum será denominada **carga elétrica elementar** e é indicada por **e**, cujo valor é:

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ coulomb}$$

em que coulomb (C) é a unidade com que se medem as cargas elétricas no Sistema Internacional de Unidades (SI).

Assim, se indicarmos por  $q_p$  e  $q_e$  as cargas transportadas pelo próton e pelo elétron, respectivamente, teremos:

$$q_p = + e = + 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$q_e = - e = - 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

## 2. CONDUTORES E ISOLANTES

Entende-se por **condutor elétrico** todo meio material, no qual as partículas eletrizadas encontram facilidade de se movimentar. Nos metais, em geral, as partículas eletrizadas podem-se movimentar com enorme facilidade, e isso se justifica pelo elevadíssimo número de **elétrons “livres”** que possuem. Os elétrons “livres” são aqueles da camada mais externa do átomo metálico, que estão fracamente ligados ao núcleo atômico. Em consequência, esses elétrons podem passar facilmente de um átomo a outro, constituindo no interior do metal uma verdadeira nuvem eletrônica.

As substâncias ditas **isolantes elétricos**, como o vidro, a mica, a ebonite etc., são, em geral, os não metais que, por não possuírem razoável quantidade de elétrons livres, não permitem, com facilidade, o movimento de partículas eletrizadas através de si.

Atente para o seguinte: um pedaço de metal, como um fio de cobre, por exemplo, apresenta enorme quantidade de elétrons livres no seu interior, porém esses elétrons movimentam-se de maneira totalmente caótica e desordenada. Um dos primeiros problemas da Eletrodinâmica será, justamente, **ordenar** esses movimentos.

### Nota

Existem condutores elétricos nos estados sólido, líquido e gasoso. Especifiquemos bem quais são os portadores de carga elétrica, que podem movimentar-se através desses meios.

- Nos condutores sólidos, cujo exemplo típico são os **metais**, os portadores de carga elétrica são, exclusivamente, **elétrons**.
- Nos condutores líquidos, cujo exemplo típico são as **soluções iônicas**, os portadores de carga elétrica são, exclusivamente, **íons** (cátions e ânions).
- Nos gases condutores, também ditos gases ionizados, os portadores de carga elétrica são **íons e elétrons**.

## 3. CORRENTE ELÉTRICA

Considere o condutor metálico da figura (a) no qual seus elétrons “livres” estão em movimento caótico. Considere ainda, na figura (b), um dispositivo, no qual destacamos duas regiões: região A com permanente falta de elétrons (polo positivo) e região B com permanente excesso de elétrons (polo negativo).

Tal dispositivo é denominado **gerador elétrico**. A pilha de farolete e a bateria do automóvel são exemplos de geradores. Se ligarmos o condutor ao gerador elétrico, os elétrons livres entram em movimento ordenado (figura c) ao longo do condutor, no sentido de B para A.

O movimento ordenado de cargas elétricas constitui a **corrente elétrica**.

Se as cargas elétricas “livres” fossem positivas, o sentido da corrente elétrica seria o indicado na figura (d). Este sentido é denominado **sentido convencional da corrente elétrica**.

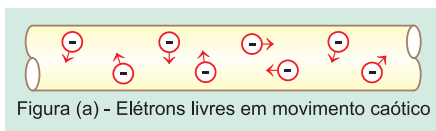


Figura (a) - Elétrons livres em movimento caótico

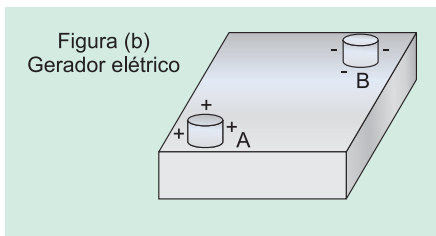


Figura (b)  
Gerador elétrico

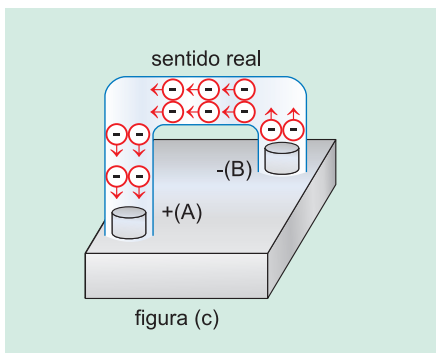


figura (c)

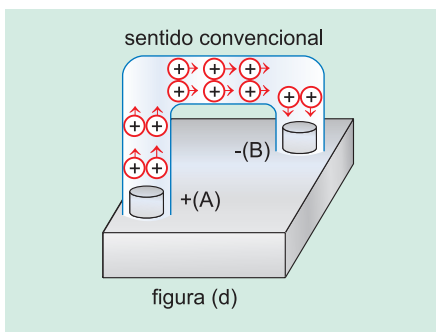
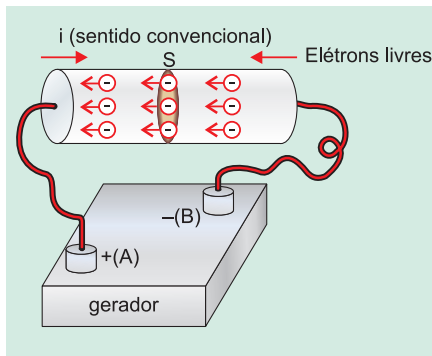


figura (d)

## 4. INTENSIDADE DA CORRENTE ELÉTRICA

Considere um fio metálico ligado aos polos de um gerador. Seja  $S$  uma seção transversal desse fio. Elétrons livres atravessam esta seção, todos num mesmo sentido.



Seja  $Q$  o valor absoluto da carga elétrica que atravessa a seção  $S$ , num intervalo de tempo  $\Delta t$ .

Define-se **intensidade média da corrente elétrica**, nesse condutor, no intervalo de tempo  $\Delta t$ , a grandeza:

$$i = \frac{Q}{\Delta t}$$

No Sistema Internacional de Unidades, medindo-se a carga elétrica em coulomb (C) e o intervalo de

tempo em segundo (s), a unidade de intensidade de corrente elétrica vem expressa em C/s e denomina-se ampère (A).

$$A = \frac{C}{s}$$

Comumente, usamos os seguintes submúltiplos do ampère:

$$\text{miliampère} = 10^{-3}A = 1 \text{ mA}$$

$$\text{microampère} = 10^{-6}A = 1 \mu A$$

Sendo  $n$  o número de elétrons que constitui a carga elétrica  $Q$  e  $e$  a carga elétrica elementar, podemos escrever:

$$Q = n \cdot e$$

### Observação

No caso dos condutores iônicos, participam da corrente elétrica tanto portadores de cargas positivas (cátions) como negativas (ânions). O valor absoluto  $Q$  da carga elétrica que atravessa uma seção transversal do condutor, num certo intervalo de tempo  $\Delta t$ , é dado pela soma dos valores absolutos das cargas elétricas dos cátions e ânions.

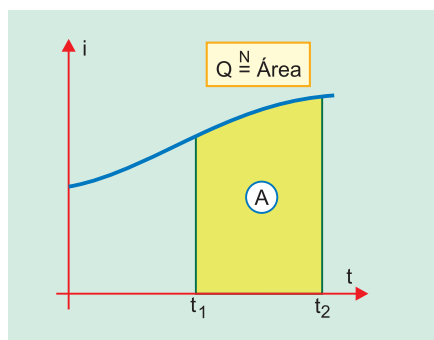
$$Q = |Q_{\text{cátions}}| + |Q_{\text{ânions}}|$$

## MÓDULO 2

## Propriedade Gráfica e Tensão Elétrica

### 1. PROPRIEDADE GRÁFICA

Nos exercícios em que a intensidade da corrente elétrica no condutor varia com o tempo, para o cálculo da carga elétrica transportada pela corrente, num dado intervalo de tempo  $\Delta t$ , **não podemos usar a expressão  $Q = i \cdot \Delta t$** , porque  **$i$  não é constante**. Nesses casos, devemos construir um gráfico ( $i \times t$ ), mostrando como a intensidade da corrente elétrica varia com o tempo (em geral, esse gráfico vem pronto!), e, nesse gráfico, efetuar um **cálculo de área**.

