EXERCÍCIOS PROPOSTOS — FRENTE 1 – MECÂNICA

MÓDULO 37

PLANO INCLINADO

1. **(UFLA-MG-2012)** – Dois blocos sólidos de mesmas dimensões e massas distintas, sendo um de aço e outro de madeira, são abandonados simultaneamente, do mesmo ponto, do alto de um plano inclinado. O bloco de aço atinge a base do plano inclinado com velocidade escalar V_A, após um intervalo de tempo Δt_A, e o bloco de madeira chega à base do plano inclinado com velocidade escalar V_M após um intervalo de tempo Δt_M. Desprezando-se qualquer tipo de atrito, é correto afirmar:

a) $\Delta t_A < \Delta t_M$ e $V_A = V_M$

b) $\Delta t_A < \Delta t_M$ e $V_A > V_M$

c) $\Delta t_A = \Delta t_M$ e $V_A > V_M$

d) $\Delta t_A = \Delta t_M$ e $V_A = V_M$

RESOLUÇÃO:

1) Cálculo de aceleração:

$P_t = ma$

$mg \text{ sen } \theta = ma$

$\boxed{a = g \cdot \text{sen } \theta}$

2) Como a aceleração não depende da massa do bloco, resulta:

$\Delta t_A = \Delta t_M$ e $V_A = V_M$

Resposta: D

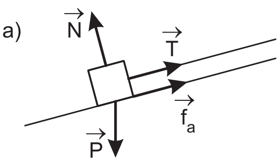
2. **(UFPB-2012-MODELO ENEM)** – Um vagão gôndola, mostrado na figura a seguir, transportando minério de ferro, deve descer uma rampa inclinada para entrar em uma mina a certa profundidade do solo.

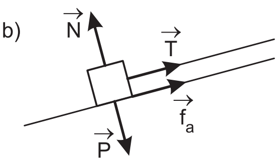
Disponível em: <http://ptwikipedia.org/wiki/Ficheiro:Kipplore.jpeg>. Acesso em 12 ago. 2011

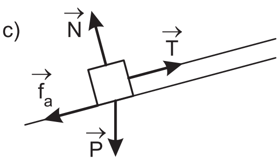
Para controlar a velocidade de descida do vagão, um cabo de aço é amarrado a esse vagão e a uma máquina que está na parte superior da rampa. Esse cabo aplica, no vagão, uma força paralela à rampa e orientada para a máquina. Essa situação pode ser descrita em um diagrama vetorial em que as forças aplicadas possuem as seguintes notações:

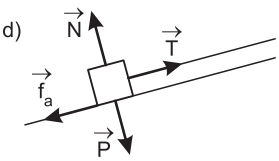
- $\vec{T}$ é a força feita pelo cabo de aço na gôndola;
- $\vec{f_a}$ é a força de atrito na gôndola;
- $\vec{P}$ é a força peso da gôndola;
- $\vec{N}$ é a força normal na gôndola.

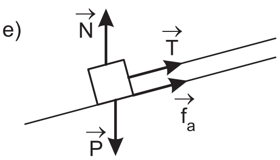
Nesse contexto, a situação descrita está corretamente reproduzida no diagrama vetorial:

a)


b)


c)


d)


e)


RESOLUÇÃO:

$\vec{P}$: vertical para baixo

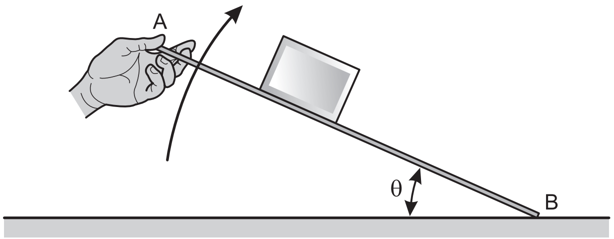
$\vec{N}$: perpendicular ao plano

$\vec{f_a}$: a força de atrito é dirigida para cima porque o vagão está descendo

$\vec{T}$: a força do cabo é orientada para a máquina e portanto dirigida para cima

Resposta: A

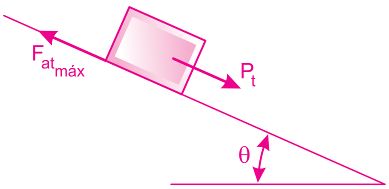
3. **(UFJF-MG-2012)** – Com a finalidade de determinar o coeficiente de atrito estático entre um bloco de madeira e uma tábua, um estudante coloca o bloco de madeira sobre a tábua e, lentamente, inclina o conjunto, atuando na extremidade A da tábua, a partir de uma superfície horizontal, como mostra a figura abaixo. O movimento é feito de tal modo que a extremidade B da tábua é mantida fixa (sem deslizar) sobre a superfície horizontal.



O estudante percebe que, quando o conjunto é inclinado de um ângulo θ = 30°, o bloco de madeira fica na iminência de movimento. De acordo com esse experimento, pode-se afirmar que o coeficiente de atrito estático entre o bloco de madeira e a tábua é:

a) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ b) $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$ c) $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$ d) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ e) $\dfrac{1}{2}$

RESOLUÇÃO:



$P_t = F_{at_{máx}}$

$mg \text{ sen } \theta = \mu_E \, m \, g \cos \theta$

$$\boxed{\begin{array}{c} \mu_E = \text{tg } \theta \\ \mu_E = \text{tg } 30° = \dfrac{\sqrt{3}}{3} \end{array}}$$

Resposta: D

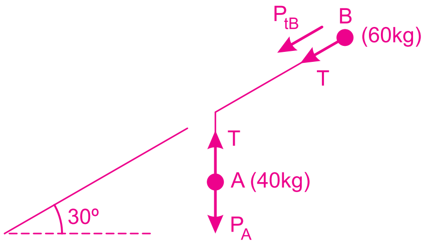
4. **(VUNESP-FAMECA-2012)** – Dois alpinistas mantêm-se unidos por uma corda esticada, enquanto sobem, enfileirados, por uma encosta de 30º coberta por neve, em direção ao cume da montanha. De repente, o alpinista que caminhava atrás cai em uma fenda na rocha, escondida pela neve e, no momento em que começa a cair para dentro do enorme buraco, o alpinista da frente é puxado em sua direção. Após um breve intervalo de tempo, enquanto começava a escorregar pela encosta, o alpinista da frente golpeia a neve com sua pequena picareta, não encontrando uma posição que a firmasse, porém, conseguindo que, gradativamente, o movimento de ambos perdesse velocidade até cessar, após ter escorregado por 2,0 metros sobre a neve.

Dados: módulo da aceleração da gravidade = 10m/s²
massa do alpinista que cai no buraco = 40kg
massa do alpinista que ia à frente = 60kg

$\text{sen } 30° = \dfrac{1}{2}$; $\cos 30° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

a) Considerando-se o intervalo de tempo em que o alpinista da frente é derrubado até momentos antes em que este desfere o golpe de sua ferramenta contra a neve, determine a intensidade da força de tração a que a corda que os une é submetida.
b) Determine a intensidade da única força resistente ao movimento, a força de atrito, constante, entre a pequena picareta e a neve, sabendo-se que, no momento em que a picareta é fincada na neve, os dois já se moviam com velocidade de módulo 2,0m/s.

RESOLUÇÃO:
a)



1) PFD (A): $P_A - T = m_A \, a$ (1)

PFD (B): $T + P_{tB} = m_B \, a$ (2)

PFD (A + B): $P_A + P_{tB} = (m_A + m_B) \, a$

$400 + 600 \,.\, \dfrac{1}{2} = 100a$

$\boxed{a = 7{,}0 \text{ m/s}^2}$

2) Em (1) : $400 - T = 40 \,.\, 7{,}0$

$\boxed{T = 120\text{N}}$

b) 1) $V^2 = V_0^2 + 2\gamma \, \Delta s$

$0 = (2{,}0)^2 + 2 \, \gamma \,.\, 2{,}0$

$\boxed{\gamma = -1{,}0 \text{ m/s}^2}$

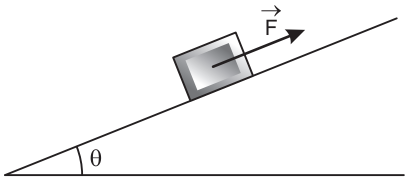
2) PFD(A + B) : $F_{at} - (P_A + P_{tB}) = (m_A + m_B) \, a$

$F_{at} - 700 = 100 \,.\, 1{,}0$

$\boxed{F_{at} = 800\text{N}}$

Resposta: a) 120N
b) 800N

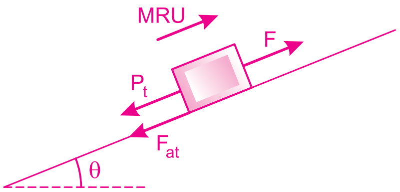
5. (**FCC**) – Um corpo de massa 2,0kg sobe um plano inclinado sob a ação de uma força $\vec{F}$, constante e paralela ao plano. Este forma com a horizontal um ângulo θ, tal que sen $\theta = 0,80$ e cos $\theta = 0,60$, sendo o coeficiente de atrito entre o corpo e o plano $\mu = 0,50$. Despreze o efeito do ar.



Admitindo-se que a aceleração da gravidade tem módulo g = 10 m/s² e que o corpo sobe com velocidade constante de módulo 2,0 m/s, a intensidade de $\vec{F}$, em newtons, vale

a) 44 b) 36 c) 30 d) 28 e) 22

RESOLUÇÃO:



$\mathbf{F = P_t + F_{at}}$

$\mathbf{F = P \text{ sen } \theta + \mu \, P \cos \theta}$

$\mathbf{F = P (\text{sen } \theta + \mu \cos \theta)}$

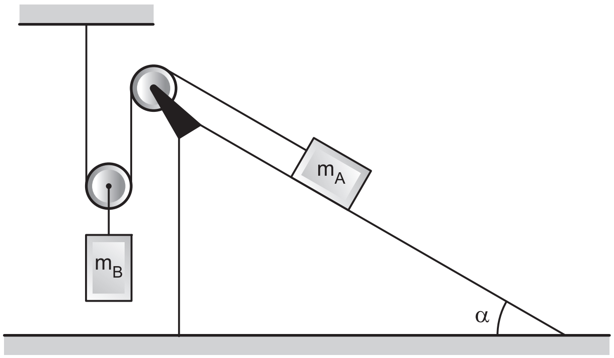
$\mathbf{F = 20 \, (0{,}80 + 0{,}50 \, . \, 0{,}60) \, (N)}$

$\mathbf{F = 20 \, . \, 1{,}1 \, (N)}$

$\boxed{\mathbf{F = 22N}}$

Resposta: E

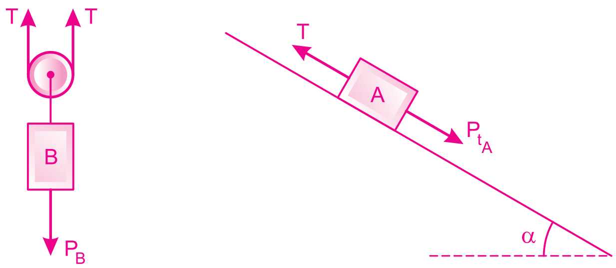
6. (**UDESC-2012**) – A figura mostra dois blocos de massas m_A e m_B concetados por um fio inextensível e de massa desprezível, que passa por duas polias também de massa desprezível. O bloco de massa m_A está sobre um plano inclinado que forma um ângulo α com a horizontal e sustenta o bloco de massa m_B.



Assinale a alternativa que apresenta o valor de m_B capaz de fazer com que o sistema permaneça em equilíbrio, desprezando-se todas as forças de atrito.

a) $m_B = m_A \cos(\alpha)$
b) $m_B = m_A \text{ sen}(\alpha)$
c) $m_B = 2m_A$
d) $m_B = 2m_A \text{ sen}(\alpha)$
e) $m_B = 2m_A \cos(\alpha)$

RESOLUÇÃO:



1) **Equilíbrio do bloco A:** $\mathbf{T = P_{t_A} = m_A \, g \text{ sen } \alpha}$ **(1)**

2) **Equilíbrio do bloco B:** $\mathbf{2T = P_B = m_B g}$

$\boxed{\mathbf{T = \frac{m_B \, g}{2}}}$ **(2)**

3) **Comparando-se (1) com (2), vem:**

$$\mathbf{m_A \, g \text{ sen}\alpha = \frac{m_B \, g}{2}}$$

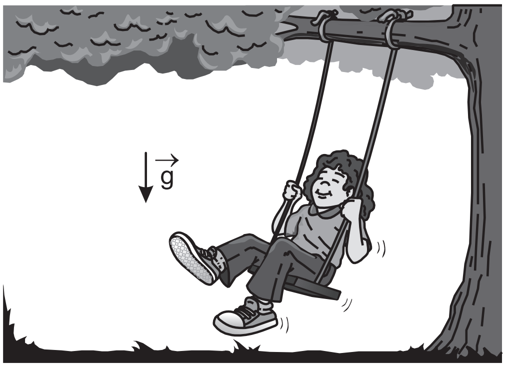
$\boxed{\mathbf{m_B = 2m_A \text{ sen}\alpha}}$

Resposta: D

MÓDULO 38

COMPONENTES DA RESULTANTE

1. **(UFF-RJ-2012)** – Uma criança se balança em um balanço, como representado esquematicamente na figura abaixo.

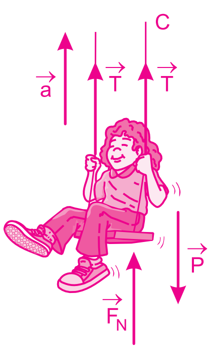


Assinale a alternativa que melhor representa a aceleração $\vec{a}$ da criança no instante em que ela passa pelo ponto mais baixo de sua trajetória.

a) $\vec{a} = \vec{0}$ b) $\vec{a}$ →

c) $\vec{a}$ ↑ d) $\vec{a}$ ↓ e) $\vec{a}$ ←

RESOLUÇÃO:



No ponto mais baixo da trajetória, apenas forças verticais atuam na criança:

$\vec{P}$: peso da criança

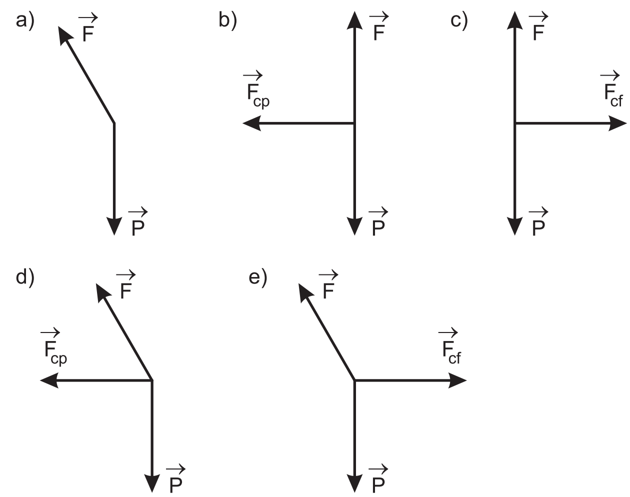
$\vec{F}_N$: força normal aplicada pela cadeira

$\vec{T}$: força aplicada por cada corda.

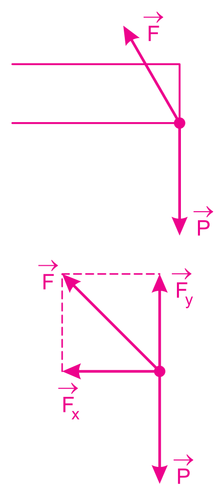
A resultante das forças verticais será centrípeta e, portanto, a aceleração também será centrípeta.

Resposta: C

2. **(VUNESP-2012-MODELO ENEM)** – Em laboratórios de análises clínicas, vários tipos de exames utilizam centrífugas para promover determinadas reações. Tubos de ensaio, contendo amostras de material de análise, são presos próximos à boca da centrífuga em anéis que se encontram em pontos periféricos da máquina, e postos a girar em movimento circular e uniforme em um plano horizontal. Adotando-se um referencial inercial, as forças que agem sobre cada amostra, considerada como um ponto material depositado no fundo de cada tubo de ensaio, estão corretamente representadas no gráfico:



RESOLUÇÃO:

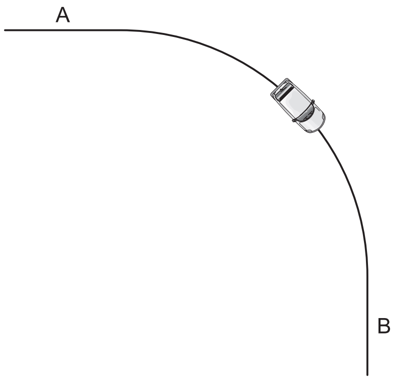


$\vec{P}$ = força aplicada pela Terra
$\vec{F}$ = força aplicada pelo apoio
A força $\vec{F}$ aplicada pelo apoio tem um componente vertical $\vec{F}_y$ que vai equilibrar o peso e uma componente horizontal $\vec{F}_x$ que fará o papel de resultante centrípeta.

$$\boxed{\begin{aligned} F_y &= P \\ F_x &= F_{cp} \end{aligned}}$$

Resposta: A

3. **(UEA-VUNESP-2012)** – Suponha que um carro descreve um arco de curva circular AB de uma pista horizontal, com velocidade de módulo constante, como indicado na figura.

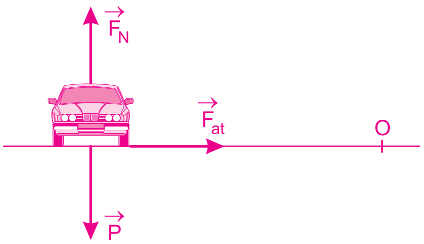


Nessas condições, é correto afirmar que, no trecho AB,

a) a força centrípeta é constante.
b) a força peso é a reação da força normal.
c) a força de atrito é constante.
d) o módulo da força de atrito é igual ao módulo da força centrípeta.
e) o módulo da força peso é igual ao módulo da força centrípeta.

RESOLUÇÃO:

$$F_{at} = F_{cp} = \frac{m\,V^2}{R}$$



A força centrípeta terá módulo constante e direção variável.
Resposta: D

4. **(VUNESP-2012)** – Em uma turbina eólica, as três pás de 35,0m de comprimento, cada uma, são projetadas para capturar a energia cinética contida no vento. Quando as pás da turbina capturam a energia do vento, giram à razão de 40,0 voltas por minuto em torno de um eixo que une o cubo do rotor a um gerador. O gerador transforma essa energia rotacional em eletricidade.

Nessas condições e adotando-se $\pi = 3$, determine, em unidades do Sistema Internacional,

a) o módulo da velocidade angular das pás.
b) a intensidade da força resultante centrípeta sobre uma borboleta de massa 0,30g, supondo-se que ela seja capaz de se manter fixa na extremidade de uma das pás.

RESOLUÇÃO:

a) $$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$$\omega = 2 \,.\, 3 \,.\, \frac{40{,}0}{60}\,\frac{rad}{s} \Rightarrow \boxed{\omega = 4{,}0 rad/s}$$

b) $$F_{cp} = \frac{m\,V^2}{R} = m\,\omega^2 R$$

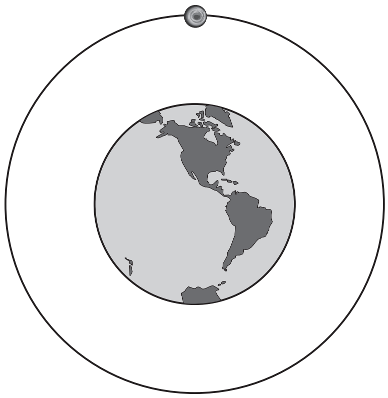
$$F_{cp} = 0{,}30 \,.\, 10^{-3} \,.\, 16{,}0 \,.\, 35{,}0 \text{ (N)}$$

$$F_{cp} = 168 \,.\, 10^{-3} N$$

$$\boxed{F_{cp} = 1{,}68 \,.\, 10^{-1} N}$$

Respostas: a) 4,0rad/s
b) 1,68 . 10⁻¹N

5. **(UFTM-MG-2012)** – Ao se observar o movimento da Lua em torno da Terra, verifica-se que, com boa aproximação, ele pode ser considerado circular e uniforme. Aproximadamente, o raio da órbita lunar é 38,88 x 10^4km e o tempo gasto pela Lua para percorrer sua órbita é 27 dias.



Considerando-se a massa da Lua igual a 7,3 . 10^{22}kg, adotando-se o centro do referencial Terra-Lua no centro da Terra e $\pi \cong 3$, determine

a) a velocidade escalar de um ponto localizado no centro da Lua, em km/h;

b) o módulo aproximado da força resultante, em newtons, envolvida no movimento orbital da Lua.

RESOLUÇÃO:

a) $V = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi R}{T}$

$V = \frac{2 \,.\, 3 \,.\, 38{,}88 \,.\, 10^4 km}{27 \,.\, 24h} = 0{,}36 \,.\, 10^4 km/h$

$\boxed{V = 3{,}6 \,.\, 10^3\ km/h}$ $\boxed{V = 1{,}0 \,.\, 10^3\ m/s}$

b) $F_{cp} = \frac{mV^2}{R}$

$F_{cp} = \frac{7{,}3 \,.\, 10^{22} \,.\, (1{,}0 \,.\, 10^3)^2}{38{,}88 \,.\, 10^7}$ (N)

$F_{cp} = 0{,}19 \,.\, 10^{21}N$

$\boxed{F_{cp} \cong 1{,}9 \,.\, 10^{20}N}$

Respostas: a) 3,6 . 10^3km/h b) 1,9 . 10^{20}N

MÓDULO 39

COMPONENTES DA RESULTANTE

1. **(CESGRANRIO)** – Qual a velocidade escalar mínima com que se deveria lançar uma pedra horizontalmente do pico do Monte Everest, para que ela entrasse em órbita em torno do centro da Terra, cujo raio é de 6,4 . 10^6m, se o efeito do ar fosse desprezível?
Adote g = 10m/s^2

RESOLUÇÃO:

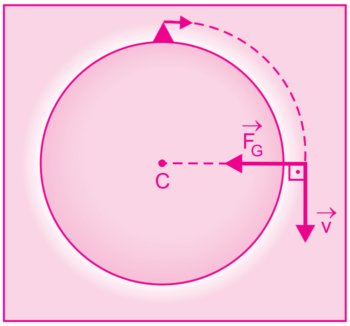
$F_G = F_{cp}$

$m\,g = \frac{mv^2}{R}$

$V = \sqrt{gR}$

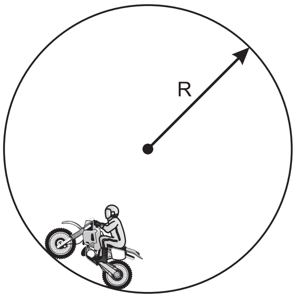
$V = \sqrt{10 \,.\, 6{,}4 \,.\, 10^6}$ (m/s)

$\boxed{V = 8{,}0 \,.\, 10^3 m/s}$



Resposta: 8,0km/s

2. **(MED.ABC-SP)** – Num parque de diversões, foi instalado um “globo da morte”.



Dados:
R – raio da esfera
m – massa total motocicleta-motociclista
g – módulo da aceleração da gravidade
N – intensidade da força de reação normal de contato da esfera sobre a motocicleta.
V – velocidade escalar do movimento, suposta constante.

A menor velocidade escalar **V** que o motociclista deve ter para não perder o contato com a esfera é:

a) $\sqrt{\frac{R\,(mg + N)}{m}}$

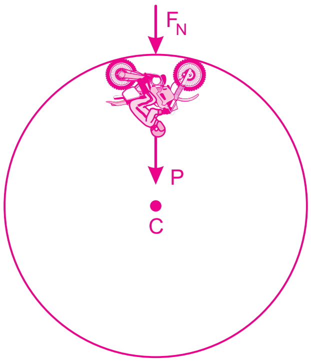
b) $\sqrt{Rg}$

c) $\sqrt{\frac{g}{R}}$

d) $\sqrt{\frac{R\,(mg - N)}{m}}$

e) $\sqrt{mgR}$

RESOLUÇÃO:



$$P + F_N = F_{cp}$$

$$mg + F_N = \frac{mV^2}{R}$$

Quando $V = V_{mín} \Leftrightarrow F_N = 0$

$$mg = \frac{mV^2_{mín}}{R}$$

$$\boxed{V_{mín} = \sqrt{gR}}$$

Resposta: B

3. **(FUVEST-2012)** – Nina e José estão sentados em cadeiras, diametralmente opostas, de uma roda gigante que gira com velocidade angular constante. Num certo momento, Nina se encontra no ponto mais alto do percurso e José, no mais baixo; após 15 s, antes de a roda completar uma volta, suas posições estão invertidas. A roda gigante tem raio R = 20 m e as massas de Nina e José são, respectivamente, $M_N = 60$ kg e $M_J = 70$ kg. Calcule

a) o módulo V da velocidade linear das cadeiras da roda gigante;

b) o módulo a_R da aceleração radial de Nina e de José;

c) os módulos N_N e N_J das forças normais que as cadeiras exercem, respectivamente, sobre Nina e sobre José no instante em que Nina se encontra no ponto mais alto do percurso e José, no mais baixo.

NOTE E ADOTE $\pi = 3$ Módulo da aceleração da gravidade $g = 10\ m/s^2$

RESOLUÇÃO:

a) 1) O tempo para meia volta é 15s e, portanto, o período é T = 30s.

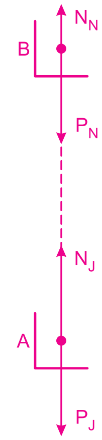
2) $$V = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi R}{T}$$

$$V = \frac{2 . 3 . 20m}{30s} \Rightarrow \boxed{V = 4{,}0m/s}$$

b) Sendo o movimento circular e uniforme, a aceleração radial ou centrípeta é dada por:

$$a_R = \frac{V^2}{R} = \frac{(4{,}0)^2}{20}\ (m/s^2) \Rightarrow \boxed{a_R = 0{,}8m/s^2}$$

c)



Sendo o movimento circular e uniforme, a força resultante é centrípeta.

1) Para Nina:

$$P_N - N_N = \frac{m_N V^2}{R}$$

$$600 - N_N = \frac{60 . 16}{20}$$

$$\boxed{N_N = 552N}$$

2) Para José: $$N_J - P_J = \frac{m_J V^2}{R}$$

$$N_J - 700 = \frac{70 . 16}{20}$$

$$\boxed{N_J = 756N}$$

Respostas: a) $V = 4{,}0m/s$
b) $a_R = 0{,}8m/s^2$
c) $N_N = 552N$ e $N_J = 756N$

4. **(UNIOESTE-2012-MODELO ENEM)** – No filme *2001: uma odisseia no espaço* (Stanley Kubrick, 1968), os tripulantes da estação espacial V desfrutam de "gravidade artificial", um efeito produzido nos módulos circulares (de raio R) da estação espacial por sua rotação ao redor do eixo de simetria.

Imagem:www.daviddarling.info/encyclopedia/S/Space_Station.V.html, em 24 de outubro de 2010.

Se o raio vale R, qual deve ser a velocidade angular de rotação ω para produzir uma aceleração de módulo igual a g?

a) $\omega = (g/R)^{\frac{1}{2}}$ b) $\omega = (R/g)^{\frac{1}{2}}$ c) $\omega = g . R$

d) $\omega = (g . R)^{\frac{1}{2}}$ e) $\omega = g/R$

RESOLUÇÃO:

$$g = a_{cp} = \omega^2 R$$

$$\omega^2 = \frac{g}{R}$$

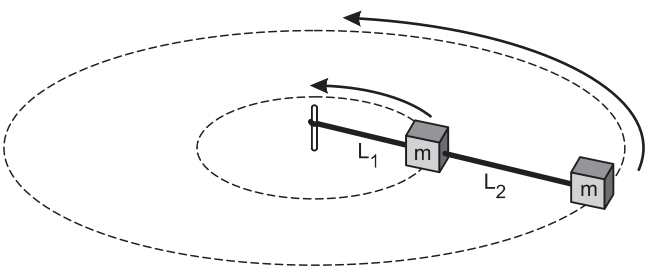
$$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{g}{R}}}$$

Resposta: A

5. **(IJSO-DURBAN)**

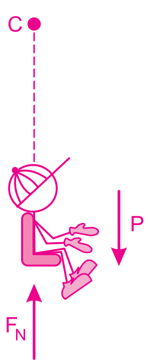
a) Um passageiro de massa 50kg está sentado em uma roda-gigante que tem movimento circular vertical de raio 35m. Ela gira com uma velocidade angular constante e realiza uma volta completa a cada 50s. Calcule a intensidade da força exercida pelo assento sobre o passageiro na parte mais baixa desse movimento circular. Considere a aceleração da gravidade com módulo 9,8 m/s². Adote $\pi^2 = 10$.

b) A figura mostra um pequeno bloco de massa m preso na extremidade de um fio de comprimento L_1. O bloco realiza um movimento circular horizontal em uma mesa sem atrito. Um segundo pequeno bloco de mesma massa m é preso ao primeiro por um fio de comprimento L_2, e também descreve um movimento circular, como mostrado na figura.



Se o período do movimento é T, determine a expressão para a intensidade da força de tração F_1, no fio L_1, em função dos dados fornecidos.

RESOLUÇÃO:



a) 1) $F_{cp} = m\omega^2 R$

$$F_{cp} = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R$$

$$F_{cp} = m \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} R$$

$$F_{cp} = \frac{50 \cdot 40 \cdot 35}{(50)^2} \text{ (N)}$$

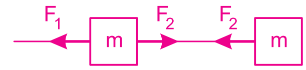
$$\boxed{F_{cp} = 28N}$$

2) $F_N - P = F_{cp}$

$F_N - 490 = 28$

$$\boxed{F_N = 518N}$$

b) $F_2 = m \cdot \omega^2 (L_1 + L_2)$



$F_1 - F_2 = m\omega^2 L_1$

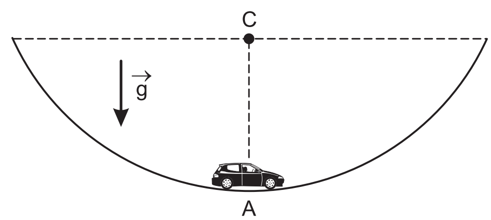
$F_1 - m\omega^2 (L_1 + L_2) = m\omega^2 L_1$

$F_1 = m\omega^2 (2L_1 + L_2)$

$$F_1 = \frac{m\, 4\pi^2 (2\, L_1 + L_2)}{T^2}$$

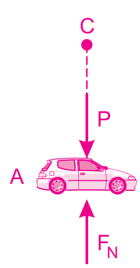
Respostas: a) 28N b) $F_1 = \dfrac{m\, 4\pi^2 (2\, L_1 + L_2)}{T^2}$

6. **(UERJ- MODIFICADO)** – Um carro, com massa total (incluindo seu conteúdo) de 1,0t, passa com velocidade escalar constante de 36km/h por um trecho da estrada cuja pista apresenta uma depressão circular de raio 20m.



Determine a intensidade da força de reação da pista sobre o carro, no ponto A da depressão, onde a força normal é vertical. Adote g = 10m/s² e despreze o efeito do ar.

RESOLUÇÃO:



$F_N - P = F_{cp}$

$$F_N = mg + \frac{mV^2}{R}$$

$$F_N = m\left(g + \frac{V^2}{R}\right)$$

$$F_N = 1{,}0 \cdot 10^3 \left(10 + \frac{100}{20}\right) \text{ (N)}$$

$$\boxed{F_N = 1{,}5 \cdot 10^4 N = 15kN}$$

Resposta: 15kN

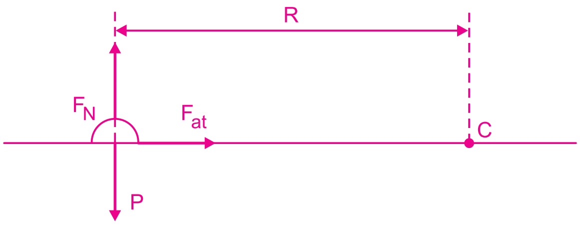
MÓDULO 40

COMPONENTES DA RESULTANTE

1. (**MODELO ENEM**) – Um carro faz uma curva circular com movimento uniforme em um piso horizontal de asfalto. Despreze o efeito do ar. Num dia sem chuva, com o asfalto seco, o coeficiente de atrito estático entre os pneus e o piso vale 0,60. Num dia chuvoso, com o asfalto molhado, o coeficiente de atrito estático entre os pneus e o piso vale 0,30. A velocidade escalar máxima possível para o carro fazer a referida curva, sem derrapar, num dia chuvoso vale **V**. A velocidade escalar máxima possível para o carro fazer a referida curva, sem derrapar, num dia sem chuva, em relação ao valor de V, é aproximadamente

a) 20% maior. b) 30% maior. c) 40% maior.
d) 20% menor. e) 40% menor.

RESOLUÇÃO:



1) $F_N = P = mg$

2) $F_{at} = F_{cp} = \dfrac{m\,V^2}{R}$

3) $F_{at} \leqslant \mu_E\, F_N$

$$\frac{m\,V^2}{R} \leqslant \mu_E\, mg$$

$$V \leqslant \sqrt{\mu_E\, g\, R}$$

$$V_{máx} = \sqrt{\mu_E\, g\, R}$$

Num dia seco, o coeficiente de atrito estático entre os pneus e o chão é o dobro do que num dia chuvoso e, portanto, a velocidade máxima possível V' será dada por:

$V' = \sqrt{2}\, V \cong 1{,}4V$

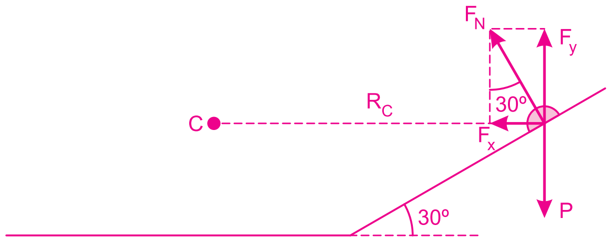
o que significa um aumento de 40%.

Resposta: C

2. (**UNIOESTE-2012**) – Na Fórmula Indy, utilizam-se circuitos ovais com pistas superelevadas, isto é, inclinadas de um certo ângulo θ com relação à horizontal. Esta geometria assegura que para uma curva com determinado raio de curvatura R_C exista uma velocidade máxima de segurança $V_{máx}$ com a qual um veículo não desgarra do asfalto, mesmo que seus pneus percam o atrito com a pista. Admitindo-se que em certo ponto da pista, onde os veículos podem atingir $V_{máx}$ = 360km/h, a inclinação seja θ = 30°, qual será a melhor aproximação para o raio de curvatura R_C associado a esta região? Admita g = 10 m/s². Adote $\sqrt{3} = 1{,}732$

a) R_C = 577m b) R_C = 1154m c) R_C = 1414m
d) R_C = 1732m e) R_C = 2000m

RESOLUÇÃO:



1) $F_y = P = m\,g$

2) $F_x = F_{cp} = \dfrac{mV^2}{R_C}$

3) $\text{tg } 30° = \dfrac{F_x}{F_y} = \dfrac{mV^2}{mg\,R_C}$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{V^2}{g\,R_C}$$

$$\boxed{R_C = \frac{V^2\sqrt{3}}{g}}$$

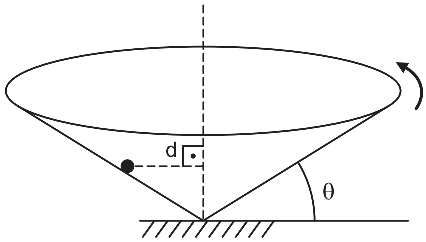
$$R_C = \frac{(100)^2 \,.\, \sqrt{3}\ (m)}{10}$$

$$R_C = 1000 \,.\, \sqrt{3}\ m$$

$$\boxed{R_C = 1732\ m}$$

Resposta: D

3. **(ITA-2012)** – Um funil que gira com velocidade angular uniforme em torno do seu eixo vertical de simetria apresenta uma superfície cônica que forma um ângulo θ com a horizontal, conforme a figura. Sobre esta superfície, uma pequena esfera gira com a mesma velocidade angular mantendo-se a uma distância d do eixo de rotação. Não há atrito entre o funil e a bolinha.



