EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

Módulo 1 – Potenciação: Definição e Propriedades

1. O valor de $\dfrac{2^{2^3} \cdot 2^{2^{3^2}}}{(2^3)^{100} \cdot (2^{70})^3}$ é

a) 1 b) 32 c) 1024 d) 4096 e) 8192

Resolução

$$\frac{2^{2^3} \cdot 2^{2^{3^2}}}{(2^3)^{100} \cdot (2^{70})^3} = \frac{2^8 \cdot 2^{2^9}}{2^{300} \cdot 2^{210}} = \frac{2^8 \cdot 2^{512}}{2^{300} \cdot 2^{210}} =$$

$$= \frac{2^{520}}{2^{510}} = 2^{10} = 1024$$

Resposta:C

2. **(ESPM)** – Assinale a alternativa correspondente à expressão de menor valor:

a) $[(-2)^{-2}]^3$ b) $[-2^{-2}]^3$ c) $[(-2)^3]^{-2}$
d) $[-2^3]^{-2}$ e) $[-2^{-3}]^2$

Resolução

a) $[(-2)^{-2}]^3 = (-2)^{-6} = \dfrac{1}{64}$

b) $[-2^{-2}]^3 = -2^{-6} = -\dfrac{1}{64}$

c) $[(-2)^3]^{-2} = (-2)^{-6} = \dfrac{1}{64}$

d) $[-2^3]^{-2} = (-1)^{-2} \cdot 2^{-6} = \dfrac{1}{64}$

e) $[-2^{-3}]^2 = (-1)^2 \cdot 2^{-6} = \dfrac{1}{64}$

Resposta: B

3. Se $5^{3a} = 64$, então 5^{-2a} resulta:

a) $625 \cdot 10^{-5}$ b) $625 \cdot 10^{-4}$ c) $625 \cdot 10^{-3}$
d) $625 \cdot 10^{-2}$ e) $625 \cdot 10^{-1}$

Resolução

$5^{3a} = 64 \Rightarrow (5^a)^3 = 4^3 \Rightarrow 5^a = 4 \Rightarrow (5^a)^{-2} = 4^{-2} \Rightarrow$

$\Rightarrow 5^{-2a} = \dfrac{1}{16} \Rightarrow 5^{-2a} = 0{,}0625 = 625 \cdot 10^{-4}$

Resposta: B

Módulo 2 – Radiciação: Definição e Propriedades

4. O valor da expressão

$\sqrt[3]{6 + \sqrt[4]{10 + \sqrt{38 - \sqrt{4}}}} + \sqrt{0{,}0036 + 0{,}0028} =$

a) 2,0008 b) 2,008 c) 2,08
d) 2,8 e) 0,28

Resolução

$\sqrt[3]{6 + \sqrt[4]{10 + \sqrt{38 - \sqrt{4}}}} + \sqrt{0{,}0036 + 0{,}0028} =$

$= \sqrt[3]{6 + \sqrt[4]{10 + \sqrt{38 - 2}}} + \sqrt{0{,}0064} =$

$= \sqrt[3]{6 + \sqrt[4]{10 + 6}} + \sqrt{(0{,}08)^2} =$

$= \sqrt[3]{6 + 2} + 0{,}08 = \sqrt[3]{2^3} + 0{,}08 = 2 + 0{,}08 = 2{,}08$

Resposta: C

5. **(UNIMES)**

$\sqrt{8} - \sqrt{72} + 5\sqrt{2} = x$, logo x é igual a:

a) $4\sqrt{2}$ b) $3\sqrt{2}$ c) $2\sqrt{2}$ d) $\sqrt{2}$ e) $2\sqrt{3}$

Resolução

$\sqrt{8} - \sqrt{72} + 5\sqrt{2} = x \Rightarrow x = \sqrt{2^2 \cdot 2} - \sqrt{2^2 \cdot 2 \cdot 3^2} + 5\sqrt{2} =$

$= 2\sqrt{2} - 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{2} + 5\sqrt{2} = \sqrt{2}$

Resposta: D

Módulo 3 – Fatoração

6. A expressão $\dfrac{a^3 + a^2}{a^2 + a} - \dfrac{a^4}{a^3 + a^2}$, para $a \neq 0$ e $a \neq -1$, é igual a:

a) 2a b) $\dfrac{1}{a+1}$ c) $\dfrac{a}{a+1}$ d) $\dfrac{a+1}{2a}$ e) $\dfrac{1}{2}$

Resolução

$$\frac{a^3 + a^2}{a^2 + a} - \frac{a^4}{a^3 + a^2} = \frac{a^2(a+1)}{a(a+1)} - \frac{a^4}{a^2(a+1)} =$$

$$= a - \frac{a^2}{a+1} = \frac{a^2 + a - a^2}{a+1} = \frac{a}{a+1}$$

Resposta: C

7. O valor de $\dfrac{5a^4 + 5a^2 - 3a^2b - 3b}{10a^2 - 6b}$, para a = 9 e b = 37, é:

a) 41 b) 43 c) 82 d) 123 e) 164

Resolução

$$\frac{5a^4 + 5a^2 - 3a^2b - 3b}{10a^2 - 6b} = \frac{5a^2(a^2+1) - 3b(a^2+1)}{2(5a^2 - 3b)} =$$

$$= \frac{(a^2+1)(5a^2-3b)}{2(5a^2-3b)} = \frac{a^2+1}{2} = \frac{9^2+1}{2} = \frac{82}{2} = 41$$

Resposta: A

Módulo 4 – Fatoração

8. Fatore as expressões:

a) $25x^{12}y^2 - 16y^6 = y^2(25x^{12} - 16y^4) = y^2[(5x^6)^2 - (4y^2)^2] =$
$= y^2(5x^2 + 4y^2)(5x^6 - 4y^2)$

b) $a^2 - c^2 + 2ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2 - c^2 = (a+b)^2 - c^2 =$
$= (a + b + c)(a + b - c)$

Módulo 5 – Potenciação e Radiciação

9. **(MACKENZIE)** – O número de algarismos do produto $4^9 . 5^{13}$ é:

a) 20 b) 22 c) 18 d) 15 e) 17

Resolução

$4^9 . 5^{13} = (2^2)^9 . 5^{13} = 2^{18} . 5^{13} = 2^5 . 2^{13} . 5^{13} =$

$= 32 . (2 . 5)^{13} = 32 . 10^{13}$

O número de algarismos de 32 . 1013 é 15.

Resposta: D

10. O número $x = \dfrac{2^{17} . 5^{12} + 20^6 . 50^4}{6^3 . 10^{12}}$ resulta igual a:

a) 2 b) 5 c) 216 d) 432 e) 648

Resolução

$$x = \frac{2^{17} . 5^{12} + 20^6 . 50^4}{6^3 . 10^{12}} = \frac{2^5 . 2^{12} . 5^{12} + 20^2 . 20^4 . 50^4}{6^3 . 10^{12}} =$$

$$= \frac{32 . 10^{12} + 400 . 10^{12}}{6^3 . 10^{12}} = \frac{432 . 10^{12}}{216 . 10^{12}} = 2$$

Resposta: A

Módulo 6 – Potenciação e Radiciação

11. O valor da expressão

$\sqrt{2+\sqrt{3}} . \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{3}}} . \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}$ é

a) 1 b) $\sqrt{3}$ c) $2+\sqrt{3}$

d) $2-\sqrt{3}$ e) $3-\sqrt{2}$

Resolução

$$\sqrt{2+\sqrt{3}} . \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{3}}} . \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}} =$$

$$= \sqrt{2+\sqrt{3}} . \sqrt{2^2 - \left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{2+\sqrt{3}} . \sqrt{4 - (2+\sqrt{3})} =$$

$$= \sqrt{2+\sqrt{3}} . \sqrt{2-\sqrt{3}} = \sqrt{2^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{1} = 1$$

Resposta: A

12. $\dfrac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} - \dfrac{2}{\sqrt[3]{3}} - \dfrac{3}{\sqrt{3}}$ é igual a

a) $\sqrt{5} - \sqrt[3]{4}$ b) $\sqrt{5} + 2\sqrt{3} - \sqrt[3]{4}$

c) $\sqrt{5} - \sqrt[3]{2} - \sqrt{3}$ d) $\sqrt{5} - \sqrt[3]{4} - \sqrt{3}$

e) $1 - \sqrt{3}$

Resolução

$$\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} . \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt[3]{2}} . \frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}} - \frac{3}{\sqrt{3}} . \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} =$$

$$= \frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{2} - \frac{2\sqrt[3]{4}}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{3} =$$

$$= \sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt[3]{4} - \sqrt{3} = \sqrt{5} - \sqrt[3]{4}$$

Resposta: A

Módulo 7 – Fatoração

13. **(FATEC)** – O valor da expressão $y = \dfrac{x^3 - 8}{x^2 + 2x + 4}$, para $x = \sqrt{2}$, é

a) $\sqrt{2} - 2$ b) $\sqrt{2} + 2$ c) 2

d) – 0,75 e) $\dfrac{-4}{3}$

Resolução

$$y = \frac{x^3 - 8}{x^2 + 2x + 4} = \frac{(x-2) . (x^2+2x+4)}{(x^2+2x+4)} = x - 2$$

Para $x = \sqrt{2}$, temos: $y = x - 2 = \sqrt{2} - 2$

Resposta: A

14. **(UNESP)** – Seja a seguinte expressão algébrica:

$\dfrac{x^3 - y^3}{x - y} - \dfrac{x^3 + y^3}{x + y}$, na qual x e y são números reais com $x \neq y$ e $x \neq -y$.

a) Encontre o valor de x para que a expressão resulte 5 para y = 3.

b) Simplifique a expressão algébrica dada.

Resolução

Supondo $x \neq y$ e $x \neq -y$, temos:

1) $\dfrac{x^3 - y^3}{x - y} - \dfrac{x^3 + y^3}{x + y} =$

$= \dfrac{(x - y)(x^2 + xy + y^2)}{x - y} - \dfrac{(x + y)(x^2 - xy + y^2)}{x + y} =$

$= (x^2 + xy + y^2) - (x^2 - xy + y^2) = 2xy$

2) $2xy = 5$ e $y = 3 \Rightarrow 2 \,.\, x \,.\, 3 = 5 \Leftrightarrow x = \dfrac{5}{6}$

Respostas: a) $x = \dfrac{5}{6}$ b) 2xy

Módulo 8 – Equações do 1º e do 2º Grau

Resolver, em $\mathbb{R}$, as equações de 15 a 18.

15. $3x - [2 - (x - 1)] = 5x$

Resolução

$3x - [2 - (x - 1)] = 5x \Leftrightarrow 3x - [2 - x + 1] = 5x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3x - 2 + x - 1 = 5x \Leftrightarrow 3x + x - 5x = 2 + 1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -x = 3 \Leftrightarrow x = -3$

Resposta: V = {– 3}

16. $3(x - 2) - x = 2x - 6$

Resolução

$3(x - 2) - x = 2x - 6 \Leftrightarrow 3x - 6 - x = 2x - 6 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3x - x - 2x = 6 - 6 \Leftrightarrow 0x = 0 \Leftrightarrow V = \mathbb{R}$

Resposta: V = $\mathbb{R}$

17. $2(x - 7) = x - (2 - x)$

Resolução

$2(x - 7) = x - (2 - x) \Leftrightarrow 2x - 14 = x - 2 + x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2x - x - x = 14 - 2 \Leftrightarrow 0x = 12 \Leftrightarrow V = \varnothing$

Resposta: V = ø

18. $(x^2 + 1) \,.\, (x - 1)(x + 1) = 0$

Resolução

$$(x^2 + 1)(x - 1) \,.\, (x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow x \notin \mathbb{R} \\ \text{ou} \\ x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \\ \text{ou} \\ x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \end{cases}$$

Resposta: V = {1; – 1}

Resolver, em $\mathbb{R}$, as equações de 19 a 21.

19. $3x^2 - x - 2 = 0$

Resolução

Temos a = 3, b = – 1 e c = – 2.

Logo

$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \,.\, 3 \,.\, (-2) \Rightarrow$

$\Rightarrow \Delta = 1 + 24 \Rightarrow \Delta = 25 > 0$

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-(-1) \pm \sqrt{25}}{2 \,.\, 3} \Rightarrow$

$\Rightarrow x = \dfrac{1 \pm 5}{6} \Rightarrow x = x_1 = \dfrac{1 + 5}{6} = \dfrac{6}{6} = 1$ ou

$x = x_2 = \dfrac{1 - 5}{6} = \dfrac{-4}{6} = \dfrac{-2}{3}$

Resposta: V = $\left\{1; -\dfrac{2}{3}\right\}$

20. $x^4 - 4x^2 + 3 = 0$

Resolução

Trata-se de uma equação **biquadrada**.

Fazendo $x^2 = y$, temos

$x^4 = y^2$ e a equação $y^2 - 4y + 3 = 0$, cujas raízes são 1 e 3.

Portanto, $x^2 = 1$ ou $x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm 1$ ou $x = \pm\sqrt{3}$

Resposta: V = $\{1; -1; \sqrt{3}; -\sqrt{3}\}$

Observação

É evidente que mesmo uma **equação incompleta do 2º grau** pode ser resolvida também pela **fórmula de Baskara**, como faremos a seguir com a equação $x^2 - 2x = 0$.

Resolução

a = 1; b = – 2 e c = 0 e $\Delta = (-2)^2 - 4 \,.\, 1 \,.\, 0 \Rightarrow \Delta = 4$

Logo:

$x = \dfrac{-(-2) \pm \sqrt{4}}{2 \,.\, 1} = \dfrac{2 \pm 2}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow x = \dfrac{2 + 2}{2} = \dfrac{4}{2} = 2$ ou $x = \dfrac{2 - 2}{2} = \dfrac{0}{2} = 0$

Resposta: V = {0; 2}

21. $(2x + 0{,}4)^2 - 3(2x + 0{,}4) + 2 = 0$

Resolução

Fazendo $2x + 0{,}4 = y$, temos:

$y^2 - 3y + 2 = 0 \Leftrightarrow y = 1$ ou $y = 2$

Logo:

$2x + 0{,}4 = 1$ ou $2x + 0{,}4 = 2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 0{,}3 = \dfrac{3}{10}$ ou $x = 0{,}8 = \dfrac{4}{5}$

Resposta: V = $\left\{\dfrac{3}{10}; \dfrac{4}{5}\right\}$

Módulo 9 – Equações do 1º e do 2º Grau

22. As raízes da equação $2x^2 - 9x + 8 = 0$ são x_1 e x_2. Calcule:

a) $x_1 + x_2 =$ b) $x_1 \,.\, x_2 =$

c) $\dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} =$ d) $x_1^2 + x_2^2 =$

Resolução

$2x^2 - 9x + 8 = 0 \Leftrightarrow ax^2 + bx + c = 0$

a) $x_1 + x_2 = \dfrac{-b}{a} = \dfrac{9}{2}$

b) $x_1 \,.\, x_2 = \dfrac{c}{a} = \dfrac{8}{2} = 4$

c) $\dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} = \dfrac{x_2 + x_1}{x_1 x_2} = \dfrac{\frac{9}{2}}{4} = \dfrac{9}{8}$

d) $\begin{cases} x_1 + x_2 = \dfrac{9}{2} \\ x_1 \,.\, x_2 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2 = \dfrac{81}{4} \\ x_1x_2 = 4 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow x_1^2 + x_2^2 \,.\, 2 \,.\, 4 = \dfrac{81}{4} \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = \dfrac{81}{4} - 8 \Rightarrow$

$\Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = \dfrac{49}{4}$

23. **(FEI)** – O conjunto dos valores de k para que a equação $x^2 - 3kx + k^2 + 2x - 9k + 1 = 0$ tenha raízes iguais é:

a) $\left\{0; -\dfrac{24}{5}\right\}$ b) $\left\{\dfrac{24}{5}\right\}$ c) $\{-5; 24\}$

d) $\{0; 24\}$ e) $\{0; 5\}$

Resolução

$x^2 - 3kx + k^2 + 2x - 9k + 1 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 - (3k - 2)x + (k^2 - 9k + 1) = 0$

A equação terá raízes iguais se

$\Delta = [-(3k - 2)]^2 - 4 \,.\, 1 \,.\, (k^2 - 9k + 1) = 0$

Logo, $9k^2 - 12k + 4 - 4k^2 + 36k - 4 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 5k^2 + 24k = 0 \Leftrightarrow k(5k + 24) = 0 \Leftrightarrow k = 0$ ou $k = -\dfrac{24}{5}$

Resposta: A

Módulo 10 – Equações Redutíveis a 1º ou 2º Grau

24. **(FGV)** – Resolva, no campo real, a equação

$5 \,.\, (1 + x)^5 = 20$

Resolução

De acordo com o enunciado, $x \in \mathbb{R}$.

$5 \,.\, (1 + x)^5 = 20 \Leftrightarrow (1 + x)^5 = 4 \Leftrightarrow x = \sqrt[5]{4} - 1$

Respostas: V $\{\sqrt[5]{4} - 1\}$

25. **(FGV)** – Resolva, no campo real, a equação

$\sqrt{3x + 4} - x = -8$

Resolução

De acordo com o enunciado, $x \in \mathbb{R}$.

$\sqrt{3x + 4} - x = -8 \Leftrightarrow \sqrt{3x + 4} = x - 8$

Elevando-se ao quadrado os dois membros da equação, tem-se $x^2 - 19x + 60 = 0 \Leftrightarrow x = 15$, pois $x = 4$ não serve.

Respostas: V = {15}

Módulo 11 – Equações Redutíveis a 1º ou 2º Grau

26. **(MACKENZIE)** – José possui dinheiro suficiente para comprar uma televisão de R\$ 900,00, e ainda lhe sobram $\dfrac{2}{5}$ da quantia inicial. O valor que sobra para José é:

a) R\$ 450,00 b) R\$ 550,00 c) R\$ 800,00

d) R\$ 650,00 e) R\$ 600,00

Resolução

Se a quantia, em reais, que José possuía inicialmente era x, e, após pagar R\$ 900,00 pelo televisor, ainda lhe sobraram $\dfrac{2}{5}$ da quantia inicial, então:

$x - 900 = \dfrac{2}{5} \,.\, x \Leftrightarrow \dfrac{3x}{5} = 900 \Leftrightarrow x = 1500$

O valor que sobra para José, em reais, é:

$\dfrac{2}{5} \,.\, x = \dfrac{2}{5} \,.\, 1500 = 600$

Resposta: E

27. **(UFRJ)** – Um videoclube propõe a seus clientes três opções de pagamento:

Opção I: R\$ 40,00 de taxa de adesão anual, mais R\$ 1,20 por DVD alugado.

Opção II: R\$ 20,00 de taxa de adesão anual, mais R\$ 2,00 por DVD alugado.

Opção III: R\$ 3,00 por DVD alugado, sem taxa de adesão.

Um cliente escolheu a opção II e gastou R\$ 56,00 no ano.

Esse cliente escolheu a melhor opção de pagamento para o seu caso? Justifique sua resposta.

Resolução

Se esse cliente escolheu a opção II, alugou x DVDs e gastou R\$ 56,00, então $20 + 2x = 56 \Leftrightarrow 2x = 36 \Leftrightarrow x = 18$

Se escolhesse a opção I, seu gasto seria, em reais,

$40 + 1{,}20 \,.\, 18 = 40 + 21{,}60 = 61{,}60 > 56$.

Se escolhesse a opção III, gastaria, em reais, $3 \,.\, 18 = 54 < 56$.

Portanto, esse cliente não escolheu a melhor opção de pagamento para o seu caso.

Módulo 12 – Sistemas e Problemas

28. **(UFRJ)** – A Polícia Federal interceptou duas malas abarrotadas de dinheiro, contendo um total de R\$ 3.000.000,00, somente em notas de 100 e de 50 reais. A quantidade de cédulas de 100 da mala preta era igual à quantidade de cédulas de 50 da mala marrom, e vice-versa.

a) Calcule o número total de cédulas encontradas.
b) Após a perícia, um policial encheu a mala preta com notas de 100 reais e pôs as cédulas restantes na mala marrom, de tal modo que as duas malas ficaram com quantias iguais. Quantas notas foram colocadas na mala marrom?

Resolução

a) Em reais, o conteúdo de cada mala era:
mala preta: x notas de 100 e y notas de 50.
mala marrom: x notas de 50 e y notas de 100.
Portanto, $100x + 50y = 50x + 100y = 3\,000\,000 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 150\,(x + y) = 3\,000\,000 \Leftrightarrow x + y = 20\,000$.
O número de cédulas encontradas (nas malas) foi
$2x + 2y = 40\,000$.
b) Se foram colocadas *n* notas de 100 reais na mala preta, então $100n = 1\,500\,000 \Leftrightarrow n = 15\,000$.
Na mala marrom ficaram $40\,000 - 15\,000 = 25\,000$ notas.

Respostas: a) 40 000 b) 25 000

29. **(PUC)** – Sabe-se que na compra de uma caixa de lenços, dois bonés e três camisetas, gasta-se um total de R$ 127,00. Se três caixas de lenços, quatro bonés e cinco camisetas, dos mesmos tipos que os primeiros, custam juntos R$ 241,00, a quantia a ser desembolsada na compra de apenas três unidades desses artigos, sendo um de cada tipo, será

a) R$ 72,00 b) R$ 65,00 c) R$ 60,00
d) R$ 57,00 e) R$ 49,00

Resolução

Sendo x, y e z, respectivamente, os preços de uma caixa de lenços, um boné e uma camiseta, temos, de acordo com o enunciado, que:

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 127 \\ 3x + 4y + 5z = 241 \end{cases} \Rightarrow 2x + 2y + 2z = 114 \Leftrightarrow x + y + z = 57$$

Resposta: D

Módulo 13 – Inequações do 1º Grau

30. **(UNESC-SC – MODELO ENEM)** – O índice de massa corporal (I) de uma pessoa é dado pelo quociente entre a sua massa (M), em quilogramas, e o quadrado de sua altura (h), em metros ($I = M/h^2$). Um homem é considerado obeso quando seu índice de massa corporal for maior que 30 e a mulher quando for maior que 29. Um homem com 2,00 m de altura, pesando 140 kg, para não ser considerado obeso, deve eliminar, pelo menos:

a) 5 kg b) 18 kg c) 15 kg d) 10 kg e) 20 kg

Resolução

Se, para não ser considerado obeso, esse homem deve eliminar x kg, então devemos ter:

$$\frac{140 - x}{2^2} \leqslant 30 \Leftrightarrow 140 - x \leqslant 120 \Leftrightarrow x \geqslant 20$$

Resposta: E

31. **(UFV – MODELO ENEM)** – Duas empresas dispõem de ônibus com 60 lugares. Para uma excursão, a Águia Dourada cobra uma taxa fixa de R$ 400,00 mais R$ 25,00 por passageiro, enquanto a Cisne Branco cobra uma taxa fixa de R$ 250,00 mais R$ 29,00 por passageiro. O número mínimo de excursionistas para que o contrato com a Águia Dourada fique mais barato que o contrato com a Cisne Branco é:

a) 37 b) 41 c) 38 d) 39 e) 40

Resolução

Para *x* passageiros, os preços cobrados pela Águia Dourada e pela Cisne Branco são, respectivamente, $400 + 25x$ e $250 + 29x$. O contrato com a Águia Dourada ficará mais barato se $400 + 25x < 250 + 29x \Leftrightarrow -4x < -150 \Leftrightarrow x > 37,5$ e, portanto, $x \geqslant 38$.

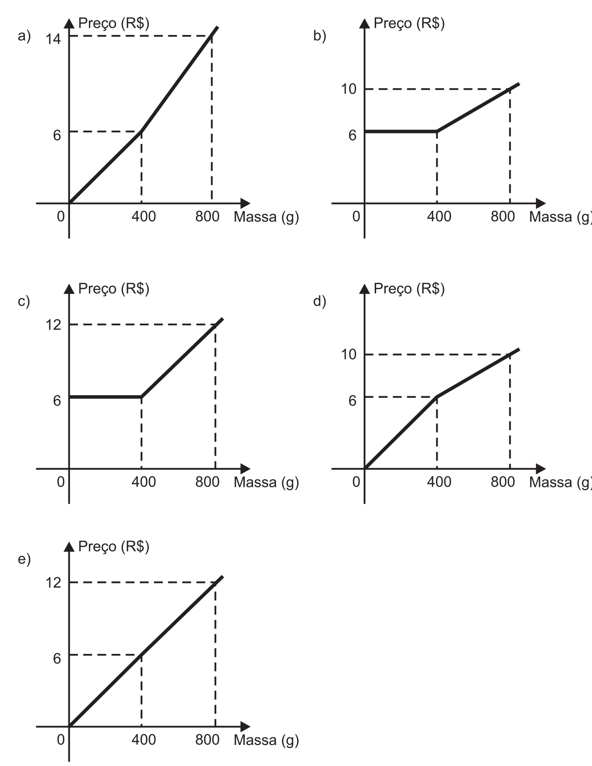
Resposta: C

Módulo 14 – Funções do 1º e 2º Grau

32. **(UFABC – MODELO ENEM)** – Um restaurante utiliza sistemas diversos para cobrar pelas suas refeições: preço fixo ou preço por quilograma, dependendo da quantidade consumida pelo cliente. A tabela resume os preços praticados:

Até 400 gramas	R$ 6,00 por refeição
Acima de 400 gramas	R$ 6,00 por 400 g, acrescidos de R$ 0,01 por grama que exceder 400 g.

O gráfico que melhor representa essa situação é



Resolução

Sendo x gramas a quantidade de alimento consumida por um cliente desse restaurante, o preço, em reais, que ele pagará será dado pela função

$f(x) = \begin{cases} 6, \text{ se } 0 < x \le 400 \\ 0{,}01\,(x - 400) + 6, \text{ se } x \ge 400 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow f(x) = \begin{cases} 6, \text{ se } 0 < x \le 400 \\ 0{,}01x + 2, \text{ se } x \ge 400 \end{cases}$

O gráfico que melhor representa f é o da alternativa B.

33. Demonstrar que se $x > y > 0$, então $\dfrac{1}{x} < \dfrac{1}{y}$.

Resolução

$x > y > 0 \Leftrightarrow \dfrac{x}{xy} > \dfrac{y}{xy} \Leftrightarrow \dfrac{1}{y} > \dfrac{1}{x} \Leftrightarrow \dfrac{1}{x} < \dfrac{1}{y}$

Módulo 15 – Inequações do 2º Grau

34. **(UFJF)** – O conjunto-verdade da inequação
$2x^2 - 7x + 3 \leqslant 0$ é:

a) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geqslant 1/2\}$ b) $\{x \in \mathbb{R} \mid 1/2 < x < 3\}$

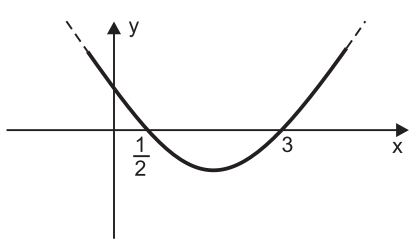
c) $\{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leqslant x \leqslant 6\}$ d) $\{x \in \mathbb{R} \mid x > 1\}$

e) $\{x \in \mathbb{R} \mid 1/2 \leqslant x \leqslant 3\}$

Resolução

a) As raízes de $f(x) = 2x^2 - 7x + 3$ são $\dfrac{1}{2}$ e 3.

b) O gráfico de f é do tipo:



Portanto, $2x^2 - 7x + 3 \leqslant 0 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2} \leqslant x \leqslant 3$.

Resposta: E

35. **(MACKENZIE)** – Em $\mathbb{R}$, a solução do sistema

$\begin{cases} x - 1 \leqslant 3x - 3 \\ x^2 - 4 \geqslant 0 \end{cases}$ é:

a) $[2, +\infty[$ b) $]-\infty, -2]$ c) $[1, 2]$

d) $[-2, 0]$ e) $[0, 1]$

Resolução

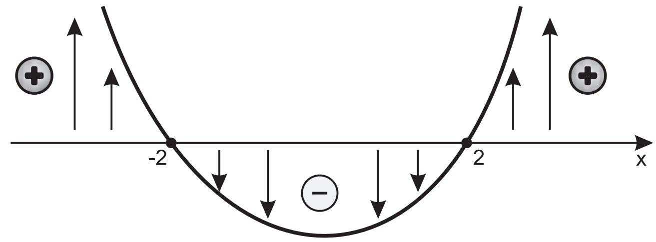
A partir do sistema de inequações

$\begin{cases} x - 1 \leqslant 3x - 3 \quad \text{(I)} \\ x^2 - 4 \geqslant 0 \qquad \text{(II)} \end{cases}$, temos:

I) $x - 1 \leqslant 3x - 3 \Leftrightarrow -2x \leqslant -2 \Leftrightarrow x \geqslant 1$

II) $x^2 - 4 \geqslant 0 \Leftrightarrow x \leqslant -2$ ou $x \geqslant 2$

conforme se observa no gráfico abaixo:



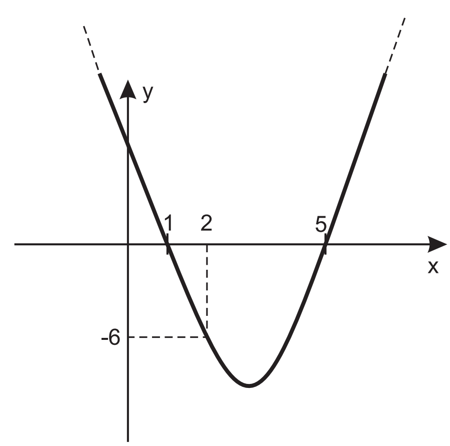
De (I) ∩ (II), resulta $x \geqslant 2$.

Portanto, o conjunto-solução do sistema é $V = [2; +\infty[$.

Resposta: A

Módulo 16 – Fatoração do Trinômio do 2º Grau

36. **(MODELO ENEM)** – O esboço de gráfico a seguir é da função definida de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ por $f(x) = ax^2 + bx + c$.



O valor de a . b . c é

a) 15 b) 30 c) 60 d) 120 e) 240

Resolução

Do gráfico temos que

$\begin{cases} f(x) = a(x-1)(x-5) \text{ (1 e 5 são raízes)} \\ f(2) = -6 \end{cases}$

Assim, $a(2-1)(2-5) = -6 \Leftrightarrow a = 2$

Logo, $f(x) = 2(x-1)(x-5) \Leftrightarrow f(x) = 2(x^2 - 6x + 5) \Leftrightarrow$

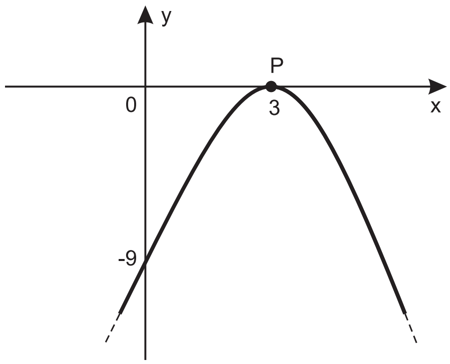
$\Leftrightarrow f(x) = 2x^2 - 12x + 10$

Portanto, a = 2, b = 12 e c = 10

Consequentemente, a . b . c = 2 . 12 . 10 = 240

Resposta: E

37. **(MODELO ENEM)** – Uma função quadrática tem o seu gráfico esboçado abaixo.



Sendo P o ponto de tangência do gráfico com o eixo das abscissas, essa função é definida por

a) $f(x) = x^2 - 6x + 9$ b) $f(x) = 2x^2 - 12x + 18$

c) $f(x) = -x^2 + 6x - 9$ d) $f(x) = -2x^2 + 12x - 18$

e) $f(x) = -x^2 - 9x - 9$

Resolução

As raízes da função são $x_1 = x_2 = 3$.

Portanto $f(x) = a(x - 3)(x - 3) \Leftrightarrow f(x) = a(x - 3)^2$

Além disso, devemos ter $f(0) = -9$

Então, $a \,.\, (0 - 3)^2 = -9 \Leftrightarrow a = -1$

Logo, $f(x) = -1 \,.\, (x - 3)^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow f(x) = -(x^2 - 6x + 9) \Leftrightarrow f(x) = -x^2 + 6x - 9$

Resposta: C

Módulo 17 – Inequações – Produto e Quociente

38. **(MODELO ENEM)** – O conjunto-verdade, em $\mathbb{R}$, da inequação $\dfrac{x-2}{x+3} \geqslant 0$ é:

a) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geqslant 2\}$ b) $\{x \in \mathbb{R} \mid x < -3\}$

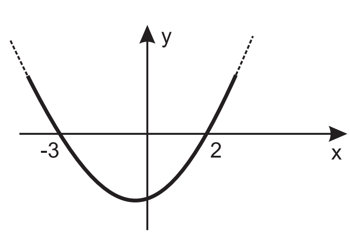
c) $\{x \in \mathbb{R} \mid x < -3 \text{ ou } x \geqslant 2\}$ d) $\{x \in \mathbb{R} \mid x < -3 \text{ e } x \geqslant 2\}$

e) $\{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x \leqslant 2\}$

Resolução

$\dfrac{x-2}{x+3} \geq 0 \Leftrightarrow (x-2)(x+3) \geq 0 \text{ e } x \neq -3 \Leftrightarrow x < -3 \text{ ou } x \geq 2$

O gráfico de $f(x) = (x - 2)(x + 3)$ é do tipo:



Resposta: C

39. Os valores de x que satisfazem a sentença $\dfrac{8}{3-x} \leqslant 3 + x$ são tais que:

a) $x > 3$ b) $x \leq -1$ ou $x \geq 1$

c) $x \leq -1$ e $x \geq 1$ d) $-1 \leq x \leq 1$ ou $x > 3$

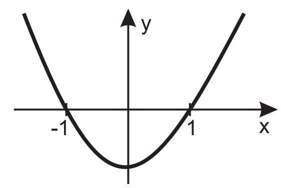
e) $-1 \leq x \leq 1$ e $x > 3$

Resolução

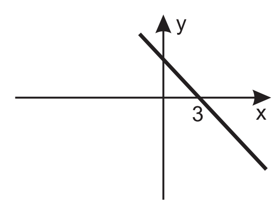
$$\frac{8}{3-x} \leqslant 3 + x \Leftrightarrow \frac{8}{3-x} - 3 - x \leq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{8 - 9 + 3x - 3x + x^2}{3-x} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 1}{3-x} \leq 0$$

a) O gráfico de $f(x) = x^2 - 1$ é do tipo:



b) O gráfico de $g(x) = 3 - x$ é do tipo:



O correspondente quadro de sinais é:

	-1	1	3	
f (x)	+	–	+	+
g (x)	+	+	+	–
f (x) / g (x)	+	–	+	–

Logo, $-1 \leq x \leq 1$ ou $x > 3$.

Resposta: D

Módulo 18 – Conjunto Imagem da Função do 2º grau e Sinal de Raízes

40. **(MODELO ENEM)** – A empresa WQTU Cosmético vende um determinado produto x, cujo custo de fabricação de cada unidade é dado por $3x^2 + 232$, e o seu valor de venda é expresso pela função $180x - 116$. A empresa vendeu 10 unidades do produto x, contudo a mesma deseja saber quantas unidades precisa vender para obter um lucro máximo.A quantidade máxima de unidades a serem vendidas pela empresa WQTU para a obtenção do maior lucro é

a) 10 b) 30 c) 58 d) 116 e) 232

Resolução

O lucro é obtido pela diferença entre o valor de venda e o custo de fabricação das x unidades, resultando

$L(x) = (180x - 116) - (3x^2 + 232) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow L(x) = 180x - 116 - 3x^2 - 232 \Leftrightarrow L(x) = -3x^2 + 180x - 348$

A quantidade de unidades a serem vendidas pela empresa WQTU para a obtenção do lucro máximo é o valor da abscissa do vértice da parábola que representa a função dada por $L(x) = -3x^2 + 18x - 348$, isto é,

$$x = x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-180}{-6} = 30$$

Resposta: B

41. **(MODELO ENEM)** – Um restaurante vende 100 quilos de comida por dia, a R$ 15,00 o quilo. Uma pesquisa de opinião revelou que, a cada real de aumento no preço do quilo, o restaurante deixa de vender o equivalente a 5 quilos de comida por dia. O preço do quilo de comida para que o restaurante tenha a maior receita possível e o valor dessa receita por dia são, respectivamente, em reais, iguais a

a) 17,50 e 1531,25 b) 16 e 1550 c) 18 e 1600
d) 20 e 2000 e) 21 e 2200

Resolução

Venda (em quilos)	preço (por quilo), em reais
100	15
100 – 5 . 1	15 + 1
100 – 5 . 2	15 + 2
100 – 5 . 3	15 + 3
⋮	⋮
100 – 5x	15 + x

A receita é dada por

$R(x) = (100 - 5x)(15 + x) \Leftrightarrow R(x) = -5x^2 + 25x + 1500$

Assim, obtém-se a máxima receita para

$x = x_v = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-25}{-10} = 2{,}50$, em reais, o que significa que o preço do quilo de comida, nessas condições deve ser, em reais, de $15 + 2{,}50 = 17{,}50$

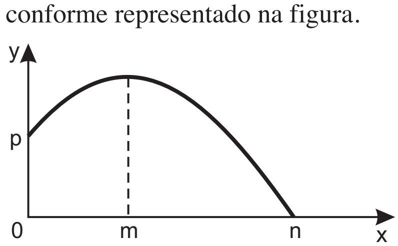
O valor da máxima receita diária é dado por

$R(2{,}5) = (100 - 5 \cdot 2{,}5)(15 + 2{,}5) = (87{,}50) \cdot (17{,}50) = 1531{,}25$ em reais.

Resposta: A

Módulo 19 – Conjunto Imagem da Função do 2º grau e Sinal de Raízes

42. **(UFLA)** – Ao adicionar certa quantidade **x** de fertilizante nitrogenado ao solo, plantas de uma determinada espécie reagem a esse fertilizante, apresentando um desenvolvimento em altura **y**, conforme representado na figura.



O valor **p** corresponde à altura das plantas quando nenhuma quantidade de fertilizante é adicionada, e **m** é a quantidade de fertilizante com a qual as plantas atingem altura máxima. Acima de **m**, o fertilizante passa a ter ação tóxica, sendo que em **n**, as plantas não chegam a crescer. Supondo que a relação entre **y** e **x** se dá de acordo com a função

$$y = -0{,}02x^2 + 0{,}2x + 1{,}5$$

sendo **y** expresso em metros e **x**, em dezenas de quilos por hectare, então, os valores de **p**, **m** e **n** são , respectivamente

a) –5; 5; 15 b) 0; 10; 20 c) 1,5; 5; 15
d) 0; 7,5; 15 e) 1,5; 5; 20

Resolução

Sendo $y = f(x) = -0{,}02x^2 + 0{,}2x + 1{,}5$ tem-se, de acordo com o gráfico apresentado:

I) $p = f(0) = 1{,}5$

II) $m = x_v = \dfrac{-0{,}2}{2 \cdot (-0{,}02)} = \dfrac{-0{,}2}{-0{,}04} = \dfrac{20}{4} = 5$

III) n é a raiz positiva de $f(x) = 0$

Portanto, $n = \dfrac{-0{,}2 - 0{,}4}{-0{,}04} = \dfrac{-0{,}6}{-0{,}04} = \dfrac{60}{4} = 15$

Logo, $p = 1{,}5$; $m = 5$ e $n = 15$.

Respostas: C

43. Para que valores de **k** a equação $x^2 + 2kx + (k^2 - k - 2) = 0$ admite duas raízes reais e de sinais contrários?

Resolução

Raízes de sinais contrários $\Leftrightarrow P = \dfrac{k^2 - k - 2}{1} < 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -1 < k < 2$.

Resposta: $-1 < k < 2$

44. Para que valores de **k** a equação $x^2 + 2kx + (k^2 - k - 2) = 0$ admite duas raízes reais distintas e estritamente positivas?

Resolução

Se $V = \{x_1; x_2\}$ é o conjunto verdade da equação dada, então:

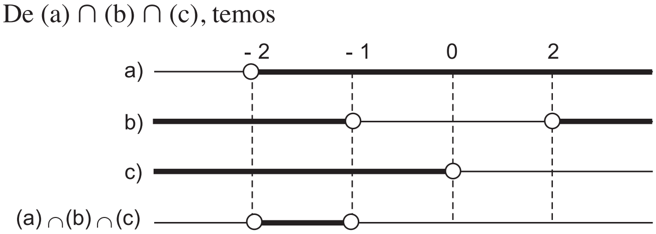
$$x_1 > 0 \text{ e } x_2 > 0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases}$$

a) $\Delta > 0 \Leftrightarrow 4k^2 - 4k^2 + 4k + 8 > 0 \Leftrightarrow 4k + 8 > 0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 4k > -8 \Leftrightarrow k > -2$

b) $P > 0 \Rightarrow \dfrac{k^2 - k - 2}{1} > 0 \Rightarrow k^2 - k - 2 > 0 \Rightarrow k < -1$ ou $k > 2$.

c) $S > 0 \Rightarrow \dfrac{-2k}{1} > 0 \Leftrightarrow k < 0$

De (a) ∩ (b) ∩ (c), temos



Resposta: $-2 < k < -1$

Módulo 20 – Função Exponencial

45. **(UFV – MODELO ENEM)** – O valor de x tal que $(5^{8^x})^{4-x} = 5^{16^{10}}$ é:

a) 39 b) 35 c) 45 d) 40

Resolução

$(5^{8^x})^{4-x} = 5^{16^{10}} \Leftrightarrow 5^{8^x \cdot 4^{-x}} = 5^{(2^4)^{10}} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2^{3x} \cdot 2^{-2x} = 2^{40} \Leftrightarrow 2^{3x-2x} = 2^{40} \Leftrightarrow x = 40$

Resposta: D

46. **(MODELO ENEM)** – Resolvendo-se, em $\mathbb{R}$, a equação $9^x - 12 \cdot 3^x + 27 = 0$, obtém-se como soma das raízes o valor:

a) 0 b) 2 c) 3 d) 12 e) 27

Resolução

$9^x - 12 \cdot 3^x + 27 = 0 \Leftrightarrow (3^x)^2 - 12 \cdot (3^x) + 27 = 0$

Substituindo 3^x por y, resulta:

$y^2 - 12y + 27 = 0 \Leftrightarrow y = 3$ ou $y = 9$

Portanto, $3^x = 3$ ou $3^x = 9 \Leftrightarrow x = 1$ ou $x = 2$.

O conjunto-verdade da equação é:

V = {1; 2} e a soma das raízes resulta 1 + 2 = 3.

Resposta: C

EXERCÍCIOS-TAREFA

Módulo 1 – Potenciação: Definição e Propriedades

1. **(VUNESP)** – Se $x = 10^{-3}$, então $\dfrac{(0,1) \cdot (0,001) \cdot 10^{-1}}{10 \cdot (0,0001)}$ é igual a:

a) 100x b) 10x c) x d) $\dfrac{x}{10}$ e) $\dfrac{x}{100}$

2. Assinalar a falsa:

a) Se $x^2 = 4$ então $x^6 = 64$.

b) Se $x^6 = 64$ então $x = 2$.

c) $(2^2)^3 < 2^{2^3}$

d) Se $10^x = 0,2$ então $10^{2x} = 0,04$.

e) $2^{n+2} + 2^n = 5 \cdot 2^n$

3. Simplificando a expressão $\dfrac{2^{n+4} - 2 \cdot 2^n}{2 \cdot 2^{n+3}}$, obtém-se:

a) $\dfrac{1}{8}$ b) $\dfrac{7}{8}$ c) -2^{n+1} d) $1 - 2^n$ e) $\dfrac{7}{4}$

4. **(CEFET-BA)** – Se $5^{3a} = 64$, o valor de 5^{-a} é:

a) – 1/4 b) 1/40 c) 1/20 d) 1/8 e) 1/4

5. **(FUVEST)** – Dos números abaixo, o que está mais próximo de $\dfrac{(5,2)^4 \cdot (10,3)^3}{(9,9)^2}$ é

a) 0,625 b) 6,25 c) 62,5 d) 625 e) 6250

6. **(MACKENZIE)** – Considere a sequência de afirmações:

I) $745 \cdot 10^{-4} = 0,745$

II) $(-2)^n = -2^n$, para todo **n** natural

III) $(-a^2)^3 = (-a^3)^2$, para todo **a** real não nulo.

Associando (V) ou (F) a cada afirmação, nesta ordem, conforme seja verdadeira ou falsa, tem-se:

a) (F, V, V) b) (F, V, F) c) (F, F, V)
d) (V, V, V) e) (F, F, F)

7. **(MACK)** – O valor da expressão $\dfrac{2^{n+4} + 2^{n+2} + 2^{n-1}}{2^{n-2} + 2^{n-1}}$ é

a) 1 b) 2^{n+1} c) $\dfrac{3}{81}$ d) $\dfrac{82}{3}$ e) n

8. **(UNICAMP)**

a) Calcule as seguintes potências: $a = 3^3$, $b = (-2)^3$, $c = 3^{-2}$ e $d = (-2)^{-3}$.

b) Escreva os números a, b, c e d em ordem crescente.

9. **(FUVEST)** – O valor da expressão

$$\frac{1 - \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{3}\right)}{\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{2}}$$ é:

a) $\dfrac{1}{2}$ b) $\dfrac{3}{4}$ c) $\dfrac{7}{6}$ d) $\dfrac{3}{5}$ e) $-\dfrac{3}{5}$

10. **(FUVEST)** – O valor de $(0,2)^3 + (0,16)^2$ é:

a) 0,0264 b) 0,0336 c) 0,1056
d) 0,2568 e) 0,6256

Módulo 2 – Radiciação: Definição e Propriedades

1. **(UNIP)** – O valor de $\sqrt{8 + \sqrt{14 + \sqrt[3]{6 + \sqrt{4}}}}$ é:

a) $2\sqrt{3}$ b) $3\sqrt{2}$ c) $\sqrt{6}$ d) $2\sqrt{5}$ e) $5\sqrt{2}$

2. **(JUIZ DE FORA)** – O valor da expressão:

$\{(-2)^3 + [(-2)^2 - 3 + (-3) \,.\, \sqrt{49}\,] : [\sqrt{256} : (-4)]\} : (-3)$, é:

a) 2 b) $\dfrac{13}{3}$ c) – 1 d) $\dfrac{-3}{2}$ e) 1

3. **(INATEL)** – O valor de $(9)^{\frac{3}{2}} + (32)^{0,8}$ é:

a) 43 b) 25 c) 11 d) 36 e) 17

4. **(FAMECA)** – Simplificando-se o radical $\sqrt{\dfrac{3^{13} + 3^{12}}{2^5 : 2^3}}$, obtém-se:

a) $\dfrac{243}{2}$ b) $\dfrac{81}{2}$ c) 729 d) 243 e) $\dfrac{729}{2}$

5. **(FGV)** – O valor de $\dfrac{2}{3} \,.\, 8^{\frac{2}{3}} - \dfrac{2}{3} \,.\, 8^{-\frac{2}{3}}$ é:

a) 1 b) – 1 c) 2,5 d) 0 e) 23

6. Calcular o valor numérico da expressão:

$$-\sqrt[3]{-8} + 16^{-\frac{1}{4}} - \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} + 8^{-\frac{4}{3}}$$

7. **(UNIFOR)** – A expressão $\sqrt{18} + \sqrt{50}$ é equivalente a:

a) $2\sqrt{17}$ b) $34\sqrt{2}$ c) $8\sqrt{2}$ d) $5\sqrt{3}$ e) $2\sqrt{2}$

8. **(ALFENAS)** – Calculando a $\sqrt{a^{-1}\sqrt{a^{-1}\sqrt{a^{-1}}}}$ obtém-se:

a) $\sqrt[6]{\dfrac{1}{a}}$ b) $4a^{-1}$ c) a^{-1} d) $\sqrt[8]{a}$ e) $\sqrt{a^{-1}}$

9. O valor da expressão

$$\frac{\sqrt{a} \,.\, \sqrt{a+\sqrt{a}} \,.\, \sqrt{a-\sqrt{a}} \,.\, \sqrt{a+1}}{\sqrt{a^2+1}} \text{ é:}$$

a) $\sqrt{a+1}$ b) a c) a – 1 d) a + 1 e) $\sqrt{a-1}$

10. Escrever na forma de um único radical, supondo a > 0 e b > 0:

a) $\sqrt{2} \,.\, \sqrt[3]{3}$ b) $\sqrt[3]{a} \,.\, \sqrt[4]{b}$ c) $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt[5]{a^2}}$

11. **(FUVEST)** – Qual é o valor da expressão

$$\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1} + \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-1} \;?$$

a) $\sqrt{3}$ b) 4 c) 3 d) 2 e) $\sqrt{2}$

12. **(FUVEST)** $\sqrt[3]{\dfrac{2^{28} + 2^{30}}{10}} =$

a) $\dfrac{2^8}{5}$ b) $\dfrac{2^9}{5}$ c) 2^8 d) 2^9 e) $\left(\dfrac{2^{58}}{10}\right)^{\frac{1}{3}}$

13. **(FUVEST)** $\dfrac{0{,}3 - \dfrac{1}{4}}{\sqrt[5]{-1}} + 0{,}036 \div 0{,}04 =$

a) 8,95 b) 0,95 c) 0,85 d) 0,04 e) 8,85

14. **(FUVEST)** $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{3}} =$

a) $\dfrac{2 + 2\sqrt{6} + \sqrt{3}}{3}$ b) $\dfrac{5 + 2\sqrt{6}}{3}$ c) $\dfrac{2 + \sqrt{6}}{6}$

d) $\dfrac{3 + \sqrt{6}}{3}$ e) $\dfrac{\sqrt{6} + 3}{6}$

15. **(FUVEST)** – O valor da expressão $\dfrac{2 - \sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1}$ é:

a) $\sqrt{2}$ b) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ c) 2 d) $\dfrac{1}{2}$ e) $\sqrt{2} + 1$

16. Calcular o valor numérico da expressão

$$\sqrt[6]{729} + \left(\frac{4}{9}\right)^{-\frac{1}{2}} - \left[\left(\frac{1}{2}\right)^6\right]^{-\frac{1}{2}}$$

Módulo 3 – Fatoração

De 1 a 5 fatore:

1. $12a^3b^2 - 30a^2b^3$
2. $6ab + 4b^3 + 15a^3 + 10a^2b^2$
3. $ab + a + b + 1$
4. $ab + a - b - 1$
5. $xy + 3x + 4y + 12$

6. Simplifique a expressão

$\dfrac{ab + a + b + 1}{ab - a + b - 1}$, supondo a ≠ – 1 e b ≠ 1.

