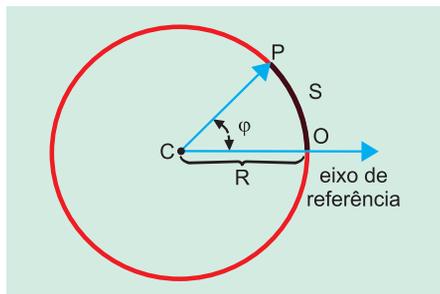


MÓDULOS 21 e 22

Movimento Circular Uniforme

1. ÂNGULO HORÁRIO OU FASE (φ)

Considere um ponto material descrevendo uma circunferência de centro C e raio R, com origem dos espaços em O.



Seja P a posição do móvel em um instante t. A medida algébrica do arco de trajetória OP é o valor do espaço s, no instante t.

Define-se **ângulo horário, posição angular** ou **fase** (φ) como o ângulo formado entre o vetor posição \vec{CP} e o eixo de referência \vec{CO} .

A medida do ângulo φ , em radianos, é dada por:

$$\varphi = \frac{s}{R} \text{ (rad)}$$

O ângulo horário (φ) é adimensional:

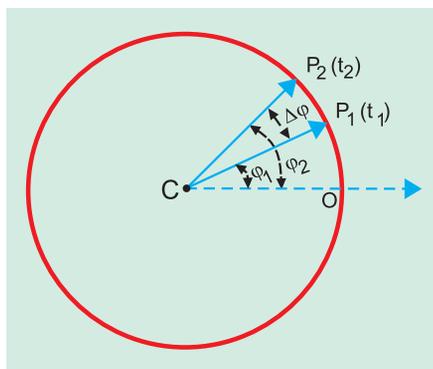
$$[\varphi] = L^0 T^0$$

2. VELOCIDADE ANGULAR MÉDIA (ω_m)

Seja $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ a variação do ângulo horário em um intervalo de tempo $\Delta t = t_2 - t_1$.

Define-se **velocidade angular média** (ω_m) pela relação:

$$\omega_m = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$



No SI, Δt é medido em segundos e ω_m é medido em **rad/s**.

A equação dimensional da velocidade angular é:

$$[\omega] = L^0 T^{-1}$$

3. VELOCIDADE ANGULAR INSTANTÂNEA

A velocidade angular instantânea é o limite para o qual tende a velocidade angular média quando o intervalo de tempo considerado tende a zero:

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \omega_m = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$$

A velocidade angular (instantânea pode ficar subentendido) **é a derivada do ângulo horário em relação ao tempo.**

No movimento circular e uniforme, a velocidade angular é constante e, portanto, a velocidade angular instantânea é igual à velocidade angular média ($\omega = \omega_m$).

4. MOVIMENTO PERIÓDICO

Conceito

Um movimento é chamado **periódico** quando todas as suas ca-

racterísticas (posição, velocidade e aceleração) se repetem em intervalos de tempo iguais.

O movimento circular e uniforme é um exemplo de movimento periódico, pois, a cada volta, o móvel repete a posição, a velocidade e a aceleração.

Período (T)

Define-se **período (T)** como o menor intervalo de tempo para que haja repetição das características do movimento.

No movimento circular e uniforme, o período é o intervalo de tempo para o móvel dar uma volta completa.

Frequência (f)

Define-se **frequência (f)** como o número de vezes que as características do movimento se repetem na unidade de tempo.

No movimento circular e uniforme, a frequência é o número de voltas realizadas na unidade de tempo.

Se o móvel realiza n voltas em um intervalo de tempo Δt , a frequência f é dada por:

$$f = \frac{n}{\Delta t}$$

Relação entre período e frequência

Quando o intervalo de tempo é igual ao período ($\Delta t = T$), o móvel realiza uma volta ($n = 1$) e, portanto, temos:

$$f = \frac{1}{T}$$

Unidades e dimensões

As equações dimensionais de período e frequência são:

$$[T] = L^0 T \text{ e } [f] = L^0 T^{-1}$$

As unidades SI de período e frequência são:

$$u(T) = \text{segundo (s)}$$

e

$$u(f) = \text{s}^{-1} = \text{hertz (Hz)}$$

5. RELAÇÕES FUNDAMENTAIS NO MOVIMENTO CIRCULAR UNIFORME

□ Velocidade escalar linear (V)

Para uma volta completa, temos $\Delta s = 2\pi R$ e $\Delta t = T$, das quais:

$$V = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi f R$$

Nota: A velocidade escalar linear é também chamada de velocidade tangencial.

□ Velocidade escalar angular (ω)

Para uma volta completa, temos $\Delta\varphi = 2\pi$ e $\Delta t = T$, das quais:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

□ Relação entre V e ω

Da expressão

$V = 2\pi f R$, sendo $\omega = 2\pi f$, vem:

$$V = \omega R$$

linear
angular

6. EQUAÇÃO HORÁRIA ANGULAR

Sendo o movimento uniforme, temos a equação horária na forma linear:

$$s = s_0 + V t$$

Dividindo-se toda a expressão por R, vem:

$$\frac{s}{R} = \frac{s_0}{R} + \frac{V}{R} t$$

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t$$

($\varphi_0 =$ ângulo horário inicial)

7. VETORES NO MOVIMENTO CIRCULAR UNIFORME

□ Velocidade vetorial

No movimento circular e uniforme, a velocidade vetorial tem módulo constante, porém direção variável e, portanto, é variável.

□ Aceleração vetorial

Sendo o movimento uniforme, a componente tangencial da aceleração vetorial é nula ($\vec{a}_t = \vec{0}$).

Sendo a trajetória curva, a componente centrípeta da aceleração vetorial não é nula ($\vec{a}_{cp} \neq \vec{0}$).

□ Aceleração centrípeta

O módulo da aceleração centrípeta pode ser calculado pelas seguintes expressões:

$$(I) \quad a_{cp} = \frac{V^2}{R}$$

$$(II) \quad a_{cp} = \omega^2 R$$

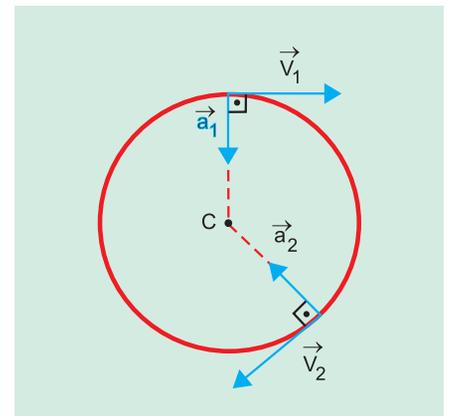
$$(III) \quad a_{cp} = \omega \cdot V$$

Para obtermos a relação (II), basta substituir em (I) V por ωR .

Para obtermos a relação (III), basta substituir em (I) R por $\frac{V}{\omega}$.

• Observe que, no movimento circular e uniforme, a aceleração vetorial (centrípeta) tem módulo constante ($\frac{V^2}{R}$), porém direção variável e, portanto, é variável.

• Observe ainda que, no movimento circular uniforme, a velocidade vetorial (tangente à trajetória) e a aceleração vetorial (normal à trajetória) têm direções perpendiculares entre si.



MÓDULOS 23 e 24

Composição de Movimentos

1. MOVIMENTOS PARCIAIS E RESULTANTE

Admitamos que se pretenda estudar o movimento de um corpo A em relação a um sistema de referência preso a um corpo B e em relação a um sistema de referência inercial (ligado à superfície terrestre).

(1) O movimento de A em relação a B é chamado de **movimento relativo**.

(2) O movimento de B em relação ao sistema inercial é chamado de **movimento de arrastamento**.

(3) O movimento de A em relação ao sistema inercial é chamado de **movimento resultante**.

2. TEOREMA DE ROBERVAL

\vec{V}_{rel} = velocidade relativa

\vec{V}_{arr} = velocidade de arrastamento

\vec{V}_R = velocidade resultante

Vale a relação:

$$\vec{V}_R = \vec{V}_{rel} + \vec{V}_{arr}$$

Exemplificando:

Considere o vagão de um trem que se move com velocidade constante de intensidade 4,0km/h em relação à estrada.

Um garoto está em cima do teto do vagão caminhando com velocidade constante de intensidade 3,0km/h,

em relação ao vagão, em uma direção perpendicular à velocidade do vagão.

Qual a velocidade do garoto em relação à estrada?

Identificando os movimentos:

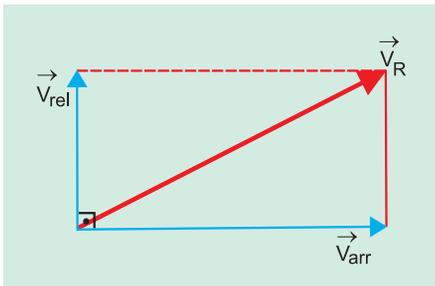
(I) **Movimento relativo**
garoto em relação ao vagão.

$$|\vec{V}_{rel}| = 3,0\text{km/h}$$

(II) **Movimento de arrastamento**
vagão em relação à estrada.

$$|\vec{V}_{arr}| = 4,0\text{km/h}$$

(III) **Movimento resultante**
garoto em relação à estrada.



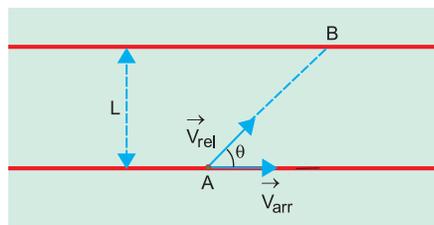
$$|\vec{V}_R|^2 = |\vec{V}_{rel}|^2 + |\vec{V}_{arr}|^2$$

$$|\vec{V}_R| = 5,0\text{km/h}$$

3. PRINCÍPIO DE GALILEU

O intervalo de tempo de duração do movimento relativo não depende do movimento de arrastamento.

Exemplo notável: Seja \vec{V}_{rel} a velocidade de um barco em relação às águas de um rio de largura L . Seja θ o ângulo entre \vec{V}_{rel} e a velocidade de arrastamento das águas.



O intervalo de tempo gasto na travessia do rio é calculado como se não existisse correnteza.

$$V_{rel} = \frac{AB}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{AB}{V_{rel}}$$

Sendo $AB = \frac{L}{\sin \theta}$, vem:

$$\Delta t = \frac{L / \sin \theta}{V_{rel}} = \frac{L}{V_{rel} \cdot \sin \theta}$$

Se quisermos obter Δt mínimo, basta tomar $\sin \theta$ máximo, isto é, $\sin \theta = 1$ e $\theta = 90^\circ$, ou seja:

PARA O BARCO ATRAVESAR O RIO NO MENOR TEMPO POSSÍVEL, SUA VELOCIDADE RELATIVA ÀS ÁGUAS DEVE SER PERPENDICULAR À CORRENTEZA.

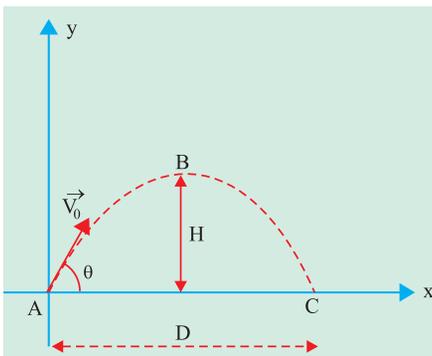
A presença da correnteza altera apenas o ponto da margem oposta atingido pelo barco e não interfere no tempo gasto, que é calculado com base no movimento relativo.

MÓDULOS 25 e 26

Balística

LANÇAMENTO DE PROJÉTEIS

Um objeto é lançado obliquamente com ângulo de tiro θ e velocidade de lançamento \vec{V}_0 em uma região onde o campo de gravidade é uniforme ($\vec{g} = \text{constante}$) e o efeito do ar é considerado desprezível.



1. MOVIMENTOS COMPONENTES

O movimento do projétil se faz com trajetória parabólica e não é uni-

formemente variado (aceleração escalar variável).

Para facilidade de estudo, este movimento é decomposto em dois movimentos parciais:

□ Movimento horizontal

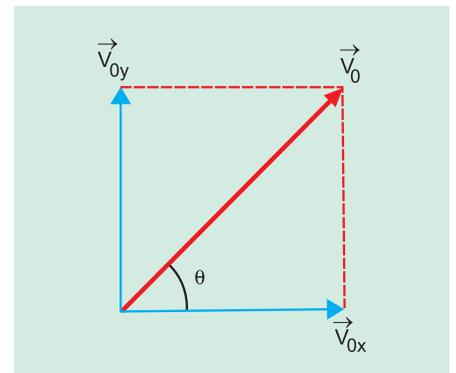
Na direção horizontal, não há aceleração e, portanto, o movimento horizontal é do tipo **uniforme**, isto é, a velocidade horizontal é constante.

□ Movimento vertical

Na direção vertical, a aceleração escalar é constante ($\gamma = -g$) e o movimento é do tipo **uniformemente variado**.

2. COMPONENTES DA VELOCIDADE INICIAL \vec{V}_0

A velocidade de lançamento \vec{V}_0 pode ser decomposta em duas parcelas:



a) Componente horizontal:

$$V_{0x} = V_0 \cos \theta$$

b) Componente vertical:

$$V_{0y} = V_0 \sin \theta$$

3. CÁLCULO DO TEMPO DE SUBIDA

Analisando-se apenas o movimento vertical (MUV), temos:

$$V_y = V_{0y} + \gamma_y \cdot t$$

Quando o corpo atinge o ponto mais alto:

$$V_y = 0 \text{ e } t = t_s. \text{ Portanto}$$

$$0 = V_{0y} - g t_s$$

$$t_s = \frac{V_{0y}}{g} = \frac{V_0 \text{ sen } \theta}{g}$$

4. CÁLCULO DA ALTURA MÁXIMA

Analisando-se novamente o movimento vertical (MUV), temos:

$$V_y^2 = V_{0y}^2 + 2 \gamma_y \Delta s_y$$

Quando o corpo atinge o ponto mais alto:

$$V_y = 0 \text{ e } \Delta s_y = H_{\text{máx}}. \text{ Portanto:}$$

$$0 = V_{0y}^2 + 2(-g)H_{\text{máx}}$$

$$2gH_{\text{máx}} = V_{0y}^2$$

$$H_{\text{máx}} = \frac{V_{0y}^2}{2g} = \frac{V_0^2 (\text{sen } \theta)^2}{2g}$$

5. CÁLCULO DO ALCANCE HORIZONTAL

Analisando-se o movimento horizontal (MU), temos:

$$\Delta s_x = V_x t$$

$$\text{Sendo } V_x = V_0 \cos \theta \text{ e}$$

$$t = t_s + t_q = 2t_s = \frac{2V_0 \text{ sen } \theta}{g}, \text{ obtemos:}$$

$$D = V_0 \cos \theta \cdot \frac{2V_0 \cdot \text{sen } \theta}{g}$$

$$D = \frac{V_0^2}{g} \cdot 2 \text{ sen } \theta \cos \theta$$

Porém:

$$2 \text{ sen } \theta \cos \theta = \text{sen } 2 \theta$$

$$D = \frac{V_0^2}{g} \text{ sen } 2 \theta$$

6. PROPRIEDADES NOTÁVEIS

a) No ponto mais alto da trajetória parabólica, a velocidade tem direção horizontal ($V = V_x = V_0 \cos \theta$) e a aceleração é igual à da gravidade ($\vec{a} = \vec{g}$).

b) Para $\theta = 45^\circ$ o alcance horizontal é máximo.

$$(D_{\text{máx}} = \frac{V_0^2}{g}), \text{ pois } \text{sen } 2 \theta = 1$$

c) Para ângulos de tiro complementares (por exemplo $\theta_1 = 30^\circ$ e $\theta_2 = 60^\circ$), os alcances horizontais são iguais.

7. EQUAÇÃO DA TRAJETÓRIA

As coordenadas x e y do projétil são dadas por:

a) Horizontal (MU):

$$x = x_0 + V_x t$$

$$x = (V_0 \cos \theta) t \quad (1)$$

b) Vertical (MUV):

$$y = y_0 + V_{0y} t + \frac{\gamma_y}{2} t^2$$

$$y = (V_0 \text{ sen } \theta) t - \frac{g}{2} t^2 \quad (2)$$

Isolando-se o tempo (t) em (1), obtemos:

$$t = \frac{x}{V_0 \cos \theta}$$

Substituindo-se o valor de (t) em (2), temos:

$$y = (V_0 \text{ sen } \theta) \frac{x}{V_0 \cos \theta} - \frac{g}{2} \left(\frac{x}{V_0 \cos \theta} \right)^2$$

$$y = (\text{tg } \theta) x - \frac{g}{2 V_0^2 (\cos \theta)^2} x^2$$

Como a função $y = y(x)$ é do 2º grau, concluímos que a trajetória do projétil é **parabólica**.

8. ÂNGULOS NOTÁVEIS: 30°, 45°, 60°, 90°

Já sabemos que para $\theta_2 = 45^\circ$ o alcance D é máximo ($D_{\text{máx}} = \frac{V_0^2}{g}$) e para $\theta_1 = 30^\circ$ e $\theta_3 = 60^\circ$ o alcance horizontal é o mesmo.

Em relação à altura máxima, para um mesmo V_0 , temos:

$$H_{\text{máx}} = \frac{V_0^2 (\text{sen } \theta)^2}{2g}$$

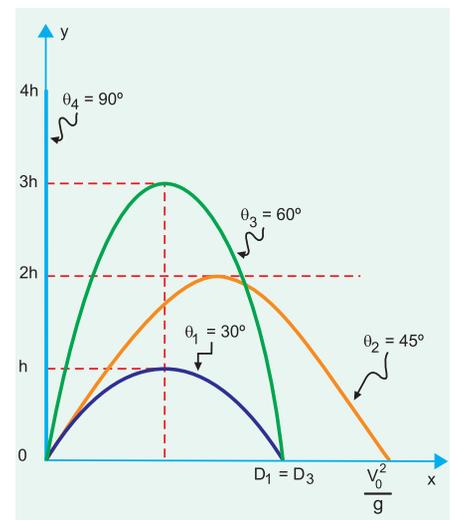
$$\frac{H_{\text{máx}}}{(\text{sen } \theta)^2} = \frac{V_0^2}{2g} = \text{constante}$$

$$\frac{H_{30}}{(\text{sen } 30^\circ)^2} = \frac{H_{45}}{(\text{sen } 45^\circ)^2} =$$

$$= \frac{H_{60}}{(\text{sen } 60^\circ)^2} = \frac{H_{90}}{(\text{sen } 90^\circ)^2}$$

$$\frac{H_{30}}{(1/2)^2} = \frac{H_{45}}{(\sqrt{2}/2)^2} = \frac{H_{60}}{(\sqrt{3}/2)^2} = \frac{H_{90}}{(1)^2}$$

$$\frac{H_{30}}{1} = \frac{H_{45}}{2} = \frac{H_{60}}{3} = \frac{H_{90}}{4}$$



Lançamentos notáveis.



1. OBJETO DA DINÂMICA

Dinâmica é a parte da Mecânica que procura estabelecer as leis que explicam os movimentos, possibilitando determinar o tipo de movimento de um corpo a partir de uma certa situação inicial.

As leis da dinâmica foram formuladas por Galileu e Newton.

2. GRANDEZAS FUNDAMENTAIS

Na **cinemática**, as grandezas fundamentais para a **descrição** dos movimentos eram apenas o **comprimento** (L) e o **tempo** (T), e as **grandezas derivadas**, utilizadas em seu estudo, foram a **velocidade** e a **aceleração**.

Na **dinâmica**, as grandezas fundamentais para a **explicação** dos movimentos são o **comprimento** (L), a **massa** (M) e o **tempo** (T).

As grandezas derivadas principais utilizadas, além da velocidade e da aceleração, são força, trabalho, potência, energia, impulso e quantidade de movimento.

3. CONCEITO DINÂMICO DE FORÇA

Força é o agente físico responsável pela **aceleração** dos corpos.

Isso significa que **força** é algo que produz **variação de velocidade de um corpo**.

Qualquer alteração na velocidade de um corpo, seja em intensidade, seja em orientação (direção e sentido), implica uma aceleração e, portanto, a presença de uma força que vai produzir esta aceleração.

Força e aceleração constituem um dos mais importantes pares causa-efeito da Física.

Força (causa) → produz → Aceleração (efeito)

Se for suprimida a força que atua em um corpo, **instantaneamente** cessa sua aceleração, isto é, não existe “inércia” de aceleração.

4. EQUILÍBRIO DE UMA PARTÍCULA

Nosso estudo de dinâmica vai-se restringir a forças aplicadas a partículas (pontos materiais), isto é, corpos de tamanho desprezível em comparação com as distâncias envolvidas.

Dizemos que uma partícula está em **equilíbrio** quando estiver **livre da ação de forças**.

A expressão livre da ação de forças admite duas situações:

- (1) nenhuma força atua sobre a partícula, o que é apenas uma suposição teórica, irrealizável na prática;
- (2) as forças atuantes se neutralizam, de modo que sua soma vetorial (força resultante) é nula.

A ausência de força resultante implica a ausência de aceleração e determina, para a partícula, uma velocidade vetorial constante, com duas possibilidades: **repouso** ou **movimento retilíneo e uniforme**.

Equilíbrio da partícula

$$\vec{F} = \vec{0} \iff \vec{a} = \vec{0}$$

$$\vec{V} = \text{constante}$$

$$\vec{V} = \vec{0}: \text{partícula em repouso}$$

$$\vec{V} \neq \vec{0}: \text{partícula em MRU}$$

5. CONCEITO DE INÉRCIA

A inércia é uma propriedade característica da matéria, que consiste na **tendência do corpo em manter sua velocidade vetorial**.

A inércia pode-se manifestar de duas formas: **a inércia de repouso** e **a inércia de movimento**.

Se um corpo estiver em repouso, livre da ação de forças, ele tende a se manter em repouso: é a **inércia de repouso**.

É por inércia de repouso que um passageiro desprevenido é projetado para trás em um ônibus que, partindo do repouso, arranca abruptamente.

Se um corpo estiver em movimento, livre da ação de forças, ele tende a continuar com velocidade constante (MRU); é a **inércia de movimento**.

É por inércia de movimento que um motorista é projetado para frente quando freia o carro, ensejando o uso do cinto de segurança para evitar sua colisão com o vidro dianteiro.

Para vencer a inércia, o corpo deve receber a ação de uma força.

Sintetizando:

Por inércia, um corpo tende a manter a velocidade que possui, e para alterar esta velocidade, é preciso a intervenção de uma força.

O conceito de inércia foi estabelecido por Galileu, porém, com uma incorreção: Galileu, influenciado por Aristóteles, acreditava que, na ausência de forças, um corpo poderia realizar movimento circular e uniforme, por inércia.

O erro de Galileu foi corrigido por Newton em sua obra máxima, *Os Princípios Matemáticos da Filosofia Natural*, publicada em 1687 e que continha suas três leis de movimento.

As três leis de movimento de Newton procuram estabelecer o comportamento de um corpo em três situações distintas:

1ª lei: comportamento do corpo quando estiver livre da ação de forças;

2ª lei: comportamento do corpo ao receber a ação de uma força;

3ª lei: comportamento do corpo ao interagir com outros corpos.

6. 1ª LEI DE NEWTON

A **1ª Lei de Newton**, também chamada de **princípio da inércia**, estabelece que

“uma partícula, livre da ação de forças, ou permanece em repouso (inércia de repouso), ou permanece em movimento retilíneo e uniforme (inércia de movimento).”

1ª Lei de Newton

$$\vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \text{Repouso ou MRU}$$

Isso significa que o repouso e o MRU são estados de equilíbrio, mantidos por inércia, isto é, sem a intervenção de forças.

A 1ª Lei de Newton derrubou o pensamento de Aristóteles, que afirmava: “tanto para colocar um corpo em movimento como para mantê-lo em movimento é preciso a ação de uma força”. Aristóteles errou porque só admitiu a inércia de repouso, negando a inércia de movimento, afirmando que um corpo livre de forças só pode estar em repouso.

O princípio da inércia pode ter outra formulação equivalente:

“Nenhum corpo pode, sozinho, alterar sua velocidade.”

Isso significa que, para mudar sua velocidade, um corpo precisa interagir com o resto do Universo, de modo a receber uma força externa capaz de vencer a sua inércia.

Exemplificando:

(1) Uma pessoa, para andar, interage com o chão e recebe, por meio do atrito, uma força externa que vai mudar sua velocidade.

(2) Um avião a hélice (ou um pássaro) interage com o ar e recebe dele uma força externa que vai mudar sua velocidade.

(3) Uma nave a jato interage com os jatos expulsos e recebe dos jatos uma força externa que vai mudar sua velocidade.

A 1ª Lei de Newton nega a possibilidade de existência de um superhomem que possa voar sem receber a ação de uma força externa, graças apenas a uma grande energia interna.