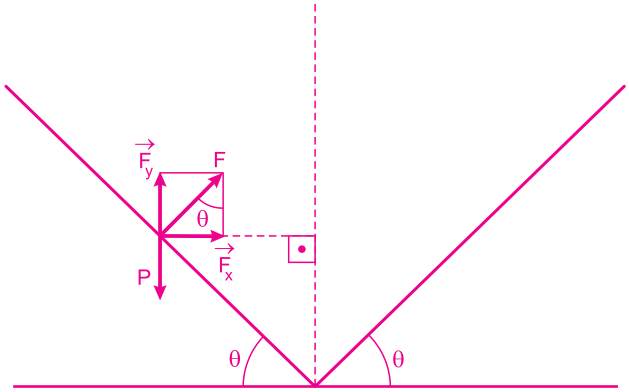
Nestas condições, o período de rotação do funil é dado por

a) $2\pi\sqrt{d/g\ \text{sen}\ \theta}$ b) $2\pi\sqrt{d/g\cos\theta}$

c) $2\pi\sqrt{d/g\ \text{tg}\ \theta}$ d) $2\pi\sqrt{2d/g\ \text{sen}\ 2\theta}$

e) $2\pi\sqrt{d\cos\theta / g\ \text{tg}\ \theta}$

RESOLUÇÃO:



1) $F_y = P = mg$

2) $F_x = F_{cp} = m\,\omega^2 d$

3) $\text{tg}\ \theta = \dfrac{m\,\omega^2 d}{mg}$

$\omega^2 = \dfrac{g\ \text{tg}\ \theta}{d}$

$\omega = \sqrt{\dfrac{g\ \text{tg}\ \theta}{d}} = \dfrac{2\pi}{T}$

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\dfrac{d}{g\ \text{tg}\ \theta}}}$$

Resposta: C

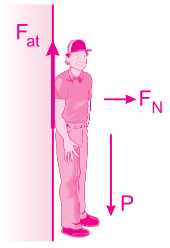
4. **(UFPR)** – A figura abaixo representa um aparelho chamado "rotor", constituído por um cilindro oco que gira em torno de seu eixo vertical. Uma pessoa pode girar junto com o cilindro, encostada na sua parede interna sem apoio sob seus pés, desde que a velocidade angular do cilindro esteja acima de certo valor $\omega_{mín}$.

Nessa situação, julgue os itens a seguir.

(1) Se o raio do rotor for aumentado, é possível diminuir $\omega_{mín}$.
(2) O peso da pessoa está equilibrado pela força de atrito entre ela e a parede do cilindro.
(4) Se o cilindro girar com velocidade angular constante, a pessoa terá aceleração resultante nula.
(8) Quanto maior for a massa da pessoa, maior deverá ser $\omega_{mín}$ para que ela não escorregue para baixo.
(16) Se a velocidade angular aumentar acima de $\omega_{mín}$, aumentará a intensidade da força normal e, portanto, a força de atrito terá intensidade maior que a da força peso.
(32) Para um referencial fixo no rotor, existe uma força de inércia centrífuga que é equilibrada pela força normal aplicada pela parede do rotor.
(64) Para um referencial fixo no solo terrestre (referencial suposto inercial), não existe força centrífuga atuando na pessoa.

Dê como resposta a soma dos números associados às proposições corretas.

RESOLUÇÃO:



Para que a pessoa não escorregue para baixo, devemos ter
$F_{at} = P = m\,g$

A reação normal aplicada pela parede faz o papel de resultante centrípeta.
$F_N = F_{cp} = m\,\omega^2 R$

Sendo o atrito estático, vem
$F_{at} \leq \mu_E F_N$

$m\,g \leq \mu_E m\,\omega^2 R \Rightarrow \omega^2 \geq \dfrac{g}{\mu_E R}$

$$\boxed{\omega_{mín} = \sqrt{\dfrac{g}{\mu_E R}}}$$

(1) V
(2) V
(4) F: a aceleração será centrípeta.
(8) F: $\omega_{mín}$ independe da massa da pessoa.
(16) F: Se aumentarmos ω, aumentaremos a força normal e a força de atrito de destaque, porém a força de atrito real continuará equilibrando o peso.

Por maior que seja ω, a força de atrito nunca será maior que o peso, e a pessoa nunca subirá.

(32) V: Para um referencial fixo no rotor, a pessoa está em repouso; a força resultante é nula e, além das forças reais, passa a existir uma força de inércia centrífuga (força fictícia ou pseudoforça) que vai equilibrar a força normal recebida da parede.

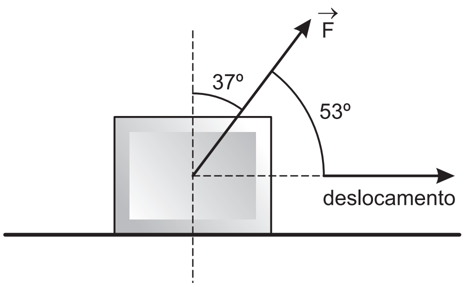
(64) V: A pergunta "existe força centrífuga?" deve ser respondida assim: depende do referencial adotado – no caso em questão, em relação à Terra, não; em relação ao rotor, sim.

Resposta: 99

MÓDULO 41

TRABALHO

1. Em um piso horizontal, apoia-se um bloco.
Exerce-se no bloco uma força constante (F = 20,0N), conforme o esquema (sen 37º = 0,60, cos 37º = 0,80).



A força de atrito aplicada pelo piso sobre o bloco tem intensidade 8,0N. O bloco desliza no sentido indicado na figura em um percurso de 10,0m. Calcule

a) o trabalho do peso do bloco e da força de reação normal do piso;

b) o trabalho da força $\vec{F}$ e da força de atrito.

RESOLUÇÃO:

a) $\tau_P = \tau_N = 0$, pois α = 90º e cos α = 0

b) 1) $\tau_F = F\,d\,\cos 53º$

$\tau_F = 20{,}0 \;.\; 10{,}0 \;.\; 0{,}60\ (J) \Rightarrow \boxed{\tau_F = 120J}$

2) $\tau_{at} = F_{at} \;.\; d \;.\; \cos 180º$

$\tau_{at} = 8{,}0 \;.\; 10{,}0 \;.\; (-1)\ (J) \Rightarrow \boxed{\tau_{at} = -80{,}0J}$

Respostas: a) zero e zero b) 120J e –80,0J

2. **(UFRR-2012)** – A força de atração entre duas massas varia inversamente com o quadrado da distância. Nas proximidades da superfície da Terra, esta força, denominada força peso $\vec{P}$, pode ser aproximada por uma constante, escrita pelo produto $\vec{P} = m\,\vec{g}$, em que m é a massa do objeto nas proximidades da Terra e $\vec{g}$ é o vetor aceleração da gravidade. Ao elevarmos um objeto, do solo até uma altura h (situação 1), nas proximidades da superfície da Terra, e, posteriormente, ao deixarmos este objeto cair até atingir novamente o solo (situação 2), o trabalho da força peso na situação 1 (W_1) e o trabalho da força peso na situação 2 (W_2) dão como resultados, respectivamente:

a) $W_1 = -mgh$; $W_2 = mgh$

b) $W_1 = -mg$; $W_2 = mg$

c) $W_1 = W_2$

d) $W_1 = mg$; $W_2 = -\,mg$

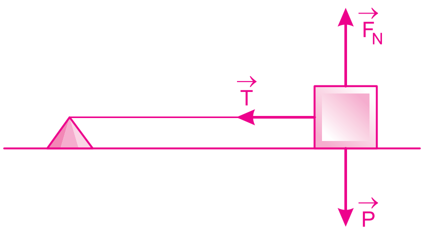
e) $W_1 = 0$(zero); $W_2 = 0$ (zero)

RESOLUÇÃO:
Na subida, $W_1 = -\,mgh$
Na descida, $W_2 = mgh$
Resposta: A

3. **(PUC-MG)** – Um corpo de massa 0,20kg, preso por um fio, gira em movimento circular e uniforme, de raio 50cm, sobre uma superfície horizontal lisa. O trabalho realizado pela força de tração do fio, durante meia volta, vale:

a) zero b) 1,0J c) 3,1J d) 6,3J e) 10,0J

RESOLUÇÃO:
A força aplicada pelo fio faz o papel de resultante centrípeta e não realiza trabalho porque é perpendicular à trajetória.



Resposta: A

4. **(UEPB-MODELO ENEM)** – A esteira é o aparelho mais usado nas academias. As mais modernas possuem um computador com visor que informa o tempo, a distância, a velocidade, os batimentos cardíacos e as calorias gastas, entre outras funções. Em uma academia de ginástica, uma jovem anda sobre uma esteira rolante horizontal que não dispõe de motor [figura abaixo], movimentando-a. O visor da esteira informa que ela andou a uma velocidade escalar constante de 5,4km/h e que, durante 30 minutos, foram consumidas 202,5 quilocalorias. Adote 1,0 cal = 4,0 J.

Considerando-se que a energia consumida pela esteira é proveniente do trabalho realizado pela força horizontal (suposta constante) que a jovem exerceu sobre a esteira para movimentá-la, a intensidade desta força é de:

a) $3,0 \cdot 10^2$N   b) $3,5 \cdot 10^2$N   c) $4,0 \cdot 10^2$N
d) $5,0 \cdot 10^2$N   e) $6,0 \cdot 10^2$N

RESOLUÇÃO:

1) Cálculo da distância d:

$$V = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \frac{5,4}{3,6} = \frac{d}{1800} \Rightarrow \boxed{d = 2,7 \cdot 10^3 m}$$

2) Cálculo da força F:

$\tau = F \cdot d$

$202,5 \cdot 10^3 \cdot 4,0 = F \cdot 2,7 \cdot 10^3$

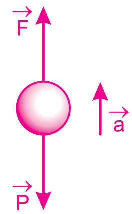
$\boxed{F = 3,0 \cdot 10^2 N}$

Resposta: A

5. **(MACKENZIE-SP)** – Um estudante de Física observa que, sob a ação de uma força vertical de intensidade constante, um corpo de 2,0kg sobe 1,5m, a partir do repouso. O trabalho realizado por essa força, nesse deslocamento, é de 36,0J. Considerando-se a aceleração da gravidade no local com módulo igual a 10,0m/s², a aceleração, adquirida pelo corpo, tem módulo

a) 1,0 m/s²   b) 2,0 m/s²   c) 3,0 m/s²
d) 4,0 m/s²   e) 5,0 m/s²

RESOLUÇÃO:



1) Cálculo de F:

$\tau_F = F \cdot d \cdot \cos 0°$

$36,0 = F \cdot 1,5$

$\boxed{F = 24,0N}$

2) Cálculo de a:

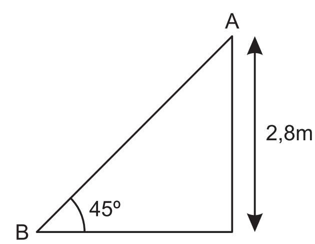
PFD: $F - P = ma$

$24,0 - 20,0 = 2,0a$

$\boxed{a = 2,0 m/s^2}$

Resposta: B

6. **(UEPA-2012-MODELO ENEM)** – Num parque de diversões, há um escorregador infantil, conforme indica a figura abaixo.



Neste brinquedo, as crianças, inicialmente em repouso, partem do ponto **A** e atingem o ponto **B**. Suponha que o coeficiente de atrito entre as superfícies de contato seja igual a 0,5. Considerando-se que, quando uma criança escorrega, a dissipação de energia mecânica ocorra apenas pela ação da força de atrito, e sabendo-se que a ingestão de um sorvete fornece 112.000 J, o número de vezes que uma criança de 20 kg deverá escorregar pelo brinquedo para perder a energia mecânica correspondente à ingestão de um sorvete é:

Dados: g = 10 m/s²; sen 45° = cos 45° = 0,7

a) 100   b) 200   c) 300
d) 400   e) 500

RESOLUÇÃO:

1) $F_{at} = \mu F_N = \mu m g \cos \theta$

$F_{at} = 0,5 \cdot 200 \cdot 0,7 (N) = 70N$

2) Da figura: $\text{sen } 45° = \frac{2,8}{AB} = 0,7 \Rightarrow \boxed{AB = 4,0m}$

3) $\tau_{at} = F_{at} \cdot AB \cdot \cos 180°$

$\tau_{at} = 70 \cdot 4,0(-1)\ (J) \Rightarrow \boxed{\tau_{at} = -280J}$

4) 1 .... 280J
N 112000J

$N = \frac{112000}{280}$ $\boxed{N = 400}$

Resposta: D

MÓDULO 42

TEOREMA DA ENERGIA CINÉTICA E MÉTODO GRÁFICO

1. **(UNESP-2012-MODELO ENEM)** – Uma pessoa, com 80 kg de massa, gasta para realizar determinada atividade física a mesma quantidade de energia que gastaria se subisse diversos degraus de uma escada, equivalente a uma distância de 450 m na vertical, com velocidade constante, num local onde $g = 10\ m/s^2$.
A tabela a seguir mostra a quantidade de energia, em joules, contida em porções de massas iguais de alguns alimentos.

Alimento	Energia por porção (kJ)
espaguete	360
pizza de mussarela	960
chocolate	2 160
batata frita	1 000
castanha de caju	2 400

Considerando-se que o rendimento mecânico do corpo humano seja da ordem de 25%, ou seja, que um quarto da energia química ingerida na forma de alimentos seja utilizada para realizar um trabalho mecânico externo por meio da contração e da expansão de músculos, para repor exatamente a quantidade de energia gasta por essa pessoa em sua atividade física, ela deverá ingerir 4 porções de

a) castanha de caju. b) batata frita.
c) chocolate. d) pizza de mussarela.
e) espaguete.

RESOLUÇÃO:

1) Cálculo do trabalho a ser realizado para a subida da pessoa na escada:

TEC: $\tau_{muscular} + \tau_P = \Delta E_{cin} = 0$

$\tau_{muscular} - mgH = 0$

$\boxed{\tau_{muscular} = mgH}$

$\tau_{muscular} = 80 \cdot 10 \cdot 450\ (J)$

$\boxed{\tau_{muscular} = 360 \cdot 10^3 J = 3{,}6 \cdot 10^5 J}$

2) Cálculo da energia química necessária:

$$\eta = \frac{\tau_{muscular}}{E_{química}}$$

$$0{,}25 = \frac{3{,}6 \cdot 10^5}{E_{química}}$$

$$\boxed{E_{química} = 14{,}4 \cdot 10^5 J = 1{,}44 \cdot 10^6 J}$$

3) $E_{química} = 4E$
$1{,}44 \cdot 10^6 = 4E$
$E = 0{,}36 \cdot 10^6 J = 360 \cdot 10^3 J$

$\boxed{E = 360 kJ}$

Resposta: E

2. **(UFPB-2012-MODELO-ENEM)** – Em uma mina de carvão, o minério é transportado para fora da mina por meio de um vagão gôndola. A massa do vagão mais a carga de carvão totalizam duas toneladas. A última etapa do translado do vagão ocorre em uma região completamente plana e horizontal. Um cabo de aço, com uma das extremidades acoplada ao vagão e a outra a um motor, puxa o vagão do interior da mina até o final dessa região plana. Considere que as rodas do vagão estão bem lubrificadas a ponto de poder-se desprezar o atrito das rodas com os trilhos. Durante esse último translado, o motor acoplado ao cabo de aço executa um trabalho de 4.000 J.
Nesse contexto, considerando que o vagão, no último translado, partiu do repouso, é correto afirmar que esse vagão chega ao final da região plana com uma velocidade de módulo:

a) 10,0 m/s c) 6,0 m/s e) 2,0 m/s
b) 8,0 m/s d) 4,0 m/s

RESOLUÇÃO:

TEC: $\tau_{motor} = \Delta E_C$

$$\tau_{motor} = \frac{mV^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2}$$

$$4000 = \frac{2{,}0 \cdot 10^3}{2} V^2$$

$V^2 = 4{,}0$

$\boxed{V = 2{,}0 m/s}$

Resposta: E

3. **(UFTM-MG-2012)** – Em um recente acidente de trânsito em um plano horizontal, uma caminhonete de 1,6 tonelada, a 144 km/h, atingiu outro veículo, em uma grave colisão frontal, e conseguiu parar somente a 25 metros de distância do abalroamento. A intensidade média da força resultante que agiu sobre a caminhonete, do ponto do impacto ao de paragem, foi, em newtons, igual a

a) $5{,}12 \cdot 10^4$ N b) $5{,}21 \cdot 10^4$ N c) $6{,}50 \cdot 10^4$ N
d) $7{,}24 \cdot 10^4$ N e) $7{,}50 \cdot 10^4$ N

RESOLUÇÃO:

TEC: $\tau_{at} = \Delta E_{cin}$

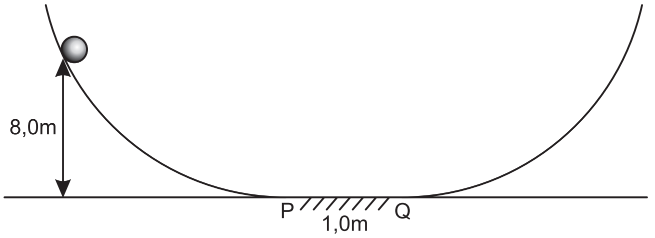
$$Fd\,(-1) = 0 - \frac{mV_0^2}{2}$$

$$F = \frac{mV_0^2}{2\,d} = \frac{1{,}6 \cdot 10^3 \cdot (40)^2}{50}\ (N)$$

$\boxed{F = 5{,}12 \cdot 10^4 N}$

Resposta: A

4. **(UPE-2012)** – Um bloco é solto do repouso de uma superfície curva a uma altura h = 8,0m do solo, como ilustra a figura a seguir. Só existe atrito no trecho horizontal PQ, que mede 1,0m.



Qual o número de vezes que a partícula irá passar pelo trecho PQ, antes de parar por definitivo?

Dado: Coeficiente de atrito cinético entre a partícula e o trecho PQ é $\mu = 0{,}4$ e $g = 10\ m/s^2$. Não considere o efeito do ar.

a) 10 b) 20 c) 40 d) 60 e) 80

RESOLUÇÃO:

TEC = $\tau_{total} = \Delta E_{cin}$

$\tau_P + \tau_{at} = 0$

$m\,g\,h + \mu\,m\,g\,d\cos 180^\circ = 0$

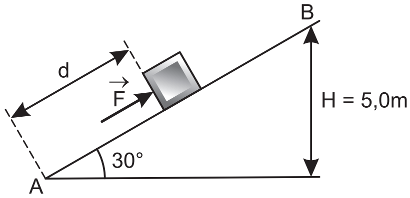
$h = \mu\,d$

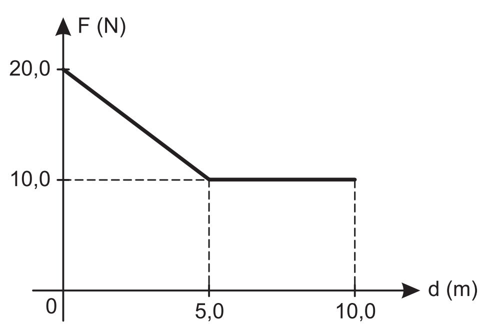
$d = \dfrac{h}{\mu} = \dfrac{8{,}0m}{0{,}4} = 20{,}0m$

Portanto: O bloco vai parar no ponto P após passar 20 vezes pela região de atrito.

Resposta: B

5. Em um plano inclinado de 30º, um bloco de massa 2,0kg está sendo empurrado para cima por uma força $\vec{F}$, paralela ao plano inclinado, e de intensidade variável com a distância **d** do bloco ao ponto A, segundo o gráfico a seguir.





O bloco parte do repouso em A, o atrito é desprezível, a aceleração da gravidade local tem intensidade $g = 10{,}0m/s^2$ e o ponto B está a uma altura H = 5,0m.

Calcule

a) os trabalhos da força $\vec{F}$ e do peso do bloco, no deslocamento de A para B;

b) a intensidade da velocidade do bloco ao atingir o ponto B.

RESOLUÇÃO:

a) 1) τ_F **= área (F x d)**

$$\tau_F = (20{,}0 + 10{,}0)\,\frac{5{,}0}{2} + 10{,}0 \,.\, 5{,}0\ (J) = 125J$$

2) $\tau_P = -mgH = -20{,}0 \,.\, 5{,}0\ (J) = -100J$

b) TEC: $\tau_{total} = \Delta E_{cin}$

$$\tau_F + \tau_P = \frac{mv_B^2}{2} - \frac{mv_A^2}{2}$$

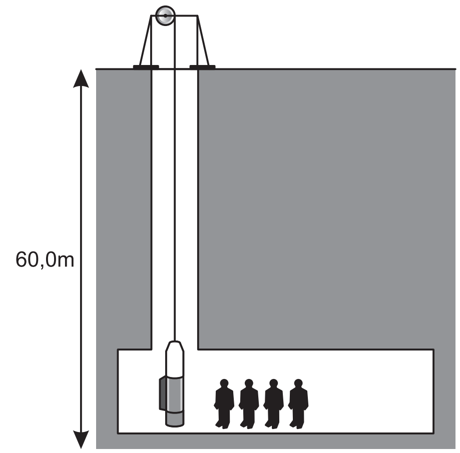
$$125 - 100 = \frac{2{,}0}{2}\,v_B^2 \Rightarrow \boxed{v_B = 5{,}0m/s}$$

Respostas: a) 125 e –100J
b) 5,0m/s

MÓDULO 43

POTÊNCIA

1. **(UFTM-2012)** – No resgate dos mineiros do Chile, em 2010, foi utilizada uma cápsula para o transporte vertical de cada um dos enclausurados na mina de 700 metros de profundidade. Considere um resgate semelhante ao feito naquele país, porém a 60 metros de profundidade, tendo a cápsula e cada resgatado um peso total de $5{,}0 \,.\, 10^4$ N. O cabo que sustenta a cápsula não pode suportar uma força cuja intensidade exceda $7{,}5 \,.\, 10^4$ N. Adote $g = 10{,}0m/s^2$ para o local do resgate. Esse movimento tem aceleração máxima no primeiro trecho e, a seguir, movimento retardado, com o motor desligado, até o final de cada ascensão.

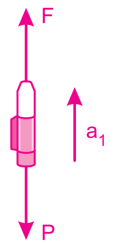


a) Qual deve ter sido o menor tempo para cada ascensão do elevador?

b) Calcule a potência máxima que o motor deve ter desenvolvido em cada resgate.

RESOLUÇÃO:

a) 1) **Cálculo da aceleração na fase de movimento acelerado:**



PFD: $F - P = m\,a_1$

$7{,}5 \,.\, 10^4 - 5{,}0 \,.\, 10^4 = 5{,}0 \,.\, 10^3\, a_1$

$\boxed{a_1 = 5{,}0\text{m/s}^2}$

2) **Na fase de movimento retardado, o sistema fica sob ação da gravidade:** $a_2 = -g = -10{,}0\text{m/s}^2$

3) **A velocidade escalar máxima é dada por:**

$V = V_0 + a_1\,t$

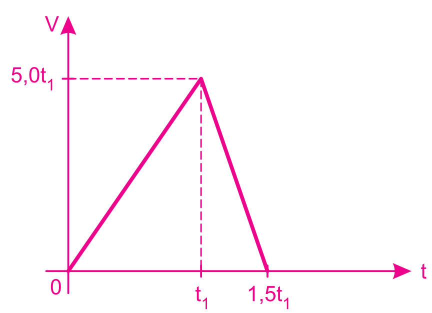
$\boxed{V_{máx} = 5{,}0\,t_1}$

4) **Cálculo do tempo de freada:**

$V = V_{máx} + a_2\,t$

$0 = 5{,}0t_1 - 10{,}0\,t_2 \Rightarrow \boxed{t_2 = \dfrac{t_1}{2}}$

5) **Gráfico V = f(t)**



Δs = **área (V x t):**

$60{,}0 = \dfrac{1{,}5 \,.\, t_1 \,.\, 5{,}0 \,.\, t_1}{2} \Rightarrow t_1^2 = 16{,}0 \Rightarrow \boxed{t_1 = 4{,}0\text{s}}$

$T = 1{,}5\,t_1 = 1{,}5 \,.\, 4{,}0\text{s} \Rightarrow \boxed{T = 6{,}0\text{s}}$

b) **Pot = FV**

$Pot_{máx} = F\,V_{máx}$

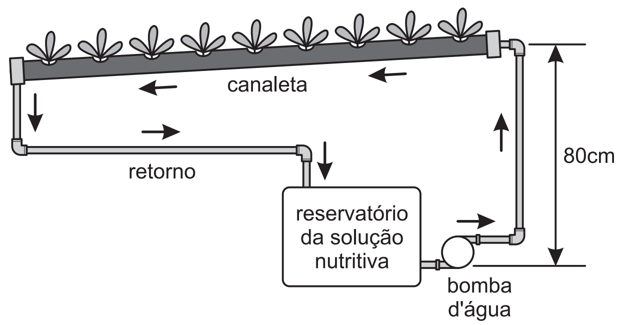
$V_{máx} = 5{,}0\,t_1 = 5{,}0 \,.\, 4{,}0\,(\text{m/s}) \Rightarrow \boxed{V_{máx} = 20{,}0\text{m/s}}$

$Pot_{máx} = 7{,}5 \,.\, 10^4 \,.\, 20{,}0\,(\text{W})$

$Pot_{máx} = 150 \,.\, 10^4\,\text{W}$

Respostas: a) 6,0s
b) $1{,}5 \,.\, 10^6$W

2. **(ETEC-SP-2012-MODELO ENEM)** – A hidroponia consiste em um método de plantio fora do solo em que as plantas recebem seus nutrientes de uma solução, que flui em canaletas, e é absorvida pelas raízes. Por meio de uma bomba hidráulica, em determinada horta hidropônica, a solução é elevada até uma altura de 80cm, sendo vertida na canaleta onde estão presas as mudas. Devido a uma ligeira inclinação da canaleta, a solução se move para o outro extremo, lá sendo recolhida e direcionada ao reservatório do qual a bomba reimpulsiona o líquido, como mostra a figura.



Dados

- Módulo da aceleração da gravidade: $g = 10\text{ m/s}^2$
- 1 kg de água equivale a 1 litro de água
- Potência = $\dfrac{\text{Trabalho}}{\text{intervalo de tempo}}$

Suponha que nessa horta hidropônica foi empregada uma bomba com potência de 20W. Se toda a potência dessa bomba pudesse ser empregada para elevar a água até a canaleta, a cada um segundo (1,0s), o volume de água que fluiria seria, em litros,

a) 2,0 b) 2,5 c) 3,0 d) 3,5 e) 4,0

RESOLUÇÃO:

1) $Pot = \dfrac{\tau}{\Delta t} = \dfrac{mgH}{\Delta t}$

$20 = \dfrac{m \,.\, 10 \,.\, 0{,}80}{1{,}0}$

$\boxed{m = 2{,}5\text{kg}}$

2) 1,0kg 1,0ℓ

2,5kg V

$\boxed{V = 2{,}5\ell}$

Resposta: B

(FUVEST-TRANSFERÊNCIA-2012)

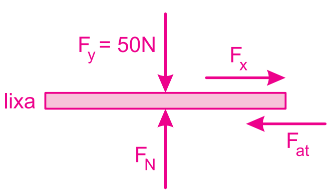
Enunciados para as questões 3 e 4.

A fim de preparar uma tábua, um carpinteiro movimenta a lixa sobre a madeira enquanto mantém uma força constante sobre ela, cuja componente na direção normal à superfície da tábua tem intensidade igual a 50N. O coeficiente de atrito cinético entre a lixa e a madeira é $\mu = 0{,}8$, a superfície da tábua está num plano horizontal e a lixa tem peso desprezível.

3. Enquanto o carpinteiro movimenta a lixa sobre a tábua com velocidade constante, a componente horizontal da força efetuada pelo carpinteiro tem módulo igual a

a) 10N b) 20N c) 30N d) 40N e) 50N

RESOLUÇÃO:



1) $F_N = F_y = 50N$

2) $F_x = F_{at} = \mu_c F_N$

$F_x = 0{,}8 \cdot 50N$

$\boxed{F_x = 40N}$

Resposta: D

4. Nessas condições, a potência mecânica da força que o carpinteiro faz para manter a lixa em movimento, com velocidade constante com módulo igual a 0,5 m/s, é

a) 15W b) 20W c) 25W d) 35W e) 45W

RESOLUÇÃO:

$Pot = F_x \cdot V$

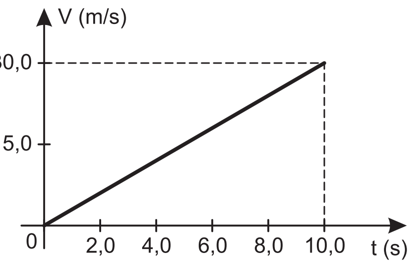
$Pot = 40 \cdot 0{,}5 (W)$

$\boxed{Pot = 20W}$

Resposta: B

5. **(UFRN-2012)** – Entre as novas tecnologias mais divulgadas pelas mídias escritas e televisivas, merecem destaque as reportagens sobre os novos modelos de carros movidos a eletricidade.

Em uma dessas reportagens, estava disponível o gráfico da velocidade escalar em função do tempo, como representado na figura abaixo, para um desses carros de massa, m, igual a 1400kg e potência máxima de 120cv. Aproveitando as informações disponíveis na reportagem, um estudante aficionado por automobilismo resolveu determinar algumas grandezas mecânicas que lhe permitissem aplicar seus conhecimentos de Física. Neste sentido, ele determinou a distância percorrida, d, o trabalho, τ, realizado pelo motor do carro, a potência média do motor, P, durante os 10 segundos mostrados no gráfico da velocidade escalar, V, em função do tempo, t.



Dados: 1) 1cv = 736W

2) A trajetória do carro é retilínea e horizontal.

3) O efeito do ar é desprezível.

Considerando-se os dados disponíveis na questão, obtenha

a) a distância percorrida pelo carro em 10,0s;

b) o trabalho do motor do carro em 10,0s;

c) a potência média desenvolvida pelo motor do carro em 10,0s e verifique se o resultado é compatível com a de um automóvel de potência máxima de 120cv.

RESOLUÇÃO:

a) $\Delta s = \text{área } (V \times t)$

$$\Delta s = \frac{10{,}0 \cdot 30{,}0}{2} \text{ (m)} \Rightarrow \boxed{\Delta s = 150m}$$

b) TEC: $\tau_{motor} = \Delta E_{cin}$

$$\tau_{motor} = \frac{m}{2}(V_f^2 - V_0^2)$$

$$\tau_{motor} = \frac{1400}{2}(900 - 0) \text{ (J)} \Rightarrow \boxed{\tau_{motor} = 6{,}3 \cdot 10^5 J}$$

c) $$Pot_m = \frac{\tau_{motor}}{\Delta t} = \frac{6{,}3 \cdot 10^5 J}{10{,}0 s}$$

$$\boxed{Pot_m = 6{,}3 \cdot 10^4 W}$$

$$Pot_m = \frac{6{,}3 \cdot 10^4}{736} \text{ cv} \cong 86\text{cv}$$

Como o movimento do carro é uniformemente variado, temos:

Pot = FV

F = constante e V = f(t) é do primeiro grau

A função Pot = f(t) é do 1.º grau e teremos:

$$Pot_m = \frac{Pot_0 + Pot_f}{2} = \frac{0 + Pot_f}{2}$$

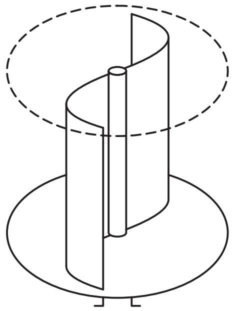
$$Pot_f = 2\,Pot_m \cong 172\text{cv}$$

O resultado é incompatível com a potência de 120cv.

Respostas: **a)** 150m **b)** $6{,}3 \cdot 10^5 J$

c) 86cv, o que leva a uma potência máxima de 172cv, incompatível com 120cv

6. **(FUVEST-2012)** – Um pequeno catavento do tipo *Savonius*, como o esquematizado na figura a seguir, acoplado a uma bomba d'água, é utilizado em uma propriedade rural. A potência útil P (W) desse sistema para bombeamento de água pode ser obtida pela expressão $P = 0{,}10 \cdot A \cdot v^3$, em que A ($m^2$) é a área total das pás do catavento e v (m/s), o módulo da velocidade do vento.



Considerando-se um catavento com área total das pás de $2{,}0m^2$, módulo da velocidade do vento de 5,0m/s e a água sendo elevada de 7,5m na vertical, calcule

a) a potência útil P do sistema;

b) a energia E necessária para elevar 1,0ℓ de água sem acréscimo de energia cinética;

c) o volume V_1 de água bombeado por segundo;

d) o volume V_2 de água, bombeado por segundo, se a velocidade do vento cair pela metade.

> NOTE E ADOTE
> Densidade da água = $1{,}0g/cm^3$.
> Módulo da aceleração da gravidade $g = 10\ m/s^2$.

RESOLUÇÃO:

a) $P = 0{,}10\ A\ v^3$

Sendo $A = 2{,}0m^2$ e $v = 5{,}0m/s$, vem:

$$P = 0{,}10 \cdot 2{,}0 \cdot (5{,}0)^3\ (W) \Rightarrow \boxed{P = 25W}$$

b) 1) Como a densidade da água é de 1,0kg/ℓ, o volume de 1,0ℓ corresponde a uma massa de 1,0kg.

2) E = m g h (sem acréscimo de energia cinética)

$$E = 1{,}0 \cdot 10 \cdot 7{,}5\ (J) \Rightarrow \boxed{E = 75J}$$

c) $$P = \frac{E}{\Delta t} = \frac{m\,g\,h}{\Delta t}$$

Sendo $m = \mu V$, vem:

$$P = \mu \frac{V}{\Delta t}\, g\, h$$

$$\frac{V}{\Delta t} = z_1 \text{ (vazão)}$$

$$P = \mu\, z_1\, g\, h$$

$$z_1 = \frac{P}{\mu\, g\, h} \Rightarrow z_1 = \frac{25}{1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 7{,}5}\ m^3/s$$

$$z_1 = \frac{25}{7{,}5} \cdot 10^{-4} m^3/s \Rightarrow z_1 = \frac{10}{3} \cdot 10^{-4} m^3/s$$

$$z_1 = \frac{1}{3} \cdot 10^{-3} m^3/s \Rightarrow \boxed{z_1 = \frac{1}{3}\ \ell/s}$$

$$\text{Em 1s} \Rightarrow \boxed{V_1 = \frac{1}{3}\ \ell}$$

d) Se v se reduzir à metade, como P é proporcional a v^3, então P ficará dividida por 8 e a vazão também ficará dividida por 8:

$$z_2 = \frac{z_1}{8} = \frac{1}{24}\ \ell/s$$

$$\text{Em 1s} \Rightarrow \boxed{V_2 = \frac{1}{24}\ \ell}$$

Respostas: a) P = 25W

b) E = 75J

c) $V_1 = \frac{1}{3}\ \ell = \frac{1}{3} \cdot 10^{-3} m^3$

d) $V_2 = \frac{1}{24}\ \ell = \frac{1}{24} \cdot 10^{-3} m^3$

MÓDULO 44

ENERGIAS POTENCIAL E CINÉTICA

1. **(UNICAMP-SP-2012-MODELO ENEM)** – As eclusas permitem que as embarcações façam a transposição dos desníveis causados pelas barragens. Além de ser uma monumental obra de engenharia hidráulica, a eclusa tem um funcionamento simples e econômico. Ela nada mais é do que um elevador de águas que serve para subir e descer as embarcações. A eclusa de Barra Bonita, no Rio Tietê, tem um desnível de aproximadamente 25m. Qual é o aumento da energia potencial gravitacional quando uma embarcação de massa $m = 1{,}2 \times 10^4$ kg é elevada na eclusa? Adote $g = 10m/s^2$.

a) $4{,}8 \times 10^2$ J   b) $1{,}2 \times 10^5$ J

c) $3{,}0 \times 10^5$ J   d) $3{,}0 \times 10^6$ J

RESOLUÇÃO

$\Delta E_{pot} = mg\,\Delta H$

$\Delta E_{pot} = 1{,}2 \cdot 10^4 \cdot 10 \cdot 25\ (J)$

$\Delta E_{pot} = 30 \cdot 10^5 J$

$\boxed{\Delta E_{pot} = 3{,}0 \cdot 10^6 J}$

Resposta: D

2. (**UNICAMP-SP-2012**) – Em 2011 o Atlantis realizou a última missão dos ônibus espaciais, levando quatro cosmonautas à Estação Espacial Internacional.

a) A Estação Espacial Internacional gira em torno da Terra numa órbita aproximadamente circular de raio R = 6800 km e completa 16 voltas por dia. Qual é a velocidade escalar da Estação Espacial Internacional?

b) Próximo da reentrada na atmosfera, na viagem de volta, o ônibus espacial tem velocidade escalar de cerca de 8000 m/s, e sua massa é de aproximadamente 90 toneladas. Qual é a sua energia cinética? Adote $\pi = 3$.