Módulo 4 – Fatoração

De 1 a 4 fatore:

1. $a^2 - 25$
2. $x^2 - 1$
3. $144 - 81a^2b^2$
4. $x^4 - 1$

5. **(CEFET-BA)** – O valor da expressão

$$\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{9}\right)\left(1+\frac{1}{81}\right)\left(1-\frac{1}{6561}\right)$$

é:

a) $1-(1/3)^{16}$ b) $1-(1/3)^8$ c) $1+(1/3)^8$
d) $1+(1/3)^{16}$ e) $1+(1/3)^{18}$

6. Calcular $934\,287^2 - 934\,286^2$

a) 1 868 573 b) 1 975 441 c) 2
d) 1 e) 1024^2

7. **(UFGO)** – Simplificando a expressão

$\frac{a^2+a}{b^2+b} \cdot \frac{a^2-a}{b^2-b} \cdot \frac{b^2-1}{a^2-1}$, obtém-se:

a) $\frac{a}{b}$ b) $\frac{b}{a}$ c) $\frac{a^2}{b^2}$ d) $\frac{b^2}{a^2}$

Obs.: Supor $a \neq 1, a \neq -1, b \neq 1, b \neq -1, b \neq 0$

8. **(FGV)** – A expressão $\frac{3\sqrt{5}-2\sqrt{13}}{7\sqrt{5}+3\sqrt{13}}$ é igual a:

a) $-\frac{1}{15}$ b) $\frac{5\sqrt{65}-2\sqrt{13}}{3}$ c) $\frac{183-23\sqrt{65}}{128}$
d) $-\frac{7}{128}$ e) 1

9. Simplifique: $\frac{a^3+a^2b}{a^2+2ab+b^2}$

10. **(UNAMA)** – Simplificando a expressão $\frac{9-x^2}{x^2-6x+9}$, com $x \neq 3$, obtém-se:

a) $\frac{x+3}{x-3}$ b) $-\frac{x+3}{x-3}$ c) $\frac{3-x}{x+3}$
d) $\frac{x-3}{x+3}$ e) $-\frac{x-3}{x+3}$

11. **(U.E. FEIRA DE SANTANA)** – Simplificando a expressão $\frac{x^2+xy}{xy-y^2} \cdot \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2+2xy}$, obtém-se:

a) $\frac{1}{x^2+y^2}$ b) $\frac{1}{x^2+y^2+3xy}$ c) $\frac{2x^2+x}{x^2+y^2+xy}$
d) $\frac{x^2}{2y}$ e) $\frac{x}{y}$

12. **(UNIFOR)** – A expressão $\frac{2x^2+x+3}{x^2+2x+1} - \frac{x+2}{x+1}$ com $x \neq -1$, é equivalente a:

a) $\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2$ b) $\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$ c) 1
d) $\left(\frac{x^2+4x+5}{(x+1)^2}\right)$ e) $\left(\frac{x+5}{x+1}\right)$

13. Uma expressão equivalente a $2+\sqrt{\frac{a^2}{b^2}+\frac{b^2}{a^2}+2}$, para $a > 0$ e $b > 0$, é:

a) $\frac{a+b}{ab}$ b) $\frac{(a+b)^2}{ab}$ c) $\left(\frac{a+b}{ab}\right)^2$
d) a^2+b^2+2ab e) $a+b+2$

14. **(UFMG)** – Considere o conjunto de todos os valores de x e y para os quais a expressão $M = \dfrac{\frac{x^2}{y^2}-\frac{y^2}{x^2}}{\frac{1}{x^2}+\frac{2}{xy}+\frac{1}{y^2}}$ está definida. Nesse conjunto, a expressão equivalente a M é:

a) $(x-y)(x+y)$ b) $(x-y)(x^2+y^2)$ c) $\frac{x-y}{x^2+y^2}$
d) $\frac{x-y}{x+y}$ e) $\frac{(x-y)(x^2+y^2)}{x+y}$

15. Simplificando a expressão $\left(\frac{a+b}{a-b}-\frac{a-b}{a+b}\right) \cdot \frac{a+b}{2ab}$, obtém-se:

a) $\frac{1}{b-a}$ b) $\frac{2}{a-b}$ c) $\frac{a-b}{1}$
d) $\frac{1}{2ab}$ e) 2ab

Observação: Supor $a \neq b, a \neq -b, ab \neq 0$

16. **(FEBA)** – Sabe-se que $a+b = ab = 10$, então o valor de $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$ é:

a) 2 b) 4 c) 8 d) 16 e) 20

17. **(FAMECA)** – Dado que $x = a + x^{-1}$, a expressão $x^2 + x^{-2}$ é igual a:

a) a^2+2 b) $2a+1$ c) a^2+1
d) $2a-1$ e) a^2

Módulo 5 – Potenciação e Radiciação

1. Se $10^{2x} = 25$, então 10^{-x} é igual a:

a) 5 b) $\dfrac{1}{5}$ c) 25 d) $\dfrac{1}{25}$ e) – 5

2. **(METODISTA)** – Se $7^{5y} = 243$, o valor de 7^{-y} é:

a) $\dfrac{1}{3}$ b) $\dfrac{1}{6}$ c) $\dfrac{1}{15}$ d) $\dfrac{1}{30}$ e) $-\dfrac{1}{3}$

3. **(UNIP)** – O valor de $\sqrt[3]{7 + \sqrt{3 - \sqrt{1 + \sqrt{9}}}}$ é:

a) 5 b) 20 c) 3 d) 2 e) 4

4. **(MACK)** – Dos valores abaixo, o que está mais próximo de $\sqrt{\dfrac{0,04}{\sqrt{3}}}$

a) 0,0015 b) 0,015 c) 0,15 d) 1,5 e) 15

5. **(UnB)** – A sequência correta em que se encontram os números $A = \sqrt[9]{\sqrt{2,7}}$, $B = \sqrt[15]{3}$ e $C = \sqrt[8]{\sqrt[17]{(2,7)^8}}$ é:

a) C < B < A b) A < B < C c) C < A < B
d) A < C < B e) A < B = C

6. Simplificando a expressão $\dfrac{\sqrt{\dfrac{x}{y}} - \sqrt{\dfrac{y}{x}}}{\sqrt{\dfrac{1}{y}} - \sqrt{\dfrac{1}{x}}}$, obtém-se:

a) $\dfrac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{xy}$ b) $\sqrt{x} - \sqrt{y}$ c) $\dfrac{xy}{x + y}$

d) $\sqrt{x} + \sqrt{y}$ e) $x - y$

Observações: $x > 0$, $y > 0$ e $x \neq y$.

7. Qual o valor da expressão $\dfrac{\left(4^{\frac{3}{2}} - 8^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{2}}}{\left[2^0 + 3^{-1} . 6 - \left(\dfrac{3}{4}\right)^0\right]^2}$?

8. **(MACKENZIE)** – Qual o valor de

$$\left[\sqrt[3]{\frac{(0,005)^2 + 0,000075}{10}}\right] : \left[\frac{5 . 10^{-4} . 2^{-\frac{1}{3}}}{2^{-\frac{1}{3}}}\right]?$$

9. **(MACKENZIE)** – Se n é um número natural maior que 1, a expressão $\sqrt[n]{\dfrac{20}{4^{n+2} + 2^{2n+2}}}$ é igual a:

a) $\dfrac{4}{n}$ b) $\dfrac{1}{4\sqrt[n]{2n}}$ c) $\dfrac{1}{2n}$ d) $\sqrt[n]{2n + 1}$ e) $\dfrac{1}{4}$

10. **(FEBA)** – Racionalizando a expressão $\dfrac{(1 - \sqrt{2})}{(\sqrt{2} - 1)}$, vamos encontrar:

a) 1 b) –1 c) $\sqrt{2}$ d) $-\sqrt{2}$ e) 2

11. **(MACKENZIE)** – O número de indivíduos de um certo grupo é dado por $f(x) = \left(10 - \dfrac{1}{10^x}\right) . 1000$, sendo x o tempo medido em dias. Desse modo, entre o 2º e o 3º dia, o número de indivíduos do grupo

a) aumentará em exatamente 10 unidades.
b) aumentará em exatamente 90 unidades.
c) diminuirá em exatamente 9 unidades.
d) aumentará em exatamente 9 unidades.
e) diminuirá em exatamente 90 unidades.

12. **(PUC)** – Se N é o número que resulta do cálculo de $2^{19} . 5^{15}$, então o total de algarismos que compõem N é

a) 17 b) 19 c) 25
d) 27 e) maior do que 27

Módulo 6 – Potenciação e Radiciação

1. $x^{2m} - 1$ é igual a:

a) $(x^m + 1)(x^m - 1)$ b) $(x^m + 1)^2$
c) $(x^m + 1)(x - 1)$ d) $x^m(x^2 - 1)$
e) $(x^m - 1)^2$

2. **(UFSM)** – Desenvolvendo $(\sqrt{12} + \sqrt{3} + 1)^2$, obtém-se o resultado $a + b\sqrt{3}$, com a e b números reais. O valor de b é:

a) 0 b) 1 c) 2 d) 4 e) 6

3. Se $M = a + \dfrac{b - a}{1 + ab}$ e $N = 1 - \dfrac{ab - a^2}{1 + ab}$, com $ab \neq -1$, então $\dfrac{M}{N}$ é:

a) a b) b c) 1 + ab d) a – b e) a + b

4. Simplificar $\left(\dfrac{1 - a}{a}\right) : \left(1 - \dfrac{1}{a^2}\right)$

5. **(FATEC)** – Sendo a e b dois números reais, com $a \neq \pm b \neq 0$, a expressão $\dfrac{a+b}{a^2-ab} \cdot \dfrac{a^2b-ab^2}{a^2b-b^3}$ é equivalente a:

a) 1 b) $\dfrac{1}{a-b}$ c) $\dfrac{1}{a+b}$ d) a – b e) a+b

6. **(UNIFOR)** – Sejam os números $x = a + \dfrac{a+1}{a-1}$ e $y = a - \dfrac{a-1}{a+1}$, tais que $a^2 \neq 1$. O quociente $\dfrac{x}{y}$ é equivalente a

a) $\dfrac{a}{a^2-1}$ b) $\dfrac{2a}{a^2-1}$ c) $\dfrac{a}{(a-1)^2}$

d) $\dfrac{1}{a-1}$ e) $\dfrac{a+1}{a-1}$

7. Simplificar a expressão $A = \dfrac{\dfrac{10}{1+x^2}}{3 - \dfrac{1-x^2}{1+x^2}}$ e calcular seu valor para $x = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

8. **(VUNESP)** – Simplificando a expressão $\dfrac{x-y}{x \, . \, y} + \dfrac{y-z}{y \, . \, z} + \dfrac{z-x}{z \, . \, x}$, para $x \, . \, y \, . \, z \neq 0$, obtemos:

a) – 1 b) 0 c) 1 d) x + y + z e) x . y . z

9. **(UNIFOR)** – Determinar o valor da expressão $\dfrac{(x^4-y^4) \, . \, (x+y)^2}{(x^2+y^2) \, . \, (x^2+2xy+y^2)}$, para $x = 4$ e $y = \sqrt{3}$

10. **(UNIMEP)** – Se $m + n + p = 6$, $mnp = 2$ e $mn + mp + np = 11$, podemos dizer que o valor de $\dfrac{m^2+n^2+p^2}{mnp}$, é:

a) 22 b) 7 c) 18 d) 3 e) 1

11. **(ACAFE)** – Simplificando a fração $\dfrac{3^{n-1}+3^n+3^{n+1}}{3^{n+2}-3^n}$, obtém-se:

a) $\dfrac{5}{12} \, . \, 3n$ b) $\dfrac{10}{27}$ c) $\dfrac{13}{24}$ d) $\dfrac{13}{27} \, . \, 3^n$ e) $\dfrac{5}{24}$

12. **(EDSON QUEIROZ-CE)** – Simplificando-se a expressão $\dfrac{2^{6n}-1}{2^{6n}+2^{3n+1}+1}$, na qual $n \in \mathbb{N}$, obtém-se:

a) 0 b) 2^{3n} c) $-\dfrac{1}{2^{3n}}$

d) $\dfrac{2^{3n}+1}{2^{3n}}$ e) $\dfrac{2^{3n}-1}{2^{3n}+1}$

13. **(FAAP)** – Mostrar que quaisquer que sejam a e b, não nulos, temos $a^2 + b^2 > ab$.

14. **(UNICAMP)** – Dados os dois números reais positivos, $\sqrt[3]{3}$ e $\sqrt[4]{4}$, determine o maior.

15. **(FUVEST)** – Se $4^{16} \, . \, 5^{25} = \alpha \, . \, 10^n$, com $1 \leq \alpha < 10$, então n é igual a:

a) 24 b) 25 c) 26 d) 27 e) 28

16. **(UNIFESP)** – Se $\dfrac{1}{x^3+x+1} = \dfrac{27}{37}$, então $\dfrac{1}{x^3+x+2}$ é igual a

a) $\dfrac{27}{84}$ b) $\dfrac{27}{64}$ c) $\dfrac{27}{38}$ d) $\dfrac{28}{37}$ e) $\dfrac{64}{27}$

17. **(FATEC)** – Se a, x, y, z são números reais tais que $z = \dfrac{2x-2y+ax-ay}{a^3-a^2-a+1} : \dfrac{2+a}{a^2-1}$, então z é igual a

a) $\dfrac{x-y}{a-1}$ b) $\dfrac{x-y}{a^2-1}$ c) $\dfrac{x+y}{a+1}$

d) $\dfrac{x+y}{a-1}$ e) $\dfrac{(x-y) \, . \, (a+1)}{a-1}$

18. **(UFPE)** – A diferença $55555^2 - 44444^2$ não é igual a:

a) 9×11111^2 b) 99999×11111 c) 1111088889

d) 33333^2 e) 11110×88889

Módulo 7 – Fatoração

1. **(FEI)** – A fração $\dfrac{a^3-b^3}{a^2+ab+b^2}$, quando a = 93 e b = 92, é igual a:

a) 0 b) 185 c) $93^2 - 92^2$ d) 1 e) $\dfrac{185}{2}$

2. Seja a expressão $\dfrac{a^3-b^3}{\sqrt{5}}$. Atribuindo aos elementos a e b, respectivamente, os valores $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ e $\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$, esta expressão assume um valor numérico:

a) fracionário negativo
b) irracional positivo
c) fracionário positivo
d) inteiro positivo
e) inteiro negativo

3. **(PUC)** – Sendo $x^3 + 1 = (x + 1)(x^2 + ax + b)$ para todo x real, os valores de a e b são, respectivamente:

a) –1 e –1 b) 0 e 0 c) 1 e 1
d) 1 e –1 e) –1 e 1

4. **(F.IBERO-AMERICANA)** – O valor de A real, para que se tenha $A.\sqrt{3} = (2 + \sqrt{3})^3 - (2 - \sqrt{3})^3$ é

a) 2 b) 3 c) 30 d) $\sqrt{30}$ e) $\sqrt{20}$

5. Simplificando a expressão

$$(a^2b + ab^2)\,\frac{\dfrac{1}{a^3} - \dfrac{1}{b^3}}{\dfrac{1}{a^2} - \dfrac{1}{b^2}}$$, obtemos para a . b ≠ 0:

a) a + b b) $a^2 + b^2$ c) ab
d) $a^2 + ab + b^2$ e) b – a

6. O resultado da operação $\dfrac{x^6 - y^6}{x^2 + xy + y^2}$ para x = 5 e y = 3 é igual a:

a) 304 b) 268 c) 125 d) 149 e) 14

7. **(FEI)** – Fatorar $a^2 + b^2 - c^2 - 2ab$

8. **(FUVEST)** – Fatorar $a^4 + a^2 + 1$

9. Desenvolver: $(a + b + c)^2$

10. **(FUVEST)** – Prove que, se $x^2 + y^2 + x^2 . y^2 = (xy + 1)^2$ e x > y então x – y = 1

11. **(FUVEST)** – A soma dos quadrados de dois números positivos é 4 e a soma dos inversos de seus quadrados é 1. Determine:
a) O produto dos dois números.
b) A soma dos dois números.

12. **(FUVEST)** – Se $x + \dfrac{1}{x} = b$, calcule $x^2 + \dfrac{1}{x^2}$

13. **(FATEC)** – Se x = 0,1212 ... , o valor numérico da expressão $\dfrac{x + \dfrac{1}{x} - 1}{x^2 + \dfrac{1}{x}}$ é

a) $\dfrac{1}{37}$ b) $\dfrac{21}{37}$ c) $\dfrac{33}{37}$ d) $\dfrac{43}{37}$ e) $\dfrac{51}{37}$

14. **(UNESP)** – Seja a seguinte expressão algébrica:

$\dfrac{x^3 - y^3}{x - y} - \dfrac{x^3 + y^3}{x + y}$, na qual x e y são números reais com x ≠ y e x ≠ – y.

a) Encontre o valor de x para que a expressão resulte em 5 para y = 3.
b) Simplifique a expressão algébrica dada.

Módulo 8 – Equações do 1º e do 2º Grau

1. Resolva, em ℝ, a equação 2x – [1 – (x – 2)] = 3

2. O valor de x que satisfaz a equação

$3x - \dfrac{x + 3}{2} = 5 - \dfrac{x - 2}{3}$ é:

a) 1 b) zero c) $\dfrac{43}{17}$ d) 4 e) $\dfrac{35}{17}$

3. **(UF-GOIÁS)** – Certa pessoa entra na igreja e diz a um santo: se você dobrar a quantia de dinheiro que eu tenho, dou-lhe R$ 20.000,00. Dito isto, o santo realizou o milagre e a pessoa, o prometido. Muito animada, ela repetiu a proposta e o santo, o milagre. Feito isto, esta pessoa saiu da igreja **sem qualquer dinheiro**. Pergunta-se: quanto em dinheiro a pessoa possuía ao entrar na igreja?

4. **(POUSO ALEGRE)** – Você não me conhece mas, se prestar atenção, descobrirá uma pista que poderá nos aproximar. A minha idade atual é a diferença entre a metade da idade que terei daqui a 20 anos e a terça parte da que tive há 5 anos atrás. Portanto:
a) eu sou uma criança de menos de 12 anos.
b) eu sou um(a) jovem de mais de 12 anos e menos de 21 anos.
c) eu tenho mais de 21 anos e menos de 30.
d) eu já passei dos 30 anos mas não cheguei aos 40.
e) eu tenho mais de 40 anos.

Resolver em ℝ as equações de 5 a 7.
5. $x^2 - 5x + 6 = 0$
6. $x^2 - 2x + 5 = 0$
7. $9 - 4x^2 = 0$

8. Qual o número que se deve subtrair de cada fator do produto 5 x 8, para que esse produto diminua de 42?

a) 6 ou 7 b) 2 ou – 1 c) – 20 ou 2
d) 3 ou – 14 e) 4 ou 40

9. **(U.E.LONDRINA)** – Os valores de m, para os quais a equação $3x^2 - mx + 4 = 0$ tem duas raízes reais iguais, são

a) $-\sqrt{5}$ e $2\sqrt{5}$ b) $-4\sqrt{3}$ e $4\sqrt{3}$ c) $3\sqrt{2}$ e $-3\sqrt{2}$
d) 2 e 5 e) – 6 e 8

10. **(F.C.AGRÁRIAS-PA)** – Um pai tinha 36 anos quando nasceu seu filho. Multiplicando-se as idades que possuem hoje, obtém-se um produto que é igual a 4 vezes o quadrado da idade do filho. Hoje, as idades do pai e do filho são, respectivamente,

a) 44 e 11 b) 48 e 12 c) 52 e 13
d) 60 e 15 e) 56 e 14

11. **(MACKENZIE)** – José possui dinheiro suficiente para comprar uma televisão de R\$ 900,00, e ainda lhe sobram $\frac{2}{5}$ da quantia inicial. O valor que sobra para José é

a) R\$ 450,00. b) R\$ 550,00. c) R\$ 800,00.
d) R\$ 650,00. e) R\$ 600,00.

12. **(UEG)** – Qual é o número que tanto somado como multiplicado por $\frac{7}{5}$ dá como resultado o mesmo valor?

13. **(UEG)** – Em uma cidade, $\frac{5}{8}$ da população torce pelo time A e, entre esses torcedores, $\frac{2}{5}$ são mulheres. Se o número de torcedores do sexo masculino, do time A, é igual a 120 000, a população dessa cidade é constituída por

a) 340 000 habitantes. b) 320 000 habitantes.
c) 300 000 habitantes. d) 280 000 habitantes.
e) 260 000 habitantes.

Módulo 9 – Equações do 1º e do 2º Grau

1. **(UFG)** – Para que a soma das raízes da equação $(k-2)x^2 - 3kx + 1 = 0$ seja igual ao seu produto devemos ter:

a) $k = \pm \frac{1}{3}$ b) $k = -\frac{1}{3}$ c) $k = \frac{1}{3}$

d) $k = \sqrt{3}$ e) $k = \frac{\sqrt{3}}{3}$

2. **(UNICAMP)** – Determine o valor de **m** na equação $8x^2 + 2x - \left(\frac{m-1}{2}\right) = 0$, de modo que o produto de suas raízes seja igual a $-\frac{15}{8}$.

3. **(UNICID)** – O valor de **m**, para que uma das raízes da equação $x^2 + mx + 27 = 0$ seja o quadrado da outra, é:

a) – 3 b) – 9 c) – 12 d) 3 e) 6

4. **(PUC)** – Um professor propôs a seus alunos a resolução de certa equação do 2º grau. Um dos alunos copiou errado apenas o coeficiente do termo do 1º grau e encontrou as raízes 1 e – 3; outro, copiou errado apenas o termo constante, encontrando as raízes – 2 e 4. Resolva a equação original, proposta por aquele professor.

5. **(PUCCAMP)** – Se v e w são as raízes da equação $x^2 + ax + b = 0$, onde a e b são coeficientes reais, então $v^2 + w^2$ é igual a:

a) $a^2 - 2b$ b) $a^2 + 2b$ c) $a^2 - 2b^2$
d) $a^2 + 2b^2$ e) $a^2 - b^2$

6. **(MACK)** – Sejam **a** e **b** as raízes da equação $x^2 - 3kx + k^2 = 0$, tais que $a^2 + b^2 = 1{,}75$. Determine k^2.

7. **(PUC)** – A equação $x^2 - px + q = 0$ possui raízes reais não nulas iguais a **a** e **b**. Uma equação do 2º grau que terá raízes $\frac{1}{a}$ e $\frac{1}{b}$ é:

a) $qx^2 - px + 1 = 0$ b) $x^2 - pqx + 1 = 0$
c) $x^2 - x + p.q = 0$ d) $x^2 - qx + p = 0$
e) $x^2 + pqx - pq = 0$

8. Obter uma equação do 2º grau cujas raízes são o dobro das raízes da equação $2x^2 + 7x + 1 = 0$.

9. Obter uma equação do 2º grau cujas raízes são o triplo das raízes da equação $x^2 + bx + c = 0$.

10. Na equação do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$, os números a e c têm sinais contrários. Pode-se afirmar que:

1) A equação tem duas raízes reais de sinais contrários.
2) A equação tem duas raízes reais positivas.
3) A equação tem duas raízes reais negativas.
4) A equação pode não ter raízes reais.

11. **(CESGRANRIO)** – Se m e n são as raízes da equação $7x^2 + 9x + 21 = 0$ então (m + 7) (n + 7) vale:

a) 49 b) 43 c) 37 d) 30 e) $\frac{30}{7}$

Módulo 10 – Equações Redutíveis a 1º ou 2º Grau

1. **(U.F.OURO PRETO)** – A soma das soluções da equação $\frac{3x+1}{x^2-3x+2} = \frac{x}{x-1} + \frac{7}{x-2}$ ou a raiz da equação, se for única, é:

a) – 1 b) – 2 c) 2 d) – 6 e) – 4

2. **(FGV)** – Quais valores de x satisfazem à equação:

$$\frac{2}{1+x} + \frac{1}{(1+x)^2} = 1?$$

a) $1, \sqrt{2}$ b) $-2, -\sqrt{2}$ c) $1, 2$

d) $\sqrt{2}, -\sqrt{2}$ e) $\sqrt{2}, \sqrt{-2}$

3. **(UFPA)** – O conjunto-solução da equação

$$\frac{3}{2(x+2)} = \frac{1}{2x-4} - \frac{2}{x^2-4}$$

a) {2} b) {3} c) Ø d) {4} e) {1}

4. **(FAAP)** – Determinar $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x^3 + x = 0\}$

5. Resolvendo a equação $\dfrac{x^2-5x}{x\,(x^2-25)} = 0$ obtemos:

a) V = {0; 5} b) V = {0} c) V = {0; ± 5}
d) V = {5} e) V = Ø

6. Resolva, em $\mathbb{R}$, a equação $(x+1)(x-1)(x^2+4) = 0$

7. O conjunto-verdade da equação
$(x^2+1)^2 - 7(x^2+1) + 10 = 0$ é:

a) {– 1, – 2} b) {2, 1} c) {– 2, – 1, 1, 2}
d) {5, 2} e) {– 5, – 2, 2, 5}

8. **(MATO GROSSO DO SUL)** – O valor de x que satisfaz a igualdade $\dfrac{0{,}1 - 4\,.\,0{,}1}{0{,}01\,.\,(1-0{,}1)} = \dfrac{x}{\dfrac{1}{4} - 1}$ é:

a) 21 b) 22 c) 23 d) 24 e) 25

9. **(UNIP)** – Se x é positivo e se o inverso de x + 1 é x – 1, então x é:

a) 1 b) 2 c) 3 d) $\sqrt{2}$ e) $\sqrt{3}$

10. **(MED. ABC)** – Resolver, em $\mathbb{R}$, a equação

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 5\left(x + \frac{1}{x}\right) + 6 = 0$$

11. O conjunto-solução da equação $\dfrac{x-1}{x+2} - \dfrac{2}{2-x} = \dfrac{4x}{x^2-4}$ é:

a) {2, 3} b) {– 2, – 3} c) {3}
d) {2} e) {– 2, 3}

12. **(UNIP)** – O maior número real, cuja soma com o próprio quadrado é igual ao próprio cubo, é:

a) 0 b) $\dfrac{-1-\sqrt{3}}{2}$ c) $\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$

d) $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ e) $\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$

Módulo 11 – Equações Redutíveis a 1º ou 2º Grau

Nas questões de 1 a 9, resolver, em $\mathbb{R}$, as equações:

1. $5x^2 + 6x - 8 = 0$
2. $2x^2 - 3{,}1x + 0{,}42 = 0$
3. $\dfrac{1}{x} + \dfrac{3}{2} = \dfrac{1}{x+3}$
4. $\dfrac{x-1}{x-2} - \dfrac{x-2}{x-1} = \dfrac{8}{3}$
5. $x^2 - 2(a+1)x + 4a = 0$, com $a \in \mathbb{R}$.
6. $\dfrac{x}{x-a} - \dfrac{2a}{x+a} = \dfrac{8a^2}{x^2-a^2}$, com $a \in \mathbb{R}^*$
7. $x^8 - 15x^4 - 16 = 0$
8. $(x^2 - 7x + 3)^2 + 10(x^2 - 7x + 3) + 21 = 0$
9. $x^2 - x - 18 + \dfrac{72}{x^2 - a} = 0$

10. **(UnB)** – Na equação $ax^2 + bx + c = 0$, com $abc \neq 0$ e $3b^2 = 16ac$, tem-se:
a) as raízes são reais e iguais.
b) as raízes não têm o mesmo sinal.
c) uma raiz é o triplo da outra.
d) V = Ø
e) V = {–1; 1}

11. **(FUVEST)** – A soma de um número com a sua quinta parte é 2. Qual é o número?

12. **(UNICAP)** – O quíntuplo de um número x menos 8 é igual ao dobro desse mesmo número, acrescido de 16. Determine o triplo do valor de x.

13. **(FGV)**
a) Determine o menor número real cuja soma com o próprio quadrado é igual ao próprio cubo.
b) Determine o valor de $W = \dfrac{1}{r^2} + \dfrac{1}{s^2}$, sendo r e s as raízes da equação $ax^2 + bx + c = 0$; com $a \neq 0$; $c \neq 0$.

Módulo 12 – Sistemas e Problemas

1. **(FEI)** – O professor João tem R$ 275,00 em notas de R$ 5,00 e R$ 10,00; se o número total de cédulas é 40, a diferença entre o número de notas de R$ 5,00 e R$ 10,00 é:
a) 6 b) 8 c) 10 d) 15 e) 20

2. **(U.F.VIÇOSA)** – Em uma urna vazia são colocadas 20 bolas nas cores vermelha e branca. Se acrescentássemos uma bola vermelha à urna, o número de bolas brancas passaria a ser igual à metade do número de bolas vermelhas. Quantas bolas vermelhas e quantas bolas brancas existem na urna?

3. Há 5 anos a idade de João era o dobro da idade de Maria. Daqui a 5 anos a soma das duas idades será 65 anos. Quantos anos João é mais velho que Maria?

4. **(UNIFOR)** – Um grupo de amigos comprou um presente por R$ 6 300,00. Pretendiam dividir essa quantia entre si, em partes iguais. Como 2 membros do grupo não puderam cumprir o compromisso, cada um dos restantes teve sua parcela aumentada de R$ 360,00. O número de pessoas do grupo era, inicialmente,
a) 11 b) 10 c) 9 d) 8 e) 7

5. **(UNICAMP)** – O IBGE contratou um certo número de entrevistadores para realizar o recenseamento em uma cidade. Se cada um deles recenseasse 100 residências, 60 delas não seriam visitadas. Como, no entanto, todas as residências foram visitadas e cada recenseador visitou 102, quantas residências tem a cidade?

6. **(UNI-RIO)** – Num escritório de advocacia trabalham apenas dois advogados e uma secretária. Como o Dr. André e o Dr. Carlos sempre advogam em causas diferentes, a secretária, Cláudia, coloca 1 grampo em cada processo do Dr. André e 2 grampos em cada processo do Dr. Carlos, para diferenciá-los facilmente no arquivo. Sabendo-se que, ao todo, são 78 processos nos quais foram usados 110 grampos, podemos concluir que o número de processos do Dr. Carlos é igual a:
a) 64 b) 46 c) 40 d) 32 e) 28

7. **(FUVEST)** – Um casal tem filhos e filhas. Cada filho tem o número de irmãos igual ao número de irmãs. Cada filha tem o número de irmãos igual ao dobro do número de irmãs. Qual é o total de filhos e filhas do casal?
a) 3 b) 4 c) 5 d) 6 e) 7

8. Três pessoas devem dividir uma certa quantia, de modo que a primeira receba 2/3 do total menos R$ 600,00. A segunda deve receber 1/4 do total e a terceira a metade menos R$ 4 000,00. Calcular a quantia que cada pessoa deve receber.

9. André, Bento e Carlos têm, juntos, 41 anos. Calcular as idades de cada um sabendo que Bento é três anos mais velho que André e Carlos é quatro anos mais jovem que André.

10. **(UNICAMP)** – Um copo cheio de água pesa 385g; com 2/3 da água pesa 310g. Pergunta-se:
a) Qual é o peso do copo vazio?
b) Qual é o peso do copo com 3/5 de água?

11. **(FUVEST)** – São dados três números naturais a, b e c, com $a < b < c$. Sabe-se que o maior deles é a soma dos outros dois e o menor é um quarto do maior. Se $a - b + c = 30$ então o valor de $a + b + c$ será:
a) 45 b) 60 c) 900 d) 120 e) 150

12. **(UNICAMP)** – Roberto disse a Valéria: "pense um número; dobre esse número; some 12 ao resultado; divida o novo resultado por 2. Quanto deu?" Valéria disse "15", ao que Roberto imediatamente revelou o número original que Valéria havia pensado. Calcule esse número.

13. **(UNICAMP)** – Ache dois números inteiros, positivos e consecutivos, sabendo que a soma de seus quadrados é 481.

14. **(UNICAMP)** – Um pequeno avião a jato gasta 7 horas a menos do que um avião a hélice para ir de São Paulo até Boa Vista. O avião a jato voa a uma velocidade média de 660 km/h, enquanto o avião a hélice voa em média a 275km/h. Qual a distância entre São Paulo e Boa Vista?

15. **(UNICAMP)** – Uma senhora comprou uma caixa de bombons para seus dois filhos. Um deles tirou para si metade dos bombons da caixa. Mais tarde, o outro menino também tirou para si metade dos bombons que encontrou na caixa. Restaram 10 bombons. Calcule quantos bombons havia inicialmente na caixa.

16. **(UNICAMP)** – Minha calculadora tem lugar para oito algarismos. Eu digitei nela o maior número possível, do qual subtrai o número de habitantes do Estado de São Paulo, obtendo, como resultado, 68 807 181. Qual é a população do Estado de São Paulo?

17. **(UNICAMP)** – Em um restaurante, todas as pessoas de um grupo pediram o mesmo prato principal e uma mesma sobremesa. Com o prato principal o grupo gastou R$ 56,00 e com a sobremesa R$ 35,00; cada sobremesa custou R$ 3,00 a menos do que o prato principal.
a) Encontre o número de pessoas neste grupo.
b) Qual é o preço do prato principal?

18. **(UNESP)** – Um laboratório farmacêutico tem dois depósitos, D_1 e D_2. Para atender a uma encomenda, deve enviar 30 caixas iguais contendo um determinado medicamento à drogaria A e 40 caixas do mesmo tipo e do mesmo medicamento à drogaria B. Os gastos com transporte, por cada caixa de medicamento, de cada depósito para cada uma das drogarias, estão indicados na tabela.

	A	B
D_1	R$ 10,00	R$ 14,00
D_2	R$ 12,00	R$ 15,00

Seja x a quantidade de caixas do medicamento, do depósito D_1, que deverá ser enviada à drogaria A e y a quantidade de caixas do mesmo depósito que deverá ser enviada à drogaria B.

a) Expressar:
- em função de x, o gasto GA com transporte para enviar os medicamentos à drogaria A;
- em função de y, o gasto GB com transporte para enviar os medicamentos à drogaria B;
- em função de x e y, o gasto total G para atender as duas drogarias.

b) Sabe-se que no depósito D_1 existem exatamente 40 caixas do medicamento solicitado e que o gasto total G para se atender a encomenda deverá ser de R$ 890,00, que é o gasto mínimo nas condições dadas. Com base nisso, determine, separadamente, as quantidades de caixas de medicamentos que sairão de cada depósito, D_1 e D_2, para cada drogaria, A e B, e os gastos G_A e G_B.

19. **(UNESP)** – Seja T_C a temperatura em graus Celsius e T_F a mesma temperatura em graus Fahrenheit. Essas duas escalas de temperatura estão relacionadas pela equação $9T_C = 5T_F - 160$. Considere agora T_K a mesma temperatura na escala Kelvin. As escalas Kelvin e Celsius estão relacionadas pela equação $T_K = T_C + 273$. A equação que relaciona as escalas Fahrenheit e Kelvin é:

a) $T_F = \dfrac{T_K - 113}{5}$ b) $T_F = \dfrac{9T_K - 2457}{5}$

c) $T_F = \dfrac{9T_K - 2297}{5}$ d) $T_F = \dfrac{9T_K - 2657}{5}$

e) $T_F = \dfrac{9T_K - 2617}{5}$

20. **(MACKENZIE)** – Dois números naturais têm soma 63 e razão 6. O produto desses números é

a) 198 b) 258 c) 312 d) 356 e) 486

21. **(MACKENZIE)** – Quando meu irmão tinha a idade que tenho hoje, eu tinha $\dfrac{1}{4}$ da idade que ele tem hoje. Quando eu tiver a idade que meu irmão tem hoje, as nossas idades somarão 95 anos. Hoje, a soma de nossas idades, em anos, é

a) 53 b) 58 c) 60 d) 65 e) 75

22. **(PUC)** – Para dar R$ 1,80 de troco a um cliente, o caixa de um supermercado pretende usar exatamente 20 moedas. Se ele dispõe apenas de moedas de 5 centavos, 10 centavos e 25 centavos, de quantos modos distintos ele pode compor tal quantia?

a) 3 b) 4 c) 5 d) 6 e) 7

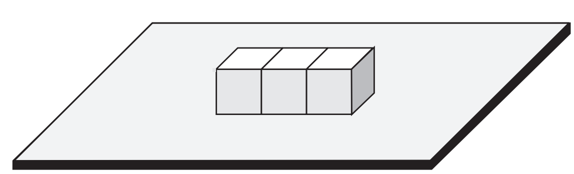
23. **(MACKENZIE)** – Um comerciante pagou uma dívida de R$ 8.000,00 em dinheiro, usando apenas notas de R$ 50,00 e R$ 100,00. Se um terço do total das notas foi de R$ 100,00, a quantidade de notas de R$ 50,00 utilizadas no pagamento foi

a) 60. b) 70. c) 80. d) 90. e) 100.

24. **(UNESP)** – Numa determinada empresa, vigora a seguinte regra, baseada em acúmulo de pontos. No final de cada mês, o funcionário recebe: 3 pontos positivos, se em todos os dias do mês ele foi pontual no trabalho, ou 5 pontos negativos, se durante o mês ele chegou pelo menos um dia atrasado.
Os pontos recebidos vão sendo acumulados mês a mês, até que a soma atinja, pela primeira vez, 50 ou mais pontos, positivos ou negativos. Quando isso ocorre, há duas possibilidades: se o número de pontos acumulados for positivo, o funcionário recebe uma gratificação e, se for negativo, há um desconto em seu salário. Se um funcionário acumulou exatamente 50 pontos positivos em 30 meses, a quantidade de meses em que ele foi pontual, no período, foi:

a) 15. b) 20. c) 25. d) 26. e) 28.

25. **(UNESP)** – Em um dado comum, a soma dos números de pontos desenhados em quaisquer duas faces opostas é sempre igual a 7.
Três dados comuns e idênticos são colados por faces com o mesmo número de pontos. Em seguida, os dados são colados sobre uma mesa não transparente, como mostra a figura.



Sabendo-se que a soma dos números de pontos de todas as faces livres é igual a 36, a soma dos números de pontos das três faces que estão em contato com a mesa é igual a

a) 13. b) 14. c) 15. d) 16. e) 18.

26. **(UFPR)** – Certa transportadora possui depósitos nas cidades de Guarapuava, Maringá e Cascavel. Três motoristas dessa empresa, que transportam encomendas apenas entre esses três depósitos, estavam conversando e fizeram as seguintes afirmações:

1º motorista: Ontem eu saí de Cascavel, entreguei parte da carga em Maringá e o restante em Guarapuava. Ao todo, percorri 568 km.

2º motorista: Eu saí de Maringá, entreguei uma encomenda em Cascavel e depois fui para Guarapuava. Ao todo, percorri 522 km.

3º motorista: Semana passada eu saí de Maringá, descarreguei parte da carga em Guarapuava e o restante em Cascavel, percorrendo, ao todo, 550 km.

Sabendo que os três motoristas cumpriram rigorosamente o percurso imposto pela transportadora, quantos quilômetros percorreria um motorista que saísse de Guarapuava, passasse por Maringá, depois por Cascavel e retornasse a Guarapuava?

a) 820 km b) 832 km c) 798 km
d) 812 km e) 824 km

27. **(UEG)** – Uma construtora contratou duas equipes de trabalhadores para realizar, em conjunto, um determinado serviço. A primeira equipe era composta de 12 profissionais que trabalhavam 8 horas por dia cada um. A outra turma era composta de 10 profissionais que trabalhavam 10 horas por dia cada um. Em 20 dias de trabalho, o serviço foi concluído, e a construtora pagou R$13.720,00 pela obra. Considerando que o valor pago pela hora de trabalho de cada profissional era o mesmo, qual era o valor pago pela hora trabalhada?

28. **(UEG)** – Um grupo de ex-colegas de uma escola resolveu fazer uma festa e cotizar a despesa total. Entretanto, oito dos ex-colegas que participaram da festa não puderam contribuir com as despesas, e novo rateio foi feito. O curioso é que a despesa total era igual ao valor pago a mais por cada um dos que contribuíram multiplicado por 240. De acordo com esses dados, é possível concluir que participaram da festa

a) 96 pessoas. b) 56 pessoas. c) 48 pessoas.
d) 40 pessoas. e) 38 pessoas.

29. **(MACKENZIE)** – Um feirante colocou à venda 900 ovos, distribuídos em caixas com 6 e 12 ovos. Se o número de caixas com 12 ovos supera em 15 unidades o número de caixas com 6 ovos, então o total de caixas utilizadas pelo feirante é

a) 80 b) 85 c) 90 d) 95 e) 100

30. **(UFPE)** – A idade de uma mãe, atualmente, é 28 anos a mais que a de sua filha. Em dez anos, a idade da mãe será o dobro da idade da filha. Indique a soma das idades que a mãe e a filha têm hoje. (Observação: as idades são consideradas em anos.)

a) 61 b) 62 c) 63 d) 64 e) 65

Módulo 13 – Inequações do 1º Grau

1. Dados os números reais **a** e **b** tais que **0 < a < b**, então é sempre verdadeiro que:

a) $\frac{a}{b} < \frac{2a}{2b}$ b) $\frac{a+1}{b} < \frac{b+1}{a}$ c) $\frac{a}{b} < \frac{a^2}{b^2}$

d) $\frac{b}{a} < \frac{a}{b}$ e) $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

2. **(PUC)** – Seja x elemento de A. Se $x \notin]-1; 2]$, e além disso $x < 0$ ou $x \geq 3$, determine A.

Resolva, em $\mathbb{R}$, as inequações de 3 a 6.

3. $2x - 10 < 4$ 4. $-3x + 5 \geq 2$

5. $-(x - 2) \geq 2 - x$ 6. $-x + 1 \leq x + 1$

7. **(MACKENZIE)** – Em $\mathbb{N}$, o produto das soluções da inequação $2x - 3 \leq 3$ é:

a) maior que 8 b) 6 c) 2 d) 1 e) 0

8. Se o conjunto solução, em $\mathbb{R}$, da inequação $ax + b > 0$ é $\left\{ x \in \mathbb{R} \mid x < -\frac{3}{2} \right\}$ então pode-se afirmar que:

a) $a < 0$ e $b > 0$ b) $a > 0$ e $b < 0$ c) $a > 0$ e $b > 0$
d) $a < 0$ e $b < 0$ e) $ab = 0$

9. Resolver o sistema de inequações:

$$\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{x-2}{5} < 2 \\ \frac{3(x-6)}{4} > 0 \end{cases}$$

10. **(UEMT)** – A solução do sistema

$$\begin{cases} 3x + 2 < 7 - 2x \\ 48x < 3x + 10 \\ 11 - 2(x - 3) > 1 - 3(x - 5) \end{cases}$$

é o conjunto de todos os números reais **x**, tais que:

a) $-1 < x < 0$ b) $-1 < x < 1$ c) $-1 < x < \frac{2}{9}$

d) $-1 < x < \frac{1}{3}$ e) $-1 < x < \frac{4}{9}$

11. O número de soluções inteiras do sistema $0 < \frac{2x-2}{3} \leq 2$ é

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

12. **(UNICAMP)** – Numa escola é adotado o seguinte critério: a nota da primeira prova é multiplicada por 1, a nota da segunda prova é multiplicada por 2 e a nota da terceira prova é multiplicada por 3. Os resultados, após somados, são divididos

por 6. Se a média obtida por este critério for maior ou igual a 6,5 o aluno é dispensado das atividades de recuperação. Suponha que um aluno tenha tirado 6,3 na primeira prova e 4,5 na segunda prova. Quanto precisará tirar na terceira prova para ser dispensado da recuperação?

Nas questões 13 e 14, resolver, em $\mathbb{R}$, as inequações.

13. $x - \dfrac{x-1}{2} > \dfrac{x-3}{4} - \dfrac{x-2}{3}$

14. $\dfrac{5x-1}{2} - \dfrac{3x-13}{10} > \dfrac{5x+1}{3}$

15. **(UNESP)** – Como resultado de uma pesquisa sobre a relação entre o comprimento do pé de uma pessoa, em centímetros, e o número (tamanho) do calçado brasileiro, Carla obteve uma fórmula que dá, em média, o número inteiro n (tamanho do calçado) em função do comprimento c, do pé, em cm. Pela fórmula, tem-se $n = [x]$, onde $x = \dfrac{5}{4}c + 7$ e $[x]$ indica o menor inteiro maior ou igual a x. Por exemplo, se c = 9 cm, então x = 18,25 e n = [18,25] = 19. Com base nessa fórmula,

a) determine o número do calçado correspondente a um pé cujo comprimento é 22 cm.

b) se o comprimento do pé de uma pessoa é c = 24 cm, então ela calça 37. Se c > 24 cm, essa pessoa calça 38 ou mais. Determine o maior comprimento possível, em cm, que pode ter o pé de uma pessoa que calça 38.