7. SISTEMA DE REFERÊNCIA INERCIAL

A 1ª Lei de Newton não é válida para qualquer sistema de referência.

Um sistema de referência, em relação ao qual é válida a 1ª Lei de Newton, é chamado de **referencial inercial**.

Para movimentos na superfície terrestre, de duração bem menor que 24h, os efeitos de rotação da Terra se tornam irrelevantes, e, com boa aproximação, podemos assumir um referencial fixo na superfície terrestre (referencial de laboratório) como inercial.

Nos estudos de Astronomia, um referencial ligado às “estrelas fixas” é tomado como referencial inercial.

Cumprido destacar que um **referencial que esteja em movimento retilíneo e uniforme, em relação a outro referencial inercial, também será inercial**.

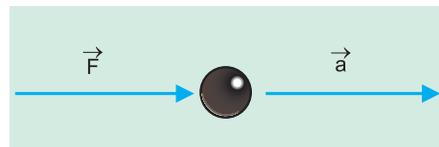
Assim, assumindo como inercial um referencial ligado à superfície terrestre, também será inercial um referencial que se desloque com velocidade constante (MRU) em relação à superfície terrestre.

8. 2ª LEI DE NEWTON

Decorre da 1ª Lei de Newton que qualquer alteração na velocidade de um corpo implica a existência de aceleração e a presença de uma força responsável por esta aceleração.

A 2ª Lei de Newton, também chamada de **princípio fundamental**

da dinâmica (PFD), estabelece uma relação entre a força aplicada a um corpo (\vec{F}) e a aceleração por ele adquirida (\vec{a}).

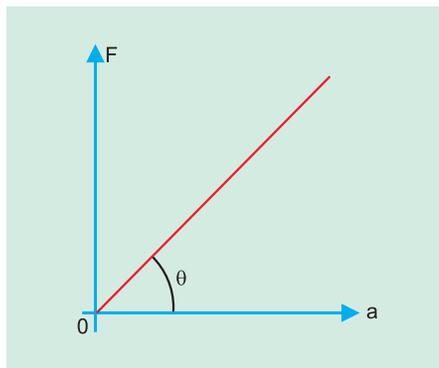


2ª Lei de Newton
“A força aplicada a um corpo e a aceleração por ela produzida são proporcionais.”

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

O coeficiente de proporcionalidade (m) é uma constante característica do corpo, que mede a sua inércia e é chamado de **massa inercial** (ou simplesmente **massa**) do corpo.

Portanto, a **massa é uma propriedade do corpo que traduz a resposta desse corpo ao ser solicitado por uma força**.



tgθ mede a massa

Variando-se a intensidade de \vec{F} , para um mesmo corpo, a intensidade de \vec{a} varia proporcionalmente, conforme traduz o gráfico $F = f(a)$ anterior.

A declividade da reta $F = f(a)$ ($\text{tg}\theta$) mede a massa do corpo.

Nota

Quando várias forças ($\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$) atuarem no corpo, \vec{F} representará a força resultante, isto é,

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n$$

9. UNIDADES

No Sistema Internacional de Unidades (SIU), temos:

Unidade de aceleração: **m/s²**

Unidade de massa: **kg**

Unidade de força: **newton (N)**

$$1\text{N} = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

10. DIMENSÕES

Em relação às grandezas fundamentais massa (M), comprimento (L) e tempo (T), temos

$$[a] = \text{LT}^{-2} = \text{M}^0\text{LT}^{-2}$$

$$[m] = \text{M} = \text{ML}^0\text{T}^0$$

$$[F] = \text{MLT}^{-2}$$

11. RECONHECIMENTO DAS INTERAÇÕES FUNDAMENTAIS DA NATUREZA, ÂMBITOS DE ATRAÇÃO E INTENSIDADES RELATIVAS

As diferentes forças que aparecem na Natureza podem ser explicadas em termos de **quatro interações fundamentais** que apresentamos a seguir, em ordem decrescente de suas intensidades.

(1) **Força nuclear forte** (também chamada de **força hadrônica**): somente ocorre entre as partículas elementares chamadas **hádrões**, que incluem, entre outras, os prótons e nêutrons, constituintes do núcleo atômico.

A força nuclear forte atua em escala nuclear, tendo, portanto, um alcance extremamente curto, da ordem de 10^{-15}m . Ela é responsável pela manutenção ou coesão do núcleo atômico, mantendo os **quarks** unidos para formarem os prótons e nêutrons e mantendo estes últimos unidos no núcleo do átomo, apesar da força de repulsão

eletrostática entre os prótons. As forças nucleares fortes diminuem rapidamente com a separação das partículas e são desprezíveis à distância de alguns diâmetros nucleares. Estas forças são atrativas para distâncias maiores do que $0,4 \cdot 10^{-15}\text{m}$ e repulsivas para distâncias menores do que este valor.

(2) **Força eletromagnética**: inclui as forças elétricas e as forças magnéticas. Esta força existe entre partículas eletrizadas e pode ser atrativa ou repulsiva. Ela explica a ligação entre os elétrons e os núcleos atômicos e também a união entre os átomos para formarem as moléculas. Além disso, é responsável pela emissão de radiação eletromagnética, quando os átomos passam de um estado excitado para o seu estado fundamental.

(3) **Força nuclear fraca**: ocorre entre elétrons e prótons e entre elétrons e nêutrons; atua em escala nuclear, com alcance ainda menor que o da força nuclear forte; é responsável pelo processo de emissão de elétrons pelos núcleos de certas substâncias radioativas, denominado **desintegração beta**.

A intensidade da força nuclear fraca é muito menor que a da força eletromagnética, situando-se num patamar intermediário entre as forças eletromagnéticas e gravitacionais.

Hoje em dia, a teoria que pretende unificar as interações fundamentais **já admite que a força nuclear fraca e a força eletromagnética representam aspectos diferentes de uma mesma interação fundamental (força eletrofraca)**.

(4) **Força gravitacional**: é a força atrativa que existe entre partículas dotadas de massa. É a mais fraca de todas as interações fundamentais. Por exemplo, a força de repulsão eletrostática entre dois prótons é cerca de 10^{36} vezes maior do que a respectiva força gravitacional entre eles.

A força gravitacional entre a Terra e um corpo em suas proximidades é

o peso do corpo. A força gravitacional que o Sol aplica sobre um planeta é responsável pelo seu movimento orbital. A força gravitacional que a Terra exerce na Lua ou em qualquer outro satélite artificial é responsável pela manutenção de sua órbita. As forças gravitacionais que o Sol e a Lua exercem sobre os oceanos são responsáveis pelas marés.

A força gravitacional, embora seja a mais fraca das interações fundamentais, é a mais importante na Astronomia, para explicar a formação de estrelas, galáxias e planetas, pelas seguintes razões:

(1) continua atuando em corpos eletricamente neutros;

(2) é sempre atrativa e torna-se muito intensa porque, em escala astronômica, as massas dos corpos tornam-se extremamente grandes.

Todas as demais forças que aparecem na Física podem ser reduzidas a essas quatro interações fundamentais.

As interações nuclear forte e nuclear fraca, devido a seu alcance extremamente curto, da ordem das dimensões do núcleo dos átomos, só têm relevância para explicar fenômenos em escala nuclear.

Do ponto de vista macroscópico, só têm importância as interações **eletromagnética e gravitacional**.

A estrutura dos átomos e as forças interatômicas estão ligadas à interação eletromagnética.

Einstein passou grande parte de sua vida tentando interpretar essas quatro forças como aspectos distintos de uma única superforça. A unificação das forças eletromagnética e nuclear fraca já é aceita e está-se tentando, atualmente, também a inclusão da força nuclear forte nessa unificação.

Ainda se pretende, como queria Einstein, a unificação de todas as interações, porém isso, por enquanto, é mera especulação.

1. EXPERIÊNCIA DE GALILEU

Galileu, estudando a queda livre dos corpos, concluiu que

“todos os corpos em queda livre, sem resistência do ar, caem com a mesma aceleração, não importando suas massas.”

A aceleração de queda livre, que é a mesma para todos os corpos, foi denominada aceleração da gravidade (g) e, nas proximidades da Terra, tem intensidade constante $g = 9,8\text{m/s}^2$.

Na realidade, o valor de g varia com a altitude e a latitude do lugar.

O valor $9,8\text{m/s}^2$ corresponde ao nível do mar e à latitude de 45° , e é chamado de **“gravidade normal”**.

2. PESO DE UM CORPO

O peso de um corpo traduz a força com que o planeta Terra atrai esse corpo.

Para obtermos a expressão do peso \vec{P} de um corpo de massa m , em um local onde a aceleração da gravidade vale \vec{g} , basta usar a 2.ª Lei de Newton e a experiência de Galileu.

De acordo com a 2.ª Lei de Newton, aplicada a um corpo em queda livre, temos

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

\vec{F} = força resultante que age

no corpo = \vec{P}

\vec{a} = aceleração do corpo em queda livre = \vec{g}

$$\text{Portanto, } \vec{P} = m \vec{g}$$

Procure não confundir massa com peso:

(I) Massa é uma propriedade associada ao corpo que mede sua inércia; é grandeza escalar; é medida em kg e não depende do local.

(II) Peso é o resultado da atração gravitacional da Terra; é grandeza vetorial; é medido em newtons (peso é uma força); não é propriedade característica do corpo, pois depende do local.

Quando um astronauta vai da Terra para a Lua, sua massa não se altera, porém o seu peso fica, aproximadamente, dividido por seis, pois a gravidade lunar é, aproximadamente, um sexto da gravidade terrestre.

Um corpo pode ter massa (todo corpo tem massa) e não ter peso, bastando estar em uma região livre de ações gravitacionais ($g = 0$).

3. DEFINIÇÃO DE kgf

A unidade quilograma-força (kgf ou kg^*) é uma unidade de força que

faz parte de um sistema de unidades chamado Sistema Técnico ou dos Engenheiros.

Por definição, kgf é o peso de um corpo de massa 1 kg em um local onde $g = 9,8\text{m/s}^2$.

Segue-se da definição:

$$1\text{kgf} = 1\text{kg} \cdot 9,8\text{m/s}^2$$

$$1\text{kgf} = 9,8\text{kg}\cdot\text{m/s}^2 \Rightarrow \underbrace{1\text{kgf} = 9,8\text{N}}_{\text{newton}}$$

Em um local onde $g = 9,8\text{m/s}^2$ (gravidade normal), um corpo de massa n kg pesa n kgf, isto é, **o número que mede a massa em kg é o mesmo número que mede o peso em kgf.**

Analogamente se definem grama-força (gf) e tonelada-força (tf).

“**gf** é o peso de um corpo de massa 1g em um local onde a gravidade é normal.”

“**tf** é o peso de um corpo de massa 1t em um local onde a gravidade é normal.”

No Sistema Técnico, a unidade de massa é denominada **unidade técnica de massa** e simbolizada por **utm**.

$$\text{utm} = \frac{\text{kgf}}{\text{m/s}^2} = 9,8\text{kg}$$

A **3.ª Lei de Newton**, também chamada **princípio da ação e reação**, estabelece como se desenvolvem as interações (troca de forças) entre dois corpos:

A toda força de ação (\vec{F}) corresponde uma força de reação ($-\vec{F}$) com a mesma intensidade, mesma direção e sentido oposto.

Assim, em uma interação entre um corpo A e um corpo B, temos



$$\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}$$

É fundamental compreender que as forças de ação e reação são forças trocadas entre dois corpos, isto é, nunca estão aplicadas ao mesmo corpo e, portanto,

AÇÃO E REAÇÃO NUNCA SE EQUILIBRAM.

Exemplo

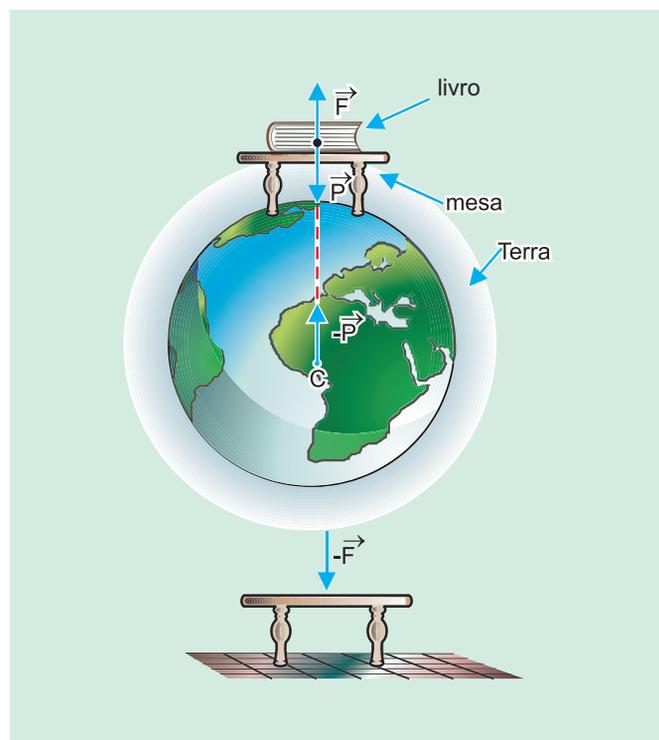
Considere um livro sobre uma mesa na superfície terrestre.

O planeta Terra aplica no centro de gravidade do livro uma força \vec{P} ; o livro reage e aplica no centro da Terra uma força $-\vec{P}$.

As forças \vec{P} e $-\vec{P}$ constituem um par ação-reação entre o planeta Terra e o livro e não se equilibram, pois estão aplicadas a corpos distintos.

A mesa aplica ao livro uma força \vec{F} ; o livro reage e aplica à mesa uma força $-\vec{F}$.

As forças \vec{F} e $-\vec{F}$ constituem um outro par ação-reação entre o livro e a mesa e não se equilibram, pois estão aplicadas a corpos distintos.



MÓDULOS 32 a 34

Aplicações das Leis de Newton

MÓDULOS 35 e 36

Atrito

1. CONCEITO DE ATRITO

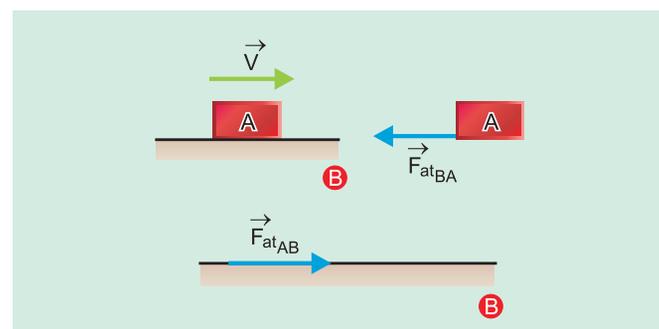
Atrito é um estado de aspereza ou rugosidade entre dois sólidos em contato, que permite a troca de forças em uma direção **tangencial** à região de contato entre os sólidos.

- O fato de existir atrito entre dois sólidos não implica, necessariamente, a existência de uma força de atrito entre eles.

- A força de atrito só se manifesta quando há **deslizamento** entre os sólidos (**atrito dinâmico**) ou quando houver **tendência de deslizamento** entre os sólidos (**atrito estático**).

- O sentido da força de atrito é sempre contrário ao deslizamento ou à tendência de deslizamento entre sólidos em contato.

- De acordo com a 3ª Lei de Newton (ação e reação), os sólidos A e B trocam entre si forças de atrito, isto é, existe uma força de atrito que A aplica em B e outra força de atrito que B aplica em A. É evidente que tais forças de atrito são opostas, isto é, têm mesma intensidade, mesma direção e sentidos opostos.



$$\vec{F}_{at_{BA}} = -\vec{F}_{at_{AB}}$$

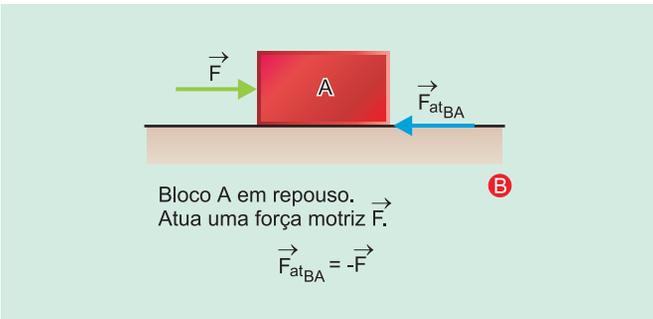
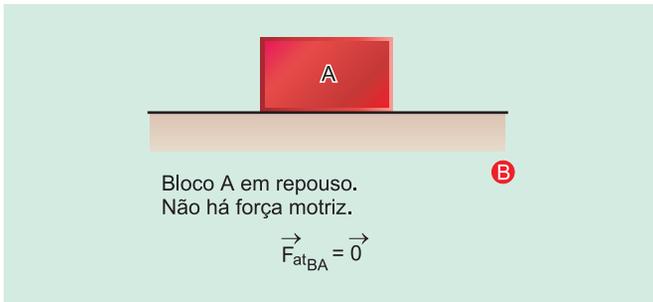
- As forças de atrito trocadas entre A e B ($\vec{F}_{at_{AB}}$ e $\vec{F}_{at_{BA}}$) nunca se equilibram, porque estão aplicadas em corpos distintos.

2. ATRITO ESTÁTICO

- Quando entre dois sólidos, A e B, existe atrito e, embora não haja movimento relativo entre eles, há uma **tendência de deslizamento**, isto é, há uma **solicitação ao movimento**, surge uma força de atrito no sentido de evitar o deslizamento relativo, denominada **força de atrito estática**.

- Não havendo deslizamento, a **força de atrito estática** tem intensidade igual à da força que solicitou o sistema a se mover, chamada **força motriz**.

$$F_{at\text{estática}} = F_{motriz}$$



• À medida que a força motriz vai aumentando (maior sollicitação ao movimento), a força de atrito estática também vai aumentando, de modo a continuar evitando o movimento relativo entre os sólidos. Contudo, existe uma limitação para o valor da força de atrito estática, isto é, existe uma força de atrito máxima que é denominada **força de atrito de destaque**.

• Dependendo da intensidade da força motriz (\vec{F}), a força de atrito estática (\vec{F}_{atE}) tem intensidade que pode variar de zero (não há sollicitação ao movimento) até um valor máximo chamado força de atrito de destaque (o deslizamento entre os sólidos em contato é iminente).

$$0 \leq F_{atE} \leq F_{at\text{destaque}}$$

• A força de atrito de destaque (F_{atD}) tem intensidade proporcional à intensidade da força normal de contato entre os sólidos (F_N), isto é, a força que tende a apertar um sólido contra o outro.

• A constante de proporcionalidade entre a força de atrito de destaque (F_{atD}) e a força normal (F_N) só depende dos sólidos em contato (material dos corpos, polimento, lubrificação) e é denominada **coeficiente de atrito estático** (μ_E).

$$F_{atD} = \mu_E F_N$$

3. ATRITO DINÂMICO

• Quando a intensidade da força motriz (F) supera a intensidade da força de atrito de destaque (F_{atD}), tem início o deslizamento entre os sólidos em contato e o atrito é chamado **dinâmico** ou **cinético**.

• É de verificação experimental que o coeficiente de atrito dinâmico (μ_d) é menor do que o coeficiente de atrito estático (μ_E), o que significa que, ao iniciar o movimento, a força de atrito diminui sua intensidade.

$$\mu_d < \mu_E$$

$$\left. \begin{aligned} F_{at\text{din}} &= \mu_d F_N \\ F_{atD} &= \mu_E F_N \end{aligned} \right\} \Rightarrow F_{at\text{din}} < F_{atD}$$

• Durante o deslizamento entre os sólidos, supondo-se que as suas superfícies de contato sejam homogêneas (μ_d constante) e que a intensidade da força normal seja constante (F_N constante), a força de atrito terá intensidade constante, não importando a velocidade relativa entre os sólidos, nem a intensidade da força motriz.

Durante o movimento:

$$F_{at\text{din}} = \mu_d F_N = \text{constante}$$

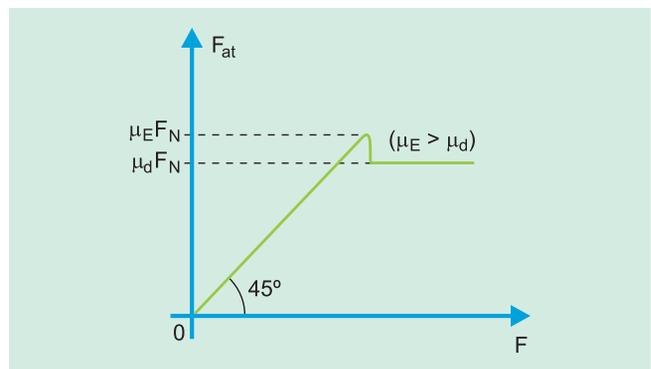
4. COEFICIENTE DE ATRITO

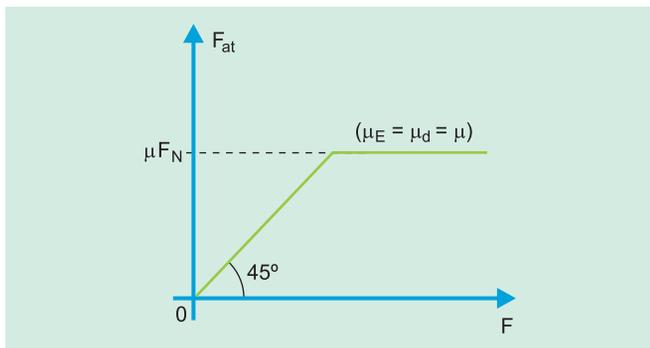
Muitas vezes, para simplificar os exercícios, assume-se a igualdade dos coeficientes de atrito estático e dinâmico (hipótese teórica), o que implica a igualdade das intensidades das forças de atrito de destaque e dinâmica.

$$\mu_E = \mu_d \Leftrightarrow F_{atD} = F_{at\text{din}}$$

5. GRÁFICO DA FORÇA DE ATRITO

Para uma força motriz de intensidade F crescente, representamos a intensidade da força de atrito trocada entre dois sólidos.

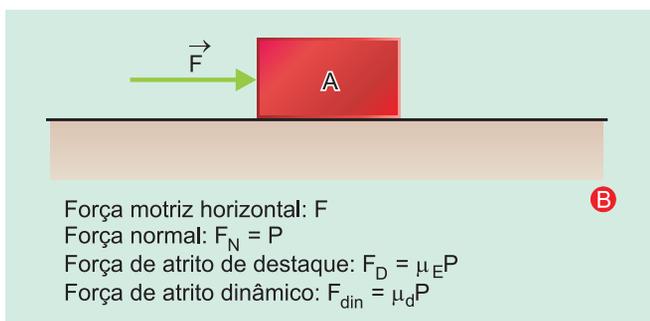




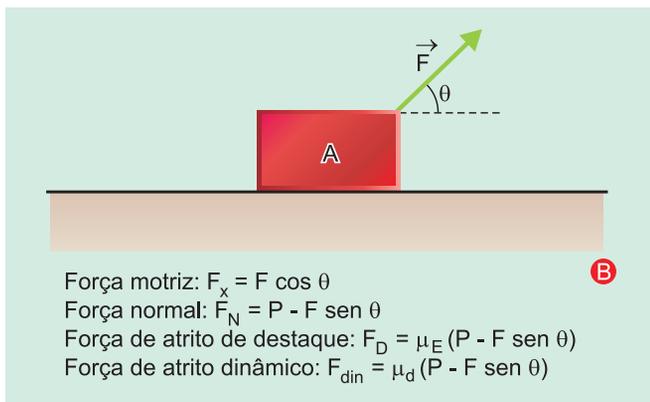
6. FORÇA NORMAL

A força normal corresponde à força de compressão entre os corpos e deve ser identificada em cada exercício, conforme exemplos a seguir:

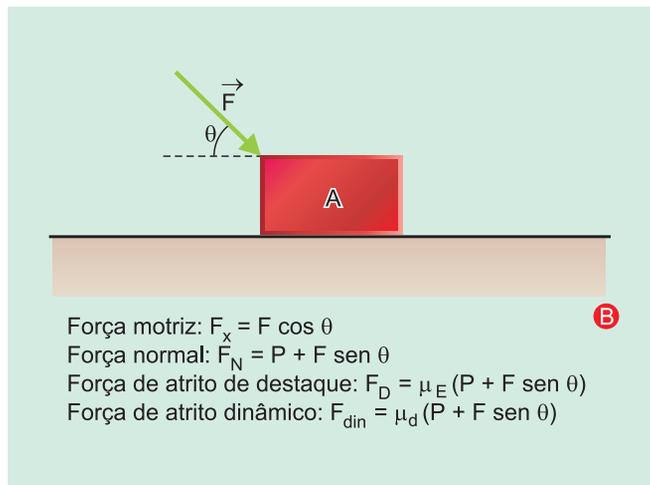
Exemplo (1)



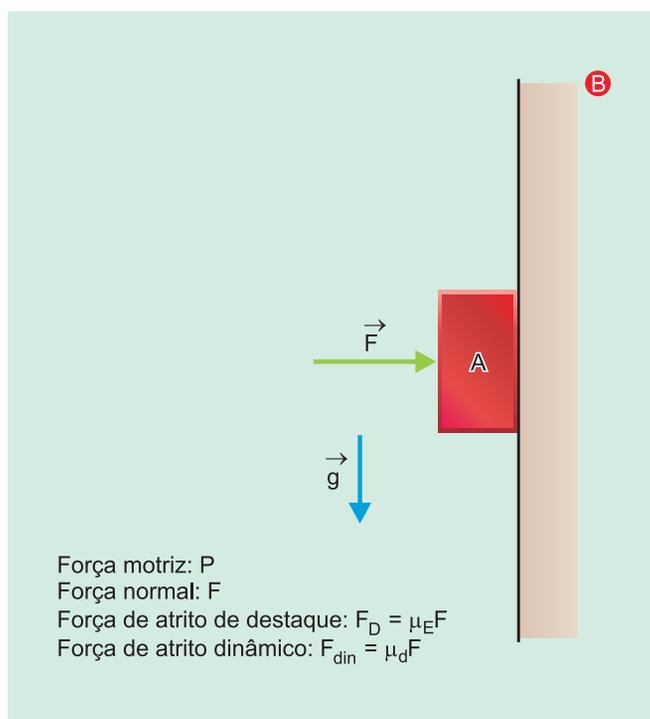
Exemplo (2)



Exemplo(3)



Exemplo (4)



MÓDULO 11

Termodinâmica II

1. ENERGIA INTERNA

Chamamos de energia interna de um sistema a energia, sob qualquer forma, que ele tem armazenada dentro de si.