RESOLUÇÃO:

a) $R = 6800km = 6,8 \cdot 10^6 m$

$$f = \frac{n}{\Delta t} = \frac{16}{86400} Hz = \frac{1}{5400} Hz$$

$$V = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi f R$$

$$V = 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{5400} \cdot 6,8 \cdot 10^6 \frac{m}{s} \cong 0,76 \cdot 10^4 m/s$$

$$\boxed{V = 7,6 \cdot 10^3 m/s = 7,6 km/s}$$

b) $$E_C = \frac{m V^2}{2}$$

$$E_C = \frac{90 \cdot 10^3}{2} \cdot (8000)^2 \ (J)$$

$$E_C = 288 \cdot 10^{10} J$$

$$\boxed{E_C = 2,88 \cdot 10^{12} J}$$

Respostas: a) $7,6 \cdot 10^3 m/s$ ou $7,6km/s$ ou $2,72 \cdot 10^4 km/h$
b) $2,88 \cdot 10^{12} J$ ou aproximadamente $2,9 \cdot 10^{12} J$

3. (**ACAFE-SC-2012-MODELO ENEM**) – Em um curso de segurança de trânsito, um instrutor deseja mostrar a relação entre o aumento de velocidade de um carro e a energia a ele associada. Considere um carro acelerando do repouso até 72km/h (20m/s), gastando uma energia E_1, cedida pelo motor. Após isso, o mesmo carro é acelerado de 72km/h (20m/s) até 144km/h (40m/s), portanto, com a mesma variação de velocidade, gastando uma energia E_2.

A alternativa correta que mostra a relação entre as energias E_2 e E_1 é:

a) $E_2 = E_1$ b) $E_2 = 2E_1$ c) $E_2 = 3E_1$
d) $E_2 = 4E_1$ e) $E_2 = 8E_1$

RESOLUÇÃO:

1) $$E_1 = \frac{m}{2} (V_2^2 - V_1^2)$$

$$E_1 = \frac{m}{2} \cdot 400$$

2) $$E_2 = \frac{m}{2} (V_3^2 - V_2^2)$$

$$E_2 = \frac{m}{2} (1600 - 400)$$

$$E_2 = \frac{m}{2} \cdot 1200$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{1200}{400} = 3$$

Resposta: C

4. (**UFJF-MG-2012**) – Um macaco, de massa m = 1,0kg, desprende-se do galho de uma árvore, à beira de um penhasco, e cai verticalmente. Sua velocidade aumenta, em módulo, até o valor V = 30m/s, quando se torna constante, devido à resistência do ar. Por sorte, o macaco cai sobre uma vegetação, que amortece a queda, parando-o completamente ($g = 10m/s^2$).

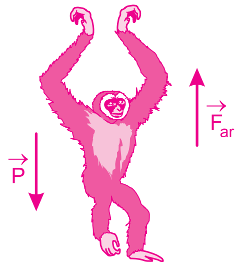
a) Faça um diagrama de forças que atuam sobre o macaco em queda. Identifique cada uma das forças.

b) Calcule a intensidade máxima da força de resistência do ar.

c) Calcule a energia mecânica dissipada na interação do macaco com a vegetação. Despreze o trabalho realizado pela força peso durante o frenamento na vegetação.

RESOLUÇÃO:

a)



$\vec{P}$ = peso do macaco
$\vec{F}_{ar}$: força de resistência do ar

b) $$\boxed{F_{máx} = P = mg = 10N}$$

c) $$E_{dissipada} = E_c = \frac{mV^2}{2}$$

$$E_{dissipada} = \frac{1,0}{2} \cdot 900 \ (J)$$

$$\boxed{E_{dissipada} = 4,5 \cdot 10^2 J}$$

Respostas: a) vide figura
b) 10N
c) $4,5 \cdot 10^2 J$

(FUVEST TRANSFERÊNCIA-2012)

Enunciado para as questões 5 e 6.

Uma bola de borracha é lançada verticalmente para baixo com velocidade inicial de módulo $V_0 = 5{,}0\text{m/s}$ de uma altura igual a 3,75 m, colide com o chão e volta até uma altura máxima igual a 4,0m. Suponha que a fração de energia mecânica perdida na colisão com o chão, $\dfrac{E_i - E_f}{E_i}$, em que E_i e E_f são, respectivamente, as energias mecânicas antes e depois da colisão, seja a mesma nas sucessivas colisões com o chão. Ignore o atrito com o ar e suponha que o movimento ocorra sempre na direção vertical. Adote $g = 10{,}0\text{m/s}^2$.

5. A fração de energia mecânica perdida na colisão, $\dfrac{E_i - E_f}{E_i}$, é

a) 10% b) 20% c) 30% d) 40% e) 50%

RESOLUÇÃO:

1) Velocidade de chegada ao chão:

$$V_1^2 = V_0^2 + 2\,\gamma\,\Delta s \quad \downarrow (+)$$

$$V_1^2 = 25{,}0 + 2 \,.\, 10{,}0 \,.\, 3{,}75 = 100 \Rightarrow \boxed{|V_1| = 10{,}0\text{m/s}}$$

2) Velocidade de saída do chão:

$$V^2 = V_2^2 + 2\,\gamma\,\Delta s \quad \uparrow (+)$$

$$0 = V_2^2 + 2\,(-10{,}0)\,4{,}0$$

$$V_2^2 = 80{,}0 \ \ (SI)$$

3) $E_i = \dfrac{m\,V_1^2}{2}$; $E_f = \dfrac{m\,V_2^2}{2}$

$$f = \frac{E_i - E_f}{E_i} = \frac{V_1^2 - V_2^2}{V_1^2} = \frac{100 - 80{,}0}{100} \Rightarrow \boxed{f = 0{,}20\ (20\%)}$$

Resposta: B

6. Após a segunda colisão com o chão, a bola alcança uma altura máxima igual a

a) 1,2m b) 2,0m c) 3,2m d) 3,6m e) 4,0m

RESOLUÇÃO:

$mg\,H_2 = 0{,}80\ mg\,H_1$

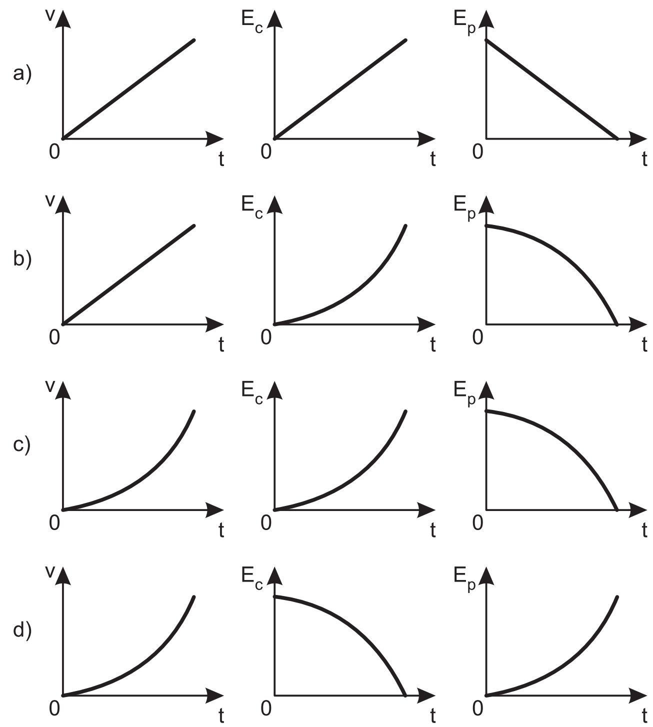
$H_2 = 0{,}80\,H_1 = 0{,}80 \,.\, 4{,}0\text{m} = 3{,}2\text{m}$

Resposta: C

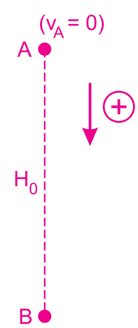
MÓDULO 45

ENERGIA ELÁSTICA E SISTEMA DE FORÇAS CONSERVATIVO

1. **(VUNESP-2012-MODELO ENEM)** – A partir do repouso, um ovo é abandonado em queda livre. Devido à sua forma e ao curto período de sua queda, pode-se desprezar a influência do ar. A sequência de esboços dos gráficos que indicam o estudo do módulo da velocidade de queda (v), da energia cinética (E_c) e, relativamente ao solo, da energia potencial gravitacional (E_p), todos em função do tempo (t), do momento em que se inicia a queda até o momento em que o ovo toca o chão, é mais bem representada em



RESOLUÇÃO:



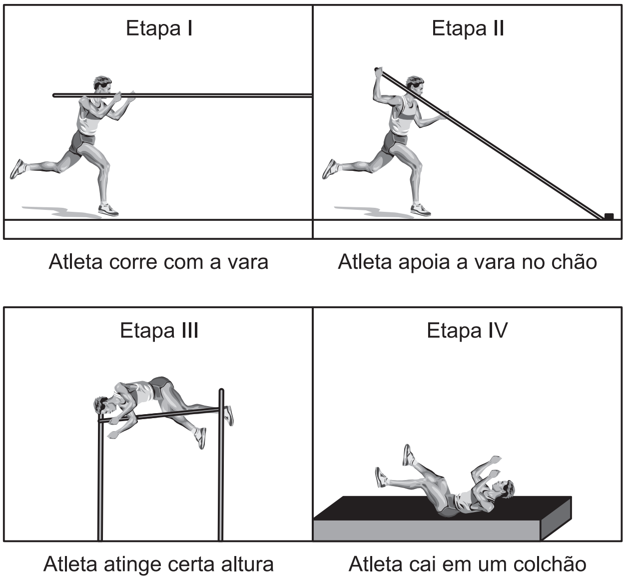
1) $V = V_0 + \gamma\,t \Rightarrow V = g\,t$

2) $E_c = \dfrac{m\,V^2}{2} = \dfrac{m}{2}\,g^2\,t^2$

3) $E_p = E_m - E_c = mgH_0 - \dfrac{m}{2}\,g^2\,t^2$

Resposta: B

2. **(ENEM)** – Uma das modalidades presentes nas olimpíadas é o salto com vara. As etapas de um dos saltos de um atleta estão representadas na figura:



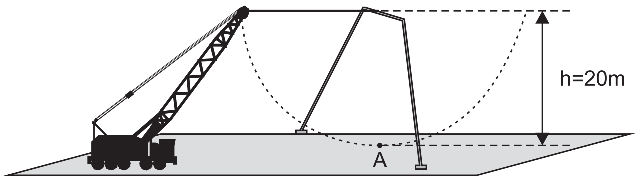
Desprezando-se as forças dissipativas (resistência do ar e atrito), para que o salto atinja a maior altura possível, ou seja, o máximo de energia seja conservada, é necessário que

a) a energia cinética, representada na etapa I, seja totalmente convertida em energia potencial elástica representada na etapa IV.
b) a energia cinética, representada na etapa II, seja totalmente convertida em energia potencial gravitacional, representada na etapa IV.
c) a energia cinética, representada na etapa I, seja totalmente convertida em energia potencial gravitacional, representada na etapa III.
d) a energia potencial gravitacional, representada na etapa II, seja totalmente convertida em energia potencial elástica, representada na etapa IV.
e) a energia potencial gravitacional, representada na etapa I, seja totalmente convertida em energia potencial elástica, representada na etapa III.

Notas: 1) Considere que no ponto mais alto da trajetória a velocidade do atleta seja desprezível.
2) Não considere o trabalho interno das forças musculares do atleta.

RESOLUÇÃO:
Na etapa I, o atleta correndo no plano horizontal tem energia cinética $\left(E_c = \dfrac{mV^2}{2}\right)$ e na etapa III, desprezando-se sua velocidade no ponto mais alto, sua energia mecânica está na forma potencial gravitacional ($E_p = mgH$).
Na realidade, no processo não há conservação de energia mecânica em virtude do trabalho interno das forças musculares do atleta, com transformação de energia potencial química interna em energia mecânica.
Resposta: C

3. **(FATEC-SP-2012-MODELO ENEM)** – Em alguns parques de diversão, há um brinquedo radical que funciona como um pêndulo humano. A pessoa, presa por uma corda inextensível amarrada a um ponto fixo acima de sua cabeça, é erguida por um guindaste até uma altura de 20m. A partir daí, ela é solta fazendo um movimento pendular. Veja a figura.



Se admitirmos a aceleração da gravidade com módulo de $10m/s^2$ e desprezarmos qualquer tipo de atrito, o módulo da velocidade com que a pessoa passará no ponto A mais baixo da trajetória, em km/h, será de

a) 18 b) 24 c) 36 d) 48 e) 72

RESOLUÇÃO:
O sistema apresentado é isento de qualquer tipo de atrito e, por isso, conserva a energia mecânica total da pessoa.

Assim:

energia cinética no ponto A	=	energia potencial gravitacional para a altura h (20m)

$E_{C_A} = E_{P_G}$

$\dfrac{mV^2}{2} = mgh$

$V = \sqrt{2gH}$

$V = \sqrt{2 \,.\, 10 \,.\, 20}$ (m/s)

$V = \sqrt{400}$ (m/s)

$\boxed{V = 20m/s}$

$V = 20 \,.\, 3{,}6$ (km/h)

$\boxed{V = 72km/h}$

Resposta: E

4. **(UFG-2012-MODELO ENEM)** – Para proteção e conforto, os tênis modernos são equipados com amortecedores constituídos de molas. Um determinado modelo, que possui três molas idênticas (em cada tênis), sofre uma deformação de 4,0mm ao ser calçado por uma pessoa de massa 84kg. Considerando-se que essa pessoa permaneça parada, a constante elástica de uma das molas, em kN/m, e a energia elástica armazenada, em J, valem respectivamente

a) 35,0 e 1,68 b) 70,0 e 1,68 c) 35,0 e 0,84
d) 158 e 0,28 e) 35,0 e 0,28

Dado: $g = 10{,}0\text{m/s}^2$

RESOLUÇÃO:

a) Como são dois calçados, teremos um total de 6 molas idênticas e cada mola suportará uma força deformadora equivalente a $\frac{1}{6}$ do peso da pessoa:

$$F_e = kx$$

$$\frac{P}{6} = kx$$

$$\frac{840}{6} = k \cdot 4{,}0 \cdot 10^{-3}$$

$$\boxed{k = 35{,}0 \cdot 10^3\text{N/m}} \Rightarrow \boxed{k = 35{,}0 \cdot \text{kN/m}}$$

2) A energia potencial elástica armazenada nas 6 molas será:

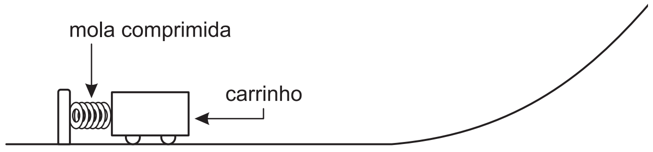
$$E_e = 6\,\frac{kx^2}{2} = 3 \cdot 35{,}0 \cdot 10^3 \cdot (4{,}0 \cdot 10^{-3})^2\ (\text{J})$$

$$E_e = 1680 \cdot 10^{-3}\text{J}$$

$$\boxed{E_e = 1{,}68\text{J}}$$

Resposta: A

5. **(UNICAMP-SP)** – Um brinquedo que muito agrada às crianças são os lançadores de objetos em uma pista. Considere que a mola da figura abaixo possui uma constante elástica $k = 8{,}0 \cdot 10^3$ N/m e massa desprezível. Inicialmente, a mola está comprimida de 2,0 cm e, ao ser liberada, empurra um carrinho de massa igual a 0,20 kg. O carrinho abandona a mola quando esta atinge o seu comprimento relaxado, e percorre uma pista que termina em uma rampa. Considere que não há perda de energia mecânica no movimento do carrinho.



a) Qual é o módulo da velocidade do carrinho quando ele abandona a mola?

b) Na subida da rampa, a que altura o carrinho tem velocidade de módulo 2,0 m/s?

Adote $g = 10{,}0\text{m/s}^2$

RESOLUÇÃO:

a) Usando-se a conservação da energia mecânica:

$$E_{elástica} = E_{cin}$$

$$\frac{k\,x^2}{2} = \frac{m\,V_0^2}{2}$$

$$V_0 = x\sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$V_0 = 2{,}0 \cdot 10^{-2}\sqrt{\frac{8{,}0 \cdot 10^3}{0{,}20}}\ (\text{m/s})$$

$$\boxed{V_0 = 4{,}0\text{ m/s}}$$

b) Para um referencial na pista horizontal, temos:

$$\frac{m\,V_0^2}{2} = \frac{m\,V_1^2}{2} + m\,g\,h$$

$$h = \frac{V_0^2 - V_1^2}{2g} \Leftrightarrow h = \frac{16{,}0 - 4{,}0}{20{,}0}\ (\text{m})$$

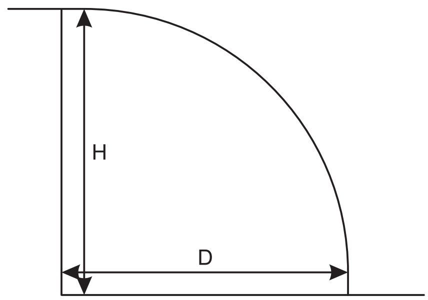
$$\boxed{h = 0{,}60\text{ m}}$$

Respostas: a) 4,0 m/s
b) 0,60 m

MÓDULO 46

ENERGIA ELÁSTICA E SISTEMA DE FORÇAS CONSERVATIVOS

1. **(PUC-RJ-2012)** – Um arqueiro se prepara para lançar uma flecha de massa 100 g da borda de um precipício, de altura H = 320m, utilizando uma balestra. O arqueiro retesa as cordas da balestra, que podemos supor como sendo um sistema de molas com um coeficiente k = 1440N/m, para lançar horizontalmente a flecha que segue a trajetória representada na figura abaixo.



Dados: a resistência do ar é desprezível e $g = 10\ m/s^2$

a) Dado que o arqueiro puxa as cordas por d = 30cm, calcule o módulo da velocidade de saída da flecha.

b) Calcule o intervalo de tempo necessário para que a flecha caia no chão.

c) Calcule a distância horizontal D percorrida pela flecha até tocar o chão.

RESOLUÇÃO:

a) $E_e = E_{cin} \Rightarrow \dfrac{k\,d^2}{2} = \dfrac{m\,V_0^2}{2}$

$V_0 = d\sqrt{\dfrac{k}{m}} = 0{,}30\sqrt{\dfrac{1440}{0{,}1}}\ (m/s) \Rightarrow \boxed{V_0 = 36m/s}$

b) $\Delta s_y = V_{0y}\,t + \dfrac{\gamma_y}{2}\,t^2 \quad \downarrow \oplus$

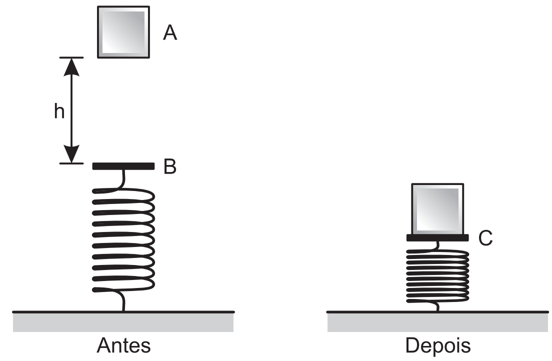
$320 = 0 + \dfrac{10}{2}\,T^2 \Rightarrow T^2 = 64 \Rightarrow \boxed{T = 8{,}0s}$

c) $\Delta s_x = V_x\,t$

$D = 36 \cdot 8{,}0\ (m) \Rightarrow \boxed{D = 288m}$

Respostas: a) 36m/s
b) 8,0s
c) 288m

2. **(UFJF-MG-2012)** – Um bloco de massa 0,10kg é abandonado, a partir do repouso, de uma altura h de 1,2m em relação a uma mola ideal de constante elástica 0,10N/cm. Como é mostrado na figura rotulada como "Depois", a seguir, o bloco adere à mola após o choque. No desenho, A é o ponto de abandono do bloco, B é o ponto de equilíbrio da mola, e C é o ponto onde há maior compressão da mola. Despreze perdas de energia mecânica. Adote $g = 10m/s^2$ e $\sqrt{6} = 2{,}45$.



a) Identifique, em um diagrama, as forças que atuam no corpo, quando a deformação da mola é máxima.

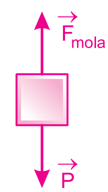
b) Determine o módulo da velocidade do bloco imediatamente antes de se chocar com a mola.

c) Determine o trabalho realizado sobre o bloco pela força gravitacional entre os pontos A e B.

d) Determine a deformação máxima sofrida pela mola.

RESOLUÇÃO:

a)



$\vec{P}$ = força peso do bloco
$\vec{F}_{mola}$: força aplicada pela mola

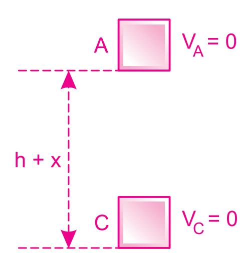
b) $\boxed{E_B = E_A}$ $\quad \dfrac{mV_B^2}{2} = mgh \Rightarrow V_B = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1{,}2}\ (m/s)$

(referência em B)

$\boxed{V_B\ \sqrt{24}\ m/s = 2\sqrt{6}\ m/s = 4{,}9m/s}$

c) $\tau_P = mgh = 0{,}10 \cdot 10 \cdot 1{,}2\ (J) \Rightarrow \boxed{\tau_P = 1{,}2J}$

d)



$\boxed{E_C = E_A}$

(referência em C)

$\dfrac{k\,x^2}{2} = mg\,(h + x)$

$\dfrac{10}{2}\,x^2 = 1{,}0\,(1{,}2 + x)$

$5{,}0\,x^2 - 1{,}0x - 1{,}2 = 0$

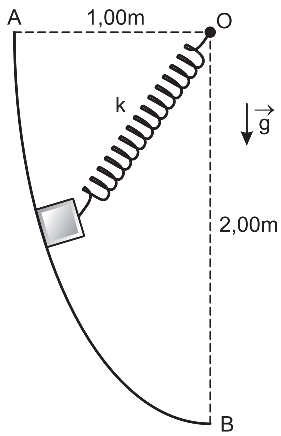
$x = \dfrac{1{,}0 \pm \sqrt{1{,}0 + 24{,}0}}{10{,}0}\ (m)$

$x = \dfrac{1{,}0 \pm 5{,}0}{10{,}0}\ (m)$

$\boxed{x = 0{,}60m}$

Respostas: a) ver figura b) 4,9m/s
c) 1,2J d) 0,60m

3. **(EFOMM-2012)** – Na figura, temos um bloco de massa m = 30,0kg preso a uma mola de constante elástica k = 200N/m e comprimento natural L = 3,00 metros, a qual tem seu outro extremo fixo no ponto O. O bloco é abandonado no ponto A com velocidade nula e desliza sem atrito sobre a pista de descida AB, a qual se encontra no plano vertical que contém o ponto O.



O módulo da velocidade do bloco, em m/s, ao atingir o ponto B, é um valor mais próximo de:

a) 3,70 b) 5,45 c) 7,74 d) 9,35 e) 11,0

Dados: $g = 10{,}0\text{m/s}^2$ e $\sqrt{15{,}0} \cong 3{,}87$

RESOLUÇÃO:

1) Em A: $x_A = 2{,}00\text{m}$
Em B: $x_B = 1{,}00\text{m}$

2) $\boxed{E_B = E_A}$ **(referência em B)**

$$\frac{mV_B^2}{2} + \frac{k\,x_B^2}{2} = mgH + \frac{k\,x_A^2}{2}$$

$$V_B^2 + \frac{k}{m}\,x_B^2 = 2gH + \frac{k}{m}\,x_A^2$$

$$V_B^2 = 2gH + \frac{k}{m}\,(x_A^2 - x_B^2)$$

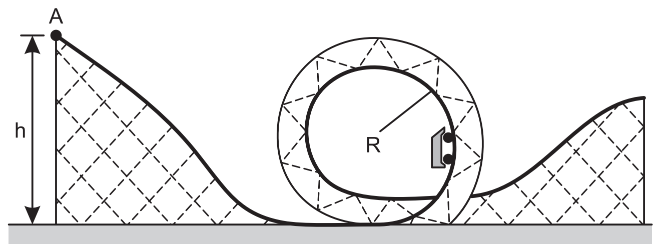
$$V_B^2 = 2\,.\,10{,}0\,.\,2{,}00 + \frac{200}{30{,}0}\,(4{,}00 - 1{,}00)$$

$$V_B^2 = 40{,}0 + 20{,}0 = 60{,}0$$

$$\boxed{V_B = \sqrt{60{,}0}\ \text{m/s} \cong 7{,}75\text{m/s}}$$

Resposta: C

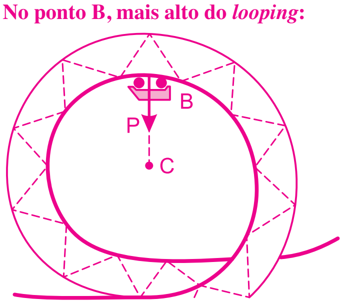
4. **(VUNESP-UEA-2012)** – Um carrinho de montanha-russa percorre um trecho de subida íngreme até o ponto A, de altura h, e, em seguida, desce e inicia um *looping* vertical, de raio R, representado na figura.



Desprezando-se os atritos, para completar a volta do *looping* com segurança, isto é, sem perder contato com os trilhos, o valor mínimo de h deverá ser

a) igual a 2R, se no ponto A a velocidade do carrinho for nula.
b) menor que 2R, se no ponto A a velocidade do carrinho for nula.
c) igual a 2,5 R, se no ponto A a velocidade do carrinho for nula.
d) maior que 2,5 R, se no ponto A a velocidade do carrinho for maior que zero.
e) igual a 2,5 R, se no ponto A a velocidade do carrinho for maior que zero.

RESOLUÇÃO:
No ponto B, mais alto do *looping*:

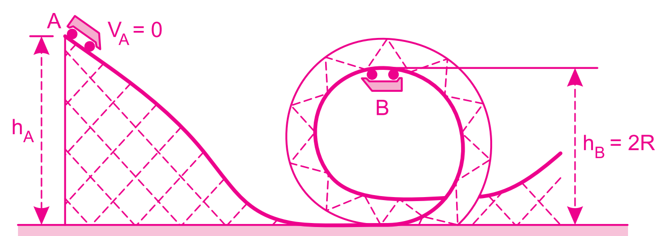


$F_N + P = F_{cp_B}$

Na condição de velocidade mínima: $F_N = 0$

$$mg = \frac{m\,V_B^2}{R}$$

$$\boxed{V_B = \sqrt{gR}}$$



$\boxed{E_A = E_B}$ **(referência em B)**

$$\frac{m\,V_B^2}{2} = mg\,(h_A - 2R)$$

$$\frac{gR}{2} = g\,(h_A - 2R) \Rightarrow \boxed{h_A = 2{,}5R}$$

Resposta: C

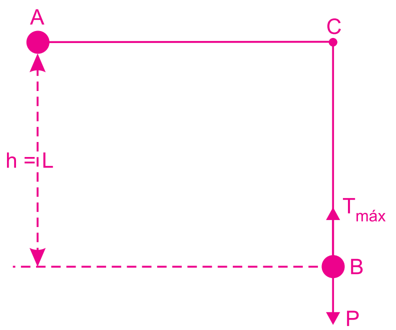
5. **(ITA)** – Considere um pêndulo simples de comprimento L e massa m abandonado da horizontal. Então, para que não arrebente, o fio do pêndulo deve ter uma resistência à tração pelo menos igual a

a) mg b) 2mg c) 3mg d) 4mg e) 5mg

Notas: 1) despreze o efeito do ar

2) **g** representa o módulo da aceleração da gravidade

RESOLUÇÃO:



1) Conservação da energia mecânica entre A e B:

$\boxed{E_B = E_A}$

(ref. em B)

$$\frac{m V_B^2}{2} = m\,g\,L \Rightarrow \frac{m V_B^2}{L} = 2mg \Rightarrow \boxed{F_{cp_B} = 2mg}$$

2) A força de tração é máxima na posição B e teremos:

$T_{máx} - P = F_{cp_B}$

$T_{máx} - mg = 2mg$

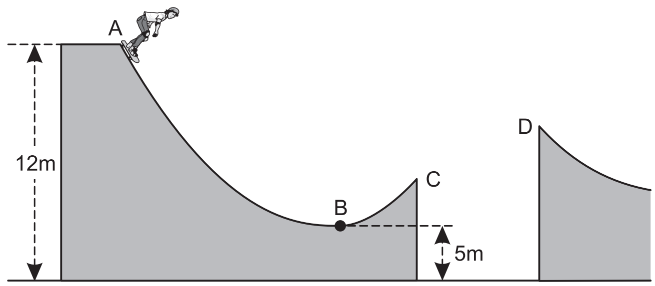
$\boxed{T_{máx} = 3mg}$

Resposta: C

MÓDULO 47

ENERGIA ELÁSTICA E SISTEMA DE FORÇAS CONSERVATIVO

1. **(VUNESP-FAMECA-2012)** – A figura mostra um esqueitista que, junto com seu esqueite, têm massa de 70kg, em uma rampa. Ele parte do repouso em A e abandona a pista em C para, numa manobra radical, tocar o outro lado da rampa, em D. Entre os pontos A e C, ele passa pelo ponto B, pertencente a um trecho em que a pista tem a forma de uma circunferência de 3,5m de raio.



Desprezando-se os atritos e adotando-se $g = 10m/s^2$, a intensidade da força que o esqueitista recebe da pista quando passa em B tem intensidade, em newtons, igual a

a) 1900 b) 2800 c) 3500

d) 4400 e) 5600

RESOLUÇÃO:

1) Conservação da energia mecânica:

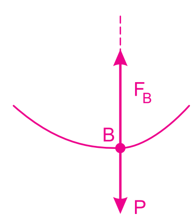
$\boxed{E_B = E_A}$

(ref. em B)

$$\frac{m V_B^2}{2} = m\,g\,h$$

$V_B^2 = 2\,g\,h = 2 \,.\, 10 \,.\, 7 = 140$ **(SI)**

2)



$$F_B - P = F_{cp_B} = \frac{m V_B^2}{R}$$

$$F_B - 700 = \frac{70 \,.\, 140}{3{,}5}$$

$\boxed{F_B = 3500N}$

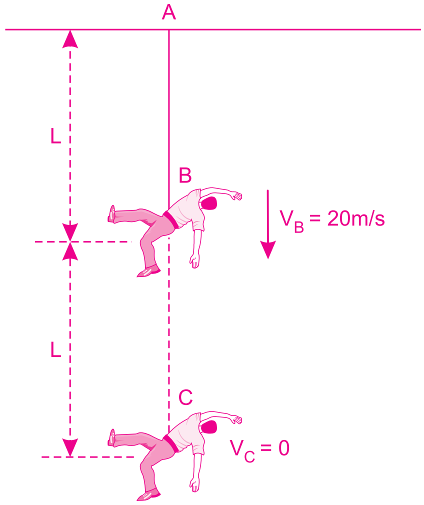
Resposta: C

2. **(UNICAMP-SP)** – *Bungee jumping* é um esporte radical, muito conhecido hoje em dia, em que uma pessoa salta de uma grande altura, presa a um cabo elástico. Considere o salto de uma pessoa de 80kg. No instante em que a força elástica do cabo vai começar a agir, o módulo da velocidade da pessoa é de 20m/s. O cabo atinge o dobro de seu comprimento natural quando a pessoa atinge o ponto mais baixo de sua trajetória. Para resolver as questões abaixo, despreze a resistência do ar e considere g = 10m/s^2.

a) Calcule o comprimento normal do cabo.

b) Determine a constante elástica do cabo.

RESOLUÇÃO:



a) Usando-se a conservação da energia mecânica entre A e B, vem:

$\boxed{E_B = E_A}$ **(Referência em B)**

$$\frac{m V_B^2}{2} = mgL$$

$$L = \frac{V_B^2}{2g} = \frac{(20)^2}{20} \text{ (m)} \Rightarrow \boxed{L = 20m}$$

b) Usando-se a conservação da energia mecânica entre A e C, vem:

$\boxed{E_C = E_A}$ **(Referência em C)**

$$\frac{k L^2}{2} = mg2L$$

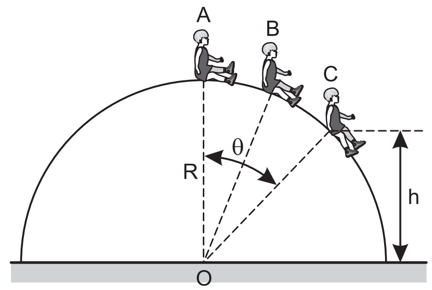
$$k = \frac{4mg}{L}$$

$$k = 4 \cdot \frac{800}{20} \text{ (N/m)}$$

$$\boxed{k = 160N/m}$$

Respostas: a) 20m
b) 160N/m

3. **(UFJF-MG-2012)** – A figura abaixo mostra um escorregador na forma de um semicírculo de raio $R = 5{,}0m$. Um garoto escorrega do topo (ponto A) até uma altura h (ponto C) abaixo do topo, onde perde o contato com o escorregador. Nessa posição, a reta que passa pelo ponto C e pelo centro O do círculo faz um ângulo θ com a reta normal à base do semicírculo.



A figura mostra também um ponto B que está entre o ponto A e o ponto C. Desprezando-se os atritos ou quaisquer perdas de energia mecânica:

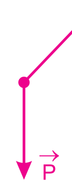
a) faça o diagrama das forças que atuam sobre o garoto no ponto B e identifique cada uma das forças;

b) calcule a altura h no momento em que o garoto perde o contato com o escorregador;

c) calcule o módulo da velocidade tangencial na situação do item (b). Adote g = 10m/s^2.