16. **(FUVEST)** – Um estacionamento cobra R$ 6,00 pela primeira hora de uso, R$ 3,00 por hora adicional e tem uma despesa diária de R$ 320,00. Considere-se um dia em que sejam cobradas, no total, 80 horas de estacionamento. O número mínimo de usuários necessário para que o estacionamento obtenha lucro nesse dia é:

a) 25 b) 26 c) 27 d) 28 e) 29

17. **(MACKENZIE)** – Em uma eleição com dois candidatos, A e B, uma pesquisa mostra que 40% dos eleitores votarão no candidato A e 35% em B. Os 3500 eleitores restantes estão indecisos. Para A vencer, necessita de, pelo menos, 50% dos votos mais um. Logo, ele precisa conquistar K votos entre os indecisos. O menor valor de K é

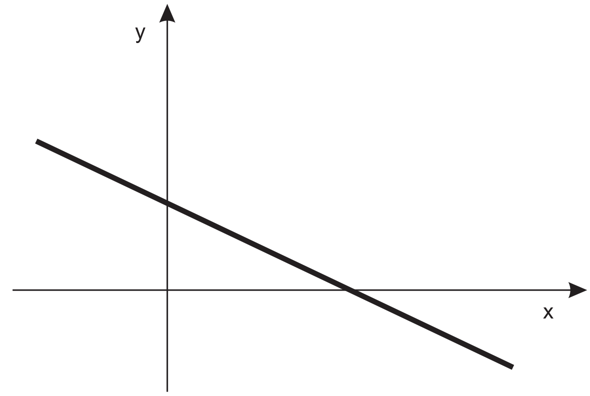
a) 1021. b) 1401. c) 1751. d) 2001. e) 1211.

Módulo 14 – Funções do 1º e 2º Grau

1. **(UNIFOR)** – A função f, do 1º grau, é definida por $f(x) = 3x + k$. O valor de k para que o gráfico de f corte o eixo das ordenadas no ponto de ordenada 5 é

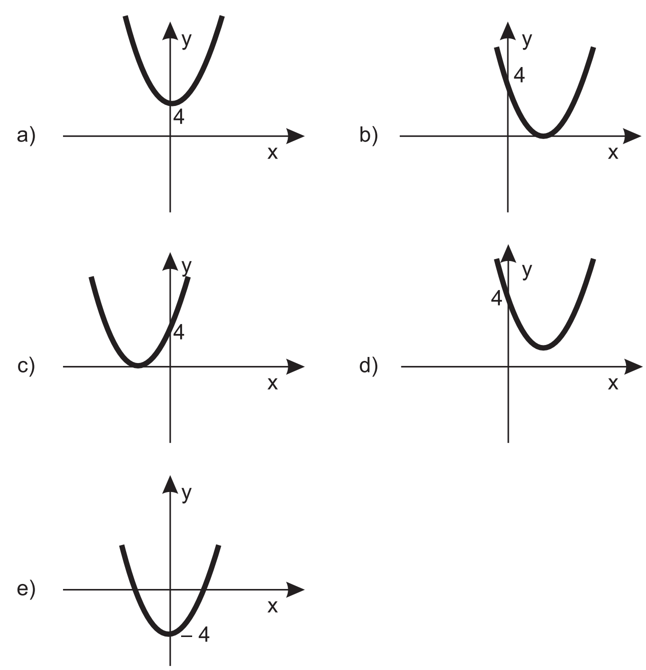
a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

2. **(EDSON QUEIROZ-CE)** – O gráfico a seguir representa a função de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ dada por $f(x) = ax + b$ $(a, b \in \mathbb{R})$. De acordo com o gráfico, conclui-se que



a) $a < 0$ e $b > 0$ b) $a < 0$ e $b < 0$ c) $a > 0$ e $b > 0$
d) $a > 0$ e $b < 0$ e) $a > 0$ e $b = 0$

3. **(UNIJUÍ)** – O esboço do gráfico que melhor representa a função $y = x^2 + 4$ é:



4. **(UNIFOR)** – O gráfico da função f, de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = x^2 + 3x - 10$, intercepta o eixo das abcissas nos pontos A e B. A distância AB é igual a

a) 3 b) 5 c) 7 d) 8 e) 9

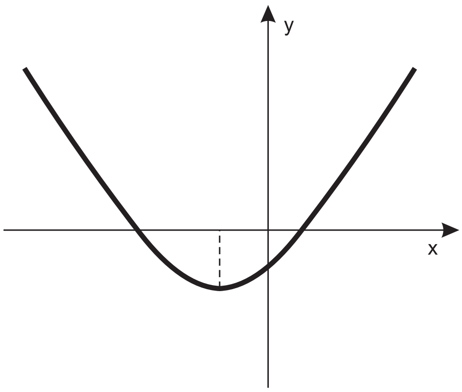
5. **(CEFET-BA)** – O gráfico da função $\mathbf{y = ax^2 + bx + c}$ tem uma só intersecção com o eixo **Ox** e corta o eixo **Oy** em (0, 1). Então, os valores de **a** e **b** obedecem à relação:

a) $b^2 = 4a$ b) $-b^2 = 4a$ c) $b = 2a$
d) $a^2 = -4a$ e) $a^2 = 4b$

6. **(ULBRA)** – Assinale a equação que representa uma parábola voltada para baixo, tangente ao eixo das abscissas:

a) $y = x^2$ b) $y = x^2 - 4x + 4$
c) $y = -x^2 + 4x - 4$ d) $y = -x^2 + 5x - 6$
e) $y = x - 3$

7. **(UF. UBERLÂNDIA)** – Se $y = ax^2 + bx + c$ é a equação da parábola representada na figura, pode-se afirmar que:



a) $ab < 0$

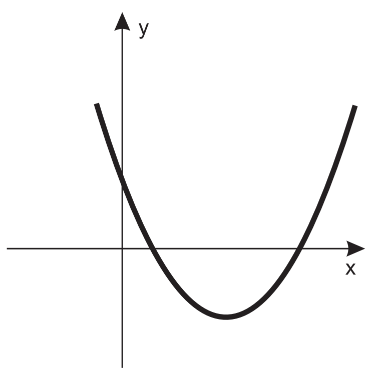
b) $b < 0$

c) $bc < 0$

d) $b^2 - 4ac \leq 0$

e) $ac > 0$

8. **(AVARÉ)** – O gráfico corresponde a uma função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$

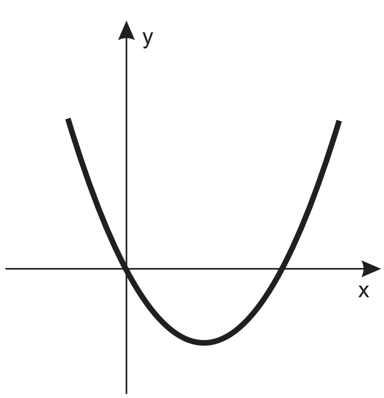


É correto afirmar que:

a) $a < 0$ b) $b^2 - 4ac < 0$ c) $b^2 - 4ac > 0$

d) $a = 0$ e) $b = 0$

9. **(UF. VIÇOSA)** – Observando o gráfico da função $y = ax^2 + bx + c$ podemos concluir que:

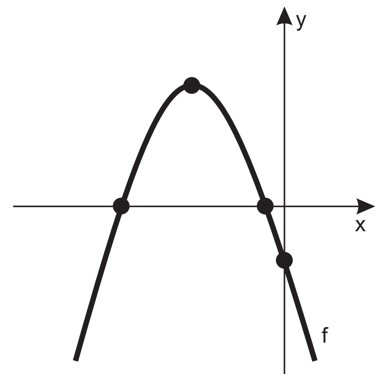


a) $a > 0$, $b < 0$ e $c > 0$ b) $a > 0$, $b > 0$ e $b^2 - 4ac > 0$

c) $a > 0$, $c = 0$ e $b > 0$ d) $a > 0$, $b < 0$ e $c = 0$

e) $a < 0$, $b > 0$ e $c = 0$

10. **(FATEC)** – O gráfico abaixo é o da função quadrática definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$.



Nessas condições, é verdade que

a) $a > 0$

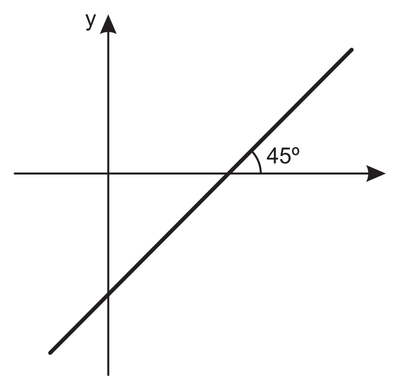
b) $b < 0$

c) $c > 0$

d) $b = 0$

e) $c = 0$

11. **(MACKENZIE)** –



O gráfico de $y=f(x)$ está esboçado na figura.

Se $\dfrac{f(5)}{3} = \dfrac{f(3)}{5}$, então $\dfrac{f(4)}{4}$ é

a) $\dfrac{1}{8}$ b) -1 c) 2 d) $-\dfrac{1}{2}$ e) 1

12. **(FGV)** – Uma empresa fabrica componentes eletrônicos; quando são produzidas 1 000 unidades por mês, o custo de produção é R\$ 35 000,00. Quando são fabricadas 2 000 unidades por mês, o custo é R\$65 000,00.

Admitindo que o custo mensal seja uma função polinomial de 1º grau em termo do número de unidades produzidas, podemos afirmar que o custo (em reais) de produção de 0 (zero) unidade é:

a) 1 000 b) 2 000 c) 5 000 d) 3 000 e) 4 000

13. **(FGV)** – Uma função $f(x)$ é tal que $f(2) = 0,4$ e $f(3) = -0,6$. Admitindo que para x entre 2 e 3 o gráfico seja um segmento de reta, podemos afirmar que o valor de k, tal que $f(k) = 0$, é:

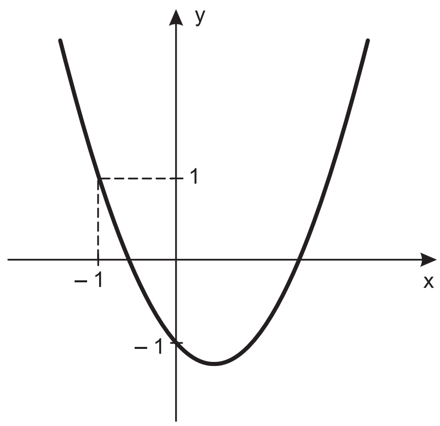
a) 2,40 b) 2,35 c) 2,45 d) 2,50 e) 2,55

14. **(MACKENZIE)** – Ao preço de R\$ 30,00 por caixa, uma fábrica de sorvete vende 400 caixas por semana. Cada vez que essa fábrica reduz o preço da caixa em R\$ 1,00, a venda semanal aumenta em 20 caixas. Se a fábrica vender cada caixa por R\$ 25,00, sua receita semanal será de

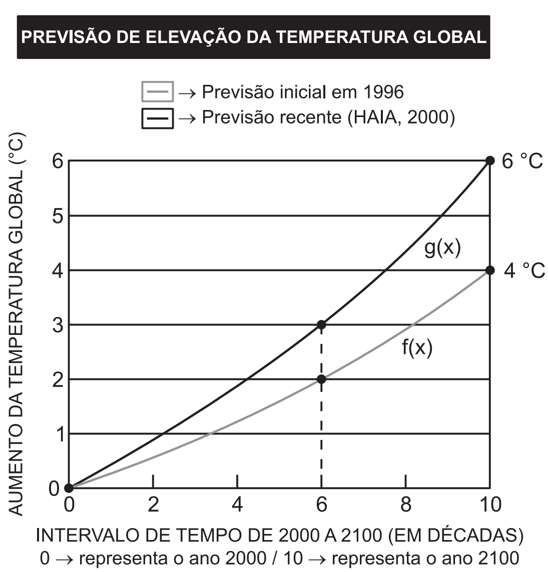
a) R\$ 14.000,00. b) R\$ 13.200,00. c) R\$ 12.500,00.

d) R\$ 11.600,00. e) R\$ 11.100,00.

15. **(MACKENZIE)** – Se a figura mostra o esboço do gráfico da função $f(x) = x^2 + mx + n$, então $\dfrac{m}{n}$ é



16. **(UFMT)** – Em 1996, fez-se uma previsão inicial indicando que a temperatura média global no período 2000-2100 aumentaria em até 4 ºC. Todavia, novas pesquisas sugeriram uma hipótese mais pessimista: no mesmo período o aumento da temperatura média global poderá ser de até 6 ºC. A figura abaixo apresenta as duas previsões de elevação da temperatura média global no período citado.



(Adaptado de <www.clubemundo.com.br> Acesso em 21/06/2005.)

Admitindo que f(x) e g(x) são funções quadráticas reais de variáveis reais, então $h(x) = g(x) - f(x)$ é dada por

a) $h(x) = \dfrac{1}{120}x^2 + \dfrac{7}{60}x$ b) $h(x) = \dfrac{7}{60}x^2 + \dfrac{1}{120}x$

c) $h(x) = \dfrac{5}{90}x^2 + \dfrac{13}{60}x$ d) $h(x) = \dfrac{1}{40}x^2 + \dfrac{7}{20}x$

e) $h(x) = \dfrac{1}{60}x^2 + \dfrac{7}{30}x$

Módulo 15 – Inequações do 2º Grau

De 1 a 6, resolva, em $\mathbb{R}$, as inequações:

1. $x^2 - 5x + 4 > 0$ 2. $x^2 - 4x + 4 > 0$

3. $x^2 - 4x + 4 < 0$ 4. $-x^2 + 3x - 4 > 0$

5. $-x^2 + 3x - 4 \le 0$ 6. $x^2 < 3$

7. **(PUC-MG)** – O produto dos elementos do conjunto $A = \{x \in \mathbb{N} \ / \ (x - 2)(7 - x) > 0\}$ é:

a) 60 b) 90 c) 120 d) 180 e) 360

8. **(UNIFOR)** – O conjunto solução da inequação $9x^2 - 6x + 1 \le 0$, no universo $\mathbb{R}$, é

a) ø b) $\mathbb{R}$ c) $\left\{\dfrac{1}{3}\right\}$

d) $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x \ge \dfrac{1}{3}\right\}$ e) $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x \ne \dfrac{1}{3}\right\}$

9. **(MACKENZIE)** – Se $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -x^2 + 5x - 4 > 2\}$ então:

a) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 2 \text{ ou } x > 3\}$
b) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2 \text{ e } x < 3\}$
c) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 1 \text{ ou } x > 4\}$
d) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 1 \text{ e } x < 3\}$
e) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2 \text{ e } x < 4\}$

10. **(UNIP)** – O número de soluções inteiras do sistema

$$\begin{cases} x^2 - 3x - 4 \le 0 \\ -1 < x - 2 \le 3 \end{cases} \text{ é:}$$

a) 7 b) 6 c) 5 d) 4 e) 3

11. Considere $A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 7x + 10 \ge 0\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 4x + 3 < 0\}$. Podemos afirmar que $A \cap B$ é o conjunto:

a) $1 < x \le 2$ b) $2 < x \le 3$ c) $2 \le x \le 5$
d) $1 < x \le 5$ e) $3 < x \le 6$

12. **(ACAFE)** – A solução de $\begin{cases} 3x + 5 \le 2x + 3 \\ x^2 - 16 \le 0 \end{cases}$ é:

a) $x = -4$ b) $x \le 4$ c) $-4 \le x \le 1$
d) $x \le -4$ e) $-4 \le x \le -2$

13. **(GV)** – Se $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 3x - 2x^2 \ge 0\}$,
$B = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \le x \le 3\}$ e
$C = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - x - 2 \le 0\}$;

então $(A \cup B) \cap C$ é:

a) $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 \le x \le 3\}$

b) $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 \le x \le 2\}$

c) $\left\{ x \in \mathbb{R} \mid -1 \le x \le \dfrac{3}{2} \right\}$

d) $\left\{ x \in \mathbb{R} \mid -1 \le x \le 0 \text{ ou } \dfrac{3}{2} \le x \le 2 \right\}$

e) $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 \le x \le 2\}$

Módulo 16 – Fatoração do Trinômio do 2º Grau

De 1 a 5, resolver, em $\mathbb{R}$, as inequações:

1. $(x-3)(x-5) > 0$

2. $\dfrac{x-3}{x-5} > 0$

3. $\dfrac{x-3}{x-5} \ge 0$

4. $(x^2 - 5x + 4)(x-2) > 0$

5. $\dfrac{x^2-4}{-x+1} \le 0$

6. O conjunto solução da desigualdade $\dfrac{3}{x-5} \le 2$ é

a) $\left\{ x \in \mathbb{R} : x \ge \dfrac{13}{2} \right\}$

b) $\left\{ x \in \mathbb{R} : 5 < x \le \dfrac{13}{2} \right\}$

c) $\left\{ x \in \mathbb{R} : x \le 5 \text{ ou } x \ge \dfrac{13}{2} \right\}$

d) $\left\{ x \in \mathbb{R} : x < 5 \text{ ou } x > \dfrac{13}{2} \right\}$

e) $\left\{ x \in \mathbb{R} : x < 5 \text{ ou } x \ge \dfrac{13}{2} \right\}$

7. **(PUC-RIO)** – A inequação $\dfrac{x^2 - 3x + 8}{2} < 2$ tem como solução o conjunto de números reais:

a) $]-\infty; -1[\cup]2; 3[$ b) $]2, 3[$ c) $]-\infty, 1] \cup [2, 3]$
d) $[2, 3]$ e) $]1; 4]$

8. **(FATEC)** – A solução real da inequação produto $(x^2 - 4) \cdot (x^2 - 4x) \ge 0$ é:

a) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \le x \le 0 \text{ ou } 2 \le x \le 4\}$

b) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \le x \le 4\}$

c) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \le -2 \text{ ou } x \ge 4\}$

d) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \le -2 \text{ ou } 0 \le x \le 2 \text{ ou } x \ge 4\}$

e) $S = \varnothing$

9. **(UEL)** – O conjunto-solução da inequação $\dfrac{(x-3)^4 (x^3 - 2x^2)}{x^2 - 1} \ge 0$, no universo $\mathbb{R}$, é

a) $[-1, 3]$ b) $]-1, +\infty[$
c) $]-1, 0[\cup]0, 3]$ d) $[-1, 3] \cup [2, +\infty[$
e) $]-1, 1[\cup [2, +\infty[$

10. **(UNIRIO)** – Dadas as funções $f(x) = x^2 - 2x + 1$, $g(x) = 5 - x$ e $h(x) = x^2 - 4x + 3$, definimos a função $\varphi(x) = \dfrac{g(x) \cdot h(x)}{f(x)}$. Analisando os valores de x, para os quais $\varphi(x) \ge 0$, temos:

a) $x < 1$ ou $3 < x < 5$ b) $x < 1$ ou $3 \le x \le 5$
c) $x \le 1$ ou $3 \le x \le 5$ d) $x \ge 5$ ou $1 \le x \le 3$
e) $x > 5$ ou $1 < x < 3$

11. **(MACKENZIE)** – Sendo $f(x) = x + 2$ e $g(x) = -x + 1$, a soma dos valores inteiros de x tais que $f(x) \cdot g(x) \ge 0$ é

a) -2. b) -3. c) 0. d) 3. e) 2.

Módulo 17 – Inequações – Produto e Quociente

1. **(GV)** – Sendo A o conjunto solução da inequação $(x^2 - 5x)(x^2 - 8x + 12) < 0$, podemos afirmar que:

a) $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 3\} \subset A$ b) $0 \in A$ c) $5{,}5 \in A$
d) $-1 \in A$ e) $\dfrac{9}{2} \in A$

2. Os valores de x que satisfazem à inequação $(x^2 - 2x + 8)(x^2 - 5x + 6)(x^2 - 16) < 0$ são

a) $x < -2$ ou $x > 4$ b) $x < -2$ ou $4 < x < 5$
c) $-4 < x < 2$ ou $x > 4$ d) $-4 < x < 2$ ou $3 < x < 4$
e) $x < -4$ ou $2 < x < 3$ ou $x > 4$

3. Os valores de x que verificam $\dfrac{x^2 - 5x + 6}{x - 2} < 0$ são melhor expressos por:

a) $x < 3$ b) $2 < x < 3$ c) $x < 2$ ou $x > 3$
d) $x \ne 2$ e) $x < 3$ e $x \ne 2$

4. Dada a inequação $(x-2)^8 \cdot (x-10)^4 \cdot (x+5)^2 < 0$, o conjunto solução é:

a) $\{x \in \mathbb{R} \mid x < -5\}$ b) $\{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x < 10\}$
c) $\{x \in \mathbb{R} \mid -5 < x < 2\}$ d) $\{x \in \mathbb{R} \mid -5 < x < 10\}$
e) $\varnothing$

5. **(UNIP)** – O número de soluções inteiras da inequação $\dfrac{x-3}{x-1} \geq 2$ é:

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

6. **(VIÇOSA)** – Resolvendo a inequação $(x^2+3x-7)(3x-5)(x^2-2x+3)<0$, um aluno cancela o fator (x^2-2x+3), transformando-a em $(x^2+3x-7)(3x-5)<0$.

Pode-se concluir que tal cancelamento é:

a) incorreto porque não houve inversão do sentido da desigualdade.

b) incorreto porque nunca podemos cancelar um termo que contenha a incógnita.

c) incorreta porque foi cancelado um trinômio do segundo grau.

d) correto porque o termo independente do trinômio cancelado é 3.

e) correto, pois $(x^2-2x+3)>0, \forall x \in \mathbb{R}$.

7. **(UF. VIÇOSA)** – Assinale a falsa

a) A sentença $\dfrac{(x^2+x+3)(x^2+4)}{x^2-5x+6} \leq 0$ é equivalente a $x^2-5x+6<0$

b) A sentença $\dfrac{(-x^2-4)(x^2-9)}{x^2-1} < 0$ é equivalente a $(x^2-1)(x^2-9)>0$

c) Se $x^2-7x+6<0$ então $1 \leq x \leq 6$

d) Se $x^2-4<0$ então $-4<x<4$

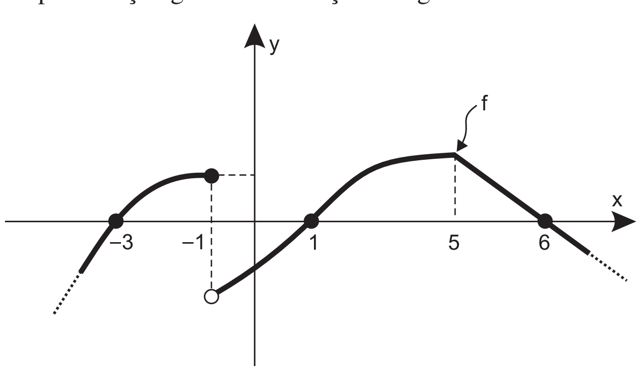
e) Se $x^2-5x+4 \leq 0$ então $1<x<4$

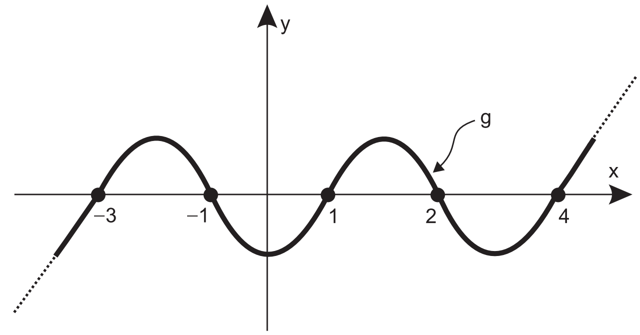
8. **(MACKENZIE)** – Sabe-se que $\dfrac{Kx+K}{\sqrt{x^2+Kx+K}}$ é um elemento de $\mathbb{R}$ qualquer que seja o número real x. O menor valor inteiro que K pode assumir é:

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

Questões de 9 a 11.

A representação gráfica das funções f e g de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ é:





Resolva, em $\mathbb{R}$, as inequações:

9. $f(x) \cdot g(x) \leq 0$ 10. $\dfrac{f(x)}{g(x)} \leq 0$ 11. $\dfrac{g(x)}{f(x)} \leq 0$

12. O conjunto dos valores de m para os quais a equação $m x^2 - (2m-1)x + (m-2) = 0$, admita raízes distintas e positivas é:

a) $]2; +\infty[$ b) $\left]0; \dfrac{1}{2}\right[$ c) $\left]-\dfrac{1}{4}; \dfrac{1}{2}\right]$

d) $\left]-\dfrac{1}{4}; 0\right[\cup\ ]2; +\infty[$ e) $]-\infty; 0[\cup\ ]2; +\infty[$

Módulo 18 – Conjunto Imagem da Função do 2º grau e Sinal de Raízes

1. **(UEL)** – A função real f, de variável real, dada por $f(x) = -x^2 + 12x + 20$, tem um valor

a) mínimo, igual a –16, para x = 6

b) mínimo, igual a 16, para x = –12

c) máximo, igual a 56, para x = 6

d) máximo, igual a 72, para x = 12

e) máximo, igual a 240, para x = 20

2. **(PUC-MG)** – O lucro de uma loja, pela venda diária de **x** peças, é dado por $L(x) = 100(10-x)(x-4)$. O lucro máximo, por dia, é obtido com a venda de:

a) 7 peças b) 10 peças c) 14 peças

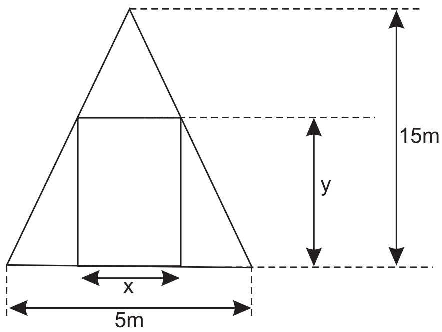
d) 50 peças e) 100 peças

3. **(ESPM)** – Em um terreno de formato triangular, deseja-se construir uma casa com formato retangular. Determine **x** e **y** de modo que a área construída seja máxima

a) x = 2,5 e y = 7,5 b) x = 3 e y = 9

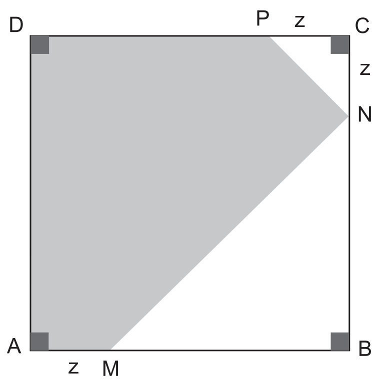
c) x = 4,5 e y = 10,5 d) x = 5 e y = 15

e) x = 3 e y = 10

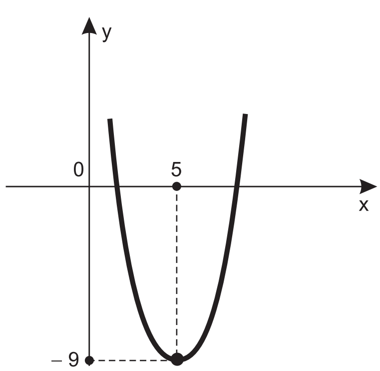


4. **(FAMECA)** – No quadrado ABCD, com 6cm de lado, o valor de z para que a área sombreada seja máxima, será, em centímetros:

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5



5. O gráfico de função do 2º grau $f(x) = ax^2 - 10x + c$ é:



Podemos afirmar que:

a) $a = 1$ e $c = 16$ b) $a = 1$ e $c = -9$ c) $a = 5$ e $c = -9$
d) $a = 1$ e $c = 10$ e) $a = -1$ e $c = 16$

6. **(ACAFE)** – Seja a função $f(x) = -x^2 - 2x + 3$ de domínio $[-2, 2]$. O conjunto imagem é:

a) $[0, 3]$ b) $[-5, 4]$ c) $]-\infty, 4]$
d) $[-3, 1]$ e) $[-5, 3]$

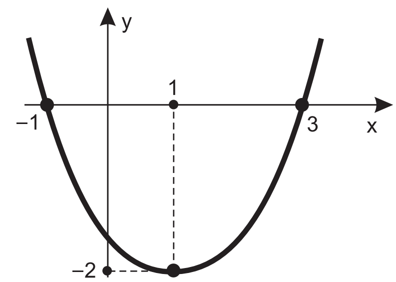
7. **(PUC)** – O conjunto imagem da função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = x^2 - 6x + 8$ é:

a) $\mathbb{R}$ b) $\mathbb{R}_+$ c) $\mathbb{R}_-$
d) $]-1; +\infty[$ e) $[-1; +\infty[$

8. **(FAAP)** – Para um certo produto, a função de receita é $R = -x^2 + 10,5x$ e a função de custo é $C = x^2 + 0,5x + 1$ (x representa a quantidade do produto).
A função de lucro é definida como a diferença entre a receita e o custo. O lucro máximo possível é (em unidades monetárias):

a) 12 b) 11,5 c) 8,5 d) 10,5 e) 14

9. **(UF.STA.MARIA)** – Sabe-se que o gráfico representa uma função quadrática.



Esta função é:

a) $\dfrac{x^2}{2} + x + \dfrac{3}{2}$ b) $\dfrac{x^2}{2} - x - \dfrac{3}{2}$ c) $\dfrac{x^2}{2}\, x - \dfrac{9}{2}$

d) $x^2 - 2x - 3$ e) $x^2 + 2x - 3$

10. **(UNAERP)** – Se $x^2 - 5x + 6 < 0$ e $P = x^2 + 5x + 6$, então

a) P pode apresentar qualquer valor real.
b) $20 < P < 30$ c) $0 < P < 20$ d) $P < 0$ e) $P > 30$

11. **(ACAFE S.C.)** – Os valores de **m** para os quais as raízes da função $y = -x^2 - mx - 4$ sejam reais e diferentes, pertencem ao intervalo:

a) $]-2, 2[$ b) $[-2, 2]$ c) $[-4, 4]$
d) $R - [-4, 4]$ e) $]4, \infty[$

12. Um retângulo tem os seus lados expressos, em metros, por $(x - 3)$ e $(x - 5)$, respectivamente. Determine os valores de x para que este retângulo tenha área inferior a $8m^2$ e perímetro superior a 4m.

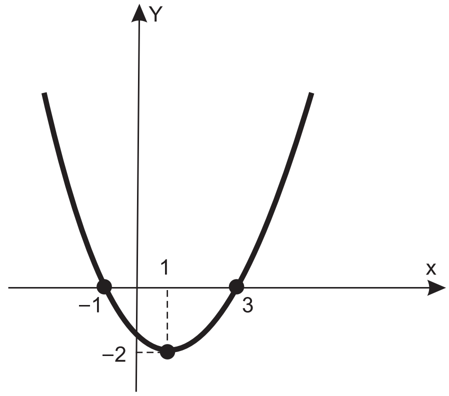
13. Sejam as funções quadráticas definidas por $f(x) = 3x^2 - kx + 12$. Seus gráficos não cortam o eixo das abscissas se, e somente se, k satisfizer à condição

a) $k < 0$ b) $k < 12$ c) $-12 < k < 12$
d) $0 < k < 12$ e) $-4\sqrt{3} < k < 4\sqrt{3}$

14. **(FEI)** – Considere a função polinomial do 2º grau definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$. Assinale a alternativa errada.

a) se $a > 0$, f tem valor mínimo
b) se $a < 0$, f tem valor máximo
c) o valor mínimo ou máximo de f é $-\dfrac{\Delta}{4a}$ onde $\Delta = b^2 - 4ac$
d) a abcissa do ponto crítico é $\dfrac{b}{2a}$
e) $f(0) = c$

15. **(CESUPA)** – Uma parábola P_2 tem as mesmas raízes que a parábola P_1 representada na figura, e seu vértice é simétrico, em relação ao eixo Ox, ao ponto mínimo de P_1. A equação da parábola P_2 é



a) $y = x^2 - 2x - 3$
b) $y = -x^2 + 2x + 3$
c) $2y = -x^2 - 2x - 3$
d) $2y = x^2 + 2x + 3$
e) $2y = -x^2 + 2x + 3$

16. **(U.F. GOIÁS)** – Um homem-bala é lançado de um canhão e sua trajetória descreve uma parábola. Considerando que no instante do lançamento ($t = 0$) ele está a 2 metros do solo, 1 segundo após ele atinge a altura de 5 metros e 2 segundos após o lançamento ele atinge o solo, pede-se:
a) a equação h(t) da altura em relação ao tempo, descrita pela sua trajetória;
b) o esboço do gráfico de h(t);
c) quais os instantes, após o lançamento, em que ele atinge 9/2 metros?

17. **(UNICAP)** – Considere o conjunto dos números reais. Julgue os ítens abaixo:
0) Dentre todos os pares de números reais cuja soma é 8, o que tem produto máximo é o par (4, 4).
1) O conjunto solução da inequação $x^2 - 2x + 2 > 0$ é vazio.
2) A função real $f(x) = \dfrac{2}{3} - \dfrac{x}{2}$ assume valores negativos para $x < \dfrac{4}{3}$.
3) A função real $f(x) = x^3$ é uma função injetora.
4) A função real $f(x) = x^2$ admite inversa se e somente se o seu domínio for o conjunto dos números reais não negativos.

18. **(PUC-RIO)** – Considere um terreno retangular que pode ser cercado com 50m de corda. A área desse terreno expressa como função do comprimento x de um dos lados é:
a) $A(x) = -x^2 + 25x$ para $x \geq 0$
b) $A(x) = -x^2 + 25x$ para $0 < x < 25$
c) $A(x) = -3x^2 + 50x$ para $x \geq 0$
d) $A(x) = -3x^2 + 50x$ para $0 < x < \dfrac{50}{3}$
e) $A(x) = -3x^2 + 50x$ para $0 < x < 25$

19. **(FAAP)** – Os cabos de sustentação de uma ponte pênsil com carga uniformemente distribuída tomam a forma de uma parábola cujo vértice está no tabuleiro da ponte. As torres de suporte têm 20 metros de altura sobre o tabuleiro e distam 160 metros entre si. Supondo o sistema de coordenadas cartesianas com eixo x no tabuleiro e eixo y sendo eixo de simetria da parábola, o comprimento de um elemento de sustentação vertical situado a 40 metros do centro da ponte é:
a) 10m b) 4m c) 3,2m d) 5m e) 0,5m

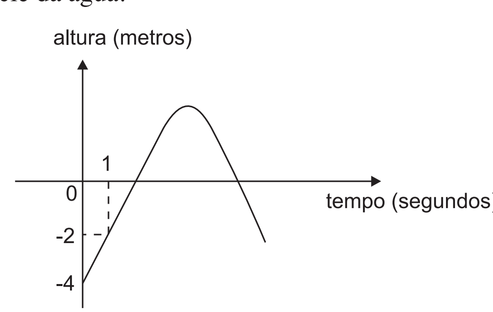
20. **(UNIFESP)** – A porcentagem p de bactérias em uma certa cultura sempre decresce em função do número t de segundos em que ela fica exposta à radiação ultravioleta, segundo a relação

$$p(t) = 100 - 15t + 0{,}5t^2.$$

a) Considerando que p deve ser uma função decrescente variando de 0 a 100, determine a variação correspondente do tempo t (domínio da função).
b) A cultura não é segura para ser usada se tiver mais de 28% de bactérias. Obtenha o tempo mínimo de exposição que resulta em uma cultura segura.

21. **(UNESP)** – Seja a função: $y = x^2 - 2x - 3$. O vértice V e o conjunto imagem da função são dados, respectivamente, por:
a) $V = (1, 4)$, $Im = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 4\}$.
b) $V = (1, -4)$, $Im = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq -4\}$.
c) $V = (1, 4)$, $Im = \{y \in \mathbb{R} \mid y \leq 4\}$.
d) $V = (1, -4)$, $Im = \{y \in \mathbb{R} \mid y \leq -4\}$.
e) $V = (1, 1)$, $Im = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 1\}$.

22. **(UNESP)** – O gráfico representa uma função f que descreve, aproximadamente, o movimento (em função do tempo t em segundos) por um certo período, de um golfinho que salta e retorna à água, tendo o eixo das abscissas coincidente com a superfície da água.



a) Sabendo que a parte negativa do gráfico de f é constituída por segmentos de retas, determine a expressão matemática de f nos instantes anteriores à saída do golfinho da água. Em que instante o golfinho saiu da água?

b) A parte positiva do gráfico de f é formada por parte de uma parábola, dada por $f(t) = -\dfrac{3}{4}t^2 + 6t - 9$.

Determine quantos segundos o golfinho ficou fora da água e a altura máxima, em metros, atingida no salto.

23. **(UNESP)** – Todos os possíveis valores de m que satisfazem a desigualdade $2x^2 - 20x + 2m > 0$, para todo x pertencente ao conjunto dos reais, são dados por

a) $m > 10$. b) $m > 25$. c) $m > 30$.
d) $m < 5$. e) $m < 30$.

24. **(UFPR)** – O lucro diário L é a receita gerada R menos o custo de produção C. Suponha que, em certa fábrica, a receita gerada e o custo de produção sejam dados, em reais, pelas funções $R(x) = 60x - x^2$ e $C(x) = 10(x + 40)$, sendo x o número de itens produzidos no dia. Sabendo que a fábrica tem capacidade de produzir até 50 itens por dia, considere as seguintes afirmativas:

I. O número mínimo de itens x que devem ser produzidos por dia, para que a fábrica não tenha prejuízo, é 10.
II. A função lucro L(x) é crescente no intervalo [0, 25].
III. Para que a fábrica tenha o maior lucro possível, deve produzir 30 itens por dia.
IV. Se a fábrica produzir 50 itens num único dia, terá prejuízo.

Assinale a alternativa correta.

a) Somente as afirmativas I, II e IV são verdadeiras.
b) Somente as afirmativas I e II são verdadeiras.
c) Somente as afirmativas II e III são verdadeiras.
d) Somente as afirmativas II e IV são verdadeiras.
e) Somente as afirmativas I, III e IV são verdadeiras.

Módulo 19 – Conjunto Imagem da Função do 2º grau e Sinal de Raízes

1. **(PUC-MG)** – Na reta real, o número 4 está situado entre as raízes de $f(x) = x^2 + mx - 28$. Nessas condições, os possíveis valores de **m** são tais que:

a) $m < -3$ b) $-3 < m < 3$ c) $m > -3$
d) $m > 3$ e) $m < 3$

2. **(UFPE)** – Considere a equação $x^2 + (k - 4)x - 2k + 4 = 0$. Indique os valores de k, para os quais o número real 3 está compreendido entre as raízes desta equação.

a) $k = 0$ b) $k > -1$ c) $k = -1$
d) $k < -1$ e) $k = 1$ ou $k = 2$

3. **(UNICASTELO)** – A equação $9x^2 + kx + 4 = 0$ terá, pelo menos, uma solução se:

1) $k = 10$ 2) $5 \leq k \leq 11$ 3) $k \leq -12$ ou $k \geq 12$
4) $-12 < k < 12$ 5) k for um número positivo

4. **(VUNESP)** – O gráfico da função quadrática definida por $y = x^2 - mx + (m - 1)$, onde $m \in \mathbb{R}$, tem um único ponto em comum com o eixo das abscissas. Então, o valor de y que essa função associa a x = 2 é:

a) –2 b) –1 c) 0 d) 1 e) 2

5. **(UNIP)** – A reta de equação $y = a.x$ e a parábola de equação $y = x^2 + 2a.x + a$ têm dois pontos distintos em comum. Sendo **a** um número real, pode-se afirmar que:

a) $a > 1$ b) $0 < a < 4$ c) $1 < a < 5$
d) $a < 0$ ou $a > 4$ e) $a < 4$ ou $a > 5$

6. A função quadrática f, definida por $f(x) = (m - 1)\,x^2 + 2mx + 3m$, assume somente valores estritamente positivos,para todo $x \in \mathbb{R}$ se, e somente se,

a) $m < 0$ ou $m > \dfrac{3}{2}$ b) $0 < m < \dfrac{3}{2}$ c) $m > \dfrac{3}{2}$
d) $m < 1$ e) $m < 0$

7. Para que valores de **k** a equação $x^2 + 2kx + (k^2 - k - 2) = 0$ admite duas raízes reais distintas e estritamente negativas?

8. Para que valores de **k** a equação $(k - 1)\,x^2 + (k^3 + 2k - 9)\,x + (k - 5) = 0$ admite duas raízes reais distintas e de sinais contrários?

9. Verificar se existem números reais x tais que $2 - x = \sqrt{x^2 - 12}$.

10. **(VIÇOSA)** – As soluções da equação $\sqrt{x} - x = 0$ estão no intervalo:

a)]1; 2[b) [0; 2] c) $\left]0; \dfrac{1}{2}\right]$
d) [1; 2] e) $\left[-1; \dfrac{1}{2}\right]$

11. **(FAAP)** – Resolver a equação: $x - 1 = \sqrt{1 - \sqrt{x^4 - x^2}}$.

12. **(FAAP)** – Resolver a equação: $\sqrt{x} + \sqrt{x + 12} = 6$

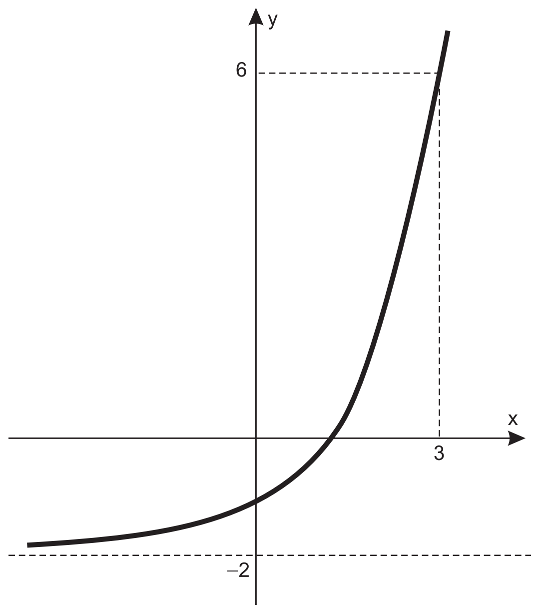
Módulo 20 – Função Exponencial

1. **(UNICID)** – Se $f(x) = 3^x - 1$, então o conjunto imagem de f(x) é:

a) Im = [1, ∞) b) Im =]1, ∞) c) Im =]0, ∞)
d) Im = [–1, ∞) e) Im =]– 1, ∞)

2. O gráfico a seguir representa a função $y = a^x + b$. Então, a + b é igual a:

a) –2 b) 1 c) 2 d) 3 e) 0



3. **(FIC/FACEM)** – A produção de uma indústria vem diminuindo ano a ano. Num certo ano, ela produziu mil unidades de seu principal produto. A partir daí, a produção anual passou a seguir a lei $y = 1000 \cdot (0{,}9)^x$. O número de unidades produzidas no segundo ano desse período recessivo foi de:

a) 900 b) 1000 c) 180 d) 810 e) 90

4. **(FUVEST)**

a) Esboce, num mesmo sistema de coordenadas, os gráficos de $f(x) = 2^x$ e $g(x) = 2x$.

b) Baseado nos gráficos da parte a), resolva a inequação $2^x \le 2x$.

c) Qual é o maior: $2^{\sqrt{2}}$ ou $2\sqrt{2}$? Justifique brevemente sua resposta.

5. **(VUNESP-PR)** – Se $625^{x+2} = 25$, então $(x + 1)^6$ vale:

a) $\dfrac{1}{64}$ b) $\dfrac{1}{12}$ c) $\dfrac{1}{12}$ d) $\dfrac{1}{64}$ e) 64

6. **(U.E.FEIRA DE SANTANA)** – O produto das soluções da equação $(4^{3-x})^{2-x} = 1$ é

a) 0 b) 1 c) 4 d) 5 e) 6

7. Seja a função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 2^x$. Então, $f(a + 1) - f(a)$ é igual a:

a) 2 b) f(a) c) f(1) d) 2f(a) e) 1

8. Considerando-se **(a; b)** a solução do sistema

$$\begin{cases} 2^{x+y} = 32 \\ \dfrac{4^x}{16^y} = 16 \end{cases}$$ e **s = a . b**, pode-se afirmar que:

a) $s \in [-1, 4[$ b) $s \in \mathbb{Z}^*_-$ c) $s \in \{x: x \text{ é divisor de } 3\}$

d) $s \in [0, 5]$ e) $s \in \mathbb{R}_-$

9. Se $0{,}5^{x^2-4x} > 0{,}5^5$, então seu conjunto verdade, em $\mathbb{R}$, é:

a) $V = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x < 5\}$
b) $V = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -1 \text{ ou } x < 5\}$
c) $V = \{x \in \mathbb{R} \mid x > -1 \text{ e } x > 5\}$
d) $V = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 5\}$
e) $V = \varnothing$

10. O conjunto solução da inequação $\left(\dfrac{1}{5}\right)^{(2x-3)} \le \dfrac{1}{5}$ é:

a) $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x < \dfrac{3}{2}\right\}$ b) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \le -2\}$

c) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \ge 2\}$ d) $\{x \in \mathbb{R} \mid -2 \le x \le -1\}$

e) $\left\{x \in \mathbb{R} \mid -\dfrac{3}{2} < x < 2\right\}$

11. O domínio da função real $y = \sqrt{(1{,}4)^{x^2-5} - \dfrac{5}{7}}$ é:

a) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \le -2 \text{ ou } x \ge 2\}$ b) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \ne 2\}$

c) $\{x \in \mathbb{R} \mid -2 \le x \le 2\}$ d) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \ne -2\}$

e) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \ge -2\}$

12. **(PUCCAMP)** – Considere a sentença $a^{2x+3} > a^8$, na qual **x** é uma variável real e **a** é uma constante real positiva. Essa sentença é verdadeira se, por exemplo,

a) x = 3 e a = 1 b) x = – 3 e a > 1 c) x = 3 e a < 1
d) x = – 2 e a < 1 e) x = 2 e a > 1

13. **(UNESP)** – Em relação à desigualdade: $3^{x^2-5x+7} < 3$,

a) encontre os valores de x, no conjunto dos reais, que satisfaçam essa desigualdade;

b) encontre a solução da desigualdade para valores de x no conjunto dos inteiros.

14. **(UNESP)** – Dado o sistema de equações em $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} (4^x)^y = 16 & (1) \\ 4^x 4^y = 64 & (2) \end{cases}$$

a) Encontre o conjunto verdade.

b) Faça o quociente da equação (2) pela equação (1) e resolva a equação resultante para encontrar uma solução numérica para y, supondo $x \ne 1$.

15. **(FGV)** – Um computador desvaloriza-se exponencialmente em função do tempo, de modo que seu valor y, daqui a x anos, será $y = A \cdot k^x$, em que A e k são constantes positivas.

Se hoje o computador vale R$ 5 000,00 e valerá a metade desse valor daqui a 2 anos, seu valor daqui a 6 anos será:

a) R$ 625,00 b) R$ 550,00 c) R$ 575,00
d) R$ 600,00 e) R$ 650,00

16. **(UNICAMP)** – A função $L(x) = ae^{bx}$ fornece o nível de iluminação, em luxes, de um objeto situado a *x* metros de uma lâmpada.

a) Calcule os valores numéricos das constantes a e b, sabendo que um objeto a 1 metro de distância da lâmpada recebe 60 luxes e que um objeto a 2 metros de distância recebe 30 luxes.
b) Considerando que um objeto recebe 15 luxes, calcule a distância entre a lâmpada e esse objeto.

17. **(MACKENZIE)** – Dadas as funções $f(x) = 2^{x^2 - 4}$ e $g(x) = 4^{x^2 - 2x}$, se x satisfaz f(x) = g(x), então 2^x é

a) $\dfrac{1}{4}$.   b) 1.   c) 8   d) 4   e) $\dfrac{1}{2}$.

18. **(MACKENZIE)** – O menor valor assumido pela função

$g(x) = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{(2 - x^2)}$ é

a) 8   b) 4   c) $\dfrac{1}{2}$ d) $\dfrac{1}{4}$ e) $\dfrac{1}{8}$

19. **(UEG)** –Certa substância radioativa desintegra-se de modo que, decorrido o tempo t, em anos, a quantidade ainda não desintegrada da substância é $S = S_0 \,.\, 2^{-0,25t}$, em que S_0 representa a quantidade de substância que havia no início. Qual é o valor de t para que a metade da quantidade inicial desintegre-se?