Entre as formas de energia que constituem a energia interna, podemos destacar a energia cinética de translação das partículas e a energia potencial de ligação entre as partículas.

A energia interna de um sistema é função crescente da temperatura. Esta propriedade não se aplica durante as mudanças de estado, quando há variação de energia interna, embora a temperatura permaneça constante.

Assim, como regra, temos:

T aumenta \Leftrightarrow U aumenta ($\Delta U > 0$)

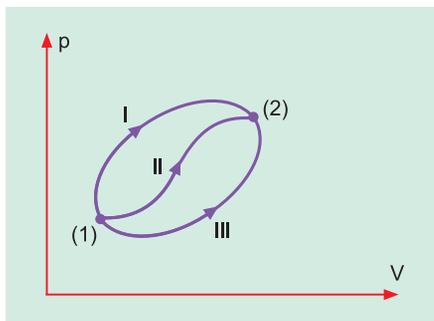
T diminui \Leftrightarrow U diminui ($\Delta U < 0$)

T = cte \Leftrightarrow U = cte ($\Delta U = 0$)

Não valem estas propriedades nas mudanças de estado.

Cumpra salientar que a energia interna de um sistema é função de ponto, isto é, o seu valor depende exclusivamente do estado em que se encontra o sistema, não importando como ele chegou até este estado.

Isto nos permite concluir que a variação de energia interna não depende dos estados intermediários.



$$\Delta U_I = \Delta U_{II} = \Delta U_{III}$$

Para gases perfeitos, a energia interna se resume na energia cinética de translação das moléculas, dada pela expressão:

$$U = E_c = \frac{3}{2} nRT = \frac{3}{2} pV$$

Isto nos permite concluir que:

• “A energia interna de um dado número de mols de um gás perfeito depende exclusivamente da temperatura.” (Lei de Joule)

• “A energia interna de um dado número de mols de um gás perfeito é diretamente proporcional à temperatura absoluta do gás.”

A relação entre a temperatura absoluta de um gás perfeito e a velocidade média das suas partículas é dada por:

$$E_c = \frac{3}{2} nRT$$

ou

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{3}{2} \frac{m}{M} RT$$

Da qual:

$$T = \frac{M}{3R} v^2$$

A temperatura de um gás perfeito é diretamente proporcional ao quadrado da velocidade média das moléculas.

Observamos que para um dado gás a temperatura depende exclusivamente da velocidade média das moléculas e vice-versa. Sendo assim, concluímos que há uma relação exclusiva entre temperatura e velocidade média, o que nos permite dizer:

• Se um dos dois (T ou v) é constante, o outro é necessariamente constante.

• Se um dos dois (T ou v) varia, o outro necessariamente varia.

A temperatura de um dado número de mols de um gás perfeito é função exclusiva da energia cinética média das suas moléculas.

2. PRIMEIRO PRINCÍPIO DA TERMODINÂMICA

O primeiro princípio da termodinâmica nada mais é que o princípio da conservação da energia aplicado à termodinâmica.

O princípio da conservação da energia, em linhas gerais, diz que um sistema jamais pode criar ou destruir energia.

Sendo assim, se um sistema recebe energia, ele tem de dar conta desta energia, ou se ele cede energia, esta energia tem de ter saído de algum lugar.

Por exemplo, admitamos que um sistema receba 100 joules de calor. Estes 100 joules não podem ser aumentados nem destruídos. Eles têm de ir para algum lugar.

Admitamos, em continuação, que o sistema realiza 80 joules de trabalho.

Notamos que o sistema recebeu 100 joules e cedeu 80 joules. Onde estarão os 20 joules restantes?

Estes joules restantes ficaram dentro do sistema, armazenados sob a forma de energia interna. Portanto, a energia interna do sistema aumentou de 20 joules.

Podemos fazer um esquema desta troca de energia representando:

Calor recebido pelo sistema (Q): é energia que entra no sistema e a representamos por uma seta para dentro.

Trabalho cedido pelo sistema (τ): é energia que sai do sistema e o representamos por uma seta para fora.

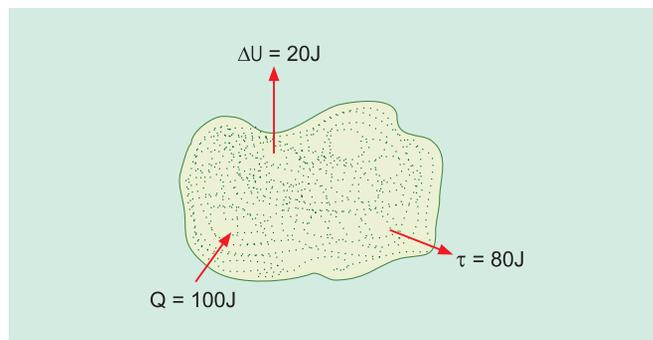
Aumento de energia interna (ΔU): representamos por uma seta para cima.

Diminuição de energia interna (ΔU): representamos por uma seta para baixo.

Assim:

Para obter a relação entre Q, τ e ΔU , basta impor que “a soma das energias das setas que entram é igual à soma das energias das setas que saem”.

$$Q = \tau + \Delta U$$



MÓDULO 12

Termodinâmica III

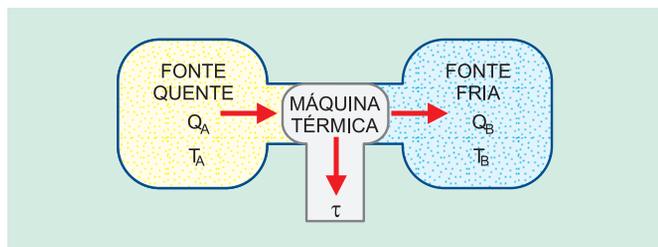
MÁQUINA TÉRMICA

Uma MÁQUINA TÉRMICA é um sistema no qual existe um **fluido operante** (normalmente **vapor**) que recebe um calor Q_A de uma fonte térmica quente, realiza um trabalho τ e rejeita a quantidade Q_B de calor para uma outra fonte, fria.

$$\frac{|Q_B|}{|Q_A|} = \frac{T_B}{T_A}$$

Assim, seu rendimento pode ser calculado por:

$$\eta = 1 - \frac{T_B}{T_A}$$



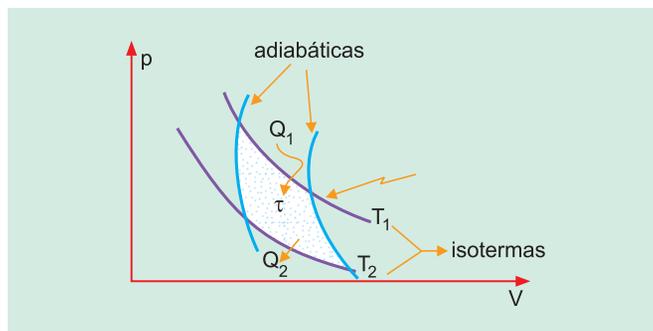
Representação esquemática de uma máquina térmica ($T_A > T_B$).

O rendimento dessa máquina é definido pela fração do calor absorvido pelo sistema, que é usado para realização do trabalho.

$$\eta = \frac{|\tau|}{|Q_A|} = \frac{|Q_A - Q_B|}{|Q_A|} = 1 - \frac{|Q_B|}{|Q_A|}$$

Se a máquina térmica, ao funcionar, obedece ao **Ciclo de Carnot** (duas isotermas e duas adiabáticas), então ela é denominada MÁQUINA DE CARNOT e vale a relação:

A MÁQUINA DE CARNOT, apesar de ser teórica, é aquela que apresenta o **máximo rendimento** possível entre suas fontes térmicas de temperaturas fixas.



Representação gráfica do Ciclo de Carnot.

MÓDULO 13

Dilatação Térmica dos Sólidos e dos Líquidos

1. DILATAÇÃO TÉRMICA DOS SÓLIDOS

Quando aquecemos um sólido, geralmente suas dimensões aumentam. Quando o esfriamos, geralmente suas dimensões diminuem. A esse aumento e a essa diminuição de dimensões de um sólido, devido ao

aquecimento ou ao resfriamento, chamamos de **dilatação térmica**.

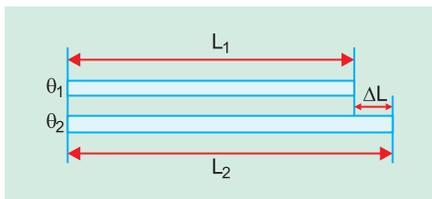
Para os sólidos, temos três tipos de dilatação:

- **dilatação linear** (ou unidimensional)
- **dilatação superficial** (ou bidimensional)
- **dilatação volumétrica** (ou tridimensional)

2. DILATAÇÃO LINEAR

Para observar a dilatação linear de um sólido, imaginemos uma barra de comprimento L_1 na temperatura θ_1 , que passa a ter o comprimento L_2 quando aquecida à temperatura θ_2 , sofrendo um aumento de comprimento:

$$\Delta L = L_2 - L_1$$



Verifica-se experimentalmente que ΔL é proporcional ao comprimento inicial L_1 e à variação de temperatura $\Delta\theta$, podendo-se expressar essa relação por:

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta\theta$$

em que α é um coeficiente de proporcionalidade característico do material que constitui a barra, chamado **coeficiente de dilatação linear**.

Substituindo $\Delta L = L_2 - L_1$, na expressão anterior:

$$L_2 - L_1 = L_1 \alpha \Delta\theta$$

Temos:

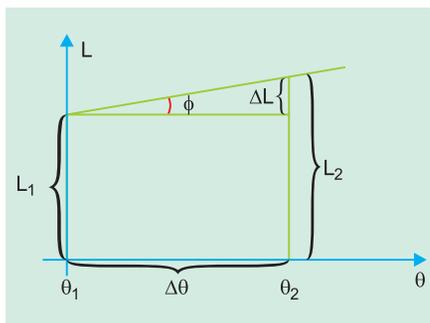
$$L_2 = L_1 (1 + \alpha \Delta\theta)$$

Essa expressão permite calcular o comprimento na temperatura θ_2 , tendo-se o comprimento na temperatura θ_1 e o coeficiente de dilatação linear do material. Observemos que ela pode ser aplicada para θ_2 maior ou menor que θ_1 , bastando fazer $\Delta\theta$ sempre igual a $\theta_2 - \theta_1$.

3. REPRESENTAÇÃO GRÁFICA

Usando a expressão $L_2 = L_1 + L_1 \alpha \Delta\theta$, notamos que o comprimento da barra varia segundo uma função do 1º grau

em θ . Dessa forma, o gráfico $L = f(\theta)$ será uma reta oblíqua.



É importante observar no gráfico que

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{\Delta L}{\Delta \theta} = \frac{L_1 \alpha \Delta \theta}{\Delta \theta} = L_1 \alpha$$

4. DILATAÇÃO SUPERFICIAL E DILATAÇÃO VOLUMÉTRICA

Para essas dilatações, valem considerações análogas às vistas na dilatação linear, valendo as relações:

$$\Delta S = S_1 \beta \Delta\theta$$

ou

$$S_2 = S_1 (1 + \beta \Delta\theta)$$

e

$$\Delta V = V_1 \gamma \Delta\theta$$

ou

$$V_2 = V_1 (1 + \gamma \Delta\theta)$$

em que β é o coeficiente de dilatação superficial e γ é o coeficiente de dilatação cúbica (ou volumétrica).

5. RELAÇÃO ENTRE α , β E γ

Pode-se demonstrar que

$$\beta = 2\alpha \quad \text{e} \quad \gamma = 3\alpha$$

$$\frac{\alpha}{1} = \frac{\beta}{2} = \frac{\gamma}{3}$$



Devido ao elevado aquecimento, os trilhos sofreram uma expansão térmica, tornando a forma observada na foto.

6. DILATAÇÃO TÉRMICA DOS LÍQUIDOS

A dilatação térmica de um líquido corresponde ao aumento ou à diminuição de volume desse líquido quando este é aquecido ou resfriado.

Ao estudar a dilatação dos líquidos, devemos observar dois detalhes:

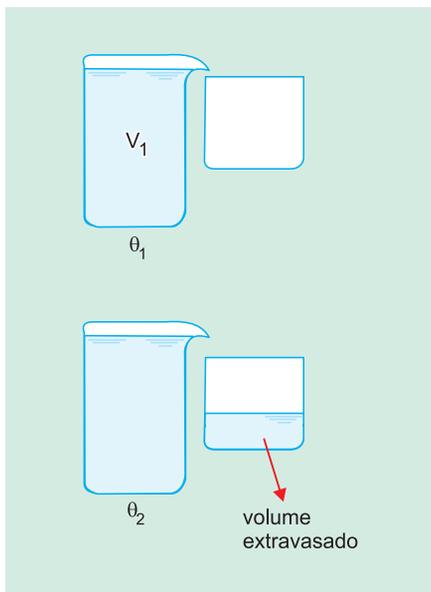
– Como os líquidos não têm forma própria, não se definem comprimento e área do líquido, tendo significado, pois, somente a **dilatação cúbica**. Para tanto, usamos a mesma relação definida para os sólidos, já que a lei é praticamente a mesma para ambos:

$$V_2 = V_1 (1 + \gamma \Delta\theta)$$

– Os líquidos só podem ser estudados dentro de recipientes sólidos. É, pois, impossível estudar a dilatação dos líquidos sem considerar a dilatação dos recipientes que os contêm. Isso implica dois tipos de dilatação para um líquido: uma dilatação **real**, que depende apenas do líquido, e a outra **aparente**, que leva em conta a dilatação do frasco que o contém.

Assim, consideremos um recipiente totalmente cheio de um líquido, numa temperatura inicial θ_1 . Ao levar-

mos o conjunto (líquido + frasco) para uma temperatura θ_2 ($\theta_2 > \theta_1$), notamos que ocorre um extravasamento parcial desse líquido.



O volume extravasado fornece a dilatação aparente (ΔV_{ap}) do líquido, pois, como o frasco também se dilatou, o volume que está no interior do frasco no final é maior que no início.

Portanto, a dilatação real do líquido é a soma da sua dilatação aparente com a do frasco:

$$\Delta V_r = \Delta V_a + \Delta V_f$$

Como: $\Delta V = V_1 \gamma \Delta \theta$

então:

$$V_1 \gamma_r \Delta \theta = V_1 \gamma_a \Delta \theta + V_1 \gamma_f \Delta \theta$$

$$\gamma_r = \gamma_a + \gamma_f$$

Então, devemos observar que a dilatação do líquido compensou a dilatação do frasco e ainda nos forneceu a dilatação aparente.

Observemos também que o coeficiente de dilatação aparente **não**

depende só do líquido, mas também do frasco considerado.

Da expressão obtida, temos:

$$\gamma_a = \gamma_r - \gamma_f$$

7. VARIACÃO DA DENSIDADE COM A TEMPERATURA

A **densidade absoluta** ou a **massa específica** de um corpo é a razão entre a massa do corpo e o seu volume.

$$\mu = \frac{m}{V}$$

O aquecimento do corpo não altera a sua massa, mas provoca mudança em seu volume:

$$V_2 = V_1 (1 + \gamma \Delta \theta)$$

Assim, se a densidade de um corpo na temperatura θ_1 é μ_1 e na temperatura θ_2 é μ_2 , temos:

$$\begin{cases} \mu_1 = \frac{m}{V_1} \Rightarrow m = \mu_1 V_1 \\ \mu_2 = \frac{m}{V_2} \Rightarrow m = \mu_2 V_2 \end{cases}$$

$$\mu_2 V_2 = \mu_1 V_1$$

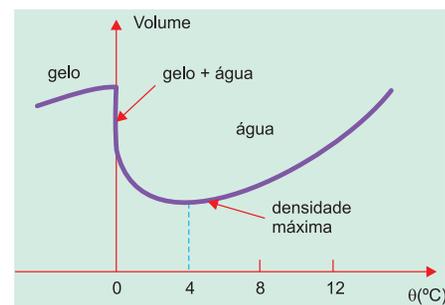
$$\mu_2 V_1 (1 + \gamma \Delta \theta) = \mu_1 V_1$$

$$\mu_2 = \frac{\mu_1}{(1 + \gamma \Delta \theta)}$$

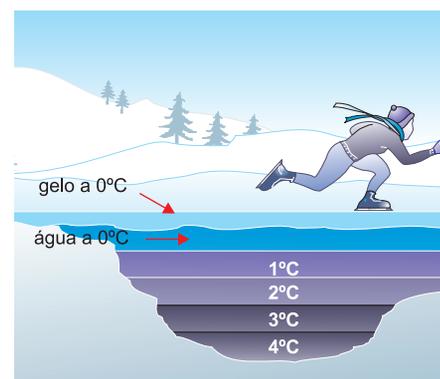
8. DILATAÇÃO ANÔMALA DA ÁGUA

A água possui um comportamento anômalo em sua dilatação. Observe o diagrama volume x temperatura a

seguir, no qual o gráfico mostra esse comportamento incomum da água.



Note que a 4°C o volume da água é mínimo e a sua densidade é máxima. Isto ocorre devido à formação das **pontes de hidrogênio**, abaixo de 4°C, quando as moléculas de H₂O ficam maiores.



Esse comportamento da água explica por que, num lago, quando a temperatura cai a valores extremamente baixos, a água se solidifica apenas na superfície. Isto ocorre porque até 4°C, no resfriamento, a água da superfície torna-se mais densa e afunda, subindo a água mais quente do fundo, que é menos densa. Ao atingir uma temperatura menor que 4°C, a água da superfície se expande (devido às pontes de hidrogênio que começam a se formar), diminuindo a sua densidade; assim essa água fria não desce mais e ao atingir 0°C se solidifica. No fundo, fica a água mais quente, numa temperatura pouco maior que 0°C. É isto que preserva a vida animal e vegetal existente no fundo do lago.



1. INTRODUÇÃO

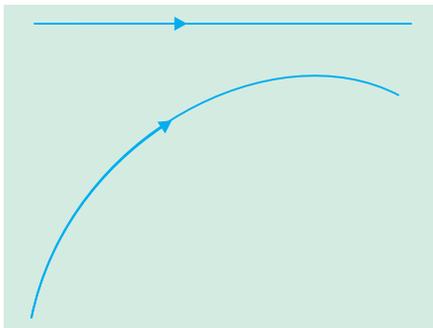
Conceitua-se **luz** como um agente físico capaz de sensibilizar nossos órgãos visuais.

A óptica geométrica estuda os fenômenos que são explicados sem que seja necessário conhecer a natureza do agente físico luz. A propagação retilínea, a reflexão e a refração são fenômenos estudados pela óptica geométrica. Este estudo é feito a partir da noção de raio de luz, de princípios que regem o comportamento dos raios de luz e de conhecimentos de geometria plana.

2. RAIOS DE LUZ

São linhas orientadas que representam, graficamente, a direção e o sentido de propagação da luz.

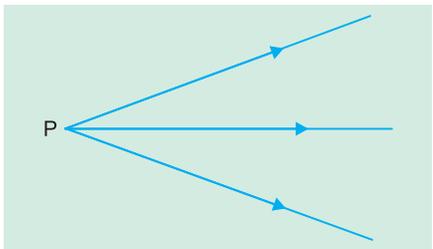
Conforme o meio em que se propaga, o raio de luz pode ser retilíneo ou curvilíneo.



3. FEIXE DE LUZ

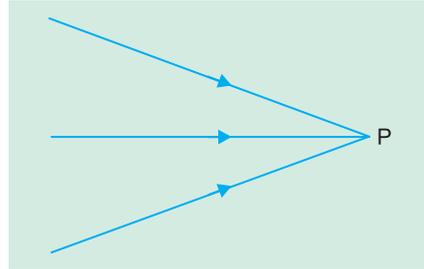
É um conjunto de raios de luz. Os feixes de luz são classificados como:

❑ Cônico Divergente



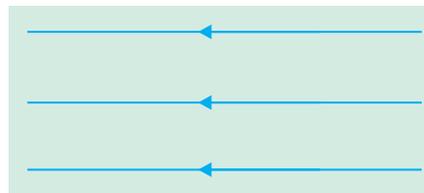
Os raios de luz divergem a partir de um ponto P. O ponto P é o vértice do feixe.

❑ Cônico Convergente



Os raios de luz convergem para um único ponto P.

❑ Cilíndrico



Os raios de luz são todos paralelos entre si. Neste caso, dizemos que o vértice P é impróprio.

4. FONTES DE LUZ

São os corpos capazes de emitir luz. As fontes de luz são classificadas em:

❑ Fontes primárias

São aquelas que emitem **luz própria**, isto é, emitem a luz que produzem.

Exemplos

Sol, lâmpadas elétricas quando acesas etc.

As fontes primárias admitem ainda uma subdivisão:

• Fontes incandescentes

São aquelas que emitem luz em decorrência da sua elevada temperatura (em geral acima de 500°C).

Exemplos

O **Sol**, cuja temperatura em sua superfície é da ordem de 6000°C; as lâmpadas incandescentes, cujo filamento atinge temperatura superior a 2000°C.

• Fontes luminescentes

São aquelas que emitem luz em temperaturas relativamente baixas.

Exemplos

Lâmpadas fluorescentes; substâncias fosforescentes.

As fontes luminescentes podem ser de dois tipos:

a) Fluorescentes

Emitem luz quando se encontram sob ação da causa excitadora da emissão. É o caso das lâmpadas fluorescentes.

b) Fosforescentes

Emitem luz por algum tempo mesmo quando cessa a causa excitadora da emissão. É o caso das substâncias fosforescentes dos mostradores de relógios e de interruptores, que permitem a visão no escuro.

❑ Fontes secundárias

São aquelas que reenviam ao espaço a luz que recebem de outros corpos.

Exemplos

A Lua, as paredes, nossas roupas.

5. CLASSIFICAÇÃO DOS MEIOS

❑ Meio transparente

Um meio se diz **transparente** quando permite a propagação da luz através de si, segundo trajetórias regulares, permitindo a visão nítida dos objetos.

Exemplos

Ar, água em pequenas camadas, vidro comum etc.

❑ Meio translúcido

Um meio se diz **translúcido** quando permite a propagação da luz através de si, segundo trajetórias irregulares, de modo a não permitir a visão nítida dos objetos.

Exemplos

Vidro fosco, papel de seda, papel vegetal etc.

❑ Meio opaco

Um meio se diz **opaco** quando não permite a propagação da luz através de si.

Exemplos

Madeira, concreto etc.

❑ Meio homogêneo

Um meio é **homogêneo** quando todos os seus pontos apresentam as mesmas propriedades, isto é, mesma composição química, mesma densidade etc.

❑ Meio isotrópico

Um meio é **isotrópico** quando as propriedades físicas associadas a um ponto do meio independem da direção em que são medidas. Quando o meio não é isotrópico, ele é chamado **anisotrópico**.

Um meio transparente, homogêneo e isotrópico é chamado **meio ordinário** ou **refringente**.

6. PRINCÍPIOS DA ÓPTICA GEOMÉTRICA

❑ Princípio da propagação retilínea

Nos meios homogêneos e transparentes, a luz se propaga em linha reta.