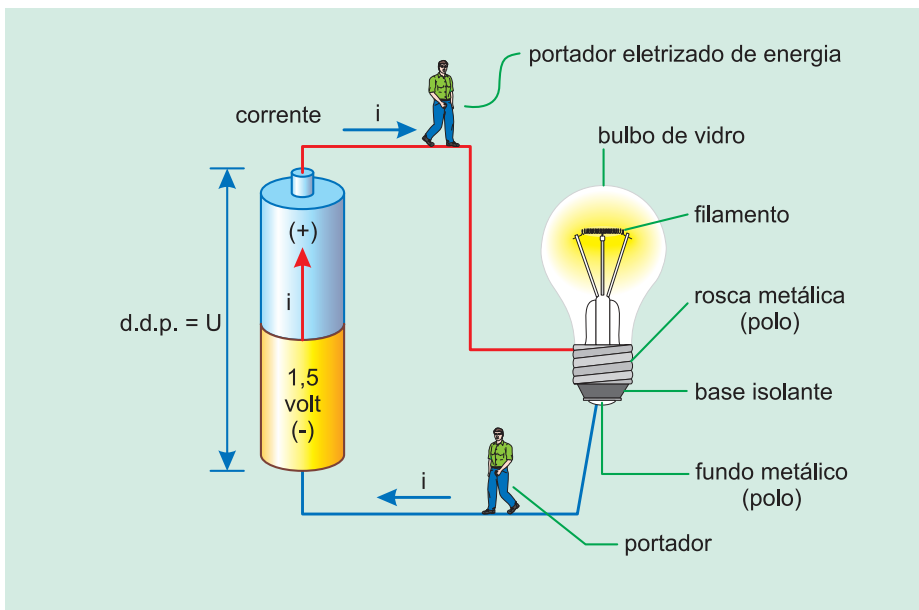


**No gráfico da intensidade instantânea da corrente elétrica em função do tempo, a área é numericamente igual à car-**

**ga elétrica que atravessa a seção transversal do condutor, no intervalo de tempo  $\Delta t$ .**

### 2. TENSÃO ELÉTRICA $U$

Ao ligarmos um condutor aos polos de um gerador, as cargas elétricas livres entram em movimento ordenado. Isto implica, evidentemente, um consumo de energia, especificamente, **energia elétrica**. Esta é justamente a operação fundamental de um gerador: fornecer energia elétrica aos portadores de carga elétrica que



Dizer que a tensão elétrica entre os polos A e B de uma pilha é de 1,5V, isto é, 1,5J/C, significa que cada portador de carga elétrica igual a 1,0C, ao atravessar a pilha, recebe 1,5J de energia elétrica.

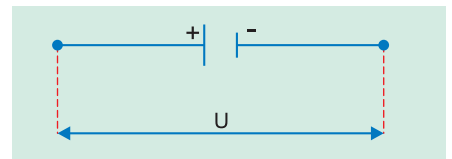
### Notas

• Por motivos que veremos em Eletrostática, tensão elétrica e diferença de potencial (d.d.p.) são sinônimos.

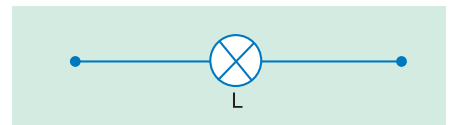
### Tensão elétrica = d.d.p.

$$U = V_A - V_B$$

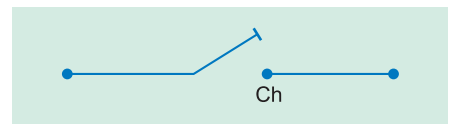
- Símbolo elétrico de gerador:



- Símbolo elétrico de lâmpada:



- Símbolo elétrico de chave interruptora:



o atravessam, à custa de outras formas de energia. Assim, por exemplo, uma pilha de um farolete fornece energia elétrica aos portadores de carga elétrica que a atravessam, à custa de energia química. Estes portadores de carga elétrica energizada caminham pelos condutores, atravessam, por exemplo, uma lâmpada e esta acende, pois consome a energia elétrica destes portadores, os quais recebem mais energia ao atravessarem a pilha.

A pilha e a lâmpada ligadas por meio de fios condutores constituem um exemplo de circuito elétrico.

Seja  $E_{el}$  a energia elétrica que o portador de carga elétrica  $Q$  recebe ao atravessar o gerador.

Define-se **tensão elétrica  $U$**  a grandeza que nos informa quanto de energia elétrica o gerador fornece para cada portador de carga elétrica unitária que o atravessa. Deste modo:

$$U = \frac{E_{el}}{Q}$$

Com a energia elétrica medida em joule (J), a carga elétrica medida em coulomb (C), a tensão elétrica vem expressa em J/C e denomina-se volt (V).

$$V = \frac{J}{C}$$

## MÓDULO 3

## Resistores e Leis de Ohm

### 1. RESISTOR

**Resistor** é todo elemento de circuito cuja função exclusiva é efetuar conversão de energia elétrica em energia térmica. Na prática, tais elementos são utilizados nos aparelhos que levam a denominação geral de **aquecedores**. São, por exemplo, as "espirais" de níquel-cromo das torradeiras elétricas, secadores de cabelo e chuveiros elétricos; as "resistências" dos ferros elétricos; os filamentos de tungstênio das lâmpadas incandescentes.

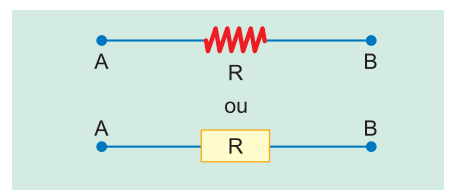
### 2. EFEITO JOULE, CONCEITO DE RESISTÊNCIA ELÉTRICA

Quando um resistor é percorrido por corrente elétrica, ocorre a transformação de energia elétrica em energia térmica em razão do choque dos elétrons "livres" com os átomos do condutor. Este fenômeno é denominado **efeito térmico** ou **efeito Joule**.

Observe que os portadores de carga elétrica que constituem a corrente sofrem, por parte do condutor, uma forte oposição ao seu movimento.

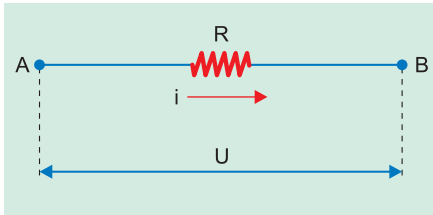
A dificuldade que o resistor oferece à passagem da corrente elétrica caracteriza sua propriedade física básica, que é a **resistência elétrica  $R$** .

Nos circuitos elétricos, os resistores são representados por uma das figuras abaixo.



### 3. PRIMEIRA LEI DE OHM

Seja  $U = V_A - V_B$  a tensão elétrica aplicada aos terminais de um resistor e  $i$  a intensidade de corrente elétrica que o atravessa.



A função  $U = f(i)$ , que traduz a dependência entre a intensidade de corrente elétrica e a tensão elétrica, recebe o nome de **equação do resistor**.

Ohm verificou que, mantida a temperatura constante, a tensão elétrica e a intensidade de corrente elétrica são diretamente proporcionais, isto é:

$$U = R i$$

em que  $R$  é a resistência elétrica do resistor. Em sua homenagem, a expressão acima é conhecida por **1ª Lei de Ohm**.

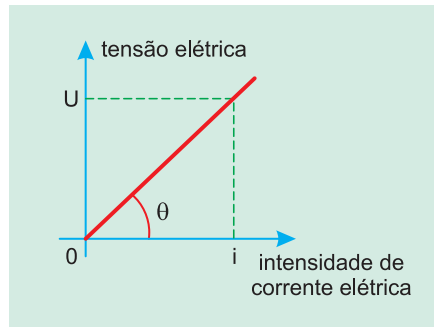
Os resistores que obedecem à 1ª Lei de Ohm ( $U = R i$ , com  $R$  constante) são denominados **resistores ôhmicos**.

No Sistema Internacional, a unidade de resistência é o **ohm**, simbolizada por  $\Omega$ .

### 4. CURVA CARACTERÍSTICA DOS RESISTORES ÔHMICOS

A curva característica de um elemento de circuito é o gráfico de  $U$  em função de  $i$ .

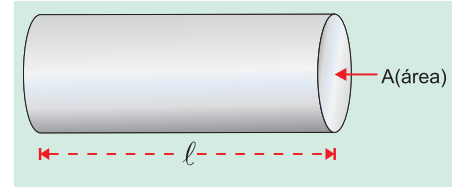
Para os resistores ôhmicos, a curva característica é uma **reta oblíqua** em relação aos eixos, passando pela origem.



$$\operatorname{tg} \theta = R$$

### 5. SEGUNDA LEI DE OHM

Seja um resistor de comprimento  $\ell$  e seção transversal de área  $A$  (constante).



Ohm verificou experimentalmente que a resistência ( $R$ ) é diretamente proporcional ao comprimento ( $\ell$ ) e inversamente proporcional à área ( $A$ ). Assim,

$$R = \rho \frac{\ell}{A}$$

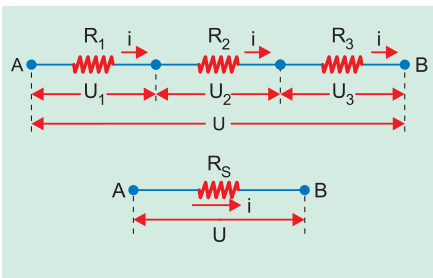
em que  $\rho$  é uma grandeza característica do material com que é feito o fio resistor, chamada **resistividade**.

A expressão anterior é conhecida por **2ª Lei de Ohm**.