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

Módulo 1 – Definição e Propriedades de Conjuntos

1. Seja A = {2; 5; {3; 4}; 6}. Complete as frases com os símbolos $\in$, $\notin$, $\subset$ ou $\not\subset$ e assinale a alternativa que contêm esses símbolos em uma correspondência **correta** e na respectiva ordem:

I) 2 .... A II) {2} .... A III) {3; 4} .... A
IV) Ø .... A V) 4 .... A VI) {5; 6} .... A

a) $\notin, \subset, \notin, \subset, \notin$ e $\subset$ b) $\subset, \subset, \in, \subset, \in$ e $\subset$
c) $\in, \subset, \in, \subset, \notin$ e $\subset$ d) $\in, \subset, \subset, \subset, \notin$ e $\subset$
e) $\in, \subset, \in, \subset, \in$ e $\subset$

Resolução
Completadas de forma correta as frases ficam:

I) $2 \in A$ II) $\{2\} \subset A$ III) $\{3; 4\} \in A$
IV) $Ø \subset A$ V) $4 \notin A$ VI) $\{5; 6\} \subset A$

Na ordem usamos os símbolos $\in, \subset, \in, \subset, \notin$ e $\subset$

Resposta: C

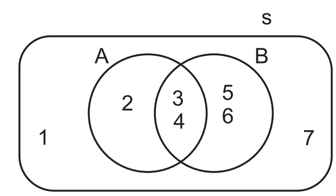
2. Sabe-se que $\{a; b; c\} \subset X$, $\{c, d, e\} \subset X$ e que o conjunto X possui 31 subconjuntos não-vazios. O número de subconjuntos de X que não possuem o elemento **a** é:
a) 4 b) 8 c) 16 d) 20 e) 26

Resolução
Se X possui 31 subconjuntos não-vazios então X possui 32 subconjuntos e, portanto, possui 5 elementos.
Como $\{a; b; c\} \subset X$ e $\{c; d; e\} \subset X$ temos que X = {a; b; c; d; e}. Os subconjuntos de X que não possui *a* são os subconjuntos de {b, c, d, e}, num total de $2^4 = 16$ subconjuntos.
Resposta: C

Módulo 2 – Operações entre Conjuntos

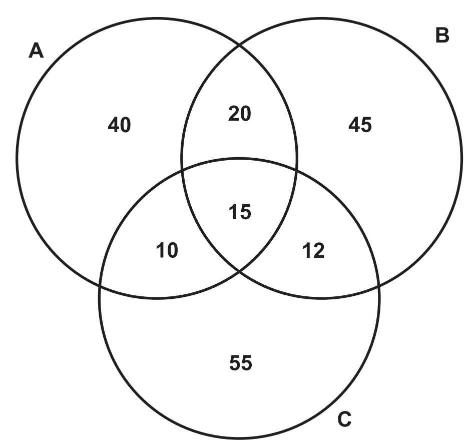
3. Dados os conjuntos A = {2; 3; 4}, B = {3; 4; 5; 6} e S = {1; 2; 3; 4; 5; 6; 7}, determine:
a) $A \cup B$ b) $A \cap B$ c) $A – B$
d) $B – A$ e) $\complement_S A$
f) o diagrama de Venn-Euler representando a situação destes conjuntos.

Resolução
a) $A \cup B = \{2; 3; 4; 5; 6\}$ b) $A \cap B = \{3; 4\}$
c) $A – B = \{2\}$ d) $B – A = \{5; 6\}$
e) $\complement_S A = S – A = \{1; 5; 6; 7\}$

f)


4. **(FGV)** – Para avaliar a leitura de três jornais A, B e C, foi feita uma pesquisa com os seguintes resultados : 40 pessoas lêem somente o jornal A, 45 somente B e 55 somente C. 35 pessoas lêem A e B, 25 lêem A e C, 27 lêem B e C, e 15 lêem os três jornais. Se todas as pessoas que participaram da pesquisa lêem pelo menos um jornal, determine o número total de entrevistados.

Resolução
De acordo com os dados, é possível montar o seguinte diagrama de Venn-Euler:



Os conjuntos A, B e C do diagrama representam os leitores dos jornais A, B e C, respectivamente. O número total de entrevistados é

$n(A \cup B \cup C) = 40 + 20 + 45 + 10 + 15 + 12 + 55 = 197$

Resposta: 197

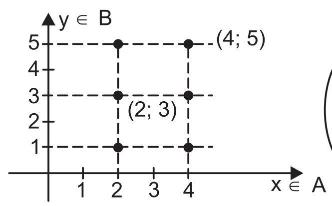
Módulo 3 – Produto Cartesiano, Relação Binária e Função

5. Considere os conjuntos A = {2;4} e B = {1;3;5}. Represente
a) $A \times B$, enumerando, um a um, seus elementos.
b) $A \times B$ por um diagrama de flechas e por um gráfico cartesiano.
c) por um diagrama de flechas a relação binária
$h = \{(x;y) \in A \times B \mid y < x\}$.
d) por um diagrama de flechas a relação binária
$g = \{(x; y) \in A \times B \mid y = x + 3\}$.
e) por um diagrama de flechas a relação binária
$f = \{(x; y) \in A \times B \mid y = x + 1\}$.

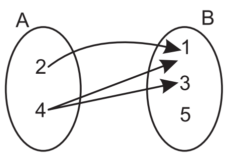
Resolução

a) $A \times B = \{(2;1), (2;3), (2;5), (4;1), (4;3), (4;5)\}$

b)

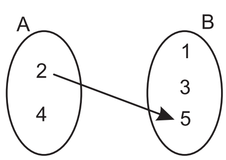


c)



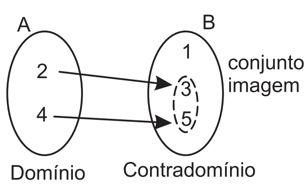
$h = \{(2;1), (4;1), (4;3)\}$

d)



$g = \{(2;5)\}$

e)



$f = \{(2;3), (4;5)\}$

f é uma função de A em B

$D(f) = A$

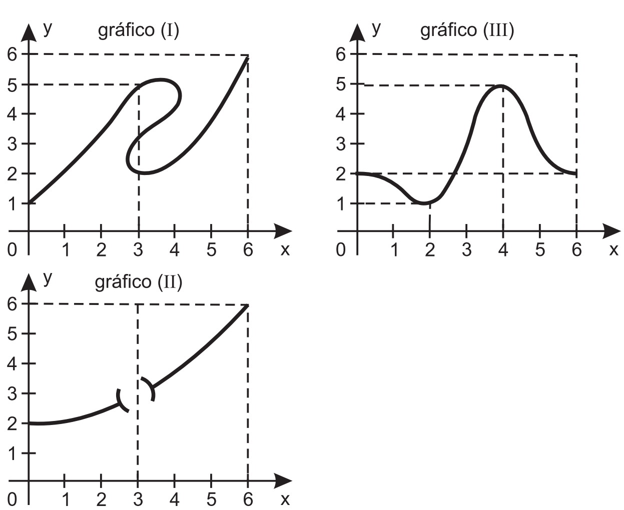
$CD(f) = B$

$Im(f) = \{3;5\}$

6. Considere $A = B = [0;6]$. Dos gráficos a seguir, somente um representa uma função $f: A \to B$. Localize-o e responda:

a) Qual é o CD(f) e o Im(f)?

b) Quantas soluções tem a equação $f(x) = 3$?



Resolução

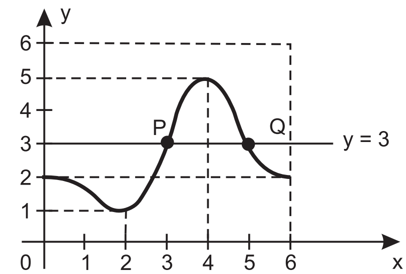
O primeiro gráfico não representa função, pois, para $x = 3$, têm-se três pontos do gráfico (f(3) teria três valores).

O gráfico (II) não representa função, pois $3 \in A$ e $\nexists\, f(3)$.

O gráfico (III) representa uma função de A em B. Nele, têm-se:

a) $CD(f) = [0;6]$ e $Im(f) = [1;5]$

b) $f(x) = 3$ tem duas soluções, pois a horizontal que passa pelo ponto (0;3) intercepta o gráfico em dois pontos.



Módulo 4 – Domínio, Contradomínio e Imagem

7. Sejam A e B, subconjuntos dos números reais e os respectivos domínios das funções definidas por $f(x) = \sqrt{x-2}$ e $g(x) = \sqrt{5-x}$. O produto dos elementos inteiros de $A \cap B$ é:

a) 60 b) 80 c) 100 d) 120 e) 150

Resolução

$\sqrt{x-2} \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x - 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$, portanto, $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 2\}$

$\sqrt{5-x} \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 5 - x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 5$, portanto, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 5\}$

$A \cap B = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x \leq 5\}$. Os números inteiros pertencentes a $A \cap B$ são 2, 3, 4 e 5, cujo produto é 120.

Resposta: D

8. **(U.F.PARAÍBA)** – Considere a função $f: [1,7] \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2 - 6x + 8$. Sejam m e M, respectivamente, o menor e o maior valor que f(x) pode assumir. Determine a média aritmética entre m e M.

Resolução

Sendo $f(x) = x^2 - 6x + 8$, temos:

$f(1) = 1^2 - 6 \,.\, 1 + 8 = 3$

$f(2) = 2^2 - 6 \,.\, 2 + 8 = 0$

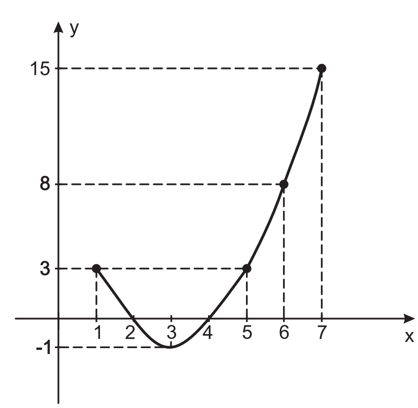
$f(3) = 3^2 - 6 \,.\, 3 + 8 = -1$

$f(4) = 4^2 - 6 \,.\, 4 + 8 = 0$

$f(5) = 5^2 - 6 \,.\, 5 + 8 = 3$

$f(6) = 6^2 - 6 \,.\, 6 + 8 = 8$

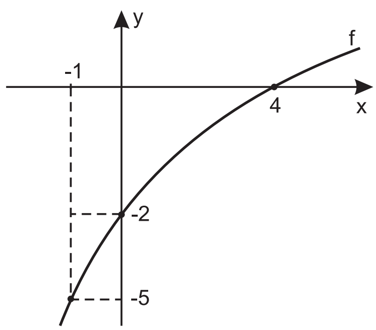
$f(7) = 7^2 - 6 \,.\, 7 + 8 = 15$



Módulo 5 – Domínio, Contradomínio e Imagem

9. **(FUVEST)** – A figura a seguir representa parte do gráfico de uma função f: $\mathbb{R} - \{d\} \to \mathbb{R}$ da forma $f(x) = \dfrac{x + a}{bx + c}$. O valor de f(a + b + c + d) é:

a) – 8 b) – 3 c) 0 d) 2 e) 7



Resolução

Os pontos (– 1; – 5); (0; – 2) e (4;0) pertencem ao gráfico de f.

$f(4) = \dfrac{4 + a}{b \,.\, 4 + c} = 0 \Rightarrow a = -4$

$f(0) = \dfrac{0 + a}{b \,.\, 0 + c} = -2 \Rightarrow a = -2c \Rightarrow -4 = -2c \Leftrightarrow c = 2$

$f(-1) = \dfrac{-1 + a}{b \,.\, (-1) + c} = -5 \Leftrightarrow -1 + a = 5b - 5c \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -1 + (-4) = 5b - 5 \,.\, 2 \Leftrightarrow b = 1$

Assim, $f(x) = \dfrac{x - 4}{x + 2}$

$D(f) = \mathbb{R} - \{-2\} = \mathbb{R} - \{d\}$, portanto d = – 2.

Desta forma, a + b + c + d = – 4 + 1 + 2 + (– 2) = – 3 e

$f(a + b + c + d) = f(-3) = \dfrac{-3 - 4}{-3 + 2} = 7$

Resposta: E

10. Seja f: A → $\mathbb{R}$ uma função tal que $f(2x + 1) = \dfrac{x - 3}{x - 1}$, com x ≠ 1. O domínio da função f é:

a) $\mathbb{R} - \{1\}$ b) $\mathbb{R}^*$ c) $\mathbb{R} - \{3\}$

d) $\mathbb{R} - \{-1\}$ e) $\mathbb{R} - \left\{-\dfrac{1}{2}\right\}$

Resolução

Fazendo 2x + 1 = t temos $x = \dfrac{t - 1}{2}$ e $f(2x + 1) = \dfrac{x - 3}{x - 1} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow f(t) = \dfrac{\dfrac{t - 1}{2} - 3}{\dfrac{t - 1}{2} - 1} \Leftrightarrow f(t) = \dfrac{t - 7}{t - 3}$ ou, de forma equivalente, $f(x) = \dfrac{x - 7}{x - 3}$

Para que $f(x) \in \mathbb{R}$ devemos ter $x - 3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 3$. O domínio de f é $\mathbb{R} - \{3\}$.

Resposta: C

Módulo 6 – Propriedades de uma Função (I)

11. Considere as funções

f: {1; 2; 3} → {4; 5; 6; 7} | f(x) = x + 3

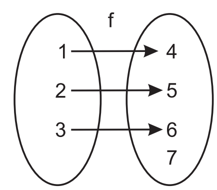
g: {– 1; 0; 1} → {0; 1} | $g(x) = x^2$

h: {1; 2; 3} → {5; 6; 7} | h(x) = x + 4

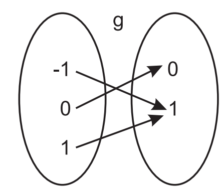
i: {0; 1; 2} → {0; 2; 4} | $i(x) = x^2 - x$

Classifique-as em sobrejetora, injetora ou bijetora.

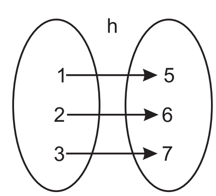
Resolução



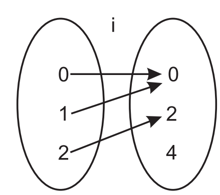
f é injetora, mas não é sobrejetora



g é sobrejetora, mas não é injetora

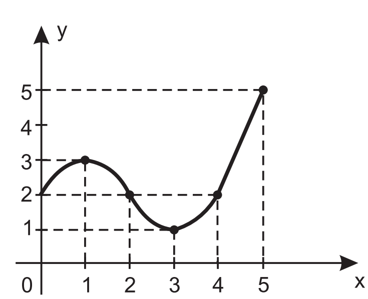


h é injetora e sobrejetora, portanto, bijetora



i não é injetora, nem sobrejetora

12. Considere a função f: [0;5] → $\mathbb{R}$, definida pelo gráfico:



Apresente **dois** motivos para f não ser bijetora.

Resolução

Do gráfico, conclui-se que

f(0) = f(2) = f(4) = 2, portanto f não é injetora.

$Im(f) = [1;5] \neq \mathbb{R} = CD(f)$, portanto f não é sobrejetora.

Módulo 7 – Propriedades de uma Função (II)

13. **(MODELO ENEM)** – Funções aparecem em quase tudo que nos rodeia. A conta de energia que se paga, por exemplo, é uma função do consumo energético mensal. A rotação do motor de um carro é função do ângulo de inclinação do acelerador. No entanto, alguns conceitos como injetora, crescente, domínio etc., aplicam-se mais a funções numéricas ou matemáticas. Uma função interessante é aquela que associa a cada ser humano o seu pai biológico do conjunto dos seres humanos masculinos. Esta função é

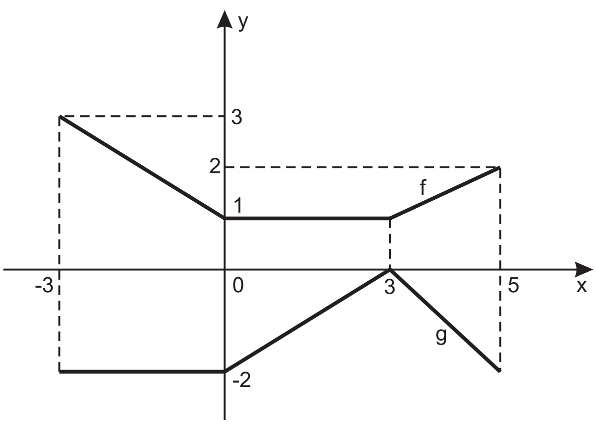
a) injetora e não sobrejetora.
b) não injetora e sobrejetora.
c) nem injetora e nem sobrejetora.
d) bijetora.
e) impossível de classificar em injetora e/ou sobrejetora.

Resolução

Como no conjunto dos seres humanos masculinos existem mais homens do que pais (recém-nascidos, por exemplo, não são pais) e existem pais de dois ou mais filhos (irmãos), a função não é injetora nem sobrejetora.

Resposta: C

14. Considere as funções **f** e **g**, definidas no intervalo [– 3; 5], pelos gráficos seguintes:



Pode-se afirmar que

a) f é estritamente crescente em [– 3, 0].
b) f é estritamente crescente em [0; 5].
c) g é estritamente crescente em [0; 5].
d) f . g é estritamente decrescente em [– 3; 0].
e) f . g é estritamente decrescente em [3; 5].

Resolução

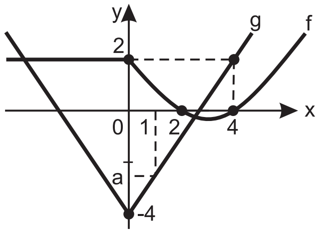
1) f é estritamente decrescente em [– 3; 0], constante em [0; 3] e estritamente crescente em [3; 5].
2) g é constante em [– 3; 0], estritamente crescente em [0; 3] e estritamente decrescente em [3; 5].
3) f . g é negativa e tem valor absoluto decrescente em [– 3; 0], portanto é estritamente crescente.
4) f . g é negativa e tem valor absoluto crescente em [3;5], portanto é estritamente decrescente.

Resposta: E

Módulo 8 – Função Composta

15. Na figura, temos os gráficos das funções **f** e **g**, de ℝ em ℝ. O valor de gof(4) + fog(1) é:

a) 4 b) 3 c) 0 d) – 2 e) – 4



Resolução

$f(4) = 0 \Rightarrow gof(4) = g[f(4)] = g[0] = -4$

$g(1) = a < 0$

$fog(1) = f[a] = 2$, pois $a < 0$

Desta forma: $gof(4) + fog(1) = -4 + 2 = -2$

Resposta: D

16. A função **f** associa a cada número natural **x** o resto da divisão de **x** por 4. A função **g**, de ℝ em ℝ, é definida por $g(x) = x^2 - 2x + 1$. O conjunto imagem de gof

a) possui 4 elementos.
b) contém números primos.
c) é formado por três números quadrados perfeitos.
d) só possui números pares.
e) é unitário.

Resolução

f(x) = 0, f(x) = 1, f(x) = 2 ou f(x) = 3, pois f(x) é o resto da divisão de *x* por 4.

$$gof(x) = g[f(x)] = \begin{cases} g(0) = 0^2 - 2 \cdot 0 + 1 = 1 \\ g(1) = 1^2 - 2 \cdot 1 + 1 = 0 \\ g(2) = 2^2 - 2 \cdot 2 + 1 = 1 \\ g(3) = 3^2 - 2 \cdot 3 + 1 = 4 \end{cases}$$, conforme o valor de *x*.

Assim, o conjunto imagem de gof é {0; 1; 4}.

Resposta: C

Módulo 9 – Função Inversa

17. **(U. F. Paraíba)** – Sejam f e g funções de ℝ em ℝ tais que $f(g(x)) = 2x$ e $f(x) = 4x + 1$. Calcule g(1).

Resolução

$$f(g(x)) = 4g(x) + 1 = 2x \Leftrightarrow g(x) = \frac{2x - 1}{4}$$

Assim, $g(1) = \dfrac{2 \cdot 1 - 1}{4} = \dfrac{1}{4}$.

18. Sejam **f** e **g** funções, de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, tais que $g(x) = 2x + 5$ e $fog(x) = 6x + 3$. Pode-se afirmar que $\mathbf{f^{-1}(x)}$ é igual a:

a) $3x - 12$ b) $3x - 1$ c) $\dfrac{x}{2} + 3$

d) $2x + 1$ e) $\dfrac{x}{3} + 4$

Resolução

1) $\left.\begin{array}{l} g(x) = 2x + 5 \\ fog(x) = 6x + 3 \end{array}\right\} \Rightarrow f(g(x)) = f(2x + 5) = 6x + 3$

2) $2x + 5 = t \Rightarrow x = \dfrac{t - 5}{2}$

3) $f(t) = 6 \,.\, \dfrac{t - 5}{2} + 3 = 3t - 12 \Rightarrow f(x) = 3x - 12$

4) Fazendo-se $f(x) = 3x - 12 = y$, tem-se:

$x = \dfrac{y + 12}{3} \Leftrightarrow f^{-1}(x) = \dfrac{x}{3} + 4$

Resposta: E

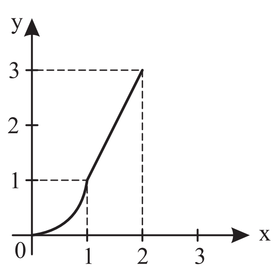
Módulo 10 – Função Inversa

19. **(UFPB)** – Considere a função $f:[0,2] \to [0,3]$, definida por:

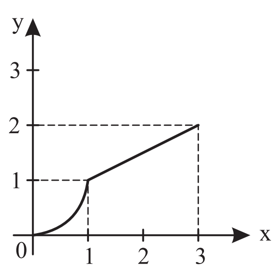
$$f(x) = \begin{cases} x^2, & 0 \leqslant x \leqslant 1 \\ 2x - 1, & 1 < x \leqslant 2 \end{cases}$$

A função inversa de f está melhor representada no gráfico:

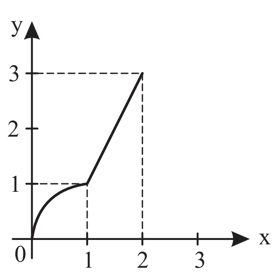
a)



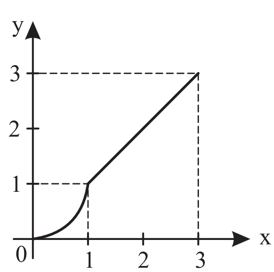
b)



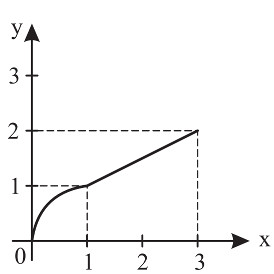
c)



d)

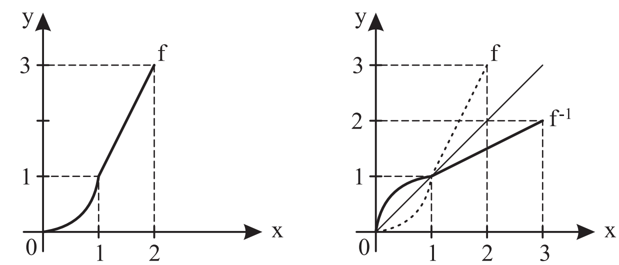


e)



Resolução

O gráfico de f é   O gráfico de f^{-1} é



Resposta: E

20. Os valores de **a** e **b** para os quais a função f, definida por $f: \mathbb{R} - \{a\} \to \mathbb{R} - \{b\}$ e $f(x) = \dfrac{2x - 5}{x - 3}$, é inversível são tais que:

a) $a + b = 6$ b) $a \,.\, b = 5$ c) $a^b = 8$

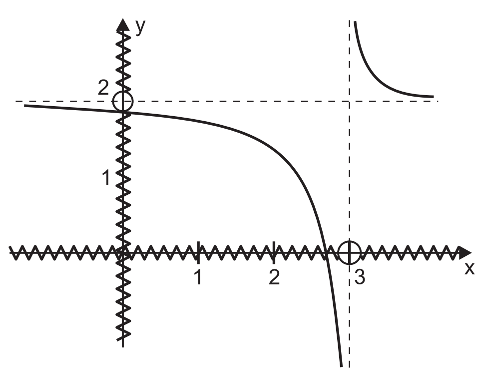
d) $b^a = 9$ e) $a - b = 1$

Resolução

1) Como $f(x) = \dfrac{2x - 5}{x - 3} = \dfrac{2x - 6 + 1}{x - 3} =$

$= \dfrac{2(x - 3)}{x - 3} + \dfrac{1}{x - 3} = 2 + \dfrac{1}{x - 3}$, para todo $x \neq 3$, o

gráfico de f é:



pois é o gráfico de $y = \dfrac{1}{x}$ deslocado 3 unidades para a "direita" e 2 para "cima".

2) Assim, $D(f) = \mathbb{R} - \{3\}$, $CD(f) = Im(f) = \mathbb{R} - \{2\}$, $a = 3$, $b = 2$ e $a - b = 1$.

Resposta: E

Módulo 1 – Definição e Propriedades de Conjuntos

1. Seja $A = \{1, 2, \{2\}, \{3\}, \phi\}$

Diga se as sentenças abaixo são verdadeiras (V) ou falsas (F).

a) $1 \in A$ e $2 \in A$	( )	k) $\{2\} \in A$	( )
b) $\{3\} \in A$	( )	l) $\{1\} \in A$	( )
c) $3 \notin A$	( )	m) $5 \notin A$	( )
d) $\{1\} \subset A$	( )	n) $\{1, 2\} \subset A$	( )
e) $\{2\} \subset A$	( )	o) $\{\{2\}\} \subset A$	( )
f) $\{\{2\}, \{3\}\} \subset A$	( )	p) $\{1, 2, 4\} \not\subset A$	( )
g) $\{1, 3\} \not\subset A$	( )	q) $\{3\} \not\subset A$	( )
h) $\phi \in A$	( )	r) $\phi \subset A$	( )
i) $\{\phi\} \subset A$	( )	s) $A \subset A$	( )
j) $\phi \notin A$	( )	t) $\{4, \phi\} \not\subset A$	( )

2. **(PUC)** – Para os conjuntos $A = \{a\}$ e $B = \{a, \{A\}\}$ podemos afirmar:

a) $B \subset A$ b) $A = B$ c) $A \in B$
d) $a = A$ e) $\{A\} \in B$

3. Sendo $A = \{\phi, a, \{b\}\}$ com $\{b\} \neq a \neq b \neq \phi$, então:

a) $\{\phi, \{b\}\} \subset A$ b) $\{\phi, b\} \subset A$ c) $\{\phi, \{a\}\} \subset A$
d) $\{a, b\} \subset A$ e) $\{\{a\};\{b\}\} \subset A$

4. **(FATEC)** – Sendo
$A = \{2, 3, 5, 6, 9, 13\}$ e $B = \{a^b \mid a \in A, b \in A \text{ e } a \neq b\}$,
o número de elementos de B que são números pares é

a) 5 b) 8 c) 10 d) 12 e) 13

5. **(UNIP)** – O número dos conjuntos X que satisfazem:
$\{1, 2\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4\}$ é:

a) 3 b) 4 c) 5 d) 6 e) 7

6. **(UnB)** – Dado o conjunto {a, b, c, d, e, f, g} o número máximo de subconjuntos distintos é:

a) 21 b) 128 c) 64 d) 32 e) 256

7. **(FEI)** – Se n é o número de subconjuntos não vazios do conjunto formado pelos múltiplos estritamente positivos de 5, menores do que 40, então o valor de n é:

a) 127 b) 125 c) 124 d) 120 e) 110

Módulo 2 – Operações entre Conjuntos

1. Dados os conjuntos $A = \{0,1,2,4,5\}$, $B = \{0,2,4,6\}$ e $C = \{1,3,5\}$ determinar:

a) $A \cup B$ b) $A \cap B$ c) $A - B$
d) $B - A$ e) $C - (A \cup B)$ f) $C - (A \cap B)$
g) $(A \cap B) - A$ h) $(A \cap C) - B$ i) $A - \phi$
j) $\phi - A$

2. **(MACKENZIE)** – Sendo $A = \{1, 2, 3, 5, 7, 8\}$ e $B = \{2, 3, 7\}$, então o complementar de B em A é:

a) ϕ b) {8} c) {8, 9, 10}
d) {9, 10, 11 ...} e) {1, 5, 8}

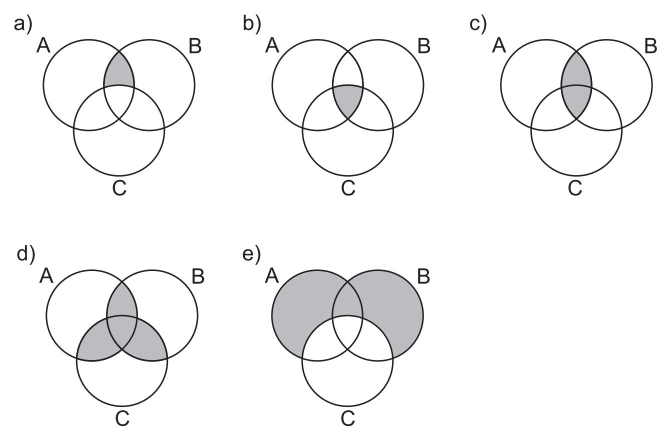
3. Se $A = \{1\}$, $B = \{0, 1\}$ e $E = \{0, 1, 2\}$ então $\complement_E(A \cap B)$ é o conjunto:

a) ϕ b) {0} c) {1} d) {0, 2} e) {1, 2}

4. Dados os conjuntos $A = \{a, b, c\}$, $B = \{b, c, d\}$ e $C = \{a, c, d, e\}$, o conjunto $(A - C) \cup (C - B) \cup (A \cap B \cap C)$ é:

a) {a, b, c, e} b) {a, c, e} c) A
d) {b, d, e} e) {a, b, c, d}

5. **(UNIFOR)** – Sejam A, B e C três conjuntos não disjuntos. Das figuras abaixo, aquela cuja região hachurada representa o conjunto $(A \cap B) - C$ é



6. **(CESGRANRIO)** – Sejam M, N e P conjuntos.
Se $M \cup N = \{1,2,3,5\}$ e $M \cup P = \{1,3,4\}$, então $M \cup N \cup P$ é:

a) ϕ b) {1; 3} c) {1; 3; 4}
d) {1; 2; 3; 5} e) {1; 2; 3; 4; 5}

7. **(CESGRANRIO)** – Se X e Y são conjuntos e $X \cup Y = Y$, pode-se sempre concluir que:

a) $X \subset Y$ b) $X = Y$ c) $X \cap Y = Y$
d) $X = \phi$ e) $Y \subset X$

8. No último clássico Corinthians x Flamengo, realizado em São Paulo, verificou-se que só foram ao estádio paulistas e cariocas e que todos eles eram só corintianos ou só flamenguistas. Verificou-se também que, dos 100 000 torcedores, 85 000 eram corintianos, 84 000 eram paulistas e que apenas 4 000 paulistas torciam para o Flamengo.
Pergunta-se:

a) Quantos paulistas corintianos foram ao estádio?
b) Quantos cariocas foram ao estádio?
c) Quantos não flamenguistas foram ao estádio?
d) Quantos flamenguistas foram ao estádio?
e) Dos paulistas que foram ao estádio, quantos não eram flamenguistas?

f) Dos cariocas que foram ao estádio quantos eram corintianos?
g) Quantos eram flamenguistas ou cariocas?
h) Quantos eram corintianos ou paulistas?
i) Quantos torcedores eram não paulistas ou não flamenguistas?

9. **(ESAL)** – Foi consultado um certo número de pessoas sobre as emissoras de TV que habitualmente assistem. Obteve-se o resultado seguinte: 300 pessoas assistem ao canal A, 270 assistem ao canal B, das quais 150 assistem ambos os canais A e B e 80 assistem outros canais distintos de A e B. O número de pessoas consultadas é:

a) 800 b) 720 c) 570 d) 500 e) 600

10. **(UF-UBERLÂNDIA)** – Num grupo de estudantes, 80% estudam Inglês, 40% estudam Francês e 10% não estudam nenhuma destas duas línguas. Nesse grupo, a porcentagem de alunos que estudam ambas as línguas é:

a) 25% b) 50% c) 15% d) 33% e) 30%

11. **(VUNESP)** – Uma população utiliza 3 marcas diferentes de detergente: A, B e C. Feita uma pesquisa de mercado colheram-se os resultados tabelados abaixo.

Marcas	A	B	C	A e B	A e C	B e C	A, B e C	Nenhuma delas
Número de Consumidores	109	203	162	25	28	41	5	115

Pode-se concluir que o número de pessoas que consomem ao menos duas marcas é
a) 99 b) 94 c) 90 d) 84 e) 79

12. **(MACKENZIE)** – Uma empresa distribuiu 250 candidatos para estágio em três salas A, B e C, de modo que a sala B ficou com 16 candidatos a mais que a sala A, e a sala C, com 21 candidatos a mais que a sala A. Sendo n(A), n(B) e n(C), respectivamente, os números de candidatos de cada uma das salas A, B e C, considere as afirmações abaixo.

I. Dos números n(A), n(B) e n(C), apenas um é par.
II. Não existe fator primo comum aos números n(A), n(B) e n(C).
III. Dos números n(A), n(B) e n(C), apenas um é primo.
IV. Nenhum dos números n(A), n(B) e n(C) é média aritmética dos outros dois.

O número de afirmações corretas é

a) 0. b) 1. c) 2. d) 3. e) 4.

13. **(UFTM)** – Em uma amostra de indivíduos, 40% foram afetados pela doença A, 20% foram afetados pela doença B e 5% foram afetados por ambas as doenças. Dos indivíduos da amostra que não foram afetados nem por A nem por B, 2% morreram. A porcentagem de indivíduos da amostra que morreram sem terem sido afetados por quaisquer das duas doenças analisadas é de
a) 0,7%. b) 0,8%. c) 0,9%. d) 1,0%. e) 1,1%.

Módulo 3 – Produto Cartesiano, Relação Binária e Função

1. No produto cartesiano $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, os pares ordenados $(3x + y; 1)$ e $(7; 2x - 3y)$ são iguais. Os valores de x e y são respectivamente:
a) 1 e 2 b) –1 e 2 c) 2 e 1 d) –2 e 1 e) –1 e –2

2. **(ULBRA)** – Sendo $A = \{1, 2\}$, $B = \{3, 4\}$ e $C = \{4, 5\}$, o produto cartesiano $A \times (B \cap C)$ é

a) $\{(1,4);(2,4)\}$ b) $\{(1,4);(1,5)\}$
c) $\{(1,3);(1,4);(2,3);(2,4)\}$ d) $\{(1,4);(1,5);(2,4);(2,5)\}$
e) ϕ

3. **(PUC)** – O número de elementos do conjunto A é 2^m e o número de elementos do conjunto B é 2^n. Então, o número de elementos de A x B é:

a) $2^m + 2^n$ b) 2^{m+n} c) $2^{m.n}$ d) m . n e) m + n

4. Os conjuntos A e B são tais que:
$\{(0,2), (0,3), (1,2), (2,3)\} \subset A \times B$. Então:
a) $(2, 1) \in A \times B$
b) A x B tem 6 elementos
c) $A \cup B = \{0, 1, 2, 3\}$ e $A \cap B = \{2\}$
d) $\{(1, 3), (2, 2)\} \subset A \times B$
e) $(0, 0) \in A \times B$

5. Se A é um conjunto tal que $n(A \times A) = 9$ e que $\{(2;4), (4;5)\} \subset A \times A$, determinar A x A.

6. Sejam A e B dois conjuntos finitos tais que:
I) $n(A \times B) = 6$
II) Os pares (2; 1), (2; 5) e (3; 4) são elementos de A x B.
Nestas condições, tem-se:

a) $A = \{1, 4, 5\}$ b) $B = \{2, 3\}$ c) $A = \{1, 2, 3\}$
d) $B = \{4, 5\}$ e) $A \cap B = \emptyset$

7. Sendo x elemento do conjunto $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e y elemento do conjunto $B = \{0, 3, 5, 7, 11\}$, então a relação dada por $y = 2x - 1$ é:

a) $\{(1,0)\}$ b) $\{(3,7), (4,0)\}$
c) $\{(7,0), (5,3), (3,11)\}$ d) $\{(1,7), (2,11), (3,2)\}$
e) $\{(2,3), (3,5), (4,7)\}$

8. Sejam $A = \{5\}$ e $B = \{3, 7\}$. Todas as relações binárias de A em B são:

a) $\{(5; 3)\}$, $\{(5; 7)\}$ e $\{(5; 3), (5; 7)\}$
b) $\{(5; 3)\}$ e $\{(5; 7)\}$
c) $\emptyset$, $\{(5; 3)\}$ e $\{(5; 7)\}$
d) $\emptyset$, $\{(5; 3)\}$, $\{(5; 7)\}$ e A x B
e) $\emptyset$, $\{(3; 5)\}$, $\{(7; 5)\}$ e A x B

9. Dados os conjuntos $A = \{2;4\}$ e $B = \{1;3;5\}$ construa a relação binária f, de A em B, tal que $f = \{(x; y) \in A \times B \mid x > y\}$.

10. Se n(A) = m e n(B) = p, então o número de relações binárias de A em B, que não são vazias, é:
a) m . p b) m . p – 1 c) $2^{m.p}$
d) $2^{m.p} - 1$ e) $2^{m.p-1}$

Módulo 4 – Domínio, Contradomínio e Imagem

1. **(UF VIÇOSA)** – Considere a função f : ℝ → ℝ definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2}{5}, \text{ se x é racional;} \\ \dfrac{3}{4}, \text{ se x é irracional.} \end{cases}$$

O valor da expressão $\dfrac{f(\sqrt{2}) + f\left(\dfrac{3}{5}\right)}{f(\pi)}$ é:

a) $\dfrac{2}{5}$ b) $\dfrac{20}{27}$ c) $\dfrac{5}{12}$ d) $\dfrac{69}{80}$ e) $\dfrac{23}{15}$

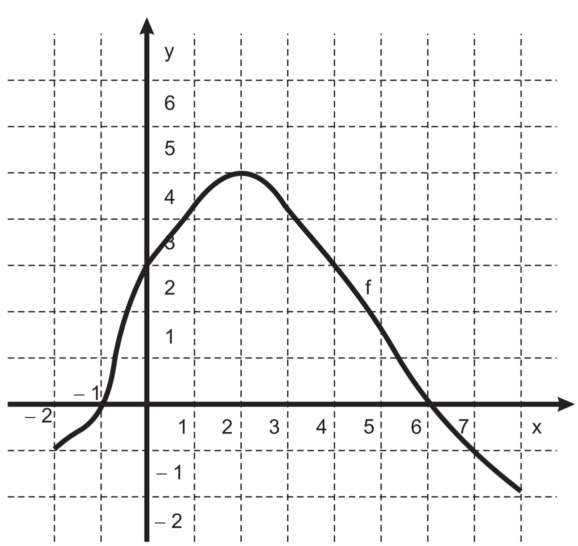
2. Se $f(x) = 2x^3 - 1$, então $f(0) + f(-1) + f\left(\dfrac{1}{2}\right)$ é igual a:

a) $\dfrac{-3}{4}$ b) $\dfrac{-15}{4}$ c) $\dfrac{-19}{4}$ d) $\dfrac{-17}{4}$ e) $\dfrac{-13}{4}$

3. Dada a função f(x) = 2x – k e a função $g(x) = \dfrac{x^2}{2} - 3k$, determine k para que se tenha f(2) = g(3).

a) $\dfrac{1}{2}$ b) $-\dfrac{1}{8}$ c) $\dfrac{1}{4}$ d) $\dfrac{3}{4}$ e) $-\dfrac{5}{4}$

4. **(FATEC)** – A figura abaixo mostra o gráfico de uma função y = f(x). Indique a alternativa FALSA em relação a essa função.



a) f(x) = 0 para x = –1 ou x = 6; b) f(3) = 0;
c) f(0) = 3; d) f(0) = f(4);
e) f(x) ≤ f(2) para qualquer x.

5. **(FUVEST)** – As funções f e g são dadas por:

$f(x) = \dfrac{3}{5}x - 1$ $g(x) = \dfrac{4}{3}x + a$

Sabe-se que $f(0) - g(0) = \dfrac{1}{3}$. O valor de $f(3) - 3 \cdot g\left(\dfrac{1}{5}\right)$ é:

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

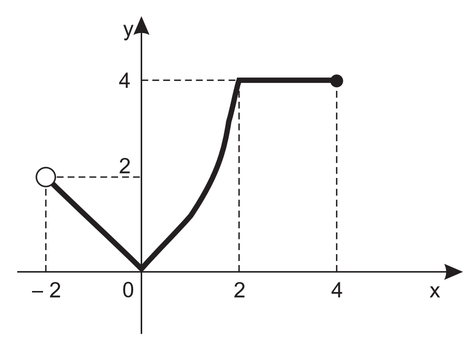
6. **(UNICAMP)** – Para transformar graus Fahrenheit em graus centígrados usa-se a fórmula:

$$C = \frac{5}{9}(F - 32)$$

onde F é o número de graus Fahrenheit e C é o número de graus centígrados.
a) Transforme 35 graus centígrados em graus Fahrenheit.
b) Qual a temperatura (em graus centígrados) em que o número de graus Fahrenheit é o dobro do número de graus centígrados?

7. **(PUC)** – Dados A = {x ∈ ℕ / 1 ≤ x ≤ 130} e
B = {x ∈ ℕ / 0 ≤ x ≤ 9}
Definimos a função f : A → B por f(x) = algarismo das unidades de x. Então o número de elementos de A associados ao número 2 ∈ B é:
a) 10 b) 13 c) 3 d) 1 e) 0

8. **(CESUPA)** – A função y = f(x) é representada graficamente por



Através da análise do gráfico, encontre
a) Dom(f) b) Im(f) c) f(3) d) x | f(x) = 0

9. **(UF. OURO PRETO)** – Uma empresa aérea vai vender passagem para um grupo de 100 pessoas. A empresa cobrará do grupo 2.000 dólares por cada passageiro embarcado, mais 400 dólares por cada passageiro que não embarcar.
Pergunta-se:
a) Qual a relação entre a quantidade de dinheiro arrecadado pela empresa e o número de passageiros embarcados?
b) Quanto arrecadará a empresa se só viajarem 50 passageiros?
c) Quantos passageiros viajarão se a empresa só conseguir arrecadar 96 000 dólares?

10. **(UF. GOIÁS)** – Um padeiro fabrica 300 pães por hora. Considerando esse dado, pede-se:

a) a equação que representa o número de pães fabricados (p) em função do tempo (t);

b) quantos pães são fabricados em 3 horas e 30 minutos?

11. **(UnB)** – Um motorista de táxi, em uma determinada localidade, cobra uma quantia mínima fixa de cada passageiro, independentemente da distância a ser percorrida, mais uma certa quantia, também fixa, por quilômetro rodado. Um passageiro foi transportado por 30km e pagou R$ 32,00. Um outro passageiro foi transportado por 25km e pagou R$ 27,00. Calcule o valor de reais cobrado por quilômetro rodado.

12. **(UNIFOR)** – Numa certa localidade, os usuários pagam à Companhia Telefônica R$ 0,50 por impulso telefônico e R$ 500,00 mensais pela assinatura de cada linha telefônica. A Companhia Telefônica não cobra dos usuários os primeiros 90 impulsos feitos no mês. A expressão que permite calcular o valor P(x), em reais, a ser pago mensalmente pelo uso de uma linha telefônica, por mais de 90 impulsos, em função do número x de impulsos dados nesse mês, é

a) $P(x) = 500 + 0{,}5x$ b) $P(x) = 410 + 0{,}5x$
c) $P(x) = 455 + x$ d) $P(x) = 455 + 0{,}5x$
e) $P(x) = 500 + 90x$

Módulo 5 – Domínio, Contradomínio e Imagem

1. **(UF. PELOTAS)** – Nos fins de semana, muitos carros dirigem-se a uma cidade balneária. A polícia rodoviária controla o fluxo de veículos contando os carros em um pedágio. Essa contagem tem início às 12h de sexta-feira e se estende até às 24h de sábado. Calcula-se que nesse pedágio passam, por minuto, em média, 50 carros. Expresse, sob a forma de função, o número de carros (y) que passam pelo pedágio no tempo (t), dado em minutos. Com base nessa função, calcule o número de carros que deverão se dirigir a essa cidade balneária no próximo fim de semana (das 12h de sexta-feira às 24h de sábado).

2. Se $f(2x - 5) = 4x + 3$, então o valor de $f(-1)$ é:

a) 11 b) – 1 c) 6 d) – 7 e) – 25

3. **(VUNESP)** – Uma função f de variável real satisfaz a condição $f(x + 1) = f(x) + f(1)$ qualquer que seja o valor da variável x. Sabendo-se que $f(2) = 1$, pode-se concluir que $f(3)$ é igual a:

a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{3}{2}$ d) 2 e) $\frac{5}{2}$

4. **(MACKENZIE)** – Se f é tal que $f(x + 1) = \dfrac{3x + 5}{2x + 1}$, $x \neq \dfrac{-1}{2}$, então o domínio de f é:

a) $\mathbb{R} - \left\{\frac{1}{2}\right\}$ b) $\mathbb{R} - \left\{\frac{-1}{2}\right\}$ c) $\mathbb{R} - - \left\{\frac{-5}{3}\right\}$

d) $\mathbb{R} - \left\{\frac{5}{3}\right\}$ e) $\mathbb{R} - \left\{\frac{-3}{5}\right\}$

5. Considere a função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, tal que

$$\begin{cases} f(xy) = f(x) + f(y) \\ f(\sqrt{3}) = 3 \end{cases}$$

Determine o valor de $f(9) - f(1)$.

6. **(MACKENZIE)** – A função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é tal que $f(3x) = 3 \,.\, f(x), \forall x \in \mathbb{R}$.

Se $f(9) = 45$, então $f(1) + f(3)$ é igual a:

a) 15 b) 5 c) 20 d) 10 e) 25

7. **(MACKENZIE)** – Numa função f tal que $f(x + 2) = 3f(x)$ para todo x real, sabe-se que $f(2) + f(4) = 60$. Então $f(0)$ vale:

a) 2 b) 4 c) 5 d) 6 e) 8

8. O gráfico da função $f(x) = mx + n$ passa pelos pontos (–1,3) e (2,7). O valor de m é

a) $\frac{4}{3}$ b) $\frac{5}{3}$ c) 1 d) $\frac{3}{4}$ e) $\frac{3}{5}$

9. **(UNAMA)** – Dada a função $f(x) = ax + b$ e sendo $f(1) = 3$ e $f(2) = 9$, o valor de $f(0)$ será:

a) – 3 b) – 2 c) – 1 d) 0 e) 1

10. Determine o domínio das funções reais definidas pelas seguintes sentenças:

a) $f(x) = \dfrac{3x + 1}{2x - 8}$ b) $f(x) = \sqrt{2 - x}$ c) $f(x) = 2x + 5$

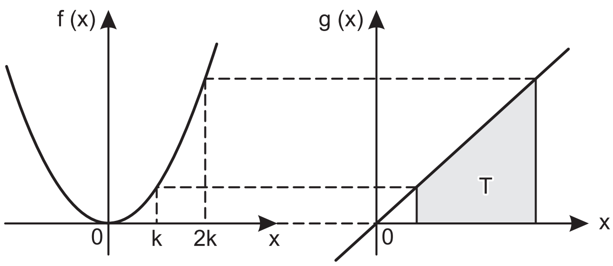
11. **(UNIFOR)** – Considere a função dada por $y = \dfrac{1}{\sqrt{3x - 2}}$.

Seu mais amplo domínio real é o conjunto

a) $\{x/x \neq 0\}$ b) $\left\{x/x \neq \frac{2}{3}\right\}$ c) $\{x/x > 0\}$

d) $\left\{x/x > \frac{2}{3}\right\}$ e) $\left\{x/x < \frac{2}{3}\right\}$

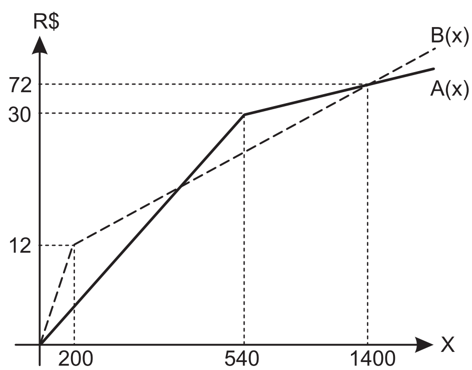
12. **(UFSCar)** – A figura representa, em sistemas coordenados com a mesma escala, os gráficos das funções reais f e g, com $f(x) = x^2$ e $g(x) = x$.