❑ Princípio da independência dos raios de luz

Quando raios de luz se cruzam, cada um deles continua seu trajeto, como se os demais não existissem.

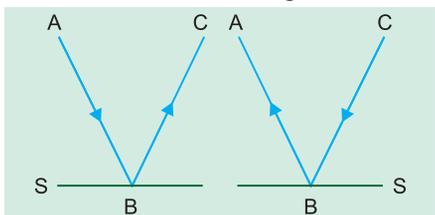
❑ Leis da reflexão e da refração

As leis da reflexão e da refração serão estudadas nos próximos capítulos.

Uma decorrência dos princípios da óptica geométrica é a "**reversibilidade dos raios de luz**":

A trajetória descrita por um raio de luz independe do sentido de propagação.

Assim, por exemplo, considere um raio de luz incidindo numa superfície **S** segundo **AB** e refletindo-se segundo **BC**. Se a luz incidir segundo **CB**, irá refletir-se segundo **BA**.



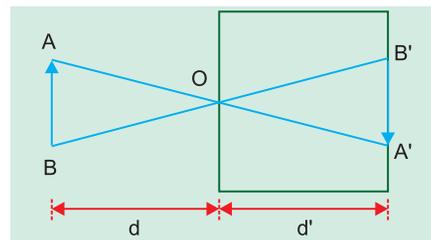
Observação

Muitos fenômenos são explicados pela propagação retilínea da luz. É o caso da **câmara escura de orifício**, a **formação de sombra e penumbra** e a **ocorrência de eclipses**.

7. CÂMARA ESCURA DE ORIFÍCIO

É uma caixa de paredes opacas munida de um orifício em uma de suas faces. Um objeto **AB** é colocado em frente à câmara, conforme a figura. Raios de luz provenientes do objeto **AB** atravessam o orifício e formam na parede oposta uma figura **A'B'**, chamada "imagem" de **AB**.

O fato de a imagem ser invertida em relação ao objeto evidencia a propagação retilínea da luz.



A semelhança entre os triângulos **OAB** e **OA'B'** fornece:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{d'}{d}$$

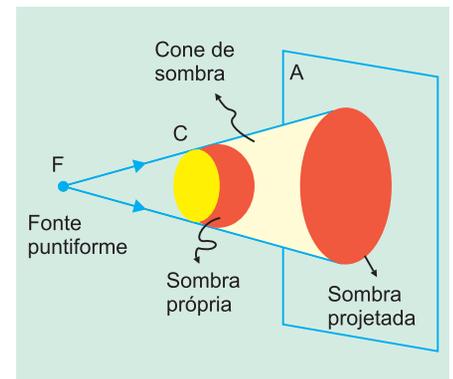
CONSEQUÊNCIA DA PROPAGAÇÃO RETILÍNEA. A COR DE UM CORPO

8. SOMBRA E PENUMBRA

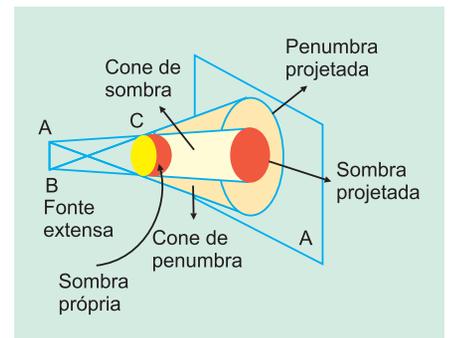
Considere uma fonte de luz puntiforme (**F**), um corpo opaco (**C**) e um anteparo opaco (**A**).

Dos raios de luz emitidos por **F**, consideremos aqueles que tangenciam **C**.

Sobre o corpo **C**, podemos distinguir duas regiões: uma iluminada e outra em sombra. A região em sombra é denominada **sombra própria**. Entre o corpo **C** e o anteparo **A**, existe uma região do espaço que não recebe luz de **F**: é o **cone de sombra do corpo C**. A região do anteparo que não recebe luz de **F** é a **sombra projetada**.

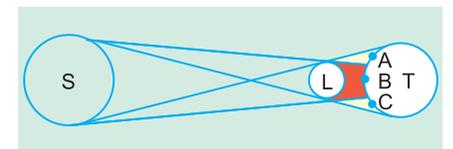


Se a fonte de luz for extensa, observa-se entre o corpo **C** e o anteparo **A** uma região que não recebe luz (**cone de sombra**) e outra parcialmente iluminada (**cone de penumbra**). No anteparo **A**, temos a sombra e a penumbra projetadas.



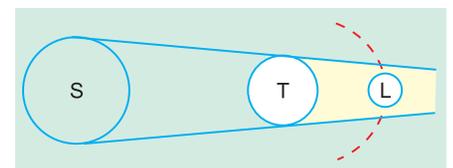
9. ECLIPSES

O eclipse do Sol ocorre quando o cone de sombra e o de penumbra da Lua interceptam a superfície da Terra.



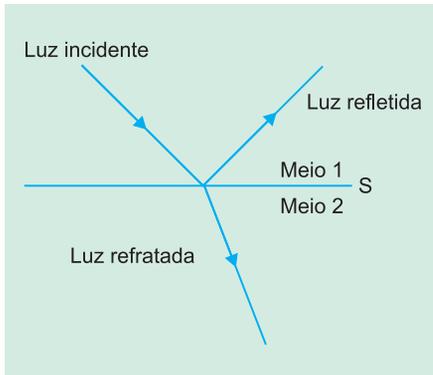
Para os observadores **A** e **C**, o eclipse do Sol é parcial. Para o observador **B**, o eclipse do Sol é total.

O eclipse total da Lua ocorre quando ela está totalmente imersa no cone de sombra da Terra. Se a Lua interceptar parcialmente o cone, o eclipse será parcial.



10. FENÔMENOS ÓPTICOS

Quando a luz, propagando-se num **meio 1**, incide na superfície **S** que separa este meio de outro **meio 2**, podem ocorrer vários fenômenos: uma parte da luz volta ao meio em que se estava propagando. É a **reflexão da luz**. Uma outra parte da luz passa a se propagar no outro meio. É a **refração da luz**. Uma outra parte da luz que incide na superfície **S** pode ser absorvida. Neste caso, energia luminosa se transforma em energia térmica. É a **absorção da luz**.



11. A COR DE UM CORPO

A luz solar, denominada luz branca, é uma luz composta de uma infinidade de cores, sendo as principais: vermelho, alaranjado, amarelo, verde, azul, anil e violeta.

Quando um corpo, iluminado com luz branca, se apresenta **verde**, significa que o corpo **reflete a luz verde** e **absorve** as demais cores que compõem a luz branca.

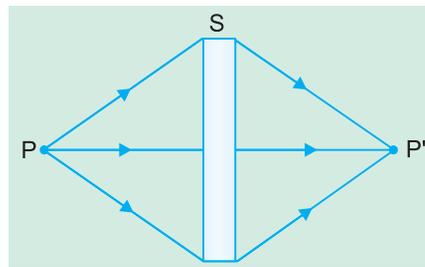
Se o corpo não absorver nenhuma cor, **refletindo todas**, ele é um **corpo branco**.

Se o corpo **absorver todas as cores**, não refletindo nenhuma, ele é um **corpo negro**.

12. PONTO OBJETO E PONTO IMAGEM

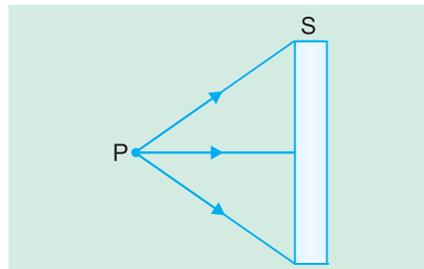
Espelhos planos, espelhos esféricos, lentes etc. são exemplos de **sistemas ópticos**.

Dado um sistema óptico **S**, consideremos um feixe de luz incidente e o correspondente feixe de luz emergente.

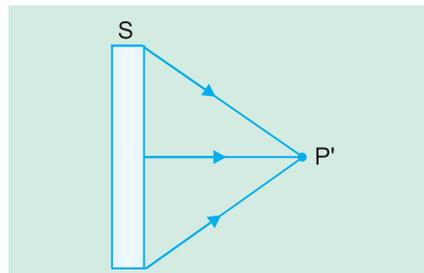


O vértice do **feixe incidente** é denominado **ponto objeto (P)** e o vértice do **feixe emergente** é o **ponto imagem (P')**.

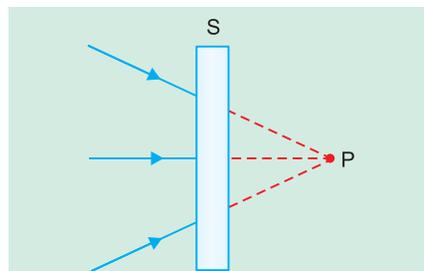
Os esquemas a seguir mostram a classificação dos pontos objeto e imagem em relação a um sistema óptico **S**:



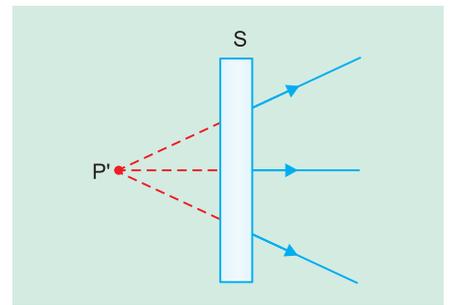
P: ponto objeto real. Os raios de luz incidentes em **S** se encontram efetivamente.



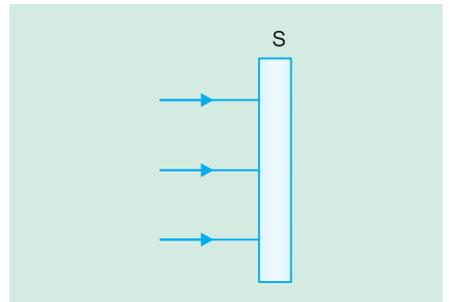
P': ponto imagem real. Os raios de luz emergentes de **S** se encontram efetivamente.



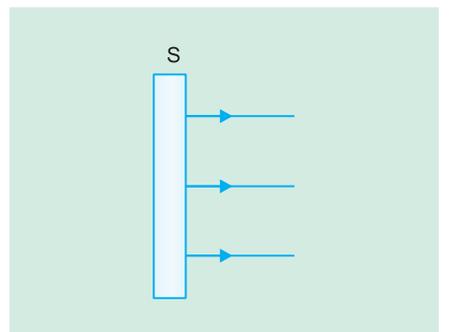
P: ponto objeto virtual. Os raios de luz incidentes em **S** se encontram apenas por prolongamentos.



P': ponto imagem virtual. Os raios de luz emergentes de **S** se encontram apenas por prolongamentos.



Quando o feixe incidente em **S** é cilíndrico, o **ponto objeto é impróprio**.



Quando o feixe emergente de **S** é cilíndrico, o **ponto imagem é impróprio**.

Observações

a) Somente as imagens reais podem ser projetadas em anteparos.

b) Um sistema óptico é dito **estigmático** quando a um ponto objeto **P** faz corresponder um ponto imagem **P'** e não uma mancha luminosa. Se acontecer esta última situação, o sistema óptico é **astigmático**.

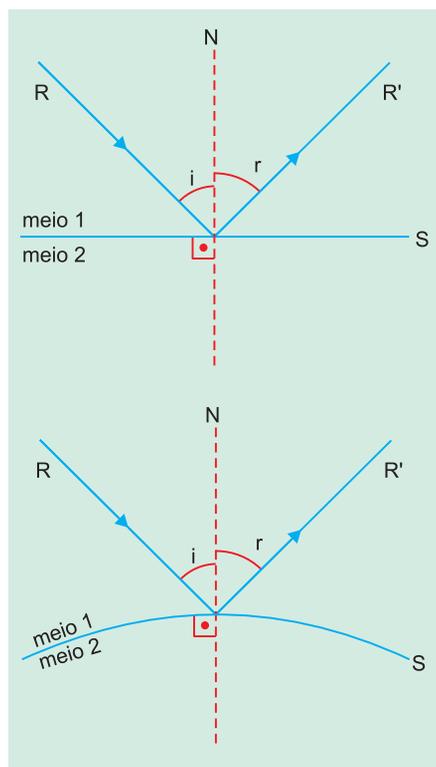


1. AS LEIS DA REFLEXÃO

Consideremos uma superfície S (plana ou curva) delimitando dois meios, (1) e (2). Admitamos que a luz, provinda do meio (1), suposto transparente e homogêneo, atinja a superfície S.

Seja R um raio de luz incidente, I o ponto de incidência da luz, R' o correspondente raio de luz refletido e N uma reta normal à superfície no ponto I.

O ângulo que o raio de luz incidente (R) forma com a normal (N) é denominado ângulo de incidência da luz (i).



O ângulo que o raio de luz refletido (R') forma com a normal (N) é denominado ângulo de reflexão da luz (r).

O fenômeno de reflexão da luz obedece a duas leis fundamentais, denominadas **leis da reflexão**.

□ Primeira lei da reflexão

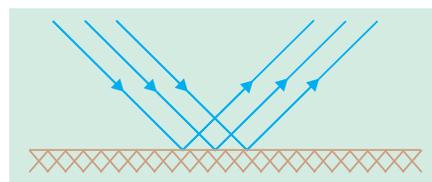
O raio de luz incidente (R), a reta normal no ponto de incidência (N) e o raio de luz refletido (R') pertencem ao mesmo plano (denominado plano de incidência da luz).

□ Segunda lei da reflexão

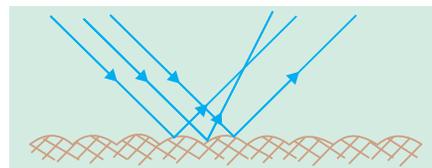
O ângulo de reflexão (r) é igual ao ângulo de incidência (i).

2. TIPOS DE REFLEXÃO

Se a superfície S for lisa e polida (sem saliências e reentrâncias), a reflexão será dita **regular** ou **especular**.

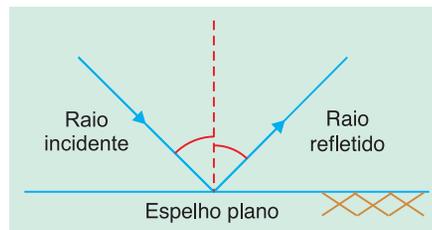


Se a superfície S apresentar saliências e reentrâncias, a luz incidente será refletida em todas as direções, e a reflexão será dita **difusa** (o fenômeno é também denominado **difusão da luz**).



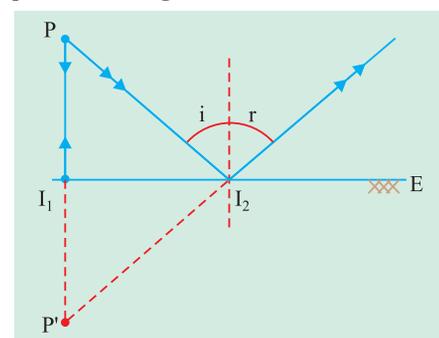
A reflexão difusa é responsável pelo fato de se ver os objetos e a reflexão regular, pela formação de imagens.

Quando a superfície S que delimita os meios (1) e (2) é plana e há predominância de reflexão regular, dizemos que ela é um **espelho plano**.



3. IMAGEM DE UM PONTO NUM ESPELHO PLANO

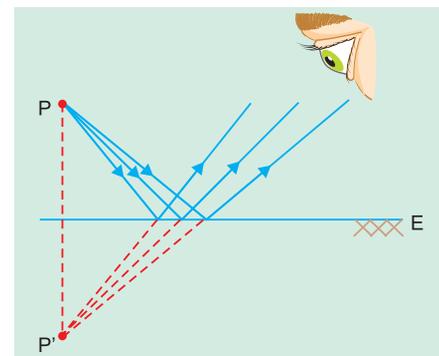
Considere um ponto P colocado na frente de um espelho plano E. Para obter a imagem de P, vamos considerar dois raios de luz que partem de P e incidem no espelho: PI_1 (**que volta sobre si próprio**) e PI_2 . Os raios refletidos definem o ponto imagem P'. Observe que P é um **ponto objeto real** e P', um **ponto imagem virtual**.



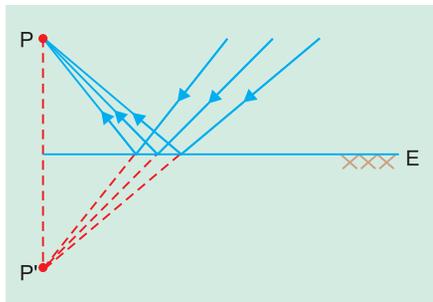
Os triângulos PI_1I_2 e $P'I_1I_2$ são congruentes. Logo, $PI_1 = P'I_1$. Portanto, concluímos que:

O ponto objeto P e o ponto imagem P' são simétricos em relação à superfície refletora.

O espelho plano é estigmático. Isto significa que qualquer raio que provém de P e incide no espelho reflete-se passando por P'.



Por outro lado, de acordo com a reversibilidade da luz, todo raio que incide com direção passando por P', origina um raio refletido, passando por P. Note agora que P' é um ponto objeto virtual e P, um ponto imagem real.



Do exposto, concluímos que:

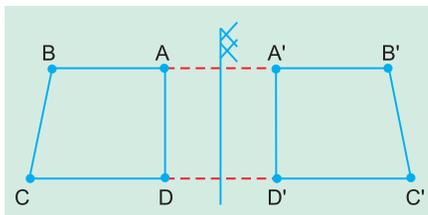
Relativamente a um espelho plano, o objeto e a imagem têm naturezas opostas; se o objeto é real, a imagem é virtual e vice-versa.

Note que objeto e imagem reais situam-se na frente do espelho e objeto e imagens virtuais situam-se **atrás** do espelho.

4. IMAGEM DE UM OBJETO EXTENSO

Na figura, utilizando a propriedade de simetria, obtivemos a imagem A'B'C'D' de um objeto extenso ABCD.

Observe que **objeto e imagem têm mesmas dimensões.**



Cumpramos destacar o fato de que a imagem de um objeto tridimensional assimétrico, embora seja idêntica ao objeto, não pode ser superposta a ele como, por exemplo, as mãos direita e esquerda de uma pessoa.

Assim, a imagem tem todas as características idênticas ao objeto, mas não pode ser superposta ao objeto. Explicando melhor: se a pessoa levanta, diante do espelho plano, sua mão direita, a respectiva imagem levantará a mão esquerda.

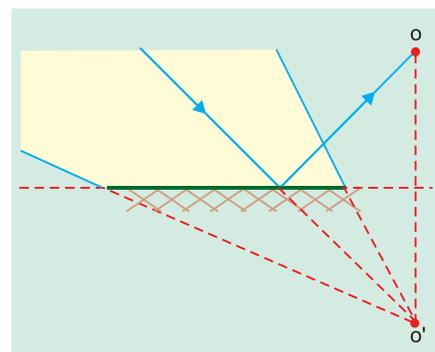
Se tivermos um livro no qual está escrita a palavra Física, esta aparecerá na imagem escrita de trás para diante.

Diz-se, então, que o objeto e a imagem são **figuras enantiomorfas**.

5. CAMPO VISUAL DE UM ESPELHO PLANO

Para uma posição (O) do olho do observador, define-se campo visual do espelho plano como sendo a região do espaço que se torna visível por reflexão no espelho.

Para que a luz refletida no espelho chegue ao olho (O) do observador e proporcione o efeito da visão, a luz incidente deverá passar por O', simétrico de O, em relação à superfície refletora. A região do espaço, visível por reflexão no espelho, é determinada ligando-se o ponto O' ao contorno periférico do espelho.

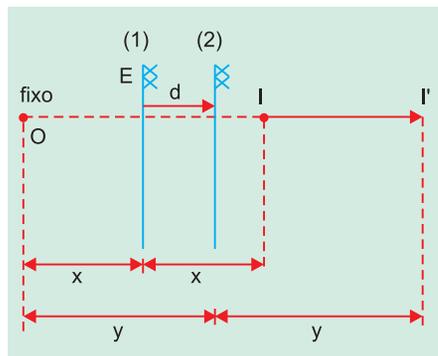


MÓDULO 16

Translação e Rotação de um Espelho Plano – Associação de Espelhos Planos

1. TRANSLAÇÃO DE UM ESPELHO PLANO

Considere um objeto fixo O e seja I sua imagem. Vamos supor que o espelho se translade de uma distância d, passando da posição (1) para a posição (2). A imagem passa a ser I'.



Da figura, tiramos:

$$II' = 2y - 2x = 2(y - x) = 2d$$

Portanto:

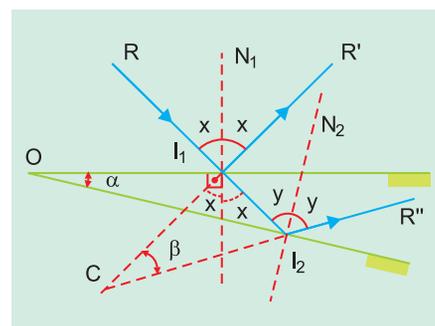
Quando um espelho plano se translada retilineamente de uma distância d, a imagem de um objeto fixo se translada de 2d, no mesmo sentido.

Em virtude do exposto anteriormente, podemos ainda concluir que:

Quando um espelho plano se translada retilineamente, com velocidade de módulo V, a imagem de um objeto fixo se translada com velocidade de módulo 2V, no mesmo sentido.

2. ROTAÇÃO DE UM ESPELHO PLANO

Quando um espelho plano girar um ângulo α em torno de um eixo perpendicular ao plano de incidência da luz, o raio refletido girará 2α .



$$\Delta OI_1I_2 : \alpha + 90^\circ + x + 90^\circ - y = 180^\circ$$

$$\alpha = y - x \quad (1)$$

$$\Delta CI_1I_2 : \beta + 2x = 2y$$

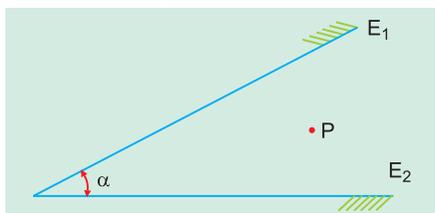
$$\beta = 2(y - x) \quad (2)$$

De (1) e (2):

$$\beta = 2\alpha$$

3. NÚMERO DE IMAGENS FORMADAS ENTRE DOIS ESPELHOS PLANOS

Consideremos dois espelhos planos, (E_1) e (E_2), formando entre si um ângulo diedro (α) e com as superfícies refletoras defrontando-se, conforme a figura.



A luz proveniente de um ponto objeto vai sofrer uma série de reflexões nos dois espelhos antes de emergir do sistema. Para cada refle-

xão, teremos a produção de uma nova imagem.

Se α o divisor de 360° , o número total de imagens formadas (N) é dado por:

$$N = \frac{360^\circ}{\alpha} - 1$$

Se $\frac{360^\circ}{\alpha}$ for par, a fórmula é aplicável para qualquer posição de P entre os espelhos E_1 e E_2 .

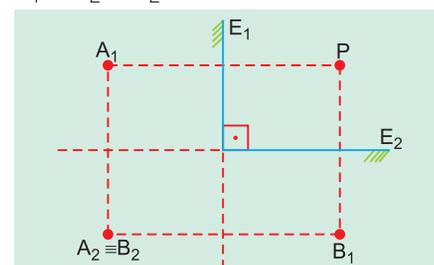
Se $\frac{360^\circ}{\alpha}$ for ímpar, a fórmula é aplicável para o objeto (P) situado no plano bissetor do diedro (α).

Estudemos, a título de ilustração, o caso em que $\alpha = 90^\circ$.

$$N = \frac{360^\circ}{90^\circ} - 1$$

$$N = 3$$

Portanto, temos três imagens: A_1 , B_1 e $A_2 \equiv B_2$.



Imagens formadas por reflexão em dois espelhos planos.

MÓDULO 17

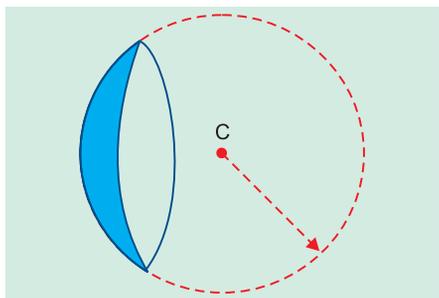
Raios Notáveis e Construção de Imagens nos Espelhos Esféricos

1. CLASSIFICAÇÃO E ELEMENTOS DOS ESPELHOS ESFÉRICOS

Consideremos uma superfície esférica de centro C e raio de curvatura R .

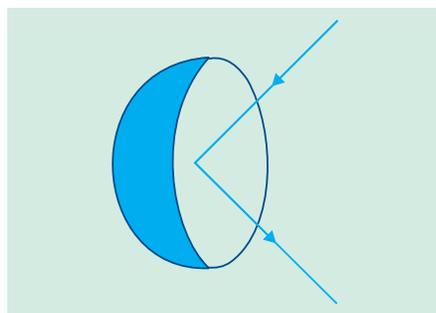
Um plano, interceptando a superfície esférica, divide-a em duas calotas esféricas.