RESOLUÇÃO:

a) Diagrama de forças



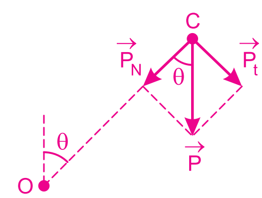
Identificação das forças

$\vec{N} \rightarrow$ Força normal

$\vec{P} \rightarrow$ Peso do garoto

b) O garoto perde o contato com o escorregador no ponto C, onde

$$P_N = mg \cos\theta = m \frac{V^2}{R} \Rightarrow V^2 = Rg \cos\theta$$



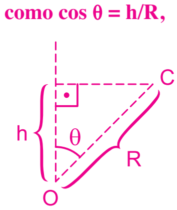
Por outro lado, como a energia mecânica se conserva:

$$mg (R - h) = \frac{1}{2} mV^2$$

$$g (R - h) = \frac{1}{2} Rg \cos\theta$$

$$(R - h) = \frac{1}{2} R \cos\theta$$

ou, como cos θ = h/R,



$$(R - h) = \frac{1}{2} h$$

$$h = \frac{2}{3} R = \frac{2}{3} (5{,}0m) \cong 3{,}3m$$

c) Da expressão da conservação da energia:

$$mg\,(R - h) = \frac{1}{2}\,mV^2 \Rightarrow g\left(R - \frac{2}{3}\,R\right) = \frac{1}{2}\,V^2 \Rightarrow \frac{1}{3}\,Rg = \frac{1}{2}\,V^2$$

$$V = \sqrt{\frac{2}{3}\,g\,R}$$

$$V = \sqrt{\frac{2}{3}\,.\,10\,.\,5{,}0}\ \ (m/s)$$

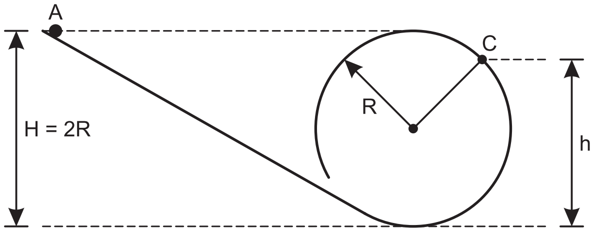
$$\boxed{V = \frac{10}{\sqrt{3}}\,m/s = \frac{10\,\sqrt{3}}{3}\,m/s}$$

Respostas: a) vide figura

b) $h = \dfrac{10}{3}m \cong 3{,}3m$

c) $V = \dfrac{10\,\sqrt{3}}{3}m/s$

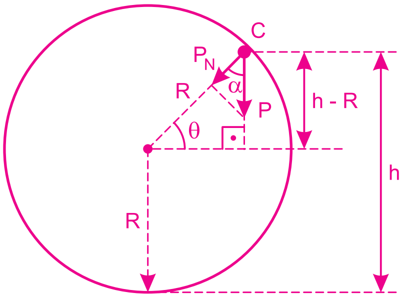
4. **(IJSO-MODELO ENEM)** – No trabalho bimestral do colégio, o professor de Física dividiu a sala em grupos e pediu que cada grupo preparasse um experimento de Mecânica que seria exposto na Feira de Ciências. Um dos grupos construiu com um trilho de cortina um *looping*, como mostrado na figura.



A extremidade A do trecho inclinado estava a uma altura H = 2R do trecho horizontal, em que R é o raio da trajetória circular. Ao abandonar do ponto A uma bolinha de gude, os alunos perceberam que ela não conseguia efetuar a curva completa. A bolinha perdia contato com o trilho num ponto C a uma altura h. Os alunos resolveram então determinar a posição do ponto C. Desprezando-se os atritos e o efeito do ar, qual foi o valor que eles encontraram para a altura h?

a) R b) 5.R/3 c) 5.R/4
d) 6.R/5 e) 7.R/6

RESOLUÇÃO:



1) No ponto de desligamento, a força normal do apoio se anula e a componente normal do peso faz o papel de resultante centrípeta.

$$P_N = F_{cp}$$

$$m\,g\cos\alpha = \frac{m\,V_C^2}{R}$$

Da figura: $\cos\alpha = \dfrac{h - R}{R}$

$$g\,.\,\frac{(h - R)}{R} = \frac{V_C^2}{R}$$

$$\boxed{V_C^2 = g\,(h - R)}\ (1)$$

2) Conservação da energia mecânica:

$$\boxed{E_C = E_A}$$

(ref. em C)

$$\frac{m\,V_C^2}{2} = m\,g\,(2R - h)$$

$$\boxed{V_C^2 = 2g\,(2R - h)}\ (2)$$

(1) = (2):

$g\,(h - R) = 2g\,(2R - h)$

$h - R = 4R - 2h$

$3h = 5R$

$$\boxed{h = \frac{5R}{3}}$$

Resposta: B

MÓDULO 48

DINÂMICA DO MHS

1. **(PUC-PR-2012-MODELO ENEM)** – Em condições de microgravidade, a massa corpórea sofre bastante perda, e é por isso que em viagens espaciais a massa dos astronautas é periodicamente medida. Para isso, é utilizado um equipamento especial, pois não é possível medir a massa por meio de uma balança convencional. O dispositivo utilizado é conhecido como *Body Mass Measuring Device* (BMMD), cuja tradução para o português seria Aparelho de Medida de Massa Corpórea.

Body Mass Measuring Device (BMMD) 1
Fonte: *Site* da Nasa.

O BMMD é uma cadeira montada sobre molas. O astronauta senta na cadeira e esta é posta a oscilar (realizando um MHS) e mede-se o período de oscilação. Dado esse contexto, analise as proposições a seguir:

I. Conhecendo-se apenas o valor do período, é possível calcular a massa do astronauta.

II. O período de oscilação da cadeira vazia é maior que o período medido com um astronauta sentado na cadeira.

III. O período medido não depende da amplitude do movimento.

Marque a alternativa correta:

a) Apenas a proposição I é verdadeira.
b) Apenas a proposição II é verdadeira.
c) Apenas as proposições I e II são verdadeiras.
d) Apenas as proposições I e III são verdadeiras.
e) Apenas a proposição III é verdadeira

RESOLUÇÃO:
$k = m\omega^2$
k = constante elástica da mola
m = massa oscilante

$\omega = \frac{2\pi}{T}$ = **pulsação**

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{2\pi}{T}$$

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$$

I (F) É preciso conhecer também a constante elástica k da mola.
II (F) O período T aumenta quando a massa oscilante aumenta.
III (V)
Resposta: E

2. **(UEG-2012)** – Dois corpos de massas, m_1 e m_2, estão pendurados, cada um, em uma mola com constantes elásticas k_1 e k_2, respectivamente. Os valores das massas são $m_1 = 0{,}36$kg e $m_2 = 0{,}50$kg. No momento em que os corpos são pendurados nas molas, estas se distendem por uma distância de 40cm e 10cm, respectivamente. Tendo em vista as informações apresentadas, determine

a) a constante elástica de cada mola;
b) o período de oscilação de cada corpo quando afastado de sua posição de equilíbrio;
c) que massa deve ser adicionada à m_2 para que os períodos sejam iguais.

Dados: considere $g = 10\text{m/s}^2$ e $\pi = 3{,}1$

RESOLUÇÃO:

a) $F_e = P$

$$kx = mg \Rightarrow \boxed{k = \frac{m\,g}{x}}$$

$$k_1 = \frac{0{,}36 \cdot 10}{0{,}40}\text{(N/m)} \Rightarrow \boxed{k_1 = 9{,}0\text{N/m}}$$

$$k_2 = \frac{0{,}50 \cdot 10}{0{,}10}\text{(N/m)} \Rightarrow \boxed{k_2 = 50{,}0\text{N/m}}$$

b) $k = m\omega^2$

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$$

$$T_1 = 6{,}2\ \text{(s)} \Rightarrow \boxed{T_1 = 1{,}24\text{s}}$$

$$T_2 = 6{,}2\ \text{(s)} \Rightarrow$$

c) $T_1 = T_2$

$$2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k_1}} = 2\pi\sqrt{\frac{m_2'}{k_2}} \Rightarrow \frac{m_1}{k_1} = \frac{m_2'}{k_2}$$

$$\frac{0{,}36}{9{,}0} = \frac{m_2'}{50{,}0} \Rightarrow m_2' = 2{,}0\text{kg}$$

$$\boxed{\Delta m = 1{,}5\text{kg}}$$

Respostas: a) $k_1 = 9{,}0$N/m; $k_2 = 50{,}0$N/m
b) $T_1 = 1{,}24$s; $T_2 = 0{,}62$s
c) 1,5kg

3. **(UNIOESTE-PR-2012)** – Um bloco de massa M oscila, com período T, preso na extremidade de uma mola de constante elástica k. Sabe-se que a constante elástica de uma mola é inversamente proporcional ao seu comprimento natural. Então, que fração percentual do comprimento de uma mola deve-se "cortar fora" para que o período de oscilação, de um corpo de massa M, fique reduzido de 20%?

a) 8% b) 16% c) 36%
d) 44% e) 64%

RESOLUÇÃO:

$k = m\omega^2$

$\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}} = \dfrac{2\pi}{T}$

$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

$T' = 0{,}8T$

$2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k'}} = 0{,}8\ 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

$\sqrt{\dfrac{1}{k'}} = 0{,}8\sqrt{\dfrac{1}{k}}$

$\dfrac{1}{k'} = 0{,}64\ \dfrac{1}{k}$

$k' = \dfrac{k}{0{,}64}$

$\dfrac{k'}{k} = \dfrac{1}{0{,}64} = \dfrac{L}{L'}$

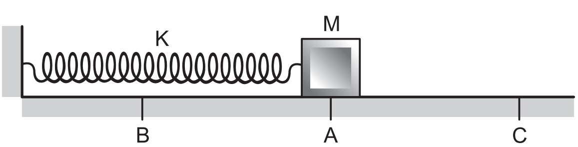
$L' = 0{,}64L$

$L' = 64\%L$

$\boxed{\Delta L' = 36\%\ L}$

Resposta: C

4. **(VUNESP)** – Um oscilador harmônico é constituído por uma mola ideal de constante elástica K e um bloco de massa M, inicialmente em repouso no ponto A, quando a mola está completamente relaxada.



O bloco é empurrado até o ponto B, onde é abandonado, passando a oscilar entre B e C, num movimento periódico. Desprezando-se todos os tipos de atrito, analise as seguintes afirmações:

I. a frequência desse movimento oscilatório depende da constante elástica K da mola;
II. a energia mecânica desse sistema permanece constante;
III. nos pontos B e C, o sistema armazena quantidades diferentes de energia potencial;
IV. em seu movimento oscilatório, quando o bloco vai de C para B, passando por A, seu movimento é sempre retardado.

É correto o que se afirma apenas em

a) I b) I e II c) II e III
d) II, III e IV e) I, II e IV

RESOLUÇÃO:

I) (V) $K = m\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\dfrac{K}{m}} = 2\pi f$

$\boxed{f = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{K}{m}}}$

II) (V) $E_m = \dfrac{Ka^2}{2}$ = constante

III) (F) Em B e C, temos $E_{cin} = 0$ e $E_p = \dfrac{Ka^2}{2}$

IV) (F) De C para A é acelerado e de A para B é retardado.

Resposta: B

5. **(ACAFE-SC)** – O gráfico abaixo apresenta a energia cinética, $\mathbf{E_c}$, em função do deslocamento, **x**, a partir da posição de equilíbrio, para um corpo que executa um movimento oscilatório horizontal, preso à extremidade de uma mola e livre de forças dissipativas.

Com relação a esse movimento, é correto afirmar que

a) a velocidade máxima ocorre em x = 0.
b) a energia mecânica do sistema é nula em x = – 0,1m e em x = + 0,1m.
c) a energia cinética é igual a 2,0J em x = – 0,05m e em x = + 0,05m.
d) a energia potencial máxima é igual a 2,0J.
e) a constante elástica da mola tem valor de $4{,}0 \cdot 10^2$N/m.

RESOLUÇÃO:

a) (V) Para x = 0, temos $E_p = 0$ e $E_{c_{máx}} = \dfrac{k\,a^2}{2}$ = constante

b) (F) A energia cinética é nula para x = 0,1m e x = – 0,1m. A energia mecânica é constante e vale 4,0J.

c) (F) Para $x = 0{,}05m = \dfrac{a}{2}$, temos:

$E_p = \dfrac{1}{4}\ E_m = \dfrac{1}{4} \cdot 4{,}0J = 1{,}0J$

$E_c = E_m - E_p = 3{,}0J$

d) (F) $E_{pot_{máx}} = E_m = 4{,}0J$

e) (F) $E_m = \dfrac{k\,a^2}{2}$

$4{,}0 = \dfrac{k}{2}\ (10^{-1})^2$

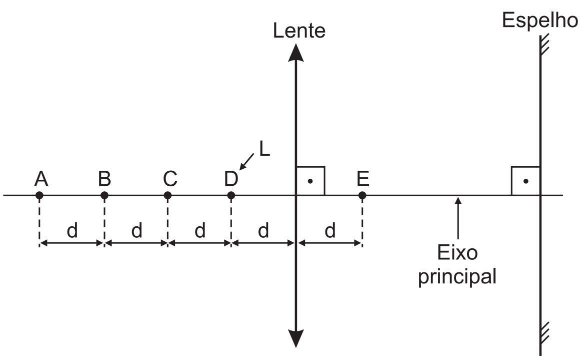
$\boxed{k = 8{,}0 \cdot 10^2 N/m}$

Resposta: A

MÓDULO 19

LENTES ESFÉRICAS I – CONSTRUÇÕES GRÁFICAS

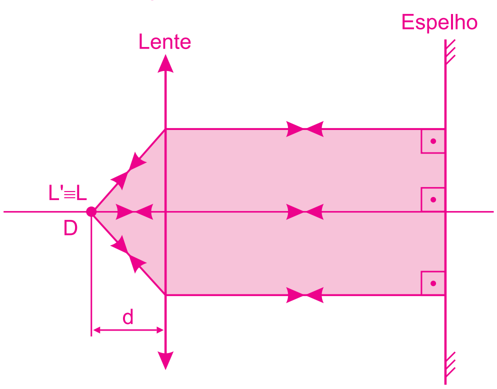
1. **(UNIP-MODELO ENEM)** – Uma pequena lâmpada L (objeto pontual) está fixa em um ponto D, no eixo principal de uma lente convergente. A luz proveniente da lâmpada se refrata na lente, se reflete em um espelho plano, posicionado perpendicularmente ao eixo principal da lente, e novamente se refrata na lente, formando uma imagem final L'.



Sabe-se que a lente tem distância focal igual a d (ver figura) e admita, na formação da imagem, serem válidas as condições de aproximação de Gauss. A imagem final L' se formará na posição:

a) A b) B c) C d) D e) E

RESOLUÇÃO:
A lâmpada L está situada no foco principal objeto da lente e o trajeto da luz ao refratar-se através da lente, refletir-se no espelho e refratar-se outra vez através da lente está esboçado abaixo.

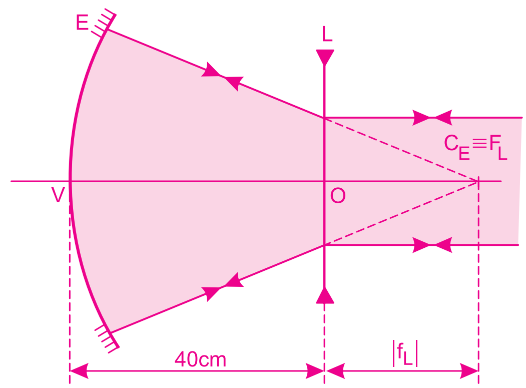


A imagem real L' de L se forma sobre a própria lâmpada (ponto D), a uma distância d do centro óptico da lente.
Resposta: D

2. **(UFPI-MODELO ENEM)** – Um estudante de óptica fez um dispositivo para focalizar um objeto muito distante (considere-o no infinito). Esse dispositivo consistia de uma lente esférica simétrica de vidro, imersa no ar, e de um espelho esférico côncavo, cujo raio de curvatura media 60 cm. Na montagem, o vértice do espelho ficava a 40cm do centro óptico da lente. Sabendo-se que os raios emergentes do dispositivo sobrepõem-se aos incidentes, podemos afirmar que a lente utilizada no dispositivo era

a) biconvexa, cuja distância focal tem valor absoluto de 20cm.
b) biconvexa, cuja distância focal tem valor absoluto de 30cm.
c) bicôncava, cuja distância focal tem valor absoluto de 20cm.
d) bicôncava, cuja distância focal tem valor absoluto de 30cm.
e) bicôncava, cuja distância focal tem valor absoluto de 40cm.

RESOLUÇÃO:
Esquematizamos a seguir o dispositivo elaborado pelo estudante. É importante observar que a lente é divergente e que seu foco principal imagem coincide com o centro de curvatura do espelho côncavo.



$|f_L| + 40 = R_E \Rightarrow |f_L| + 40 = 60$

$\boxed{|f_L| = 20 \text{ cm}}$

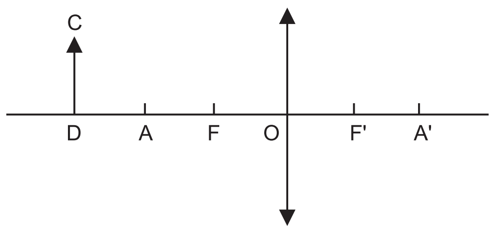
Assim, a lente é bicôncava  **e sua distância focal tem módulo igual a 20 cm.**
Resposta: C

Na série de exercícios de 3 a 6, obtenha, graficamente, a posição da imagem do objeto **CD** e classifique-a quanto à natureza (real ou virtual), tamanho (maior, menor ou igual ao objeto) e orientação (direita ou invertida) em relação ao objeto.

Nos esquemas desta série, os pontos indicados representam:

O = centro óptico da lente;
F = foco principal objeto;
F’ = foco principal imagem;
A = ponto antiprincipal objeto;
A’ = ponto antiprincipal imagem.

3.



Cite um instrumento óptico em que ocorre a formação desse tipo de imagem.

RESOLUÇÃO:

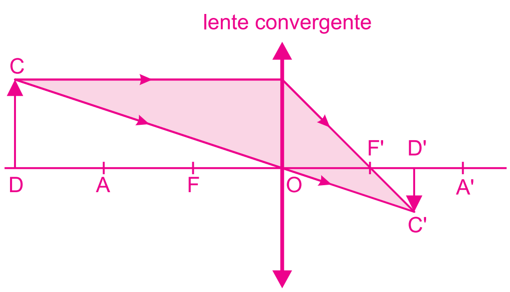
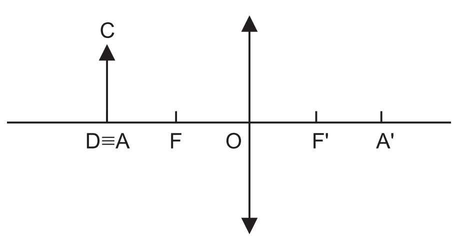


Imagem: real, invertida e menor
Máquina fotográfica

4.



RESOLUÇÃO:

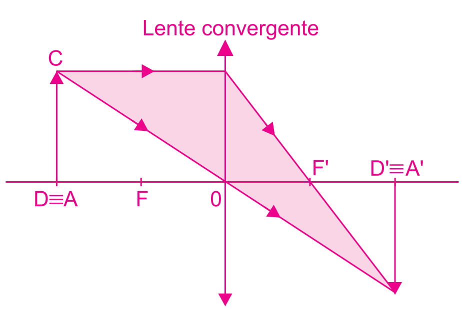
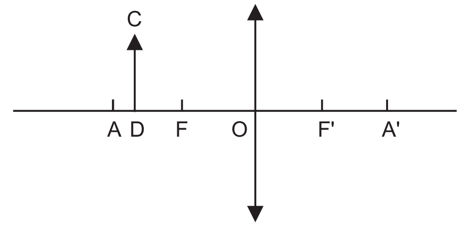


Imagem: real, invertida e igual
Máquinas fotocopiadoras

5.



Cite um instrumento óptico em que ocorre a formação desse tipo de imagem.

RESOLUÇÃO:

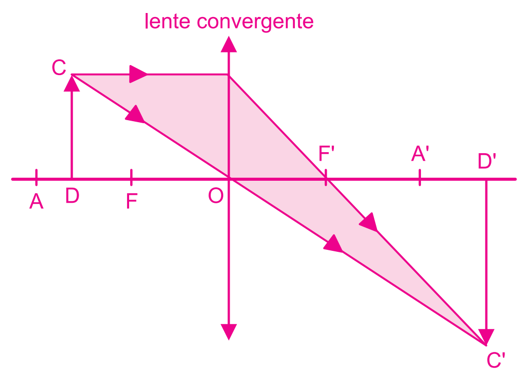
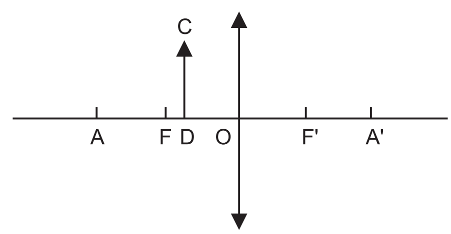


Imagem: real, invertida e maior
Projetor de *slides*

6.



Cite um instrumento óptico em que ocorre a formação desse tipo de imagem.

RESOLUÇÃO:

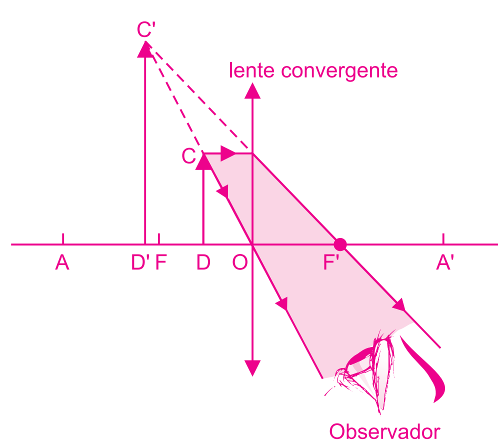
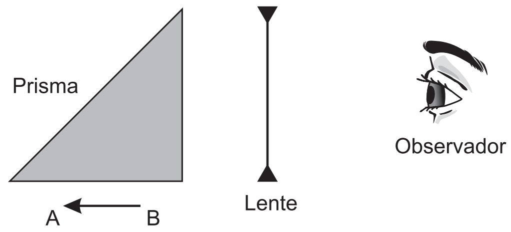
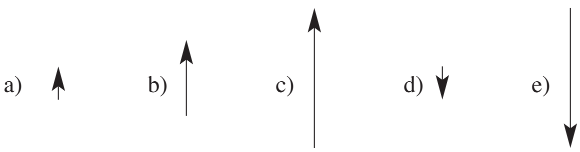


Imagem: virtual, direita e maior
Lupa ou microscópio simples

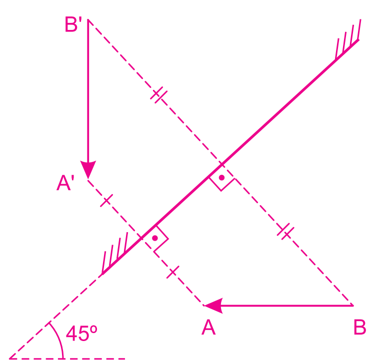
7. **(FAMECA-MODELO ENEM)** – A figura ilustra um objeto linear AB disposto horizontalmente e paralelo a uma face “cateto” de um prisma de vidro transparente, com perfil de triângulo retângulo e isósceles. À direita da outra face “cateto”, a uma certa distância do prisma, há uma lente divergente paralela a essa face. À direita da lente, no seu eixo óptico principal, encontra-se o olho de um observador.



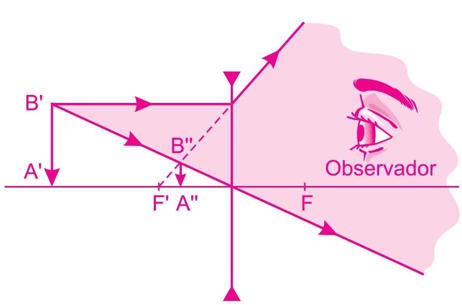
A imagem de AB, vista pelo observador, está mais bem representada na alternativa



RESOLUÇÃO:
Luz proveniente de AB penetra no prisma e sofre reflexão na face “hipotenusa” deste e esta face, por sua vez, vai comportar-se como um espelho plano inclinado de 45º em relação à horizontal. Esse espelho conjuga a imagem virtual A’B’, simétrica de AB em relação à superfície refletora, conforme ilustra a figura a seguir.



A imagem A’B’ vai comportar-se agora como objeto real em relação à lente divergente, que conjuga uma imagem virtual, direita e menor, A”B”, conforme está esboçado abaixo.



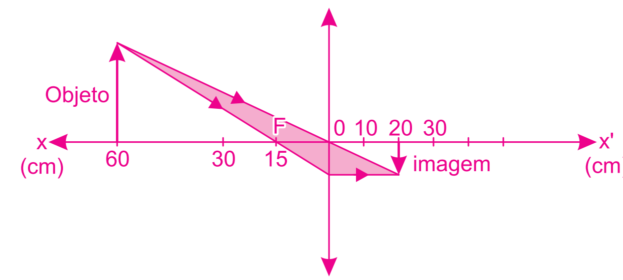
Finalmente, o observador contempla A”B”.
Resposta: D

MÓDULO 20

LENTES ESFÉRICAS II – EQUAÇÃO DE GAUSS E AUMENTO LINEAR

1. **(UNESP)** – Um objeto de altura 25 cm é colocado a 60 cm de uma lente convergente, cuja distância focal vale 15 cm. Construa graficamente a formação da imagem do objeto e calcule a que distância ela se encontra da lente.

RESOLUÇÃO:



A imagem obtida é real, invertida e reduzida. Usando-se a Equação de Gauss, determina-se a abscissa (p’) da imagem.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

f = 15 cm
p = 60 cm

$$\frac{1}{15} = \frac{1}{60} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{1}{15} - \frac{1}{60}$$

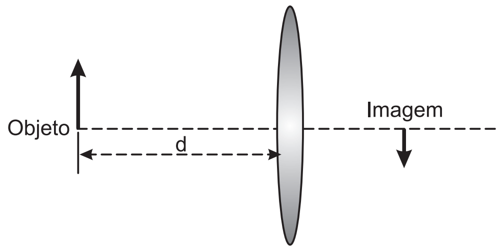
$$\frac{1}{p'} = \frac{4-1}{60} = \frac{3}{60}$$

3p’ = 60

Da qual: $\boxed{p' = 20 \text{ cm}}$

Resposta: Ver esquema e a abscissa da imagem é 20 cm.

2. **(UFPE-2012)** – Um objeto de altura 1,0 cm é colocado perpendicularmente ao eixo principal de uma lente delgada, convergente. A imagem formada pelo objeto tem altura de 0,40 cm e é invertida. A distância entre o objeto e a imagem é de 56 cm.
Determine a distância d entre a lente e o objeto. Dê sua resposta em centímetros.



RESOLUÇÃO:

(I) $A = \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow -\frac{0{,}40}{1{,}0} = -\frac{p'}{p}$

Da qual: $\boxed{p' = 0{,}40p}$ ①

(A < 0 porque a imagem é invertida)

(II) $\boxed{p + p' = 56}$ ②

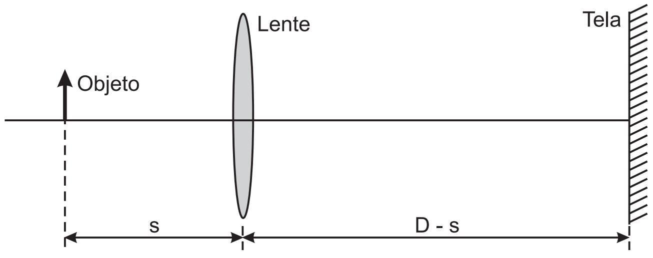
① em ②: $p + 0{,}40\,p = 56$

$1{,}4p = 56 \Rightarrow p = 40cm$

Logo: $\boxed{d = p = 40cm}$

Resposta: d = 40cm

3. **(UFPE)** – Um objeto luminoso e uma tela de projeção estão separados pela distância D = 80cm. Existem duas posições em que uma lente convergente de distância focal f = 15cm, colocada entre o objeto e a tela, produz uma imagem real projetada na tela. Calcule a distância d, em cm, entre estas duas posições.



RESOLUÇÃO:
(I) Equação de Gauss:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{D-s} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{D-s+s}{s\,(D-s)} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{80}{s\,(80-s)} = \frac{1}{15}$$

$1200 = 80s - s^2$

$s^2 - 80s + 1200 = 0$

$$s = \frac{80 \pm \sqrt{6400 - 4800}}{2}$$

$$s = \frac{80 \pm 40}{2} \begin{cases} s_1 = 20cm \\ s_2 = 60cm \end{cases}$$

(II) $d = s_2 - s_1$

$d = (60 - 20)$ cm

$\boxed{d = 40cm}$

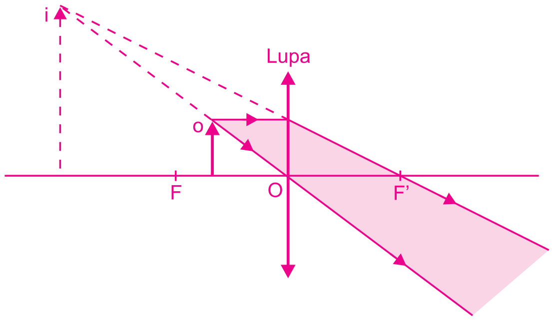
Resposta: d = 40cm

4. As lentes esféricas constituem um componente fundamental, já que comparecem com papel preponderante em quase todos os instrumentos ópticos. Câmaras fotográficas, filmadoras, microscópios e lunetas, por exemplo, utilizam uma ou mais lentes. Na fotografia a seguir, um homem posiciona uma lente de aumento (lupa) a 12,0cm de seu olho e esta produz uma imagem ampliada quatro vezes.

Considerando-se válidas as condições de Gauss, pede-se:
a) fazer um esquema da lente e dos raios de luz que determinam o tipo de imagem observada;
b) calcular a distância focal da lente;
c) determinar o comprimento da imagem quando a lente referida é utilizada para projetar, em uma parede distante 80,0cm do seu centro óptico, a figura de uma lâmpada cilíndrica, de 10,0cm de altura, colocada perpendicularmente ao eixo óptico.

RESOLUÇÃO:

a)



b) $A = \dfrac{f}{f - p}$

$4 = \dfrac{f}{f - 12{,}0} \Rightarrow 4f - 48{,}0 = f$

$3f = 48{,}0 \Rightarrow \boxed{f = 16{,}0 cm}$

c) (I) $\dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{p} + \dfrac{1}{p'} \Rightarrow \dfrac{1}{16{,}0} = \dfrac{1}{p} + \dfrac{1}{80{,}0}$

$\dfrac{1}{p} = \dfrac{1}{16{,}0} - \dfrac{1}{80{,}0} \Rightarrow \dfrac{1}{p} = \dfrac{5-1}{80{,}0}$

$p = \dfrac{80{,}0}{4}$ (cm) $\Rightarrow \boxed{p = 20{,}0 cm}$

(II) $\dfrac{i}{o} = -\dfrac{p'}{p} \Rightarrow \dfrac{i}{10{,}0} = -\dfrac{80{,}0}{20{,}0}$

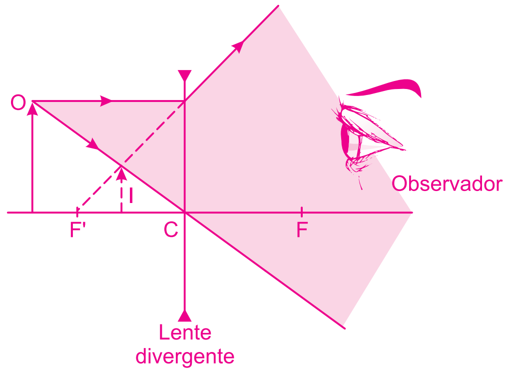
$i = -40{,}0 cm \Rightarrow \boxed{|i| = 40{,}0 cm}$

Respostas: **a) Ver esquema**
b) 16,0 cm
c) 40,0 cm

5. **(UFAC-MODELO ENEM)** – Um dispositivo de segurança muito usado em portas de apartamentos é o olho mágico. Ele é uma lente esférica que permite ver o visitante que está aguardando do lado de fora. Quando o visitante está a 60 cm da porta, o olho mágico forma, para a pessoa de dentro do apartamento, uma imagem três vezes menor e direita do rosto do visitante. O valor absoluto da distância focal dessa lente, em cm, vale:

a) 75 b) 60 c) 45 d) 30 e) 15

RESOLUÇÃO:
Funcionamento do olho mágico:



No caso, p = 60 cm e $A = \dfrac{1}{3}$**, logo:**

$A = \dfrac{f}{f - p} \Rightarrow \dfrac{1}{3} = \dfrac{f}{f - 60}$

$3f = f - 60 \Rightarrow 2f = -60 \Rightarrow f = -30$ cm

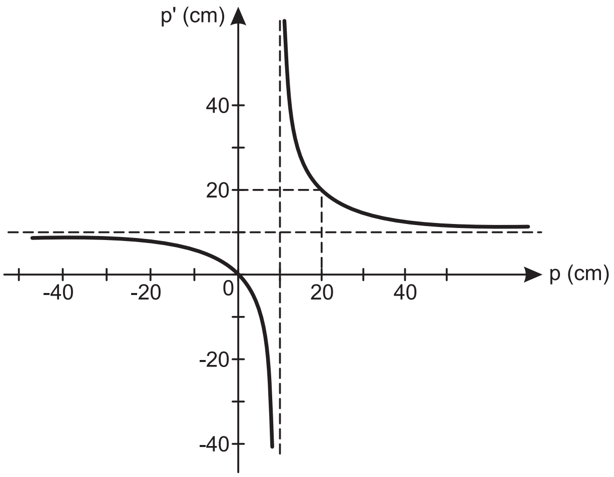
Da qual: $\boxed{|f| = 30 cm}$

Resposta: D

MÓDULO 21

LENTES ESFÉRICAS III – VERGÊNCIA E EQUAÇÃO DE HALLEY

1. **(UNESP-2012)** – Em um experimento didático de óptica geométrica, o professor apresenta aos seus alunos o diagrama da posição da imagem conjugada por uma lente esférica delgada, determinada por sua coordenada p', em função da posição do objeto, determinada por sua coordenada p, ambas medidas em relação ao centro óptico da lente.



Analise as afirmações.

I. A convergência da lente utilizada é 5 di.

II. A lente utilizada produz imagens reais de objetos colocados entre 0 e 10 cm de seu centro óptico.

III. A imagem conjugada pela lente a um objeto linear colocado a 50 cm de seu centro óptico será invertida e terá $\frac{1}{4}$ da altura do objeto.

Está correto apenas o contido em

a) II. b) III. c) I e II.
d) I e III. e) II e III.

RESOLUÇÃO:

(I) INCORRETA. Do gráfico, para p = 20cm = 0,20m, tem-se p' = 20cm = 0,20m.

$$V = \frac{1}{f}$$

$$\text{mas } \frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow V = \frac{1}{0,20} + \frac{1}{0,20} \text{ (di)}$$

$$\boxed{V = 10\text{di}}$$

(II) INCORRETA.
Para valores de p entre 0 e 10cm, obtêm-se valores de p' negativos, o que significa imagens virtuais.

(III) CORRETA.

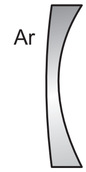
$$f = \frac{1}{V} \Rightarrow f = \frac{1}{10} \text{ (m)} = 0{,}10\text{m} \Rightarrow \boxed{f = 10\text{cm}}$$

$$A = \frac{f}{f - p} \Rightarrow A = \frac{10}{10 - 50} \Rightarrow \boxed{A = -\frac{1}{4}}$$

O sinal negativo de A indica que a imagem é invertida.