Sabendo que a região poligonal T demarca um trapézio de área igual a 120, o número real k é

a) 0,5. b) 1. c) $\sqrt{2}\ 2$. d) 1,5. e) 2.

13. **(MACKENZIE)**



A figura mostra os esboços dos gráficos das funções A(x) e B(x), que fornecem os preços que as copiadoras, A e B, cobram para fazer x cópias de uma folha. Para fazer 360 cópias, a copiadora A cobra

a) R$ 7,00 a menos que B.

b) R$ 5,00 a mais que B.

c) R$ 10,00 a menos que B.

d) $\dfrac{3}{2}$ do que cobra B.

e) o mesmo preço cobrado por B.

14. **(UNESP)** – Uma pessoa parte de carro de uma cidade X com destino a uma cidade Y. Em cada instante t (em horas), a distância que falta percorrer até o destino é dada, em dezenas de quilômetros, pela função D, definida por

$$D(t) = 4 \cdot \left(\frac{t+7}{t^2+1} - 1 \right)$$

Considerando o percurso da cidade X até a cidade Y, a distância, em média, por hora, que o carro percorreu foi:

a) 40 km. b) 60 km. c) 80 km.

d) 100 km. e) 120 km.

Módulo 6 – Propriedades de uma Função (I)

Nas questões de 1 a 5, construa o gráfico e classifique cada função em: apenas sobrejetora, apenas injetora, bijetora, nem sobrejetora e nem injetora.

1. $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} -x+1 \text{ se } x \le 1 \\ x-1 \text{ se } x > 1 \end{cases}$

2. $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+$ definida por $f(x) = \begin{cases} -x+1 \text{ se } x \le 1 \\ x-1 \text{ se } x > 1 \end{cases}$

3. $f: [0; 4] \to [0; 3]$ definida por $f(x) = \begin{cases} -x+1 \text{ se } x \le 1 \\ x-1 \text{ se } x > 1 \end{cases}$

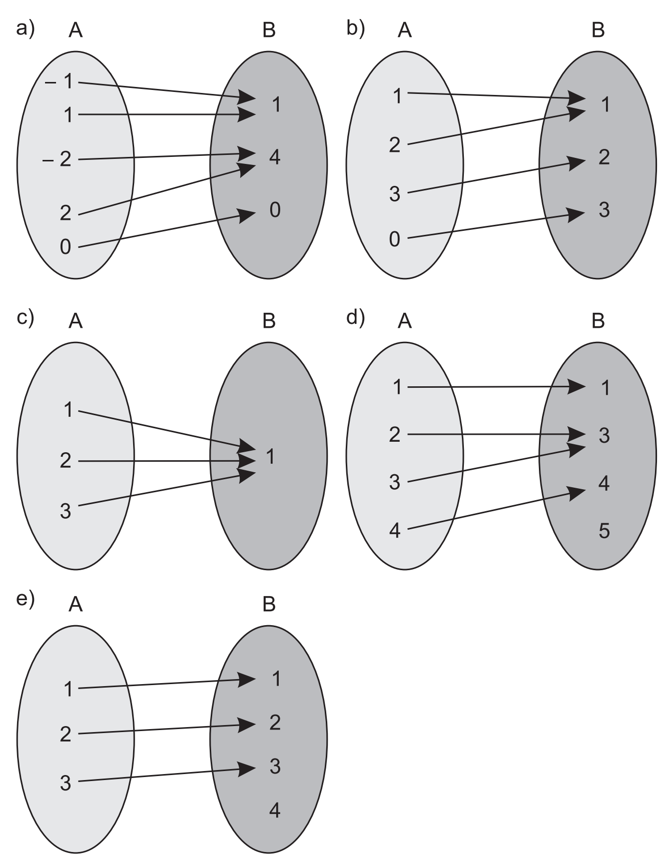
4. $f: [0; 1] \cup\ ]2; 4] \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} -x+1 \text{ se } x \le 1 \\ x-1 \text{ se } x > 1 \end{cases}$$

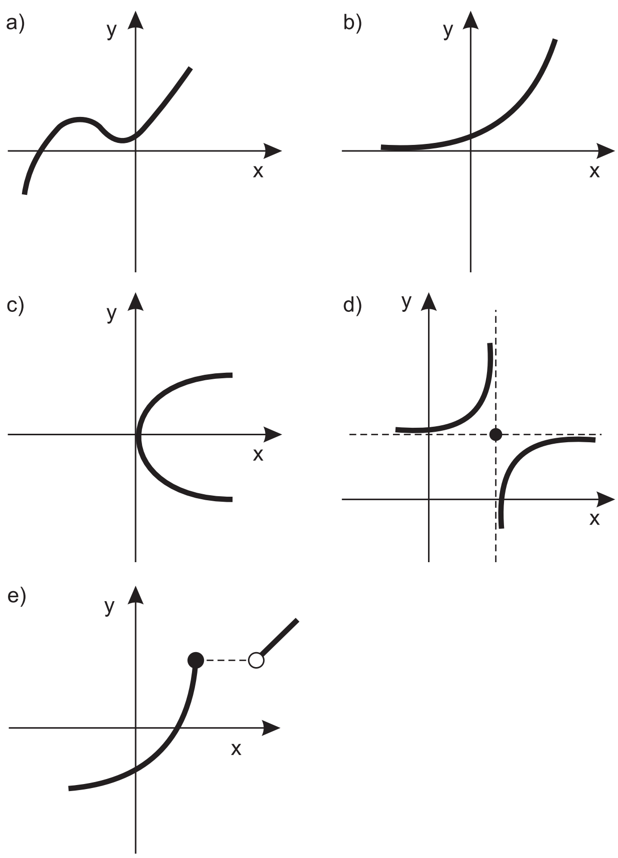
5. $f: [0; 1] \cup\ ]2; 4] \to [0; 3]$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} -x+1 \text{ se } x \le 1 \\ x-1 \text{ se } x > 1 \end{cases}$$

6. Qual das seguintes funções, representa uma função injetora, com domínio em A e imagem em B?



7. Dentre os gráficos abaixo, o que melhor se adapta a uma função bijetora (injetora e sobrejetora) com domínio ℝ e contradomínio ℝ é:



8. **(PUC)** – Seja D = {1, 2, 3, 4, 5} e f : D → ℝ a função definida por f(x) = (x – 2) . (x – 4). Então:

a) f é sobrejetora

b) f é injetora

c) f é bijetora

d) O conjunto-imagem de f possui 3 elementos somente.

e) Im(f) = {– 1, 0, 1}

9. Seja f uma função de ℤ em ℤ, definida por

$$f(x) = \begin{cases} 0, \text{ se x é par} \\ 1, \text{ se x é ímpar} \end{cases}$$

Nestas condições, pode-se afirmar que:

a) f é injetora e não sobrejetora.

b) f é sobrejetora e não injetora.

c) f(– 5) . f(2) = 1

d) f(– 5) + f(5) = 0

e) o conjunto-imagem de f é {0; 1}

10. **(ITA)** – Qual das funções definidas abaixo é bijetora?

a) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+$ tal que $f(x) = x^2$

b) $f : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ tal que $f(x) = x + 1$

c) $f : [1; 3] \to [2; 4]$ tal que $f(x) = x + 1$

d) $f : [0; 2] \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = \text{sen } x$

e) $f : [0; \pi] \to [0; 1]$ tal que $f(x) = \text{sen } x$

11. **(CEFET-BA)** – Considerando **A** um conjunto com **n** elementos, **B** um conjunto com **m** elementos, e **f : A → B** uma função, a afirmação correta é:

a) se **n > m**, f é injetora.

b) se **n > m**, f não é sobrejetora.

c) se **n = m**, f é bijetora.

d) se **n < m**, f não é sobrejetora.

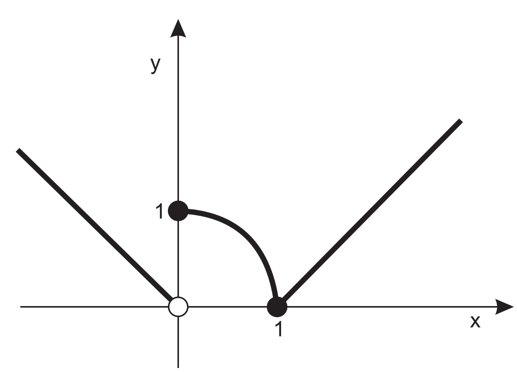
e) se **n < m**, f não é injetora.

12. **(MACKEZIE)** – Uma função f é definida em A e tem imagem em B. Sabe-se que o conjunto A tem 2K – 2 elementos e o conjunto B tem K + 3 elementos. Se f é injetora, então:

a) 1 < K ≤ 5 b) 5 < K ≤ 7 c) 7 < K ≤ 8
d) 8 < K < 10 e) K ≥ 10

Módulo 7 – Propriedades de uma Função (II)

1. **(PUC-BA)** – O gráfico seguinte é da função f(x).



A sentença verdadeira é:

a) f(1) = 1;

b) o domínio de f(x) é $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 0\}$;

c) o conjunto imagem de f(x) é $\{y \in \mathbb{R} \mid y > 0\}$;

d) f(x) é decrescente para 0 < x < 1;

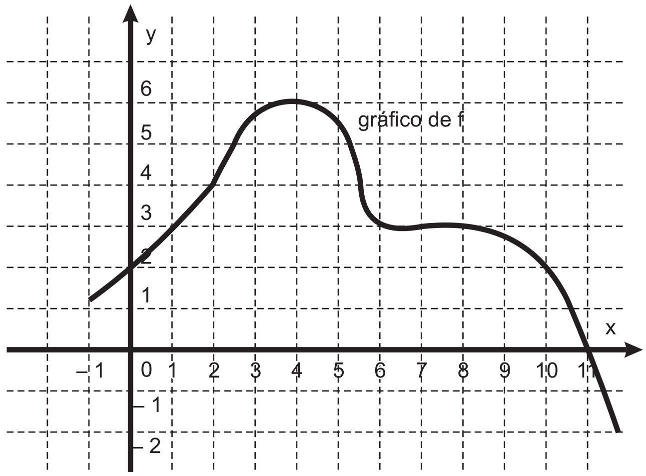
e) f(x) é crescente para x > 0.

2. **(UNICID)** – Se f(x) = 5 – (2k – 6)x é uma função crescente, então os valores de k em ℝ são:

a) $k > 3$ b) $k > \dfrac{11}{3}$ c) $k < \dfrac{11}{3}$

d) $k < 3$ e) $k > \dfrac{1}{2}$

3. **(FATEC)** – Considere o gráfico da função y = f(x) representado abaixo. Indique a alternativa FALSA em relação a esse gráfico.



a) $f(4) \geq f(x)$ para todo x entre – 1 e 11
b) $f(x) = 3$ para todo x entre 6 e 8
c) $f(5) > f(10)$
d) $f(0) = 11$
e) $f(2) = 4$

4. Se $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é uma função estritamente decrescente e $f(3x - 1) > f(x + 5)$, então:

a) $0 < x < 3$ b) $x > 3$ c) $x < 3$
d) $x > \dfrac{1}{3}$ e) $x < -5$

5. Se $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é uma função estritamente crescente e $f(2x - 7) < f(x - 1)$ então:

a) $x < 6$ b) $x > 0$ c) $0 < x < 6$
d) $x > -6$ e) $x > 6$

6. Seja $f : [-2; 2] \to \mathbb{R}$ a função definida por $f(x) = 3x$. Então f **não é**:
a) ímpar b) limitada c) estritamente crescente
d) injetora e) bijetora

7. Se $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é a função definida por $f(x) = x^2 - 4$, então f:
a) é ímpar b) é limitada c) é injetora
d) é periódica e) não é monotônica

8. A única função par entre as relacionadas a seguir é:

a) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = 2x$

b) $f : [-2; 2] \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = x^2 + x$

c) $f : [0; \pi] \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = \cos x$

d) $f : [-\pi; \pi] \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = \cos x$

e) $f : [-\pi; \pi] \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = \text{sen } x$

9. Se $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é uma função ímpar e $f(2) = 3$, então:

a) $f(0) = 1$ b) $f(1) + f(-1) = 4$ c) $f(-2) = 3$
d) $f(2) - f(-2) = 6$ e) $f(2) + f(-2) = 4$

10. **(PUC)** – Qual das funções abaixo é função par?

a) $f(x) = \dfrac{1}{x^2}$ b) $f(x) = \dfrac{1}{x}$ c) $f(x) = x$

d) $f(x) = x^5$ e) $f(x) = \text{sen } x$

11. **(MACKENZIE)** – Seja a função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 3$. Então a função $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$g(x) = \underbrace{f(x) \,.\, f(x) \,.\, f(x) \ldots f(x)}_{\text{n fatores}}$ será:

a) ímpar, para todo n b) ímpar, só para n ímpar
c) par, para todo n d) par, só para n par
e) nenhuma das anteriores está correta.

12. **(UFPE)** – Considere a função f, tendo como domínio o conjunto dos números reais, e dada por

$$f(x) = \frac{1}{1 + x^2} + 1$$

Qual das afirmações a seguir acerca de f é **incorreta**?
a) $f(x) \leq 2$ para todo real x.
b) $f(x) > 1$ para todo real x.
c) A equação $f(x) = 3/2$ admite duas raízes reais.
d) f é uma função par.
e) f é uma função injetora.

Módulo 8 – Função Composta

De 1 a 4:
Considere as funções $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tais que $f(x) = 2x + 1$ e $g(x) = 4x + 5$. Determine as sentenças que definem as seguintes funções:

1. $gof : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

2. $fog : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

3. $fof : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

4. $gog : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

5. **(FGV)** – Sejam f e g funções reais, tais que:

$f(x) = x^2 + 1$

$g(y) = \dfrac{1}{y}$

Então, (fog) (2) é igual a:

a) 0 b) $\dfrac{5}{4}$ c) $\dfrac{2}{5}$ d) $\dfrac{5}{2}$ e) $\dfrac{1}{5}$

6. **(MACKENZIE)** – Sejam f e g duas funções definidas em $\mathbb{R}$, com valores em $\mathbb{R}$, tais que:

$f(x) = 3x - 1$
$g(x) = x^2$
Então, (gof) (x) é igual a:
a) $9x^2 - 6x + 1$ b) $3x^2 - 1$ c) $9x^2 - 3x - 1$
d) $3x^2 - 6x + 1$ e) $9x^2 - 6x - 1$

7. O ponto A (1, 3) pertence ao gráfico da função $f(x) = 2x + b$. Sabendo-se que $g(x) = x^2 - 1$, o valor de $f(g(0))$ é:

a) -2 b) -1 c) 0 d) 1 e) 2

8. Se $f(x) = \dfrac{2}{x-1}$, $\forall x \neq 1$, então $\sqrt{8f[f(2)]}$ vale:

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

9. **(CEFET-BA)** – Sendo $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ a função definida por:

$$f(n) = \begin{cases} n/2, \text{ se } n \text{ é par} \\ n + 1, \text{ se } n \text{ é ímpar} \end{cases}$$

O valor de $f(f(f(12)))$ é:

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 6

10. **(U. CAXIAS DO SUL)** – Sendo as funções reais f e g definidas por $f(x) = 2x - 1$ e $g(x) = -2x + 2$, então a função composta fog é dada por $f(g(x)) =$

a) $-4x + 3$ b) $4x + 3$ c) $2x + 5$
d) $-4x + 4$ e) $-2x + 3$

11. **(LAVRAS)** – Considere as funções $f(x) = 3$, $g(x) = 2x + 1$, $h(x) = x^2$

Podemos obter uma função composta da forma f o g o h (x) = f(g(h(x))). Assinale a alternativa **incorreta**.

a) f o g o h (0) = 3.
b) f o g o h (x) é uma função constante.
c) O gráfico de f o g o h (x) é uma reta.
d) f o g o h (x) é sempre zero.
e) f o g o h (3) = f o g o h (5)

12. **(UF. OURO PRETO)** – Dadas as funções $f(x) = x^2 + 1$ e $g(x) = x + 1$, podemos afirmar que:

a) o domínio de g é igual à imagem de f.
b) $(fog)(x) = x^2 + 2$
c) $(gof)(x) = x^2 + 2$
d) o gráfico de g é uma reta passando pela origem.
e) o gráfico de f é uma parábola com concavidade voltada para baixo.

13. Sabendo que $f(x) = x - 7$ e $g(x) = ax + b$, calcule os valores de a e b de modo que se tenha $f(g(x)) = 3x + 1$ para todo x real.

14. **(FURG)** – Se $g(x) = 1 - x$ e $fog(x) = \dfrac{1-x}{x}$ $(x \neq 0)$, então $f(4/3)$ vale

a) 1 b) 1/4 c) 4 d) $-1/4$ e) -4

15. **(FEI)** – Dadas as funções reais $f(x) = 2x + 3$ e $g(x) = ax + b$, se $f[g(x)] = 8x + 7$, o valor de a + b é:

a) 13 b) 12 c) 15 d) 6 e) 5

16. **(MACKENZIE)** – Sejam f e g duas funções de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ tais que:

$$f(x) = \begin{cases} x - 3, \text{ se } x \leq 4 \\ 2x, \text{ se } x > 4 \end{cases}$$

$g(x) = 3x + 1$

Então, (fog) (x) é igual a:

a) $\begin{cases} 3x - 2, \text{ se } x \leq 1 \\ 6x + 2, \text{ se } x > 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x - 2, \text{ se } x \leq 4 \\ 6x + 2, \text{ se } x > 4 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x + 2, \text{ se } x \leq 4 \\ 6x - 2, \text{ se } x > 4 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 6x - 2, \text{ se } x \leq 4 \\ 3x + 2, \text{ se } x > 4 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 3x + 2, \text{ se } x \leq 1 \\ 6x - 2, \text{ se } x > 1 \end{cases}$

17. **(FGV)** – Sejam f e g duas funções de R em R, tais que $f(x) = 2x$ e $g(x) = 2 - x$. Então, o gráfico cartesiano da função $f(g(x)) + g(f(x))$

a) passa pela origem.
b) corta o eixo x no ponto (– 4,0).
c) corta o eixo y no ponto (6,0).
d) tem declividade positiva.
e) passa pelo ponto (1,2).

18. **(FGV)** – Considere as funções reais dadas por $f(x) = 2x - 1$, $g(x) = f(x) - x$ e $h(x) = g(f(x))$.

As retas que representam as funções f e h

a) são perpendiculares no ponto (2,1).
b) são perpendiculares, no ponto (0,0).
c) não são perpendiculares, mas se encontram no ponto (1,2).
d) passam pelos pontos (1,1) e (0,1).
e) não se encontram, isto é, são paralelas.

19. **(UNIFESP)** – Se A é o conjunto dos números reais diferentes de 1, seja $f: A \to A$ dada por $f(x) = \dfrac{x+1}{x-1}$.

Para um inteiro positivo n, $f^n(x)$ é definida por

$$f^n(x) = \begin{cases} f(x), \text{ se } n = 1 \\ f(f^{n-1}(x)), \text{ se } n > 1 \end{cases}$$

Então, $f^5(x)$ é igual a

a) $\dfrac{x+1}{x-1}$ b) $\dfrac{x}{x+1}$ c) x d) x^4 e) $\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)^5$

20. **(MACKENZIE)** – As funções $f(x) = 3 - 4x$ e $g(x) = 3x + m$ são tais que $f(g(x)) = g(f(x))$, qualquer que seja x real. O valor de m é

a) $\dfrac{9}{4}$ b) $\dfrac{5}{4}$ c) $-\dfrac{6}{5}$ d) $\dfrac{9}{5}$ e) $-\dfrac{2}{3}$

21. **(UNESP)** – Dadas as funções $f(x) = x^2 + 2x + 1$ e $g(x) = x - 1$,
a) encontre a função composta (fog) (x).
b) resolva a equação: (fog) (y) = 0, onde y = cos x.

22. **(MACKENZIE)** – Se $f(x) = \sqrt{a - x^2}$, $g(x) = \sqrt{b - x}$ e $f(g(2)) = 2$, então $f(g(0))$ é
a) $\sqrt{2}$. b) $\sqrt{3}$. c) 2. d) 3. e) 1.

23. **(MACKENZIE)** – Dada a função $f(x)= x + 2$, $x \in \mathbb{R}$, se $f^{(2)} = fof$, $f^{(3)} = fofof$, $f^{(4)} = fofofof$ e assim por diante, então o valor de $f^{(102)}(1)$ é
a) 103 b) 205 c) 307 d) 199 e) 249

24. **(UFBA)** – Com relação às funções $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $h :]0; +\infty[\to \mathbb{R}$, dadas por $f(x) = b^x + b^{-x}$, $g(x) = b^x - b^{-x} + x$ e $h(x) = \log_b x$, sendo b um número real positivo e diferente de 1, é correto afirmar:
(01) O gráfico da função f é simétrico em relação à origem.
(02) A função produto fg é ímpar se e somente se $b \in]0,1[$.
(04) A função composta foh é dada por $f(h(x)) = \dfrac{x^2 + 1}{x}$ para qualquer $x \in]0; +\infty[$.
(08) Para qualquer número real x, $f(x)(g(x) - x) = g(2x) - 2x$.
(16) Existe $b \in]0, +\infty[- \{1\}$ tal que $f(2) = 2$.
(32) Existe $b \in]0, +\infty[- \{1\}$ tal que $h(x + y) = h(x)h(y)$ para quaisquer números reais positivos x e y.

Módulo 9 – Função Inversa

De 1 a 6
Determine f^{-1} e construa os gráficos de f e f^{-1}.

1. $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = 3x$
2. $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = x + 3$
3. $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = 2x - 1$
4. $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = x^3$
5. $f : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ tal que $f(x) = x^2$
6. $f : \mathbb{R}_- \to \mathbb{R}_+$ tal que $f(x) = x^2$

7. Seja $f : \mathbb{R} - \{2\} \to \mathbb{R} - \left\{ \dfrac{2}{3} \right\}$ tal que $f(x) = \dfrac{2x + 4}{3x - 6}$.

Determine a sentença que define a função

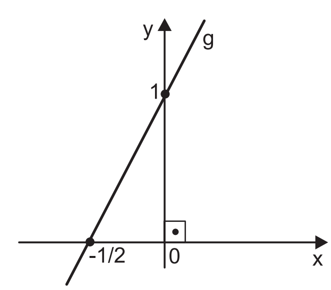
$f^{-1} : \mathbb{R} - \left\{ \dfrac{2}{3} \right\} \to \mathbb{R} - \{2\}$

8. **(MACKENZIE)** – A função f definida em $\mathbb{R} - \{2\}$ por $f(x) = \dfrac{2 + x}{2 - x}$ é inversível. O seu contradomínio é $\mathbb{R} - \{a\}$. O valor de a é:
a) 2 b) – 2 c) 1 d) – 1 e) 0

9. **(FEI)** – Se a função real f é definida por $f(x) = \dfrac{1}{x + 1}$ para todo $x > 0$, então $f^{-1}(x)$ é igual a:
a) $\dfrac{1}{x} - 1$ b) $\dfrac{1}{x} + 1$ c) $x + 1$
d) $1 - x$ e) $\dfrac{1}{x + 1}$

10. **(ITA)** – Supondo $a < b$, onde a e b são constantes reais, considere a função $H(x) = (b - a)x + a$ definida em [0; 1]. Podemos assegurar que:
a) H não é uma função injetora.
b) Dado $y_0 < b$, sempre existe x_0 em [0; 1] tal que $H(x_0) = y_0$.
c) Para cada y_0, com $a < y_0 < b$, corresponde um único x_0 em [0; 1] tal que $H(x_0) = y_0$.
d) Não existe uma função real G, definida em [a; b] tal que (GoH) (x) = x, para cada x em [0; 1].
e) $H : [0; 1] \to [a; b]$ não é sobrejetora.

11. **(UNIFESP)** – Considere as funções dadas por $f(x) = \text{sen}\,\dfrac{\pi x}{2}$, $g(x) = ax + b$, sendo o gráfico de g fornecido na figura.



O valor de $f(g^{-1}(2))$ é:
a) $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$ b) $\dfrac{1}{2}$ c) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ d) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ e) 1

Módulo 10 – Função Inversa

1. **(FUVEST)** – Se $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é da forma $f(x) = ax + b$ e verifica $(fof)(x) = x + 1$, para todo x real, então a e b valem, respectivamente:
a) 1 e $\dfrac{1}{2}$ b) – 1 e $\dfrac{1}{2}$ c) 1 e 2
d) 1 e – 2 e) – 1 e qualquer

2. Sejam $f :]0, +\infty[\to]0, +\infty[$ a função dada por $f(x) = \dfrac{1}{x^2}$ e f^{-1} a função inversa da f. O valor de f^{-1} no ponto 4 é:

a) $\dfrac{1}{4}$ b) $\dfrac{1}{2}$ c) 1 d) 2 e) 4

3. **(ITA)** – Qual das funções definidas abaixo é bijetora?

a) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+$ tal que $f(x) = x^2$

b) $f : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ tal que $f(x) = x + 1$

c) $f : [1; 3] \to [2; 4]$ tal que $f(x) = x + 1$

d) $f : [0; 2] \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = \text{sen } x$

e) $f : [0,2] \to [0,3]$ tal que $f(x) = x + 1$

4. **(ITA)** – Sejam a e b números reais com $a \neq b$. Construa o gráfico da função f tal que $f : [0; 1] \to \mathbb{R}$ e $f(x) = (b - a)\,x + a$, nos seguintes casos:

I) $a < b$ II) $a > b$

5. **(MAUÁ)** – Se $f(x) = \dfrac{\sqrt{x - 1}}{\sqrt{x - 5}}$ então o domínio de f é:

a) $]-\infty ; 1]$ b) $[5 ; +\infty[$ c) $]5 ; +\infty[$

d) $]-\infty ; 1[$ e) $[1 ; 5[$

6. **(FAAP)** – Representar graficamente, no sistema cartesiano ortogonal, a função:

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{4x^2 - 12x + 8}$$

7. **(SJRP)** – Seja a função f, de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = -x^2 + ax + b$. Se os pontos (1; 3) e (0; 1) pertencem ao gráfico de f, um outro ponto do gráfico é:

a) (– 2; – 1) b) (– 1; – 3) c) (2; 17)

d) (3; 10) e) (4; – 4)

8. **(PUCC)** – Esboce o gráfico da função:

$$f(x) = \begin{cases} x^3 & \text{se } x \geq 0; \\ x^2 & \text{se } -1 < x < 0; \\ x + 2 & \text{se } x \leq -1. \end{cases}$$

9. Determine a inversa da função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 5x + 3$.

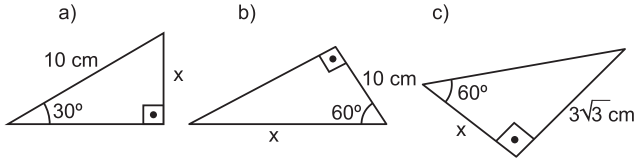
10. Sabendo que a função $f : \mathbb{R} - \{1\} \to \mathbb{R} - \{a\}$ definida por $f(x) = \dfrac{2x - 3}{x - 1}$ é inversível, determine o valor do número real **a**.

11. Ache os pontos comuns aos gráficos das funções $f:[1; +\infty[\to [-1;+\infty[$ definida por $f(x) = \dfrac{1}{4}x^2 - \dfrac{1}{2}x - \dfrac{3}{4}$ e sua inversa f^{-1}.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

Módulo 1 – Funções Trigonométricas no Triângulo Retângulo

1. Determine o valor de x nas figuras abaixo:



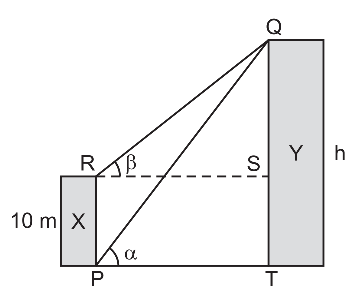
Resolução

a) $\text{sen } 30° = \dfrac{x}{10 \text{ cm}} \Rightarrow \dfrac{1}{2} = \dfrac{x}{10 \text{ cm}} \Leftrightarrow x = 5 \text{ cm}$

b) $\cos 60° = \dfrac{10 \text{ cm}}{x} \Rightarrow \dfrac{1}{2} = \dfrac{10 \text{ cm}}{x} \Leftrightarrow x = 20 \text{ cm}$

c) $\text{tg } 60° = \dfrac{3\sqrt{3} \text{ cm}}{x} \Rightarrow \sqrt{3} = \dfrac{3\sqrt{3} \text{ cm}}{x} \Leftrightarrow x = 3 \text{ cm}$

2. **(UNESP)** – Dois edifícios, X e Y, estão um em frente ao outro, num terreno plano. Um observador, no pé do edifício X (ponto P), mede um ângulo α em relação ao topo do edifício Y (ponto Q). Depois disso, no topo do edifício X, num ponto R, de forma que RPTS formem um retângulo e QT seja perpendicular a PT, esse observador mede um ângulo β em relação ao ponto Q no edifício Y.



(figura fora de escala)

Sabendo que a altura do edifício X é 10 m e que 3 tg α = 4 tg β, a altura h do edifício Y, em metros, é:

a) $\dfrac{40}{3}$. b) $\dfrac{50}{4}$. c) 30. d) 40. e) 50.

Resolução

Se h é a altura do edifício Y, em metros, temos:

1) no triângulo retângulo RSQ: $\text{tg } \beta = \dfrac{h - 10}{PT}$

2) no triângulo retângulo PTQ: $\text{tg } \alpha = \dfrac{h}{PT}$

Sabendo que 3 . tg α = 4 . tg β, conclui-se que:

$$3 \cdot \left(\frac{h}{PT}\right) = 4 \cdot \left(\frac{h - 10}{PT}\right) \Leftrightarrow 3h = 4h - 40 \Leftrightarrow h = 40$$

Resposta: D

Módulo 2 – Relações Fundamentais e Auxiliares

3. **(UNAERP)** – Sendo $\text{sen } x = \dfrac{1}{2}$ e $0° < x < 90°$, o valor da expressão $\cos^2 x \cdot \sec^2 x + 2 \text{ sen } x$ é:

a) zero b) 1 c) $\dfrac{3}{2}$ d) 2 e) 3

Resolução

$\cos^2 x \cdot \sec^2 x + 2 \cdot \text{sen } x =$

$= \cos^2 x \cdot \dfrac{1}{\cos^2 x} + 2 \text{ sen } x = 1 + 2 \text{ sen } x$

Para $\text{sen } x = \dfrac{1}{2}$, temos:

$\cos^2 x \cdot \sec^2 x + 2 \text{ sen } x = 1 + 2 \cdot \dfrac{1}{2} = 2$

Resposta: D

4. **(UNIP)** – Se $0° < x < 90°$ e $\cos x = \sqrt{3} - 1$, então o valor de $\text{sen}^2 x$ será

a) $\sqrt{3} + 3$ b) $\sqrt{3} - 3$ c) $\sqrt{2} - 1$

d) $2\sqrt{3} - 3$ e) $\sqrt{3} + 1$

Resolução

Para $0° < x < 90°$ e $\cos x = \sqrt{3} - 1$, temos $\text{sen}^2 x + \cos^2 x = 1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \text{sen}^2 x + (\sqrt{3} - 1)^2 = 1 \Leftrightarrow \text{sen}^2 x + 3 - 2\sqrt{3} + 1 = 1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \text{sen}^2 x = 2\sqrt{3} - 3 \Leftrightarrow \text{sen}^2 x = \sqrt{12} - 3 = 2\sqrt{3} - 3$

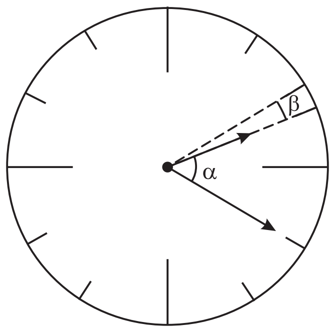
Resposta: D

Módulo 3 – Medidas de Arcos e Ângulos

5. **(UNESP)** – O menor ângulo formado pelos ponteiros de um relógio às 14 horas e 20 minutos é:

a) 8° b) 50° c) 52,72° d) 60° e) 62°

Resolução



Sendo α a medida do menor ângulo formado pelos ponteiros do relógio e β a medida do ângulo descrito pelo ponteiro menor em 20 minutos, temos:

Ponteiro "pequeno":

$$\left.\begin{array}{l}60 \text{ minutos} \;—\; 30° \\ 20 \text{ minutos} \;—\; \beta\end{array}\right\} \beta = \frac{20}{60} \,.\, 30° = 10°$$

Como $\alpha + \beta = 60°$, resulta $\alpha = 50°$

Resposta: B

6. **(FEI)** – Adotando $\pi = 3{,}14$, concluímos que o valor aproximado de 1 radiano, em graus, é:
a) 180° b) 360° c) 57° d) 62° e) 1°

Resolução

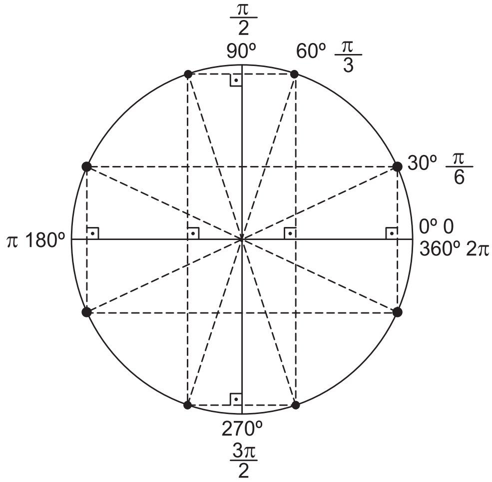
180° ———— π rad
x° ———— 1 rad

$$\pi \,.\, x = 1.180 \Leftrightarrow x = \frac{180}{\pi} = \frac{180}{3{,}14} \cong 57$$

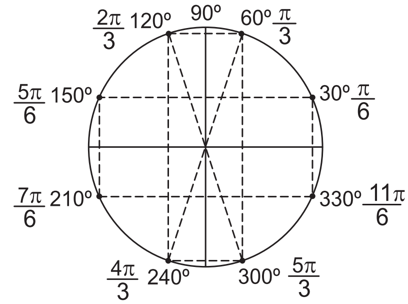
Resposta: C

Módulo 4 – Medidas de Arcos e Ângulos Trigonométricos

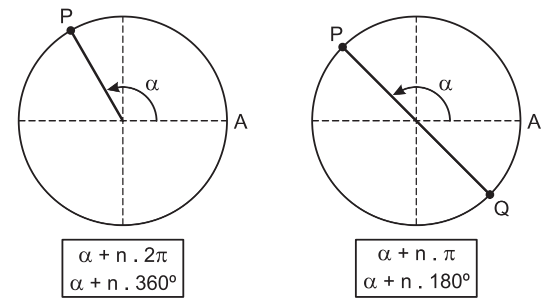
7. Completar, no ciclo trigonométrico a seguir, a primeira determinação positiva (em graus e radianos) dos arcos com as extremidades indicadas.

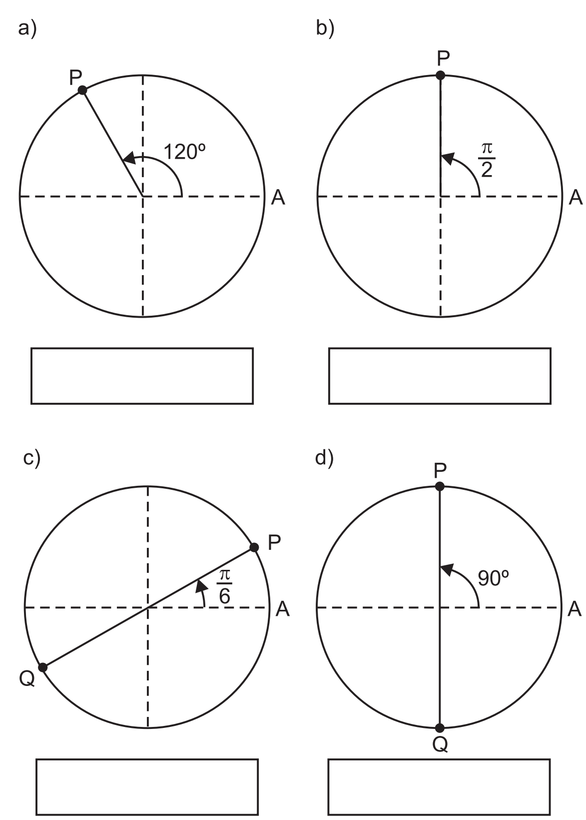


Resolução



8. Escrever o conjunto das determinações dos arcos assinalados em cada figura, conforme os casos representados abaixo.





Resolução

A partir das figuras, temos

a) $120° + n \,.\, 360° \ (n \in \mathbb{Z})$

b) $\dfrac{\pi}{2} + n \,.\, 2\pi \ (n \in \mathbb{Z})$

c) $\dfrac{\pi}{6} + n \,.\, \pi \ (n \in \mathbb{Z})$

d) $90° + n \,.\, 180° \ (n \in \mathbb{Z})$

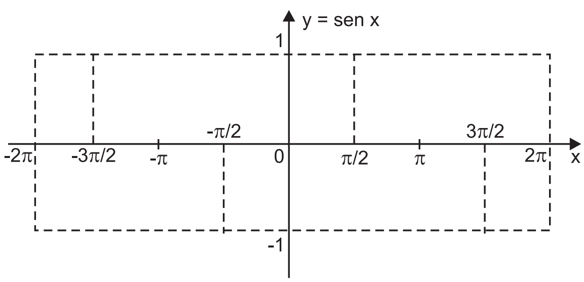
Módulo 5 – Estudo da Função Seno

9. Completar o quadro abaixo.

x		sen x
0°	0	**0**
30°	$\frac{\pi}{6}$	$\mathbf{\frac{1}{2}}$
45°	$\frac{\pi}{4}$	$\mathbf{\frac{\sqrt{2}}{2}}$
60°	$\frac{\pi}{3}$	$\mathbf{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

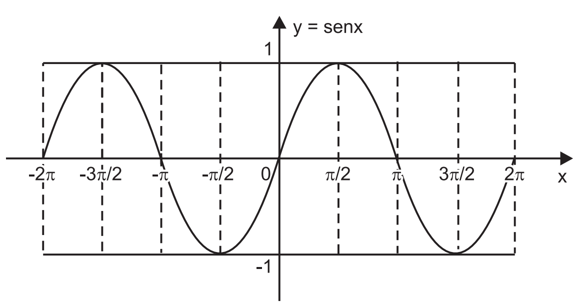
x		sen x
90°	$\frac{\pi}{2}$	**1**
180°	π	**0**
270°	$\frac{3\pi}{2}$	**– 1**
360°	2π	**0**

10. Esboçar o gráfico da função y = sen x, no intervalo [– 2π, 2π]. Completar o quadro com o período e a imagem da função seno.



Período: P = Imagem: Im(f) = {y ∈ ℝ | }

Resolução



Período: P = 2π, Imagem: Im(f) = {y ∈ ℝ | – 1 ⩽ y ⩽ 1}

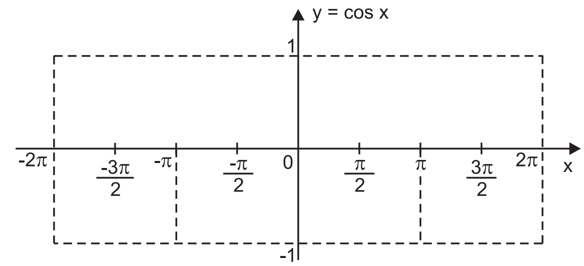
Módulo 6 – Estudo da Função Cosseno

11. Completar o quadro abaixo:

x		cos x
0°	0	**1**
30°	$\frac{\pi}{6}$	$\mathbf{\frac{\sqrt{3}}{2}}$
45°	$\frac{\pi}{4}$	$\mathbf{\frac{\sqrt{2}}{2}}$
60°	$\frac{\pi}{3}$	$\mathbf{\frac{1}{2}}$

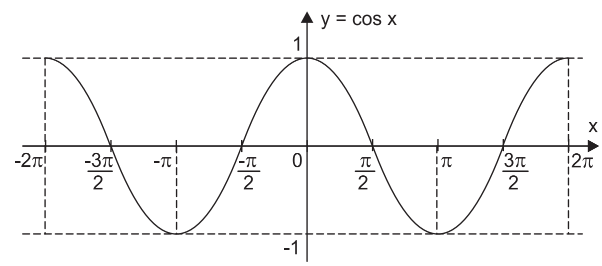
x		cos x
90°	$\frac{\pi}{2}$	**0**
180°	π	**– 1**
270°	$\frac{3\pi}{2}$	**0**
360°	2π	**1**

12. Esboçar o gráfico da função y = cos x, no intervalo [– 2π; 2π]. Completar o quadro com o período e a imagem da função cosseno.



Período: P = Imagem: Im(f) = {y ∈ ℝ | }

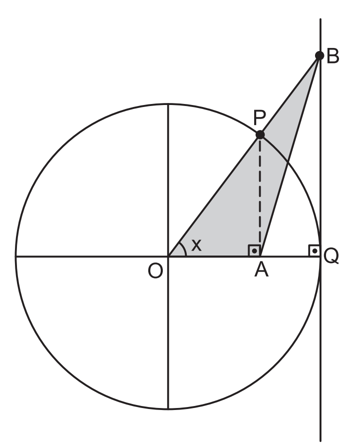
Resolução



Período: P = 2π Imagem: Im(f) = {y ∈ ℝ | – 1 ⩽ y ⩽ 1}

Módulo 7 – Estudo da Função Tangente

13. **(ESPM)** – No círculo abaixo, de centro O e raio 10 cm, o ângulo x é tal que 0° < x < 90°.



Podemos afirmar que a área do triângulo OAB:

a) tem valor máximo próximo de 100 cm^2.
b) tem valor máximo próximo de 50 cm^2.
c) tem valor mínimo para x = 45°.
d) tem valor máximo para x = 45°.
e) vale 25 cm^2 para x = 60°.

Resolução

1º) ΔOAP: $\cos x = \dfrac{OA}{10} \Rightarrow OA = 10 \cdot \cos x$

2º) ΔOQB: $\text{tg } x = \dfrac{BQ}{10} \Rightarrow BQ = 10 \,.\, \text{tg } x$

3º) $A_{\Delta OAB} = \dfrac{OA \,.\, BQ}{2} = \dfrac{10 \,.\, \cos x \,.\, 10 \,.\, \text{tg } x}{2} =$

$= 50 \,.\, \cos x \,.\, \dfrac{\text{sen } x}{\cos x} = 50 \,.\, \text{sen } x$

A área será máxima para o maior valor de sen x, com $0° < x < 90°$, isto é, próximo de 1. Dessa forma, a área tem valor máximo próximo de 50 cm^2.

Resposta: B

14. **(MACKENZIE)** $\text{cotg}\left(\dfrac{\pi}{3} + \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{\pi}{12} + \dots\right)$ é igual a

a) $\sqrt{3}$ b) $-\sqrt{3}$ c) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ d) $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ e) $\dfrac{2.\sqrt{3}}{3}$

Resolucão

$\dfrac{\pi}{3} + \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{\pi}{12} + \dots = \dfrac{\pi}{3}\left(1 + \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{4} + \dots\right) =$

$= \dfrac{\pi}{3} \,.\, \dfrac{1}{1 - \dfrac{1}{2}} = \dfrac{2\pi}{3}$

$\text{cotg}\left(\dfrac{\pi}{3} + \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{\pi}{12} + \dots\right) = \text{cotg } \dfrac{2\pi}{3} =$

$= \dfrac{1}{\text{tg } \dfrac{2\pi}{3}} = \dfrac{1}{-\sqrt{3}} = \dfrac{-\sqrt{3}}{3}$

Resposta: D

Módulo 8 – Estudo das Funções Cotangente, Secante e Cossecante

15. **(VUNESP)** – Uma máquina produz diariamente x dezenas de certo tipo de peças. Sabe-se que o custo de produção C(x) e o valor de venda V(x) são dados, aproximadamente, em **milhares** de reais, respectivamente, pelas funções

$C(x) = 2 - \cos\left(\dfrac{x\pi}{6}\right)$ e $V(x) = 3\sqrt{2} \text{ sen}\left(\dfrac{x\pi}{12}\right)$, $0 \leqslant x \leqslant 6$.

O lucro, em reais, obtido na produção de 3 dezenas de peças é:

a) 500 b) 750 c) 1000 d) 2000 e) 3000

Resolução

Para *x* dezenas de certo produto, o lucro L(x) em *milhares* de reais é obtido por L(x) = V(x) – C(x).

Para x = 3, resulta:

$L(3) = 3 \,.\, \sqrt{2} \,.\, \text{sen}\left(\dfrac{3 \,.\, \pi}{12}\right) - \left[2 - \cos\left(\dfrac{3 \,.\, \pi}{6}\right)\right] =$

$= 3 \,.\, \sqrt{2} \,.\, \text{sen}\left(\dfrac{\pi}{4}\right) - 2 + \cos\left(\dfrac{\pi}{2}\right) =$

$= 3 \,.\, \sqrt{2} \,.\, \dfrac{\sqrt{2}}{2} - 2 + 0 = 3 - 2 = 1$

Portanto, o lucro, em reais, obtido na produção de 3 dezenas dessas peças é 1 000.

Resposta: C

16. **(FUVEST)** – O dobro do seno de um ângulo θ, $0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$, é igual ao triplo do quadrado de sua tangente. Logo, o valor de seu cosseno é:

a) $\dfrac{2}{3}$ b) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ c) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ d) $\dfrac{1}{2}$ e) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

Resolução

Sendo $0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$, temos: $2 \,.\, \text{sen } \theta = 3 \,.\, \text{tg}^2\, \theta \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2 \,.\, \text{sen } \theta = 3 \,.\, \dfrac{\text{sen}^2\theta}{\cos^2\theta} \Leftrightarrow 2 = 3 \,.\, \dfrac{\text{sen } \theta}{\cos^2\theta} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2 \cos^2\theta = 3 \,.\, \text{sen } \theta \Leftrightarrow 2 \,.\, (1 - \text{sen}^2\theta) = 3 \,.\, \text{sen } \theta \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2 \,.\, \text{sen}^2\theta + 3 \,.\, \text{sen } \theta - 2 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \text{sen } \theta = \dfrac{1}{2}$ ou $\text{sen } \theta = -2$ (impossível)

Para $\text{sen } \theta = \dfrac{1}{2}$ e $0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$, temos $\cos \theta = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Resposta: B

Módulo 9 – Estudo das Funções Cotangente, Secante e Cossecante

17. **(VUNESP)** – No hemocentro de um certo hospital, o número de doações de sangue tem variado periodicamente. Admita que, neste hospital, no ano de 2001, este número, de janeiro (t = 0) a dezembro (t = 11), seja dado, aproximadamente, pela expressão

$$S(t) = \lambda - \cos\left[\dfrac{(t-1)\pi}{6}\right]$$

com λ uma constante positiva, S(t) em milhares e t em meses, $0 \leqslant t \leqslant 11$. Determine

a) a constante λ, sabendo que no mês de fevereiro houve 2 mil doações de sangue;

b) em quais meses houve 3 mil doações de sangue.

Resolução

a) Em fevereiro, tem-se t = 1 e

$S(1) = \lambda - \cos\left[\dfrac{(1-1)\pi}{6}\right] = \lambda - \cos 0 = \lambda - 1 = 2 \Rightarrow \lambda = 3$

b) Houve 3 mil doações de sangue quando

$S(t) = \lambda - \cos\left[\dfrac{(t-1)\pi}{6}\right] = 3 - \cos\left[\dfrac{(t-1)\pi}{6}\right] = 3 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \cos\left[\frac{(t-1)\pi}{6}\right] = 0 \Leftrightarrow \frac{(t-1)\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + n\pi, n \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow t - 1 = 3 + 6n \Leftrightarrow t = 4 + 6n \Rightarrow t = 4$ ou $t = 10$, pois $0 \leqslant t \leqslant 11$

Respostas: a) $\lambda = 3$

b) Maio(t = 4) e novembro(t = 10).