Denomina-se **espelho esférico** toda calota esférica em que uma de suas superfícies é refletora.

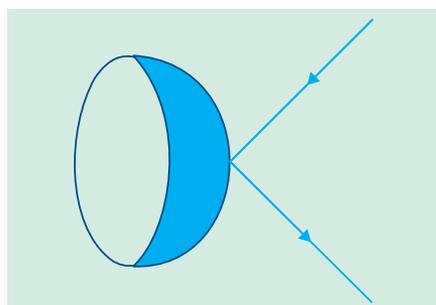


O espelho esférico é dito **côncavo**, quando a superfície refletora é

aquela voltada para o centro da calota, e **convexo**, em caso contrário.

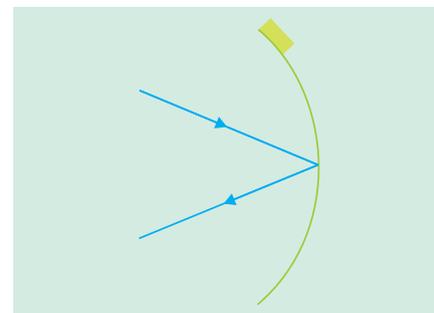


Espelho esférico **côncavo**.

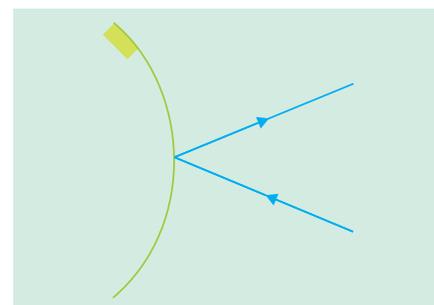


Espelho esférico **convexo**.

Simbolicamente, representamos:



Espelho esférico **côncavo**.



Espelho esférico **convexo**.

Os elementos importantes de um espelho esférico são:

❑ **Vértice do espelho (V)**

É o polo da calota esférica.

❑ **Centro de curvatura (C)**

É o centro da superfície esférica, de onde se originou a calota.

❑ **Raio de curvatura (R)**

É o raio da superfície esférica, de onde se originou a calota.

❑ **Eixo principal**

É o eixo determinado pelo centro de curvatura (C) e pelo vértice do espelho (V).

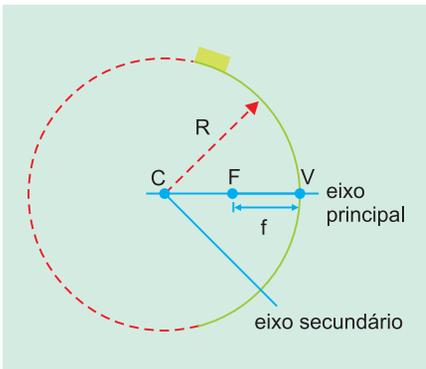
❑ **Eixo secundário**

Qualquer eixo que passa pelo centro de curvatura C e não passa pelo vértice V.

❑ **Foco principal (F)**

❑ **Distância focal (f)**

É a distância de F a V.



Observação

Para que as imagens fornecidas pelos espelhos esféricos tenham maior nitidez e não apresentem deformações, devem ser obedecidas **as condições de nitidez de Gauss:**

"Os raios incidentes devem ser paralelos ou pouco inclinados em relação ao eixo principal e próximos deste."

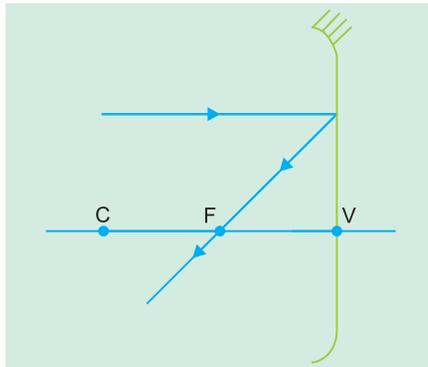
Nessas condições, trabalharemos somente com a parte do espelho em torno do vértice (V) e que aparece ampliada nos esquemas que apresentaremos nos itens seguintes.

Para um espelho esférico de Gauss, tem-se:

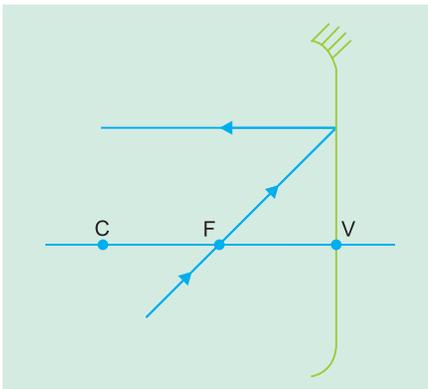
$$f = \frac{R}{2}$$

2. RAIOS NOTÁVEIS

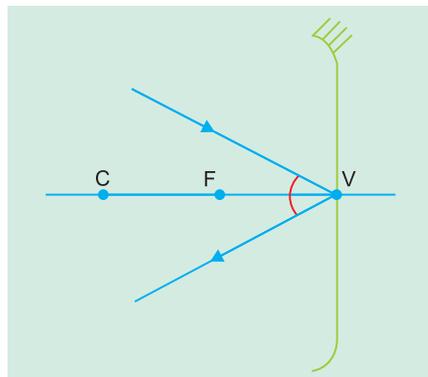
Todo raio de luz que incide no espelho esférico, paralelamente ao eixo principal, reflete-se numa direção que passa pelo foco.



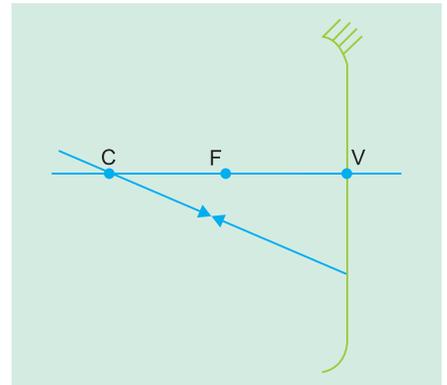
Todo raio de luz que incide no espelho esférico, numa direção que passa pelo foco, reflete-se paralelamente ao eixo principal.



Todo raio de luz que incide no vértice do espelho esférico reflete-se simetricamente em relação ao eixo principal.

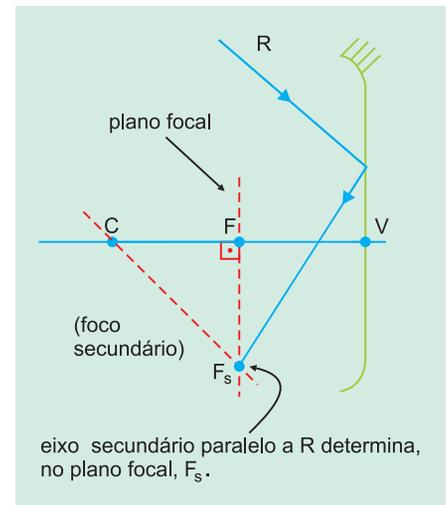


Todo raio de luz que incide no espelho esférico, numa direção que passa pelo centro de curvatura, reflete-se sobre si próprio.

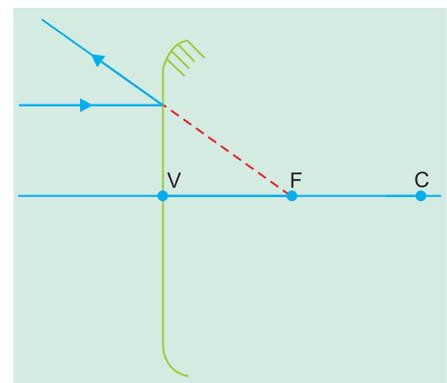


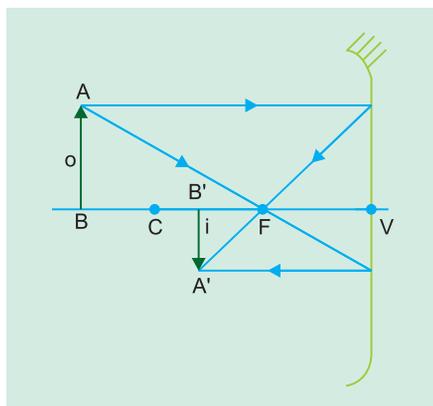
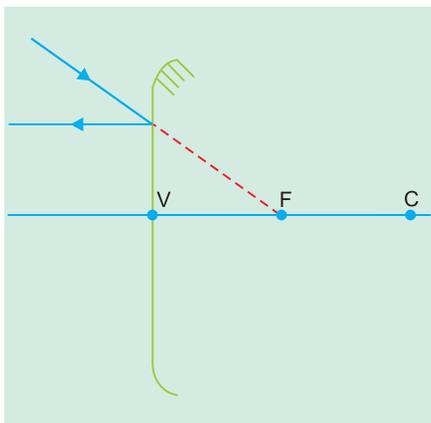
Esta última propriedade vale mesmo fora das condições de Gauss.

Todo raio de luz que incide obliquamente ao eixo principal reflete-se numa direção que passa pelo foco secundário (F_s).



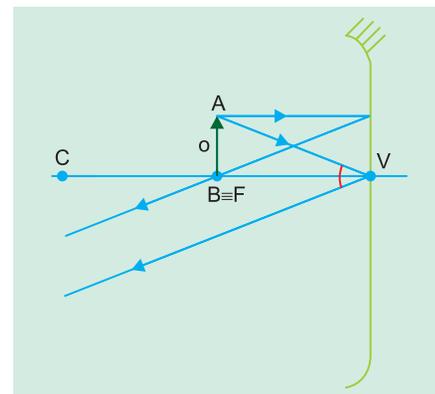
Para um espelho esférico convexo, temos:





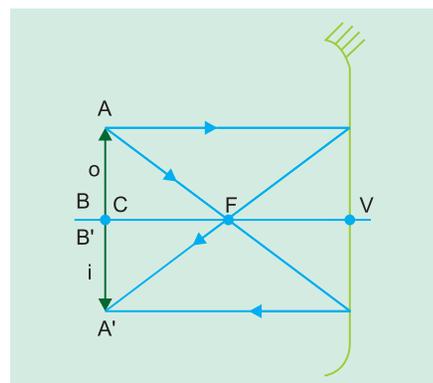
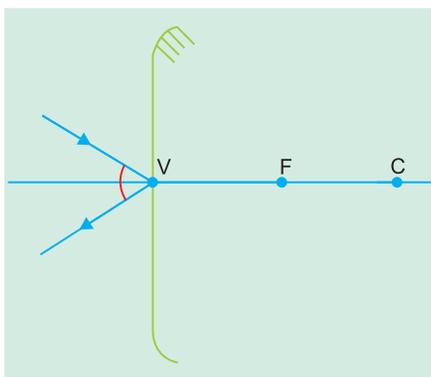
objeto em C

imagem: real, invertida e do mesmo tamanho do objeto.



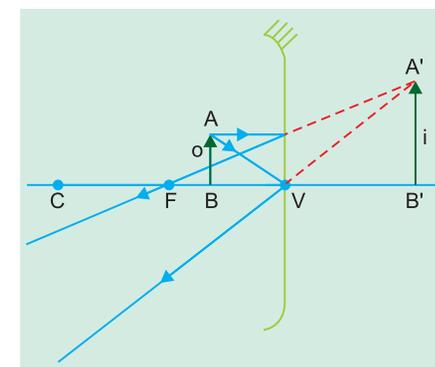
objeto entre F e V

imagem: virtual, direita e maior do que o objeto.



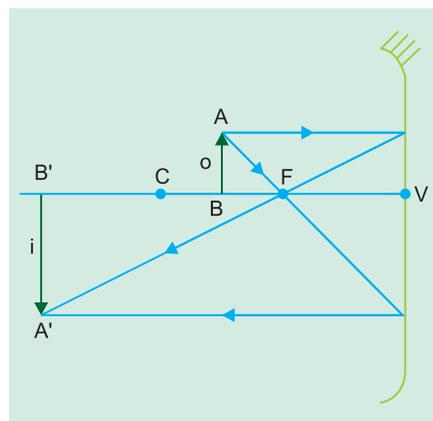
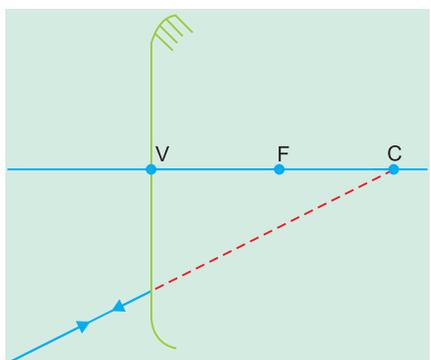
objeto entre C e F

imagem: real, invertida e maior do que o objeto.



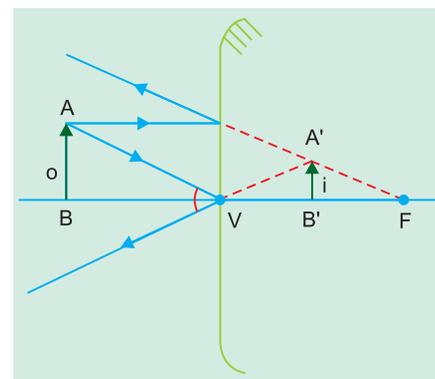
• Espelho convexo

Imagem: virtual, direita e menor do que o objeto.



objeto em F

imagem: imprópria



Observações

a) Para um objeto impróprio (muito distante), o espelho esférico conjuga a imagem sobre o foco.

b) Em sistemas ópticos refletivos (espelhos), quando objeto e imagem são de naturezas iguais, eles estão posicionados no próprio semiespaço definido pelo sistema. Quando objeto e imagem possuem naturezas diferentes, estão posicionados em semiespaços opostos.

3. CONSTRUÇÃO GRÁFICA DA IMAGEM DE UM PEQUENO OBJETO FRONTAL

Consideremos um objeto AB, de pequenas dimensões, em comparação com o raio de curvatura (R).

Com os raios notáveis, determinemos, graficamente, a imagem A'B' de AB.

Observe os casos a seguir:

• Espelho côncavo

objeto antes de C

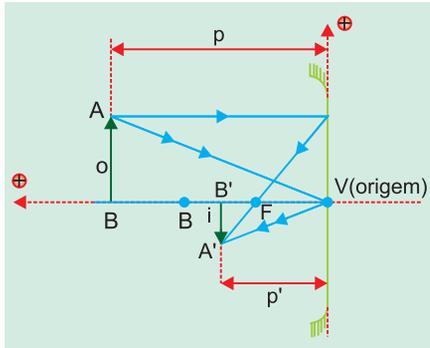
imagem: real, invertida e menor do que o objeto.



1. EQUAÇÃO DE GAUSS

Sejam p e p' as abscissas do objeto e da imagem, respectivamente. A Equação de Gauss relaciona p , p' e f .

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$



De acordo com o sistema de eixos adotado (referencial de Gauss), temos a seguinte **convenção de sinais**:

- $p > 0$: objeto real
- $p < 0$: objeto virtual
- $p' > 0$: imagem real
- $p' < 0$: imagem virtual
- $f > 0$: espelho côncavo
- $f < 0$: espelho convexo

2. AUMENTO LINEAR TRANSVERSAL (A)

Sejam i e o as medidas algébricas das dimensões lineares da imagem e do objeto, respectivamente, com orientação positiva para cima, de acordo com o referencial adotado.

O aumento linear transversal é, por definição, o quociente: $\frac{i}{o}$.

Desenhando o objeto sempre para cima, o será **positivo**. Se a imagem resultar para cima, temos $i > 0$: **imagem direita**. Se a imagem resultar para baixo, temos $i < 0$: **imagem invertida**.

Exemplos

- a) $\frac{i}{o} = +2$ significa que a imagem é direita e duas vezes maior do que o objeto.
- b) $\frac{i}{o} = -3$ significa que a imagem é invertida e três vezes maior do que o objeto.

Da semelhança entre os triângulos ABV e $A'B'V$ da figura anterior, vem:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'V}{BV}$$

Porém, $A'B' = -i$, $AB = o$, $B'V = p'$ e $BV = p$.

Logo:

$$A = \frac{i}{o} = \frac{-p'}{p}$$

Outra expressão para o aumento linear transversal:

$$A = \frac{i}{o} = \frac{f}{f - p}$$

3. NOTAS IMPORTANTES

Nota 1
Quando $A > 0$, a imagem é dita **direita** ou **direta**, isto é, o objeto e a imagem têm mesma orientação.

Isto ocorre ($A > 0$) quando $\frac{p'}{p} < 0$ e, portanto, p' e p devem ter sinais opostos, ou seja, naturezas diferentes (um deles é real e o outro é virtual). Assim:

A imagem será direta ($A > 0$) quando o objeto e a respectiva imagem tiverem naturezas opostas.

Nota 2

Quando $A < 0$, a imagem é dita **invertida**, isto é, o objeto e a imagem têm orientações opostas.

Isto ocorre ($A < 0$) quando $\frac{p'}{p} > 0$

e, portanto, p' e p devem ter mesmo sinal, ou seja, mesma natureza (ambos reais ou ambos virtuais).

Assim:

A imagem será invertida ($A < 0$), quando o objeto e a respectiva imagem tiverem mesma natureza.

Nota 3

Quando $|A| > 1$, a imagem é dita **ampliada**, isto é, o tamanho da imagem é maior do que o tamanho do objeto.

Isto ocorre ($|A| > 1$) quando $|p'| > |p|$, isto é, a imagem está mais afastada do espelho do que o objeto.

Nota 4

Quando $|A| < 1$, a imagem é dita **reduzida**, isto é, o tamanho da imagem é menor do que o tamanho do objeto.

Isto ocorre ($|A| < 1$) quando $|p'| < |p|$, isto é, a imagem está mais próxima do espelho do que o objeto.

Nota 5

Quando $|A| = 1$, a imagem tem mesmo tamanho que o objeto e ambos estão localizados na posição do centro de curvatura do espelho.

MÓDULOS 21 e 22

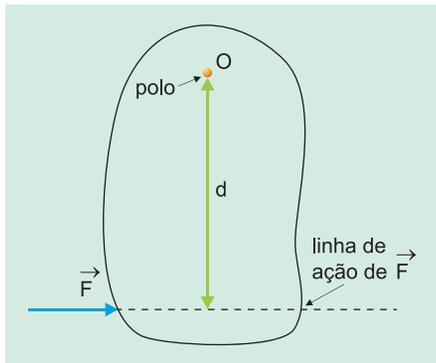
Estática do Corpo Extenso

1. MOMENTO ESCALAR OU TORQUE DE UMA FORÇA

Para um corpo extenso, existe a possibilidade de movimento de rotação.

A capacidade de uma força em provocar a rotação de um corpo extenso é medida por uma grandeza física chamada **momento escalar ou torque**.

Seja um corpo extenso que possa girar em torno de um ponto O e F uma força aplicada ao corpo.



A distância **d** do ponto O até a linha de ação de F é chamada de **braço** da força F e o ponto O é chamado de **polo**.

O momento escalar (M) da força F em relação ao polo O é definido pela relação:

$$M = \pm |F| d$$

O sinal do momento escalar depende do sentido de rotação em que a força F tende a girar o corpo (horário ou anti-horário) de acordo com uma convenção arbitrária pré-estabelecida.

Por exemplo, se adotarmos o sentido anti-horário como positivo, o momento escalar da força F, representada na figura, será positivo.

2. CONDIÇÕES DE EQUILÍBRIO

Um corpo extenso estará em equilíbrio quando forem satisfeitas duas condições:

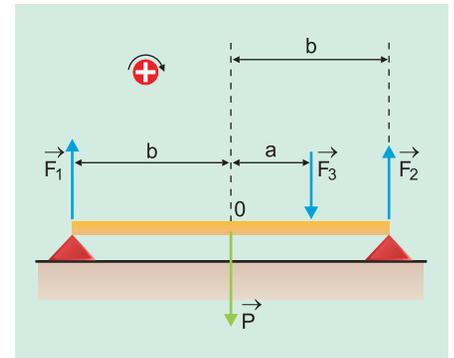
(A) **A resultante de todas as forças externas atuantes no corpo é nula.**

(B) **A soma dos torques de todas as forças externas atuantes no corpo, em relação a qualquer polo, é nula.**

A condição (A) traduz o equilíbrio translatório e a condição (B) traduz o equilíbrio rotatório.

Observe que para um ponto material não existe a condição (B), porque não há possibilidade de movimento de rotação.

Exemplo



$$(A): F_1 + F_2 = F_3 + P \quad (1)$$

$$(B): F_1 \cdot b + F_3 \cdot a = F_2 \cdot b \quad (2)$$

As equações (1) e (2) estabelecem as condições de equilíbrio da barra da figura.

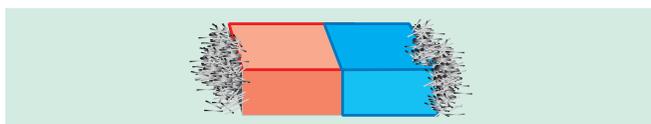
MÓDULO 23

Ímãs e Campo Magnético

1. INTRODUÇÃO

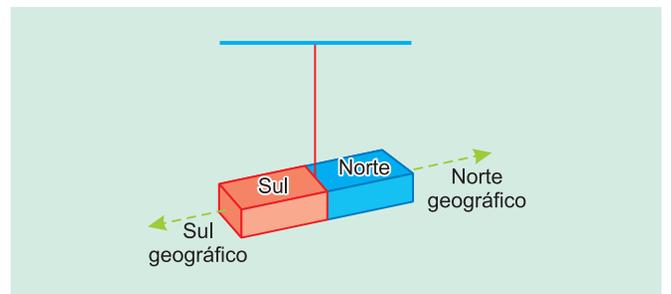
Certos corpos, denominados ímãs, diferenciam-se por apresentar propriedades notáveis, entre as quais citamos:

a) **Atraem fragmentos de ferro** (limalha de ferro). Estes aderem às regiões extremas de um ímã em forma de barra. Essas regiões constituem os polos do ímã.

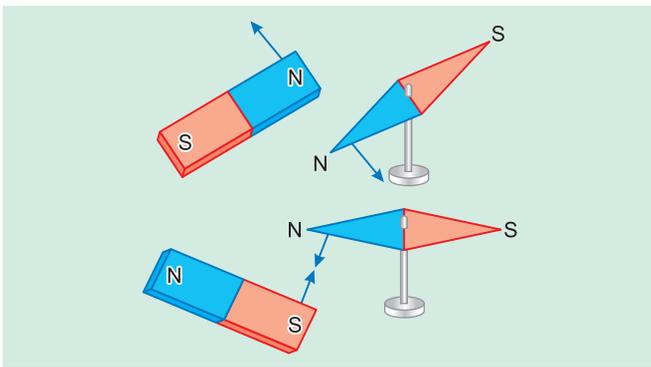


b) Quando suspensos pelo centro de gravidade, orientam-se, aproximadamente, na direção norte-sul geográfica do lugar. A região do ímã que se volta para o

Polo Norte geográfico é denominada **polo norte** (N) e a outra região, **polo sul** (S).



c) Exercem entre si **forças de atração** ou de **repulsão**, conforme a posição em que são postos em presença. A experiência mostra que **polos de mesmo nome repelem-se e de nomes contrários atraem-se**.



d) Cortando-se transversalmente um ímã, obtêm-se dois novos ímãs. É a **inseparabilidade** dos polos de um ímã.

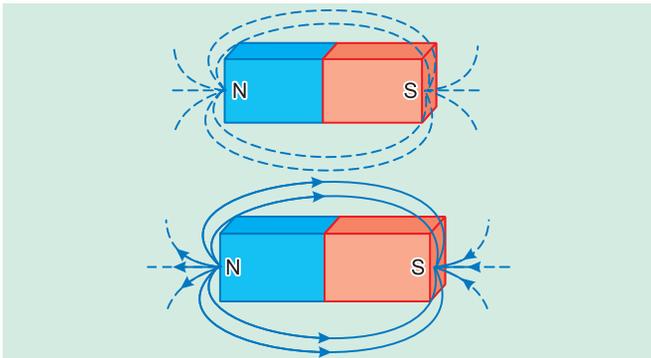


2. CAMPO MAGNÉTICO – LINHAS DE INDUÇÃO

Uma região do espaço modificada pela presença de um ímã recebe a denominação de **campo magnético**.

Uma visualização do aspecto que assume a região que envolve um ímã – uma visualização do espaço que constitui o campo magnético – pode ser obtida com o auxílio de limalhas de ferro (que se comportam como minúsculas agulhas magnéticas).

A limalha de ferro concentra-se ao redor dos polos e distribui-se em linhas curvas determinadas, que se estendem de um polo a outro.