Resposta: B

2. **(VUNESP-UFTM-MODELO ENEM)** – Uma lente delgada convexo-côncava, de vidro *flint*, com índice de refração n = 1,6, encontra-se imersa no ar. Se o raio de sua superfície côncava é igual a 20,0cm e sua vergência é C = – 1,8di, o raio de curvatura da superfície convexa tem valor, em cm, igual a



a) –30,0 b) –20,0 c) –10,0
d) +20,0 e) +50,0

RESOLUÇÃO:
Equação de Halley:

$$C = \left(\frac{n}{n_{meio}} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

$$-1{,}8 = \left(\frac{1{,}6}{1{,}0} - 1\right)\left(-\frac{1}{0{,}20} + \frac{1}{R_2}\right)$$

$$-3{,}0 = -5{,}0 + \frac{1}{R_2}$$

$$\frac{1}{R_2} = 2{,}0 \Rightarrow \boxed{R_2 = 0{,}50\text{m} = 50{,}0\text{cm}}$$

Resposta: E

3. **(Olimpíada Brasileira de Física)** – De um livro de 30cm de altura, uma lente convergente plano-convexa de vidro (n_V = 1,5), imersa no ar, forma uma imagem real com 10cm de altura a uma distância de 12 cm da lente.

a) Qual o valor, em cm, da distância focal da lente convergente?

b) Qual o valor do raio de curvatura da superfície convexa da lente?

RESOLUÇÃO:

a) (I) A imagem é invertida, logo, a relação i/o é negativa.

$$\frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow -\frac{10}{30} = -\frac{12}{p} \Rightarrow \boxed{p = 36\text{cm}}$$

(II) Equação de Gauss: $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{36} + \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1+3}{36} = \frac{4}{36}$$

Da qual: $\boxed{f = 9{,}0\text{cm}}$

b) Equação de Halley:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_v}{n_{ar}} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

$$\frac{1}{9{,}0} = \left(\frac{1{,}5}{1{,}0} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \underbrace{\frac{1}{\infty}}_{\text{tende a zero}}\right)$$

$$\frac{1}{9{,}0} = \frac{1}{2R_1} \Rightarrow \boxed{R_1 = 4{,}5\text{cm}}$$

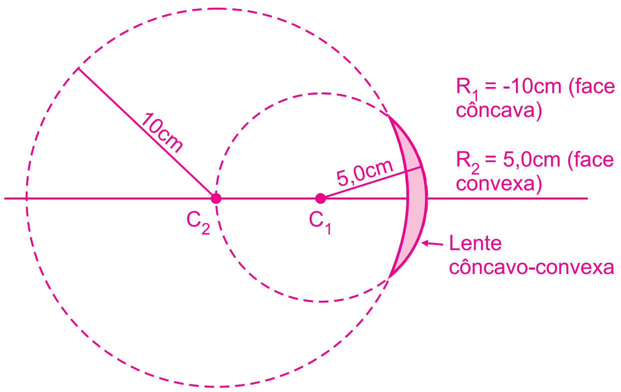
Respostas: a) 9,0cm b) 4,5cm

4. Um estudante possui uma lente côncavo-convexa de vidro ($n_V = 3/2$), cujas faces têm raios de curvatura 10cm e 5,0cm. Sabendo que a lente é utilizada no ar ($n_{ar} = 1$) e posteriormente na água ($n_A = 4/3$), responda:

a) Do ar para a água, os focos principais aproximam-se ou afastam-se do centro óptico?

b) Qual é a variação da distância focal da lente?

RESOLUÇÃO:



Equação de Halley: $\frac{1}{f} = (n_{L,M} - 1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$

(I) Lente em operação no ar:

$$\frac{1}{f_{ar}} = \left(\frac{\frac{3}{2}}{1} - 1\right)\left(-\frac{1}{10} + \frac{1}{5{,}0}\right)$$

Da qual: $\boxed{f_{ar} = 20cm}$

(II) Lente em operação na água:

$$\frac{1}{f_{água}} = \left(\frac{\frac{3}{2}}{\frac{4}{3}} - 1\right)\left(-\frac{1}{10} + \frac{1}{5{,}0}\right)$$

Da qual: $\boxed{f_{água} = 80cm}$

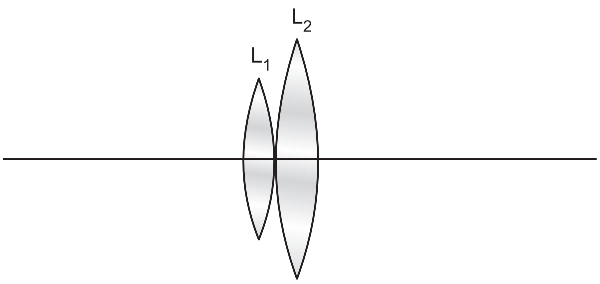
a) Como $f_{ar} = 20cm$ e $f_{água} = 80cm$, do ar para a água os focos principais *afastam-se* do centro óptico.

b) $\Delta f = f_{água} - f_{ar} \Rightarrow \Delta f = 80cm - 20cm$

$\boxed{\Delta f = 60cm}$

Respostas: a) Os focos principais afastam-se do centro óptico.
b) 60cm

5. **(UFPE-Modificada)** – Duas lentes delgadas biconvexas, $\mathbf{L_1}$ e $\mathbf{L_2}$, de vidro em operação no ar são justapostas, como representa a figura. Um objeto luminoso é colocado diante da associação, obtendo-se uma imagem com a metade das dimensões lineares do objeto, distante 54cm dele.



Sabendo-se que as distâncias focais de $\mathbf{L_1}$ e $\mathbf{L_2}$ valem, respectivamente, 20cm e 30cm, determine

a) a distância focal da lente equivalente à associação;

b) a distância entre a imagem e as lentes.

RESOLUÇÃO:

a) As lentes L_1 e L_2 têm comportamento *convergente*, já que são de vidro e estão em operação no ar (o vidro é mais refringente que o ar). Por isso, suas distâncias focais têm sinal positivo. Sendo f a distância focal da lente equivalente à associação, temos:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{20} + \frac{1}{30}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{3+2}{60} = \frac{5}{60} \Rightarrow \boxed{f = 12cm}$$ **(A lente equivalente também é convergente.)**

b) Se a imagem é invertida em relação ao objeto, sua natureza é real. Além disso, essa imagem é menor do que o objeto. Logo:

$$A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow -\frac{1}{2} = -\frac{p'}{p}$$

$p = 2p'$ ①

Mas: $p + p' = 54$ cm ②

① **em** ②: $2p' + p' = 54$

$3p' = 54 \Rightarrow \boxed{p' = 18cm}$

Respostas: a) 12 cm
b) 18 cm

MÓDULO 22

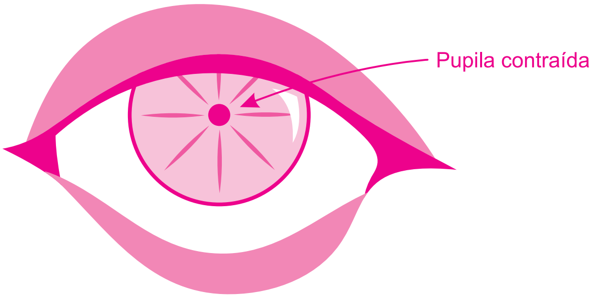
ÓPTICA DA VISÃO

1. **(FUVEST-2012)** – Num ambiente iluminado, ao focalizar um objeto distante, o olho humano se ajusta a essa situação. Se a pessoa passa, em seguida, para um ambiente de penumbra, ao focalizar um objeto próximo, a íris

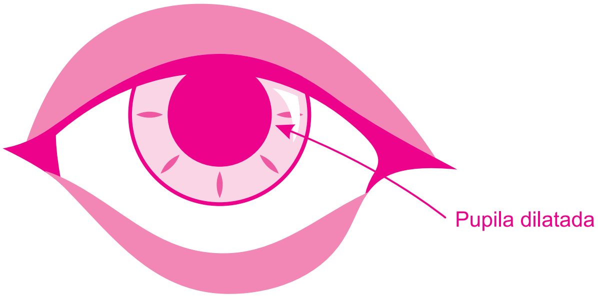
a) aumenta, diminuindo a abertura da pupila, e os músculos ciliares se contraem, aumentando o poder refrativo do cristalino.
b) diminui, aumentando a abertura da pupila, e os músculos ciliares se contraem, aumentando o poder refrativo do cristalino.
c) diminui, aumentando a abertura da pupila, e os músculos ciliares se relaxam, aumentando o poder refrativo do cristalino.
d) aumenta, diminuindo a abertura da pupila, e os músculos ciliares se relaxam, diminuindo o poder refrativo do cristalino.
e) diminui, aumentando a abertura da pupila, e os músculos ciliares se relaxam, diminuindo o poder refrativo do cristalino.

RESOLUÇÃO:

(I) Visão de um objeto distante situado em um ambiente iluminado: a pupila reduz sua abertura (adaptação visual) com consequente aumento da área da íris. Os músculos ciliares relaxam-se (acomodação visual), diminuindo o "poder refrativo" do cristalino. A lente do olho (convergente) reduz sua vergência (aumenta a distância focal).



(II) Visão de um objeto próximo situado em um ambiente obscurecido (penumbra): a pupila aumenta sua abertura (adaptação visual) com consequente redução da área da íris. Os músculos ciliares contraem-se, aumentando o "poder refrativo" do cristalino. A lente do olho aumenta sua vergência (diminui a distância focal).



Resposta: B

2. **(UPE-2012)** – Um olho de uma pessoa pode ver nitidamente objetos situados desde o infinito, que é o ponto remoto, até 20cm, que é o ponto próximo. Qual a amplitude de acomodação visual de sua vista, isto é, a variação da vergência de seu cristalino, em módulo, quando o objeto se movimenta entre o ponto próximo e o ponto remoto?

a) 0,05 di b) 20 di c) 0,20 di d) 5 di e) Infinita

RESOLUÇÃO:

(I) Olho acomodado para o ponto próximo:

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p'_1} \Rightarrow V_1 = \frac{1}{0{,}20} + \frac{1}{p'_1}$$

$$\boxed{V_1 = 5 + \frac{1}{p'_1}}$$

(II) Olho acomodado para o ponto remoto:

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p'_2} \Rightarrow V_2 = \underbrace{\frac{1}{\infty}}_{\text{tende a zero}} + \frac{1}{p'_2}$$

$$\boxed{V_2 = \frac{1}{p'_2}}$$

(III) Sendo $p'_2 = p'_1$ (a distância cristalino-retina é constante) e fazendo-se $\Delta V = V_2 - V_1$, vem:

$$\Delta V = \frac{1}{p'_2} - \left(5 + \frac{1}{p'_1}\right) \Rightarrow \boxed{\Delta V = -5\text{di}}$$

Resposta: D

3. **(UNIFESP-2012)** – Um paciente, que já apresentava problemas de miopia e astigmatismo, retornou ao oftalmologista para o ajuste das lentes de seus óculos. A figura a seguir retrata a nova receita emitida pelo médico.

Nome: Jorge Frederico de Azeredo

Grau		Esférico	Cilíndrico	Eixo	D. P.
PARA LONGE	OD	–3,00	–0,75	150°	62,0 mm
	OE	–3,00	–0,75	150°	
PARA PERTO	OD	+1,00	–0,75		68,0 mm
	OE	+1,00	–0,75		

Obs.: Óculos para longe e perto separados. Ao pegar seus óculos, é conveniente trazê-los para conferir.
Próxima Consulta: ___ .08.2012.

São Paulo, 30.08.2011.
Carlos Figueiredo
CRM nº: 000 00

a) Caracterize a lente indicada para correção de **miopia**, identificando a vergência, em dioptrias, e a distância focal, em metros.

b) Utilizando um modelo simplificado do olho, esboce a formação da imagem para um paciente portador de *miopia* e represente, em outro esquema, a correção do defeito citado, destacando a lente apropriada.

RESOLUÇÃO:

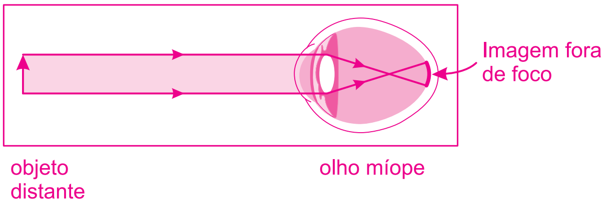
a) A miopia é corrigida com *lentes esféricas divergentes*.
No caso do paciente em questão, as lentes corretivas têm vergência de –3,00 di, o que está indicado diretamente na receita.

A distância focal das lentes é dada por:

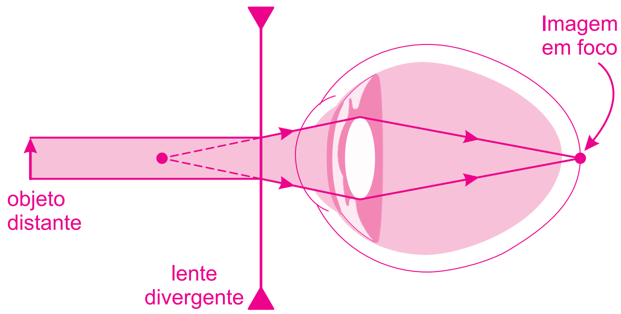
$$f = \frac{1}{V} \Rightarrow f = -\frac{1}{3{,}00} \text{ (m)}$$

Da qual: $\boxed{f \cong -0{,}33 \text{ m}}$

b) (I)



(II) Esquema ilustrativo, fora de escala, da correção do defeito.



Respostas: a) Lentes esféricas divergentes – 3,00di; distância focal aproximadamente 0,33m = 33cm.
b) Ver esquemas.

4. **(UFTM-MG)** – Um avião sobrevoa uma região plana a 4 km de altitude com o objetivo de fazer fotos aéreas do terreno na escala de 1 : 5 000, ou seja, de maneira que as dimensões reais dos objetos fotografados sejam 5 000 vezes maiores que as dimensões dos mesmos objetos nas fotografias. Considere que o fotógrafo utiliza uma câmera fotográfica cuja lente objetiva é esférica e satisfaz as condições de nitidez de Gauss e que ele faça as fotos no momento em que a região fotografada esteja próxima da vertical que passa pelo avião. Nessas condições, responda:

a) qual a vergência, em dioptrias, da lente objetiva da câmera fotográfica utilizada nessa tarefa?

b) considerando-se os defeitos de visão – miopia, hipermetropia e presbiopia – qual ou quais deles poderia(m) ser corrigido(s) com o mesmo tipo de lente utilizada nessa câmera fotográfica? Justifique.

RESOLUÇÃO:

a) A imagem projetada no filme ou conversor eletrônico da câmara é invertida, logo:

$$A < 0 \Rightarrow A = \frac{i}{o} = -\frac{1}{5000}$$

$$A = \frac{f}{f-p} \Rightarrow -\frac{1}{5000} = \frac{f}{f-4000}$$

$$-f + 4000 = 5000f \Rightarrow 5001f = 4000$$

$$\boxed{f \cong 0{,}80\text{m}}$$

$$V = \frac{1}{f} \Rightarrow V = \frac{1}{0{,}80} \text{ di} \Rightarrow \boxed{V = 1{,}25 \text{ di}}$$

b) A lente utilizada na câmara fotográfica (V > 0) poderia ser utilizada para corrigir a *hipermetropia* ou a *presbiopia* (vista cansada), que requerem lentes convergentes para aumentar a convergência do sistema ocular.

Respostas: a) 1,25 di
b) hipermetropia ou presbiopia

MÓDULO 23

EQUAÇÃO FUNDAMENTAL DA ONDULATÓRIA: V = λf

1. As duas figuras a seguir representam ondas senoidais que percorrem horizontalmente a tela do osciloscópio de um técnico em eletrônica, que utiliza o aparelho para verificar as características do sinal existente entre dois pontos de um circuito.

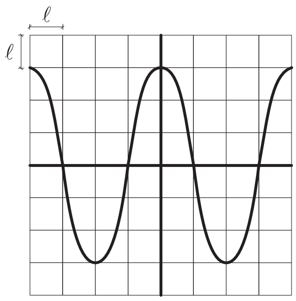


Figura 1

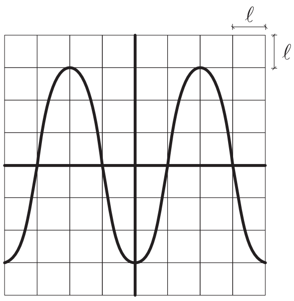


Figura 2

A **figura 1** mostra a tela no instante $t_0 = 0$ e a **figura 2**, no instante $t_1 = 0{,}50$s. Sabendo que o intervalo de tempo $\Delta t = t_1 - t_0$ é maior que um período, porém menor do que dois períodos dos pulsos, e que cada quadradinho das figuras tem lado $\ell = 2{,}0$cm, determine a amplitude (A), o comprimento de onda (λ), a velocidade de propagação (V) e a frequência (f) da onda na tela do osciloscópio.

RESOLUÇÃO:

(I) $A = 3\ell \Rightarrow A = 3 \,.\, 2{,}0\text{cm} \Rightarrow \boxed{A = 6{,}0\text{cm}}$

(II) $\lambda = 4\ell \Rightarrow \lambda = 4 \,.\, 2{,}0\text{cm} \Rightarrow \boxed{\lambda = 8{,}0\text{cm}}$

(III) $V = \dfrac{\Delta s}{\Delta t} = \dfrac{6\ell}{0{,}50} = \dfrac{6 \,.\, 2{,}0\text{cm}}{0{,}50\text{s}}$

$\boxed{V = 24\text{cm/s}}$

(IV) $V = \lambda f \Rightarrow 24 = 8{,}0f \Rightarrow \boxed{f = 3{,}0\text{Hz}}$

Respostas: $A = 6{,}0\text{cm}$; $\lambda = 8{,}0\text{cm}$; $V = 24\text{cm/s}$ e $f = 3{,}0\text{Hz}$

2. **(UDESC-2012)** – Nos oceanos, as baleias se comunicam utilizando ondas sonoras que se propagam através da água. Uma baleia emite um som de 50,0Hz para avisar um filhote desatento a voltar ao grupo. A velocidade do som na água é de $1{,}50 \times 10^3$m/s.

a) Quanto tempo leva o som para chegar ao filhote, se ele está afastado 3,00km?

b) Qual é o comprimento de onda do som na água?

RESOLUÇÃO:

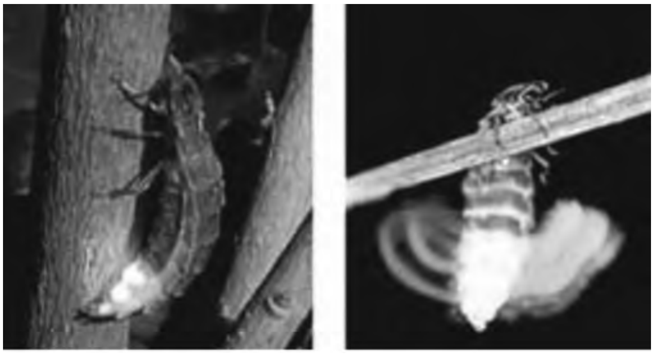
a) $V = \dfrac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow 1{,}50 \,.\, 10^3 = \dfrac{3{,}00 \,.\, 10^3}{\Delta t}$

Da qual: $\boxed{\Delta t = 2{,}00\text{s}}$

b) $V = \lambda f \Rightarrow 1{,}50 \,.\, 10^3 = \lambda \,.\, 50{,}0 \Rightarrow \boxed{\lambda = 30{,}0\text{m}}$

Respostas a) 2,00s b) 20,0m

3. **(UNESP-2012)** – A luz visível é uma onda eletromagnética que, na natureza, pode ser produzida de diversas maneiras. Uma delas é a bioluminescência, um fenômeno químico que ocorre no organismo de alguns seres vivos, como algumas espécies de peixes e alguns insetos, nos quais um pigmento chamado luciferina, em contato com o oxigênio e com uma enzima chamada luciférase, produz luzes de várias cores, como verde, amarela e vermelha. Isso é o que permite ao vaga-lume macho avisar, para a fêmea, que está chegando, e à fêmea indicar onde está, além de servir de instrumento de defesa ou de atração para presas.



vaga-lumes emitindo ondas eletromagnéticas visíveis

As luzes verde, amarela e vermelha são consideradas ondas eletromagnéticas que, no vácuo, têm

a) os mesmos comprimentos de onda, diferentes frequências e diferentes velocidades de propagação.

b) diferentes comprimentos de onda, diferentes frequências e diferentes velocidades de propagação.

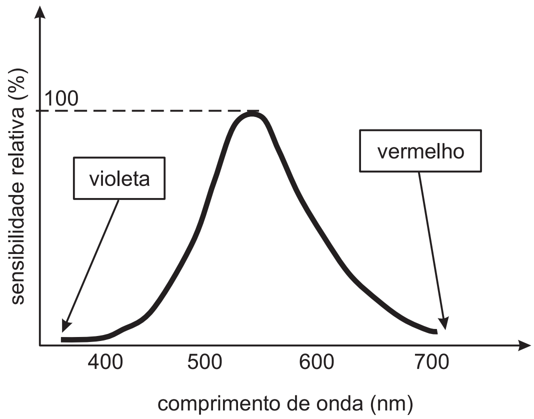
c) diferentes comprimentos de onda, diferentes frequências e iguais velocidades de propagação.

d) os mesmos comprimentos de onda, as mesmas frequências e iguais velocidades de propagação.

e) diferentes comprimentos de onda, as mesmas frequências e diferentes velocidades de propagação.

RESOLUÇÃO:
As luzes verde, amarela e vermelha diferem em frequência e comprimento de onda, mas se propagam no vácuo com o mesmo módulo de velocidade: $3{,}0 \,.\, 10^8$m/s.
Resposta: C

4. **(UECE-2012)** – O gráfico abaixo representa a sensibilidade relativa da visão humana em função do comprimento de onda da luz.



Considerando-se a velocidade de propagação da luz no vácuo dada por $c = 3 \cdot 10^8$ m/s e tomando-se por base a figura acima, pode-se estimar corretamente que a faixa de frequências que melhor compõe a luz branca, em 10^{15} Hz, é

a) 0,50 – 0,60.   b) 0,43 – 0,75.
c) 0,43 – 0,50.   d) 0,60 – 0,75.

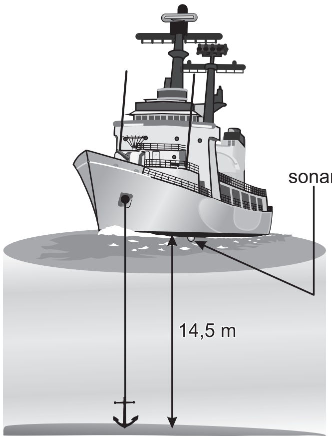
RESOLUÇÃO:
Conforme o gráfico, a visão humana é capaz de perceber radiações eletromagnéticas com comprimento de onda situado entre 400nm e 700nm, aproximadamente, com sensibilidade relativa maior entre 500nm e 600nm, faixa que engloba do azul ao verde.

$$V = \lambda f \Rightarrow f = \frac{V}{\lambda}$$

- $f_{mín} = \dfrac{c}{\lambda_{máx}} = \dfrac{3,0 \cdot 10^8}{700 \cdot 10^{-9}}$ (Hz) $\Rightarrow \boxed{f_{mín} \cong 0,43 \cdot 10^{15}\text{Hz}}$
- $f_{máx} = \dfrac{c}{\lambda_{mín}} = \dfrac{3,0 \cdot 10^8}{400 \cdot 10^{-9}}$ (Hz) $\Rightarrow \boxed{f_{máx} \cong 0,75 \cdot 10^{15}\text{Hz}}$

Resposta: B

5. **(PSAEN-2012)** – Observe o esquema a seguir:



Um barco de pesquisas da marinha está ancorado no meio de um lago, conforme ilustra a figura. No momento da ancoragem, o capitão observou que a âncora desceu exatamente 14,5m abaixo do nível do sonar até o fundo do lago e, querendo verificar sua aparelhagem de bordo, repetiu a medição com o uso do sonar, constatando que os pulsos gastavam 20,0ms (milissegundos) no trajeto de ida e volta. Considerando-se que o sonar emite pulsos de onda sonora de frequência igual a 100kHz, são feitas as seguintes afirmações:

I. Se a água do lago for razoavelmente homogênea, o módulo da velocidade da onda sonora será constante e superior a 1400 m/s.
II. Para percorrer 29m no ar, a onda de som emitida pelo sonar levaria 2,0ms.
III. O comprimento de onda do pulsos do sonar, na água, é igual a 14,5 mm.
IV. O som só pode ser transmitido na água por ser uma onda do tipo transversal.

Pode-se, então, afirmar que são verdadeiras:

a) I e III.   b) II e III.   c) I e IV.
d) II e IV.   e) I e II.

RESOLUÇÃO:
(I) CORRETA

$$V = \frac{D}{T} = \frac{2p}{T} \Rightarrow V = \frac{2 \cdot 14,5}{20,0 \cdot 10^{-3}} \text{ (m/s)}$$

Da qual: $\boxed{V = 1450\text{m/s}}$

(II) ERRADA
No ar, o som é bem mais lento que na água e, por isso, o tempo de percurso de 29m deve ser maior que 20,0ms.

(III) CORRETA
$V = \lambda f \Rightarrow 1450 = \lambda \; 100 \cdot 10^3$

$\boxed{\lambda = 14,5 \cdot 10^{-3}\text{m} = 14,5\text{mm}}$

(IV) ERRADA
O som na água, assim como no ar, é uma onda mecânica longitudinal.

Resposta: A

6. **(FAC. MED. ABC-2012)**

Hipersensibilidade Eletromagnética

Uma pequena vila na Virgínia, EUA, Green Bank, que possui 143 moradores em cerca de 13 mil km^2 de área, lentamente está transformando-se em um abrigo para aqueles que acreditam sofrer com a radiação eletromagnética emitida por dispositivos eletrônicos. A doença é reconhecida pela Organização Mundial de Saúde e seus principais sintomas são: vermelhidão, formigamento e queimação, entre outros. De acordo com documento publicado no *site* da OMS, a sensibilidade a campos eletromagnéticos recebeu o nome genérico de "Hipersensibilidade Eletromagnética" (ou Electromagnetic Hypersensitivity – EHS) e compreende sintomas ligados ao sistema nervoso como dor de cabeça, fadiga, estresse, distúrbios do sono, sintomas na pele como pontadas, sensações de ardor e erupções cutâneas, dor nos músculos e muitos outros problemas de saúde. Segundo o documento, o EHS é real e pode até mesmo ser incapacitante para aquele que for afetado.

O que essas ocorrências descritas têm em comum é a prevalência dos sintomas de forma mais aguda ou exacerbada quando uma pessoa está próxima a diferentes fontes de emissão de campos eletromagnéticos.

No Brasil, a ANATEL, por meio de uma lei de 1998, regulamenta a limitação da exposição a ondas eletromagnéticas. Essa lei estabelece que a potência efetiva irradiada – E.R.P. – por emissora será de, no máximo, 25 watts. As emissões, na faixa de frequência compreendida entre 240 até 600 kHz, inclusive, deverão estar 35 dB abaixo do nível da portadora não modulada.

Para que uma pessoa esteja exposta a limites menores que os estabelecidos pela lei, deve-se manter uma distância mínima, em metros, das antenas (ERB – Estações Rádio Base), que é calculada pela expressão:

$$d_{mínima} \cong 8{,}0 \,.\, \sqrt{\frac{E.R.P.}{f}}$$

Sendo:

E.R.P. = potência efetiva radiada na direção de maior ganho da antena, em **watt**.

f = frequência da onda transmitida, em MHz.

a) De acordo com a ANATEL, qual a distância mínima para um indivíduo se situar das antenas? (Admita a máxima frequência para a faixa de frequência considerada.)

b) Qual a energia, em joules, recebida a cada segundo por uma pessoa que esteja a uma distância mínima de 3,0m, na direção de maior ganho de uma antena que transmita uma onda de comprimento de onda $\lambda = \frac{3}{8}$ m? Adote a velocidade das ondas eletromagnéticas no ar igual a $3 \,.\, 10^8$ m/s.

RESOLUÇÃO:

a) $d_{mín} = 8{,}0 \sqrt{\frac{ERP}{f}}$

ERP = 25 W

$f_{máx} = 600 \,.\, 10^3 \text{ Hz} = 0{,}6 \text{ M Hz}$

$d_{mín} = 8{,}0 \sqrt{\frac{25}{0{,}6}}$ (m)

$\boxed{d_{mín} \cong 51{,}6 \text{ m}}$

b) (I) $f = \frac{V}{\lambda} = \frac{3{,}0 \,.\, 10^8}{\frac{3}{8}}$ (Hz) $= 8{,}0 \,.\, 10^8$ Hz = 800 M Hz

(II) $d_{mín} = 8{,}0 \sqrt{\frac{ERP}{f}}$

$d^2_{mín} = 64{,}0 \,.\, \frac{ERP}{f}$

$(3{,}0)^2 = 64{,}0 \,.\, \frac{ERP}{800}$

ERP = 112,5W

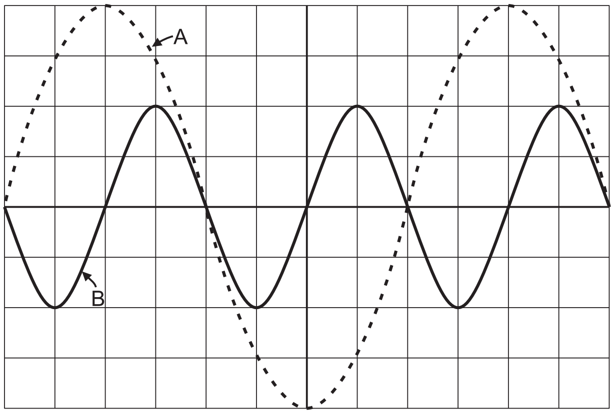
(III) $ERP = Pot = \frac{E}{\Delta t}$

$112{,}5 = \frac{E}{1{,}0}$

$\boxed{E = 112{,}5\text{J}}$

Respostas: a) 51,6m
b) 112,5J

7. Um técnico em acústica obteve na tela do seu *laptop* a forma de onda de dois harmônicos, **A** (linha tracejada) e **B** (linha cheia), do som emitido pelo Lá central de um piano. O harmônico **A** tem frequência f_A = 440 Hz e intensidade I_A. Já o harmônico **B** comparece no som examinado com frequência f_B e intensidade I_B.



Sabendo-se que a intensidade de um som é diretamente proporcional ao quadrado da frequência e ao quadrado da amplitude, é correto afirmar que:

a) $f_B = 220$ Hz e $I_B = \frac{I_A}{2}$

b) $f_B = 440$ Hz e $I_B = I_A$

c) $f_B = 880$ Hz e $I_B = I_A$

d) $f_B = 880$ Hz e $I_B = \frac{I_A}{2}$

e) $f_B = 220$ Hz e $I_B = \frac{I_A}{4}$

RESOLUÇÃO:

(I) As frequências dos harmônicos A e B podem ser obtidas por:

$$f = \frac{n}{\Delta t}$$

Nota-se, da figura, que, para o harmônico A, há $n_A = 1{,}5$ ciclos na tela, e para o B, realizam-se $n_B = 3{,}0$ ciclos. Logo:

$f_B = 2\, f_A \Rightarrow f_B = 2 \,.\, 440$ **(Hz)**

$\boxed{f_B = 880 \text{ Hz}}$

(II) As intensidades sonoras relacionam-se fazendo-se:

$I_B = k\, f_B^2 A_B^2 \Rightarrow I_B = k\, (2\, f_A)^2\, A_B^2$

Da qual:

$I_B = 4\, k\, f_A^2 A_B^2$ ①

$I_A = k\, f_A^2 A_A^2 \Rightarrow I_A = k\, f_A^2\, (2\, A_B)^2$

Da qual:

$I_A = 4\, k\, f_A^2 A_B^2$ ②

Comparando-se ① com ②, concluiu-se que:

$\boxed{I_B = I_A}$

Resposta: C

MÓDULO 24

REFLEXÃO E REFRAÇÃO DE ONDAS

1. **(VUNESP-FMJ-2012)** – Uma onda seguia da esquerda para a direita, propagando-se em um fio considerado ideal, mantido tenso. Decorrido algum tempo, observa-se a passagem de uma outra onda, desta vez proveniente da direita para a esquerda, idêntica à primeira, em amplitudes e comprimento de onda.

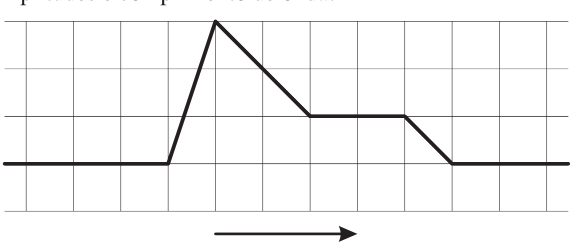


Fig. 1: pulso enviado (esquerda para direita)

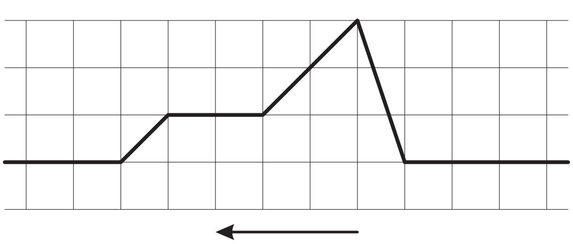


Fig. 2: pulso recebido (direita para esquerda)

Analise as seguintes afirmações sobre o que poderia ter ocorrido para que se obtivesse o padrão de onda visto momentos depois.

I. A onda sofreu reflexão total e, pelo formato de onda do pulso recebido, a corda, ao lado direito, está atada a um ponto que possui mobilidade vertical.

II. À direita, a corda se encontra presa a uma segunda corda, com o dobro da densidade da primeira e, além do pulso refratado, também é produzido um pulso refletido, igual ao original, propagando-se em sentido oposto.

III. Uma outra onda, movendo-se da direita para a esquerda, semelhante à primeira, com o mesmo comprimento de onda, porém, o dobro da amplitude, interagiu com a primeira de modo destrutivo, sendo o pulso recebido consequência da interação entre as duas.

Do que foi levantado, com respeito às possibilidades que geraram a onda da figura 2, está correto o contido em

a) I, apenas. b) II, apenas.
c) I e III, apenas. d) II e III, apenas.
e) I, II e III.

RESOLUÇÃO:

(I) Correta

As figuras 1 e 2 são compatíveis com uma *reflexão sem inversão de fase* ocorrida à direita onde, supostamente, existiria um ponto que possui mobilidade vertical, como sugerem os esquemas a seguir.

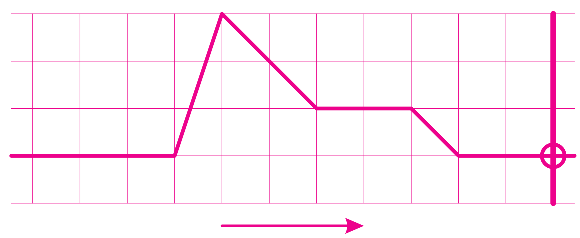


Fig. 1: pulso enviado (esquerda para direita)

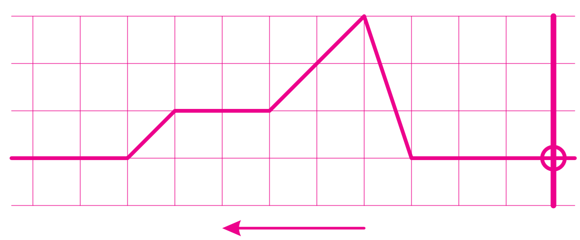


Fig. 2: pulso recebido (direita para esquerda)

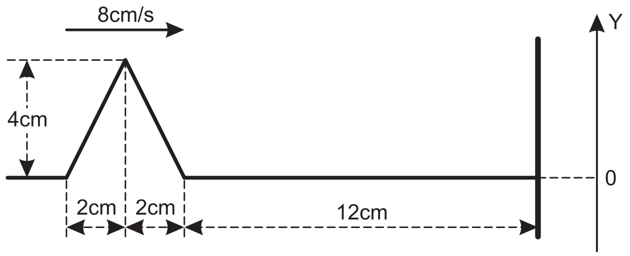
(II) Errada

Nesse caso, o pulso recebido (refletido) teria a fase invertida em relação ao pulso enviado (incidente). A reflexão com inversão de fase seria consequência de a suposta corda à direita ser mais inerte (maior densidade linear) que a corda por onde se propagava o pulso enviado (incidente).