18. **(UNESP)** – O conjunto-solução de $|\cos x| < \frac{1}{2}$, para $0 < x < 2\pi$, é definido por

a) $\frac{\pi}{3} < x < \frac{2\pi}{3}$ ou $\frac{4\pi}{3} < x < \frac{5\pi}{3}$

b) $\frac{\pi}{6} < x < \frac{5\pi}{6}$ ou $\frac{7\pi}{6} < x < \frac{11\pi}{6}$

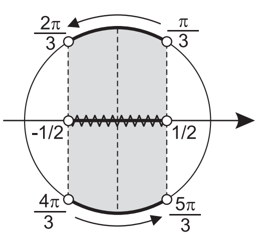
c) $\frac{\pi}{3} < x < \frac{2\pi}{3}$ e $\frac{4\pi}{3} < x < \frac{5\pi}{3}$

d) $\frac{\pi}{6} < x < \frac{5\pi}{6}$ e $\frac{7\pi}{6} < x < \frac{11\pi}{6}$

e) $\frac{\pi}{6} < x < \frac{2\pi}{3}$ ou $\frac{4\pi}{3} < x < \frac{11\pi}{6}$

Resolução

$|\cos x| < \frac{1}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < \cos x < \frac{1}{2}$



$\frac{\pi}{3} < x < \frac{2\pi}{3}$ ou $\frac{4\pi}{3} < x < \frac{5\pi}{3}$

Resposta: A

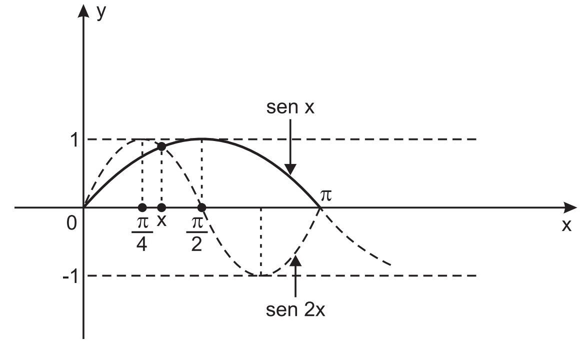
Módulo 10 – Estudo das Variações do Período e do Gráfico das Funções Trigonométricas

19. **(FATEC)** – No intervalo]0, π[, os gráficos das funções definidas por $y = \text{sen } x$ e $y = \text{sen } 2x$ interceptam-se em um único ponto. A abscissa x desse ponto é tal que

a) $0 < x < \frac{\pi}{4}$ b) $\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2}$ c) $x = \frac{\pi}{4}$

d) $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{4}$ e) $\frac{3\pi}{4} < x < 2\pi$

Resolução

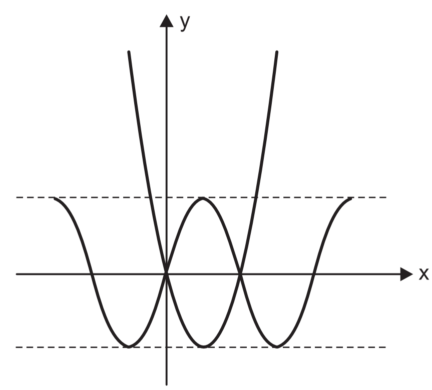


A partir do gráfico, conclui-se que as funções interceptam-se em um ponto com abscissa x, tal que

$$\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2}$$

Resposta: B

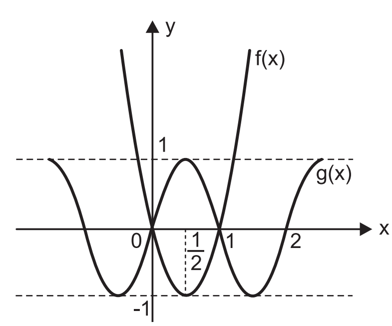
20. **(MACKENZIE)** – Na figura, temos os esboços dos gráficos das funções f e g. Se $g(x) = \text{sen }(\pi x)$ e f é uma função polinomial do segundo grau, então f(3) é igual a



a) 22 b) 24 c) 26 d) 28 e) 30

Resolução

1) Se $g(x) = \text{sen }(\pi \,.\, x)$ e f(x) é uma função polinomial do segundo grau, temos:



2) As raízes de f(x) são 0 e 1 e seu vértice tem coordenadas $\left(\frac{1}{2}, -1\right)$, logo: $f(x) = a \,.\, (x - 0) \,.\, (x - 1) \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = a \,.\, \frac{1}{2} \,.\, \left(-\frac{1}{2}\right) = -1 \Leftrightarrow a = 4$$

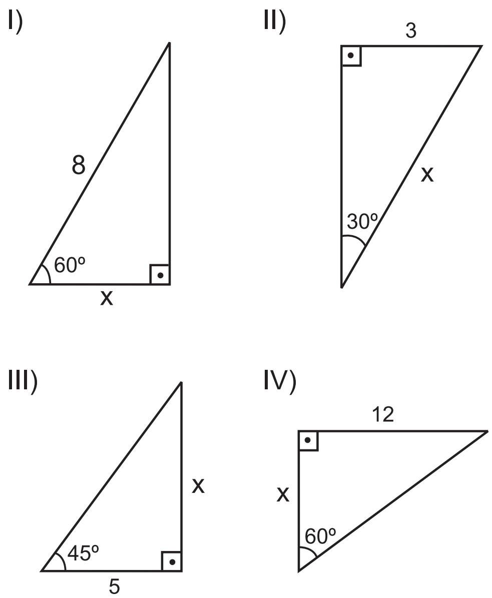
3) Sendo $f(x) = 4 \,.\, x \,.\, (x - 1)$, então $f(3) = 4 \,.\, 3 \,.\, (3 - 1) = 24$

Resposta: B

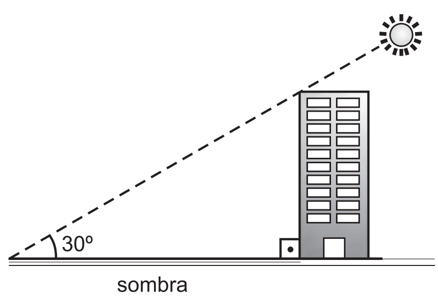
EXERCÍCIOS-TAREFA

Módulo 1 – Funções Trigonométricas no Triângulo Retângulo

1. Nos triângulos retângulos das figuras seguintes, calcule a medida **x** indicada.

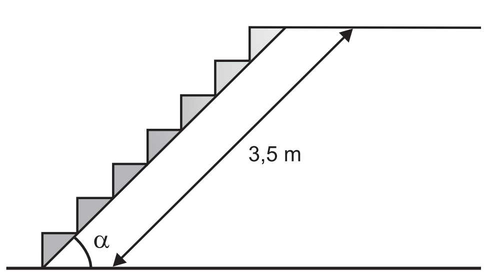


2. **(MODELO ENEM)** – Quando o sol está a 30° acima do horizonte (ver figura), a sombra de um edifício de 80 m de altura tem que comprimento?



a) 136 m b) 175 m c) 165 m d) 68 m e) 113 m

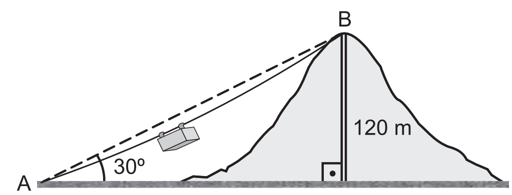
3. **(USF – MODELO ENEM)** – Sobre uma rampa plana de 3,5 m de comprimento e inclinação α, como mostra a figura, será construída uma escada com 7 degraus, todos de mesma altura.



Se $\cos \alpha = \dfrac{4}{5}$, então a altura de cada degrau, em cm, é

a) 20 b) 25 c) 30 d) 35 e) 40

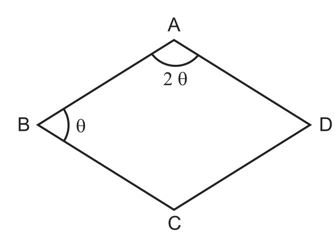
4. **(UEMT)** – Um grupo de zoólogos encontra na extremidade de um morro uma espécie de pássaro em extinção. Eles sabem que é de suma importância o estudo desta espécie em seu habitat natural, sendo, portanto, necessário o deslocamento de mantimentos e equipamentos até o topo do morro. Um dos membros do grupo, tendo conhecimento de engenharia, efetua algumas medidas, conforme o desenho abaixo para calcular o comprimento do cabo de A até B que será utilizado para o transporte dos materiais. Após os cálculos ele observa que o cabo sofrerá uma curvatura quando for colocado peso sobre ele, tornando o seu comprimento 5% maior que a medida tomada de A até B.



Quantos metros de cabo deverão ser utilizados para que se possa transportar os materiais necessários para o estudo até o topo do morro? (Dado: sen 30° = 0,5)

a) 262 m b) 240 m c) 250 m d) 245 m e) 252 m

5. **(PUC-CAMPINAS)** – Na figura abaixo tem-se representado o losango ABCD, cuja diagonal menor mede 4 cm.



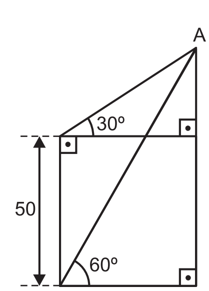
A medida do lado desse losango, em cm, é

a) $6\sqrt{3}$ b) 6 c) $4\sqrt{3}$ d) 4 e) $2\sqrt{3}$

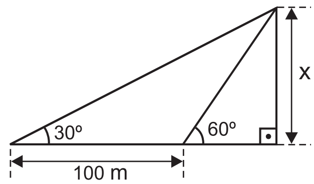
6. **(UNIP – MODELO ENEM)** – Duas rodovias **A** e **B** encontram-se em **O**, formando um ângulo de 30°. Na rodovia **A** existe um posto de gasolina que dista 5 km de **O**. O posto dista da rodovia **B**

a) 5 km b) 10 km c) 2,5 km
d) 15 km e) 1,25 km

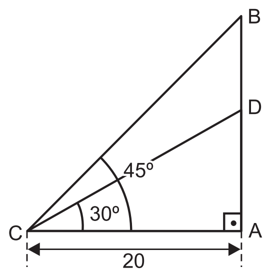
7. **(MACKENZIE)** – Na figura abaixo, determinar o valor de AB.



8. **(FUVEST)** – Calcular **x** indicado na figura.



9. Determinar, na figura, a medida do segmento BD.



10. **(PUC-RS)** – Dois segmentos AB e AC medem respectivamente **m** e **n** unidades de comprimento e formam entre si um ângulo de medida α. A área do triângulo ABC é expressa por

a) $\dfrac{m \,.\, n}{2}$ b) $\dfrac{m^2 \,.\, n^2}{2}$ c) $\dfrac{m \,.\, n \,.\, \text{sen}\,\alpha}{2}$

d) $m \,.\, n \,.\, \text{sen}\,2\alpha$ e) $\dfrac{m \,.\, n \,.\, \cos\alpha}{2}$

Módulo 2 – Relações Fundamentais e Auxiliares

1. Seja a função f definida por
$f(x) = \text{sen}\,x + \cos x + \text{cotg}\,x + \text{cossec}\,x - \text{tg}\,x - \sec x$, $\forall x \neq \dfrac{k\pi}{2}$ e $k \in \mathbb{Z}$. O valor de $f(60°)$ é

a) $\dfrac{\sqrt{3}+3}{2}$ b) $\dfrac{\sqrt{3}-3}{2}$ c) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

d) $\sqrt{3}+1$ e) $\sqrt{3}-3$

2. **(MED.SANTOS)** – Sendo $\text{sen}\,a + \cos a = m$, então $\text{sen}\,a \,.\, \cos a$ é igual a

a) $\dfrac{m-1}{2}$ b) $\dfrac{m^2-1}{2}$ c) $\dfrac{m^2+1}{2}$

d) $\dfrac{m+1}{2}$ e) $\dfrac{m}{2}$

3. **(F.CARLOS CHAGAS)** – Sendo $\text{sen}\,x = a \neq 0$ e $\cos x = b \neq 0$, calcular $\text{tg}\,x + \text{cotg}\,x$.

4. **(VUNESP – MODELO ENEM)** – Sejam **A**, **B** e **C** conjuntos de números reais. Sejam $f:A \to B$ e $g:B \to C$ definidas, respectivamente, por
$f(x) = \text{sen}\,x, \forall x, x \in A$

$g(x) = \dfrac{1}{1-x^2} - 1, \forall x, x \in B$

Se existe $h: A \to C$, definida por $h(x) = g[f(x)], \forall x, x \in A$, então,

a) $h(x) = \cos x$ b) $h(x) = \cos^2 x$ c) $h(x) = \text{tg}^2 x$

d) $h(x) = \text{sen}^2 x$ e) $h(x) = \sec^2 x$

5. Sendo $\cos x = \dfrac{1}{3}$, calcular $y = \dfrac{\text{cossec}\,x - \sec x}{\text{cotg}\,x - 1}$.

6. **(UNIP)** – Se $\text{sen}\,x = \dfrac{1}{3}$ e $0 < x < \dfrac{\pi}{2}$, então o valor de $\cos^4 x - \text{sen}^4 x$ será

a) $\dfrac{7}{9}$ b) $\dfrac{6}{9}$ c) $\dfrac{5}{9}$ d) $\dfrac{1}{5}$ e) $\dfrac{1}{9}$

7. **(UN.DO VALE DO RIO DOS SINOS)** – Se $\cos(x) = \dfrac{a-1}{a}$, sendo $a \neq 0$, então a expressão $\text{tg}^2(x) + 1$ é igual a

a) – 1 b) 0 c) $\dfrac{a^2}{(a-1)^2}$

d) $\dfrac{2a-1}{(a^2-1)^2}$ e) $\dfrac{2}{a-1}$

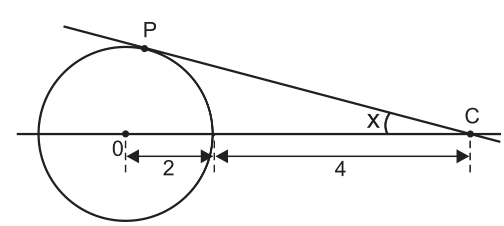
8. **(VUNESP)** – Se **x**, **y** são números reais tais que

$y = \dfrac{\cos^3 x - 2 \,.\, \cos x + \sec x}{\cos x \,.\, \text{sen}^2 x}$, então

a) $y = \sec^2 x$ b) $y = \text{tg}^2 x$ c) $y = \cos^2 x$

d) $y = \text{cossec}^2\,x$ e) $y = \text{sen}^2 x$

9. **(MACKENZIE)** – Na figura, calcular o valor da sec x.



10. **(U. SANTA CECÍLIA)** – Simplificando a expressão

$E = \left(\dfrac{\sec x - \text{tg}\,x}{1 + \text{tg}^2 x}\right) . \sec x$, encontramos:

a) $E = 1 + \text{sen}\,x$ b) 1 c) $E = \text{sen}^2 x - \cos^2 x$

d) $E = 1 - \text{sen}\,x$ e) $E = \dfrac{\cos x}{1 + \text{sen}\,x}$

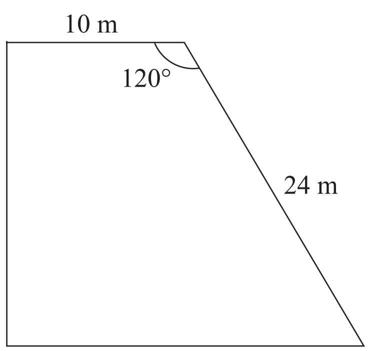
11. **(MACKENZIE)** – Se sec x = 4, com $0 \leq x < \dfrac{\pi}{2}$,então tg(2x) é igual a

a) $-\dfrac{4\sqrt{15}}{5}$ b) $\dfrac{\sqrt{15}}{4}$ c) $-\dfrac{2\sqrt{15}}{7}$

d) $\dfrac{\sqrt{15}}{16}$ e) $-\dfrac{\sqrt{15}}{7}$

12. **(UFPR – MODELO ENEM)** – Uma pessoa pretende adquirir um terreno de esquina para construir sua casa, porém ela não sabe a área do terreno. As únicas informações disponíveis são que o terreno possui o formato de um trapézio retângulo com um dos lados medindo 10 m e outro medindo 24 m. Além disso, o ângulo entre esses lados é de 120 graus, conforme a figura abaixo. Qual é a área desse terreno?

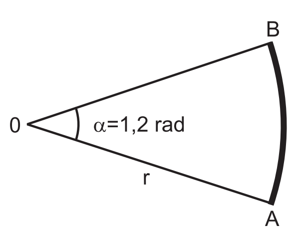
Considere $\sqrt{3} = 1{,}73$.



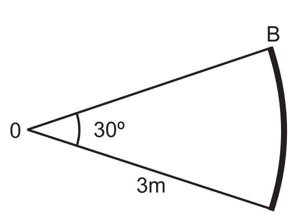
a) 332,16 m^2
b) 314,32 m^2
c) 346,54 m^2
d) 360,58 m^2
e) 308,70 m^2

Módulo 3 – Medidas de Arcos e Ângulos

1. Qual é o raio da circunferência, sabendo que o comprimento do arco $\overset{\frown}{AB}$ indicado é igual a 12 cm?



2. Determinar o comprimento do arco $\overset{\frown}{AB}$, tomado na circunferência de centro **O**. (adotar $\pi = 3{,}14$)



3. **(FUVEST)** – O perímetro de um setor circular de raio **R** e ângulo central medindo $\boldsymbol{\alpha}$ radianos é igual ao perímetro de um quadrado de lado **R**. Então $\boldsymbol{\alpha}$ é igual a:

a) $\dfrac{\pi}{3}$ b) 2 c) 1 d) $\dfrac{2\pi}{3}$ e) $\dfrac{\pi}{2}$

4. Um arco de circunferência com comprimento 30 cm é tomado numa circunferência de diâmetro igual a 20 cm. Calcular a medida do arco em radianos.

5. **(FUVEST)** – Convertendo-se 30° 15’ para radianos, ($\pi = 3{,}14$) obtém-se:

a) 0,53 b) 30,15 c) 1,10 d) 3,015 e) 0,26

6. Dar o menor ângulo formado pelos ponteiros de um relógio às 2 horas e 15 minutos.

7. Dar o menor ângulo formado pelos ponteiros de um relógio às 9 horas e 10 minutos.

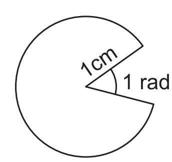
8. **(FUVEST)** – O ângulo agudo formado pelos ponteiros de um relógio à 1 hora e 12 minutos é:

a) 27° b) 30° c) 36° d) 42° e) 72°

9. **(UNESP)** – O menor ângulo formado pelos ponteiros de um relógio às 14 horas e 20 minutos é

a) 8°. b) 50°. c) 52,72°. d) 60°. e) 62°.

10. **(UNESP)** – Em um jogo eletrônico, o “monstro” tem a forma de um setor circular de raio 1 cm, como mostra a figura. A parte que falta no círculo é a boca do “monstro”, e o ângulo de abertura mede 1 radiano. O perímetro do “monstro”, em cm, é:



a) $\pi - 1$.
b) $\pi + 1$.
c) $2\pi - 1$.
d) 2π.
e) $2\pi + 1$.

11. **(UFRN – MODELO ENEM)** – O relógio está marcando 2h30min. Passadas duas horas e quinze minutos, a medida do menor ângulo formado pelos ponteiros do relógio será:

a) 127,5° b) 105°
c) 112,5° d) 120°

Módulo 4 – Medidas de Arcos e Ângulos Trigonométricos

1. **(PUC)** – Sendo θ um ângulo agudo, então $\left(\dfrac{5\pi}{2} - \theta\right)$ pertence ao:

a) 1º quadrante b) 2º quadrante
c) 3º quadrante d) 4º quadrante
e) nenhuma das alternativas anteriores

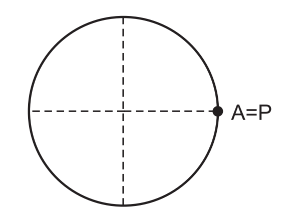
2. Obter a 1.ª determinação positiva dos arcos com medidas:

a) 1000° b) –1210° c) $\dfrac{8\pi}{3}$ rad

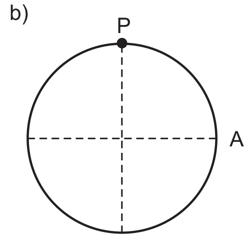
3. Quais são os arcos positivos menores que 1500°, côngruos (mesma extremidade) de – 60°?

4. Escrever o conjunto das determinações do arco $\overset{\frown}{AP}$, nos seguintes casos:

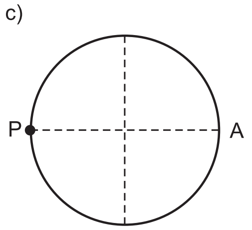
a)



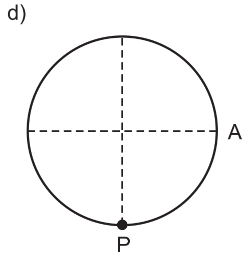
b)



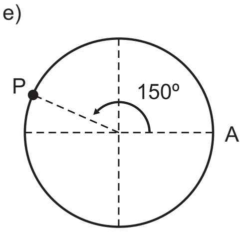
c)



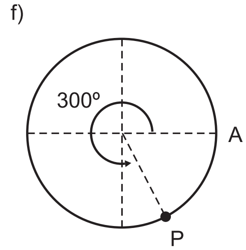
d)



e)

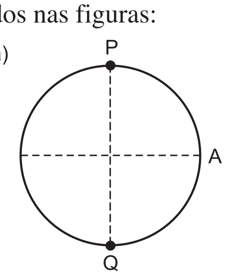


f)

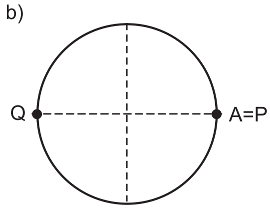


5. Determinar o conjunto das determinações dos arcos assinalados nas figuras:

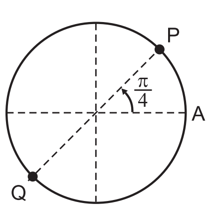
a)



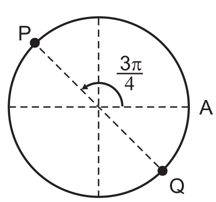
b)



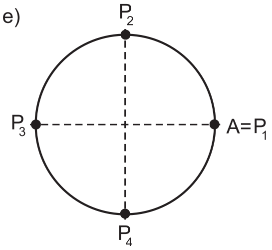
c)



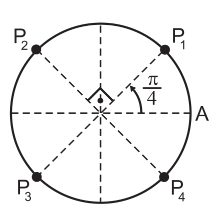
d)



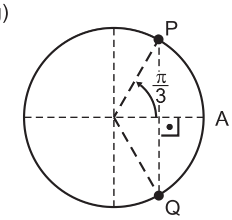
e)



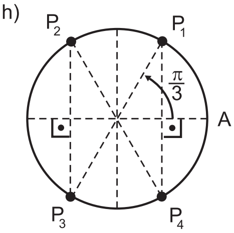
f)



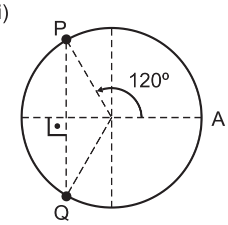
g)



h)



i)



6. Representar, no ciclo trigonométrico, as imagens dos números reais **x**, em cada caso abaixo:

a) $x = \dfrac{\pi}{3} + n \,.\, 2\pi \; (n \in \mathbb{Z})$

b) $x = 210° + n \,.\, 360° \; (n \in \mathbb{Z})$

c) $x = 120° + n \,.\, 180° \; (n \in \mathbb{Z})$

d) $x = \dfrac{5\pi}{6} + n \,.\, \pi \; (n \in \mathbb{Z})$

e) $x = \pm\, 60° + n \,.\, 360° \; (n \in \mathbb{Z})$

f) $x = \pm\, 60° + n \,.\, 180° \; (n \in \mathbb{Z})$

g) $x = 30° + n \,.\, 360°$ ou $x = 150° + n \,.\, 360° \; (n \in \mathbb{Z})$

Módulo 5 – Estudo da Função Seno

1. **(FUVEST)** – Calcular sen 1920°.

2. **(VUNESP – MODELO ENEM)** – Se A = sen(6), então:

a) $\dfrac{\sqrt{3}}{2} < A < 1$

b) $-1 < A < -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

c) $0 < A < \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

d) $\dfrac{\sqrt{2}}{2} < A < \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

e) $-\dfrac{\sqrt{2}}{2} < A < 0$

3. **(FEI)** – A sequência de valores

$\text{sen}\,\dfrac{\pi}{2}; \text{sen}\,\dfrac{\pi}{3}; \text{sen}\,\dfrac{\pi}{4}; .....; \text{sen}\,\dfrac{\pi}{n}; ....$

a) é estritamente crescente

b) é estritamente decrescente

c) possui valores negativos

d) possui valores iguais

e) é uma progressão aritmética

De 4 a 6, resolver as equações, para $0 \le x \le 2\pi$.

4. $\text{sen } x = 0$

5. $\text{sen } x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

6. $\text{sen } x = -\dfrac{1}{2}$

7. **(UNP)** – Seja $\text{sen } \alpha = \dfrac{3}{5}$ e α um arco do 2º quadrante. Então, tg α vale:

a) $\dfrac{4}{3}$ b) $\dfrac{3}{4}$ c) $-\dfrac{3}{4}$ d) –1 e) $-\dfrac{4}{3}$

8. **(PUC)** – Determinar **x** de modo que se verifique

$\text{sen } \theta = \dfrac{2x-1}{3}$.

9. **(F. CARLOS CHAGAS)** – Seja $A \subset B = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \le x \le 2\pi\}$, o domínio da função **f**, dada por $f(x) = \dfrac{1 - \text{sen}^2 x}{1 + \text{sen } x}$. Então, A é igual a:

a) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \ne \frac{\pi}{2} \text{ e } x \ne 0\}$ b) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \ne \pi\}$

c) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \ne \frac{3\pi}{2}\}$ d) $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{3\pi}{2}\}$

e) n.d.a.

10. **(FEI – MODELO ENEM)** – Na estação de trabalho de pintura de peças de uma fábrica, a pressão em um tambor de ar comprimido varia com o tempo conforme a expressão $P(t) = 50 + 50 \cdot \text{sen}\,(t - \frac{\pi}{2})$, $t > 0$. Assinale a alternativa em que o instante **t** corresponde ao valor mínimo da pressão:

a) $t = \dfrac{\pi}{2}$ b) $t = \pi$ c) $t = \dfrac{3\pi}{2}$

d) $t = 2\pi$ e) $t = 3\pi$

Módulo 6 – Estudo da Função Cosseno

1. Calcular:

$$E = \frac{\text{sen } 90° + \cos 360° + \text{sen } 270° \cdot \cos 180°}{\cos 0° + \text{sen } 0°}$$

2. Se $x = \dfrac{\pi}{2}$ então $y = \dfrac{\cos x + \text{sen } 2x - \text{sen } 3x}{\cos 4x + \text{sen } x}$, vale:

a) 1 b) $\dfrac{1}{2}$ c) –1 d) 0 e) $-\dfrac{1}{2}$

3. **(FEI)** – Calcular $\text{sen}\left(\dfrac{7\pi}{2}\right) \cdot \cos(31\pi)$.

4. **(MACKENZIE)** – A soma dos valores máximo e mínimo de $2 + \dfrac{2}{3} \cdot \cos^2 x$ é:

a) $\dfrac{8}{3}$ b) $\dfrac{10}{3}$ c) 4 d) $\dfrac{14}{3}$ e) $\dfrac{16}{3}$

5. Resolver a equação, $\cos x = -\dfrac{1}{2}$, para $0 \le x \le 2\pi$.

6. **(FUVEST)** – Se $x \in \left]\pi; \dfrac{3\pi}{2}\right[$ e $\cos x = 2 \cdot k - 1$, então **k** varia no intervalo

a) $]-1; 0[$ b) $[-1; 0[$ c) $]0; 1[$

d) $[\frac{1}{2}; 1]$ e) $]0; \frac{1}{2}[$

7. **(MACKENZIE)** – O menor valor positivo de **x**, para o qual $9^{-\cos x} = \dfrac{1}{3}$, é:

a) $\dfrac{\pi}{6}$ b) $\dfrac{\pi}{4}$ c) $\dfrac{\pi}{3}$ d) $\dfrac{\pi}{2}$ e) $\dfrac{2\pi}{3}$

8. **(FGV)** – A solução da equação $\dfrac{625^{\cos^2 x}}{25^{\cos x}} = 1$, para $0 \le x < \dfrac{\pi}{2}$ é:

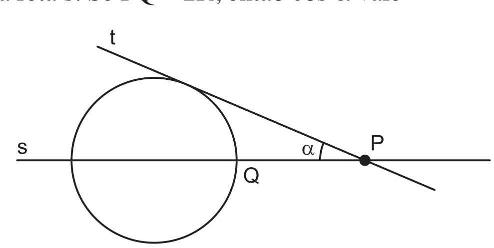
a) $x = 0$ b) $x = \dfrac{\pi}{6}$ c) $x = 0$ ou $x = \dfrac{\pi}{6}$

d) $x = \dfrac{\pi}{3}$ e) $x = \dfrac{\pi}{2}$ ou $x = \dfrac{\pi}{3}$

9. **(PUC)** – Sendo $\cos x = \dfrac{1}{m}$ e $\text{sen } x = \dfrac{\sqrt{m+1}}{m}$, determinar **m**.

10. **(EE MAUÁ)** – Resolva a equação $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 0 \\ 0 & \cos x & \text{sen } x \\ 1 & 0 & \cos x \end{vmatrix} = 0$, no intervalo $0 \le x \le 2\pi$.

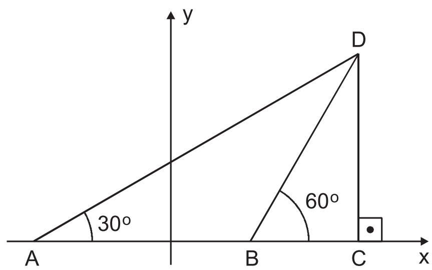
11. **(FUVEST – MODELO ENEM)** – Na figura abaixo, a reta s passa pelo ponto P e pelo centro da circunferência de raio R, interceptando-a no ponto Q, entre P e o centro. Além disso, a reta t passa por P, é tangente à circunferência e forma um ângulo α com a reta s. Se PQ = 2R, então cos α vale



a) $\sqrt{2}/6$ b) $\sqrt{2}/3$ c) $\sqrt{2}/2$

d) $2\sqrt{2}/3$ e) $3\sqrt{2}/5$

12. **(MACKENZIE)** – Na figura, se A = (m; 0), B = (n; 0) e C = (4; 0), então 3n – m é igual a



a) $\frac{15}{2}$

b) 8

c) $5\sqrt{3}$

d) 9

e) $\frac{25}{3}$

13. **(MACKENZIE)** – Sejam f(x) = 2 – cos x, com $0 \le x \le 2\pi$, M o valor máximo de f(x) e m o seu valor mínimo. O valor de $\frac{M}{2m}$ é

a) $\frac{3}{2}$. b) $\frac{2}{3}$. c) $\frac{1}{3}$. d) $\frac{1}{6}$. e) 3.

14. **(UNESP)** – Dada a equação $\cos(4x) = \frac{-1}{2}$,

a) verifique se o ângulo x pertencente ao 1.º quadrante, tal que $\text{sen}(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ satisfaz a equação acima;

b) encontre as soluções da equação dada, em toda a reta.

Módulo 7 – Estudo da Função Tangente

1. **(AMAN)** – Calcular A = sen 3x + cos 4x – tg 2x para $x = \frac{\pi}{2}$.

2. O valor numérico de $\dfrac{\text{sen}\left(\frac{x}{2}\right) + 2 \,.\, \tan\left(\frac{3x}{4}\right)}{3 \,.\, \cos x}$ para $x = \frac{\pi}{3}$ rd é

a) $\frac{5}{2}$ b) $\frac{5}{3}$ c) $\frac{3}{2}$ d) $\frac{2}{5}$ e) 0

3. **(PUC)** – Determinar **m** para que $\frac{\pi}{3}$ seja raiz da equação: $tg^2x - m \,.\, \cos^2x + \text{sen}^2x = 0$

4. **(PUC)** – O valor numérico da expressão: y = cos 4x + sen 2x + tg 2x – sec 8x para $x = \frac{\pi}{2}$ é:

a) 2 b) 1 c) 3 d) 0 e) 4

5. **(ULBRA)** – O valor da expressão cos 1440° + sen 810° + tg 720° é:

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

Resolver as equações 6 e 7 para $0 \le x \le 2\pi$.

6. tg x = 0 7. tg x = ± 1

8. **(PUC-MG)** – Se x é um arco do 2º quadrante e $\text{sen } x = \frac{\sqrt{2}}{2}$, então tg x é:

a) –1 b) $-\sqrt{3}$ c) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ d) 1 e) $\sqrt{3}$

9. **(FGV)** – Se **a** é a menor raiz positiva da equação $(tg\, x - 1) \,.\, (4 \,.\, \text{sen}^2x - 3) = 0$ então, o valor de $\text{sen}^4a - \cos^2a$ é:

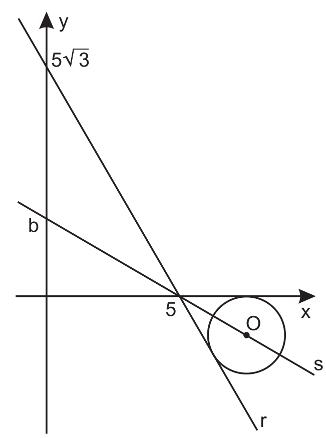
a) $\frac{5}{16}$ b) 0 c) $-\frac{1}{4}$ d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ e) $-\frac{1}{2}$

10. Resolver a equação: sen x = cos x, com $0 < x < 2\pi$.

11. **(MACKENZIE)** – Na figura, a circunferência é tangente ao eixo x e à reta r. O valor de b é

a) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ b) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ c) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$

d) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ e) $\frac{\sqrt{3}}{3}$



12. **(UNESP)** – Uma pessoa, no nível do solo, observa o ponto mais alto de uma torre vertical, à sua frente, sob o ângulo de 30°. Aproximando-se 40 metros da torre, ela passa a ver esse ponto sob o ângulo de 45°. A altura aproximada da torre, em metros, é

a) 44,7. b) 48,8. c) 54,6. d) 60,0. e) 65,3.

Módulo 8 – Estudo das Funções Cotangente, Secante e Cossecante

1. **(F. CARLOS CHAGAS)** – Os quadrantes onde estão os ângulos α, β e γ tais que:

sen α < 0 e cos α < 0

cos β < 0 e tg β < 0

sen γ > 0 e cotg γ > 0 são, respectivamente:

a) 3º, 2º e 1º b) 2º, 1º e 3º c) 3º, 1º e 2º

d) 1º, 2º e 3º e) 3º, 2º e 2º

2. **(UnB)** – Se $\sec^2 x + \text{tg } x - 7 = 0$ e $0 < x < \dfrac{\pi}{2}$ então:

a) $\cos x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ b) $\cos x = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$

c) $\cos x = \dfrac{\sqrt{3}}{4}$ d) $\cos x = \dfrac{1}{4}$

e) nenhuma das anteriores

De 3 a 5, resolver as equações, para $0 \le x \le 2\pi$.

3. $\sec x = 2$ 4. $\text{cossec } x = 2$

5. $\text{cotg } x = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

6. **(PUC)** – O valor da expressão $25 \cdot \text{sen}^2 x - 9 \cdot \text{tg}^2 x$ sabendo que $\text{cossec } x = \dfrac{5}{4}$ e x é do primeiro quadrante é:

a) 2 b) 3 c) 4 d) 0 e) 1

7. Dado $\text{cotg } x = \sqrt{2}$, $\pi < x < \dfrac{3\pi}{2}$, calcular cos x.

Resolver as equações 8 e 9:

8. $\text{sen } x = \dfrac{1}{2}$ 9. $\cos x = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

10. **(MACKENZIE)** – Resolver a equação $\text{tg}\left(x - \dfrac{\pi}{2}\right) = 1$

11. **(UNESP)** – A figura mostra a órbita elíptica de um satélite S em torno do planeta Terra. Na elipse estão assinalados dois pontos: o ponto A (apogeu), que é o ponto da órbita mais afastado do centro da Terra, e o ponto P (perigeu), que é o ponto da órbita mais próximo do centro da Terra. O ponto O indica o centro da Terra e o ângulo PÔS tem medida α, com $0° \le \alpha \le 360°$.

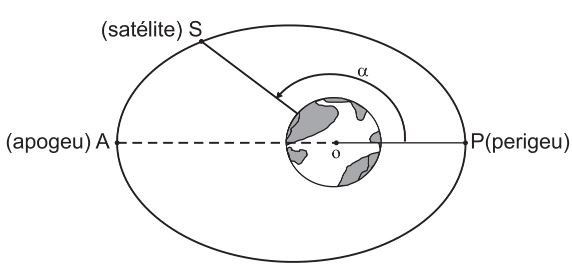


Figura fora de escala

A altura h, em km, do satélite à superfície da Terra, dependendo do ângulo α, é dada aproximadamente pela função

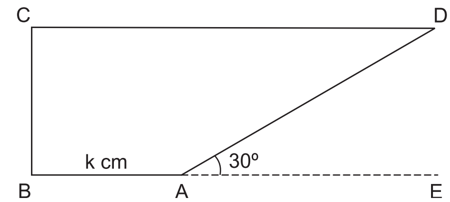
$$h = -64 + \frac{7980}{100 + 5\cos\alpha} \cdot 10^2$$

Determine:

a) A altura h do satélite quando este se encontra no perigeu e também quando se encontra no apogeu.

b) Os valores de α, quando a altura h do satélite é de 1 580 km.

12. **(UNESP)** – A figura representa um trapézio retângulo em que a medida de AB é k centímetros, o lado AD mede 2k e o ângulo DÂE mede 30°.



Nestas condições, a área do trapézio, em função de k, é dada por:

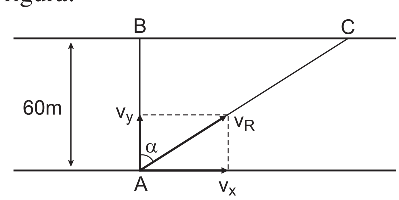
a) $k^2(2 + \sqrt{3})$ b) $k^2\left(\dfrac{2 + \sqrt{3}}{2}\right)$ c) $\dfrac{3k^2\sqrt{3}}{2}$

d) $3k^2\sqrt{3}$ e) $k^2\sqrt{3}$

13. **(MACKENZIE)** – A soma das soluções da equação $2\cos^2 x - 2\cos 2x - 1 = 0$, para $0 \le x \le 2\pi$, é

a) π b) 2π c) 3π d) 4π e) 5π

14. **(UNESP)** – Um rio de largura 60 m, cuja velocidade da correnteza é $v_x = 5\sqrt{3}$ m/s, é atravessado por um barco, de velocidade $v_y = 5$ m/s, perpendicular às margens do rio, conforme a figura.



O ângulo α do movimento em relação à perpendicular da correnteza, a velocidade resultante V_R e a distância CB do ponto de chegada em relação ao ponto onde o barco chegaria caso não houvesse correnteza são, respectivamente:

a) 30°, 5 m/s, $20\sqrt{3}$ m. b) 30°, 5 m/s, $60\sqrt{3}$ m.

c) 45°, $10\sqrt{3}$ m/s, $60\sqrt{3}$ m. d) 60°, 10 m/s, $60\sqrt{3}$ m.

e) 60°, $10\sqrt{3}$ m/s, $60\sqrt{2}$ m.

15. **(UNESP)** – Considere a seguinte equação:

$4\cos^2 x - 2(\sqrt{3} - 1)\cos x - \sqrt{3} = 0$

a) Encontre os valores de x que satisfaçam essa equação.

b) Verifique se o valor $\dfrac{7\pi}{6}$ satisfaz a equação.

16. **(UNESP)** – A temperatura, em graus celsius (°C), de uma câmara frigorífica, durante um dia completo, das 0 hora às 24 horas, é dada aproximadamente pela função:

$$f(t) = \cos\left(\frac{\pi}{12}t\right) - \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right), 0 \le t \le 24,$$

com t em horas. Determine:

a) a temperatura da câmara frigorífica às 2 horas e às 9 horas (use as aproximações $\sqrt{2} = 1{,}4$ e $\sqrt{3} = 1{,}7$);

b) em quais horários do dia a temperatura atingiu 0 °C.

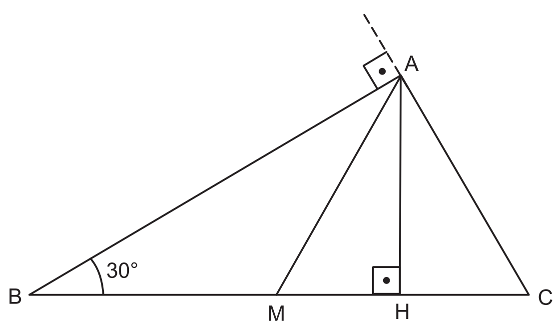
17. **(FGV)** – Em uma cidade frequentada por viajantes em férias, estima-se que o número de pessoas empregadas dependa da época do ano, e pode ser aproximada pela função:

$N = 10 + 2\ \text{sen}(2\pi x)$ em que, N é o número de pessoas empregadas (em milhares) e x = 0 representa o início do ano 2005, x = 1 o início do ano 2 006 e assim por diante.

O número de empregados atinge o menor valor:

a) No início do 1º trimestre de cada ano.
b) No início do 2º trimestre de cada ano.
c) No início do 3º trimestre de cada ano.
d) No início e no meio de cada ano.
e) No início do 4º trimestre de cada ano.

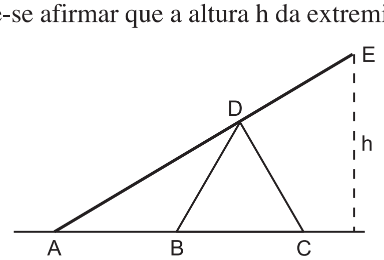
18. **(MACKENZIE)** – No triângulo retângulo ABC da figura, AM é a mediana e AH é a altura, ambas relativas à hipotenusa. Se BC = 6 cm, a área do triângulo AMH, em cm^2, é



a) $\dfrac{8\sqrt{3}}{9}$. b) $\dfrac{8\sqrt{3}}{5}$. c) $\dfrac{9\sqrt{3}}{8}$.

d) $\dfrac{5\sqrt{3}}{8}$. e) $\dfrac{9\sqrt{3}}{4}$.

19. **(UFRN)** – Na figura abaixo, o triângulo BCD é equilátero e AB = BC. Sabendo-se que o comprimento da viga AE é igual a 10 m, pode-se afirmar que a altura h da extremidade E mede:



a) $\dfrac{10\sqrt{3}}{3}$ m b) $5\sqrt{3}$ m c) 5,0 m d) 7,5 m

Módulo 9 – Estudo das Funções Cotangente, Secante e Cossecante

De 1 a 5, resolver as inequações, com $0 \le x < 2\pi$.

1. $\text{sen}\ x \ge \dfrac{1}{2}$

2. $\text{sen}\ x \le -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

3. $\cos x < \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

4. $\cos x \ge \dfrac{1}{2}$

5. $\text{tg}\ x \ge 1$

Resolver as inequações 6 e 7:

6. $\text{sen}\ x > \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

7. $\cos x \le \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

8. **(F. CARLOS CHAGAS)** – Qual dos seguintes conjuntos de valores de **x** poderia constituir um domínio para a função log(sen x)?

a) $x \le 0$

b) $\dfrac{\pi}{2} < x < \pi$

c) $\dfrac{3\pi}{2} < x < 2\pi$

d) $x \ne K \cdot \dfrac{3\pi}{4}$ (K = 0, 1, 2, ...)

e) $x \ne K \cdot \dfrac{\pi}{2}$ (K = 0, 1, 2, ...)

9. **(FATEC)** – Resolver $\dfrac{1}{\cos^2 x} < 2 \cdot \text{tg}\ x$.

10. **(PUC)** – Para que valores de **x** verifica-se

$\text{sen}\ x > \dfrac{1}{2}$ e $\cos x \ge \dfrac{1}{2}$?

Módulo 10 – Estudo das Variações do Período e do Gráfico das Funções Trigonométricas

1. Esboçar, em um período, o gráfico da função $y = 2 \cdot \text{sen}\ x$.
2. Esboçar, em um período, o gráfico da função $y = \text{sen}\ x - 2$.
3. Esboçar, em um período, o gráfico da função $y = \text{sen}(4x)$.
4. Esboçar, em um período, o gráfico da função

$y = \text{sen}\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right)$.

5. **(FUVEST)** – Foram feitos os gráficos das funções:

$f(x) = \text{sen } 4x$ e $g(x) = \dfrac{x}{100}$, para **x** no intervalo $[0; 2\pi]$. O número de pontos comuns aos dois gráficos é:

a) 16 b) 8 c) 4 d) 2 e) 1

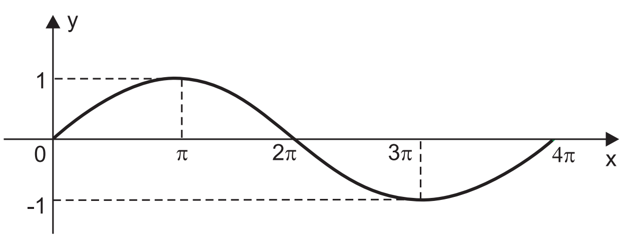
6. **(FEI)** – Se $0 < x < 2\pi$ e sen x > cos x, então:

a) $\dfrac{\pi}{4} < x < \dfrac{5\pi}{4}$ b) $\dfrac{\pi}{4} < x < \dfrac{7\pi}{4}$

c) $\dfrac{\pi}{8} < x < \dfrac{7\pi}{8}$ d) $\dfrac{\pi}{2} < x < \dfrac{3\pi}{2}$

e) $\dfrac{\pi}{4} < x < \dfrac{3\pi}{2}$

7. **(F. CARLOS CHAGAS)** – A função que melhor se adapta ao gráfico abaixo é:

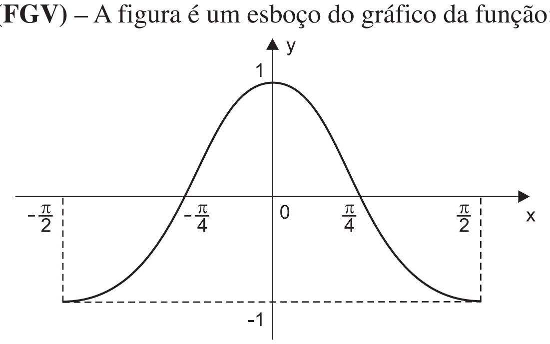


a) $y = \text{sen}\left(\dfrac{x}{2}\right)$ b) $y = \cos\left(\dfrac{x}{2}\right)$

c) y = sen (2x) d) y = cos (2x)

e) y = sen x

8. **(FGV)** – A figura é um esboço do gráfico da função:



a) $y = \cos x,\ \dfrac{-\pi}{2} \le x \le \dfrac{\pi}{2}$

b) $y = \cos(2x),\ \dfrac{-\pi}{2} \le x \le \dfrac{\pi}{2}$

c) $y = \text{sen}(2x),\ \dfrac{-\pi}{2} \le x \le \dfrac{\pi}{2}$

d) $y = \text{sen}\left(\dfrac{x}{2}\right), -\dfrac{\pi}{2} \le x \le \dfrac{\pi}{2}$

e) n.d.a.