Essas linhas, segundo as quais as limalhas de ferro se distribuem, chamam-se **linhas de indução**. Elas permitem visualizar o campo magnético de um ímã. Convencionou-se que as linhas de indução saem do polo norte e entram no polo sul.

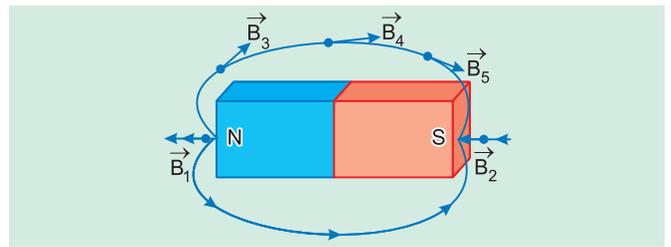
3. VETOR INDUÇÃO MAGNÉTICA

A fim de se caracterizar a ação de um ímã, em cada ponto do campo magnético associa-se um vetor, denominado **vetor indução magnética** (\vec{B}), que atende às seguintes características.

a) Sua **direção** é tangente à linha de indução que passa pelo ponto considerado.

b) Seu **sentido** concorda com o sentido da linha de indução, na convenção dada.

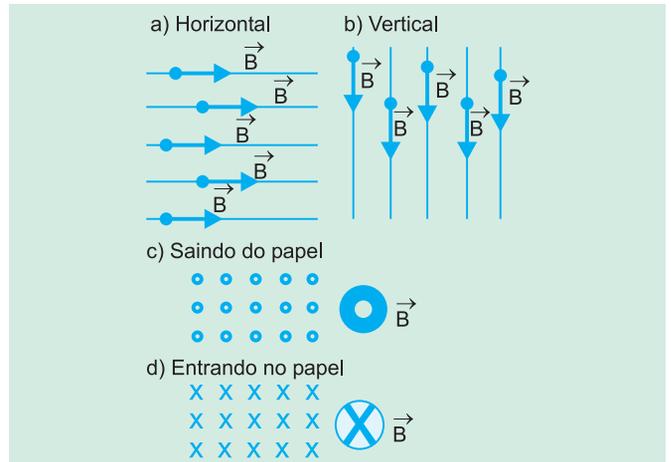
c) Seu **módulo** assume valor que, em geral, depende da posição do ponto.



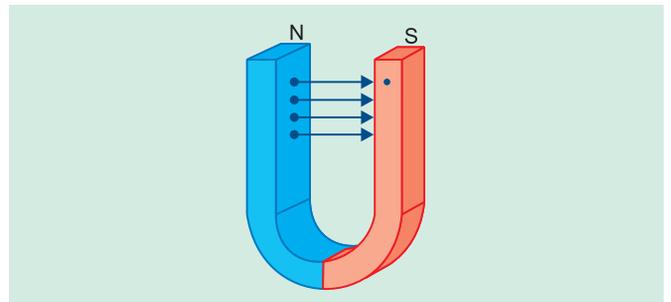
A unidade do módulo do vetor indução no Sistema Internacional denomina-se **tesla** (T).

Campo magnético uniforme é aquele cujo vetor indução \vec{B} é **constante**, isto é, em todos os pontos \vec{B} tem mesma direção, mesmo sentido e mesmo módulo.

As linhas de indução de um campo magnético uniforme são retas paralelas e igualmente distribuídas.



Um campo magnético uniforme aproximado pode ser obtido entre os polos de um ímã em forma de U. Ressalte-se, no entanto, que esse campo ocorre longe das extremidades, conforme a figura abaixo.



A produção de campos magnéticos não se prende somente à presença de ímãs. Em 1820, o físico Oersted descobriu que a passagem de corrente elétrica por um fio também produz campos magnéticos.

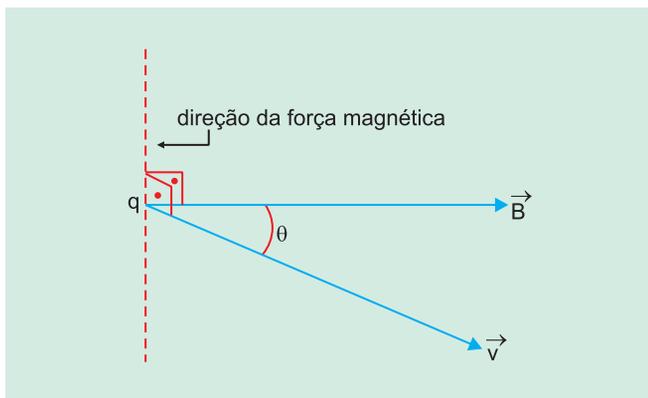
Assim, podemos estender o conceito de campo magnético, considerando-o uma região em torno de um ímã ou uma região do espaço que envolve um condutor percorrido por corrente elétrica. Estes últimos serão estudados nos próximos capítulos.

Uma generalização maior ainda é considerar que, no caso do ímã, o campo magnético é decorrente de movimentos particulares que os elétrons realizam no interior de seus átomos.

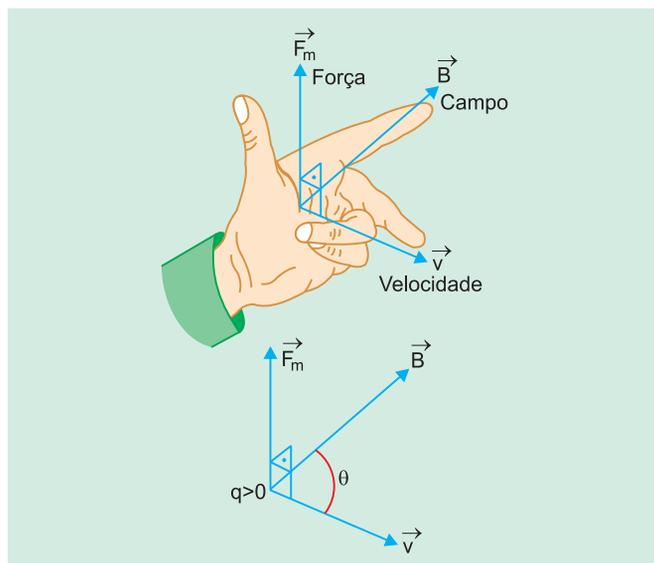
Mostra a experiência que o campo magnético é capaz de atuar sobre uma carga em movimento, exercendo nela uma força de campo denominada **Força magnética de Lorentz**, que desvia a carga de sua trajetória original.

Se indicarmos por \vec{B} o vetor indução magnética que caracteriza o campo magnético no ponto por onde está passando a carga elétrica q , cuja velocidade é \vec{v} , e por θ o ângulo que o vetor velocidade forma com o vetor indução, a força de origem magnética que passa a agir na carga apresentará as seguintes características:

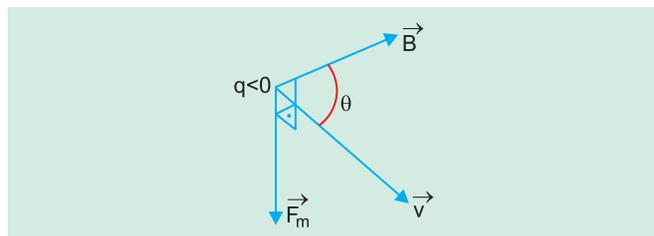
a) **Direção:** é sempre perpendicular ao vetor indução \vec{B} e ao vetor velocidade \vec{v} , isto é, perpendicular ao plano (\vec{B}, \vec{v}) .



b) **Sentido:** é dado pela regra da mão esquerda, para cargas positivas.



Se a carga elétrica q é negativa, o sentido da \vec{F}_m é o oposto àquele fornecido pela regra da mão esquerda.



c) **Módulo**

$$F_m = |q| \cdot v \cdot B \cdot \text{sen } \theta$$

θ é o ângulo que o vetor \vec{v} forma com o vetor \vec{B} .

1. DINÂMICA DO MOVIMENTO DE UMA CARGA ELÉTRICA NUM CAMPO MAGNÉTICO

Sabemos que quando uma carga elétrica (q) se movimenta num campo magnético, ela pode ficar sujeita à ação da Força magnética de Lorentz.

Essa força (\vec{F}_m), quando existe, é sempre perpendicular ao vetor indução magnética (\vec{B}) e ao vetor velocidade (\vec{v}).

Concluimos, então, que a força magnética é uma resultante centrípeta (pois $\vec{F}_m \perp \vec{v}$) e, portanto, altera a

direção do vetor velocidade \vec{v} , mas não altera seu módulo.

Decorre, portanto, que

O movimento de uma carga elétrica, sob a ação exclusiva de um campo magnético, é uniforme.

2. MOVIMENTOS PARTICULARES DE UMA CARGA ELÉTRICA EM CAMPOS MAGNÉTICOS UNIFORMES

O movimento particular que uma carga elétrica passa a executar

quando penetra numa região onde reina um campo magnético uniforme depende do modo pelo qual ela penetra no campo.

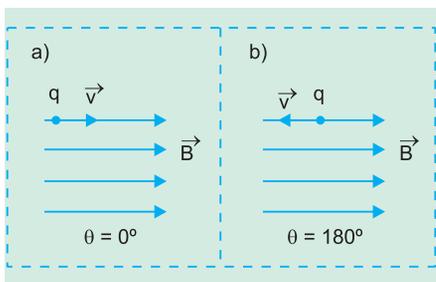
Analisaremos, a seguir, três casos distintos.

1º Caso

Carga elétrica lançada na mesma direção das linhas de indução do campo magnético.

Neste caso: $\theta = 0^\circ$ ou $\theta = 180^\circ$;

$$(\vec{v} \parallel \vec{B}).$$



Sendo $\text{sen } 0^\circ = 0$ e $\text{sen } 180^\circ = 0$, da expressão do módulo da Força magnética de Lorentz

$$F_m = |q| \cdot v \cdot B \cdot \text{sen } \theta$$

decorre

$$F_m = 0$$

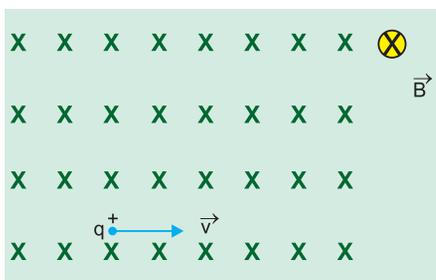
e concluímos:

Carga elétrica lançada na direção das linhas de indução de um campo magnético uniforme realiza um movimento retilíneo e uniforme.

2º Caso

Carga elétrica lançada perpendicularmente às linhas de indução do campo magnético uniforme.

Neste caso: $\theta = 90^\circ$; ($\vec{v} \perp \vec{B}$).

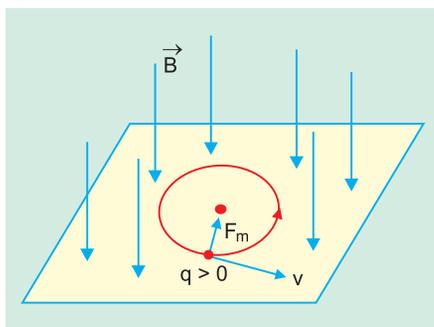
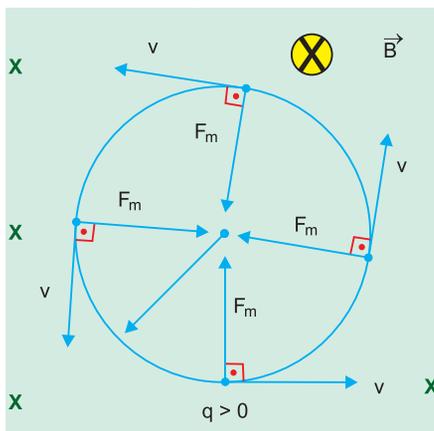


Sendo $\text{sen } 90^\circ = 1$, resulta

$F_m = |q| \cdot v \cdot B$. Esta expressão mostra que a força magnética tem intensidade constante, uma vez que q , v e B são constantes. Desse modo a carga elétrica está sob ação de uma força de intensidade constante, cuja direção é perpendicular ao vetor velocidade (\vec{v}). F_m e \vec{v} estão sempre no mesmo plano e são perpendiculares às linhas de indução. Nessas condições, da dinâmica, concluímos

que a carga elétrica realiza **movimento circular e uniforme**.

Uma carga elétrica lançada perpendicularmente às linhas de indução de um campo magnético uniforme realiza movimento circular e uniforme sobre uma circunferência cujo plano é perpendicular às linhas de indução.



3. CÁLCULO DO RAIO DA CIRCUNFERÊNCIA

Como a força magnética (F_m) é uma resultante centrípeta (F_{cp}), resulta

$$F_m = F_{cp}$$

$$|q| \cdot v \cdot B = \frac{m \cdot v^2}{R}$$

Portanto

$$R = \frac{m \cdot v}{|q| B}$$

4. CÁLCULO DO PERÍODO

Sendo o movimento uniforme, podemos escrever

$\Delta s = v \cdot \Delta t$. Numa volta completa, tem-se

$$\Delta s = 2\pi R \text{ e } \Delta t = T$$

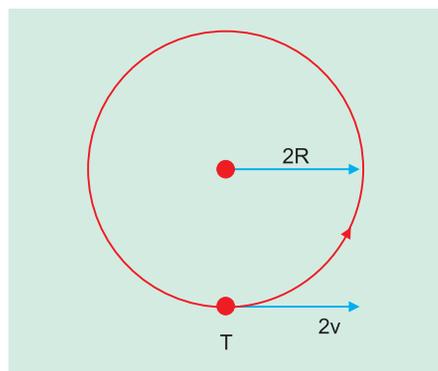
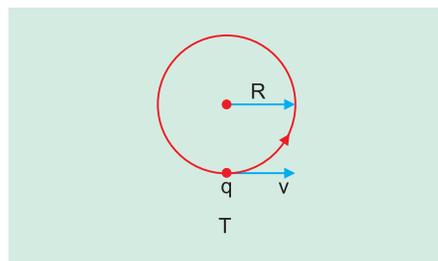
$$\text{Logo, } 2\pi \cdot R = vT$$

$$2\pi \cdot \frac{m \cdot v}{|q| B} = v \cdot T$$

$$T = \frac{2\pi m}{|q| B}$$

Observações

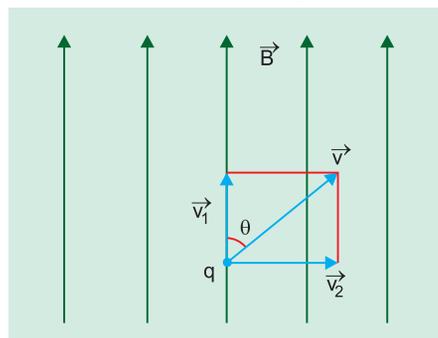
1ª) Nem o período nem a frequência do movimento dependem da velocidade de lançamento. Aumentando-se a velocidade v de lançamento, aumenta o raio da circunferência descrita. A distância a ser percorrida aumenta na mesma proporção com que v foi aumentado e o período não se altera.



2ª) O trabalho da força magnética é nulo, pois ela é centrípeta.

3ª Caso

Carga elétrica lançada obliquamente às linhas de indução.



A análise desse movimento fica simples quando se decompõe a velocidade \vec{v} em duas componentes perpendiculares, uma na direção de \vec{B} e outra na direção perpendicular a \vec{B} .

a) A componente na direção de \vec{B} (\vec{v}_1) permanece constante e, ao longo dessa direção, a partícula descreve MRU (1º caso).

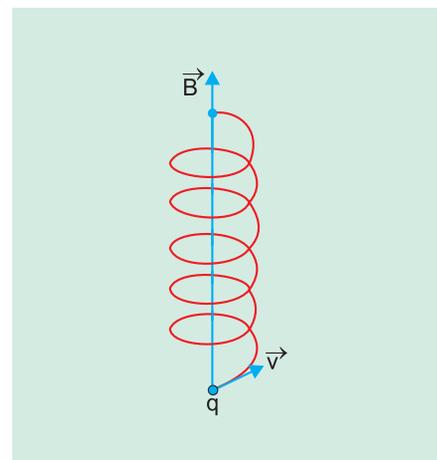
b) A componente perpendicular a \vec{B} (\vec{v}_2), de acordo com o 2º caso, determina que a partícula execute MCU.

A superposição desses dois movimentos é um movimento helicoidal e uniforme. A trajetória é uma hélice de eixo paralelo às linhas de indução do campo.

A hélice é descrita na superfície de um cilindro cujo eixo tem a direção de \vec{B} e cujo raio é dado por

$$R = \frac{m \cdot v_2}{|q| \cdot B} \quad \text{ou}$$

$$R = \frac{m \cdot v \cdot \text{sen } \theta}{|q| \cdot B}$$

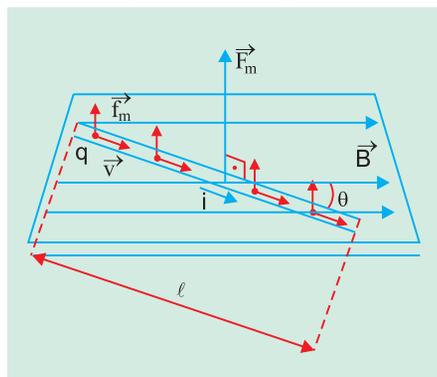


MÓDULO 27

Força Magnética em Condutor Retilíneo

1. FORÇA SOBRE UM CONDUTOR RETILÍNEO PERCORRIDO POR CORRENTE ELÉTRICA NO INTERIOR DE UM CAMPO MAGNÉTICO UNIFORME

Considere um condutor metálico retilíneo, de comprimento (ℓ), percorrido por corrente elétrica de intensidade constante i , colocado num campo magnético uniforme, formando com o vetor indução \vec{B} , um ângulo θ .



A força magnética \vec{F}_m que surge no condutor é a resultante de um conjunto de Forças de Lorentz que atua sobre cada carga elétrica q constituinte da corrente elétrica.

Seja n o número de cargas q que atravessa uma seção do condutor em um intervalo de tempo Δt e estão contidas no comprimento ℓ . Temos em cada carga q :

$$f_m = |q| v B \text{sen } \theta$$

A força magnética resultante será

$$F_m = n \cdot f_m$$

$$F_m = n \cdot |q| v B \text{sen } \theta$$

$$F_m = n \cdot |q| \frac{\ell}{\Delta t} \cdot B \text{sen } \theta$$

$$\text{Mas } \frac{n |q|}{\Delta t} = i \quad \text{Então}$$

$$F_m = i \ell B \text{sen } \theta \quad \text{ou}$$

$$F_m = B i \ell \text{sen } \theta$$

Assim, a força magnética \vec{F}_m tem as seguintes características:

□ Módulo

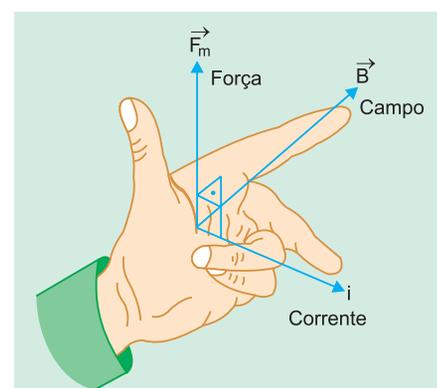
$$F_m = B \cdot i \cdot \ell \text{sen } \theta$$

□ Direção

É perpendicular ao condutor e ao vetor indução.

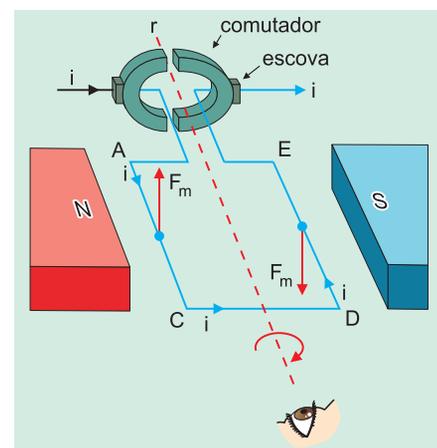
□ Sentido

O sentido da força magnética é obtido pela **regra da mão esquerda**. O dedo indicador no sentido do campo e o médio no sentido convencional da corrente elétrica, o polegar dará o sentido da força que age sobre o condutor.



2. O PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO DO MOTOR ELÉTRICO DE CORRENTE CONTÍNUA

Considere uma espira ACDE percorrida por corrente elétrica i e imersa num campo magnético de indução \vec{B} . Observe, na posição indicada na figura, as forças magnéticas que agem nos lados AC e DE. Elas giram a espira no sentido indicado, em torno do eixo r .



Para assegurar uma rotação contínua, o motor é dotado de um **comutador**, que é um anel metálico dividido em dois setores. Após o instante em que a espira fica disposta paralelamente às faces dos ímãs, invertem-se os sentidos das correntes nos lados AC e DE.

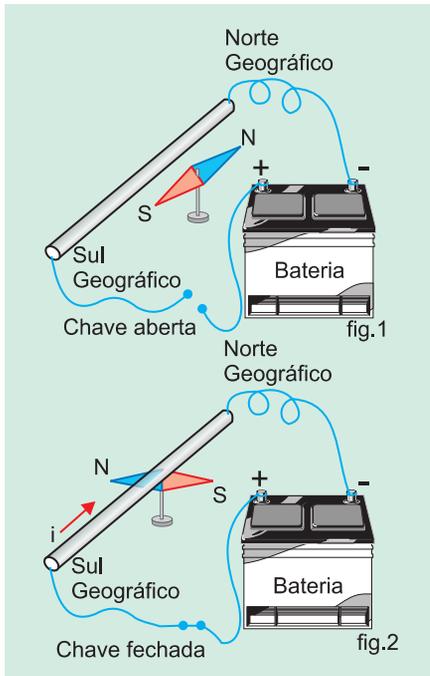
A potência do motor pode ser aumentada, utilizando-se de várias espiras, ligadas em série. As espiras são montadas sobre um cilindro, constituindo o **rotor**.

MÓDULO 28

Campo Magnético Gerado por Condutor Retilíneo

1. EXPERIÊNCIA DE OERSTED

Toda corrente elétrica origina, no espaço que a envolve, um campo magnético.



A agulha magnética gira e tende a dispor-se ortogonalmente ao condutor.

A primeira prova experimental desse fato deve-se a Oersted (1820). Como se ilustra, a experiência de Oersted consiste em dispor um condutor próximo a uma bússola e observar o comportamento da agulha magnética quando o condutor é percorrido por corrente elétrica.

Observa-se que a agulha magnética gira em torno de seu eixo.

Podemos, então, concluir que o fio atravessado pela corrente elétrica cria no espaço em torno dele um campo magnético capaz de agir sobre uma agulha magnética.

2. ESTUDOS DO CAMPO MAGNÉTICO GERADO POR UMA CORRENTE RETILÍNEA

Vamos caracterizar o vetor indução magnética em cada ponto do campo magnético gerado por uma corrente retilínea.

O vetor indução magnética \vec{B} no ponto P, que está a uma distância d do condutor, tem as seguintes características:

□ Direção

É perpendicular ao plano definido por P e pelo condutor.

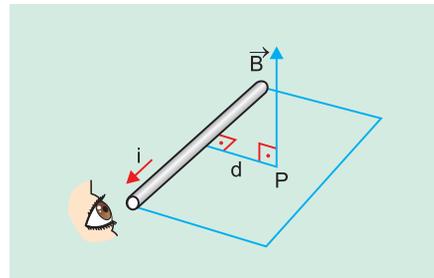


Fig. 3

□ Sentido

É dado pela **regra da mão direita**.

Dispõe-se o polegar da mão direita no sentido da corrente. Os demais dedos indicam o sentido do vetor indução magnética \vec{B} .

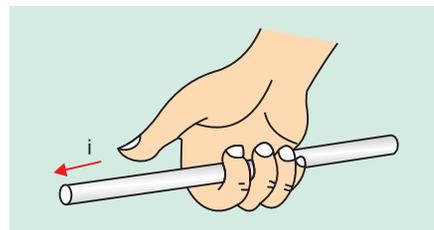


Fig. 4

Na figura a seguir, representamos o vetor \vec{B} no ponto P, visto pelo observador O. Note que o vetor \vec{B} é tangente à linha de indução que passa por P, conforme já foi visto.

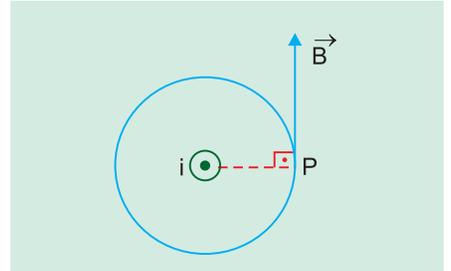


Fig. 5

□ Módulo

Constata-se experimentalmente que o módulo do vetor indução magnética \vec{B} depende da intensidade da corrente i no condutor, da distância d do ponto P ao condutor e do meio que o envolve. O meio é caracterizado magneticamente por uma grandeza física escalar denominada permeabilidade magnética do meio (μ).