(III) Errada. As figuras 1 e 2 não são compatíveis com essa hipótese.

Resposta: A

2. **(CEPERJ-RJ-2012 – Modificado)** – A figura abaixo representa, em um dado instante, um pulso triangular que se propaga numa corda, aproximando-se de uma de suas extremidades que está firmemente presa numa parede vertical. A velocidade de propagação e as dimensões do pulso estão indicadas na figura, bem como sua distância à parede nesse instante.



Decorridos 2 segundos a contar do instante focalizado, tendo em conta o eixo transversal orientado 0Y, também representado na figura, a velocidade escalar do ponto da corda distante 1cm da parede é:

a) +32cm/s b) +16cm/s c) nula
d) –16cm/s e) –32cm/s

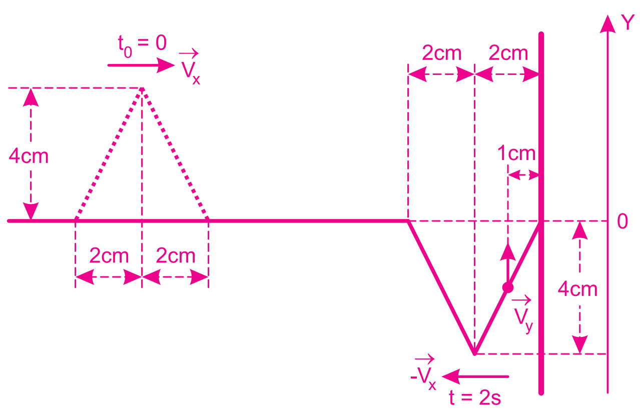
RESOLUÇÃO:

(I) Decorridos 2 segundos do instante inicial $t_0 = 0$, o ponto limítrofe anterior do pulso (frente de onda) terá percorrido uma distância $D_x = 16cm$.

De fato: $|V_x| = \dfrac{D_x}{\Delta t} \Rightarrow 8 = \dfrac{D_x}{2}$

$\boxed{D_x = 16cm}$

Isso significa que, no instante t = 2s, o pulso estará finalizando sua reflexão com inversão de fase na parede rígida.
O perfil da corda em t = 2s está representado abaixo.



(II) Cálculo da velocidade escalar V_y:
Enquanto o pulso se desloca para a esquerda $\Delta x = -2cm$ com velocidade escalar $V_x = -8cm/s$, um ponto de sua lombada posterior terá se deslocado $\Delta y = 4cm$ com velocidade escalar V_y.

$$\left.\begin{array}{l} V_y = \dfrac{\Delta y}{\Delta t} \\ V_x = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} \end{array}\right\} \begin{array}{l} \dfrac{V_y}{V_x} = \dfrac{\Delta y}{\Delta x} \\ \dfrac{V_y}{-8} = \dfrac{4}{-2} \end{array} \Rightarrow \boxed{V_y = 16cm/s}$$

Resposta: B

3. **(FAC.MED.ABC-2012)** – Um aluno, utilizando uma fonte luminosa cujo comprimento de onda vale $6 \,.\, 10^{-7}$m, incide perpendicularmente um feixe de luz sobre a água, cujo índice de refração vale 4/3, em um aquário totalmente preenchido, com o objetivo de iluminar um peixe que se encontra a 20cm de profundidade. Considerando que a distância entre a fonte luminosa e a superfície da água é de 10cm, o aluno lembrou-se das aulas de Física em que o professor havia dito que o índice de refração do ar vale 1 e que a velocidade da luz no vácuo é de $3 \,.\, 10^8$m/s. Fez, então, algumas observações sobre a luz no interior da água:

I. A frequência, a velocidade e o comprimento de onda da luz incidente devem ter sofrido alterações, uma vez que a água tem índice de refração bem maior que o ar e a incidência foi perpendicular.
II. Como a incidência da luz foi perpendicular, apenas a frequência da luz variou e não houve alterações na velocidade e no comprimento de onda da luz no interior da água.
III. O comprimento de onda e a velocidade variam no interior da água e valem respectivamente $4{,}5 \,.\, 10^{-7}$m e $2{,}25 \,.\, 10^8$m/s, mas a frequência permanece inalterada.
IV. Como a lanterna estava próxima da superfície da água do aquário, apenas a velocidade da luz no interior da água sofreu variação e seu valor passou a ser de $2{,}25 \,.\, 10^8$m/s.
V. Como a lanterna estava próxima da superfície da água do aquário, a incidência foi perpendicular e o índice de refração da água é maior que o do ar, a frequência e o comprimento de onda da luz no interior da água sofreram variações e seus valores passaram a ser $2{,}25 \,.\, 10^8$Hz e $4{,}5 \,.\, 10^{-7}$m.

Com relação às observações feitas pelo aluno, está correta apenas

a) I b) II c) III d) IV e) V

RESOLUÇÃO:

(I) FALSA.
A frequência não se altera; o comprimento de onda e a velocidade variaram de modo proporcional.

(II) FALSA.

(III) VERDADEIRA.

$$\frac{V_{água}}{V_{ar}} = \frac{n_{ar}}{n_{água}} \Rightarrow \frac{V_{água}}{3 \,.\, 10^8} = \frac{1}{\frac{4}{3}}$$

$$V_{água} = \frac{3}{4} \,.\, 3 \,.\, 10^8 m/s \Rightarrow \boxed{V_{água} = 2{,}25 \,.\, 10^8 m/s}$$

$$V_{água} = \lambda_{água}\, f$$

$$V_{água} = \lambda_{água} \frac{V_{ar}}{\lambda_{ar}}$$

$$2{,}25 \,.\, 10^8 = \lambda_{água} \frac{3 \,.\, 10^8}{6 \,.\, 10^{-7}}$$

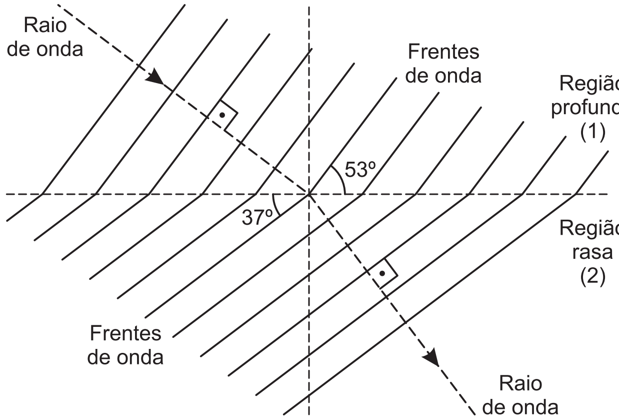
$$\boxed{\lambda_{água} = 4{,}5 \,.\, 10^{-7} m}$$

(IV) FALSA.
A velocidade e o comprimento de onda variam.

(V) FALSA.
A frequência é constante; a velocidade e o comprimento de onda variam.

Resposta: C

4. Na situação esquematizada na figura, ondas retas, propagando-se na superfície da água de um tanque, passam de uma região profunda (1) para outra mais rasa (2). Com isso, o comprimento de onda (distância entre duas frentes de onda consecutivas) e a velocidade de propagação sofrem reduções de p_1% (p_1 por cento) e p_2% (p_2 por cento), respectivamente.



Aponte a alternativa em que os valores de p_1 e p_2 estão corretamente indicados. Adote, se necessário, sen 37º = cos 53º = 0,60; sen 53º = cos 37º = 0,80.

a) $p_1 = 75$ e $p_2 = 75$
b) $p_1 = 75$ e $p_2 = 25$
c) $p_1 = 50$ e $p_2 = 50$
d) $p_1 = 25$ e $p_2 = 75$
e) $p_1 = 25$ e $p_2 = 25$

RESOLUÇÃO:

(I) Lei de Snell: $\dfrac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \dfrac{\lambda_1}{\lambda_2}$

$$\frac{\text{sen } 53^o}{\text{sen } 37^o} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \Rightarrow \frac{0,80}{0,60} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

$$\lambda_2 = \frac{3}{4}\lambda_1 \Rightarrow \boxed{\lambda_2 = 0,75\ \lambda_1 = 75\%\ \lambda_1}$$

Houve redução de 25% no comprimento de onda, logo, $p_1 = 25$.

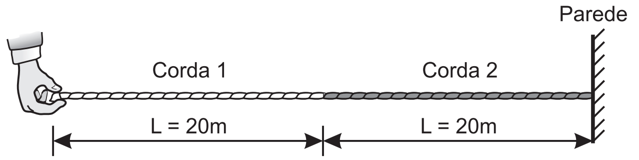
(II) $\dfrac{V_2}{V_1} = \dfrac{\lambda_2}{\lambda_1} \Rightarrow \dfrac{V_2}{V_1} = 0,75$

$$\boxed{V_2 = 0,75\ V_1 = 75\%\ V_1}$$

Houve redução de 25% na velocidade de propagação das ondas, logo, $p_2 = 25$.

Resposta: E

4. Na figura, fora de escala, estão representadas duas cordas **1** e **2** ligadas sequencialmente, com igual comprimento, L = 20m, mas de densidades lineares diferentes, $\rho_1 = 1,0 \cdot 10^{-2}$kg/m e $\rho_2 = 4,0 \cdot 10^{-2}$kg/m, respectivamente.



Um operador provoca um pulso senoidal de período igual a 0,25s na extremidade da corda **1** e verifica-se um pulso transmitido para corda **2**, que incide na parede de fixação desta corda. Sabendo que a força de tração nas cordas tem intensidade 16N, determinei

a) o intervalo de tempo transcorrido desde a produção do pulso na corda **1** até a incidência do pulso transmitido sobre a parede;
b) o comprimento de onda dos pulsos nas cordas **1** e **2**.

RESOLUÇÃO:

a) $\Delta t = \dfrac{L}{V_1} + \dfrac{L}{V_2} \Rightarrow \Delta t = \dfrac{L}{\sqrt{\dfrac{F}{\rho_1}}} + \dfrac{L}{\sqrt{\dfrac{F}{\rho_2}}}$

$$\Delta t = \frac{20}{\sqrt{\dfrac{16}{1,0 \cdot 10^{-2}}}} + \frac{20}{\sqrt{\dfrac{16}{4,0 \cdot 10^{-2}}}} \Rightarrow \Delta t = \frac{20}{40} + \frac{20}{20}\ \text{(s)}$$

Da qual: $\boxed{\Delta t = 1,5\ s}$

b) $V = \dfrac{\lambda}{T} \Rightarrow \lambda = VT$

Considerando-se que o período (e a frequência) não se altera na refração, temos:

$$\lambda_1 = V_1T = \sqrt{\frac{F}{\rho_1}}\ T \Rightarrow \lambda_1 = \sqrt{\frac{16}{1,0 \cdot 10^{-2}}} \cdot 0,25\ \text{(m)}$$

Da qual: $\boxed{\lambda_1 = 10m}$

$$\lambda_2 = V_2T = \sqrt{\frac{F}{\rho_2}}\ T \Rightarrow \lambda_2 = \sqrt{\frac{16}{4,0 \cdot 10^{-2}}} \cdot 0,25\ \text{(m)}$$

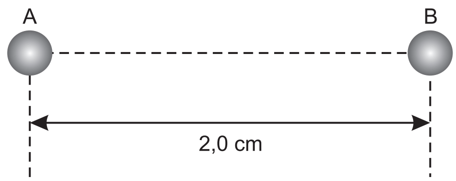
Da qual: $\boxed{\lambda_2 = 5m}$

Respostas: **a) 1,5s**
b) $\lambda_1 = 10m$ e $\lambda_2 = 5m$

MÓDULO 37

FORÇA ELETROSTÁTICA – LEI DE COULOMB

1. Duas partículas, A e B, estão fixas numa mesa de laboratório, a uma distância de 2,0cm uma da outra. O meio é o ar, para o qual a constante eletrostática é $K = 9{,}0 \times 10^9\ N.m^2/C^2$.



Suas cargas elétricas são, respectivamente: $4{,}0 \cdot 10^{-4}$ C e $8{,}0 \cdot 10^{-9}$ C. Determine a intensidade da força elétrica entre as duas partículas.

RESOLUÇÃO:
A intensidade da força elétrica é dada pela Lei de Coulomb. Devemos converter a unidade de distância para metro.

$2{,}0\ cm = 2{,}0 \cdot 10^{-2}\ m$

$$F = \frac{K \cdot Q_A \cdot Q_B}{d^2} \Rightarrow F = \frac{9{,}0 \cdot 10^9 \cdot 4{,}0 \cdot 10^{-4} \cdot 8{,}0 \cdot 10^{-9}}{(2{,}0 \cdot 10^{-2})^2}\ (N) \Rightarrow F = 72N$$

Resposta: 72N

2. **(VUNESP)** – Considere duas pequenas esferas eletrizadas, separadas pela distância $d = 3{,}0 \cdot 10^{-1}$m, em que uma delas possui carga elétrica $Q_1 = 1{,}0$nC e a outra, $Q_2 = -5{,}0$nC. Utilizando-se a constante eletrostática $K_0 = 9{,}0 \cdot 10^9 N \cdot m^2/C^2$,
a) calcule o módulo da força eletrostática entre elas.
b) Determine novamente o módulo da força eletrostática, porém para uma nova distância $D = 6{,}0 \cdot 10^{-1}$m (o dobro da anterior).

RESOLUÇÃO:
a) Lei de Coulomb:

$$F = K_0 \cdot \frac{Q_1 \cdot |Q_2|}{d^2} \Rightarrow F = \frac{9{,}0 \cdot 10^9 \cdot 1{,}0 \cdot 10^{-9} \cdot 5{,}0 \cdot 10^{-9}}{(3{,}0)^2 \cdot (10^{-1})^2}\ (N)$$

$$\boxed{F = 5{,}0 \cdot 10^{-7} N}$$

b) $$F' = K_0 \frac{Q_1 \cdot |Q_2|}{D^2} = K_0 \frac{Q_1 \cdot |Q_2|}{(2d)^2} = \left(\frac{1}{4}\right) \cdot \left(K_0 \frac{Q_1 \cdot |Q_2|}{d^2}\right)$$

$$F' = \frac{F}{4} \Rightarrow \boxed{F' = 1{,}25 \cdot 10^{-7} N}$$

3. **(FATEC)** – A força de interação entre duas cargas puntiformes, Q_1 e Q_2, afastadas de uma distância d entre si, no vácuo, é dada pela Lei de Coulomb:

$$F = k_0 \frac{Q_1\, Q_2}{d^2}$$, na qual k_0 é uma constante de valor $9 \cdot 10^9\ Nm^2/C^2$.

As cargas $Q_1 = 2Q$ e $Q_2 = 3Q$ se repelem no vácuo com força de 0,6N quando afastadas de 3m.

O valor de Q, em C, é

a) 12.10^{-6} b) 10.10^{-6} c) 8.10^{-6}
d) 6.10^{-6} e) 4.10^{-6}

RESOLUÇÃO:
Da Lei de Coulomb, temos:

$$F = \frac{k_0\, Q_1\, Q_2}{d^2}$$

$$0{,}6 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2Q \cdot 3Q}{(3)^2}$$

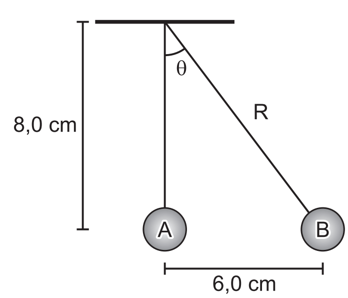
$$0{,}6 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 6Q^2}{9}$$

$Q^2 = 1{,}0 \cdot 10^{-10}\ (C^2)$

$Q = 1{,}0 \cdot 10^{-5}$ C ou $\boxed{Q = 10 \cdot 10^{-6}\ C}$

Resposta: B

4. **(IFSC-2012)** – Um pêndulo elétrico **B** de comprimento **R** e massa m = 0,2 kg, eletrizado com carga Q positiva, é repelido por outra carga igual, fixa no ponto **A**. A figura mostra a posição de equilíbrio do pêndulo.



Dados: $g = 10m/s^2$ e $k = 9{,}0 \cdot 10^9$ (SI)
Assinale a alternativa correta. Qual é o módulo das cargas?

a) $\sqrt{60} \cdot 10^{-7}$C b) $\sqrt{60} \cdot 10^{-13}$C c) $\sqrt{6} \cdot 10^{-7}$C
d) $\sqrt{40} \cdot 10^{-7}$C e) $\sqrt{4} \cdot 10^{-7}$C

RESOLUÇÃO:

Na figura 1, desenhamos as forças que agem sobre a esfera do pêndulo: o peso $\vec{P}$, a força elétrica $\vec{F}$ e a força $\vec{T}$ decorrente da tração no fio.
Na figura 2, usando as três forças anteriores, desenhamos o triângulo de forças. É interessante usar o triângulo de forças pelo fato de que ele é um triângulo retângulo.

Fig. 1

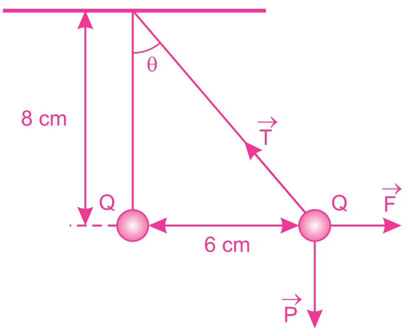
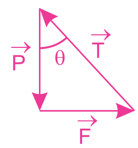


Fig. 2



A unidade de distância deve ser convertida para metro: 6 cm = 6 . 10^{-2} m.

Na figura 1, calculamos o valor da tg θ, usando os catetos do triângulo retângulo:

$$\text{tg}\,\theta = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} = 0{,}75$$

Usando a figura 2, obtemos novamente a tg θ:

$$\text{tg}\,\theta = \frac{F}{P} \Rightarrow F = P\,\text{tg}\,\theta \Rightarrow \frac{kQ^2}{d^2} = mg\,\text{tg}\,\theta \Rightarrow Q^2 = \frac{mg\,\text{tg}\,\theta\,d^2}{k}$$

$$Q^2 = \frac{0{,}2 \,.\, 10 \,.\, 0{,}75 \,.\, 36 \,.\, 10^{-4}}{9 \,.\, 10^9} = 60 \,.\, 10^{-14} \Rightarrow Q = \sqrt{60} \,.\, 10^{-7}\text{C}$$

Resposta: A

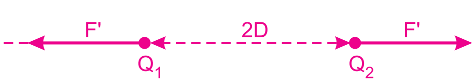
5. **(MACKENZIE)** – Duas cargas elétricas puntiformes, quando separadas pela distância D, se repelem com uma força de intensidade F. Afastando-se essas cargas, de forma a duplicar a distância entre elas, a intensidade da força de repulsão será igual a

a) $\sqrt{2}$.F b) 2.F c) $\frac{F}{2}$

d) $\frac{F}{4}$ e) $\frac{F}{8}$

RESOLUÇÃO:

$$\text{I) } F = \frac{K_0 \,.\, |Q_1| \,.\, |Q_2|}{D^2}$$



$$\text{II) } F' = \frac{K_0 \,.\, |Q_1| \,.\, |Q_2|}{(2D)^2} = \frac{K_0 \,.\, |Q_1| \,.\, |Q_2|}{4D^2}$$

$$\frac{F'}{F} = \frac{1}{4} \Rightarrow \boxed{F' = \frac{F}{4}}$$

Resposta: D

MÓDULO 38

FORÇA ELETROSTÁTICA – LEI DE COULOMB

1. **(MODELO ENEM)** – Duas partículas de cargas elétrica Q e q estão fixas a uma distância d uma da outra, num ambiente em que foi feito vácuo (fig. 1). Nesse mesmo ambiente, outras duas partículas de cargas 2Q e 5q estão fixas a uma distância 2d uma da outra.

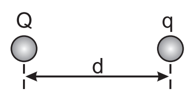


fig. 1

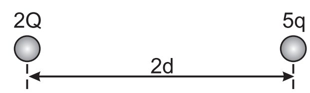


fig. 2

Sendo F_1 a intensidade da força entre as duas primeiras (fig. 1) e sendo F_2 a intensidade da força entre as duas últimas (fig. 2), a relação entre F_1 e F_2 é:

a) $F_1 = F_2$ b) $F_1 = \frac{5}{2}\,F_2$ c) $F_1 = \frac{2}{5}\,F_2$

d) $F_1 = 5F_2$ e) $F_1 = F_2/5$

RESOLUÇÃO:

$$F_1 = K\,\frac{Q \,.\, q}{d^2}$$

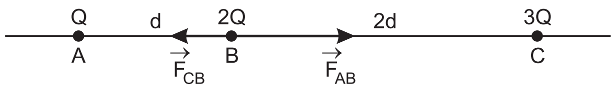
$$F_2 = K\,\frac{2Q \,.\, 5q}{(2d)^2} = \frac{5 \,.\, 2\,K \,.\, Q \,.\, q}{4d^2} = \frac{5\,K\,q\,Q}{2d^2}$$

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\dfrac{K \,.\, Q \,.\, q}{d^2}}{\dfrac{5 \,.\, K \,.\, q \,.\, Q}{2d^2}} = \frac{2}{5}$$

$$\boxed{F_1 = \frac{2}{5}\,F_2}$$

Resposta: C

2. Três partículas eletrizadas com cargas Q, 2Q e 3Q estão fixas nos pontos A, B e C, conforme a figura.



A intensidade da força eletrostática que A exerce em B é igual a $6{,}0 \cdot 10^{-4}$ N. Logo, a intensidade da força eletrostática resultante das ações de A e C sobre B é:

a) $1{,}5 \cdot 10^{-4}$ N b) $2{,}5 \cdot 10^{-4}$ N c) $3{,}5 \cdot 10^{-4}$ N
d) $4{,}5 \cdot 10^{-4}$ N e) $10{,}5 \cdot 10^{-4}$ N

RESOLUÇÃO:

$$F = K_0 \frac{Q_1 \cdot Q_2}{d^2}$$

$$F_{AB} = K_0 \frac{Q \cdot 2Q}{d^2} = 2K_0 \frac{Q^2}{d^2} \quad ①$$

$$F_{BC} = K_0 \frac{2Q \cdot 3Q}{(2d)^2} = \frac{6}{4} K_0 \frac{Q^2}{d^2} = \frac{3}{2} K_0 \frac{Q^2}{d^2} \quad ②$$

$$\frac{F_{AB}}{F_{BC}} = \frac{\frac{2}{1}}{\frac{3}{2}} = \frac{4}{3}$$

$4 F_{BC} = 3F_{AB}$

Sendo $F_{AB} = 6{,}0 \cdot 10^{-4}$ N, vem:

$4 F_{BC} = 3 \cdot (6{,}0 \cdot 10^{-4})$

$\boxed{F_{BC} = 4{,}5 \cdot 10^{-4}\ \text{N}}$

Logo, a força resultante em B tem intensidade:

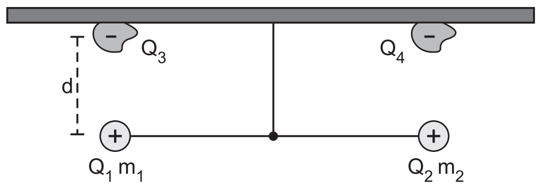
$F_{R_B} = F_{AB} - F_{CB}$

$F_{R_B} = 6{,}0 \cdot 10^{-4} - 4{,}5 \cdot 10^{-4}$ (N)

$F_{R_B} = 1{,}5 \cdot 10^{-4}$N

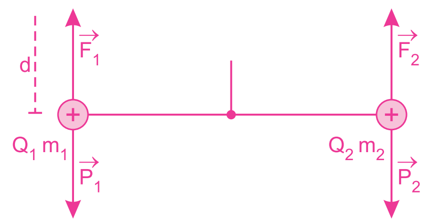
Resposta: A

3. **(UEG 2012-MODIFICADA)** – Duas partículas de massas m_1 e m_2 estão presas a uma haste retilínea que, por sua vez, está presa, a partir de seu ponto médio, a um fio inextensível, formando uma balança em equilíbrio. As partículas estão positivamente carregadas com carga $Q_1 = 3{,}0\mu C$ e $Q_2 = 0{,}3\mu C$. Diretamente acima das partículas, a uma distância d = 50cm, estão duas distribuições de carga $Q_3 = -1{,}0\mu C$ e $Q_4 = +6{,}0\mu C$, conforme descreve a figura.
Dado: $k_0 = 9{,}0 \cdot 10^9 N \cdot m^2/C^2$



Sabendo que o valor da massa da partícula 1 é $m_1 = 30g$ e que a aceleração da gravidade local é de 10 m/s², determine a massa m_2 da partícula 2.

RESOLUÇÃO:
Desenhando as forças que atuam nas partículas 1 e 2, obtemos a figura abaixo:



Sabemos que:
F_1: força elétrica trocada entre Q_1 e Q_3;

$$F_1 = \frac{k_0 \cdot |Q_1| \cdot |Q_3|}{d^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3{,}0 \cdot 10^{-6} \cdot 1{,}0 \cdot 10^{-6}}{(0{,}5)^2} \text{(N)} = 108 \cdot 10^{-3}\text{N}$$

P_1: força peso que atua na partícula m_1; $P_1 = m_1 \cdot g = 30 \cdot 10^{-3} \cdot 10 = 300 \cdot 10^{-3}$N

F_2: força elétrica trocada entre Q_2 e Q_4;

$$F_2 = \frac{k_0 \cdot |Q_2| \cdot |Q_4|}{d^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 0{,}3 \cdot 10^{-6} \cdot 6{,}0 \cdot 10^{-6}}{(0{,}5)^2} \text{(N)} = 64{,}8 \cdot 10^{-3}\text{N}$$

P_2: força peso que atua na partícula m_2; $P_2 = m_2 \cdot g$

Inicialmente, calculemos a intensidade da força resultante na partícula 1:

$F_{res_1} = P_1 - F_1 = 300 \cdot 10^{-3} - 108 \cdot 10^{-3}$ (N) $\Rightarrow F_{res_1} = 192 \cdot 10^{-3}$N

A força resultante na partícula 2 deve ser:

$F_{res_2} = P_2 - F_2$

Como o sistema forma uma balança em equilíbrio, podemos concluir que a intensidade da força resultante na partícula 2 é igual à da partícula 1.

$F_{res_2} = F_{res_1}$

$P_2 - 64{,}8 \cdot 10^{-3} = 192 \cdot 10^{-3}$

$P_2 = 256{,}8 \cdot 10^{-3}$N

$m_2 \cdot 10 = 256{,}8 \cdot 10^{-3}$

$m_2 = 25{,}68 \cdot 10^{-3}$kg

$\boxed{m_2 = 25{,}68g}$ **(Resposta)**

4. Duas pequenas esferas estão eletrizadas com cargas elétricas idênticas, iguais a Q. Estando separadas por uma distância d, a força de repulsão entre elas tem intensidade F. Retiramos metade da carga elétrica de uma delas e transferimos para a outra, sem contudo tirarmos as esferas do seu lugar. A nova força de repulsão entre elas terá módulo F', tal que:

a) F = F' b) F' = 2F c) F = 2F'
d) F' = 3F/4 e) F = 3F'/4

RESOLUÇÃO:
Inicialmente, tínhamos:

$$F = K\,\frac{Q \cdot Q}{d^2} = K\,\frac{Q^2}{d^2}$$

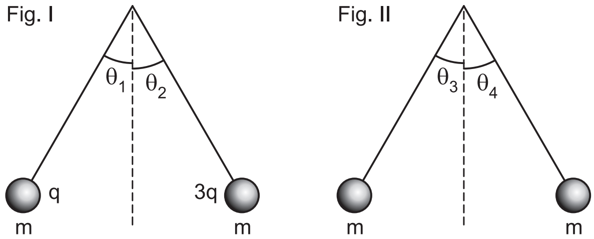
Ao transferirmos metade da carga de uma delas para a outra, teremos: Q/2 e 3Q/2 e a nova força F' terá intensidade:

$$F' = K\,\frac{\left(\frac{Q}{2}\right)\left(\frac{3Q}{2}\right)}{d^2} = K\,\frac{\left(\frac{3Q^2}{4}\right)}{d^2} = \frac{3}{4} \cdot \left(K\,\frac{Q^2}{d^2}\right)$$

Logo $F' = \frac{3}{4}F$ **ou** $F = \frac{4}{3}F'$

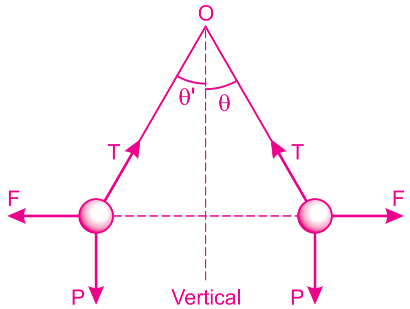
Resposta: D

5. **(VUNESP-UFMG)** – Duas pequenas esferas metálicas idênticas, de massa m, estão penduradas em um mesmo suporte por fios isolantes. Colocando-se cargas q e 3q, respectivamente, em cada uma das esferas, observa-se que elas ficam em equilíbrio fazendo ângulos θ_1 e θ_2, respectivamente, com a vertical, como mostrado na figura I. Em seguida, as esferas são colocadas em contato e, depois, liberadas. Ao atingir o equilíbrio novamente, os ângulos que elas fazem com a vertical são θ_3 e θ_4 respectivamente, como mostrado na figura II.



Considerando-se essas informações, é **incorreto** afirmar que
a) após se tocarem, as esferas ficam com cargas iguais a 2q.
b) $\theta_1 = \theta_2$.
c) $\theta_3 = \theta_4$.
d) $\theta_2 > \theta_3$.
e) $\theta_3 = \theta_4 > \theta_1 = \theta_2$.

RESOLUÇÃO:



No equilíbrio, as forças que atuam nas esferas (fig. I e fig. II) são: peso, tração e força elétrica ($\vec{F}$). A figura é simétrica em relação à vertical que passa por O.
Logo: θ = θ'
Então: na figura I: $\theta_1 = \theta_2$
na figura II: $\theta_3 = \theta_4$

Com relação à intensidade da força elétrica, temos:

Figura I: $F_1 = \frac{k \cdot q \cdot 3q}{d_1^2} = \frac{3k \cdot q^2}{d_1^2}$

Figura II: $F_2 = \frac{k \cdot 2q \cdot 2q}{d_2^2} = \frac{4k \cdot q^2}{d_2^2}$

No caso II, inicialmente as esferas se repelem e se afastam. Numa determinada posição, tínhamos:
$d_1 = d_2 \Rightarrow F_2 > F_1$

Isso faz com que as esferas se afastem mais um pouco até atingirem um equilíbrio.

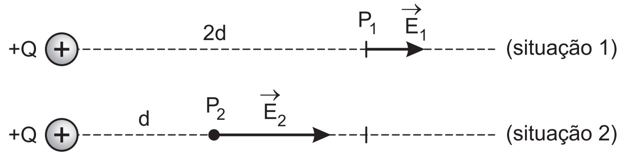
Concluíndo: $d_2 > d_1$, o que leva a $\theta_4 > \theta_1$.

Resposta: D

MÓDULO 39

CAMPO ELÉTRICO

1. **(MODELO ENEM)** – Em cada uma das figuras abaixo, temos, em P, um campo elétrico criado pela carga positiva +Q. Sua intensidade, na situação I, é E_1 = 16N/C.



a) Determine a intensidade do campo $\vec{E}_2$, na situação 2.

b) Uma carga elétrica q_1 = +2,0μC é colocada em P_1, na situação I. "Desenhe" o vetor $\vec{F}_1$ (força elétrica) em q_1 e determine o seu módulo.

c) Uma carga elétrica q_2 = –2,0μC é colocada em P_2, na situação 2. "Desenhe" o vetor $\vec{F}_2$.

RESOLUÇÃO:

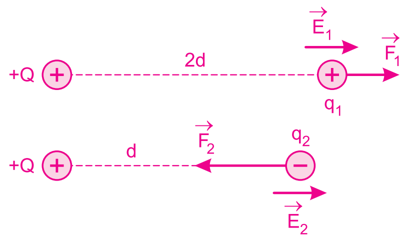
a) $E_1 = k \dfrac{Q}{(2d)^2}$ $\quad E_2 = k \dfrac{Q}{d^2}$ $\Rightarrow E_2 = 4E_1$

$E_2 = 4 \,.\, 16$ (N/C) $\quad \boxed{E_2 = 64 \text{ N/C}}$ **(resposta)**

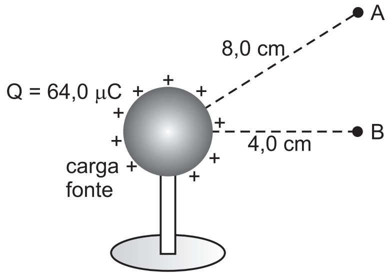
b) $F_1 = q_1 \,.\, E_1 \Rightarrow F_1 = 2,0 \,.\, 10^{-6} \,.\, 16$ (N)

$\boxed{F_1 = 32 \,.\, 10^{-6} \text{ N}}$ **(resposta)**

c)



2. Uma pequena esfera, de raio desprezível, dotada de uma carga elétrica Q = +64,0μC é a fonte de um campo elétrico numa dada região. O meio é o vácuo, para o qual a constante eletrostática vale $K_0 = 9,0 \,.\, 10^9$ unidades do SI.

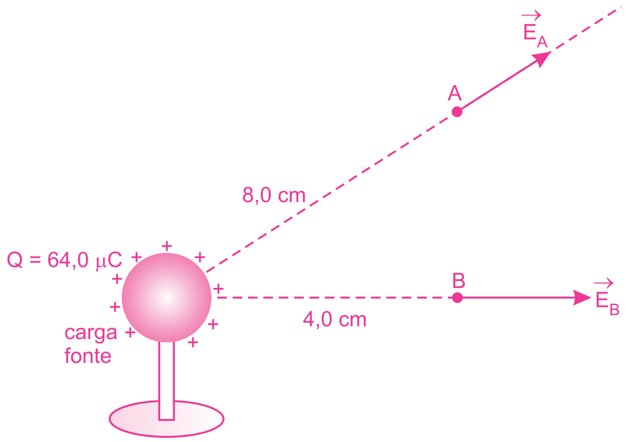


Determine

a) a direção, o sentido e o módulo do vetor campo elétrico em A;

b) a direção, o sentido e o módulo do vetor campo elétrico em B.
Sugestão: para a indicação de direção e sentido, basta o desenho do vetor campo elétrico.

RESOLUÇÃO:
Na figura a seguir, desenhamos os vetores campo elétrico. A fonte tem carga positiva e os vetores são de afastamento:



A intensidade do campo elétrico é dada por:

$$E = K_0 \frac{Q}{d^2}$$

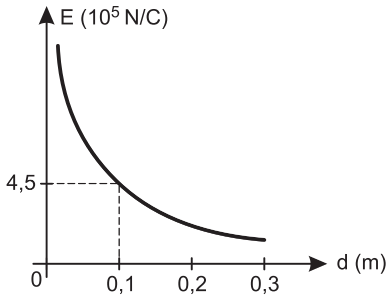
a) Para o ponto A, temos:

$$E_A = 9,0 \,.\, 10^9 \,.\, \frac{64,0 \,.\, 10^{-6}}{(8,0 \,.\, 10^{-2})^2} \Rightarrow E_A = 9,0 \,.\, 10^7 \text{N/C}$$

b) Para o ponto B temos:

$$E_B = 9,0 \,.\, 10^9 \,.\, \frac{64,0 \,.\, 10^{-6}}{(4,0 \,.\, 10^{-2})^2} \Rightarrow E_B = 36,0 \,.\, 10^7 \text{N/C}$$

3. **(UECS-AL-VUNESP-MODELO ENEM)** – A figura representa a intensidade do campo elétrico criado por uma carga puntiforme **Q**, em função da distância **d** à carga.



A intensidade da força elétrica que agirá sobre uma carga de prova q = 2,0 μC, colocada a 0,3m de Q, valerá, em N,

a) $2{,}0 \cdot 10^{-3}$ b) $2{,}0 \cdot 10^{-2}$ c) $2{,}0 \cdot 10^{-1}$
d) $1{,}0 \cdot 10^{-2}$ e) $1{,}0 \cdot 10^{-1}$

RESOLUÇÃO:
A intensidade do campo elétrico é inversamente proporcional ao quadrado da distância entre a carga fonte e o ponto P. Triplicamos a distância e temos:

$$E_2 = \frac{E_1}{d^2} \Rightarrow E_2 = \frac{4{,}5 \cdot 10^5}{9} \text{ N/C} = 0{,}5 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$

A carga de prova é colocada nesse ponto P.

$F = q\,E_2 = 2{,}0 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}5 \cdot 10^5$ (N)

$F = 1{,}0 \cdot 10^{-1}$N

Resposta: E

(MODELO ENEM) – Texto para as questões 4 e 5.

Dois corpúsculos eletrizados com cargas elétricas idênticas estão situados no vácuo ($k_0 = 9.10^9$ N.m²/C²) e distantes 1,0 cm um do outro.

4. A intensidade da força de interação eletrostática entre eles é $3{,}6.10^2$ N. A carga elétrica de cada um desses corpúsculos pode ser:

a) 9 μC b) 8 μC c) 6 μC d) 4 μC e) 2 μC

RESOLUÇÃO:
Usando-se a Lei de Coulomb:

$$F = k_0 \cdot \frac{|Q_1 \cdot Q_2|}{d^2}, \text{ em que:}$$

$F = 3{,}6 \cdot 10^2$ N

$Q_1 = Q_2 = Q$

$d = 1{,}0$ cm $= 1{,}0 \cdot 10^{-2}$ m

$k_0 = 9 \cdot 10^9$ N . m²/C²

$$F = k_0 \cdot \frac{Q^2}{d^2} \Rightarrow Q^2 = \frac{d^2 \cdot F}{k_0}$$

$$Q^2 = \frac{(1{,}0 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 3{,}6 \cdot 10^2}{9 \cdot 10^9} \text{ (C}^2) = 4{,}0 \cdot 10^{-12} \text{C}^2$$

$$|Q| = 2{,}0 \cdot 10^{-6} \text{ C} \Rightarrow \boxed{|Q| = 2{,}0 \text{ μC}}$$

Resposta: E

5. Na questão anterior, a intensidade do campo elétrico gerado por uma das cargas no ponto em que se encontra a outra é:

a) $1{,}8 \cdot 10^8$ N/C b) $1{,}8 \cdot 10^6$ N/C c) $3{,}6 \cdot 10^8$ N/C
d) $3{,}6 \cdot 10^6$ N/C e) $1{,}8 \cdot 10^7$ N/C

RESOLUÇÃO:

figura ilustrativa para Q > 0

$$E = \frac{K_0 \cdot Q}{d^2}$$

$$E = \frac{9{,}0 \cdot 10^9 \cdot 2{,}0 \cdot 10^{-6}}{(1{,}0 \cdot 10^{-2})^2} \text{ (N/C)}$$

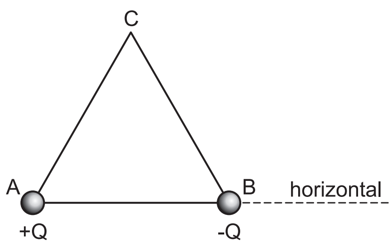
$$E = 18 \cdot 10^7 \text{ N/C} \Rightarrow \boxed{E = 1{,}8 \cdot 10^8 \text{ N/C}}$$

Resposta: A

MÓDULO 40

CAMPO ELÉTRICO RESULTANTE – DIVERSAS CARGAS

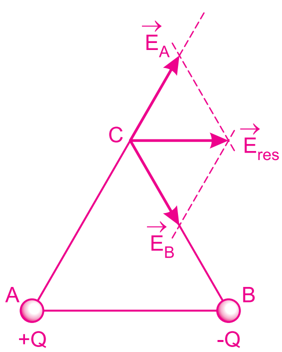
1. **(UFAL)** – Considere um triângulo equilátero ABC. Nos vértices A e B, são fixadas cargas puntiformes de mesmo módulo e sinais opostos, positiva em A e negativa em B, como mostra a figura.



O campo elétrico resultante no vértice C é mais bem representado pelo vetor

a) $\downarrow$ b) $\uparrow$ c) $\leftarrow$ d) $\rightarrow$ e) nulo

RESOLUÇÃO:
O campo elétrico obedece às regras abaixo:
Q > 0: campo de afastamento
Q < 0: campo de aproximação



Resposta: D

2. **(UNESP)** – Duas partículas com carga $5{,}0 \times 10^{-6}$ C cada uma estão separadas por uma distância de 1,0m.
Dado $K = 9{,}0 \times 10^9\ Nm^2/C^2$, determine
a) a intensidade da força elétrica entre as partículas;
b) o campo elétrico no ponto médio entre as partículas.

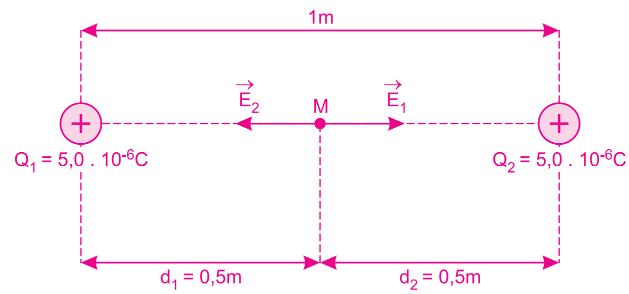
RESOLUÇÃO:
a) Utilizando a Lei de Coulomb, vem:

$$F = K \frac{|Q_1| \cdot |Q_2|}{d^2}$$

$$F = 9{,}0 \cdot 10^9 \cdot \frac{5{,}0 \cdot 10^{-6} \cdot 5{,}0 \cdot 10^{-6}}{1{,}0} \text{ (N)}$$

$$\boxed{F = 2{,}25 \cdot 10^{-1} \text{ N}}$$

b)



$$E_R = E_1 - E_2$$

Como $E_1 = E_2$, vem:

$$\boxed{E_R = 0}$$

Respostas: a) $2{,}25 \cdot 10^{-1}$N
b) zero

3. **(UNIMONTES-MODIFICADO)** – Duas cargas puntiformes Q e –q são separadas por uma distância d, no vácuo (veja figura). Sabe-se que no ponto P o campo elétrico resultante é nulo.

A relação entre Q e q pode ser:

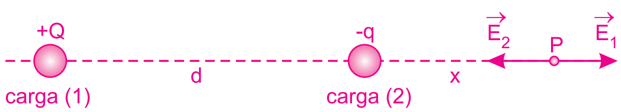
a) $Q = -q\,\dfrac{(x+d)^2}{d^2}$ b) $q = -Q\,\dfrac{(x+d)^2}{x^2}$

c) $Q = -q\,\dfrac{(x+d)^2}{x^2}$ d) $Q = -2q\,\dfrac{(x+d)^2}{x^2}$

e) $Q = q\,\dfrac{(x+d)^2}{x^2}$

Note e adote
Q é carga positiva
–q é carga negativa

RESOLUÇÃO:
Temos em P os seguintes vetores de campo elétrico:



$$E_1 = K\,\frac{|Q|}{(d+x)^2} \quad \text{e} \quad E_2 = K\,\frac{|-q|}{x^2}$$

Para que o campo resultante seja nulo:

$$|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2|$$

$$K\,\frac{|Q|}{(d+x)^2} = K\,\frac{|-q|}{x^2} \Rightarrow |Q| = \frac{|-q|\,.\,(d+x)^2}{x^2}$$

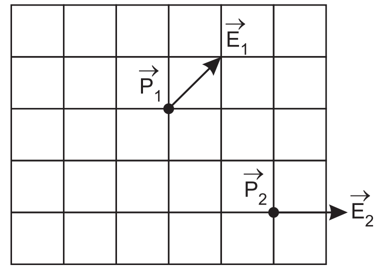
$|Q| = Q > 0$ **$|-q| = q > 0$, pois $-q < 0$**

$$Q = q\,\frac{(d+x)^2}{x^2}$$

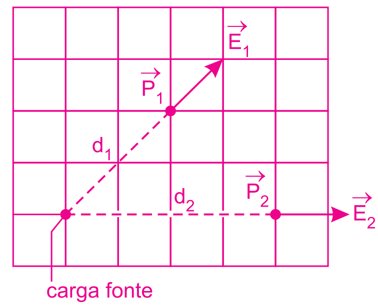
Resposta: E

Observação:
Como $Q > 0$, não poderíamos ter como resposta a alternativa *c*, pois $-q < 0$, de acordo com o note e adote.

4. **(UFPE)** – Uma carga elétrica puntiforme gera campo elétrico nos pontos P_1 e P_2. A figura a seguir mostra setas que indicam a direção e o sentido do vetor campo elétrico nestes pontos. Contudo, os comprimentos das setas não indicam os módulos destes vetores. O módulo do campo elétrico no ponto P_1 e 32 V/m. Calcule o módulo do campo elétrico no ponto P_2, em V/m.



RESOLUÇÃO:



Inicialmente, temos de localizar a carga elétrica fonte: Q. Para tanto traçamos as retas suportes dos vetores $\vec{E}_1$ e $\vec{E}_2$. No encontro teremos a carga Q.

$d_2 = 4u$ (4 unidades de comprimento)

$d_1 = 2\sqrt{2}\,u$ (hipotenusa)

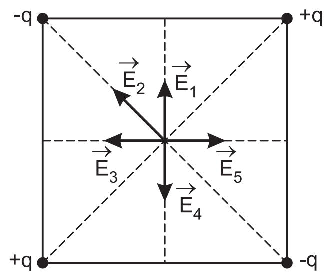
$$E_2 = k\,.\,\frac{Q}{(4u)^2} = \frac{K\,.\,Q}{16u^2}$$

$$E_1 = k\,.\,\frac{Q}{(2\sqrt{2}\,u)^2} = \frac{K\,.\,Q}{8\,.\,u^2}$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\dfrac{1}{16}}{\dfrac{1}{8}} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2} \Rightarrow E_2 = \frac{E_1}{2} = \frac{32}{2}\ \text{(V/m)}$$

$E_2 = 16$V/m

5. **(FCC)** – Na figura, estão representadas quatro cargas elétricas de mesmo módulo, duas positivas e duas negativas, fixadas nos vértices de um quadrado.



O vetor campo elétrico resultante desta configuração de cargas, no centro do quadrado, é representado por

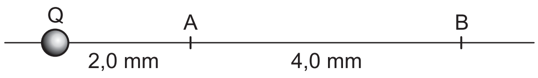
a) $\vec{E}_1$ b) $\vec{E}_2$ c) $\vec{E}_3$ d) $\vec{E}_4$ e) $\vec{E}=\vec{0}$

RESOLUÇÃO:
Observe a simetria das cargas em cada diagonal. Isso nos leva a campo resultante nulo no centro do quadrado. Logo, $\vec{E}_{res} = 0$.
Resposta: E

MÓDULO 41

POTENCIAL ELÉTRICO E ENERGIA POTENCIAL

1. Na figura abaixo, temos uma carga elétrica positiva Q = 6,0nC e dois pontos, A e B, fixos num eixo x. O meio é o vácuo e as distâncias são demarcadas na própria figura.



Determine
a) o potencial elétrico no ponto A;
b) o potencial elétrico no ponto B;
c) a diferença de potencial entre os pontos A e B.

Note e adote:
$k_0 = 9,0 \,.\, 10^9 \text{ N} \,.\, \text{m}^2/\text{C}^2$

RESOLUÇÃO:
a) O potencial elétrico em qualquer ponto, gerado por uma carga elétrica puntiforme, é dado por:

$$V = k_0 \frac{Q}{d}$$

Sendo: $Q = 6,0 \text{ nC} = 6,0 \,.\, 10^{-9}\text{C}$
$d_A = 2,0\text{mm} = 2,0 \,.\, 10^{-3}\text{m}$

Vem:

$$V_A = 9,0 \,.\, 10^9 \frac{6,0 \,.\, 10^{-9}}{2,0 \,.\, 10^{-3}} \text{ (V)}$$

$\boxed{V_A = 27,0 \,.\, 10^3\text{V}}$ **(Resposta)**

b) Sendo: $d_B = 6,0\text{mm} = 6,0 \,.\, 10^{-3}\text{m}$,

vem: $V_B = 9,0 \,.\, 10^9 \,.\, \dfrac{6,0 \,.\, 10^{-9}}{6,0 \,.\, 10^{-3}}$ (V)

$\boxed{V_B = 9,0 \,.\, 10^3\text{V}}$ **(Resposta)**

c) A ddp entre A e B é:
$V_A - V_B = 27,0 \,.\, 10^3 - 9,0 \,.\, 10^3$ (V)

$\boxed{V_A - V_B = 18,0 \,.\, 10^3\text{V}}$ **(Resposta)**

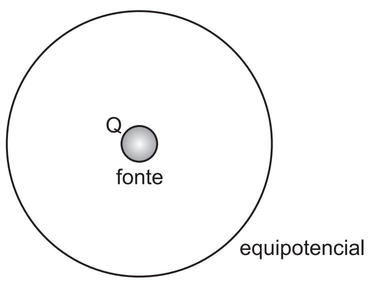
2. Num determinado ponto do espaço, o potencial elétrico gerado por uma fonte puntiforme vale 600V. Sabendo-se que o meio é o vácuo e que a fonte e o ponto estão separados por 1,5 m, determine a quantidade de eletricidade contida na fonte.
Dado $K_0 = 9,0 \,.\, 10^9$ unid.SI.

RESOLUÇÃO:

$$V = k_0 \frac{Q}{d} \Rightarrow Q = \frac{dV}{k_0}$$

$$Q = \frac{1,5 \,.\, 600}{9,0 \,.\, 10^9} \text{ (C)} \Rightarrow \boxed{Q = 1,0 \,.\, 10^{-7}\text{C}}$$

3. Assinale verdadeiro ou falso em cada afirmativa:
I. O potencial elétrico é uma grandeza escalar.
II. Se a fonte que gera o campo elétrico estiver isolada e sua carga for positiva, então o potencial em pontos de seu entorno será positivo.
III. Se a fonte que gera o campo elétrico estiver isolada e sua carga for negativa, então o potencial em pontos de seu entorno será negativo.
IV. No plano do papel, se fixarmos uma carga elétrica puntiforme como fonte de um campo elétrico e traçarmos uma cicunferência centrada na fonte, então seus pontos serão equipotenciais.



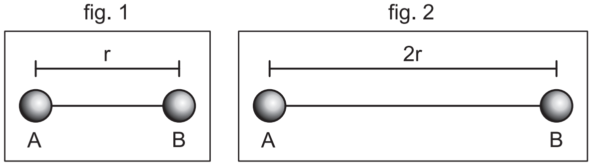
Do que se afirmou, são verdadeiras:
a) Todas b) apenas I e II c) apenas I e IV
d) apenas I, II e IV e) apenas II, III e IV

RESOLUÇÃO:
I. VERDADEIRA
O potencial não necessita de direção e sentido.
II. VERDADEIRA
Para o cálculo do potencial, não se usa o módulo da carga, mas sim o seu sinal algébrico.
III. VERDADEIRA
IV. VERDADEIRA
O potencial é inversamente proporcional à distância entre o ponto e carga fonte. Mantida constante essa distância (raio da circunferência), obtém-se sempre o mesmo valor de potencial (equipotencial).
Resposta: A

4. **(UFJF)** – A figura a seguir mostra um sistema de duas partículas puntiformes, **A** e **B**, em repouso, com cargas elétricas iguais a Q, separadas por uma distância **r**. Sendo K a constante eletrostática, pode-se afirmar que o módulo da variação da energia potencial da partícula **B** na presença da partícula **A**, quando sua distância é modificada para **2r**, é:

a) $(KQ^2)/(4r^2)$ b) $(KQ^2)/(2r)$ c) $(KQ)/(2r^2)$
d) $(KQ)/(4r^2)$ e) $(KQ^2)/r$

fig. 1   fig. 2



RESOLUÇÃO:
A energia potencial do sistema formado pelo par de cargas Q_1 e Q_2 é dada por:

$$W_{pot} = K\,\frac{Q_1 \cdot Q_2}{d}$$

$$W_1 = K\,\frac{Q \cdot Q}{r} = K\,\frac{Q^2}{r} \quad \text{(fig. 1)}$$

$$W_2 = K\,\frac{Q \cdot Q}{2r} = K\,\frac{Q^2}{2r} \quad \text{(fig. 2)}$$

Logo:

$$|\Delta W| = |W_2 - W_1| = \left|\frac{KQ^2}{2r} - \frac{KQ^2}{r}\right|$$

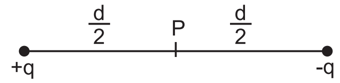
$$\boxed{|\Delta W| = \frac{KQ^2}{2r}}$$

Resposta: B

MÓDULO 42

POTENCIAL ELÉTRICO GERADO POR DIVERSAS CARGAS

1. **(MODELO ENEM)** – Duas cargas elétricas pontuais, +q e –q, encontram-se fixas, no vácuo, à distância d uma da outra. Considere K_0 a constante elétrica do vácuo.



No ponto P, situado entre as cargas elétricas, à distância $\frac{d}{2}$ da carga +q, o potencial elétrico é:

a) $+K_0\,\frac{2q}{d}$ b) $-K_0\,\frac{2q}{d}$ c) $+K_0\,\frac{2q}{d^2}$

d) $-K_0\,\frac{2q}{d^2}$ e) zero

RESOLUÇÃO:

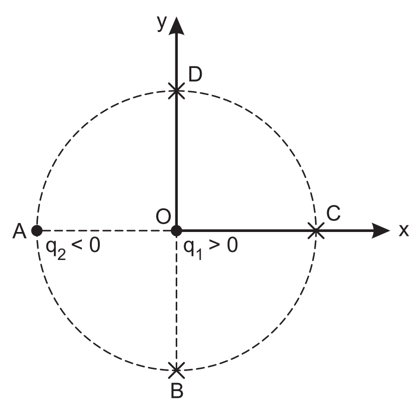
$$V_{1_p} = K_0\,\frac{(+q)}{\frac{d}{2}}$$

$$V_{2_p} = K_0\,\frac{(-q)}{\frac{d}{2}}$$

$$V_{res} = V_{1_p} + V_{2_p} \Rightarrow \boxed{V_{res} = 0}$$

Resposta: E

2. **(MODELO ENEM)** – Observe a figura abaixo.



Duas cargas elétricas pontuais, $q_1 = 1{,}0 \,.\, 10^{-8}$ C e $q_2 = -2{,}0 \,.\, 10^{-8}$ C, encontram-se fixas no vácuo, respectivamente, no ponto O e no ponto A. O ponto O é o centro de uma circunferência, de raio 10 cm, e os pontos A, B, C e D pertencem à circunferência.
Dado: $k_0 = 9{,}0 \,.\, 10^9\ Nm^2C^{-2}$
Considere desprezíveis as ações gravitacionais.
a) Calcule o potencial elétrico que as cargas q_1 e q_2 criam no ponto B.
b) Calcule o potencial resultante em B.

RESOLUÇÃO:

a) **Potencial elétrico de q_1 em B:**

$$V_1 = \frac{k_0\, q_1}{R} = \frac{9{,}0\ 10^9 \,.\, 1{,}0 \,.\, 10^{-8}}{0{,}10} \ (V)$$

$$\boxed{V_1 = 900V}$$

Potencial elétrico de q_2 em B:

$d^2 = R^2 + R^2 = 2R^2 \Rightarrow d = R\sqrt{2}$

$$V_2 = \frac{k_0\, q_2}{d} = \frac{9{,}0\ 10^9 \,.\, (-2{,}0 \,.\, 10^{-8})}{0{,}10\sqrt{2}} \ (V)$$

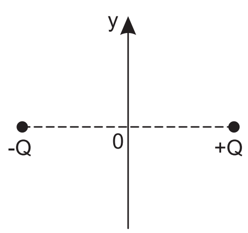
$$\boxed{V_2 = -900\sqrt{2}\ V}$$

b) **O potencial resultante em B:**

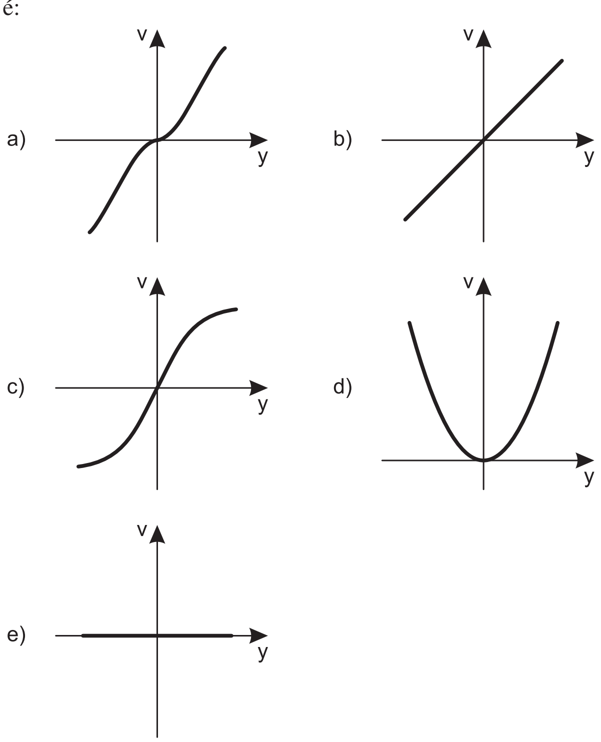
$V_{res} = -900\sqrt{2} + 900 \ (V)$

$V_{res} = 900\,(1 - \sqrt{2})$ **volts**

3. **(MODELO ENEM)** – A figura mostra um dipolo elétrico formado pelas cargas +Q e –Q . O eixo orientado 0y é constituído por pontos equidistantes das cargas +Q e –Q.



O gráfico que melhor representa como o potencial elétrico do campo criado pelo dipolo varia em função da ordenada dos pontos do eixo 0y é:



RESOLUÇÃO:

No ponto médio do segmento que une as cargas, teremos uma superposição de dois potenciais: o da carga positiva e o da carga negativa:

$$V_+ = k_0 \frac{(+Q)}{d} = +V$$

$$V_- = k_0 \frac{(-Q)}{d} = -V$$

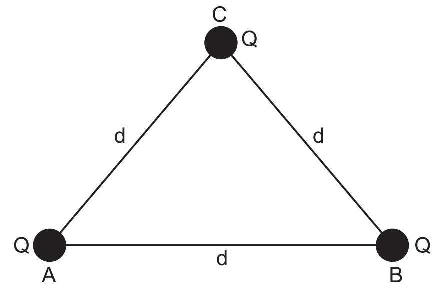
O potencial resultante é o somatório desses dois valores:

$V_{res} = V_+ + V_- = (+V) + (-V) = 0$

Esse resultado pode ser estendido para qualquer ponto da mediatriz , cuja distância é a mesma para as duas cargas.

Resposta E

4. **(UPE)** – Considere três cargas elétricas puntiformes, positivas e iguais a Q, colocadas no vácuo, fixas nos vértices A, B e C de um triângulo equilátero de lado d, de acordo com a figura a seguir:



A energia potencial elétrica do par de cargas presente nos vértices A e B é igual a 0,8 J. Nessas condições, é correto afirmar que a energia potencial elétrica do sistema constituído das três cargas, em joules, vale

a) 0,8 b) 1,2 c) 1,6 d) 2,0 e) 2,4

RESOLUÇÃO:

$E_{p_{AB}}$ **= energia potencial do par A, B**

$$E_{p_{AB}} = k_0 \frac{(Q\,.\,Q)}{d} = k_0 \frac{Q^2}{d} = 0{,}8J$$

$$E_{p_{BC}} = k_0 \frac{(Q\,.\,Q)}{d} = k_0 \frac{Q^2}{d} = 0{,}8J$$

$$E_{p_{AC}} = k_0 \frac{Q^2}{d} = 0{,}8J$$

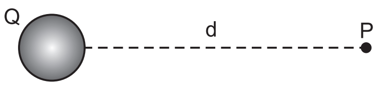
$$E_{tot} = E_{p_{AB}} + E_{p_{BC}} + E_{p_{AC}} = 3 \,.\, 0{,}8J = 2{,}4J$$

Resposta: E

MÓDULO 43

POTENCIAL ELÉTRICO GERADO POR DIVERSAS CARGAS

1. **(UERJ)** – Em um laboratório, um pesquisador colocou uma pequena esfera eletricamente carregada em uma câmara na qual foi feito vácuo. O potencial e o módulo do campo elétrico medidos a certa distância **d** dessa esfera valem, respectivamente, 600V e 200V/m.



Determine

a) a distância d ;

b) o valor da carga elétrica Q da esfera; adote $k = 9{,}0 \cdot 10^9$ unidades SI.

RESOLUÇÃO:
Como a esfera é pequena, podemos desprezar o seu raio e tratá-la como se fosse uma carga elétrica puntiforme.

a) Cálculo da distância d:

$$E = k\,\frac{Q}{d^2} \quad (1)$$

$$V = k\,\frac{Q}{d} \quad (2)$$

Dividindo-se a equação (2) pela (1):

$$\frac{V}{E} = \frac{k\frac{Q}{d}}{k\frac{Q}{d^2}} \Rightarrow \frac{V}{E} = d \Rightarrow d = \frac{600}{200}\ (m) \Rightarrow d = 3{,}0m$$

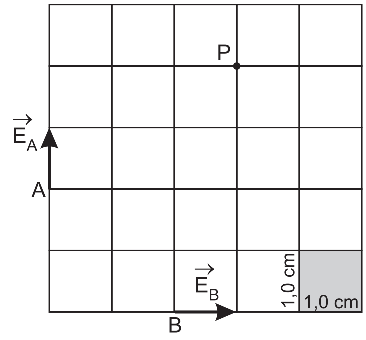
b) Para se obter a carga Q, basta voltarmos a uma das equações. Usaremos a (2).

$$V = k\,\frac{Q}{d} \Rightarrow Q = \frac{d.V}{k} \Rightarrow Q = \frac{3{,}0 \cdot 6{,}0 \cdot 10^2}{9{,}0 \cdot 10^9}\ (C)$$

$$Q = 2{,}0 \cdot 10^{-7}\ C$$

Respostas: a) 3,0m b) $2{,}0 \cdot 10^{-7}$ C

2. Uma carga elétrica fonte Q gera nos pontos A e B os campos elétricos representados pelos respectivos vetores $\vec{E}_A$ e $\vec{E}_B$, como nos mostra a figura abaixo. Ambos têm a mesma intensidade igual a 50V/m.



a) Localize, geometricamente, a posição da carga fonte Q.

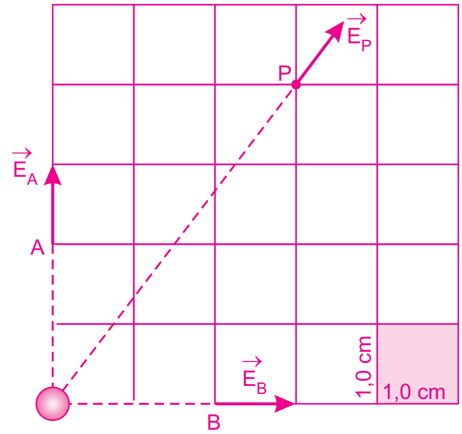
b) Determine a direção, o sentido e a intensidade do campo elétrico em P.

c) Determine o potencial elétrico em P. Sugestão: use o resultado algébrico da questão anterior.

RESOLUÇÃO:

a) Usando a figura dada, prolongamos a reta suporte de cada vetor campo elétrico e na intersecção obtemos a posição da carga fonte Q.

b) Para a direção e o sentido do campo em P, usaremos a mesma figura. Da figura, obtemos a distância de P até Q: 5,0cm.



$$E_B = 50V/m = \frac{KQ}{(2 \cdot 10^{-2})^2}$$

$$E_P = \frac{KQ}{(5 \cdot 10^{-2})^2}$$

$$\frac{E_B}{E_P} = \frac{50}{E_P} = \frac{\frac{KQ}{4 \cdot 10^{-4}}}{\frac{KQ}{25 \cdot 10^{-4}}} = \frac{25}{4}$$

$$E_P = \frac{4 \cdot 50}{25}\ (V/m) = 8{,}0V/m$$

c) $V = E \cdot d = 8{,}0 \cdot 5{,}0 \cdot 10^{-2}\ (V) = 0{,}40V$

Respostas: a) vide figura b) vide figura e 8,0V/m c) 0,40V

3. Duas cargas elétricas puntiformes, Q e 4Q, positivas , estão fixas numa canaleta.

No ponto P, situado a uma distância d da primeira e 2d da segunda, determine, em função de d, K e Q:

a) o potencial elétrico resultante;

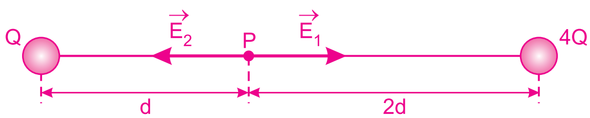
b) a intensidade do campo elétrico resultante.

RESOLUÇÃO:

a) Cálculo do potencial elétrico resultante:

$$V_{res} = K\left(\frac{Q}{d} + \frac{4Q}{2d}\right) \Rightarrow V_{res} = \frac{3K \cdot Q}{d}$$

b) Cálculo da intensidade do campo resultante:
Precisamos desenhar os dois vetores em P, conforme a figura abaixo:



Temos:

$$E_1 = K\frac{Q}{d^2} \qquad E_2 = K\frac{4Q}{4d^2} = K\frac{Q}{d^2}$$

Os dois vetores têm a mesma intensidade e são opostos. Concluindo: o campo elétrico resultante em P é nulo.

Respostas: a) $\frac{3K \cdot Q}{d}$ b) zero

RESOLUÇÃO:

a) Potencial elétrico resultante na fig.1. Para o cálculo, usaremos d como sendo a distância de cada carga ao ponto G:

$$V_1 = K\left(\frac{+Q}{d} + \frac{-Q}{d} + \frac{+Q}{d} + \frac{-Q}{d}\right) = 0$$

Potencial elétrico resultante na figura 2:

$$V_2 = K\left(\frac{+Q}{d} + \frac{+Q}{d} + \frac{+Q}{d} + \frac{+Q}{d}\right) > 0$$

Concluindo, o potencial é nulo apenas na fig. 1 em que a soma algébrica das cargas é zero.

b) Campo elétrico resultante: desenhando os vetores de campo elétrico gerado por cada carga em G, verificamos uma simetria, tanto na fig 1 como na fig 2. Logo, é nulo o campo elétrico em ambas.

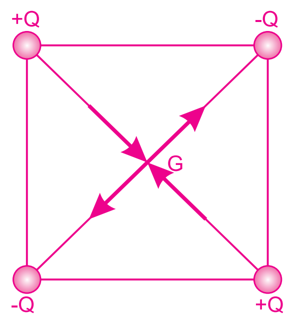


fig. 1

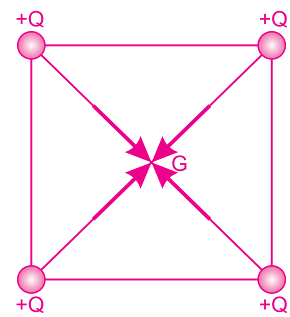


fig. 2

Respostas: a) apenas na fig 1 b) em ambas

4. Considere as figuras 1 e 2 abaixo, em que +Q é uma carga elétrica positiva e –Q é uma carga elétrica negativa.

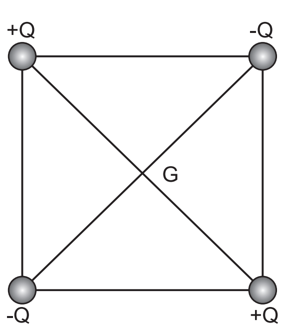


fig. 1

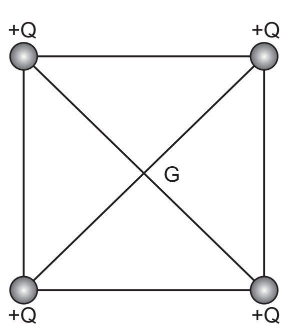


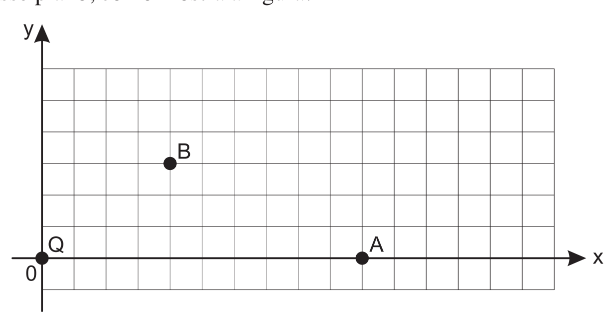
fig. 2

Para cada figura:

a) identifique se o potencial elétrico resultante em G é nulo;

b) identifique se a intensidade do campo elétrico resultante em G é nula.

5. **(UCSal-BA)** – Considere uma carga puntiforme positiva Q, fixa na origem 0 de um sistema de eixos cartesianos, e dois pontos, A e B, desse plano, como mostra a figura.

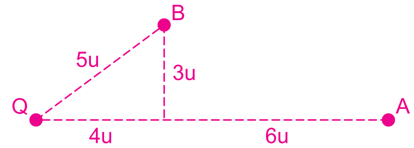


No ponto B, o vetor campo elétrico tem intensidade E e o potencial elétrico é V. No ponto A, os valores dessas grandezas serão, respectivamente:

a) $\frac{E}{4}$ e $\frac{V}{2}$ b) $\frac{E}{2}$ e $\frac{V}{2}$ c) E e V

d) 2E e 2V e) 4E e 2V

RESOLUÇÃO:



Da geometria da figura:

$d_A = 2d_B$

Assim:

$$E_A = \frac{E_B}{4} = \frac{E}{4}$$

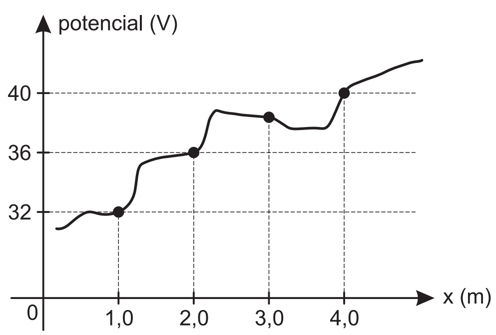
$$V_A = \frac{V_B}{2} = \frac{V}{2}$$

Resposta: A

MÓDULO 44

TRABALHO DA FORÇA ELÉTRICA

1. **(MODELO ENEM)** – Na figura abaixo, temos um gráfico mostrando a distribuição do potencial elétrico em função da abscissa dos pontos de um campo elétrico.



Uma carga pontual q = +2,0nC é deslocada do ponto A(x_A=1,0m) para o ponto B(x_B=4,0m) e nesse deslocamento o trabalho da força elétrica é:

a) –16 nJ b) +16 nJ c) –40 nJ d) –32 nJ e) –8,0 nJ

RESOLUÇÃO:

$\tau_{AB} = q(V_A - V_B)$

Do gráfico:

$x_A = 1,0\text{ m} \Rightarrow V_A = 32\text{ V}$

$x_B = 4,0\text{ m} \Rightarrow V_B = 40\text{ V}$

$\tau_{AB} = +2,0(\text{nC}) \cdot (32\text{V} - 40\text{V})$

$\boxed{\tau_{AB} = -16\text{ nJ}}$

Resposta: A

2. **(MODELO ENEM)** – Define-se o elétron-volt como sendo a energia cinética adquirida por um elétron quando, ao ser abandonado em repouso num ponto A, é acelerado pelo campo elétrico até um ponto B, sob uma ddp de 1 volt.

Na figura abaixo, um elétron é abandonado em repouso num ponto M e é acelerado pelo campo elétrico. Ao passar por N, sua energia cinética será:

a) –80eV b) –50eV c) –30eV
d) +20eV e) +30eV

RESOLUÇÃO:
De M para N, o elétron ficou sujeito a uma ddp de 30V. Observe que o elétron tem carga negativa e, sendo assim, desloca-se para pontos de maior potencial.

$\boxed{E_{cin} = +30\text{eV}}$

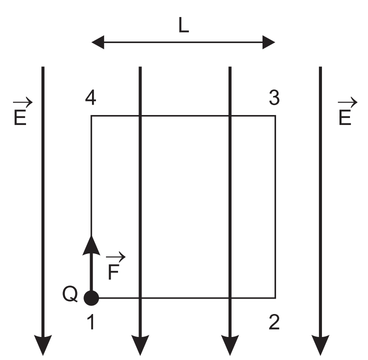
Resposta: E

3. **(ITA-2012)** – A figura mostra uma região espacial de campo elétrico uniforme de módulo E = 20 N/C. Uma carga Q = 4 C é deslocada com velocidade constante ao longo do perímetro do quadrado de lado L = 1 m, sob ação de uma força $\vec{F}$ igual e contrária à força coulombiana que atua na carga Q. Considere, então, as seguintes afirmações:

I. O trabalho da força $\vec{F}$ para deslocar a carga Q do ponto 1 para 2 é o mesmo do dispendido no seu deslocamento ao longo do caminho fechado 1-2-3-4-1.

II. O trabalho de $\vec{F}$ para deslocar a carga Q de 2 para 3 é maior que o trabalho para deslocá-la de 1 para 2.

III. É nula a soma do trabalho da força $\vec{F}$ para deslocar a carga Q de 2 para 3 com seu trabalho para deslocá-la de 4 para 1.



Então, pode-se afirmar que

a) todas são corretas.
b) todas são incorretas.
c) apenas a II é correta.
d) apenas a I é incorreta.
e) apenas a II e III são corretas.

RESOLUÇÃO:
I. ***Correta***

$\tau_{12} = F \cdot L \cdot \cos 90° = 0$

$\tau_{12341} = \tau_{12} + \tau_{23} + \tau_{34} + \tau_{41} = 0 + F \cdot L + 0 - F \cdot L = 0$

Em ambos os casos, o trabalho é nulo:

$\boxed{\tau_{12} = \tau_{12341}}$

II. ***Correta***

$\tau_{23} = + F \cdot L$

$\tau_{12} = + F \cdot L \cdot \cos 90° = 0$

$\boxed{\tau_{23} > \tau_{12}}$

III. ***Correta***

$\tau_{23} = + F \cdot L$

$\tau_{41} = F \cdot L \cos 180° = - FL$

$\tau_{23} + \tau_{41} = (+FL) + (-FL) = 0$

Resposta: A

4. **(UEM-2012)** – Uma carga puntiforme positiva, $Q = 5{,}0 \cdot 10^{-6}$ C, está disposta no vácuo. Uma outra carga puntiforme positiva, $q = 2{,}0 \times 10^{-6}$ C, é abandonada em um ponto A, situado a uma distância d = 3,0cm da carga Q. Analise as alternativas abaixo e assinale o que for correto.

01) Quando q está em A, a força elétrica que Q exerce em q é 100 N.
02) O potencial elétrico gerado por Q em A é $15 \cdot 10^5$ V.
04) Estando um ponto B distante 6cm da carga Q e 3cm do ponto A anterior então: a ddp entre B e A vale $-7{,}5 \cdot 10^5$ V.
08) O trabalho realizado pela força elétrica gerada por Q sobre q, para levá-la de A até B, é –20 J.
16) A variação da energia potencial eletrostática da carga q, quando essa carga é liberada em A e se move até B, é nula.

É dado: $K_0 = 9{,}0 \cdot 10^9$ N . m²/C²

RESOLUÇÃO:
01) CORRETA

$$F = K_0 \frac{|q| \cdot |Q|}{d^2} = 9{,}0 \cdot 10^9 \frac{2{,}0 \cdot 10^{-6} \cdot 5{,}0 \cdot 10^{-6}}{(3{,}0 \cdot 10^{-2})^2} \Rightarrow \boxed{F = 100N}$$

02) CORRETA

$$V_A = K_0 \frac{Q_A}{d} = 9{,}0 \cdot 10^9 \frac{5{,}0 \cdot 10^{-6}}{(3{,}0 \cdot 10^{-2})} \Rightarrow V_A = 15 \cdot 10^5 V$$

04) CORRETA

$$V_B = K_0 \frac{Q}{2d} = 7{,}5 \cdot 10^5 V$$

Logo a ddp entre B e A vale:

$V_B - V_A = -7{,}5 \cdot 10^5 V$

08) INCORRETA
Trabalho para levar q de A até B, realizado pela força elétrica:

$\tau_{AB} = q\,(V_A - V_B)$

$\tau_{AB} = 2{,}0 \cdot 10^{-6} \cdot 7{,}5 \cdot 10^5$

$\tau_{AB} = +15 \cdot 10^{-1}$ J

16) INCORRETA

$V_A \neq V_B \Rightarrow q\,V_A \neq q\,V_B \Rightarrow W_{pot_A} \neq W_{pot_B}$

Por outro lado, se o deslocameno é espontâneo, a partícula sempre perde energia potencial.

Resposta: são corretas: (01), (02) e (04)

MÓDULO 45

PROPRIEDADES DO CAMPO ELÉTRICO: LINHAS DE FORÇA E EQUIPOTENCIAIS

1. **(UEM)** – Com relação aos conceitos de campos e forças elétricas e magnéticas, assinale o que for correto.

01) Uma carga elétrica em movimento cria, no espaço em torno dela, um campo elétrico e um campo magnético.
02) Uma carga elétrica em movimento, em uma região do espaço onde existe um campo magnético uniforme, sofre a ação de uma força magnética que é perpendicular à direção de propagação da carga.
04) Os campos elétrico e magnético associados a ondas eletromagnéticas são grandezas vetoriais, que no vácuo permanecem sempre paralelas uma a outra.
08) Um campo elétrico que interage com cargas elétricas gera forças de natureza elétrica sobre essas cargas.
16) As linhas de força do campo magnético formam circuitos abertos, indicando a existência de monopolos magnéticos.

Dê como resposta o somatório das alternativas corretas.

RESOLUÇÃO:
01) CORRETA
Cargas elétricas geram em seu entorno um campo elétrico. Estando as cargas em movimento, elas formam uma corrente elétrica e esta gera em seu entorno um campo magnético.

02) CORRETA

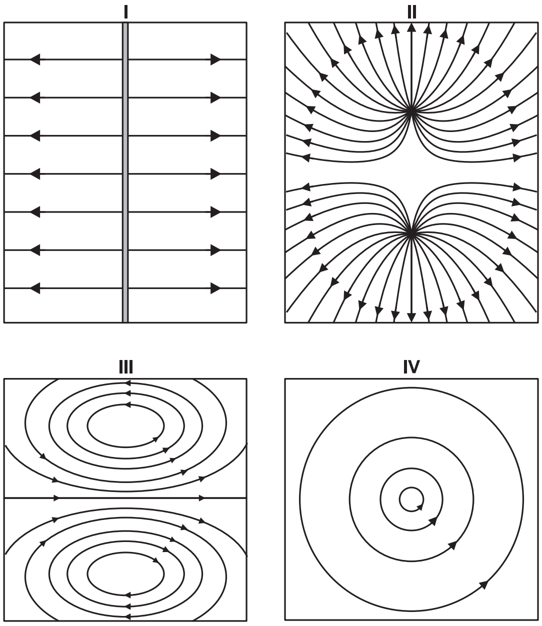
04) ERRADA
Os campos elétrico e magnético de uma onda eletromagnética são perpendiculares entre si.

08) CORRETA
É o processo de investigação da existência do campo elétrico.

16) ERRADA
É um erro se falar em monopolo magnético. É o princípio da inseparabilidade dos polos.

Resposta: 01 + 02 + 08 = 11

2. **(FUVEST-2012)** – Em uma aula de laboratório, os estudantes foram divididos em dois grupos. O grupo A fez experimentos com o objetivo de desenhar linhas de campo elétrico e magnético. Os desenhos feitos estão apresentados nas figuras I, II, III e IV abaixo.

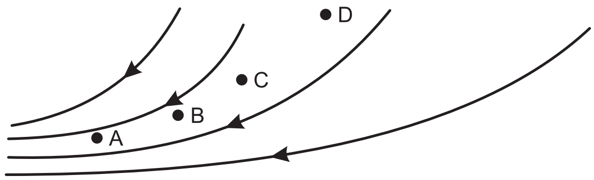


Aos alunos do grupo B, coube analisar os desenhos produzidos pelo grupo A e formular hipóteses. Entre elas, a única correta é que as figuras I, II, III e IV podem representar, respectivamente, linhas de campo

a) eletrostático, eletrostático, magnético e magnético.
b) magnético, magnético, eletrostático e eletrostático.
c) eletrostático, magnético, eletrostático e magnético.
d) magnético, eletrostático, eletrostático e magnético.
e) eletrostático, magnético, magnético e magnético.

RESOLUÇÃO:
A figura I representa o campo eletrostático de uma distribuição plana de infinitas cargas elétricas positivas uniformemente distribuídas.
A figura II é típica do campo eletrostático de duas cargas puntiformes de mesmo sinal. Observe que as linhas são bastante espalhadas, dando-nos a ideia de que se trata de linhas de força abertas.
A figura III pode representar diversos modelos do eletromagnetismo. Por exemplo, o campo magnético no interior de uma espira perpendicular ao papel. No caso, a espira fura o plano do papel em dois lugares . Outro exemplo, o campo magnético de dois fios perpendiculares ao plano do papel, sendo eles percorridos por corrente em sentido opostos.
A figura IV representa o campo magnético criado por um fio retilíneo perpendicular ao plano desta folha percorrido por corrente elétrica com sentindo saindo do plano.
Resposta: A

3. **(IFSP-2012)** – Na figura a seguir, são representadas as linhas de força em uma região de um campo elétrico. A partir dos pontos A, B, C, e D situados nesse campo, são feitas as seguintes afirmações:



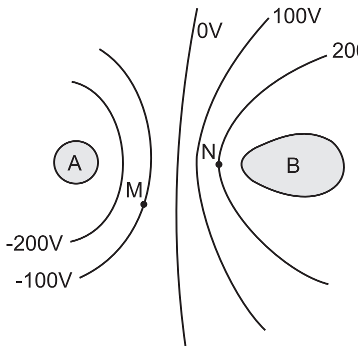
I. A intensidade do vetor campo elétrico no ponto B é maior que no ponto C.
II. O potencial elétrico no ponto D é menor que no ponto C.
III. Uma partícula carregada negativamente, abandonada no ponto B, se movimenta espontaneamente para regiões de menor potencial elétrico.
IV. A energia potencial elétrica de uma partícula positiva diminui quando se movimenta de B para A.

É correto o que se afirma apenas em

a) I. b) I e IV. c) II e III.
d) II e IV. e) I, II e III.

RESOLUÇÃO:
I. CORRETA.
Quanto mais concentradas as linhas de força, mais intenso é o campo elétrico.
II. FALSA.
O potencial decresce no sentido da linha de força. Portanto, $V_D > V_C$.
III. FALSA.
Partículas com carga elétrica negativa tendem a se movimentar no sentido do menor para o maior potencial elétrico.
IV. CORRETA.
Em qualquer movimento espontâneo de uma partícula, ela ganha energia cinética e perde energia potencial. A energia potencial é transformada em energia cinética.
Resposta B

4. Na figura que se segue, estão representados dois condutores, A e B, eletrizados e algumas linhas equipotenciais.



a) Identifique o sinal da carga elétrica de cada um deles.
b) Calcule o trabalho da força elétrica ao se deslocar uma carga elétrica puntiforme q = +2,0nC de M para N.
c) Esboce, na figura, uma linha de força que passe por M e outra por N.

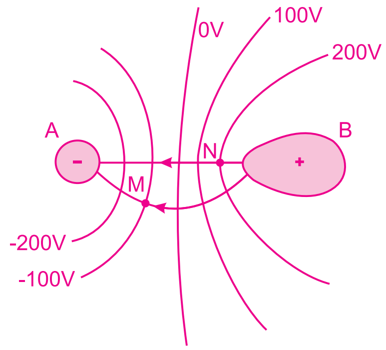
RESOLUÇÃO:

a) Próximas de A, temos as equipotenciais com valores negativos: –200V, –100V. Logo, A está negativo.
Do mesmo modo, B está positivo.

b) $\tau_{MN} = q\,(V_M - V_N) = +2{,}0 \,.\, 10^{-9}\,(-100 - 200)$ (J)

$\boxed{\tau_{MN} = -6{,}0 \,.\, 10^{-7} J}$ **(resposta)**

c)



MÓDULO 46

CONDUTOR ISOLADO E PODER DAS PONTAS

1. **(MODELO ENEM)** – Nas figuras que se seguem, temos três corpos metálicos eletrizados com cargas elétricas positivas. Observe a distribuição de suas cargas elétricas.

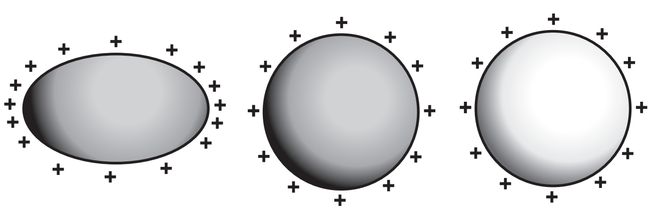


fig.1 - elipsoide fig. 2 - uma esfera maciça fig. 3 - uma esfera oca (casca esférica)

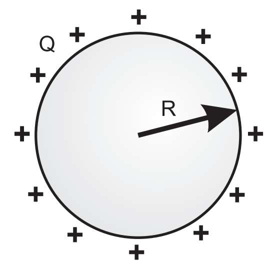
Essa distribuição está corretamente representada:

a) apenas na figura 2
b) apenas nas figura 1 e 2
c) apenas nas figuras 1 e 3
d) apenas nas figuras 2 e 3
e) nas três figuras.

RESOLUÇÃO:
Nas três figuras, a distribuição está corretamente representada.
Na fig. 1 – no elipsoide, as cargas elétricas vão para as suas pontas.
Na fig. 2 – na esfera, as cargas elétricas estão na sua superfície e uniformemente distribuídas.
Na fig. 3 – é uma casca esférica, em que também valem as propriedades da esfera.
Resposta E

2. Uma casca esférica metálica, de raio R, eletrizada com uma quantidade de eletricidade positiva Q, possui densidade superficial de carga elétrica σ dada por:

a) $\sigma = \dfrac{Q}{4\pi R^2}$
b) $\sigma = \dfrac{Q}{4R^2}$
c) $\sigma = \dfrac{Q}{2\pi R^2}$
d) $\sigma = \dfrac{3Q}{4\pi R^3}$
e) $\sigma = \dfrac{4Q}{3\pi R^2}$



uma esfera oca
ou casca esférica

RESOLUÇÃO:
As cargas elétricas distribuem–se uniformemente pela superfície metálica que constitui a casca esférica.
Sua área é dada por $A = 4\pi R^2$
Assim, a densidade superficial de cargas é:

$$\sigma = \frac{\text{carga}}{\text{área}} = \frac{Q}{4\pi R^2}$$

Resposta: A

3. **(MODELO ENEM)** – Nas três figuras os corpos estão eletrizados e em equilíbrio e as suas cargas estão em equilíbrio eletrostático.

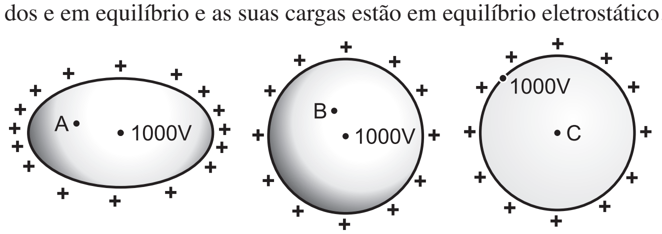


fig.1 - elipsoide fig. 2 - uma esfera maciça fig. 3 - uma esfera oca (casca esférica)

Considerando a propriedade que nos assegura que um condutor em equilíbrio eletrostático é um corpo equipotencial, responda ao que se pede:

Assinale a alternativa que nos informa corretamente os potenciais elétricos dos pontos A, B e C .

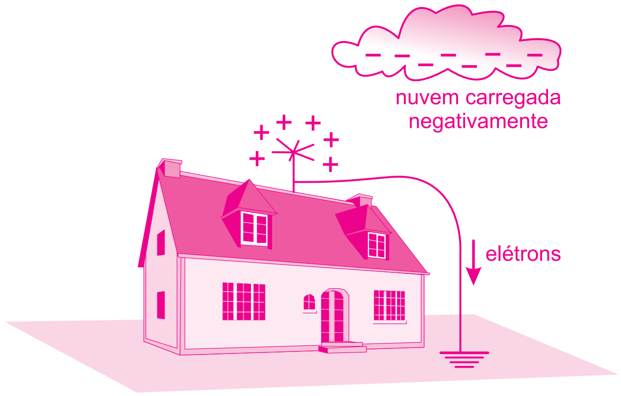
a) $V_A = V_B = V_C = 1000V$
b) $V_A > V_B > V_C > 1000V$
c) $V_A = V_B > V_C = 1000V$
d) $V_A < 1000V = V_B = 1000V; V_C = 0$
e) $V_A = V_B = V_C = 0$

RESOLUÇÃO:
No interior de um condutor em equilíbrio eletrostático, o potencial é constante e nos pontos internos ele vale tanto quanto o potencial na superfície do corpo. Essa propriedade também se estende ao corpo oco.
Concluindo : nos três corpos, todos os pontos da superfície ou internos têm potencial elétrico igual a 1000V.
Resposta A

4. **(UNIOESTE-PR-modificada-MODELO ENEM)** – Um para-raios é um dispositivo cuja finalidade é oferecer um caminho seguro para descargas elétricas na atmosfera. Assinale a alternativa **incorreta**.

a) A montagem de um para-raios emprega o conceito de poder das pontas, encontrado na superfície de um condutor e segundo o qual ocorre maior concentração de cargas em regiões pontiagudas.
b) Após um raio atingir a extremidade de um para-raios, ocorre uma diferença de potencial entre a extremidade do para-raios e a sua parte inferior, provocando uma corrente elétrica formada por cátions, os quais se deslocam através da barra do para-raios.
c) Quando uma nuvem eletrizada se aproxima de um para-raios, ocorre indução de cargas nele.
d) Se a nuvem estiver eletrizada negativamente, o sentido da descarga é da nuvem para a terra, ocorrendo fluxo de elétrons.

RESOLUÇÃO:
Observemos a figura seguinte. O para-raios está aterrado e este é o item mais importante.



Quando uma nuvem carregada se aproxima, ocorre indução eletrostática e *elétrons* percorrem o fio-terra. Assim que houver a descarga, a corrente no fio-terra se intensificará, porém são elétrons sempre.
Estando a nuvem com carga negativa em sua "face" inferior, devido à indução, o ponteiro metálico do para-raios ficará carregado positivamente; haverá descida de elétrons para a Terra através do fio-terra.
a) correta b) incorreta c) correta d) correta
Resposta: alternativa incorreta: B

5. **(UFPel)** – De acordo com a Eletrostática e com seus conhecimentos, é correto afirmar que

a) a densidade de carga, nos cantos de uma caixa cúbica condutora, eletricamente carregada, é menor do que nos centros de suas faces.
b) duas cargas elétricas puntiformes estão separadas por uma certa distância. Para que a intensidade do potencial elétrico se anule num ponto do segmento de reta que as une, ambas deverão apresentar sinais iguais.
c) o campo elétrico criado por duas distribuições uniformes de cargas, com sinais contrários, é uniforme, se elas estiverem distribuídas sobre uma pequena esfera e uma placa adjacente.
d) uma esfera metálica eletricamente neutra, ao ser aproximada de um bastão de vidro positivamente carregado, sofre uma força de atração elétrica.
e) a Lei de Coulomb estabelece que a intensidade da força elétrica entre duas cargas elétricas puntiformes é diretamente proporcional ao produto de suas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre elas.

RESOLUÇÃO:
a) ERRADA. Nos cantos da caixa, há um acúmulo de cargas elétricas.
b) ERRADA.
$V_{res} = V_1 + V_2 = 0 \Rightarrow V_1 = -V_2$
Logo, as cargas deverão ter sinais opostos.
c) ERRADA. São duas distribuições distintas e as linhas de força serão curvilíneas.
d) CORRETA. Após a indução, haverá uma atração, pois teremos cargas opostas no bastão e na esfera.
e) ERRADA. A Lei de Coulomb estabelece que a intensidade da força elétrica é proporcional ao produto das duas cargas elétricas e não das massas.
Resposta: D

MÓDULO 47

ESFERA ELETRIZADA

1. **(UFRS)** – Considere uma casca condutora esférica eletricamente carregada e em equilíbrio eletrostático. A respeito dessa casca, são feitas as seguintes afirmações.

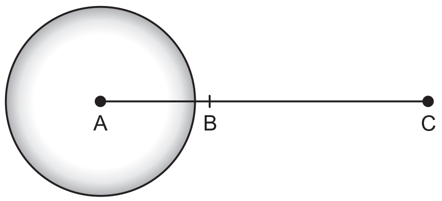
I. A superfície externa desse condutor define uma superfície equipotencial.
II. O campo elétrico em qualquer ponto da superfície externa do condutor é perpendicular à superfície.
III. O campo elétrico em qualquer ponto do espaço interior à casca é nulo.

Quais estão corretas?

a) Apenas I. b) Apenas II. c) Apenas I e III.
d) Apenas II e III. e) I, II e III.

RESOLUÇÃO:
I. CORRETA.
Numa esfera condutora em equilíbrio eletrostático, todos os pontos têm o mesmo potencial elétrico. Logo, essa propriedade se estende também para os pontos da superfície. Concluindo: a superfície da esfera é equipotencial.
II. CORRETA.
Para qualquer superfície eletrizada, vale a propriedade: em pontos próximos de seu entorno, o campo elétrico não é nulo e tem direção perpendicular à superfície.
III. CORRETA.
É válido para todo corpo condutor em equilíbrio eletrostático: o campo elétrico em pontos internos é nulo.
Resposta: E

2. **(UFPB)** – A figura abaixo representa uma esfera condutora homogênea positivamente carregada.



Sobre o módulo do campo elétrico ($\vec{E}$) gerado exclusivamente pelas cargas da esfera, nos pontos A (centro), B (externo, porém próximo da superfície) e C (exterior), como mostra a figura, é correto afirmar:

a) $E_A < E_B = E_C$, sendo $E_A = 0$ b) $E_A < E_C < E_B$, sendo $E_A = 0$
c) $E_A = E_C < E_B$ d) $E_A = E_B = E_C$
e) $E_B < E_A < E_C$

RESOLUÇÃO:
Em A, ponto interno à superfície esférica, o campo elétrico é nulo.
Em pontos externos à superfície esférica, temos:

$$E = K_0 \cdot \frac{|Q|}{d^2} \quad (1)$$

A distância d, que comparece na equação (1), é medida do centro da esfera ao ponto externo.

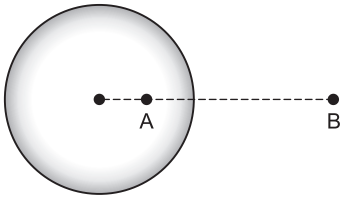
Temos $d_B < d_C \Rightarrow E_B > E_C$

Resumindo:

$E_A < E_C < E_B$**, sendo que** $E_A = 0$

Resposta: B

3. **(UESC-AL)** – Uma esfera metálica, oca, de raio 10cm, está eletrizada com carga positiva de 2,0μC, no vácuo ($k_0 = 9 \cdot 10^9 N.m^2/C^2$). O ponto A é um ponto interno a 5,0cm do centro da esfera e o ponto B, externo, está a 20,0cm do mesmo centro.



A diferença de potencial elétrico entre os pontos A e B, em volts, vale

a) $9{,}0 \cdot 10^4$ b) $9{,}0 \cdot 10^5$ c) $2{,}7 \cdot 10^4$
d) $2{,}7 \cdot 10^5$ e) $1{,}35 \; 10^6$

RESOLUÇÃO:

1) No interior da esfera, o potencial elétrico vale:

$$V_A = k_0 \cdot \frac{Q}{R}$$

Temos:
$k = 9{,}0 \cdot 10^9$ **unid. SI**
$Q = 2{,}0\mu C = 2{,}0 \cdot 10^{-6}C$
$R = 10cm = 0{,}10m = 1{,}0 \cdot 10^{-1}m$

$$V_A = 9{,}0 \cdot 10^9 \; \frac{2{,}0 \cdot 10^{-6}}{1{,}0 \cdot 10^{-1}} \; (V) = 18{,}0 \cdot 10^4 V$$

2) No ponto externo B:

$$V_B = k_0 \cdot \frac{Q}{d}$$

Temos:
$d = 20{,}0cm = 0{,}20m = 2{,}0 \cdot 10^{-1}m$

$$V_B = 9{,}0 \cdot 10^9 \; \frac{2{,}0 \cdot 10^{-6}}{2{,}0 \cdot 10^{-1}} \; (V) = 9{,}0 \cdot 10^4 V$$

3) Calculando a ddp ente A e B:

$$V_A - V_B = 18{,}0 \cdot 10^4 V - 9{,}0 \cdot 10^4 V \Rightarrow \boxed{V_A - V_B = 9{,}0 \cdot 10^4 V}$$

Resposta: A

4. **(UERJ)** – Em um laboratório, um pesquisador colocou uma esfera eletricamente carregada em uma câmara na qual foi feito vácuo. O potencial e o módulo do campo elétrico medidos a certa distância dessa esfera valem, respectivamente, 600 V e 200 V/m. Sabendo que a constante eletrostática do meio é $k = 9{,}0 \times 10^9 \; N.m^2/C^2$, determine o valor da carga elétrica da esfera.

RESOLUÇÃO:
Dados: $V = 600V$; $E = 200 \; V/m$; $k = 9 \times 10^9 \; N.m^2/C^2$.

Sendo o potencial elétrico positivo, a carga é positiva. Então:

$$V = \frac{k \cdot Q}{d} \; (1) \quad e \quad E = \frac{k \cdot Q}{d^2} \; (2)$$

Dividindo-se (1) por (2), vem:

$$\frac{V}{E} = d \Rightarrow d = \frac{600V}{200V/m} \Rightarrow d = 3m$$

Voltemos à equação (1):

$$V = \frac{k \cdot Q}{d}$$

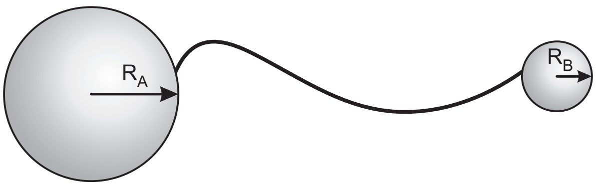
$$Q = \frac{d \cdot V}{k} = \frac{3 \cdot 600}{9 \cdot 10^9} \; (C) \Rightarrow Q = 2{,}0 \cdot 10^{-7}C$$

Resposta: $Q = 2{,}0 \cdot 10^{-7}$ **C**

MÓDULO 48

CAPACITÂNCIA E ENERGIA ELETROSTÁTICA

1. **(UPE)** – Na figura a seguir, dois condutores esféricos, A e B, carregados, cujos raios são respectivamente $R_A = 6$ cm e $R_B = 2$ cm, estão separados por uma distância muito maior que 6 cm e conectados por um longo fio condutor fino. Uma carga total $Q = 8{,}0 \cdot 10^{-8}$ C é colocada em uma das esferas.
Considerando a constante eletrostática no vácuo $K = 9 \cdot 10^9$ N . m²/C²,



pode-se afirmar que, após o equilíbrio eletrostático:

a) o potencial elétrico na superfície do condutor A é menor do que o potencial elétrico na superfície do condutor B.
b) o potencial elétrico no interior do condutor A é maior do que o potencial elétrico no interior do condutor B.
c) a carga elétrica no condutor A é o triplo da carga elétrica no condutor B.
d) o campo elétrico é o mesmo na superfície dos dois condutores.
e) o potencial elétrico na superfície dos condutores A e B é o mesmo e vale $9 \cdot 10^2$V.

RESOLUÇÃO:
Como V é cte:

$$\frac{kQ_A}{R_A} = \frac{kQ_B}{R_B}$$

$$\frac{Q_A}{Q_B} = \frac{R_A}{R_B} = \frac{6}{2} = 3$$

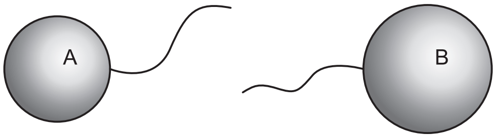
$Q_A = 3Q_B$

Resposta: C

Texto para as questões 2, 3 e 4.

Uma casca esférica de material condutor, ao ser eletrizada, apresenta uma distribuição uniforme de cargas elétricas e consequentemente obedece aos princípios de um corpo em equilíbrio eletrostático.

Temos duas cascas esféricas de material condutor, isoladas uma da outra, tendo a menor delas uma carga elétrica positiva de +8,0 pC e a maior uma carga elétrica negativa de –3,0pC. A primeira tem raio de 2,0cm e a segunda, 3,0cm. O meio é o vácuo, onde a constante eletrostática vale $k = 9{,}0 \cdot 10^9$ unidades do SI. Em cada uma delas, soldou-se um fio condutor com a finalidade de conectá-las.



2. Determine o potencial elétrico das esferas A e B estando elas isoladas uma da outra.

RESOLUÇÃO:

$$V = \frac{k \cdot Q}{d}$$

Para a esfera A, temos:

$Q_A = +8{,}0 \text{ pC} = +8{,}0 \cdot 10^{-12}$ C
$R_A = 2{,}0\text{cm} = 2{,}0 \cdot 10^{-2}$m
$R_B = 3{,}0\text{cm} = 3{,}0 \cdot 10^{-2}$m

$$V_A = \frac{9{,}0 \cdot 10^9 \cdot 8{,}0 \cdot 10^{-12}}{2{,}0 \cdot 10^{-2}} \text{ (V)} \Rightarrow V_A = +3{,}6 \text{ volts}$$

$$V_B = \frac{9{,}0 \cdot 10^9 \cdot (-3{,}0) \cdot 10^{-12}}{3{,}0 \cdot 10^{-2}} \text{ (V)} \Rightarrow V_B = -0{,}9 \text{ volt}$$

Respostas: a) $V_A = +3{,}6$V
b) $V_B = -0{,}9$V

3. Conectando-se os dois fios, haverá troca de cargas entre as esferas até que se estabeleça um equilíbrio eletrostático entre elas. Nesse instante, elas terão um potencial elétrico comum. Determine a carga elétrica de cada uma delas.

RESOLUÇÃO:

$Q'_A + Q'_B = Q_A + Q_B$
$Q'_A + Q'_B = (+8{,}0) + (-3{,}0)$
$Q'_A + Q'_B = +5{,}0\text{pC}$ (1)

Da igualdade dos potenciais, conclui-se que:

$$\frac{Q'_A}{R_A} = \frac{Q'_B}{R_B}$$

$$\frac{Q'_A}{2{,}0} = \frac{Q'_B}{3{,}0} \Rightarrow 2\,Q'_B = 3 \cdot Q'_A \text{ (2)}$$

Juntando (1) e (2):

$$\left.\begin{array}{l} Q'_A + Q'_B = 5{,}0 \text{ pC} \\ 2Q'_B = 3Q'_A \end{array}\right\}$$

Concluímos que:

$\boxed{Q'_A = +2{,}0\text{pC}}$ e $\boxed{Q'_B = +3{,}0\text{pC}}$

Respostas: $Q'_A = +2{,}0$pC
$Q'_B = +3{,}0$pC

4. Determine o potencial de equilíbrio eletrostático.

RESOLUÇÃO:

Podemos resolver pela esfera A ou B. Vamos à primeira:

$$V'_A = k_0 \frac{Q'_A}{R_A}$$

Temos:

$k_0 = 9{,}0 \cdot 10^9$ **unid. SI**

$Q'_A = +2{,}0 \cdot 10^{-12}C$

$R_A = 2{,}0cm = 2{,}0 \cdot 10^{-2}m$

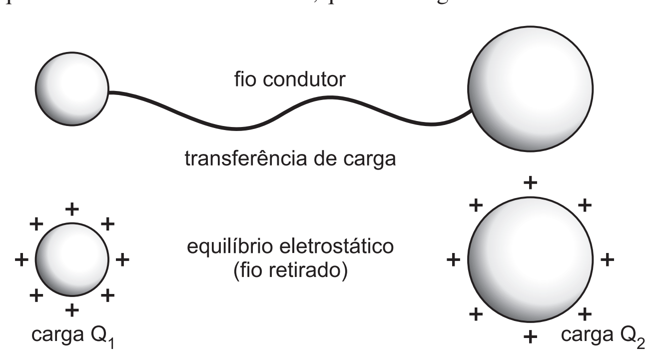
$$V'_A = 9{,}0 \cdot 10^9 \cdot \frac{2{,}0 \cdot 10^{-12}}{2{,}0 \cdot 10^{-2}} \text{ (V)}$$

$$\boxed{V_A = 9{,}0 \cdot 10^{-1} \text{ volt}}$$

Resposta: $9{,}0 \cdot 10^{-1}$ **volt**

5. **(UNESP)** – Uma esfera condutora descarregada (potencial elétrico nulo), de raio $R_1 = 5{,}0$ cm, isolada, encontra-se distante de outra esfera condutora, de raio $R_2 = 10{,}0$ cm, carregada com carga elétrica $Q = 3{,}0\ \mu C$ (potencial elétrico não nulo), também isolada.

Em seguida, liga-se uma esfera à outra, por meio de um fio condutor longo, até que se estabeleça o equilíbrio eletrostático entre elas. Nesse processo, a carga elétrica total é conservada e o potencial elétrico em cada condutor esférico isolado é descrito pela equação $V = k \frac{q}{r}$, em que k é a Constante de Coulomb, q é a sua carga elétrica e r o seu raio.



Supondo que nenhuma carga elétrica se acumule no fio condutor, determine a carga elétrica final em cada uma das esferas.

RESOLUÇÃO:

1) **Dada a conservação da carga elétrica total, temos:**

$$\boxed{Q_1 + Q_2 = Q} \quad (1)$$

2) **No equilíbrio eletrostático, os potenciais elétricos finais serão iguais:**

$V_1 = V_2$

$$\frac{k\,Q_1}{R_1} = \frac{k\,Q_2}{R_2}$$

$$Q_2 = \frac{R_2}{R_1} \cdot Q_1 = \frac{10{,}0}{5{,}0} \cdot Q_1$$

$$\boxed{Q_2 = 2Q_1} \quad (2)$$

3) **Substituindo-se (2) em (1), vem:**

$Q_1 + 2Q_1 = Q$

$3Q_1 = Q$

$$Q_1 = \frac{Q}{3} = 1{,}0\mu C$$

$$Q_2 = \frac{2Q}{3} = 2{,}0\mu C$$

Resposta: $Q_1 = 1{,}0\mu C$ **e** $Q_2 = 2{,}0\mu C$