## MÓDULOS 4 a 6 Resistores – Associação

### 1. ASSOCIAÇÃO DE RESISTORES

#### □ Associação em série



#### Propriedades

1ª) Todos os resistores são percorridos pela mesma corrente elétrica.

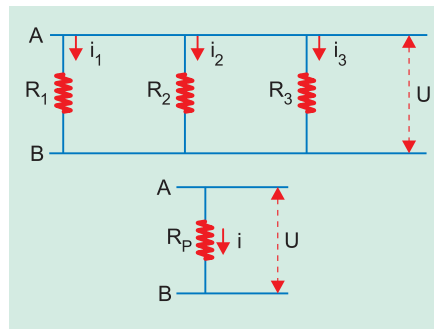
2ª) A tensão total ( $U$ ), na associação, é a soma das tensões parciais.

$$U = U_1 + U_2 + U_3$$

3ª) A resistência equivalente ( $R_s$ ) da associação é a soma das resistências associadas:

$$R_s = R_1 + R_2 + R_3$$

#### □ Associação em paralelo



#### Propriedades

1ª) Todos os resistores associados suportam a mesma tensão, pois eles estão ligados aos mesmos fios (A) e (B).

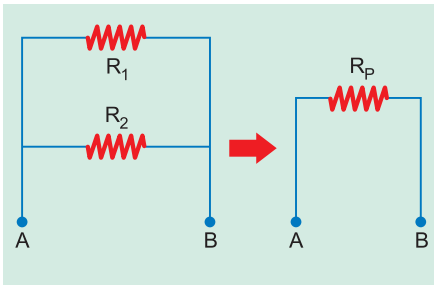
2ª) A intensidade de corrente total ( $i$ ) da associação é a soma das intensidades parciais.

$$i = i_1 + i_2 + i_3$$

3ª) O inverso da resistência equivalente é igual à soma dos inversos das resistências associadas.

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

No caso particular de **dois resistores em paralelo**, temos:



$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$\frac{1}{R_p} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2}$$

$$R_p = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

$R_p = \frac{\text{produto das resistências}}{\text{soma das resistências}}$

Esta regra é válida para **dois** resistores em paralelo, de cada vez.

Se  $R_1 = R_2 = R$ , então:

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{2}{R}$$

$$R_p = \frac{R}{2}$$

Observe que, quando as duas resistências forem iguais, a equivalente é igual à metade do valor comum das resistências.

De um modo geral, para **n** resistores iguais em paralelo, cada um de resistência **R**, a resistência equivalente é:

$$R_p = \frac{R}{n}$$

## MÓDULO 7

## Amperímetro e Voltímetro

### 1. DEFINIÇÃO

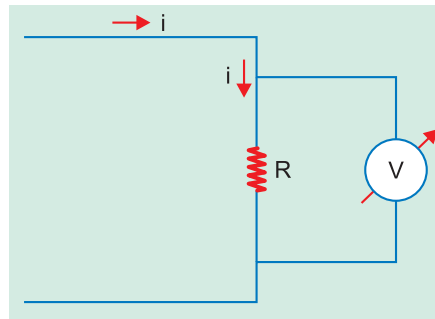
O **amperímetro** é um instrumento destinado a medir intensidade de corrente elétrica.

Sua resistência interna é muito pequena em relação aos valores habituais de resistência elétrica.

Um **amperímetro** é considerado **ideal** quando sua **resistência interna é nula**.

O amperímetro é colocado em série com o elemento de circuito cuja corrente elétrica se quer medir.

O voltímetro é colocado em paralelo com o elemento de circuito cuja tensão se quer medir.



### 2. VARIAÇÃO DA RESISTÊNCIA ELÉTRICA COM A TEMPERATURA

A resistividade  $\rho$  varia sensivelmente com a temperatura e, conseqüentemente, a resistência elétrica do condutor também varia com a temperatura.

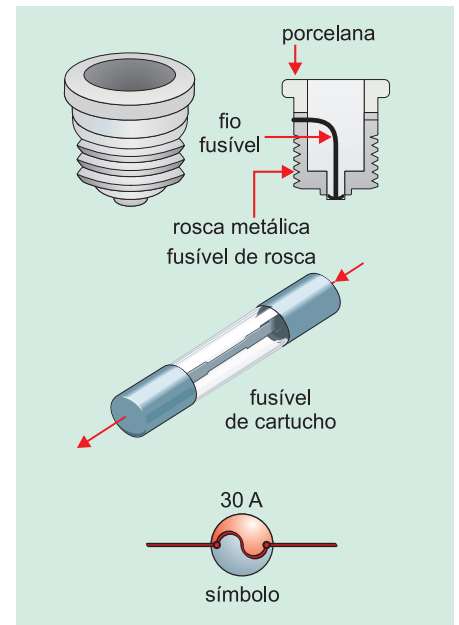
Para os metais puros, a resistividade e a resistência elétrica aumentam com o aumento da temperatura.

### 3. FUSÍVEIS

Os fusíveis são dispositivos que asseguram proteção aos circuitos elétricos. Eles devem ser ligados em série com a parte do circuito elétrico que deve ser protegida. Os fusíveis são constituídos essencialmente de condutores de baixo ponto de fusão, como chumbo e estanho, que, ao se-

rem atravessados por corrente elétrica de intensidade maior do que a máxima permitida, fundem-se, interrompendo o circuito.

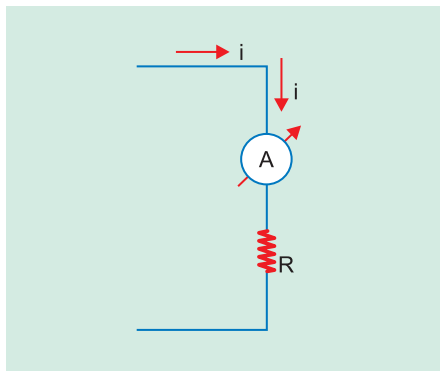
Na figura anterior, apresentamos os tipos comuns de fusíveis, bem como o símbolo usado para representá-los nos circuitos elétricos.



### 4. REOSTATOS

Reostatos são resistores cuja resistência elétrica pode ser variada.

Nas figuras a seguir, apresentamos o reostato de cursor, o reostato de pontos e o símbolo utilizado para representar um reostato num circuito elétrico.



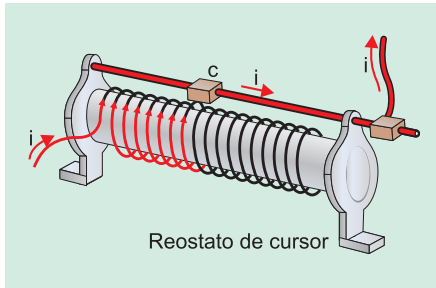
O **voltímetro** é um instrumento destinado a medir a tensão elétrica entre dois pontos de um circuito elétrico.

Sua resistência elétrica é muito grande em relação aos valores habituais de resistência.

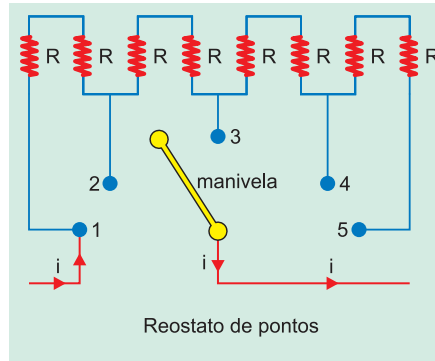
Um **voltímetro** é considerado **ideal** quando sua **resistência interna é infinita**.

### ❑ Reostato de cursor

Mudando a posição do cursor C, varia o comprimento do fio atravessado pela corrente elétrica e, conseqüentemente, varia a resistência elétrica.

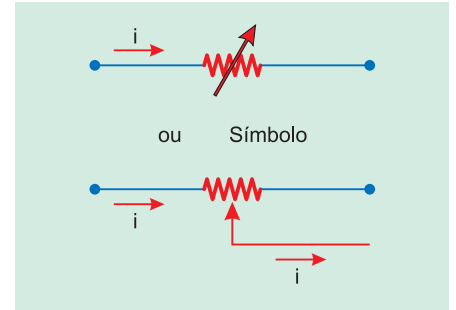


### ❑ Reostato de pontos



Para cada posição da manivela, a resistência do reostato ( $R_R$ ) assume um determinado valor:

- Posição (1):  $R_R = 0$  (mínima)
- Posição (2):  $R_R = 2R$
- Posição (3):  $R_R = 4R$
- Posição (4):  $R_R = 6R$
- Posição (5):  $R_R = 8R$  (máxima)



## MÓDULOS 8 a 10

## Geradores Elétricos e Lei de Pouillet

### 1. GERADOR ELÉTRICO

Denomina-se **gerador elétrico** um elemento de circuito cuja função é converter energia não elétrica (química, mecânica etc.) em energia elétrica.

O gerador abastece energeticamente o circuito elétrico, aumentando a energia elétrica dos portadores de carga elétrica que o atravessam.