Para o vácuo, essa grandeza tem valor

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$$

A expressão que relaciona as citadas grandezas é

$$\vec{B} = \frac{\mu \cdot i}{2\pi d} \quad (\text{Lei de Biot-Savart})$$

As linhas de indução são **circunferências concêntricas** com o condutor e pertencem a planos perpendiculares ao condutor (Fig. 6).

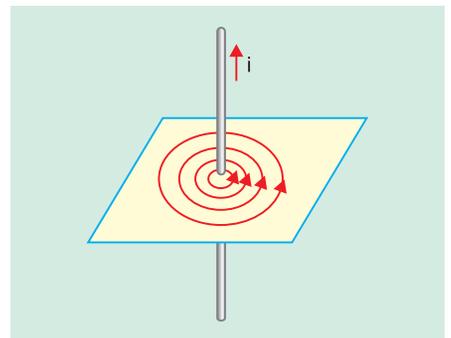


Fig. 6



1. CAMPO MAGNÉTICO NO CENTRO DE UMA ESPIRA CIRCULAR

Vejam as características do vetor indução magnética, **no centro da espira** (Fig. 1).

□ Direção

É perpendicular ao plano da espira.

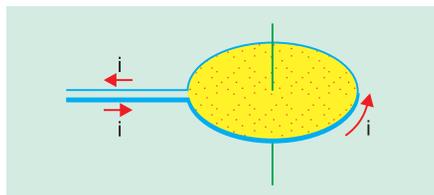


Fig. 1.

□ Sentido

É dado pela **regra da mão direita**.

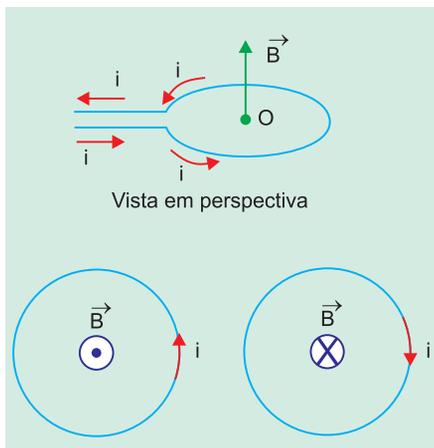


Fig. 2.

□ Módulo

É dado pela equação

$$B = \frac{\mu \cdot i}{2R}$$

em que

μ = permeabilidade magnética do meio interno à espira.

i = intensidade da corrente.

R = raio da espira.

Considerando **n** espiras **justapostas**, temos a chamada bobina chata.

O campo magnético no centro da bobina tem módulo

$$B = n \cdot \frac{\mu i}{2R}$$

2. CAMPO MAGNÉTICO NO INTERIOR DE UM SOLENOIDE RETILÍNEO (BOBINA LONGA)

Chama-se **solenóide** ou **bobina** longa a um condutor enrolado em hélice cilíndrica (Fig. 3).

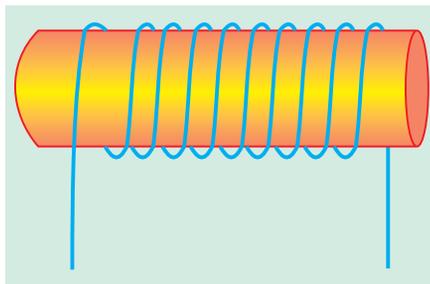


Fig. 3.

Ao ser percorrido por corrente elétrica, o solenoide gera um campo magnético. Dentro do solenoide, as linhas de indução são praticamente retas paralelas. Externamente, o campo magnético é semelhante ao produzido por um ímã em forma de barra (Fig. 4).

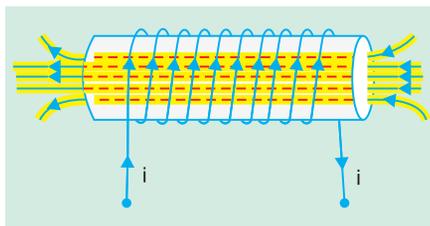


Fig. 4.

Quanto mais longo o solenoide, mais fraco torna-se o campo externo e mais uniforme torna-se o campo interno.

Por extensão, denominaremos por solenoide ideal aquele de comprimento infinito e cujo campo interno é perfeitamente uniforme. No solenoide ideal, não existe campo externo.

Forneceremos, a seguir, as características do vetor indução magnética em qualquer ponto do interior de um solenoide ideal.

□ Direção

É a mesma do eixo do solenoide reto ou sempre perpendicular ao plano das espiras dele.

□ Sentido

É dado pela **regra da mão direita**.

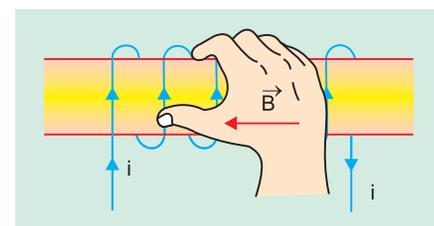


Fig. 5.

Envolva o solenoide com a mão direita, de modo que a ponta dos dedos indique o sentido da corrente e o polegar indique o sentido de \vec{B} (Fig. 5).

□ Módulo

É dado pela equação

$$B = \mu \cdot \frac{n}{\ell} \cdot i$$

em que

μ = permeabilidade do material no interior do solenoide.

i = intensidade da corrente.

n = número de espiras contidas no comprimento ℓ do solenoide.

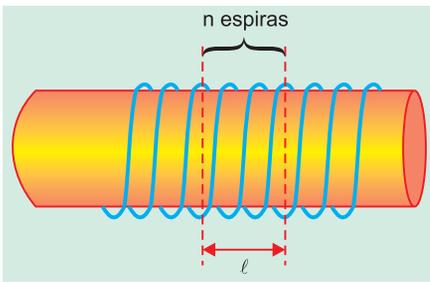


Fig. 6.

3. POLOS DE UMA ESPIRA E DE UM SOLENOIDE

No desenho das linhas de indução do campo magnético produzido por uma espira, notamos que as linhas de indução entram por uma face e saem pela outra. Por analogia com os ímãs, podemos atribuir a uma espira dois polos (Figs. 7 e 8).

Isto é

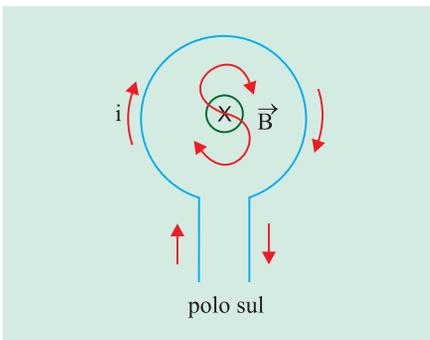


Fig. 7.

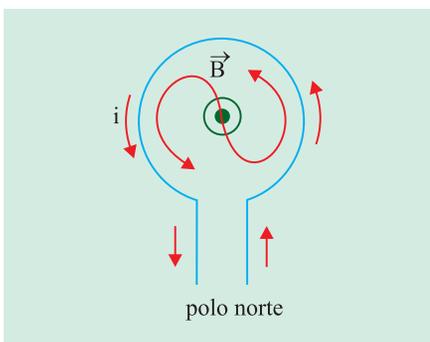


Fig. 8.

Quando a corrente for vista no **sentido horário**, trata-se de um **polo sul**; quando for vista no **sentido anti-horário**, trata-se de um **polo norte**.

Note que também um solenoide tem dois polos.

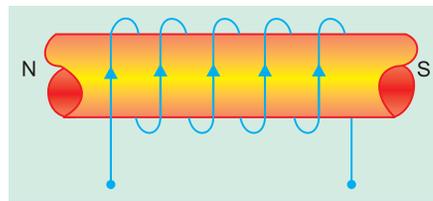
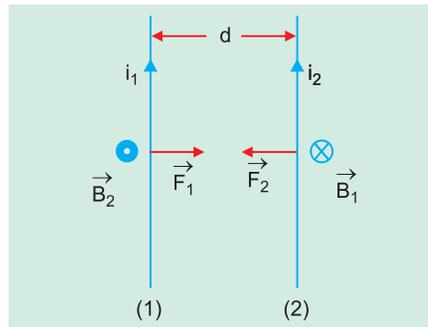


Fig. 9

Qualquer que seja o elemento (ímã, espira, solenoide), a experiência mostra que **polos de mesmo nome repelem-se e de nomes contrários atraem-se**.

4. FORÇAS ENTRE CONDUTORES PARALELOS PERCORRIDOS POR CORRENTE ELÉTRICA

□ 1º caso: Correntes de mesmo sentido



O condutor (1) fica sujeito ao campo produzido pelo condutor (2) e vice-versa.

a) Calculemos a força \vec{F}_1 , que age sobre o condutor (1), ao longo de um certo comprimento ℓ .

O campo \vec{B}_2 gerado pelo condutor (2) na posição onde se encontra (1) será

$$B_2 = \frac{\mu i_2}{2 \pi d}$$

em que μ é a permeabilidade magnética do meio onde estão os condutores e d a distância entre eles.

A força terá então a seguinte intensidade:

$$F_1 = B_2 \cdot i_1 \cdot \ell \cdot \sin \theta$$

Sendo

$$B_2 = \frac{\mu i_2}{2 \pi d}$$

e $\theta = 90^\circ$ o ângulo entre o condutor (1) e o campo \vec{B}_2 , vem

$$F_1 = \frac{\mu i_2 \cdot i_1 \cdot \ell}{2 \pi d}$$

b) Calculemos a força \vec{F}_2 que age sobre o condutor (2) ao longo de um certo comprimento ℓ .

O campo \vec{B}_1 gerado pelo condutor (1) na posição onde se encontra (2) será

$$B_1 = \frac{\mu i_1}{2 \pi d}$$

e então \vec{F}_2 terá a seguinte intensidade:

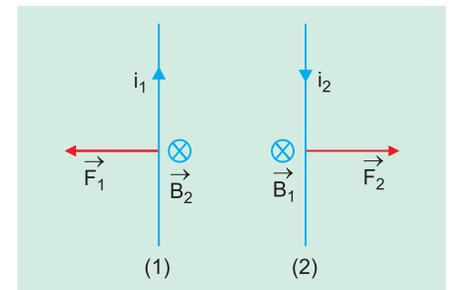
$$F_2 = B_1 \cdot i_2 \cdot \ell \cdot \sin \theta$$

ou
$$F_2 = \frac{\mu i_1 \cdot i_2 \cdot \ell}{2 \pi d}$$

Observe que $F_1 = F_2$.

□ 2º caso: Correntes de sentidos opostos

Fazendo o mesmo estudo para correntes com sentidos opostos, notaremos apenas que haverá repulsão ao invés de atração.



Resumindo

Correntes de mesmo sentido se atraem.

Correntes de sentidos opostos se repelem.

Nota

As mesmas conclusões são válidas para correntes em espiras circulares.

1. FLUXO DO VETOR INDUÇÃO MAGNÉTICA

Consideremos uma espira de área A colocada dentro de um campo magnético \vec{B} , de tal forma que a normal (\vec{n}) à superfície da espira faça ângulo α com as linhas de indução (Fig. 1).

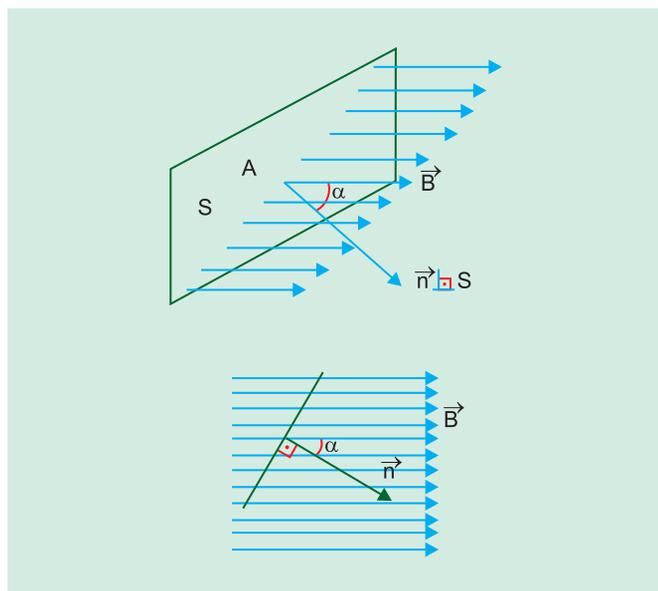


Fig. 1

Define-se **fluxo do vetor indução** \vec{B} , através da espira, como sendo a grandeza escalar dada por

$$\Phi = B \cdot A \cdot \cos \alpha$$

No Sistema Internacional de Unidades, a unidade de fluxo magnético, denomina-se **weber** (símbolo Wb).

Da definição de fluxo magnético, resulta

$$1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot 1 \text{ m}^2 \rightarrow \text{T} = \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$$

2. CASOS PARTICULARES

Observe que na figura (2a), em que a superfície da espira é perpendicular ao campo, ela é atravessada pelo maior número possível de linhas de indução e o fluxo magnético é o máximo; na figura (2b), nenhuma linha atravessa a superfície da espira e o fluxo magnético é nulo.

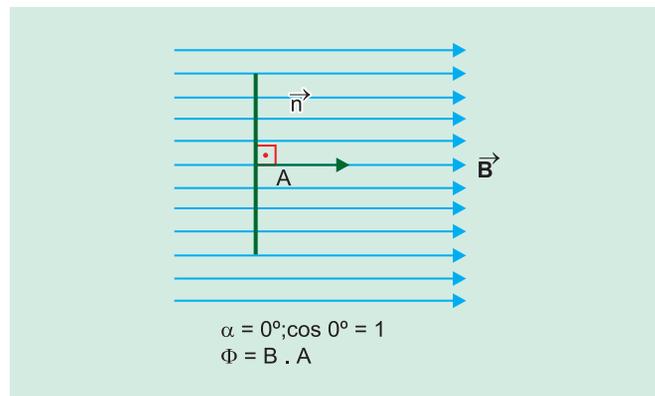


Fig. 2a.

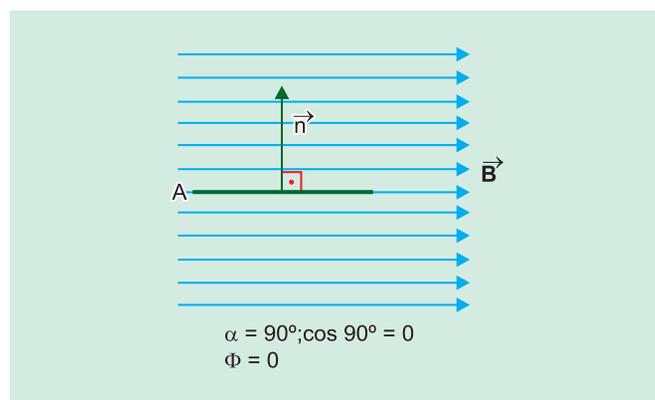


Fig. 2b.

Desse modo, **podemos interpretar fisicamente o fluxo magnético como sendo o número de linhas de indução que atravessa a superfície da espira.**

3. INDUÇÃO ELETROMAGNÉTICA

Vamos considerar uma espira ligada a um galvanômetro de zero central e um ímã. Com essa montagem, podemos efetuar as seguintes observações:

1.^a) Se o ímã é mantido imóvel, o galvanômetro não indica passagem de corrente (Fig. 3).

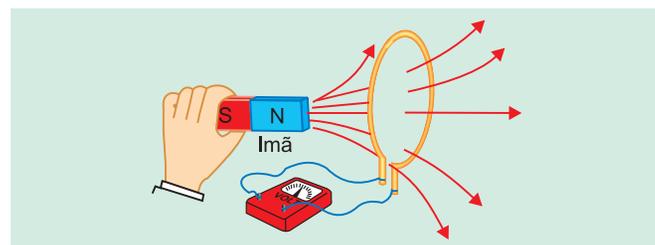


Fig. 3 – Estando o ímã parado, não há corrente na espira.

2ª) Se o ímã se aproxima da espira, aparece corrente elétrica num certo sentido, que cessa quando paramos o ímã (Fig. 4).

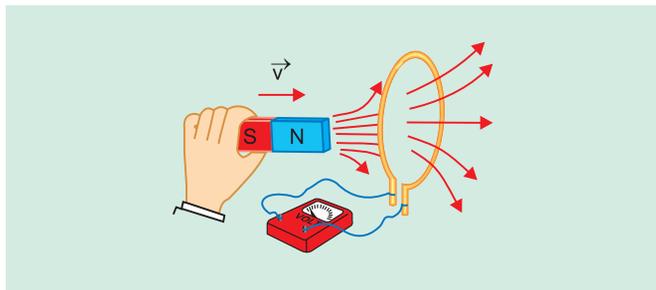


Fig. 4 – Ao aproximarmos o ímã da espira, esta é percorrida por uma corrente elétrica em determinado sentido.

3ª) Se o ímã for afastado da espira, a corrente muda de sentido (Fig. 5).

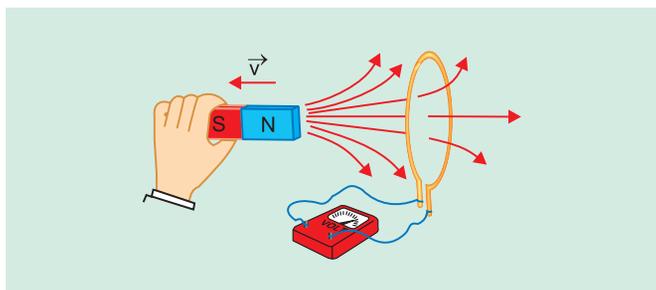


Fig. 5 – Ao afastarmos o ímã da espira, esta é percorrida por uma corrente de sentido oposto ao da corrente produzida ao aproximarmos o ímã.

4ª) Quanto mais rapidamente o ímã for movimentado, tanto mais intensa será a corrente.

Ao aproximarmos ou afastarmos o ímã da espira, varia o número de linhas de indução que atravessa a superfície da espira, isto é, **varia o fluxo magnético através da superfície da espira**. Nesses casos, o ponteiro do galvanômetro sofre deflexão, **indicando que a espira é percorrida por corrente elétrica**. Assim, podemos concluir que

Quando o fluxo magnético varia através da superfície de uma espira, surge nela uma corrente elétrica denominada corrente induzida.

Esse é o fenômeno da indução eletromagnética.

Obs.: se a espira estiver aberta, a variação de fluxo magnético determina entre seus extremos uma d.d.p. induzida.

Na prática, em vez de uma espira, usa-se uma bobina, com a qual se multiplica o efeito.

4. SENTIDO DA CORRENTE INDUZIDA – LEI DE LENZ

A Lei de Lenz afirma que

O sentido da corrente induzida é tal que seus efeitos se opõem às causas que a originam.

Exemplo

Ao aproximarmos da espira o polo norte do ímã (causa), surge na espira um polo norte que se opõe à aproximação do ímã. Desse modo, a corrente induzida tem sentido anti-horário, em relação ao observador O.

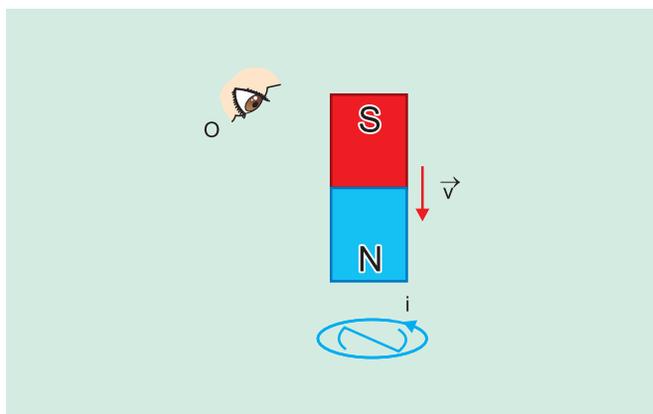


Fig. 6.

Ao afastarmos da espira o polo norte do ímã (causa), surge na espira um polo sul que se opõe ao afastamento do ímã. Deste modo, a corrente induzida tem sentido horário, em relação ao observador O.

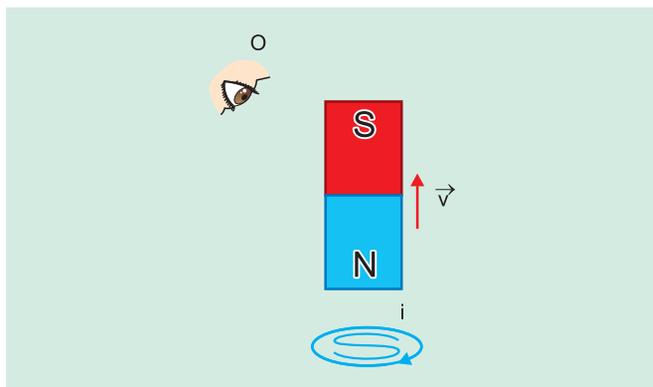


Fig. 7.

Nas figuras 8a e 8b, indicamos o sentido da corrente induzida na espira quando o polo sul do ímã é aproximado e depois afastado.

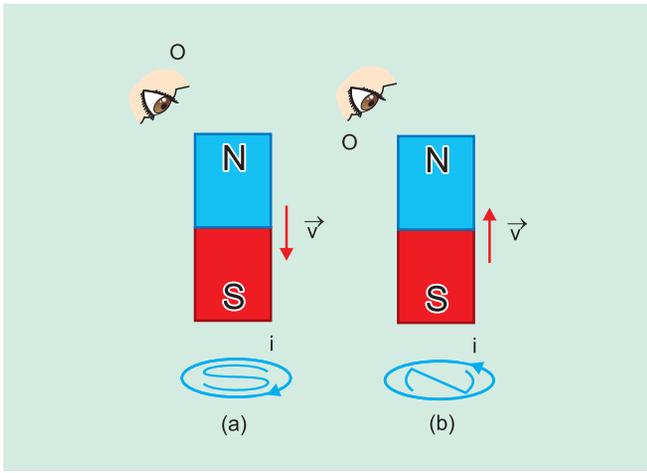


Fig. 8.

Há ainda outra maneira de apresentarmos a Lei de Lenz.

O sentido da corrente induzida é tal que origina um fluxo magnético induzido que se opõe à variação do fluxo magnético indutor.

Esquemáticamente, sendo Φ o fluxo magnético indutor e Φ' o fluxo magnético induzido (criado pela corrente induzida), temos

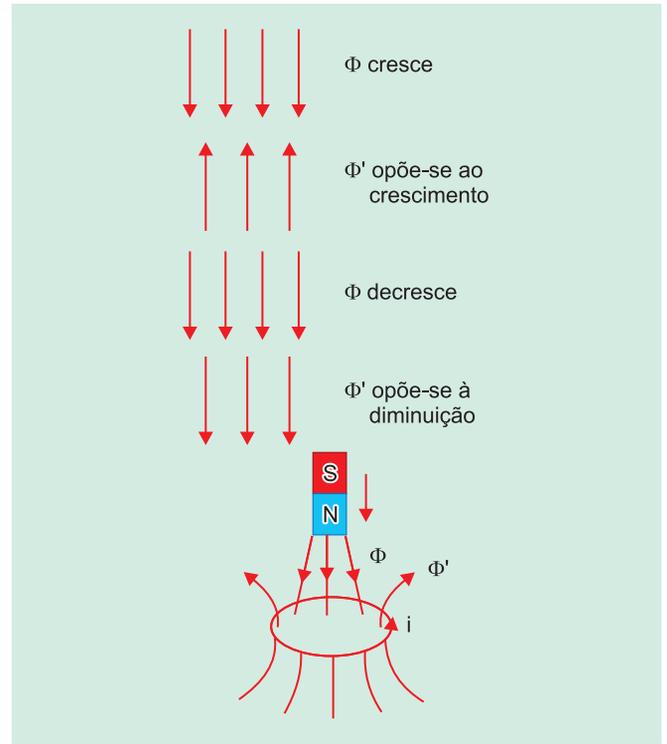


Fig. 9 – Ao aproximarmos o ímã, Φ cresce. O fluxo induzido Φ' surge opondo-se ao aumento de Φ . A regra da mão direita fornece o sentido de i .

MÓDULO 32

Indução Eletromagnética – II

1. LEI DE FARADAY

Recordemos outro resultado experimental muito importante: **a corrente induzida é tanto mais intensa quanto mais rapidamente varia o fluxo de indução.**

Suponhamos que, em um solenoide, o fluxo de indução valha Φ_1 , no instante t_1 . Fazendo-o crescer até atingir o valor Φ_2 , no instante t_2 , chamaremos de **variação do fluxo de indução**, $\Delta\Phi$, a diferença entre o fluxo final e o inicial.

$$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$$

Essa variação ocorreu no intervalo de tempo $\Delta t = t_2 - t_1$. Chamaríamos de rapidez de variação do fluxo ao quociente $\Delta\Phi / \Delta t$.