9. O período da função 3 . cos (4 . x) é:

a) $\dfrac{\pi}{8}$ b) $\dfrac{3\pi}{4}$ c) $\dfrac{2\pi}{3}$ d) $\dfrac{\pi}{2}$ e) $\dfrac{\pi}{4}$

10. **(FGV)** – O período da função dada por

$y = 3 \,.\, \text{sen}\left(2\pi x + \dfrac{\pi}{2}\right)$ é:

a) $\dfrac{1}{2}$ b) $\dfrac{\pi}{2}$ c) 2π d) 1 e) $\dfrac{\pi}{4}$

11. **(UNIFESP)** – Na procura de uma função y = f(t) para representar um fenômeno físico periódico, cuja variação total de y vai de 9,6 até 14,4, chegou-se a uma função da forma

$$f(t) = A + B\ \text{sen}\left[\frac{\pi}{90}(t - 105)\right],$$

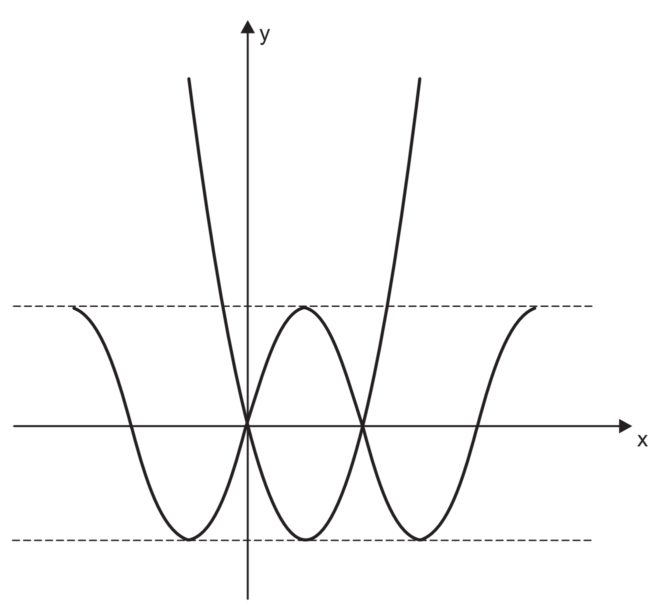
com o argumento medido em radianos.

a) Encontre os valores de A e B para que a função f satisfaça as condições dadas.

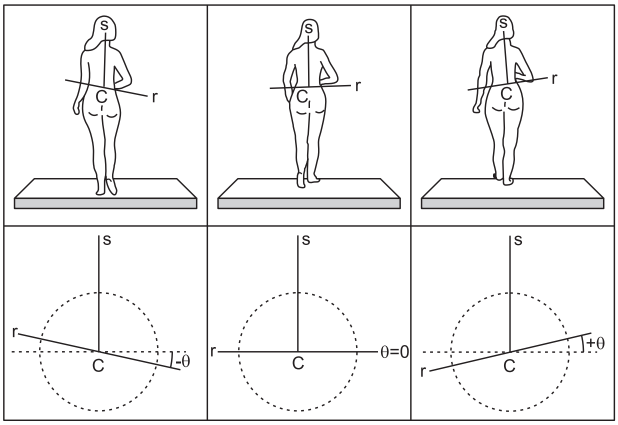
b) O número A é chamado valor médio da função. Encontre o menor t positivo no qual f assume o seu valor médio.

12. **(MACKENZIE)** – Na figura, temos os esboços dos gráficos das funções f e g. Se g(x) = sen (πx) e f é uma função polinomial do segundo grau, então f(3) é igual a

a) 22 b) 24 c) 26 d) 28 e) 30

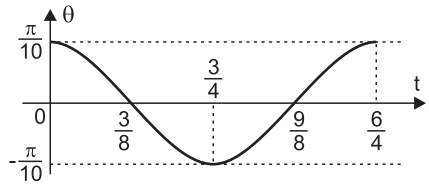


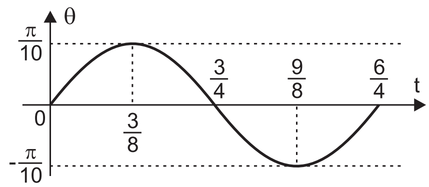
13. **(UFMT)** – As figuras abaixo, com seus respectivos esquemas, ilustram três das posições assumidas pelo gingar feminino, mostrando que o balançar da pélvis feminina obedece a um ciclo oscilatório.

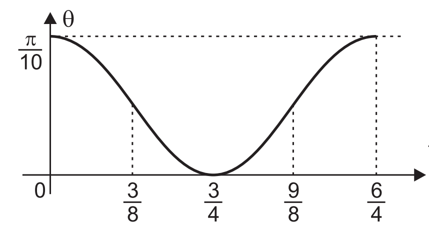


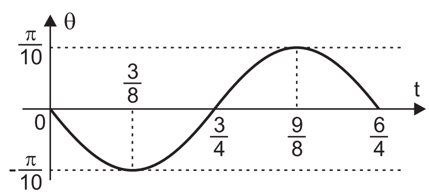
Tal movimento oscilatório pode ser observado a partir da reta imaginária (**r**) que passa pelas duas cristas ilíacas perpendicular à semi-reta imaginária (**s**) que, na ilustração, representa a coluna vertebral. Quando a mulher se desloca no seu andar, a reta (**r**) oscila em torno do centro **C** para cima e para baixo, acompanhando o ritmo da pélvis, conforme mostram as figuras com os respectivos esquemas.

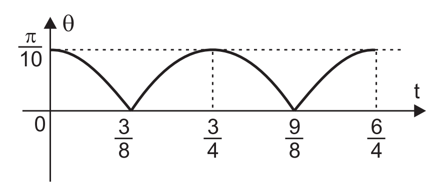
Admitindo que o movimento se completa a cada 1,5 segundo e que a função $\theta(t) = \frac{\pi}{10}\cos\left(\frac{4\pi}{3}t\right)$ representa a variação do ângulo θ em função do tempo t, assinale o esboço do gráfico dessa função no intervalo [0; 1,5].

a)


b)


c)


d)


e)


EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

Módulo 1 – Ângulos

1. **(MACKENZIE)** – O complemento e o suplemento de um ângulo de 37°20'07" medem, respectivamente,
a) 149°39'53" e 52°39'53".
b) 52°39'53" e 142°39'53".
c) 53°20'07" e 143°20'07".
d) 143°20'07" e 53°20'07".
e) 142°39'53" e 53°20'07".

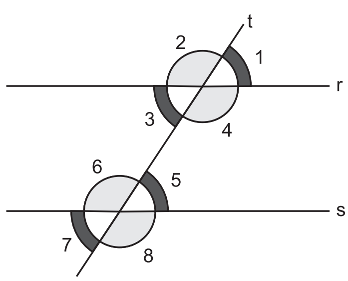
Resolução

1) Complemento:
90° – 37°20'07" = 89°59'60" – 37°20'07" = 52°39'53"

2) Suplemento: 90° + 52°39'53" = 142°39'53"

Resposta: B

2. Com os dados da figura seguinte, na qual as retas **r** e **s** são paralelas, complete as sentenças, quanto à posição dos ângulos citados.



a) Os ângulos congruentes 1 e 3 são: **opostos pelo vértice**

b) Os ângulos congruentes 1 e 5 são: **correspondentes**

c) Os ângulos congruentes 4 e 8 são: **correspondentes**

d) Os ângulos congruentes 3 e 5 são: **alternos internos**

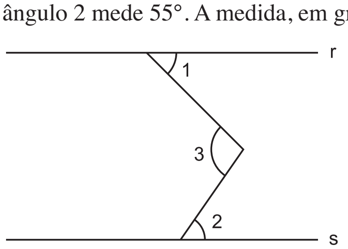
e) Os ângulos congruentes 1 e 7 são: **alternos externos**

f) Os ângulos suplementares 3 e 6 são: **colaterais internos**

g) Os ângulos suplementares 2 e 7 são: **colaterais externos**

Módulo 2 – Retas Paralelas

3. **(FUVEST)** – Na figura, as retas **r** e **s** são paralelas, o ângulo 1 mede 45° e o ângulo 2 mede 55°. A medida, em graus, do ângulo 3 é:



a) 50° b) 55° c) 60° d) 80° e) 100°

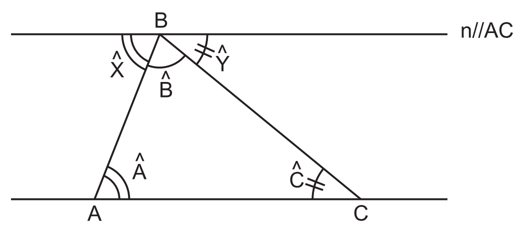
Resolução

$\hat{3} = \hat{1} + \hat{2} \Leftrightarrow \hat{3} = 45° + 55° \Leftrightarrow \hat{3} = 100°$

Resposta: E

4. **(FUVEST)** – Demonstre que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo qualquer é igual a 180°.

Resolução



Por B traça-se uma paralela à reta $\overleftrightarrow{AC}$ que forma com $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ ângulos $\hat{X}$ e $\hat{Y}$, respectivamente.

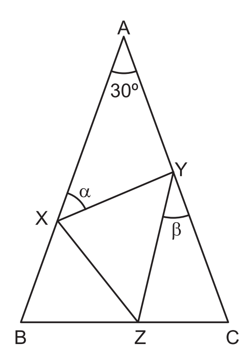
$$\text{Assim: } \begin{cases} \hat{X} = \hat{A} \text{ (alternos internos)} \\ \hat{Y} = \hat{C} \text{ (alternos internos)} \\ \hat{X} + \hat{B} + \hat{Y} = 180° \text{ (suplementares)} \end{cases}$$

Logo: $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180°$ (Lei Angular de Tales)

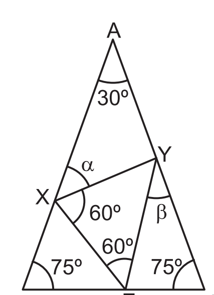
Módulo 3 – Triângulos

5. **(PUCCAMP)** – Na figura a seguir, tem-se o triângulo equilátero XYZ, inscrito no triângulo isósceles ABC. O valor de $\alpha - \beta$ é:

a) 15°
b) 20°
c) 25°
d) 30°
e) 45°



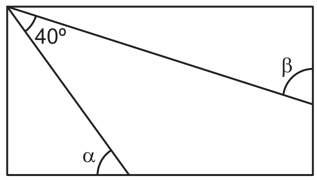
Resolução



No triângulo AXY, de acordo com o teorema do ângulo externo, tem-se:
$med(X\hat{Y}C) =$
$= med(A\hat{X}Y) + med(X\hat{A}Y)$
Assim: $60° + \beta = \alpha + 30° \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow \alpha - \beta = 60° - 30° \Leftrightarrow \alpha - \beta = 30°$

Resposta: D

6. **(FUVEST)** – No retângulo abaixo, o valor, em graus, de $\alpha + \beta$ é:



a) 50° b) 90° c) 120° d) 130° e) 220°

Resolução

$(\alpha - 40°) + \beta + 90° = 180° \Leftrightarrow$

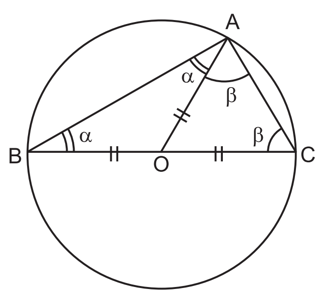
$\Leftrightarrow \alpha + \beta + 50° = 180° \Leftrightarrow \alpha + \beta = 130°$

Resposta: D

Módulo 4 – Congruência de Triângulos

7. **(FUVEST)** – Três pontos distintos A, B e C de uma circunferência de centro O são tais que B e C são extremos de um mesmo diâmetro. Prove que o ângulo $B\hat{A}C$ é reto.

Resolução



1) $OB = OA \Rightarrow \Delta OBA$ é isósceles $\Rightarrow \hat{B} = \hat{A} = \alpha$

2) $OA = OC \Rightarrow \Delta OCA$ é isósceles $\Rightarrow \hat{A} = \hat{C} = \beta$

3) $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180°$

Assim: $(\alpha + \beta) + \alpha + \beta = 180° \Leftrightarrow 2(\alpha + \beta) = 180° \Leftrightarrow$

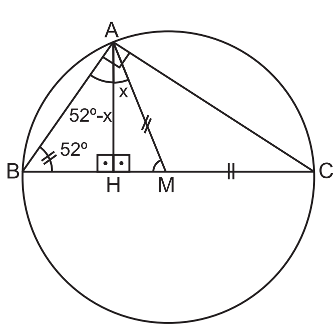
$\Leftrightarrow \alpha + \beta = 90° \Leftrightarrow \text{med}(B\hat{A}C) = 90° \Leftrightarrow B\hat{A}C$ é reto

8. **(UNIFENAS)** – Seja ABC um triângulo retângulo em A, cujo ângulo $\hat{B}$ mede 52°. O ângulo formado pela altura $\overline{AH}$ e pela mediana $\overline{AM}$ relativas à hipotenusa é:

a) 7° b) 14° c) 26° d) 38° e) 52°

Resolução

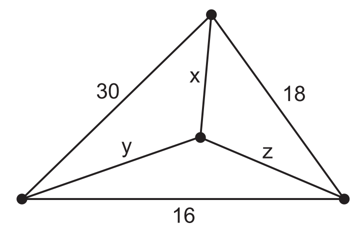
$52° + (52° - x) + 90° = 180° \Rightarrow x = 104° - 90° \Rightarrow x = 14°$



Resposta: B

Módulo 5 – Condição de Existência de Triângulos

9. **(MACKENZIE)** – No triângulo da figura, a soma das medidas **x**, **y** e **z** pode ser:



a) 25 b) 27 c) 29 d) 31 e) 33

Resolução

$$\left.\begin{array}{l} x + y > 30 \\ y + z > 16 \\ x + z > 18 \end{array}\right\} \Rightarrow 2x + 2y + 2z > 64 \Rightarrow x + y + z > 32$$

Resposta: E

10. **(UNICAMP)**

a) Quantos são os triângulos não congruentes cujas medidas dos lados, em metros, são NÚMEROS INTEIROS e cujos perímetros medem 11 metros?

b) Quantos dos triângulos considerados no item anterior são equiláteros? E quantos são isósceles?

Resolução

Sejam a, b e c os números inteiros que expressam, em metros, as medidas dos lados de um triângulo, com $a \geq b$, $b \geq c$ e $a + b + c = 11$.

Como $\dfrac{11}{3} \leqslant a < \dfrac{11}{2}$, tem-se a = 5 ou a = 4.

Assim, podemos montar a seguinte tabela para os valores de *a*, *b* e *c*.

a	b	c	a + b + c
5	5	1	11
5	4	2	11
5	3	3	11
4	4	3	11

Nela se observa que os triângulos "possíveis" são quatro e destes nenhum é equilátero, três são isósceles e um é escaleno.

Respostas: a) quatro triângulos

b) nenhum equilátero e três isósceles

Módulo 6 – Polígonos

11. **(UFSCar)** – Um polígono convexo com exatamente 35 diagonais tem

a) 6 lados. b) 9 lados. c) 10 lados.
d) 12 lados. e) 20 lados.

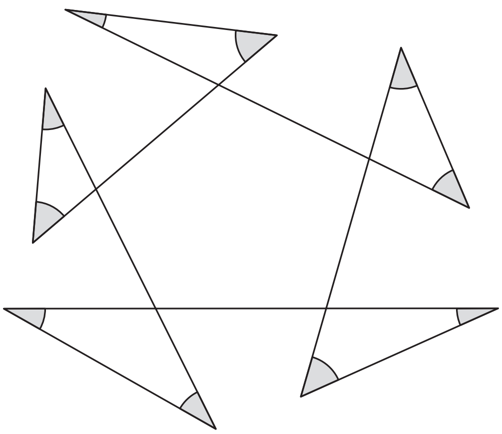
Resolução

$$\frac{n \cdot (n - 3)}{2} = 35 \Leftrightarrow n^2 - 3n - 70 = 0$$

Assim: $n = \dfrac{3 \pm 17}{2} \Leftrightarrow n = 10$, pois $n > 3$

Resposta: C

12. **(UFES)** – A soma das medidas dos dez ângulos agudos assinalados na figura abaixo é igual a:



a) 180°

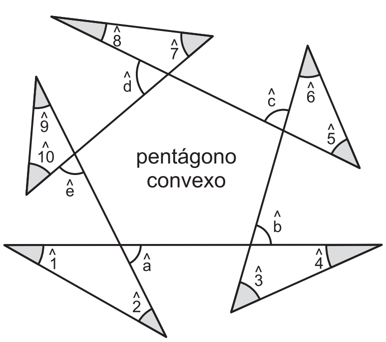
b) 360°

c) 540°

d) 720°

e) 1440°

Resolução



1º) $\hat{a} = 1 + 2, \hat{b} = 3 + 4, \quad \hat{c} = 5 + 6, \hat{d} = 7 + 8 \quad$ e $\quad \hat{e} = 9 + 10$

2º) $\hat{a} + \hat{b} + \hat{c} + \hat{d} + \hat{e} = 360°$ (soma das medidas dos ângulos externos de um pentágono convexo)

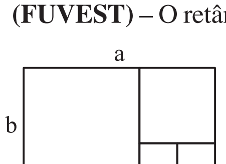
Assim, $(\hat{1} + \hat{2}) + (\hat{3} + \hat{4}) + (\hat{5} + \hat{6}) + (\hat{7} + \hat{8}) + (\hat{9} + \hat{10}) = 360° \Rightarrow$

$\Rightarrow \hat{1} + \hat{2} + \hat{3} + \hat{4} + \hat{5} + \hat{6} + \hat{7} + \hat{8} + \hat{9} + \hat{10} = 360°$

Resposta: B

Módulo 7 – Quadriláteros Notáveis

13. **(FUVEST)** – O retângulo, de dimensões **a** e **b**, está decomposto em quadrados. Qual o valor da razão **a/b**?



a) 5/3 b) 2/3 c) 2

d) 3/2 e) 1/2

Resolução

$\dfrac{a - b}{2} = b - (a - b) \Leftrightarrow a - b = 2(2b - a) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow a + 2a = 4b + b \Leftrightarrow 3a = 5b \Leftrightarrow \dfrac{a}{b} = \dfrac{5}{3}$

Resposta: A

14. Na figura seguinte, ABCD é um quadrado e CDE é um triângulo equilátero. A medida θ do ângulo $A\hat{E}B$ é igual a:

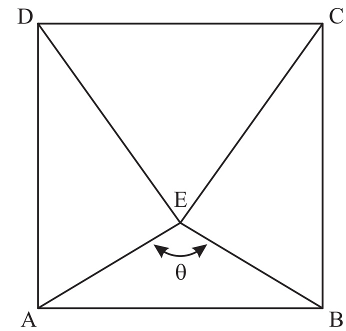
a) 110°

b) 120°

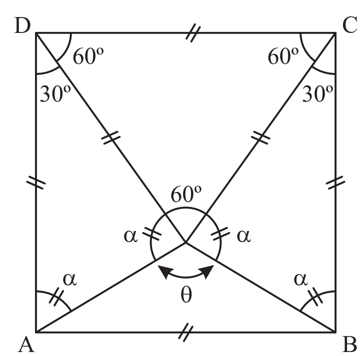
c) 130°

d) 140°

e) 150°



Resolução



Nos triângulos isósceles congruentes DAE e CEB, tem-se:

$\alpha + \alpha + 30° = 180° \Leftrightarrow \alpha = 75°$

Por outro lado, tem-se também:

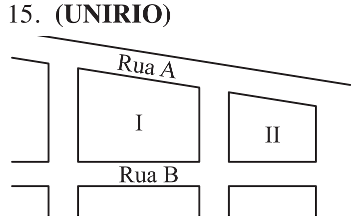
$\theta + 2\alpha + 60° = 360° \Leftrightarrow \theta + 2\alpha = 300°$

Assim: $\theta + 150° = 300° \Leftrightarrow \theta = 150°$

Resposta: E

Módulo 8 – Linhas Proporcionais

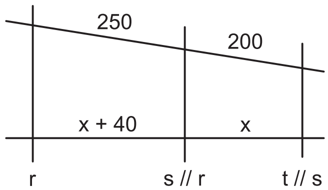
15. **(UNIRIO)**



No desenho ao lado apresentado, as frentes para a rua A dos quarteirões I e II medem, respectivamente, 250 m e 200 m, e a frente do quarteirão I para a rua B mede 40 m a mais do que a frente do quarteirão II para a mesma rua. Sendo assim, pode-se afirmar que a medida, em metros, da frente do menor dos dois quarteirões para a rua B é:

a) 160 b) 180 c) 200 d) 220 e) 240

Resolução



De acordo com o Teorema Linear de Tales, tem-se

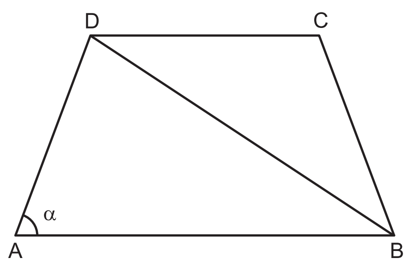
$$\frac{250}{200} = \frac{x + 40}{x} \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow x = 160$

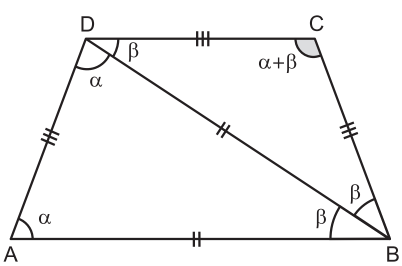
Resposta: A

16. No trapézio ABCD da figura seguinte, tem-se AB = BD e BC = CD = DA. A medida α do ângulo $B\hat{A}D$ assinalado é igual a:

a) 75° b) 72° c) 60° d) 45° e) 36°



Resolução

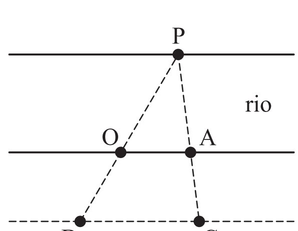


$$\left.\begin{array}{l} 2\alpha + \beta = 180° \\ \alpha + 3\beta = 180° \end{array}\right\} \alpha = 72°$$

Resposta: B

Módulo 9 – Semelhança de Triângulos

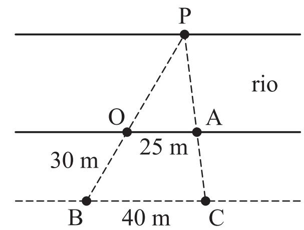
17. **(UNESP)** – Um observador situado num ponto O, localizado na margem de um rio, precisa determinar sua distância até um ponto P, localizado na outra margem, sem atravessar o rio. Para isso, marca, com estacas, outros pontos do lado da margem em que se encontra, de tal forma que P, O e B estão alinhados entre si e P, A e C também. Além disso, OA é paralelo a BC, OA = 25 m, BC = 40 m e OB = 30 m, conforme figura.



A distância, em metros, do observador em O até o ponto P é:

a) 30 b) 35 c) 40 d) 45 e) 50

Resolução

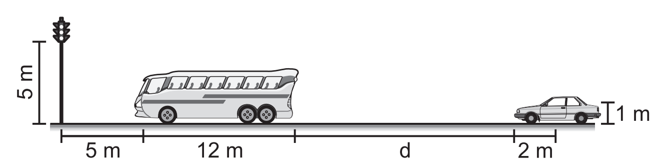


Como $\overleftrightarrow{OA}$ é paralela a $\overleftrightarrow{BC}$, os triângulos POA e PBC são semelhantes e, portanto,

$$\frac{PO}{PB} = \frac{OA}{BC} \Leftrightarrow \frac{PO}{PO + 30\,m} = \frac{25\ m}{40\ m} \Leftrightarrow PO = 50\ m$$

Resposta: E

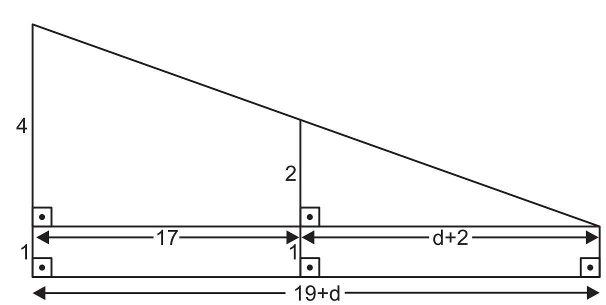
18. **(UFPR)** – Em uma rua, um ônibus com 12 m de comprimento e 3 m de altura está parado a 5 m de distância da base de um semáforo, o qual está a 5 m do chão. Atrás do ônibus, para um carro, cujo motorista tem os olhos a 1 m do chão e a 2 m da parte frontal do carro, conforme indica a figura abaixo. Determine a menor distância (d) que o carro pode ficar do ônibus de modo que o motorista possa enxergar o semáforo inteiro.



a) 13,5 m b) 14,0 m c) 14,5 m

d) 15,0 m e) 15,5 m

Resolução



Da semelhança entre os triângulos retângulos da figura, tem-se:

$$\frac{d + 19}{d + 2} = \frac{4}{2} \Leftrightarrow 2d + 4 = d + 19 \Leftrightarrow 2d - d = 19 - 4 \Leftrightarrow d = 15$$

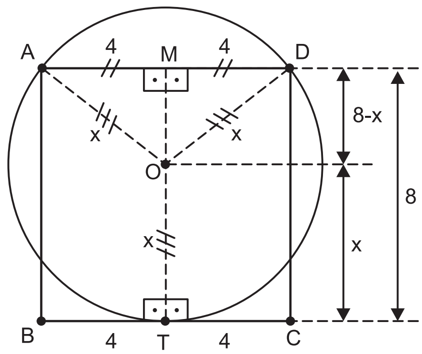
Resposta: D

Módulo 10 – Teorema de Pitágoras

19. **(UFTM)** – A partir de um quadrado ABCD de lado medindo 8 cm, desenha-se uma circunferência que passa pelos vértices A e D e é tangente ao lado $\overline{BC}$. A medida do raio da circunferência desenhada, em cm, é:

a) 4   b) 5   c) $4\sqrt{2}$ d) 6   e) $5\sqrt{2}$

Resolução



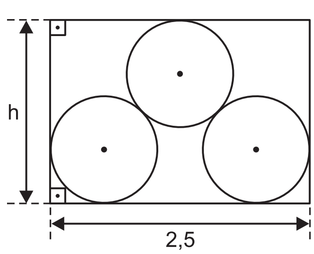
No triângulo retângulo MOD, onde OD = x, MD = 4 e OM = 8 – x, de acordo com o teorema de Pitágoras, tem-se:

$(OD)^2 = (OM)^2 + (MD)^2$

Assim: $x^2 = (8 - x)^2 + 4^2 \Leftrightarrow x^2 = 64 - 16x + x^2 + 16 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 16x = 80 \Leftrightarrow x = 5$

Resposta: B

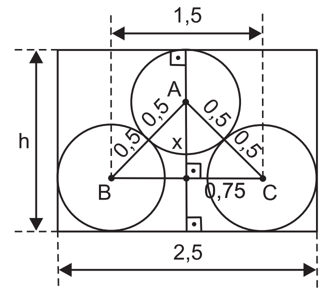
20. **(FUVEST)** - Um lenhador empilhou 3 troncos de madeira num caminhão de largura 2,5 m, conforme a figura ao lado. Cada tronco é um cilindro reto, cujo raio da base mede 0,5 m. Logo, a altura h, em metros, é:



a) $\dfrac{1+\sqrt{7}}{2}$ b) $\dfrac{1+\sqrt{7}}{3}$ c) $\dfrac{1+\sqrt{7}}{4}$

d) $1 + \dfrac{\sqrt{7}}{3}$ e) $1 + \dfrac{\sqrt{7}}{4}$

Resolução



Seja x a altura, em metros, relativa ao lado $\overline{BC}$ do triângulo isósceles ABC, no qual AB = AC = 1,0 m e BC = 1,5 m

De acordo com o teorema de Pitágoras, tem-se:

$x^2 + (0{,}75)^2 = 1^2 \Leftrightarrow x^2 + \left(\dfrac{3}{4}\right)^2 = 1^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 = 1 - \dfrac{9}{16} \Leftrightarrow x^2 = \dfrac{7}{16} \Leftrightarrow x = \dfrac{\sqrt{7}}{4}$

Como: $h = 0{,}5 + 0{,}5 + x$, tem-se: $h = 1 + x \Leftrightarrow h = 1 + \dfrac{\sqrt{7}}{4}$

Resposta: E

EXERCÍCIOS-TAREFA

Módulo 1 – Ângulos

1. O suplemento do complemento de um ângulo agudo de medida **x** (em graus) é igual a:

a) 90° – x   b) 90° + x   c) x – 90°
d) 180° – x   e) 360° – x

2. Calcule o complemento de um ângulo que mede 40° 30’ 30”.

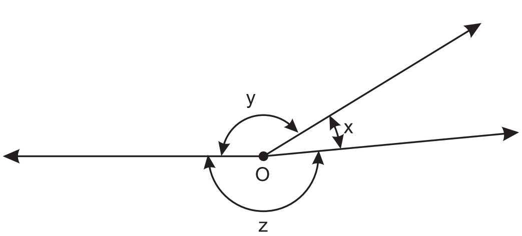
3. **(ESCOLA TÉCNICA FEDERAL-RJ)** – As medidas do complemento, do suplemento e do replemento de um ângulo de 40° são, respectivamente, iguais a:

a) 30°, 60° e 90°   b) 30°, 45° e 60°   c) 320°, 50° e 140°
d) 50°, 140° e 320°   e) 140°, 50° e 320°

4. **(CEAG)** – Dois ângulos adjacentes são suplementares. Então o ângulo formado pelas bissetrizes desses ângulos mede:

a) 65°   b) 75°   c) 80°   d) 85°   e) 90°

5. **(UEL)** – Na figura a seguir, as medidas **x**, **y** e **z** são diretamente proporcionais aos números 5, 20 e 25, respectivamente.



O suplemento do ângulo de medida **x** tem medida igual a

a) 144°   b) 128°   c) 116°   d) 82°   e) 54°

6. **(U.E. CEARÁ)** – O ângulo igual a $\frac{5}{4}$ do seu suplemento mede:
a) 100° b) 144° c) 36° d) 80° e) 72°

7. **(PUC-SP)** – Um ângulo mede a metade do seu complemento. Então esse ângulo mede:
a) 30° b) 60° c) 45° d) 90° e) 75°

8. **(U.F. UBERLÂNDIA)** – Dois ângulos consecutivos são complementares. Então, o ângulo formado pelas bissetrizes desses ângulos mede:
a) 20° b) 30° c) 35° d) 40° e) 45°

9. A soma de dois ângulos, que têm medidas (em graus) expressas por números ímpares consecutivos é 76°. Qual a medida do menor deles?

10. **(MACKENZIE)** – O complemento e o suplemento de 37° 20’ 07” medem, respectivamente:
a) 142° 39’ 53” e 52° 39’ 53” b) 52° 39’ 53” e 142° 39’ 53”
c) 53° 20’ 07” e 153° 20’ 07” d) 153° 20’ 07” e 53° 20’ 07”
e) 142° 39’ 53” e 53° 20’ 07”

11. **(UFES)** – O triplo do complemento de um ângulo é igual à terça parte do suplemento deste ângulo. Este ângulo mede:
a) 45° b) 48° 30’ c) 56° 15’
d) 60° e) 78° 45’

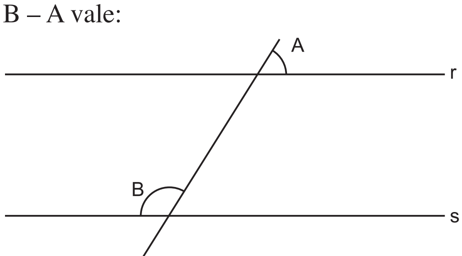
12. **(UFC)** – Sejam x + 10° e 2x + 50° as medidas em graus de dois arcos **a** e **b**, respectivamente. Qual é o menor valor positivo de **x**, de modo que **a** e **b** sejam suplementares?
a) 34° b) 38° c) 40° d) 92° e) 204°

13. **(UNESP)** – O triplo do suplemento de um ângulo θ é 63° 51’ 37’’. O valor aproximado do ângulo θ é
a) 68° 42’ 48’’. b) 117° 51’ 37’’. c) 132° 42’ 38’’.
d) 148° 40’ 27’’. e) 158° 42’ 48’’.

Módulo 2 – Retas Paralelas

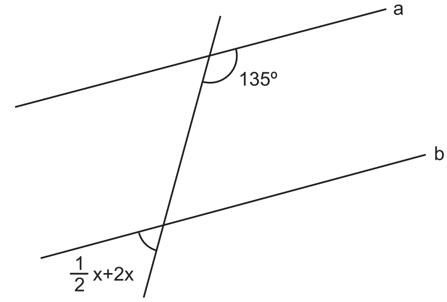
1. **(CESGRANRIO)** – Duas retas paralelas são cortadas por uma transversal, de modo que a soma de dois dos ângulos agudos formados vale 72°. Então, qualquer dos ângulos obtusos formados mede:
a) 142° b) 144° c) 148° d) 150° e) 152°

2. **(CESGRANRIO)** – As retas **r** e **s** da figura são paralelas cortadas pela transversal **t**. Se o ângulo **B** é o triplo de **A**, então B – A vale:



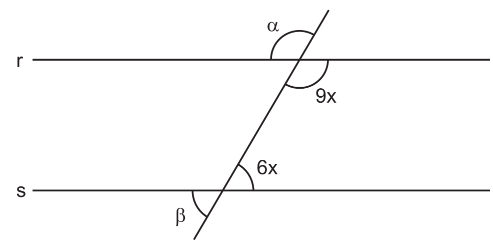
a) 90°
b) 85°
c) 80°
d) 75°
e) 60°

3. **(PUC-SP)** – Na figura seguinte, sendo **a** paralela a **b**, então o valor de **x** é:



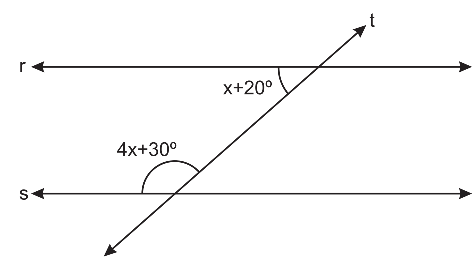
a) 18°
b) 45°
c) 90°
d) 60° 30’ 10”
e) 60°

4. **(PUC-SP)** – Se **r** é paralela a **s**, então **α** e **β** medem, respectivamente:



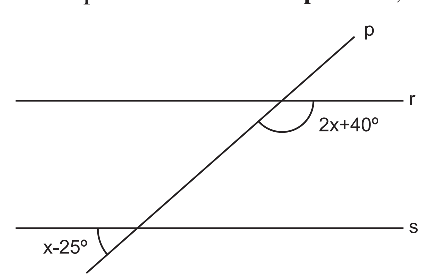
a) 120° e 60°
b) 100° e 80°
c) 108° e 72°
d) 150° e 30°
e) 90° e 60°

5. **(UNAERP)** – As retas **r** e **s** são interceptadas pela transversal “**t**”, conforme a figura. O valor de **x** para que **r** e **s** sejam paralelas é:



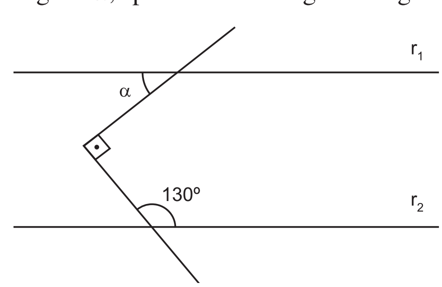
a) 20°
b) 26°
c) 28°
d) 30°
e) 35°

6. **(UFPB)** – Na figura abaixo, as retas paralelas **r** e **s** são cortadas pela reta transversal **p**. Então, o valor de **x** é:



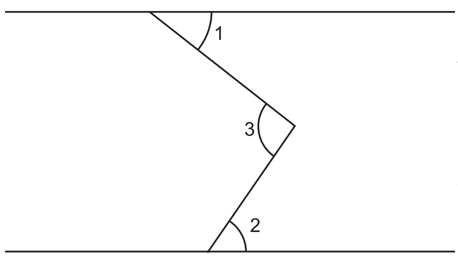
a) 55°
b) 40°
c) 35°
d) 60°
e) 45°

7. **(UNIRIO)** – As retas $\mathbf{r_1}$ e $\mathbf{r_2}$ são paralelas. O valor do ângulo **α**, apresentado na figura a seguir, é:



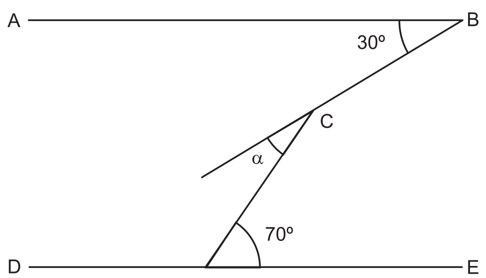
a) 40°
b) 45°
c) 50°
d) 65°
e) 130°

8. **(FUVEST)** – Na figura, as retas **r** e **s** são paralelas, o ângulo 1 mede 45° e o ângulo 2 mede 55°. A medida, em graus, do ângulo 3 é:



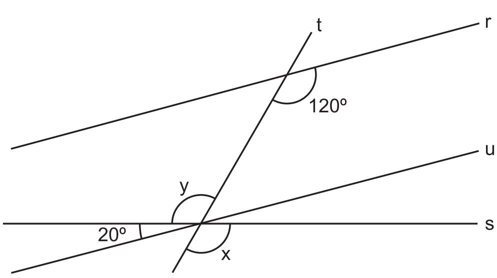
a) 50
b) 55
c) 60
d) 80
e) 100

9. **(MACKENZIE)** – Na figura, $\overleftrightarrow{AB}$ // $\overleftrightarrow{DE}$. O valor de α é:



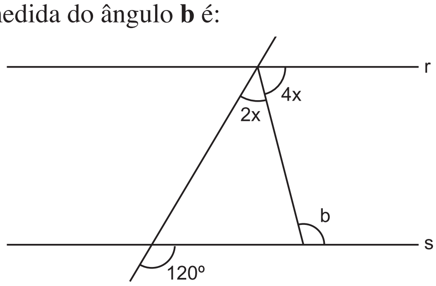
a) 80°
b) 40°
c) 20°
d) 15°
e) 30°

10. **(FGV-SP)** – Considere as retas **r**, **s**, **t** e **u**, todas num mesmo plano, com r//u. O valor em graus de (2x + 3y) é:



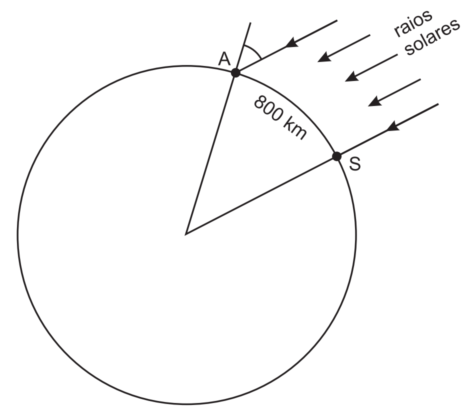
a) 64°
b) 500°
c) 520°
d) 660°
e) 580°

11. **(UFGO)** – Na figura abaixo, as retas **r** e **s** são paralelas. A medida do ângulo **b** é:



a) 100°
b) 120°
c) 110°
d) 140°
e) 130°

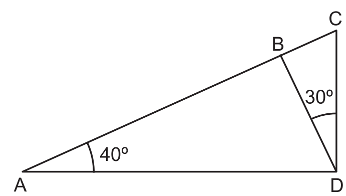
12. **(UNICAMP)** – Para calcular a circunferência terrestre, o sábio Eratóstenes valeu-se da distância conhecida de 800 km entre as localidades de Alexandria e Siena no Egito (A e S, respectivamente), situadas no mesmo meridiano terrestre. Ele sabia que, quando em Siena os raios solares caíam verticalmente, em Alexandria eles faziam um ângulo de 7,2° com a vertical. Calcule, com esses dados, a circunferência terrestre, isto é, o comprimento de uma volta completa em torno da Terra.



Módulo 3 – Triângulos

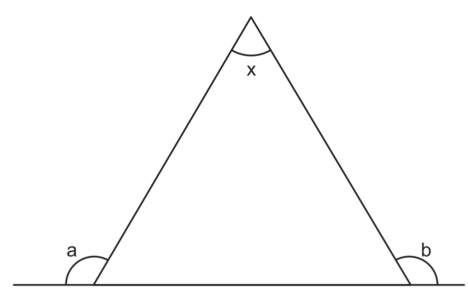
1. **(PUC-MG)** – Na figura seguinte, o ângulo $A\hat{D}C$ é reto. O valor em graus do ângulo $C\hat{B}D$ é igual a:

a) 95 b) 100 c) 105 d) 110 e) 120



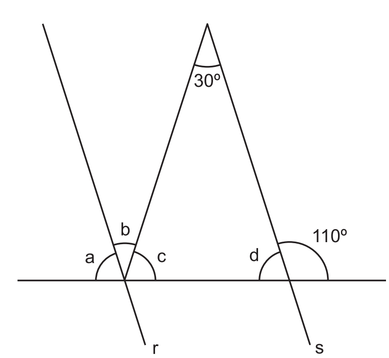
2. **(PUC-SP)** – Na figura seguinte, a = 100° e b = 110°. Quanto mede o ângulo x?

a) 30° b) 50° c) 80° d) 100° e) 120°



3. **(PUC-SP)** – Na figura seguinte, as retas **r** e **s** são paralelas. Então, os ângulos **a**, **b**, **c** e **d** medem, nessa ordem:

a) 60°, 30°, 70° e 60°
b) 70°, 30°, 80° e 70°
c) 60°, 45°, 80° e 60°
d) 80°, 45°, 70° e 80°
e) 70°, 30°, 70° e 70°



4. **(MACKENZIE)** – O maior dos ângulos externos de um triângulo mede 160°. Se as medidas dos ângulos internos estão em progressão aritmética, dois deles medem, respectivamente:

a) 60° e 100° b) 60° e 90° c) 20° e 75°
d) 45° e 105° e) 60° e 90°

5. **(MACKENZIE)** – Se a medida de um ângulo interno de um triângulo é igual à soma das medidas dos outros dois ângulos internos, então, necessariamente, este triângulo.

a) é retângulo
b) é equilátero
c) tem lados de medidas 3, 4 e 5
d) é isósceles, sem ser equilátero
e) tem um ângulo interno de 30°

6. **(FUVEST)** – Num triângulo ABC, os ângulos $\hat{B}$ e $\hat{C}$ medem 50° e 70°, respectivamente. A bissetriz relativa ao vértice A forma com a reta BC ângulos proporcionais a:

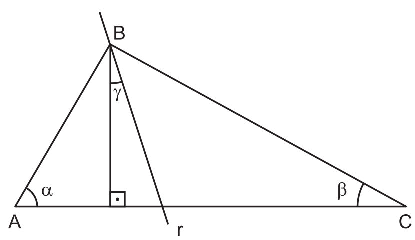
a) 1 e 2 b) 2 e 3 c) 3 e 4 d) 4 e 5 e) 5 e 6

7. **(FUVEST)** – Um triângulo ABC tem ângulo $\hat{A}$ = 40° e $\hat{B}$ = 50°. Qual o ângulo formado pelas alturas relativas aos vértices $\hat{A}$ e $\hat{B}$ desse triângulo?

a) 30° b) 45° c) 60° d) 90° e) 120°

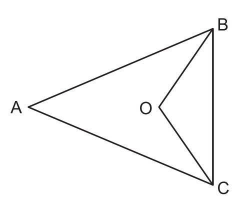
8. **(FATEC)** – Na figura seguinte, **r** é bissetriz do ângulo $A\hat{B}C$. Se $\alpha = 40°$ e $\beta = 30°$, então:

a) $\gamma = 0°$ b) $\gamma = 5°$ c) $\gamma = 35°$ d) $\gamma = 15°$
e) os dados são insuficientes para a determinação de γ.



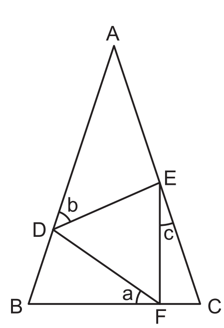
9. **(FUVEST)** – Num triângulo isósceles, o ângulo $\hat{A}$ mede 100°. Qual o ângulo formado pelas alturas que não passam pelo vértice A?

10. **(FUVEST)** – Na figura ao lado, AB = AC, O é o ponto de encontro das bissetrizes do triângulo ABC, e o ângulo $B\hat{O}C$ é o triplo do ângulo $\hat{A}$. Então a medida do ângulo $\hat{A}$ é:



a) 18° b) 12° c) 24° d) 36° e) 15°

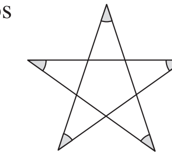
11. **(SANTO ANDRÉ)** – O triângulo ABC é isósceles, com AB = AC. Nele está inscrito um triângulo $D\hat{E}F$ equilátero. Designando o ângulo $B\hat{F}D$ por **a**, o ângulo $A\hat{D}E$ por **b** e o ângulo $F\hat{E}C$ por **c**, temos:



a) $b = \dfrac{a + c}{2}$ b) $b = \dfrac{a - c}{2}$

c) $a = \dfrac{b - c}{2}$ d) $c = \dfrac{a + b}{2}$ e) $a = \dfrac{b + c}{2}$

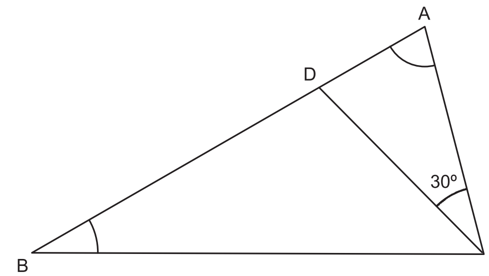
12. **(PUC-SP)** – A soma dos ângulos assinalados na figura vale:



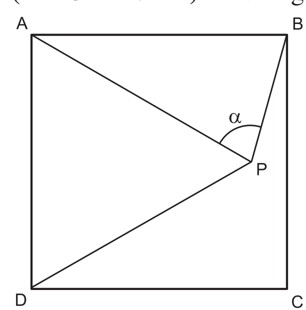
a) 90° b) 180° c) 270°
d) 360° e) 540°

13. **(MACKENZIE)** – No triângulo abaixo, temos AB = BC e CD = AC. Se x e y são as medidas em graus dos ângulos $\hat{A}$ e $\hat{B}$, respectivamente, então x + y é igual a

a) 120° b) 110° c) 115° d) 95° e) 105°

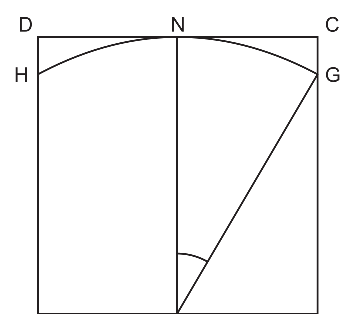


14. **(MACKENZIE)** – Na figura, ABCD é um quadrado e APD é um triângulo equilátero. A medida do ângulo α, em graus, é



a) 65. b) 55.
c) 80. d) 60.
e) 75.

15. **(UFPE)** – Na ilustração a seguir, ABCD é um quadrado, M e N são os pontos médios e respectivos dos lados AB e CD, e G e H pertencem à circunferência com centro em M e raio MN.

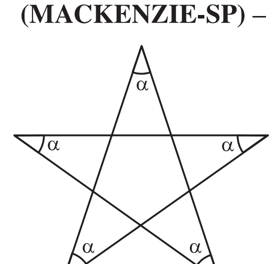


Qual a medida do ângulo GMN?

a) 33° b) 32° c) 31° d) 30° e) 29°

Módulo 4 – Congruência de Triângulos

1. **(MACKENZIE-SP)** – Na figura, o ângulo α mede:

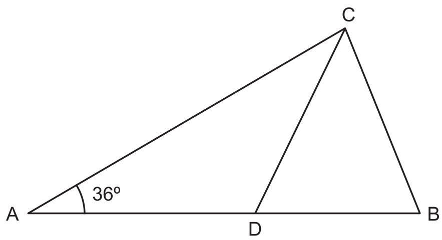


a) 18°
b) 36°
c) 54°
d) 20°
e) 25°

2. **(FUVEST)** – Na figura abaixo AB = AC, CB = CD e $\hat{A}$ = 36°.

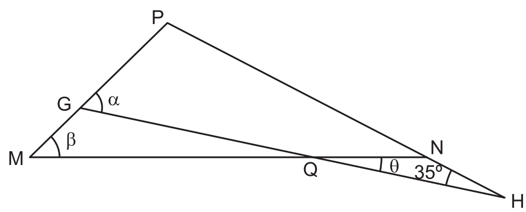
a) Calcule os ângulos $D\hat{C}B$ e $A\hat{D}C$.

b) Prove que AD = BC.



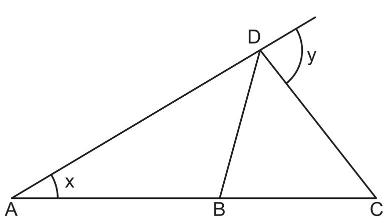
3. **(UEC)** – Na figura MP = NP, NQ = NH e $\hat{H}$ = 35°. O valor, em graus, de $\hat{\alpha} + \hat{\beta} + \hat{\theta}$, é:

a) 190 b) 195 c) 205 d) 210



4. **(FUVEST)** – Um avião levanta vôo para ir da cidade A à cidade B, situada a 500 km de distância. Depois de voar 250 km em linha reta o piloto descobre que a rota está errada e, para corrigi-la, ele altera a direção de vôo de um ângulo de 90º. Se a rota não tivesse sido corrigida, a que distância ele estaria de B após ter voado os 500 km previstos?

5. **(FUVEST)** – Na figura, AB = BD = CD. Então:



a) y = 3x

b) y = 2x

c) x + y = 180°

d) x = y

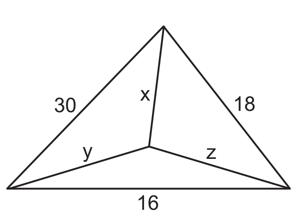
e) 3x = 2y

6. **(FUVEST)** –

a) Demonstre que a soma dos ângulos internos de um triângulo vale 180°.

b) Num triângulo isósceles, um dos ângulos mede 100°. Quanto mede cada um dos outros ângulos?

7. **(FUVEST)** – Na figura, AB = AC, BX = BY e CZ = CY. Se o ângulo $\hat{A}$ mede 40°, então o ângulo $X\hat{Y}Z$ mede



a) 40°

b) 50°

c) 60°

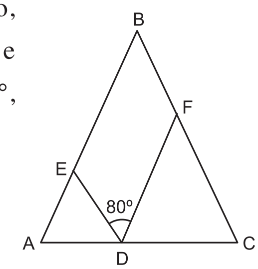
d) 70°

e) 90°

8. **(FUVEST)** – Na figura ao lado, tem-se que AD = AE, CD = CF e BA = BC. Se o ângulo $E\hat{D}F$ mede 80°, então o ângulo $A\hat{B}C$ mede:

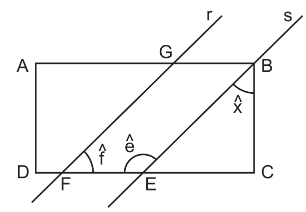
a) 20° b) 30° c) 50°

d) 60° e) 90°



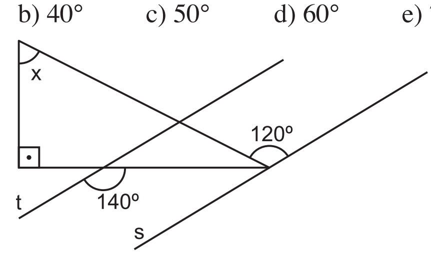
9. **(VUNESP)** – Na figura, o retângulo ABCD é cortado por duas retas paralelas r e s. Sabendo que o ângulo ê mede o quádruplo do ângulo $\hat{f}$, concluímos que a medida do ângulo $\hat{x}$, em graus, é:

a) 144 b) 60 c) 54 d) 36 e) 30



10. **(FUVEST)** – As retas t e s são paralelas. A medida do ângulo x, em graus, é

a) 30° b) 40° c) 50° d) 60° e) 70°



11. **(FUVEST)** – A hipotenusa de um triângulo retângulo mede 20 cm e um dos ângulos mede 20°.

a) Qual a medida da mediana relativa à hipotenusa?

b) Qual a medida do ângulo formado por essa mediana e pela bissetriz do ângulo reto?

12. **(UNIV. ESTADUAL DO PARÁ)** – Seja ABC um triângulo retângulo, onde $\hat{A}$ = 90°. Se a altura $\overline{AH}$ forma com a mediana $\overline{AM}$ um ângulo de 20°, então os ângulos agudos desse triângulo são:

a) 40° e 50° b) 35° e 55° c) 30° e 60°

d) 25° e 65° e) 45° e 45°

Módulo 5 – Condição de Existência de Triângulos

1. No triângulo ABC da figura seguinte tem-se: AB = x, BC = y e AC = z. Qual das afirmações abaixo é falsa?

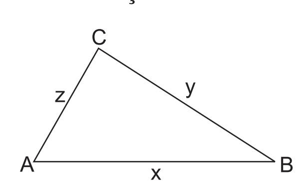
a) $x < y + z$

b) $y < x + z$

c) $z < x + y$

d) $|y - z| < x < y + z$

e) $x + y < z$



2. Em um triângulo, dois lados medem, respectivamente, 5 e 8. O menor valor inteiro possível para a medida do terceiro lado é:
a) 3 b) 4 c) 5 d) 12 e) 13

3. **(PUC-SP)** – Se **a**, **b** e **c** são medidas de três segmentos, então:
a) se a < b < c, então existe um triângulo cujos lados medem a, b e c.
b) se a = b + c, então existe um triângulo cujos lados medem a, b e c.
c) se a < b + c, então existe um triângulo cujos lados medem a, b e c.
d) se a > b + c, então existe um triângulo cujos lados medem a, b e c.
e) todas as afirmações anteriores são falsas.

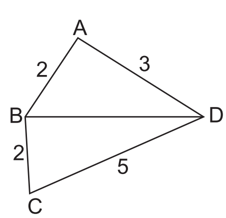
4. **(UFGO)** – Se dois lados de um triângulo medem respectivamente 3 cm e 4 cm, podemos afirmar que a medida do terceiro lado é:
a) igual a 5 cm b) igual a 1 cm c) igual a $\sqrt{7}$ cm
d) menor que 7 cm e) maior que 2 cm

5. **(COLÉGIO NAVAL)** – Dois lados de um triângulo são iguais a 4cm e 6cm. O terceiro lado é um número inteiro expresso por $x^2 + 1$, com $x \in \mathbb{Z}$. O seu perímetro é:
a) 13 cm b) 14 cm c) 15 cm d) 16 cm e) 20 cm

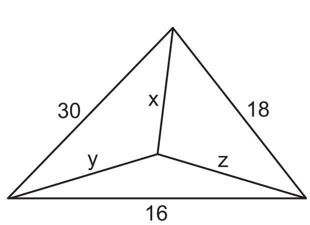
6. **(ESPECEX)** – As medidas dos lados de um triângulo exprimem-se por $x + 1$, $2x$ e $x^2 - 5$ e estão em progressão aritmética, nessa ordem. O perímetro desse triângulo é:
a) 12 b) 24 c) 36 d) 48

7. **(FUND. CARLOS CHAGAS-SP)** – Em um triângulo acutângulo, se a medida α de um ângulo é menor que a de seu complemento, então pode-se afirmar que:
a) $\alpha > 80°$ b) $75° < \alpha < 80°$ c) $60° < \alpha < 75°$
d) $45° < \alpha < 60°$ e) $\alpha < 45°$

8. **(MACKENZIE)** – Se no quadrilátero ABCD da figura, a medida de $\overline{BD}$ for um número natural, então esse número será:
a) 8 b) 7 c) 6 d) 5 e) 4



9. **(MACKENZIE)** – No triângulo da figura, a soma das medidas x, y e z pode ser
a) 25 b) 27 c) 29 d) 31 e) 33



10. Dos infinitos triângulos escalenos que se pode construir de lados com medidas expressas por números inteiros, quantos têm perímetro não superior a 13 unidades?
a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

11. As medidas dos lados de um triângulo são respectivamente iguais a $x + 1$, $2x - 1$ e $4 - x$. Um possível valor para x é:

a) $\dfrac{2}{3}$ b) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ c) 1 d) $\sqrt{2}$ e) $\sqrt{10}$

12. **(UNICAMP)** – Mostre que em qualquer quadrilátero convexo o quociente do perímetro pela soma das diagonais é maior que 1 e menor que 2.

Módulo 6 – Polígonos

1. **(UFSCar)** – Um polígono regular com exatamente 35 diagonais tem:
a) 6 lados b) 9 lados c) 10 lados
d) 12 lados e) 20 lados

2. **(FEI)** – A sequência a seguir representa o número de diagonais **d** de um polígono convexo de **n** lados.

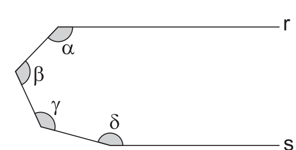
n	3	4	5	6	7	…	13
d	0	2	5	9	14	…	x

O valor de **x** é:
a) 44 b) 60 c) 65 d) 77 e) 91

3. **(UNIABC)** – Um joalheiro recebe uma encomenda para uma jóia poligonal. O comprador exige que o número de lados seja igual ao número de diagonais. Sendo assim, o joalheiro deve produzir uma jóia:
a) triangular b) quadrangular c) pentagonal
d) hexagonal e) decagonal

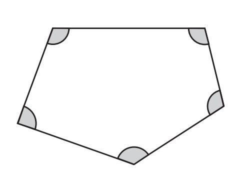
4. **(FAAP)** – A medida mais próxima de cada ângulo externo do heptágono regular da moeda de R$ 0,25 é:
a) 60° b) 45° c) 36°
d) 83° e) 51°

5. **(UFES)** – Na figura, as retas r e s são paralelas. A soma $\alpha + \beta + \gamma + \delta$ das medidas dos ângulos indicados na figura é:



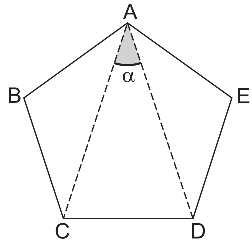
a) 180° b) 270° c) 360°
d) 480° e) 540°

6. **(MACKENZIE-SP)** – As medidas dos ângulos assinalados na figura ao lado formam uma progressão aritmética. Então, necessariamente, um deles sempre mede:



a) 72° b) 90° c) 98° d) 108° e) 120°

7. **(FUVEST)** – Na figura ao lado, ABCDE é um pentágono regular. A medida, em graus, do ângulo α é:



a) 32° b) 34°
c) 36° d) 38°
e) 40°

8. **(ITA-SP)** – De dois polígonos convexos, um tem a mais que o outro 6 lados e 39 diagonais. Então, a soma total dos números de vértices e de diagonais dos dois polígonos é igual a:
a) 63 b) 65 c) 66 d) 70 e) 77

9. **(MACKENZIE)** – Os lados de um polígono regular de **n** lados, n > 4, são prolongados para formar uma estrela. O número de graus em cada vértice da estrela é:

a) $\dfrac{360°}{n}$ b) $\dfrac{(n-4)\,.\,180°}{n}$ c) $\dfrac{(n-2)\,.\,180°}{n}$

d) $180° - \dfrac{90°}{n}$ e) $\dfrac{180°}{n}$ s

10. **(ITA)** – O número de diagonais de um polígono regular de 2n lados, que não passam pelo centro da circunferência circunscrita a esse polígono, é dado por:

a) 2n(n – 2) b) 2n(n – 1) c) 2n(n – 3)

d) $\dfrac{n\,.\,(n-5)}{2}$ e) n.d.a.

11. **(FUVEST)** – Considerando um polígono regular de **n** lados, n ≥ 4, e tomando-se ao acaso uma das diagonais do polígono, a probabilidade de que ela passe pelo centro é:

a) 0 se n é par b) $\dfrac{1}{2}$ se n é ímpar

c) 1 se n é par d) $\dfrac{1}{n}$ se n é ímpar

e) $\dfrac{1}{n-3}$ se n é par

12. **(FUVEST)** – Dois ângulos internos de um polígono convexo medem 130° cada um e os demais ângulos internos medem 128° cada um. O número de lados do polígono é
a) 6 b) 7 c) 13 d) 16 e) 17

Módulo 7 – Quadriláteros Notáveis

1. **(CESGRANRIO)** – Em um trapézio retângulo, o menor ângulo mede 35°. O maior ângulo desse polígono mede:
a) 155° b) 150° c) 145° d) 142° e) 140°

2. **(UNESP)** – A afirmação **falsa** é:
a) Todo quadrado é um losango.
b) Existem retângulos que não são losangos.
c) Todo paralelogramo é um quadrilátero.
d) Todo quadrado é um retângulo.
e) Um losango pode não ser paralelogramo.

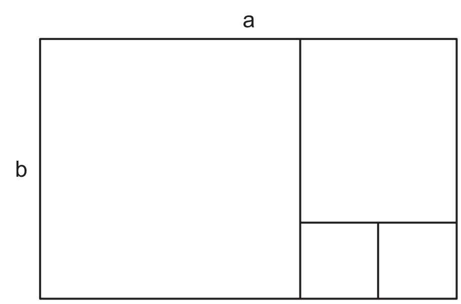
3. **(UNESP)** – Considere as seguintes proposições:
- todo quadrado é um losango.
- todo quadrado é um retângulo.
- todo retângulo é um paralelogramo.
- todo triângulo equilátero é isósceles.

Pode-se afirmar que:
a) só uma é verdadeira
b) todas são verdadeiras
c) só uma é falsa
d) duas são verdadeiras e duas são falsas
e) todas são falsas

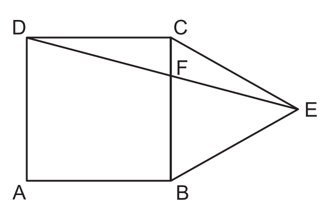
4. **(PUC-SP)** – Num teste de múltipla escolha, propõe-se um problema que se refere a quadriláteros. As opções do teste são:
a) paralelogramo b) losango
c) retângulo d) quadrado
e) nenhuma das anteriores

Um candidato descobre que a opção **e** é incorreta e que o teste possui uma única opção correta. Logo, o candidato, para acertar o teste, deverá assinalar a opção:
a) a b) b c) c d) d e) e

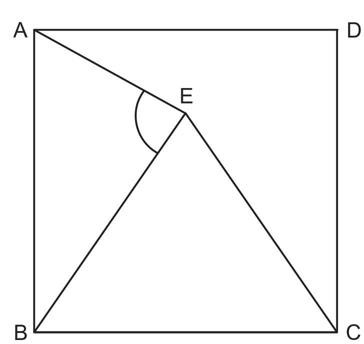
5. **(FUVEST)** – O retângulo a seguir de dimensões **a** e **b** está decomposto em quadrados. Qual o valor da razão a/b?
a) 5/3 b) 2/3 c) 2 d) 3/2 e) 1/2



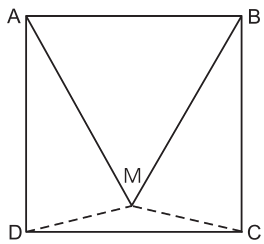
6. **(ESPCEX)** – Na figura seguinte, ABCD é um quadrado e BCE é um triângulo equilátero. Calcular, em graus, a medida do ângulo $B\hat{F}D$.



7. **(UFMG)** – Na figura, ABCD é um quadrado e BCE é um triângulo equilátero. A medida do ângulo $A\hat{E}B$, em graus, é:
a) 30 b) 49 c) 60 d) 75 e) 90

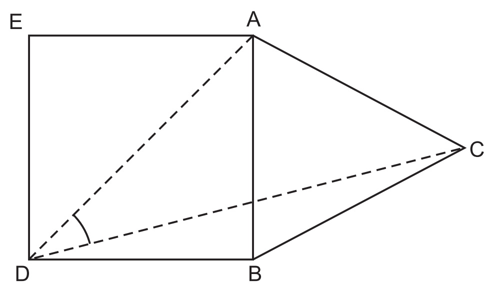


8. **(ITAJUBÁ)** – Na figura abaixo, ABCD é um quadrado e ABM é um triângulo equilátero. Então quanto mede o ângulo $C\hat{M}D$?



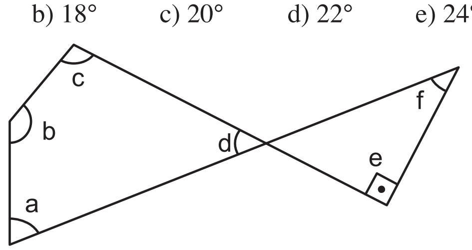
9. **(UNIP)** – O quadrilátero ABDE é um quadrado e o triângulo ABC é equilátero. O ângulo $C\hat{D}A$ vale:

a) 15° b) 20° c) 25° d) 30° e) 35°



10. **(FUVEST)** – Na figura abaixo os ângulos $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{c}$ e $\hat{d}$ medem respectivamente, $\dfrac{x}{2}$, 2x, $\dfrac{3x}{2}$ e x. O ângulo $\hat{e}$ é reto. Qual a medida do ângulo $\hat{f}$?

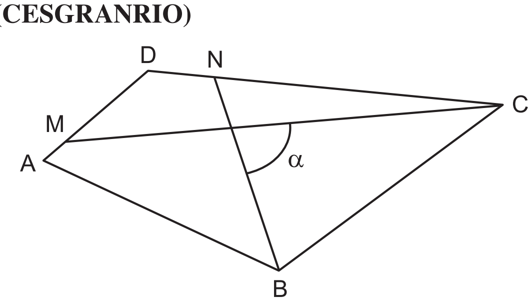
a) 16° b) 18° c) 20° d) 22° e) 24°



11. **(MACKENZIE)** – Num quadrilátero convexo, a soma de dois ângulos internos consecutivos mede 190°. O maior dos ângulos formados pelas bissetrizes internas dos dois outros ângulos mede:

a) 105° b) 100° c) 90° d) 95° e) 85°

12. **(CESGRANRIO)**

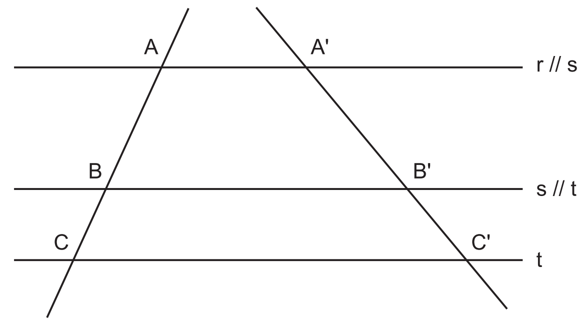


No quadrilátero ABCD da figura anterior, são traçadas as bissetrizes CM e BN, que formam entre si o ângulo α. A soma dos ângulos internos **A** e **D** desse quadrilátero corresponde a:

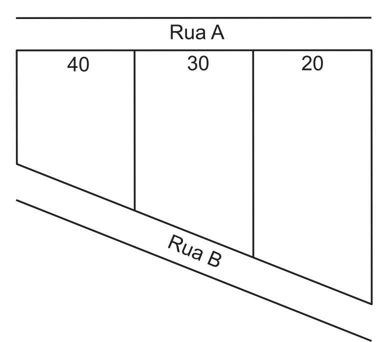
a) α/4 b) α/2 c) α d) 2α e) 3α

Módulo 8 – Linhas Proporcionais

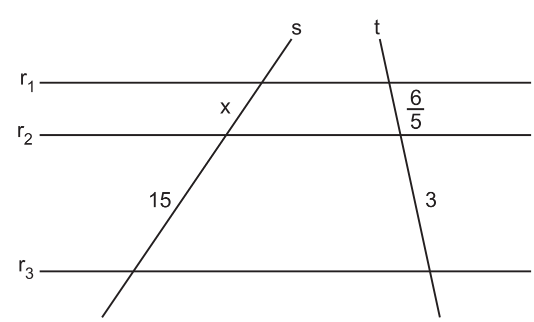
1. **(UnB)** – Considere a figura abaixo. Sabendo-se que os segmentos $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{A'B'}$ têm comprimentos 4 cm, 2 cm e 8 cm, respectivamente, determine o comprimento do segmento $\overline{B'C'}$.



2. **(FEI-SP)** – Três terrenos têm frentes para a rua "A" e para a rua "B", conforme a figura. As divisas laterais são perpendiculares à rua "A". Qual a medida de frente para a rua "B" de cada lote, sabendo-se que a frente total para essa rua é 120 m?



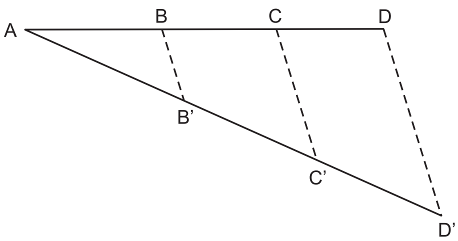
3. **(CESGRANRIO)**



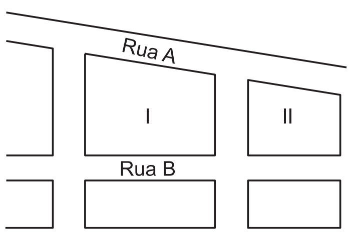
As retas r_1, r_2 e r_3 são paralelas e os comprimentos dos segmentos das transversais **s** e **t** são os indicados na figura. Então **x** é igual a

a) $\dfrac{21}{5}$ b) $\dfrac{15}{2}$ c) 5 d) $\dfrac{8}{5}$ e) 6

4. **(UNICAMP)** – A figura seguinte mostra um segmento $\overline{AD}$ dividido em três partes: AB = 2 cm, BC = 3 cm e CD = 5 cm. O segmento $\overline{AD'}$ mede 13 cm e as retas $\overleftrightarrow{BB'}$ e $\overleftrightarrow{CC'}$ são paralelas a $\overleftrightarrow{DD'}$. Determine os comprimentos dos segmentos $\overline{AB'}$, $\overline{B'C'}$ e $\overline{C'D'}$.



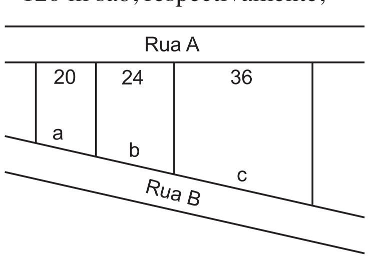
5. **(UNIRIO-RJ)**



No desenho acima apresentado, as frentes para a rua **A** dos quarteirões **I** e **II** medem, respectivamente, 250 m e 200 m, e a frente do quarteirão **I** para a rua **B** mede 40 m a mais do que a frente do quarteirão **II** para a mesma rua. Sendo assim, pode-se afirmar que a medida, em metros, da frente do menor dos dois quarteirões para a rua **B** é

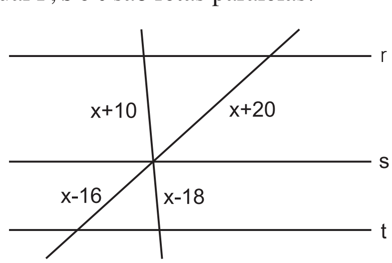
a) 160 b) 180 c) 200 d) 220 e) 240

6. **(FAAP)** – O proprietário de uma área quer dividi-la em três lotes, conforme a figura abaixo. Os valores de **a**, **b** e **c**, em metros, sabendo-se que as laterais dos terrenos são paralelas e que a + b + c = 120 m são, respectivamente,

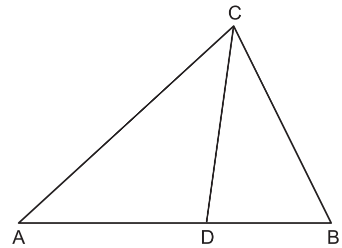


a) 40, 40 e 40 m b) 30, 30 e 60 m c) 36, 64 e 20 m
d) 30, 36 e 54 m e) 30, 46 e 44 m

7. **(UnB)** – Determine o valor de **x** com os dados da figura abaixo, na qual **r**, **s** e **t** são retas paralelas.



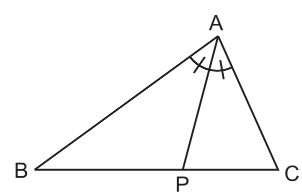
8. **(CESGRANRIO)** – No triângulo ABC da figura, $\overline{CD}$ é a bissetriz do ângulo interno em **C**. Se AD = 3 cm, DB = 2 cm e AC = 4 cm, então o lado $\overline{BC}$ mede, em centímetros



a) 3 b) $\dfrac{5}{2}$ c) $\dfrac{7}{2}$ d) $\dfrac{8}{3}$ e) 4

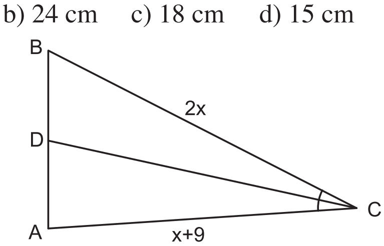
9. **(FEI-SP)** – O perímetro de um triângulo ABC é 100 m. A bissetriz interna do ângulo $\hat{A}$ divide o lado oposto $\overline{BC}$ em dois segmentos de 16 m e 24 m. Determinar os lados desse triângulo.

10. No esquema abaixo, os segmentos $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$ representam as trajetórias (retilíneas) entre as cidades **A**, **B** e **C**. No ponto **P** será construído um posto de gasolina. Determine a distância do posto à cidade **B**, sabendo-se que: AB = 18 km, AC = 14 km, BC = 16 km e $B\hat{A}P \cong C\hat{A}P$.

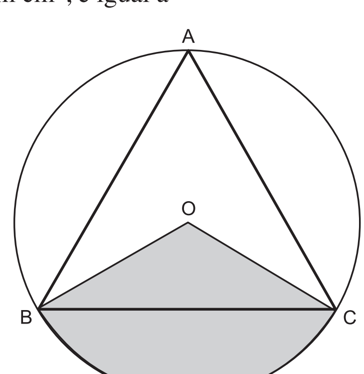


11. **(UNIUBE)** – Na figura, $\overrightarrow{CD}$ é bissetriz interna do ângulo $\hat{C}$. Sendo AD = 12 cm e BD = 15 cm, a medida do segmento $\overline{AC}$ é igual a

a) 30 cm b) 24 cm c) 18 cm d) 15 cm e) 10 cm



12. **(MACKENZIE)** – Se, na figura, o lado do triângulo equilátero ABC mede 6 cm, então a área da região sombreada, em cm^2, é igual a



a) $4\pi\sqrt{3}$.

b) 3π.

c) $\dfrac{5\sqrt{3}}{2}\pi$.

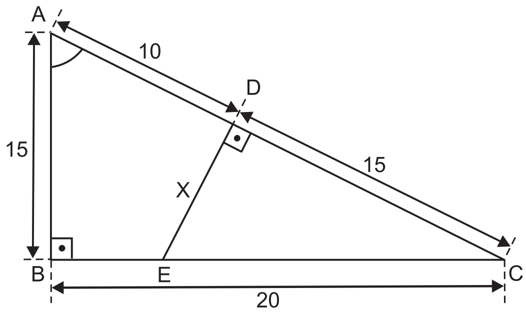
d) 4π.

e) $2\pi\sqrt{3}$.

Módulo 9 – Semelhança de Triângulos

1. **(MACKENZIE-SP)** – Na figura abaixo, a medida **x** vale:

a) 12,75 b) 12,25 c) 11,75 d) 11,25 e) 11,00

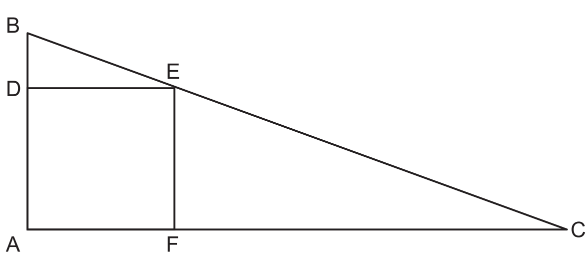


2. **(FUVEST)** – A sombra de um poste vertical, projetada pelo sol sobre um chão plano, mede 12 m. Nesse mesmo instante, a sombra de um bastão vertical de 1 m de altura mede 0,6 m. A altura do poste é:

a) 6 m b) 7,2 m c) 12 m d) 20 m e) 72 m

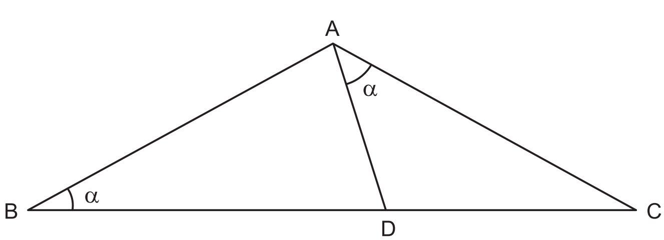
3. **(FUVEST)** – Na figura, o triângulo ABC é retângulo em **A**, ADEF é um quadrado, AB = 1 e AC = 3. Quanto mede o lado do quadrado?

a) 0,70 b) 0,75 c) 0,80 d) 0,85 e) 0,90



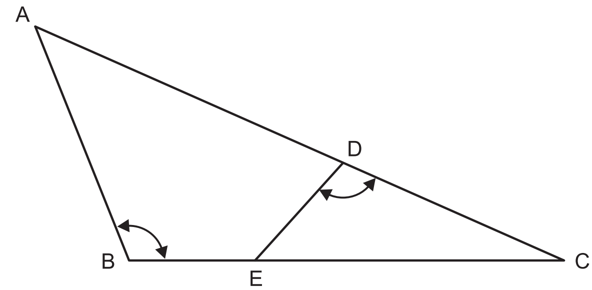
4. **(UFSE)** – Na figura abaixo, são dados AC = 8 cm e CD = 4 cm. A medida de $\overline{BD}$ é, em centímetros

a) 9 b) 10 c) 12 d) 15 e) 16



5. **(UEL)** – Os ângulos $A\hat{B}C$ e $E\hat{D}C$ da figura seguinte são congruentes. Se AB = 6 cm, BC = 9 cm, AC = 12 cm e DE = 4 cm, então o perímetro do triângulo EDC, em centímetros, é:

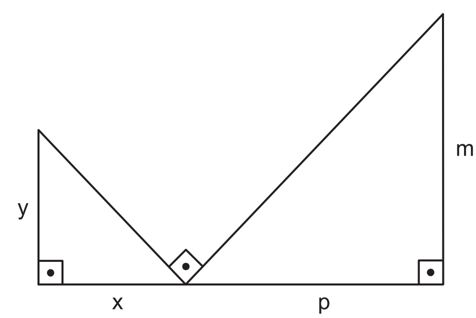
a) 15 b) 16 c) 18 d) 19 e) 21



6. **(FUVEST)** – Na figura, os ângulos assinalados são retos. Temos necessariamente:

a) $\frac{x}{y} = \frac{p}{m}$ b) $\frac{x}{y} = \frac{m}{p}$ c) xy = pm

d) $x^2 + y^2 = p^2 + m^2$ e) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{m} + \frac{1}{p}$



7. **(UNESP)** – Um obelisco de 12 m de altura projeta, num certo momento, uma sombra de 4,8 m de extensão. Calcule a distância máxima que uma pessoa de 1,80 m de altura poderá se afastar do centro da base do obelisco, ao longo da sombra, para, em pé, continuar totalmente na sombra.

8. **(CESGRANRIO)** – Certa noite, uma moça de 1,50 m de altura estava a dois metros de distância de um poste de luz de 4 m de altura. O comprimento da sombra da moça no chão era de

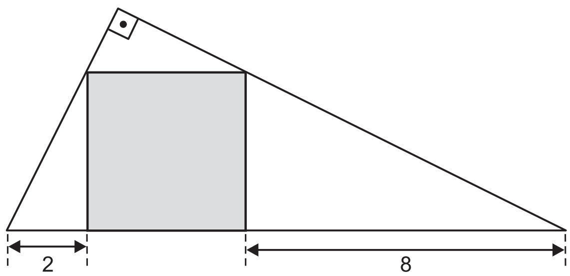
a) 0,75 m b) 1,20 m c) 1,80 m
d) 2,40 m e) 3,20 m

9. **(ITA)** – Considere um quadrilátero ABCD cujas diagonais AC e BD medem 5 cm e 6 cm respectivamente. Se **R**, **S**, **T** e **U** são os pontos médios dos lados do quadrilátero dado, então o perímetro do quadrilátero RSTU vale:

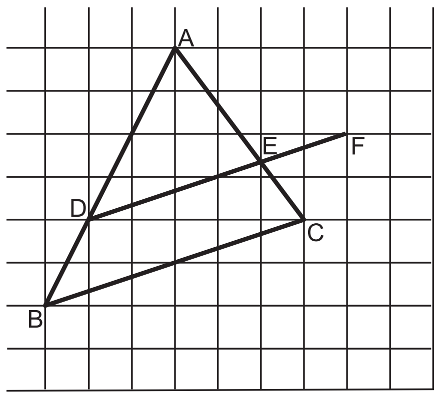
a) 22 cm b) 5,5 cm c) 8,5 cm d) 11 cm e) 13 cm

10. **(MACKENZIE)** – A área do quadrado assinalado na figura é

a) 20 b) 18 c) 25 d) 12 e) 16



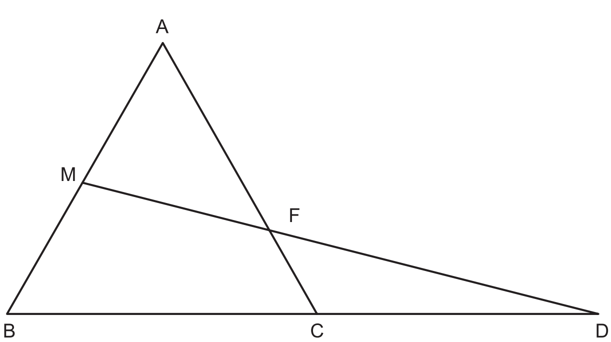
11. **(FUVEST)** – Na figura, o lado de cada quadrado da malha quadriculada mede 1 unidade de comprimento.



Calcule a razão $\dfrac{DE}{BC}$

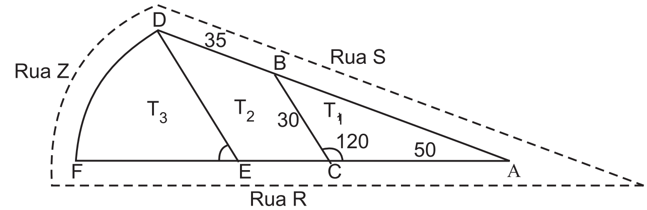
12. **(MACKENZIE-SP)** – O triângulo ABC da figura é equilátero. AM = MB = 10 e CD = 12. O valor de FC é:

a) $\dfrac{60}{11}$ b) $\dfrac{59}{11}$ c) $\dfrac{58}{11}$ d) $\dfrac{57}{11}$ e) $\dfrac{56}{11}$



13. **(UNESP)** – Dois terrenos, T_1 e T_2, têm frentes para a rua R e fundos para a rua S, como mostra a figura. O lado BC do terreno T_1 mede 30 m e é paralelo ao lado DE do terreno T_2. A frente AC do terreno T_1 mede 50 m e o fundo BD do terreno T_2 mede 35 m.

Ao lado do terreno T_2 há um outro terreno, T_3, com frente para a rua Z, na forma de um setor circular de centro E e raio ED.

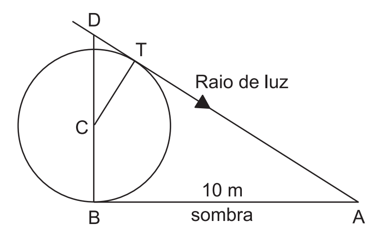


Determine:

a) as medidas do fundo AB do terreno T_1 e da frente CE do terreno T_2.

b) a medida do lado DE do terreno T_2 e o perímetro do terreno T_3.

14. **(UNIFESP)** – Em um dia de sol, uma esfera localizada sobre um plano horizontal projeta uma sombra de 10 metros, a partir do ponto B em que esta apoiada ao solo, como indica a figura.

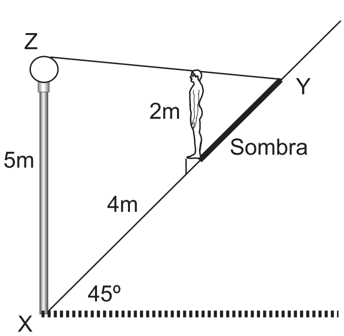


Sendo C o centro da esfera, T o ponto de tangência de um raio de luz, BD um segmento que passa por C, perpendicular à sombra BA, e admitindo A, B, C, D e T coplanares:

a) justifique por que os triângulos ABD e CTD são semelhantes.

b) calcule o raio da esfera, sabendo que a tangente do ângulo $B\hat{A}D$ é $\dfrac{1}{2}$.

15. **(UNESP)** – Uma estátua de 2 metros de altura e um poste de 5 metros de altura estão localizados numa ladeira de inclinação igual a 45°, como mostra a figura. A distância da base do poste à base da estátua é 4 metros, e o poste tem uma lâmpada acesa na extremidade superior.



Adotando $\sqrt{2}$ = 1,41 e sabendo que tanto o poste quanto a estátua estão na vertical, calcule

a) o comprimento aproximado da sombra da estátua projetada sobre a ladeira;

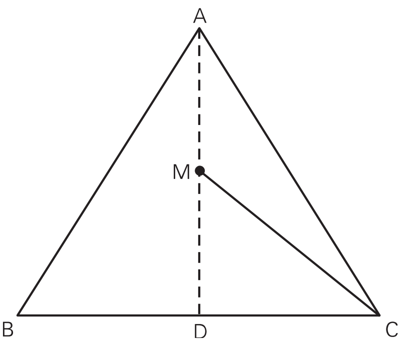
b) a área do triângulo XYZ indicado na figura.

Módulo 10 – Teorema de Pitágoras

1. **(UFMG)** – Na figura, o triângulo ABC é equilátero e cada um de seus lados mede 8 cm. Se $\overline{AD}$ é uma altura do triângulo ABC e **M** é o ponto médio de $\overline{AD}$, então a medida $\overline{CM}$ é:

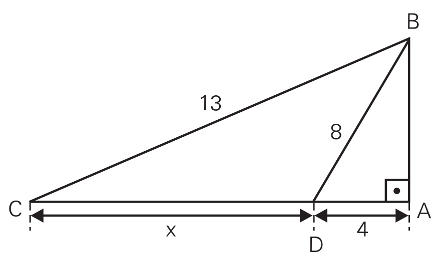
a) $\dfrac{1}{2}$ cm b) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ cm c) $\sqrt{7}$ cm

d) $2\sqrt{7}$ cm e) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ cm



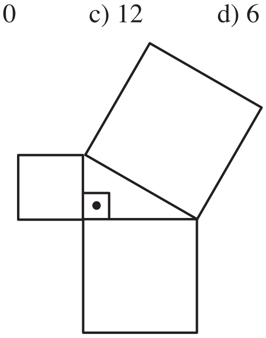
2. **(PUC-SP)** – Na figura abaixo, se CB = 13 m, DB = 8 m, DA = 4 m e $\hat{A}$ um ângulo reto, então **CD** é igual a:

a) 11 m b) 7 m c) 6 m d) 5 m e) 4 m



3. **(MACKENZIE)** – Na figura, a soma das áreas dos três quadrados é 18. A área do quadrado maior é:

a) 9 b) 10 c) 12 d) 6 e) 8



4. **(FUVEST)** – Um trapézio retângulo tem bases 5 e 2 e altura 4. O perímetro desse trapézio é:

a) 13 b) 14 c) 15 d) 16 e) 17

5. **(FUVEST)** – O triângulo ABC está inscrito numa circunferência de raio 5 cm. Sabe-se que A e B são extremidades de um diâmetro e que a corda BC mede 6 cm. Então a área do triângulo ABC, em centímetros quadrados, vale:

a) 24 b) 12 c) $\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$ d) $6\sqrt{2}$ e) $2\sqrt{3}$

6. **(UERJ)** – Millôr Fernandes, em uma bela homenagem à Matemática, escreveu um poema do qual extraímos o fragmento abaixo:

Às folhas tantas de um livro de Matemática, um Quociente apaixonou-se um dia doidamente por uma incógnita.

Olhou-a com seu olhar inumerável e viu-a do ápice à base: uma figura ímpar; olhos romboides, boca trapezoide, corpo retangular, seios esferoides.

Fez da sua uma vida paralela à dela, até que se encontraram no infinito.

"Quem és tu" — indagou ele em ânsia radical.

"Sou a soma dos quadrados dos catetos.

Mas pode me chamar de hipotenusa."

(Millôr Fernandes – *Trinta Anos de Mim Mesmo*)

A Incógnita se enganou ao dizer quem era. Para atender ao Teorema de Pitágoras, deveria dar a seguinte resposta:

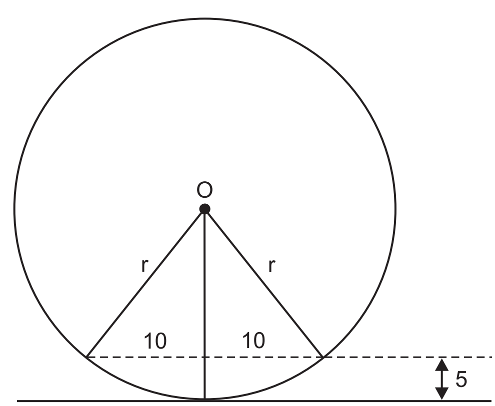
a) "Sou a soma dos catetos. Mas pode me chamar de hipotenusa."
b) "Sou o quadrado da soma dos catetos. Mas pode me chamar de hipotenusa."
c) "Sou o quadrado da soma dos catetos. Mas pode me chamar de quadrado da hipotenusa."
d) "Sou a soma dos quadrados dos catetos. Mas pode me chamar de quadrado da hipotenusa."

7. **(UNIRIO)** – Os lados de um triângulo retângulo estão em progressão aritmética. Sabendo-se que o perímetro mede 57 cm, podemos afirmar que o maior cateto mede:

a) 17 cm b) 19 cm c) 20 cm d) 23 cm e) 27 cm

8. **(FATEC)** – O valor do raio da circunferência da figura é:

a) 7,5 b) 14,4 c) 12,5 d) 9,5 e) 10,0



9. **(FUVEST)** – Dois pontos materiais **A** e **B** deslocam-se com velocidades constantes sobre uma circunferência de raio r = $\sqrt{8}$ m, partindo de um mesmo ponto **O**. Se o ponto **A** se desloca no sentido horário com o triplo da velocidade de **B**, que se desloca no sentido anti-horário, então o comprimento da corda que liga o ponto de partida ao ponto do primeiro encontro é

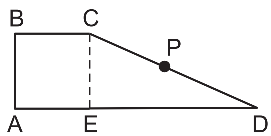
a) 1 m b) 2 m c) 3 m d) 4 m e) 5 m

10. **(GV)** – Queremos desenhar, no interior de um retângulo ABCD, um losango AICJ com vértice **I** sobre o lado AB do retângulo e vértice **J** sobre o lado CD. Se as medidas dos lados do retângulo são AB = 25 cm e BC = 15 cm, então a medida do lado do losango é:

a) 13 cm b) 15 cm c) 17 cm

d) 18 cm e) $15\sqrt{2}$ cm

11. **(UNESP)** – Uma praça possui a forma da figura.



onde ABCE é um quadrado, CD = 500 m, ED = 400 m. Um poste de luz foi fixado em **P**, entre **C** e **D**. Se a distância do ponto **A** até o poste é a mesma, quando se contorna a praça pelos dois caminhos possíveis, tanto por **B** como por **D**, conclui-se que o poste está fixado a

a) 300 m do ponto C. b) 300 m do ponto D.

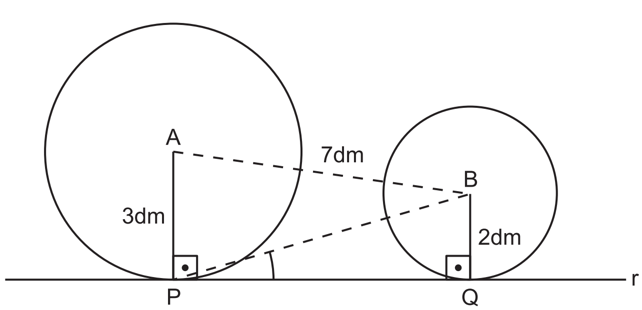
c) 275 m do ponto D. d) 250 m do ponto C.

e) 115 m do ponto C.

12. **(PUC-SP)** – Uma estação de tratamento de água (ETA) localiza-se a 600 m de uma estrada reta. Uma estação de rádio localiza-se nessa mesma estrada, a 1000 m da ETA. Pretende-se construir um restaurante, na estrada, que fique à mesma distância das duas estações. A distância do restaurante a cada uma das estações deverá ser de:

a) 575 m b) 600 m c) 625 m d) 700 m e) 750 m

13. **(UNESP)** – Paulo fabricou uma bicicleta, tendo rodas de tamanhos distintos, com o raio da roda maior (dianteira) medindo 3 dm, o raio da roda menor medindo 2 dm e a distância entre os centros A e B das rodas sendo 7 dm. As rodas da bicicleta, ao serem apoiadas no solo horizontal, podem ser representadas no plano (desprezando-se os pneus) como duas circunferências, de centros A e B, que tangenciam a reta r nos pontos P e Q, como indicado na figura.



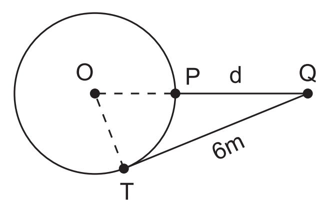
a) Determine a distância entre os pontos de tangência P e Q e o valor do seno do ângulo $B\hat{P}Q$.

b) Quando a bicicleta avança, supondo que não haja deslizamento, se os raios da roda maior descrevem um ângulo de 60°, determine a medida, em graus, do ângulo descrito pelos raios da roda menor. Calcule, também, quantas voltas terá dado a roda menor quando a maior tiver rodado 80 voltas.

14. **(FATEC)** – O ponto A pertence à reta **r**, contida no plano α. A reta **s**, perpendicular a α, o intercepta no ponto B. O ponto C pertence a **s** e dista $2\sqrt{5}$ cm de B. Se a projeção ortogonal de $\overline{\mathbf{AB}}$ em **r** mede 5 cm e o ponto B dista 6 cm de **r**, então a distância de A a C, em centímetros, é igual a

a) $9\sqrt{5}$ b) 9 c) 7 d) 4 e) $3\sqrt{5}$

15. **(UNESP)** – Em uma residência, há uma área de lazer com uma piscina redonda de 5 m de diâmetro. Nessa área há um coqueiro, representado na figura por um ponto Q.



Se a distância de Q (coqueiro) ao ponto de tangência T (da piscina) é 6 m, a distância d = $\overline{QP}$, do coqueiro à piscina, é:

a) 4 m. b) 4,5 m. c) 5 m.

d) 5,5 m. e) 6 m.

16. **(UNICAMP)** – Sejam A, B, C e D os vértices de um quadrado cujos lados medem 10 cm cada. Suponha que a circunferência C passe pelos pontos C e D, que formam o lado CD do quadrado, e que seja tangente, no ponto M, ao lado oposto AB.

a) Calcule a área do triângulo cujos vértices são C, D e M.

b) Calcule o raio da circunferência C.

17. **(UNICAMP)** – Entre todos os triângulos cujos lados têm como medidas números inteiros e perímetro igual a 24 cm, apenas um deles é equilátero e apenas um deles é retângulo. Sabe-se que um dos catetos do triângulo retângulo mede 8 cm.

a) Calcule a área do triângulo equilátero.

b) Encontre o raio da circunferência circunscrita ao triângulo retângulo.

18. **(UFRN)** – Um objeto desloca-se 10 m no sentido oeste-leste sobre um plano, a partir de uma posição inicial. Em seguida, percorre mais 20 m no sentido sul-norte, 30 m no sentido leste-oeste, 40 m no sentido norte-sul, 50 m no sentido oeste-leste e 60 m no sentido sul-norte. A distância entre a posição inicial e a posição final é:

a) 60 m b) 50 m c) 40 m d) 30 m