Quando uma corrente elétrica atravessa um gerador, ela encontra uma resistência por parte dos condutores que constituem o gerador. Esta resistência é denominada **resistência interna do gerador** e é indicada por **r**.

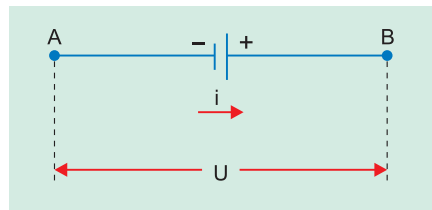
### 2. GERADOR IDEAL

Chama-se **gerador ideal** aquele cuja **resistência interna é nula** ( $r = 0$ ). O gerador ideal fornece aos portadores de carga elétrica que o atravessam **toda a energia elétrica gerada**.

A figura abaixo representa o símbolo de um gerador ideal.



A corrente elétrica no interior do gerador não é espontânea, mas forçada. Por isso, **a corrente elétrica convencional atravessa o gerador no sentido do polo negativo para o positivo**.



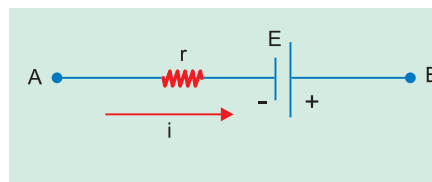
A tensão elétrica U entre os polos de um gerador ideal recebe o nome de **força eletromotriz** (f.e.m.), sendo representada pela letra **E**.

Assim, temos:

$$U = E \text{ (gerador ideal)}$$

### 3. GERADOR REAL

Um gerador real, isto é, um gerador cuja resistência interna não é nula ( $r \neq 0$ ), é representado pelo símbolo da figura abaixo:



A tensão elétrica U entre os polos de um gerador real é menor do que E, em virtude da perda de tensão na resistência interna r, dada pelo produto  $r \cdot i$ . Assim, para um gerador real, temos:

$$U = E - r \cdot i$$

Esta última expressão constitui a **equação característica do gerador**.

Para o gerador ideal, temos:

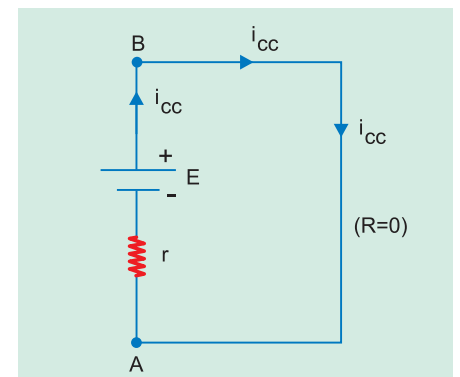
$$r = 0$$

e

$$U = E$$

### 4. GERADOR EM CURTO-CIRCUITO

Um gerador está em curto-circuito quando seus polos são ligados por um fio de resistência elétrica nula.



Nestas condições, a d.d.p.  $U$  entre os polos A e B do gerador é nula, pois o fio tem resistência elétrica nula. A corrente elétrica que atravessa o gerador é denominada **corrente de curto-circuito** ( $i_{cc}$ ) e é a mais intensa possível.

Fazendo  $U = 0$  em  $U = E - r \cdot i$ , tiramos  $i_{cc}$ :

$$U = E - r \cdot i$$

$$0 = E - r \cdot i_{cc}$$

$$i_{cc} = \frac{E}{r}$$

## 5. GERADOR EM CIRCUITO ABERTO

Um gerador está em circuito aberto quando não alimenta nenhum circuito externo.

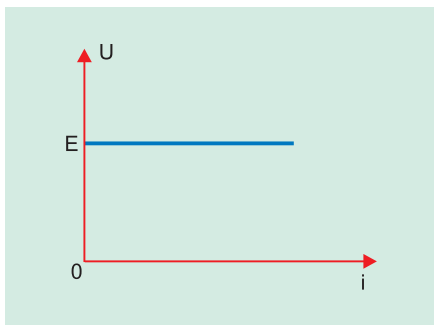
Nesta condição:

$$i = 0 \text{ e } U = E$$

## 6. CURVA CARACTERÍSTICA DE UM GERADOR

### ❑ Gerador Ideal

Para o gerador ideal, temos  $U = E$  (constante) e, neste caso, o gráfico  $U$  em função de  $i$  é uma reta paralela ao eixo dos  $i$ .

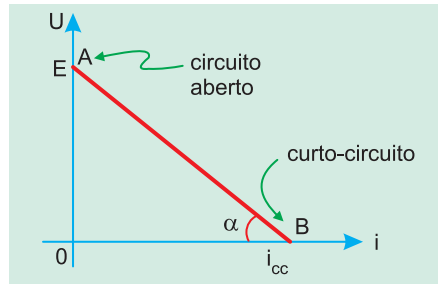


### ❑ Gerador Real

Sendo  $U = E - r \cdot i$ , com  $E$  e  $r$  constantes do gerador, o gráfico de

$U$  em função de  $i$  é uma reta inclinada decrescente, em relação aos eixos.

O ponto A do gráfico corresponde ao gerador em circuito aberto ( $i = 0$  e  $U = E$ ). O ponto B corresponde ao gerador em curto-circuito ( $U = 0$ ;  $i = i_{cc}$ ).



O coeficiente angular dessa reta, em valor absoluto, é dado por:

$$\text{tg } \alpha \stackrel{N}{=} \frac{E}{i_{cc}}$$

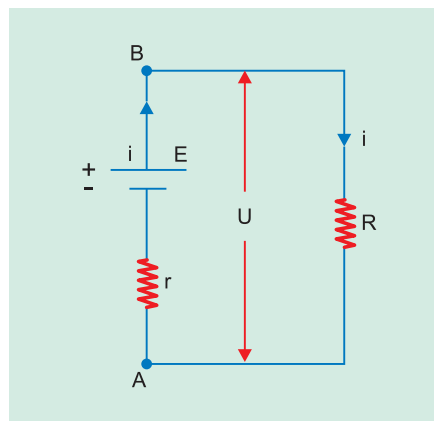
$$\text{tg } \alpha \stackrel{N}{=} \frac{E}{\frac{E}{r}}$$

$$\text{tg } \alpha \stackrel{N}{=} r$$

## 7. LEI DE PUILLET

### ❑ Circuito simples

É o circuito que oferece um só caminho para a circulação da corrente elétrica. O circuito mais simples é aquele constituído por um gerador ligado a um resistor.



Para o gerador, temos:

$$U = E - r \cdot i \quad (1)$$

Para o resistor:

$$U = R \cdot i \quad (2)$$

De (1) e (2), resulta:

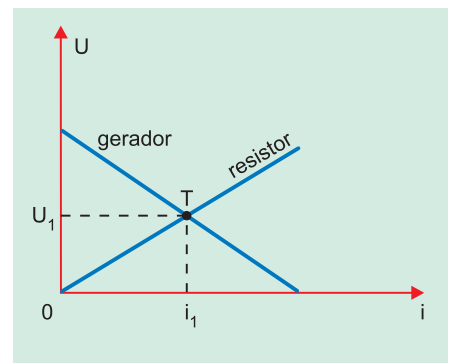
$$R \cdot i = E - r \cdot i$$

$$i(r + R) = E$$

$$i = \frac{E}{R + r}$$

(Lei de Pouillet)

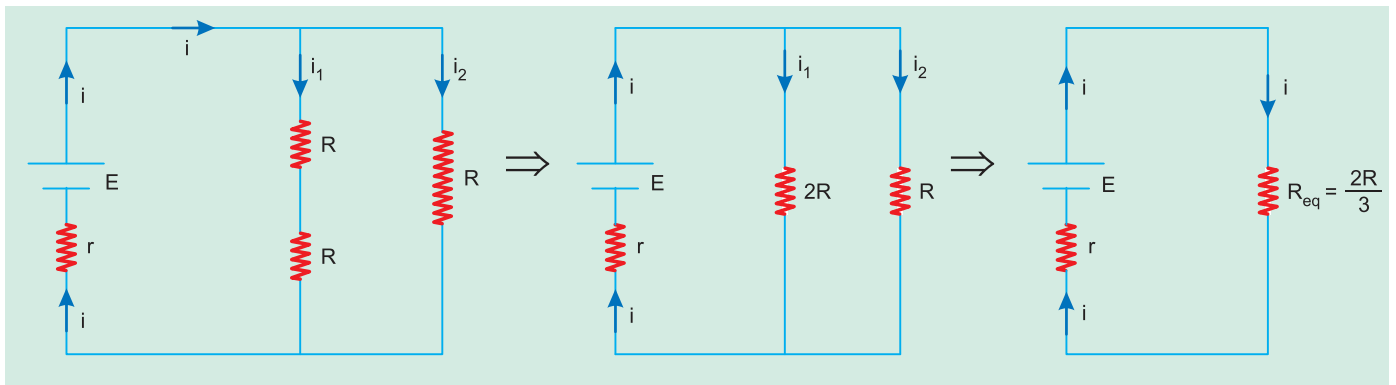
Graficamente, temos:



O ponto T, intersecção das duas retas, é denominado **ponto de trabalho**. Ele indica a tensão comum  $U_1$  aos dois aparelhos e a corrente comum  $i_1$  que os percorre.

O resistor de resistência  $R$  pode ser um único resistor ou representar o resistor equivalente de uma associação de resistores. Assim, no circuito esquematizado abaixo, para o cálculo da intensidade da corrente  $i$  que atravessa o gerador, devemos, inicialmente, achar a resistência equivalente da associação para, em seguida, aplicar a Lei de Pouillet.





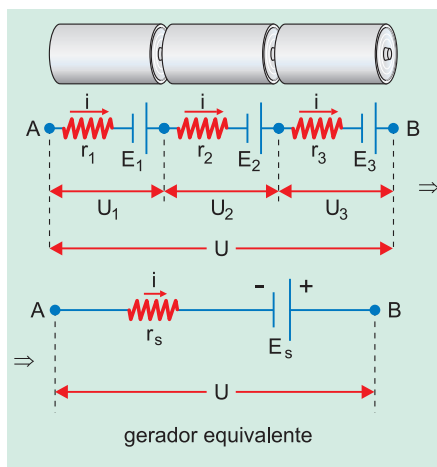
A Lei de Pouillet fornece a intensidade da corrente total  $i$ :

$$i = \frac{E}{\frac{2R}{3} + r}$$

## MÓDULO 11

## Associação de Geradores

### Associação em série



#### Propriedades

1ª) A f.e.m. equivalente ( $E_s$ ) é a soma das f.e.m. dos geradores associados:

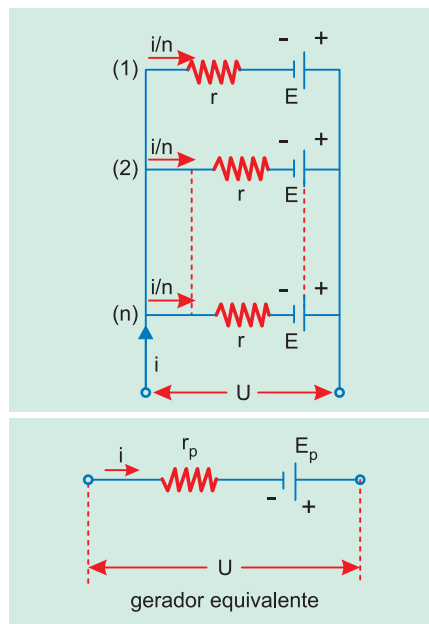
$$E_s = E_1 + E_2 + \dots + E_n$$

2ª) A resistência interna equivalente ( $r_s$ ) é a soma das resistências internas associadas:

$$r_s = r_1 + r_2 + \dots + r_n$$

### Associação em paralelo

Consideremos apenas geradores iguais associados em paralelo:



#### Propriedades

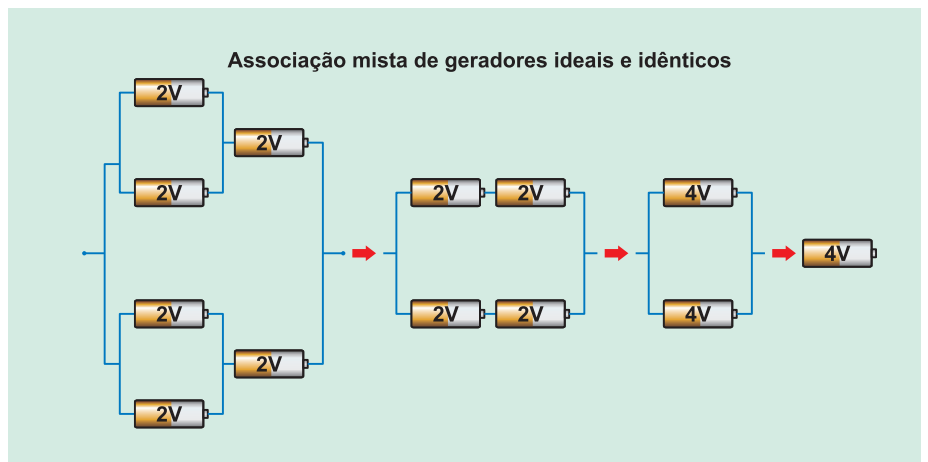
1ª) A f.e.m. do gerador equivalente ( $E_p$ ) é igual à f.e.m. de cada um dos geradores associados:

$$E_p = E$$

2ª) A resistência interna equivalente ( $r_p$ ) é dada por:

$$r_p = \frac{r}{n}$$

em que  $r$  é a resistência interna de cada gerador e  $n$  o número de geradores iguais associados em paralelo.





### 1. RECEPTOR ELÉTRICO

Denomina-se **receptor elétrico** um elemento de circuito que consome energia elétrica e a transforma em outra forma de energia que não exclusivamente energia térmica. Um motor elétrico é um exemplo de receptor, transformando energia elétrica em energia mecânica e energia térmica. Sendo constituídos internamente de condutores, os receptores apresentam uma certa resistência elétrica ( $r$ ), denominada **resistência interna do receptor**.

Indicando-se por  $i$  a intensidade da corrente elétrica que atravessa o receptor, a d.d.p. na resistência interna dele será:

$$U_r = r \cdot i$$

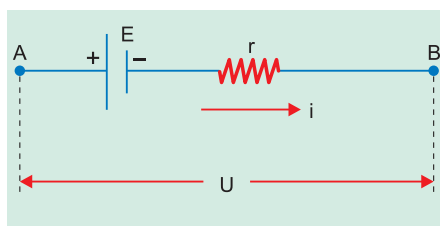
Quando um gerador elétrico aplica a um receptor uma d.d.p. igual a

$U$ , esta divide-se em duas partes:  $r \cdot i$ , que corresponde à queda de tensão na resistência interna do receptor, e  $E$ , denominada **força contraeletromotriz** (f.c.e.m.), que corresponde à d.d.p. útil do receptor. Deste modo, podemos escrever:

$$U = E + r \cdot i$$

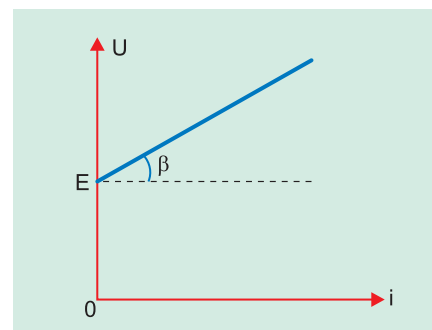
que constitui a **equação característica do receptor**.

Nos circuitos elétricos, os receptores são indicados pelo mesmo símbolo dos geradores, diferindo no sentido da corrente elétrica, que flui do polo positivo para o polo negativo.



### 2. CURVA CARACTERÍSTICA DE UM RECEPTOR

Sendo  $U = E + r \cdot i$ , concluímos que o gráfico de  $U$  em função de  $i$ , com  $E$  e  $r$  constantes, é uma reta inclinada crescente, em relação aos eixos.

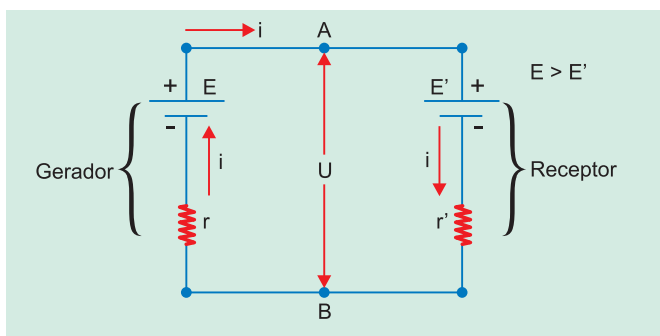


Observemos que o coeficiente linear da reta é a força contraeletromotriz  $E$  e o coeficiente angular ( $\text{tg } \beta$ ) é numericamente igual ao valor da resistência interna do receptor:

$$\text{tg } \beta = r$$

### 3. CIRCUITO GERADOR-RECEPTOR

Num circuito contendo um único gerador e um único receptor, o gerador é o dispositivo de maior  $E$  e, como tal, impõe o sentido da corrente.



Observe que, no circuito proposto, a d.d.p. nos terminais do gerador é a mesma d.d.p. nos terminais do receptor ( $U$  é o mesmo para os dois), já que estamos considerando condutores ideais interligando-os. Então:

– para o gerador:  $U = E - r \cdot i$

– para o receptor:  $U = E' + r' \cdot i$

Logo:  $E' + r' \cdot i = E - r \cdot i$

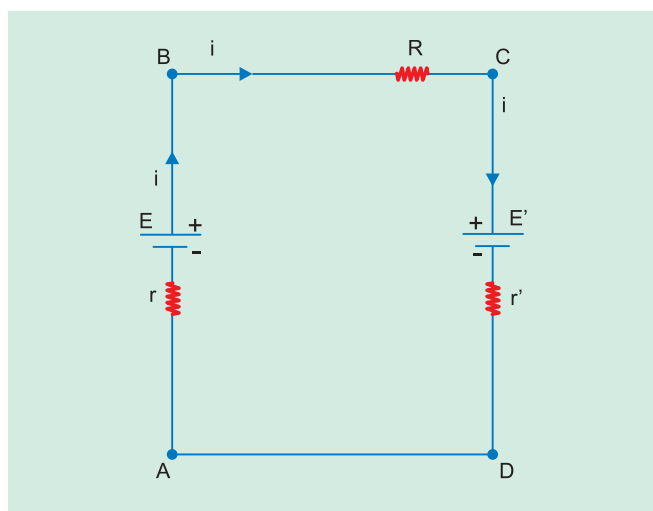
$$r' i + r \cdot i = E - E'$$

$$i(r + r') = E - E' \quad \text{ou}$$

$$i = \frac{E - E'}{r + r'}$$

### 4. CIRCUITO GERADOR-RECEPTOR-RESISTOR

Considere o circuito constituído pelo gerador ( $E, r$ ), pelo receptor ( $E', r'$ ) e pelo resistor ( $R$ ):



$$U_{BA} = U_{BC} + U_{CD}$$

$$E - r \cdot i = R \cdot i + E' + r' \cdot i$$

$$E - E' = (r + r' + R) i$$

$$i = \frac{E - E'}{r + r' + R}$$

## 1. POTÊNCIA ELÉTRICA

Seja  $E_{el}$  a energia elétrica fornecida por um gerador ou consumida por um receptor ou por um resistor, num intervalo de tempo  $\Delta t$ .

A potência elétrica  $P$  fornecida (no caso do gerador) ou consumida (no caso do receptor e do resistor) é, por definição:

$$P = \frac{E_{el}}{\Delta t}$$

Sendo  $U = \frac{E_{el}}{Q}$ , tem-se:  $P = \frac{U \cdot Q}{\Delta t}$

Como  $i = \frac{Q}{\Delta t}$ , resulta:  $P = U \cdot i$

Portanto,

**para qualquer aparelho elétrico, a potência elétrica posta em jogo é igual ao produto da tensão elétrica no aparelho pela intensidade da corrente elétrica que o percorre.**

## 2. UNIDADES

No Sistema Internacional, a energia é medida em joules (J) e o intervalo de tempo em segundos (s). Deste modo, a potência elétrica é medida em joules/segundo e recebe o nome de watt (W):

$$1 \text{ W} = 1 \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

Uma unidade de energia muito utilizada em Eletricidade é o **quilowatt-hora** (kWh). Neste caso, a potência deve ser medida em kW e o intervalo de tempo em horas:

$E_{el}$	$P$	$\Delta t$
J	W	s
kWh	kW	h

### Relação entre kWh e joule:

$$1 \text{ h} = 3.600 \text{ s} = 3,6 \cdot 10^3 \text{ s}$$

$$1 \text{ kW} = 1.000 \text{ W} = 10^3 \text{ W}$$

$$1 \text{ J} = 1 \text{ W} \cdot 1 \text{ s}$$

$$1 \text{ kWh} = 1 \text{ kW} \cdot 1 \text{ h}$$

Então:

$$1 \text{ kWh} = 10^3 \text{ W} \cdot 3,6 \cdot 10^3 \text{ s}$$

$$1 \text{ kWh} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ W} \cdot \text{s}$$

$$1 \text{ kWh} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$$

### Importante

Potência de um aparelho:

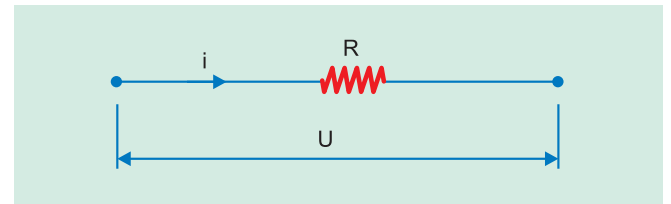
$$P = U \cdot i$$

Energia elétrica consumida pelo aparelho:

$$E_{el} = P \cdot \Delta t$$

## 3. POTÊNCIA ELÉTRICA DISSIPADA POR UM RESISTOR

Seja  $U$  a tensão elétrica aplicada a um resistor de resistência elétrica  $R$  e  $i$  a intensidade da corrente elétrica que o atravessa.



Com a passagem da corrente elétrica, o resistor converte energia elétrica em energia térmica.

Deste modo, a potência elétrica consumida por um resistor é dissipada. Esta potência é dada por:

$$P = U \cdot i$$

Mas, de acordo com a 1ª Lei de Ohm, temos:

$$U = R \cdot i$$

Logo:  $P = R \cdot i \cdot i$

$$P = R \cdot i^2$$

De  $i = \frac{U}{R}$ , vem:

$$P = U \cdot \frac{U}{R}$$

$$P = \frac{U^2}{R}$$



## 1. POTÊNCIA ELÉTRICA DO GERADOR

Consideremos um gerador, de f.e.m. ( $E$ ) e resistência interna ( $r$ ), que está fornecendo corrente elétrica de intensidade ( $i$ ) sob tensão ( $U$ ).

Sua equação característica é:

$$U = E - r \cdot i \quad (1)$$

Para obtermos a potência que o gerador fornece ao circuito, basta multiplicar a corrente pela tensão.

$$P = U \cdot i \quad (2)$$

Então, na equação (1), multipliquemos por ( $i$ ) todos os seus termos:

$$U \cdot i = E \cdot i - r \cdot i^2 \quad (3)$$

Cada termo representa uma potência elétrica. Assim:

**$P_f = U \cdot i$**  : potência fornecida

**$P_g = E \cdot i$**  : potência total gerada

**$P_d = r \cdot i^2$**  : potência dissipada no interior do gerador

Voltando à equação (3), temos:

$$P_f = P_g - P_d$$

## 2. RENDIMENTO ELÉTRICO DO GERADOR

O rendimento elétrico do gerador é definido por uma relação entre a potências fornecida e gerada:

$$\eta = \frac{P_f}{P_g}$$

Sendo:

$$P_f = U \cdot i \text{ e } P_g = E \cdot i, \text{ temos: } \eta = \frac{U \cdot i}{E \cdot i}$$

$$\eta = \frac{U}{E}$$

Para um gerador ideal, temos  $U = E$  e, portanto,  $\eta = 1$  ou  $\eta = 100\%$ .

Para um gerador real, temos  $U < E$  e, portanto,  $\eta < 1$  ou  $\eta < 100\%$ .

## 3. POTÊNCIA ELÉTRICA DO RECEPTOR

Consideremos um receptor de f.c.e.m. ( $E$ ) e resistência interna ( $r$ ) que, sob tensão elétrica ( $U$ ), é percorrido por corrente elétrica de intensidade  $i$ .

Sua equação característica é:

$$U = E + r \cdot i \quad (1)$$

Para obtermos a potência que o receptor consome, basta multiplicar a tensão pela corrente.

$$P_c = U \cdot i \quad (2)$$

Na equação (1), multiplicaremos por  $i$  seus dois membros e teremos:

$$U \cdot i = E \cdot i + r \cdot i^2 \quad (3)$$

Cada termo da equação (3) representa uma potência elétrica:

**$P_c = U \cdot i$**  : potência consumida

**$P_u = E \cdot i$**  : potência útil

**$P_d = r \cdot i^2$**  : potência dissipada no interior do receptor

Voltando à equação (3):

$$P_c = P_u + P_d$$

## 4. RENDIMENTO ELÉTRICO DO RECEPTOR

Definimos rendimento elétrico de um receptor como a razão entre sua potência útil e sua potência consumida:

$$\eta = \frac{P_u}{P_c}$$

Sendo:

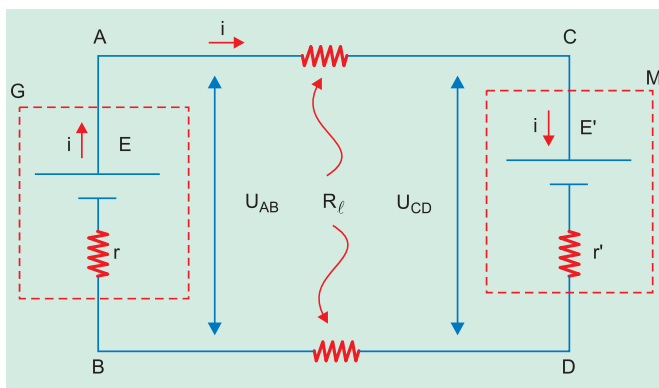
$$P_u = E \cdot i \text{ e } P_c = U \cdot i,$$

temos:

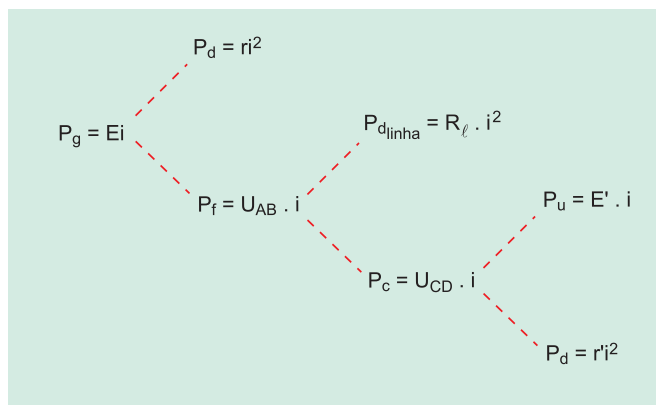
$$\eta = \frac{E \cdot i}{U \cdot i}$$

$$\eta = \frac{E}{U}$$

### Observação



O gerador G de f.e.m. E e resistência interna r está ligado a um motor M através de uma linha de transmissão de resistência  $R_\ell$ . Sejam E' a f.c.e.m. do motor e r' sua resistência interna. Temos o seguinte esquema de potências:



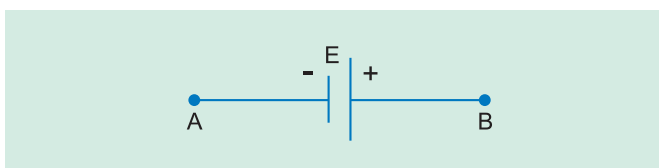
## MÓDULO 18

## Leis de Kirchhoff

### 1. POLARIDADE E D.D.P. DOS ELEMENTOS DE CIRCUITO

#### Gerador e receptor ideais

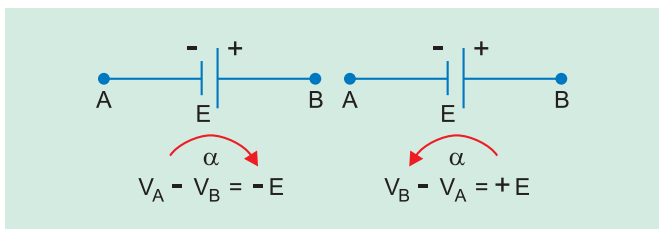
Independentemente do sentido da corrente elétrica, o **traço menor** representa o **polo negativo** e o **traço maior**, o **polo positivo**.



O polo B tem potencial elétrico maior do que o polo A. Portanto:

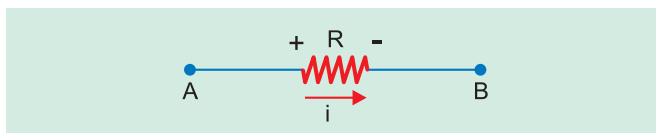
$$V_B - V_A = +E \quad \text{e} \quad V_A - V_B = -E$$

Deste modo, podemos adotar um sentido de percurso  $\alpha$  e estabelecer a seguinte regra: a d.d.p. pode ser +E ou -E, valendo o sinal de entrada no sentido do percurso  $\alpha$  adotado:



#### Resistores

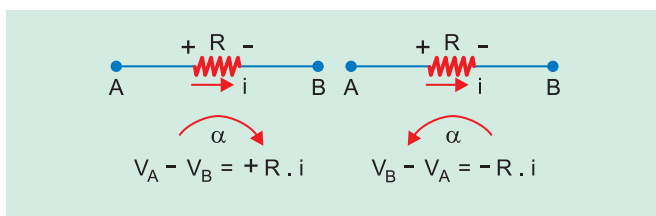
Para os resistores, a polaridade é dada pelo sentido da corrente: o polo positivo é o da entrada da corrente e o negativo é o da saída.



O polo A tem potencial elétrico maior do que o polo B. Portanto:

$$V_A - V_B = +R \cdot i \quad \text{e} \quad V_B - V_A = -R \cdot i$$

A d.d.p. pode ser  $+R \cdot i$  ou  $-R \cdot i$ , valendo o sinal de entrada no sentido do percurso  $\alpha$  adotado:



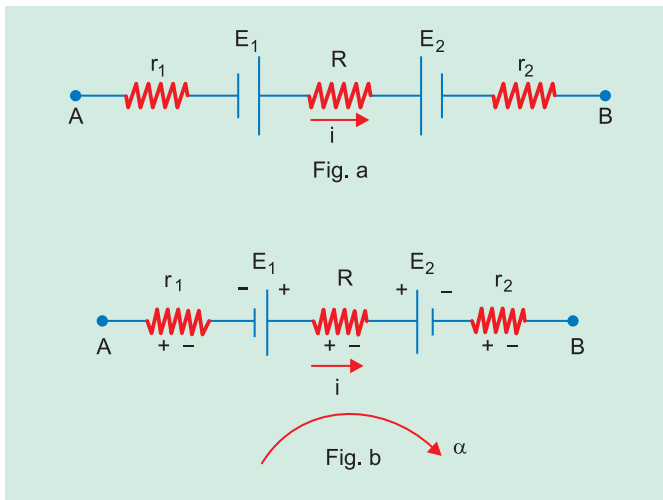
### 2. CÁLCULO DA D.D.P. ENTRE OS EXTREMOS DE UM TRECHO DE CIRCUITO

Para o cálculo da d.d.p. entre os extremos de um trecho de circuito (fig.a), devemos:

- 1º) marcar as polaridades.
- 2º) adotar um sentido de percurso  $\alpha$  (fig. b).

Adotando de A para B, temos  $V_A - V_B$ .

3º) somar algebricamente as d.d.p. de todos os elementos.

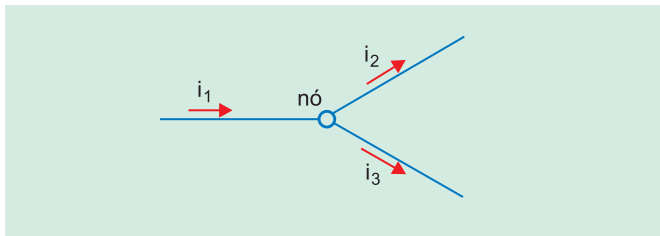


Para cada d.d.p., vale o sinal de entrada de  $\alpha$ :

$$V_A - V_B = + r_1 i - E_1 + R i + E_2 + r_2 i$$

### 3. PRIMEIRA LEI DE KIRCHHOFF OU LEI DOS NÓS

Num circuito elétrico, chama-se **nó** um ponto comum a três ou mais condutores.



### ❑ Primeira Lei de Kirchhoff

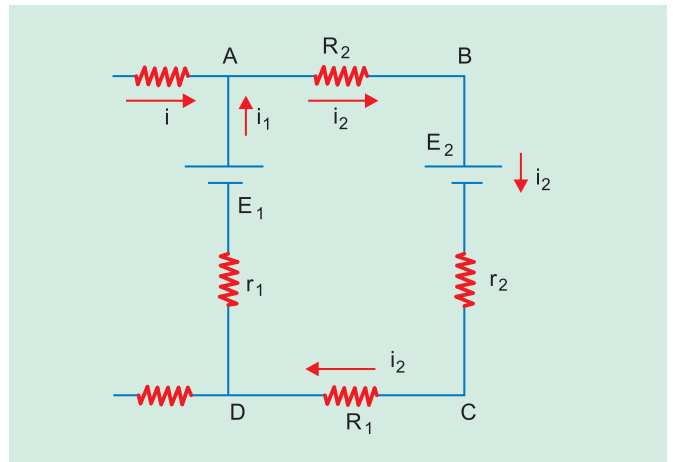
A soma das intensidades das correntes que chegam a um nó é igual à soma das intensidades das correntes que dele saem.

No exemplo, temos:  $i_1 = i_2 + i_3$ .

### 4. SEGUNDA LEI DE KIRCHHOFF OU LEI DAS MALHAS

Num circuito elétrico, chama-se malha um conjunto de elementos de circuito constituindo um percurso fechado.

Exemplo: malha ABCD



### ❑ Segunda Lei de Kirchhoff

Percorrendo uma malha num certo sentido, partindo e chegando ao mesmo ponto, a soma algébrica das d.d.p. é nula.

## MÓDULO 19

## Medidores Elétricos

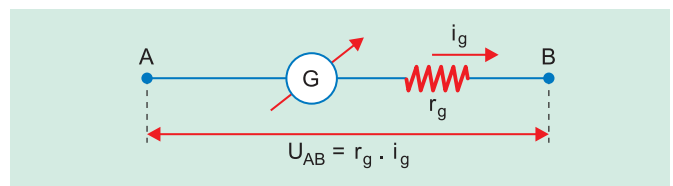
### 1. GALVANÔMETRO

É um dispositivo que se utiliza para detectar correntes de pequenas intensidades.

Nos circuitos elétricos, o galvanômetro funciona como se fosse um simples resistor. Os elementos que caracterizam um galvanômetro são:

- a) sua resistência ( $r_g$ );
- b) a intensidade de corrente máxima permitida no aparelho ( $i_g$ ), também denominada **corrente de fundo de escala**.

O símbolo que utilizaremos para o galvanômetro será:



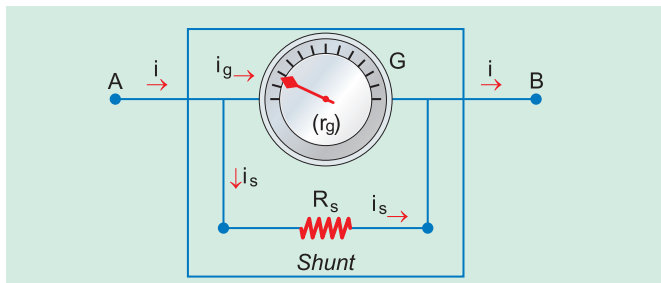
### 2. AMPERÍMETRO

O galvanômetro apresenta pequena faixa de medição de corrente (de zero a alguns miliampères).

Para medir correntes maiores do que as que o galvanômetro suporta, associa-se em paralelo a ele um resistor de **baixa** resistência, denominado **shunt** ( $R_s$ ).

O galvanômetro e o *shunt* são montados dentro de uma caixa, conforme a figura a seguir, constituindo um **amperímetro**.

Vamos determinar a nova corrente de fundo de escala  $i$  do amperímetro em função da corrente de fundo de escala  $i_g$  do galvanômetro.



O galvanômetro e o *shunt* estão em paralelo.

$$r_g i_g = R_s \cdot i_s \Rightarrow i_s = \frac{r_g i_g}{R_s}$$

Sendo  $i = i_g + i_s$ , temos:

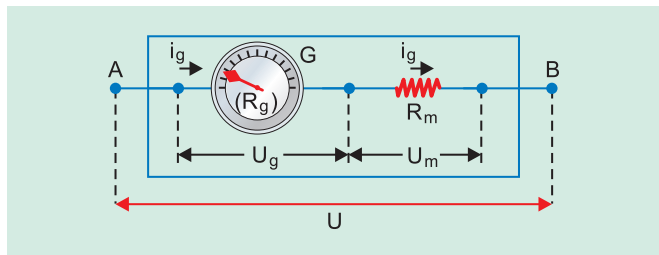
$$i = i_g + \frac{r_g i_g}{R_s} \quad \boxed{i = i_g \left(1 + \frac{r_g}{R_s}\right)}$$

### 3. VOLTÍMETRO

O galvanômetro, quando graduado em unidades de tensão elétrica, apresenta uma estreita faixa de medições (de zero a alguns milivolts).

Para medir tensões maiores do que as que o galvanômetro suporta, associa-se em série a ele um resistor de alta resistência, denominada **resistência multiplicadora**.

O galvanômetro e o resistor em série são montados dentro de uma caixa, conforme a figura abaixo, constituindo um **voltímetro**.



Encontrando o galvanômetro e o resistor em série, temos:

$$i_g = \frac{U_g}{r_g} = \frac{U_m}{R_m} \Rightarrow U_m = \frac{U_g R_m}{r_g}$$

De  $U = U_g + U_m$ , obtemos:

$$U = U_g + \frac{U_g \cdot R_m}{r_g}$$

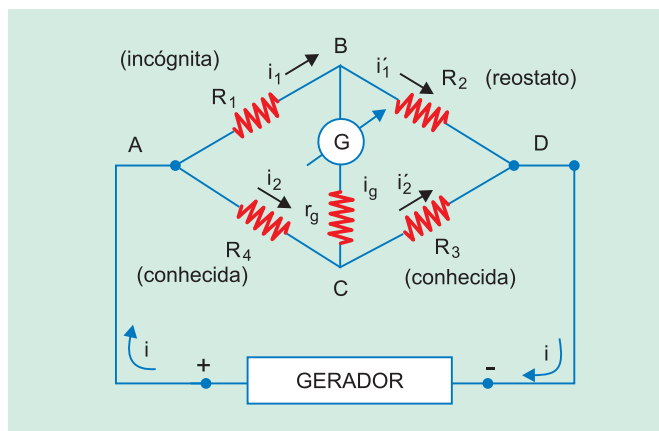
$$\boxed{U = U_g \left(1 + \frac{R_m}{r_g}\right)}$$

## MÓDULO 20

## Ponte de Wheatstone

### 1. PONTE DE WHEATSTONE

É um grupo de resistores associados com um galvanômetro e alimentados por um gerador, conforme o circuito abaixo.



A ponte de Wheatstone é considerada em **equilíbrio** quando o galvanômetro não acusa corrente ( $i_g = 0$ ).

Nessa condição, os potenciais em B e C são iguais ( $V_B = V_C$ ) e, conseqüentemente,

$$\boxed{R_1 \cdot R_3 = R_2 \cdot R_4} \quad (\text{produto cruzado})$$

Demonstração:

De fato:

$$i_g = 0 \Rightarrow i_1 = i_1' \text{ e } i_2 = i_2'$$

$$V_B = V_C \Rightarrow V_A - V_B = V_A - V_C$$

$$R_1 \cdot i_1 = R_4 \cdot i_2 \quad \textcircled{1}$$

Ainda:

$$V_B - V_D = V_C - V_D$$

$$R_2 \cdot i_1 = R_3 \cdot i_2 \quad \textcircled{II}$$

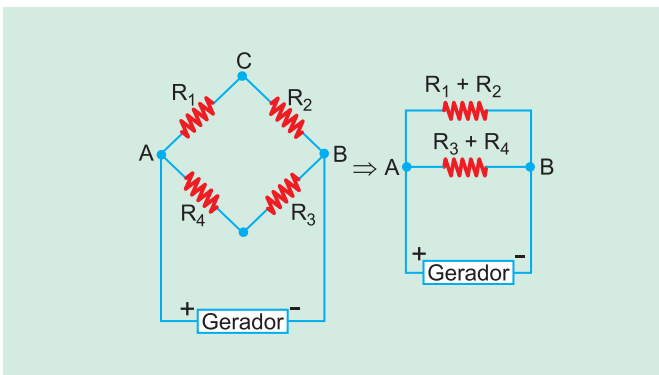
Dividindo-se  $\textcircled{I}$  por  $\textcircled{II}$ , membro a membro:

$$\frac{R_1 \cdot i_1}{R_2 \cdot i_1} = \frac{R_4 \cdot i_2}{R_3 \cdot i_2} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_4}{R_3}$$

ou  **$R_1 \cdot R_3 = R_2 \cdot R_4$**

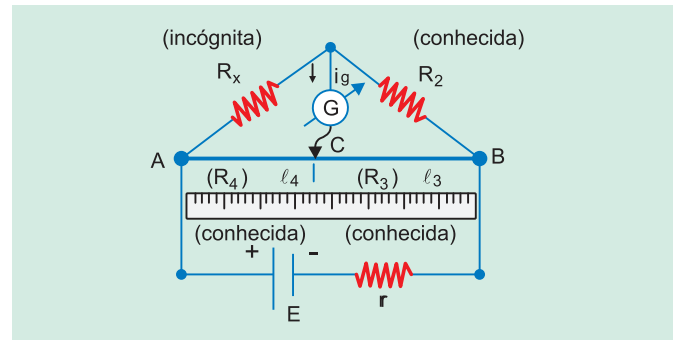
Observemos também que, sendo  $R_3$  e  $R_4$  resistências conhecidas e  $R_2$  (ajustável para o equilíbrio) também conhecida, podemos calcular o valor de  $R_1$  (incógnita). Por isso, a ponte de Wheatstone constitui um método de determinação de resistência elétrica.

Encontrando-se a ponte de Wheatstone em equilíbrio, pode-se calcular a resistência equivalente, retirando-se o galvanômetro do circuito e observando-se que  $R_1$  e  $R_2$  estão em série, o mesmo acontecendo com  $R_3$  e  $R_4$ .



## 2. PONTE DE FIO

A denominada **ponte de fio** é uma variante da ponte de Wheatstone, na qual se faz  $R_2$  fixo e se substitui  $R_4$  e  $R_3$  por um único fio resistor homogêneo e de seção constante. Para determinar o valor de  $R_1$ , devemos obter o equilíbrio da ponte, o que se consegue alterando a posição do cursor C sobre o fio AB.



Sejam:

$R_4$  = resistência do trecho AC

$R_3$  = resistência do trecho CB

No equilíbrio, teremos:

$$R_1 \cdot R_3 = R_2 \cdot R_4$$

De acordo com a 2ª Lei de Ohm:

$$R_1 \cdot \rho \cdot \frac{l_3}{A} = R_2 \cdot \rho \cdot \frac{l_4}{A}$$

**$R_1 \cdot l_3 = R_2 \cdot l_4$**

Conhecidos  $l_3$ ,  $l_4$  e  $R_2$ , calcula-se  $R_1$ .