Faraday procurou a relação quantitativa entre a rapidez da variação do fluxo e a força eletromotriz induzida e suas experiências conduziram à lei que leva o seu nome.

A f.e.m. induzida média é proporcional à rapidez de variação de fluxo.

Em símbolos e para o sistema SI de unidade, teremos

$$E_m = - \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Observe que a **Lei de Lenz** comparece na expressão anterior por meio do sinal (-).

A força eletromotriz instantânea é dada por

$$E = - \frac{d\Phi}{dt}$$

MÓDULO 33

Indução Eletromagnética – III

1. CONDUTOR RETILÍNEO EM CAMPO MAGNÉTICO UNIFORME

Considere um condutor retilíneo AB que se apoia nos ramos de um condutor CDFG, imerso perpendicularmente em um campo magnético de indução \vec{B} uniforme (Fig. 1).

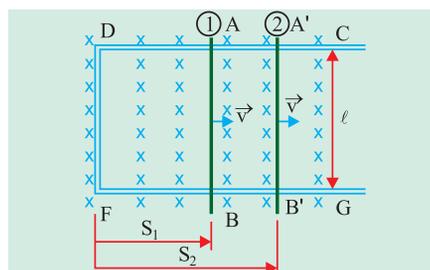


Fig. 1.

Quando o condutor AB se desloca com velocidade V , a área da espira varia e, em consequência, surge uma f.e.m. induzida no condutor AB. Calculemos o valor absoluto dessa f.e.m.

Na posição (1), o fluxo magnético através da espira ADFB vale

$$\Phi_1 = B \cdot \ell \cdot s_1$$

Na posição (2), temos

$$\Phi_2 = B \cdot \ell \cdot s_2$$

No intervalo de tempo Δt , a variação do fluxo magnético será

$$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$$

$$\Delta\Phi = B \ell (s_2 - s_1)$$

$$\Delta\Phi = B \ell \Delta s$$

A f.e.m. média induzida nesse intervalo de tempo terá valor absoluto.

$$E_m = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{B \cdot \ell \cdot \Delta s}{\Delta t} = B \cdot \ell \cdot v_m$$

em que $v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ é a velocidade média

com que o condutor passou da posição AB para a posição A'B', no intervalo de tempo Δt .

Se o condutor se desloca com velocidade constante, teremos

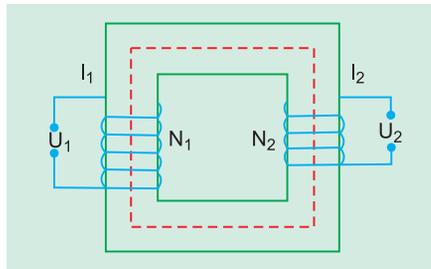
$$E = B \cdot \ell \cdot v$$

2. APLICAÇÃO DA INDUÇÃO ELETROMAGNÉTICA

Uma aplicação importante do fenômeno da indução eletromagnética está nos dispositivos denominados transformadores elétricos.

O transformador permite modificar uma d.d.p. variável, aumentando-a ou diminuindo-a conforme a conveniência.

Nos casos simples, os transformadores constam de duas bobinas, primária (1) e secundária (2), independentes e envolvendo um mesmo núcleo de ferro laminado.



Sejam

U_1 = tensão alternada gerada pela fonte (gerador) e recebida pelo consumidor que deseja transformá-la.

U_2 = tensão alternada obtida e que será utilizada pelo consumidor.

A corrente alternada que alimenta o primário produz no núcleo do transformador um fluxo magnético alternado. Grande parte desse fluxo (há pequena perda) atravessa o enrolamento secundário, induzindo aí a tensão alternada U_2 .

Chamando de N_1 e N_2 o número de espiras dos enrolamentos primário e secundário e admitindo que não há perdas, vale a seguinte razão, chamada RAZÃO DE TRANSFORMAÇÃO.

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1}$$

MÓDULO 34

Eletrização por Atrito e Contato

1. INTRODUÇÃO

A eletrostática estuda os fenômenos que ocorrem com cargas elétricas em repouso, em relação a um dado sistema de referência.

Como vimos na eletrodinâmica, a **carga elétrica** é uma propriedade associada a certas partículas elementares, tais como prótons e elétrons.

Verifica-se que tais partículas possuem as seguintes cargas elétricas:

próton	$+ 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
elétron	$- 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

2. CORPO ELETRIZADO

De uma maneira geral, os corpos com os quais lidamos cotidianamente são neutros, isto é, possuem igual quantidade de prótons e de elétrons (Fig. 1).

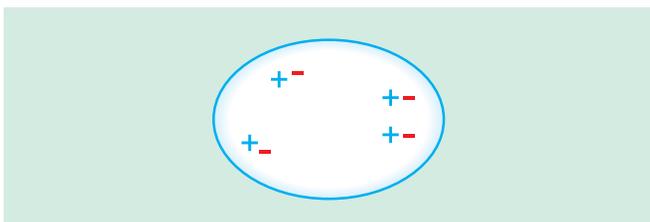


Fig. 1 – Corpo neutro.

Dizemos que um corpo está eletrizado **negativamente** quando possui um número de elétrons maior que o de prótons.

Nesse caso, há excesso de elétrons no corpo.

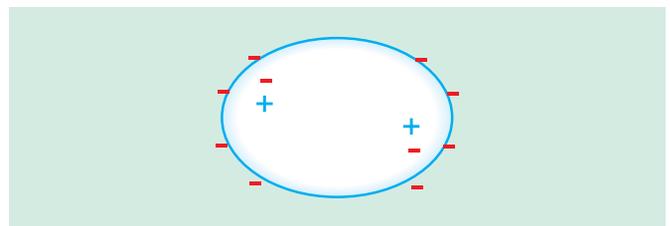


Fig. 2 – Corpo eletrizado negativamente.

Dizemos que um corpo está eletrizado **positivamente** quando possui um número de elétrons inferior ao de prótons. Nesse caso, há falta de elétrons no corpo.

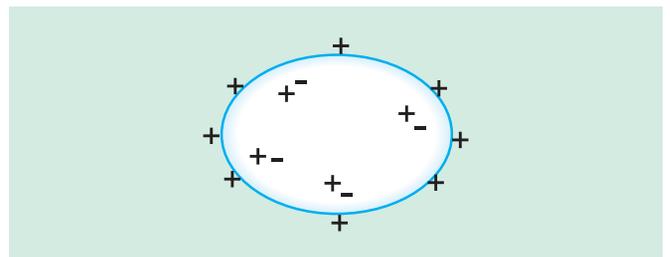


Fig. 3 – Corpo eletrizado positivamente.

3. PRINCÍPIOS DA ELETROSTÁTICA

❑ Sistema eletricamente isolado

Não troca cargas elétricas com o meio exterior.

❑ Princípios

São leis básicas que se verificam na prática, cujas demonstrações teóricas não são possíveis por serem as primeiras leis relativas ao assunto.

• Princípio da atração e repulsão

Cargas elétricas de mesmo sinal repelem-se (Fig. 4).

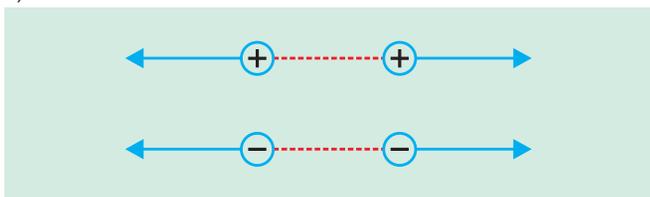


Fig. 4.

Cargas elétricas de sinais contrários atraem-se (Fig. 5).

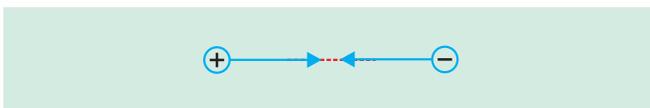
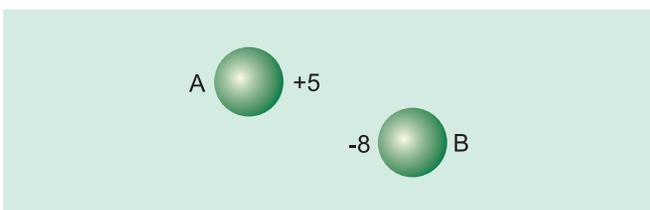


Fig. 5.

• Princípio da conservação das cargas elétricas

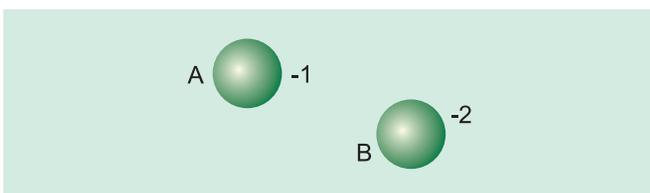
Em um sistema eletricamente isolado, a soma algébrica de cargas elétricas (positivas e negativas) permanece **constante**, ainda que se verifique variação de quantidade das cargas positivas e das negativas.

Exemplo: temos, em um sistema isolado, inicialmente



$$\Sigma Q = (+ 5) + (- 8) = - 3$$

Após algum tempo, devido a trocas internas



$$\Sigma Q = (- 1) + (- 2) = - 3$$

Observemos que variou a quantidade de cargas de cada um deles, porém não se alterou a soma algébrica.

$$\Sigma Q = - 3 \text{ permaneceu constante.}$$

Obs.: uma decorrência imediata do princípio de repulsão de cargas homônimas é que, num corpo constituído de material condutor, as cargas em excesso ficam na sua superfície externa (Fig. 6).

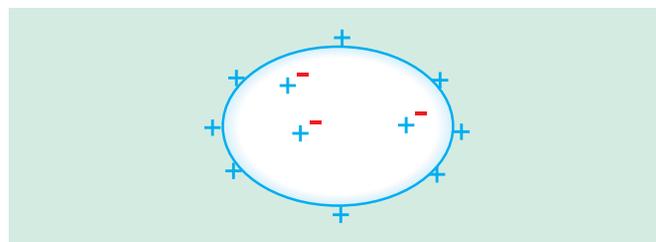
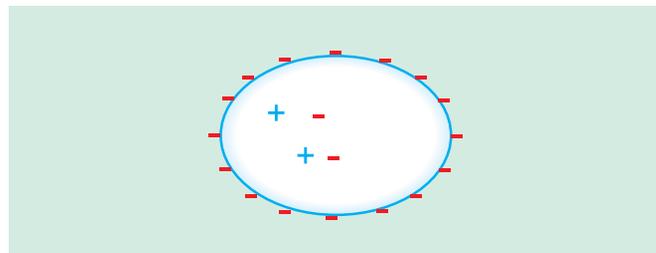


Fig. 6 – Cargas em excesso permanecem na superfície externa do condutor.

4. PROCESSOS DE ELETRIZAÇÃO

São processos de eletrização mais comuns: atrito, contato e indução.

❑ Eletrização por Atrito

Se atritarmos dois corpos constituídos de materiais diferentes, um deles cederá elétrons ao outro (Fig. 7).

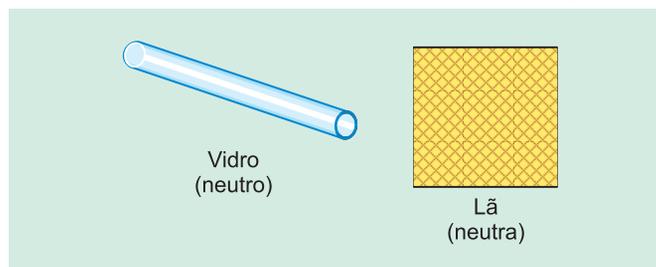


Fig. 7a.

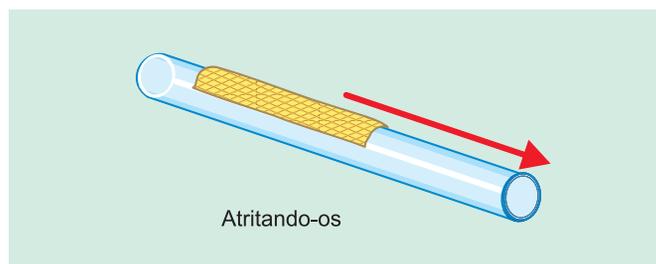


Fig. 7b.

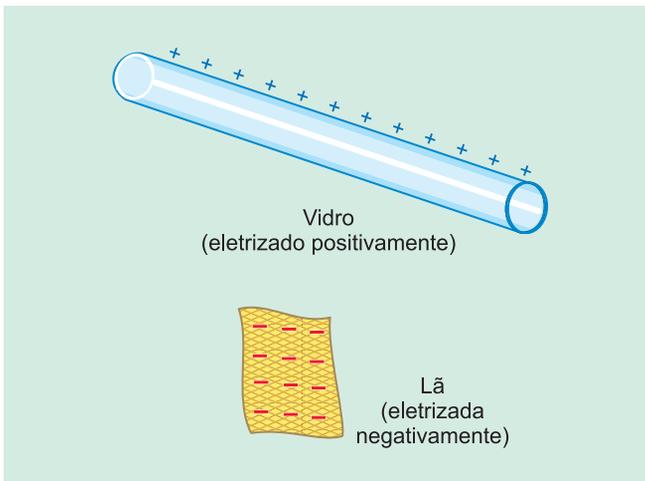


Fig. 7c.

• **Série triboelétrica**

A série triboelétrica é uma sequência ordenada de substâncias que nos dá o sinal da carga que cada corpo adquire.

Substância	Regra Prática
vidro	
mica	
lã	
pele de gato	
seda	
algodão	
ebonite	

□ **Eletrização por contato**

Se encostarmos um corpo **neutro**, constituído de material condutor (sólido metálico, por exemplo), em um outro corpo eletrizado, haverá passagem de elétrons de um corpo para o outro e o corpo neutro ficará eletrizado (Fig. 8).

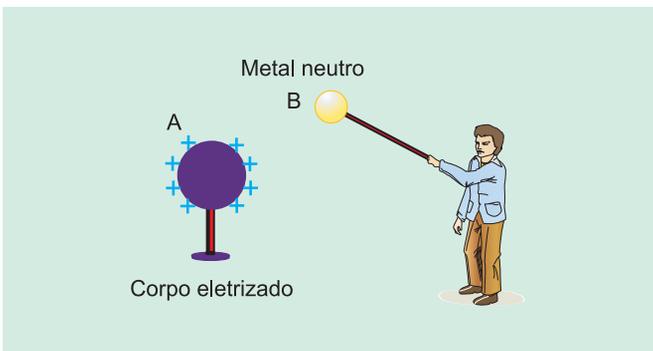


Fig. 8a.

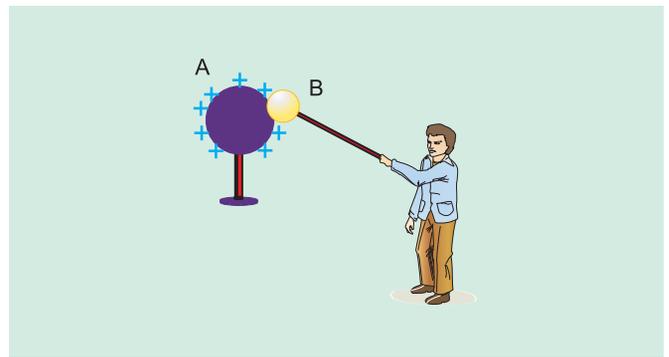


Fig. 8b.

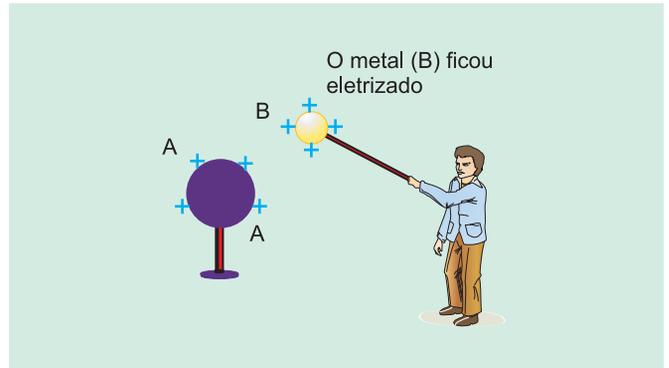


Fig. 8c.

• **Caso particular**

Se ambos os corpos, (A) e (B), forem esféricos, do mesmo tamanho e constituídos de metal, após o contato, cada um deles ficará com **metade** da carga total inicial (Fig. 9).

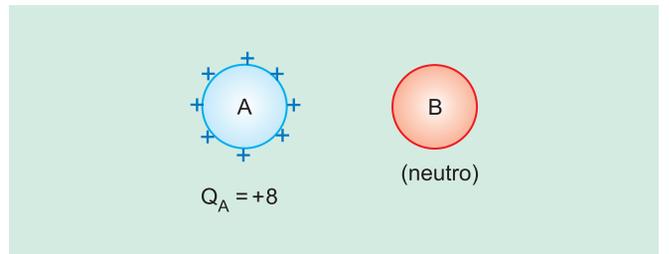


Fig. 9a.

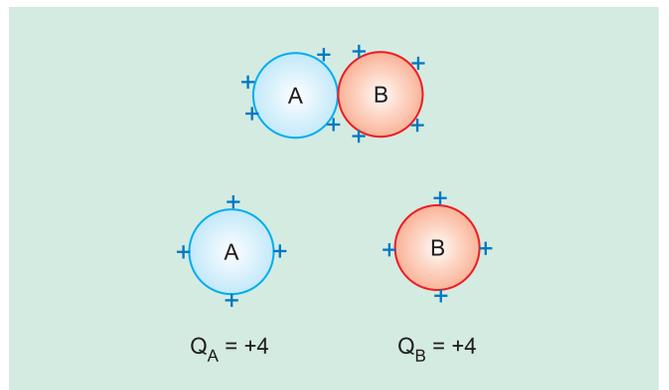


Fig. 9b.



1. ELETRIZAÇÃO POR INDUÇÃO

Indução é uma **separação** de cargas elétricas que ocorre em um corpo condutor, sem que ele tenha tocado outro corpo, mas apenas tenha sido colocado nas proximidades de um corpo eletrizado (Fig. 1).

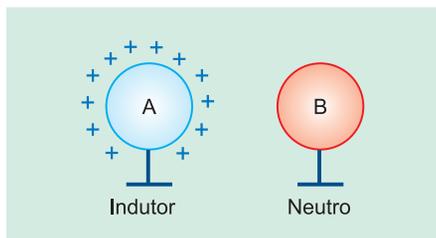


Fig. 1a.

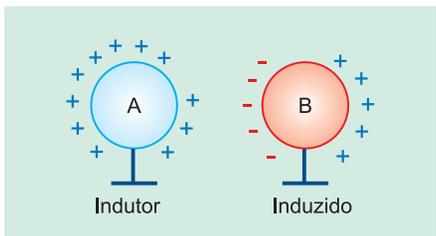


Fig. 1b.

Ao aproximarmos o corpo B (condutor, neutro) do corpo A, eletrizado, as cargas elétricas do primeiro separam-se e ocorre a **indução eletrostática**.

Elétrons de B foram atraídos e “povoaram” a região esquerda do corpo B, ao passo que prótons foram mantidos, por repulsão, na região direita de B.

Se ligarmos à terra, ou mesmo tocarmos o dedo em B, haverá subida de elétrons (ou passagem de elétrons), como mostra a Fig. 2.

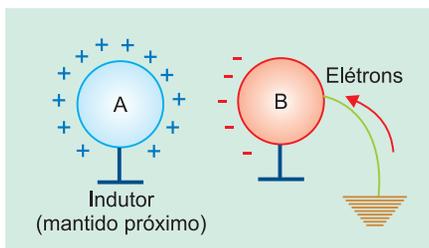


Fig. 2 – Ligando o induzido à terra.

Se desligarmos o fio-terra na presença do **indutor**, então as cargas do induzido se manterão.

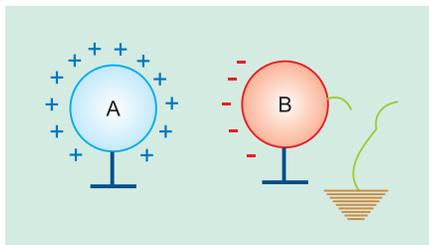


Fig. 3 – Desligando o fio-terra na presença do indutor.

Convém observar o seguinte:

1º) Na **indução**, os corpos “terminam” com cargas elétricas de sinais contrários.

Indutor	Induzido
positivo	negativo
negativo	positivo

2º) Após o término da indução, ou mesmo durante ela, verifica-se uma **atração** entre o indutor e o induzido.

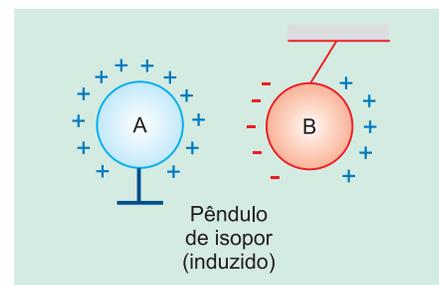


Fig. 4.

3º) Na eletrização por **contato**, os corpos “terminam” com cargas de mesmo sinal.

4º) Na eletrização por **atrito**, os corpos “terminam” com cargas de sinais opostos.

2. O ELETROSCÓPIO DE FOLHAS

O eletroscópio é um aparelho que se usa para detectar a presença de cargas elétricas num corpo.



Fig. 5a – Eletroscópio de folhas, longe de cargas elétricas.

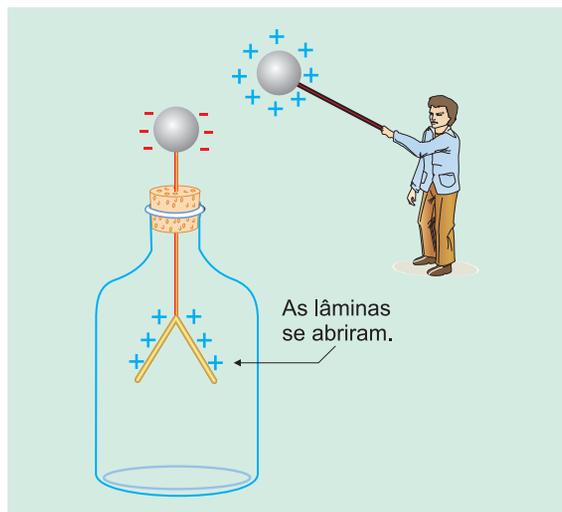


Fig. 5b – Eletroscópio na presença de cargas elétricas.



1. INTRODUÇÃO

Consideremos duas cargas puntiformes, q e Q , separadas uma da outra por uma distância d e situadas no vácuo.

Entre elas, existe uma força eletrostática que pode ser de atração ou de repulsão, conforme os sinais das cargas (Fig. 1).

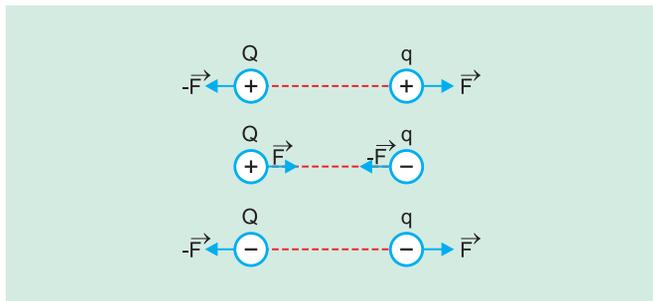


Fig. 1 – Entre as cargas, existe a força eletrostática.

2. LEI DE COULOMB

A intensidade da força eletrostática depende dos seguintes fatores:

- 1.º) da distância que separa as partículas;
- 2.º) das quantidades de eletricidade q e Q ;
- 3.º) do meio em que as partículas se encontram.

Geralmente, o meio é o vácuo, a menos que se mencione o contrário.

A Lei de Coulomb diz:

A intensidade da força eletrostática entre as duas cargas é diretamente proporcional ao produto delas e inversamente proporcional ao quadrado da distância que as separa.

$$F = K_0 \frac{|q| \cdot |Q|}{d^2} \quad (1)$$

Na expressão anterior, K_0 é uma constante de proporcionalidade, denominada **constante eletrostática do vácuo**.

No SI, o seu valor é

$$K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2$$

Em outros meios, a constante eletrostática será indicada apenas por K e seu valor é menor do que K_0 .

Neste caso, temos

$$F' = K \frac{|q| \cdot |Q|}{d^2} \quad (2)$$

Mantidos os valores de q , Q e d e sendo $K < K_0$, resulta de (1) e (2): $F' < F$.

3. UNIDADES IMPORTANTES DO SI

	q	Q	d	F	K
unidades do SI	C	C	m	N	$\text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$

4. GRÁFICO DA FORÇA ELETROSTÁTICA

Mantidos os valores de q e Q e supondo o meio o vácuo, vamos construir uma tabela, variando o valor de d .

d	F
$2d$	$F/4$
$3d$	$F/9$
$4d$	$F/16$

Assim, temos o gráfico:

