

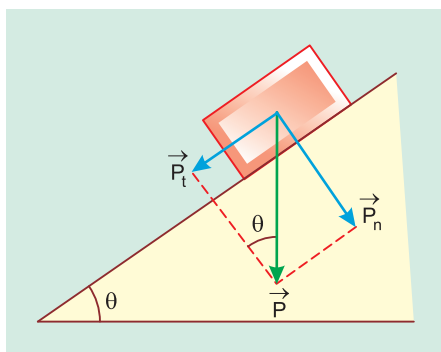
MÓDULO 37

Plano Inclinado

1. COMPONENTES DA FORÇA PESO

Da figura:

$$\sin \theta = \frac{P_t}{P} \quad \cos \theta = \frac{P_n}{P}$$



• $P_t = P \text{ sen } \theta$: componente tangencial do peso; é a componente que solicita o bloco para baixo; na ausência de atrito faz o papel de resultante que acelera o bloco.

• $P_n = P \text{ cos } \theta$: componente normal do peso; é a componente de compressão que aperta o bloco contra o plano inclinado; é equilibrada pela reação normal de apoio e só tem interesse em problemas com atrito.

2. ACELERAÇÃO NO PLANO INCLINADO SEM ATRITO

Quando um corpo se move livremente em um plano inclinado, sem atrito, a força resultante responsável por sua aceleração é a componente tangencial de seu peso:

2ª Lei de Newton (PFD): $P_t = m a$

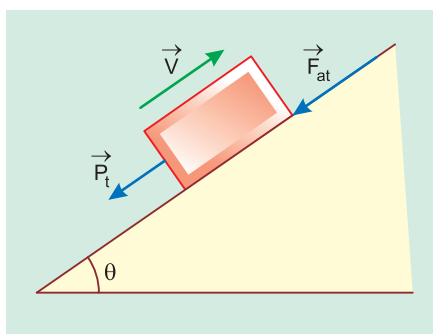
$$m g \text{ sen } \theta = m a \Rightarrow a = g \text{ sen } \theta$$

Observe que a intensidade da aceleração ($g \text{ sen } \theta$) é independente da massa do corpo.

3. ACELERAÇÃO NO PLANO INCLINADO COM ATRITO

Quando um corpo se move livremente em um plano inclinado, com atrito, a força resultante, responsável pela sua aceleração, é a **soma vetorial** da componente tangencial de seu peso ($P_t = m g \text{ sen } \theta$) com a força de atrito dinâmica ($F_{at} = \mu_d m g \text{ cos } \theta$).

- Se o corpo for lançado para cima, teremos:



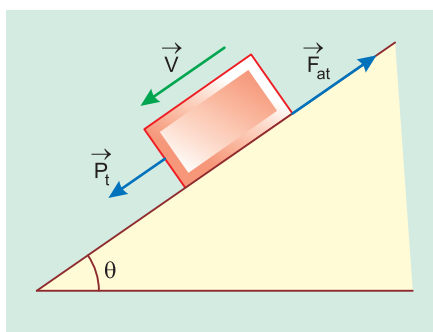
2ª Lei de Newton (PFD):

$$P_t + F_{at} = m a$$

$$m g \text{ sen } \theta + \mu_d m g \text{ cos } \theta = m a$$

$$a = g(\text{sen } \theta + \mu_d \text{ cos } \theta)$$

- Se o corpo for abandonado do repouso ou lançado para baixo, teremos:



2ª Lei de Newton (PFD):

$$P_t - F_{at} = m a$$

$$m g \text{ sen } \theta - \mu_d m g \text{ cos } \theta = m a$$

$$a = g(\text{sen } \theta - \mu_d \text{ cos } \theta)$$

4. ÂNGULO DE ATRITO

Estático

Se o corpo permanecer em repouso no plano inclinado, porém na iminência de deslizar, isto é, a força de atrito solicitada ao máximo, teremos:

$$F_{atD} = P_t$$

$$\mu_e m g \text{ cos } \theta_e = m g \text{ sen } \theta_e$$

$$\mu_e = \text{tg } \theta_e$$

O ângulo θ_e , tal que $\mu_e = \text{tg } \theta_e$, é chamado “**ângulo de atrito estático**”.

Dinâmico

Se o corpo for lançado para baixo no plano inclinado e descer em movimento retilíneo e uniforme (aceleração nula), teremos:

$$F_{atdin} = P_t$$

$$\mu_d m g \text{ cos } \theta_d = m g \text{ sen } \theta_d$$

$$\mu_d = \text{tg } \theta_d$$

O ângulo θ_d , tal que $\mu_d = \text{tg } \theta_d$, é chamado “**ângulo de atrito dinâmico**”.



1. FORÇA RESULTANTE

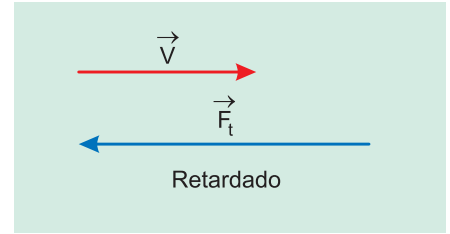
Admitamos que sobre um corpo atuem as forças $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ em relação a um sistema de referência inercial (para nossos estudos, ligado à superfície terrestre).

A força resultante sobre o corpo é a soma vetorial das forças atuantes.

$$\vec{F}_R = \vec{F}_t + \vec{F}_{cp}$$

A intensidade da força resultante é obtida pela aplicação do Teorema de Pitágoras.

$$F_R^2 = F_t^2 + F_{cp}^2$$



4. COMPONENTE CENTRÍPETA DA FORÇA RESULTANTE

Função

A componente centrípeta da força resultante \vec{F}_{cp} está ligada à aceleração centrípeta \vec{a}_{cp} e, portanto, provoca variação na direção da velocidade vetorial, tornando a trajetória curva.

$$\vec{F}_{cp} \Rightarrow \vec{a}_{cp} \Rightarrow \text{variação na direção de } \vec{V}$$

A resultante centrípeta é nula nos movimentos retilíneos (direção de \vec{V} é constante) e está presente nos movimentos curvilíneos (direção de \vec{V} varia).

Características vetoriais

- Intensidade

$$|\vec{F}_{cp}| = m |\vec{a}_{cp}| = \frac{m V^2}{R} = m \omega^2 R$$

- m = massa do corpo.
- V = intensidade da velocidade linear.
- ω = intensidade da velocidade angular.
- R = raio de curvatura da trajetória.

- Direção

Normal à trajetória (\perp a \vec{V}).

- Sentido

Dirigido para o interior da curva descrita.

5. FORÇA RESULTANTE NOS PRINCIPAIS MOVIMENTOS

MRU

$\vec{F}_t = \vec{0}$ porque o movimento é uniforme.

3. COMPONENTE TANGENCIAL DA FORÇA RESULTANTE

Função

A componente tangencial da força resultante \vec{F}_t está ligada à aceleração tangencial \vec{a}_t e, portanto, provoca variação na intensidade da velocidade vetorial.

$$\vec{F}_t \Rightarrow \vec{a}_t \Rightarrow \text{variação de } |\vec{V}|$$

A resultante tangencial é nula nos movimentos uniformes ($|\vec{V}|$ é constante) e está presente nos movimentos variados ($|\vec{V}|$ varia), não importando a trajetória do móvel.

Características vetoriais

- Intensidade

$$|\vec{F}_t| = m |\vec{a}_t| = m |\gamma|$$

- m = massa do corpo.
- γ = aceleração escalar.

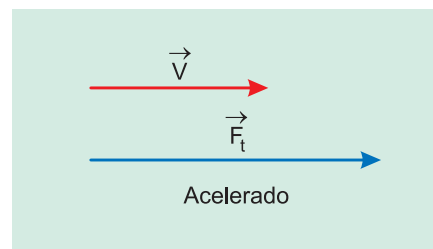
- Direção

tangente à trajetória (\parallel a \vec{V}).

- Sentido

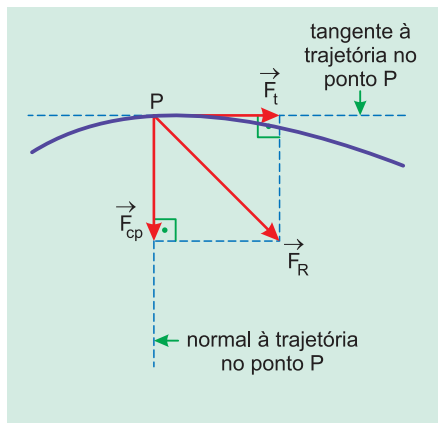
O mesmo da velocidade vetorial nos movimentos acelerados.

Oposto ao da velocidade vetorial nos movimentos retardados.



2. COMPONENTES DA FORÇA RESULTANTE

Para facilitar seu estudo, a força \vec{F}_R costuma ser separada em duas componentes.



\vec{F}_t : componente tangencial de \vec{F}_R

\vec{F}_{cp} : componente centrípeta de \vec{F}_R

Cumpra ressaltar que \vec{F}_t e \vec{F}_{cp} não são forças que realmente atuam no corpo, mas apenas componentes da força resultante (que é uma força imaginária).

A força resultante é a soma vetorial de suas componentes tangencial e centrípeta.

$\vec{F}_{cp} = \vec{0}$ porque o movimento é retilíneo.

$$\vec{F}_R = \vec{0}$$

□ **MRUV**

$\vec{F}_t \neq \vec{0}$ porque o movimento é variado.

$\vec{F}_{cp} = \vec{0}$ porque o movimento é retilíneo.

$$\vec{F}_R = \vec{F}_t$$

□ **MCU**

$\vec{F}_t = \vec{0}$ porque o movimento é uniforme.

$\vec{F}_{cp} \neq \vec{0}$ porque o movimento é curvilíneo.

$$\vec{F}_R = \vec{F}_{cp}$$

□ **MCUV**

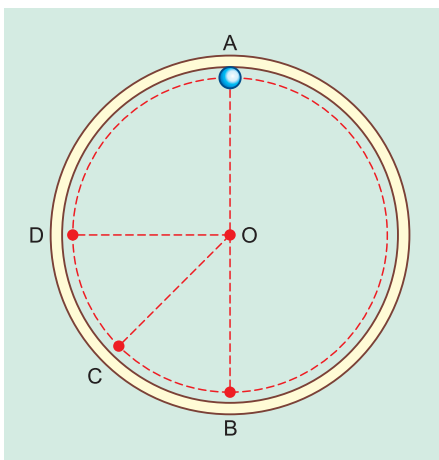
$\vec{F}_t \neq \vec{0}$ porque o movimento é variado.

$\vec{F}_{cp} \neq \vec{0}$ porque o movimento é curvilíneo.

$$\vec{F}_R = \vec{F}_t + \vec{F}_{cp}$$

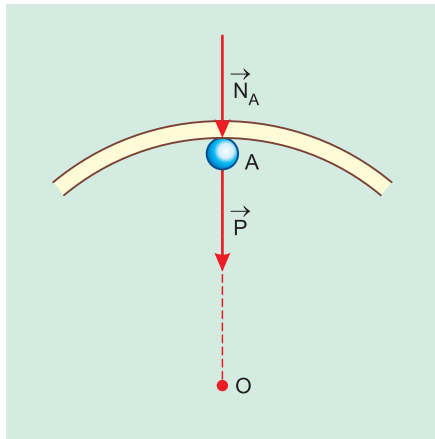
6. EXEMPLO

Consideremos uma pequena esfera percorrendo um trilho circular sem atrito, em posição vertical, sob a ação exclusiva de seu peso e da força normal aplicada pelo trilho.



Consideremos os pontos A, B, C e D indicados na figura e analisemos as forças em cada uma dessas posições:

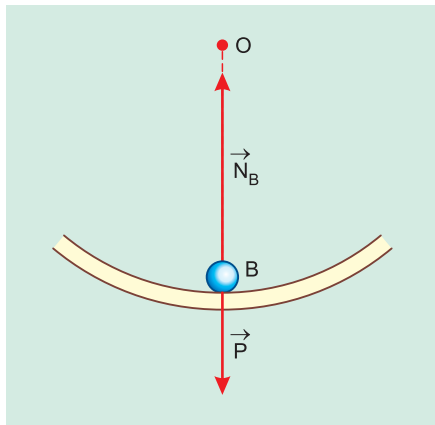
□ **Ponto A**



No ponto A, a resultante tangencial é nula e a resultante centrípeta tem intensidade dada por:

$$F_{cpA} = N_A + P$$

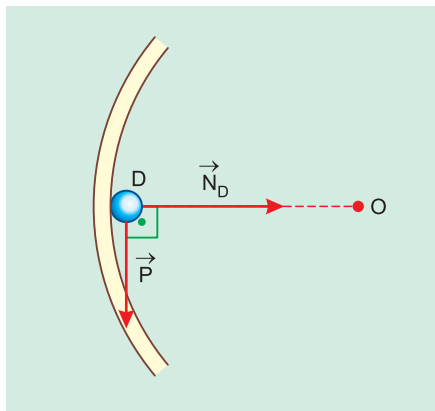
□ **Ponto B**



No ponto B, a resultante tangencial é nula e a resultante centrípeta tem intensidade dada por:

$$F_{cpB} = N_B - P$$

□ **Ponto D**

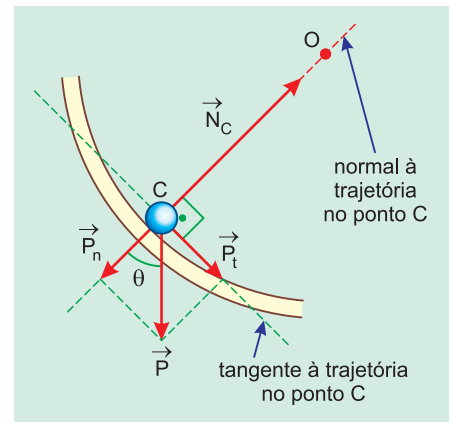


No ponto D, o peso faz o papel de resultante tangencial e a força normal, aplicada pelo trilho, faz o papel de resultante centrípeta:

$$F_{tD} = P \Leftrightarrow |\gamma| = g$$

$$F_{cpD} = N_D$$

□ **Ponto C**



No ponto C, o peso é decomposto em uma componente tangencial \vec{P}_t e uma componente normal \vec{P}_n .

No ponto C, a componente tangencial do peso ($P_t = P \text{ sen } \theta$) faz o papel de resultante tangencial:

$$F_{tC} = P_t = P \text{ sen } \theta \Rightarrow |\gamma| = g \text{ sen } \theta$$

No ponto C, a resultante entre a força normal (N_C) e a componente normal do peso ($P_n = P \text{ cos } \theta$) faz o papel de resultante centrípeta:

$$F_{cpC} = N_C - P_n = N_C - P \text{ cos } \theta$$

7. FORÇA CENTRÍFUGA

As leis de Newton só podem ser aplicadas em relação a certos sistemas de referência privilegiados, chamados **sistemas inerciais**.

Em nossos estudos, consideramos como **inerciais** os sistemas de referência **em repouso ou em translação retilínea e uniforme em relação à superfície terrestre**.

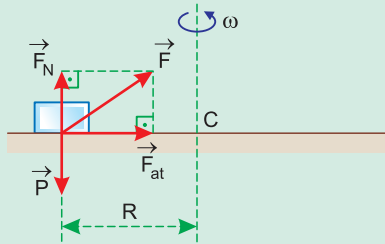
Consideremos uma plataforma horizontal, com movimento de rotação uniforme em relação ao solo terrestre e velocidade angular de módulo ω .

Consideremos um bloco de massa m , em repouso em relação à plataforma.

Para um **referencial fixo no solo terrestre**, o bloco está em **movimento circular e uniforme** sob ação de duas forças:

- 1) força de gravidade \vec{P} aplicada pela Terra;
- 2) força de contato \vec{F} aplicada pelo apoio.

Esta força \vec{F} admite uma componente normal \vec{F}_N , que equilibra o peso \vec{P} , e uma componente de atrito \vec{F}_{at} , que faz o papel de resultante centrípeta.



Referencial no solo terrestre:

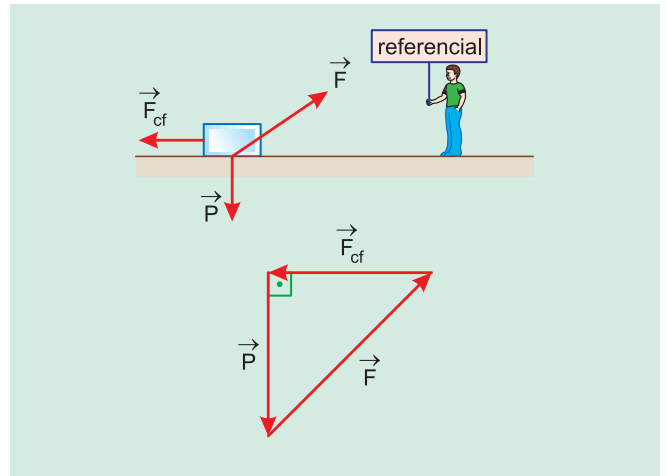
$$|\vec{F}_N| = |\vec{P}|$$

$$|\vec{F}_{at}| = F_{cp} = m\omega^2 R$$

Para um **referencial fixo na plataforma**, o bloco está em **repouso** e, além das forças \vec{F} e \vec{P} , o bloco estará sujeito a uma terceira força, dirigida para fora, com a mesma intensidade e direção da força de atrito, de modo que a resultante de \vec{F} , \vec{P} e desta terceira força seja nula.

Esta força dirigida para fora e de intensidade $m\omega^2 R$ não é aplicada por nenhum agente físico; não é uma força real, do tipo ação-reação e é motivada pelo fato de o referencial adotado estar em movimento de rotação em

relação ao solo terrestre. Tal força é chamada de **força de inércia centrífuga** ou simplesmente **força centrífuga**.



Referencial na plataforma: bloco em repouso

$$\vec{F} + \vec{P} + \vec{F}_{cf} = \vec{0}$$

Portanto, quando surge a pergunta:

“Força centrífuga existe ou não?”, a resposta é simples: **depende do referencial adotado**.

Para um referencial ligado ao solo terrestre (sistema de referência inercial), não existe força centrífuga.

Para um referencial ligado a um sistema em rotação ou descrevendo uma curva, em relação ao solo terrestre, existe a força centrífuga (força de inércia, força fictícia, pseudoforça ou força de correção de referencial) que tende a lançar o corpo “para fora da curva”.

MÓDULO 41

Trabalho

1. CONCEITO

Uma força \vec{F} realiza trabalho quando

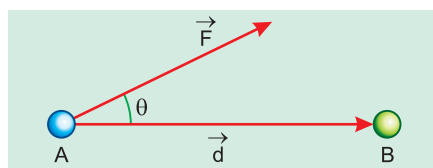
- (I) transfere energia mecânica de um corpo para outro;
- (II) transforma energia cinética em potencial ou vice-versa;
- (III) transforma energia mecânica em outra forma de energia (por exemplo, em térmica).

Portanto, na conceituação de trabalho, deve estar sempre presente um agente físico **força** e uma transferência ou transformação de energia mecânica.

2. DEFINIÇÃO

Quando a força (\vec{F}) é constante e o seu ponto de aplicação sofre um deslocamento (\vec{d}), tal que o ângulo entre \vec{d} e \vec{F} vale θ , o trabalho é dado por:

$$\tau_F = |\vec{F}| |\vec{d}| \cos \theta$$



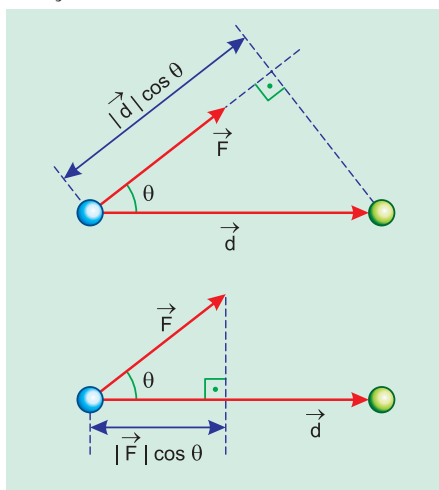
- Quando a força é variável, a definição de trabalho é feita com o uso da função matemática integral e do produto escalar entre dois vetores e, portanto, foge ao nível do Ensino Médio.

- No caso de forças variáveis, o cálculo do trabalho pode ser feito com o auxílio do teorema da energia cinética ou do método gráfico.

- **O trabalho de uma força constante não depende da trajetória do móvel entre os pontos A e B.**

3. CÁLCULO DO TRABALHO PELAS PROJEÇÕES

Quando dois vetores formam entre si um ângulo θ , o produto do módulo de um deles pelo $\cos \theta$ corresponde à projeção desse vetor na direção do outro:



Assim:

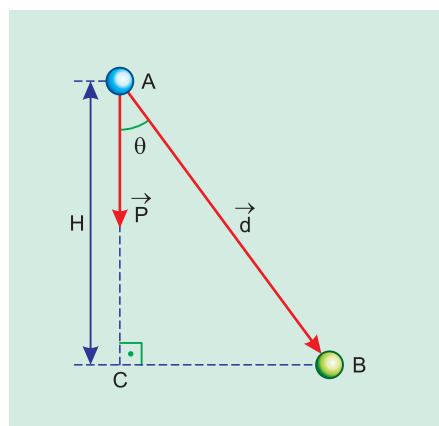
$$\begin{aligned} |\vec{d}| \cos \theta &= \text{proj. } \vec{d} \\ |\vec{F}| \cos \theta &= \text{proj. } \vec{F} \end{aligned}$$

A definição de trabalho de uma força constante nos conduz a:

$$\begin{aligned} \tau_F &= |\vec{F}| \text{proj. } \vec{d} \\ \tau_F &= |\vec{d}| \text{proj. } \vec{F} \end{aligned}$$

O cálculo do trabalho pelo método das projeções nos revela que apenas a componente da força na direção do deslocamento realiza trabalho, isto é, transfere ou transforma energia mecânica.

4. CÁLCULO DO TRABALHO DO PESO



$$\tau_p = |\vec{P}| |\vec{d}| \cos \theta$$

$$\left. \begin{aligned} |\vec{P}| &= m g \\ \cos \theta &= \frac{H}{|\vec{d}|} \end{aligned} \right\} \text{ Daí: } \tau_p = m g H$$

O trabalho do peso não depende da trajetória

5. SINAL DO TRABALHO

Quando a força \vec{F} favorece o deslocamento, temos:

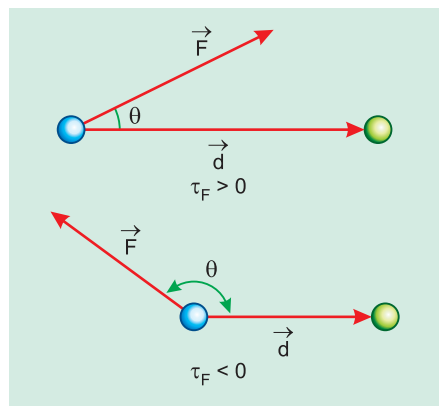
$$\cos \theta > 0 \text{ e o trabalho de } \vec{F} \text{ é}$$

positivo.

Quando a força \vec{F} se opõe ao deslocamento, temos:

$$\cos \theta < 0 \text{ e o trabalho de } \vec{F}$$

é negativo.



No caso da força peso, temos:

Na subida do corpo, o trabalho do peso é **negativo** e corresponde à transformação de energia cinética em energia potencial:

$$\tau_p = - m g H$$

Na descida do corpo, o trabalho do peso é **positivo** e corresponde à transformação de energia potencial em energia cinética.

$$\tau_p = + m g H$$

6. FORÇA CONSERVATIVA

Quando o trabalho de uma força \vec{F} , entre dois pontos A e B, não depende da trajetória, a força \vec{F} é chamada conservativa.

Uma força constante é um exemplo de força conservativa.

A força peso e a força eletrostática são exemplos importantes de forças conservativas.

7. TRABALHO NULO

O trabalho é nulo quando não há transferência ou transformação de energia mecânica. Isso acontece em três casos:

❑ Força nula

Se m força, não há realização de trabalho.

❑ Deslocamento nulo

Se o ponto de aplicação da força não sofre deslocamento, não há trabalho, porque não há transferência, nem transformação de energia mecânica.

❑ Força perpendicular ao deslocamento

Quando a força \vec{F} e o deslocamento \vec{d} forem perpendiculares ($\theta = 90^\circ$), temos:

$$\cos \theta = 0 \Rightarrow \tau_F = 0$$

Exemplos

Quando o deslocamento é horizontal, a força peso não realiza trabalho.

A reação normal de apoio não realiza trabalho quando é perpendicular à trajetória.

A componente centrípeta da força resultante nunca realiza trabalho por ser perpendicular à trajetória.

8. UNIDADES E DIMENSÕES

❑ Unidade

Da definição de trabalho, temos:

$$\tau = |\vec{F}| |\vec{d}| \cos \theta$$

$$u(\tau) = \text{N} \cdot \text{m}$$

A unidade de trabalho no SI é denominada joule (J).

$$\text{joule (J)} = \text{N} \cdot \text{m}$$

❑ Dimensões

Da definição de trabalho, temos:

$$\tau = |\vec{F}| |\vec{d}| \cos \theta$$

$$[\tau] = [\vec{F}] [\vec{d}]$$

$$[\tau] = \text{M L T}^{-2} \cdot \text{L}$$

$$[\tau] = \text{M L}^2 \text{T}^{-2}$$

1. TEOREMA DA ENERGIA CINÉTICA

A energia cinética (E_c) ou de movimento de um corpo de massa m e velocidade escalar V é dada por:

$$E_c = \frac{m V^2}{2}$$

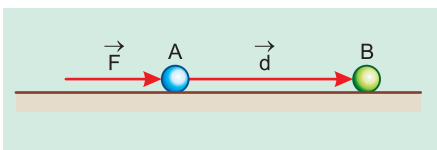
O teorema da energia cinética permite calcular o trabalho total realizado sobre um corpo:

A soma dos trabalhos de todas as forças atuantes em um corpo (internas e externas) mede a variação de sua energia cinética:

$$\begin{aligned} \tau_{F_1} + \tau_{F_2} + \dots + \tau_{F_n} &= \\ &= \frac{m V_f^2}{2} - \frac{m V_0^2}{2} \end{aligned}$$

O TEC pode ser usado para qualquer tipo de força resultante: constante ou variável, conservativa ou dissipativa.

Podemos demonstrar o TEC para o caso particular de uma força resultante constante que atua em uma partícula que se move em trajetória retilínea.



$$\begin{aligned} \tau_F &= |\vec{F}| |\vec{d}| \cos \theta \\ \tau_F &= m \gamma \Delta s \cos 0^\circ \end{aligned} \quad (1)$$

Da Equação de Torricelli:

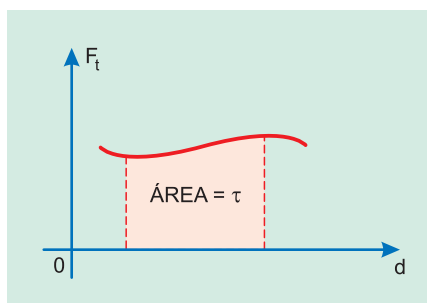
$$\begin{aligned} V_f^2 &= V_0^2 + 2 \gamma \Delta s \\ \gamma \Delta s &= \frac{V_f^2 - V_0^2}{2} \end{aligned} \quad (2)$$

Substituindo-se (2) em (1), vem:

$$\begin{aligned} \tau_F &= m \frac{V_f^2 - V_0^2}{2} \\ \tau_F &= \frac{m V_f^2}{2} - \frac{m V_0^2}{2} \end{aligned}$$

$$\tau_F = \Delta E_{cin}$$

2. MÉTODO GRÁFICO



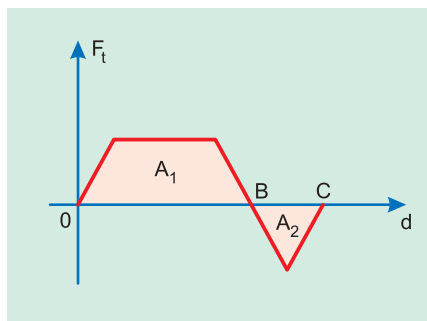
Seja o gráfico do valor da componente tangencial da força resultante F_t em um corpo, em função da distância percorrida d pelo corpo, ao longo de sua trajetória.

A área sob o gráfico da função $F_t = f(d)$ mede o trabalho realizado no deslocamento considerado.

Note que apenas a componente tangencial da força resultante realiza trabalho sobre o corpo.

ÁREA (FORÇA x DISTÂNCIA) MEDE O TRABALHO REALIZADO

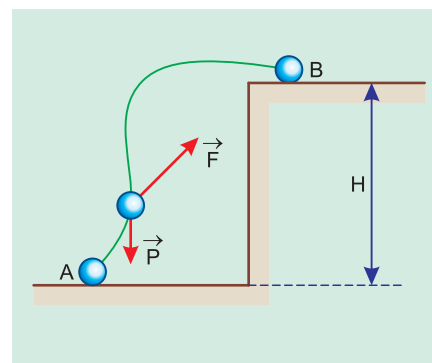
Quando o gráfico indicar valor positivo para F_t , o deslocamento (suposto crescente) se dá no sentido de \vec{F}_t e o trabalho é positivo. Quando o gráfico indica valor negativo para F_t , o deslocamento (suposto crescente) se dá em sentido contrário ao de \vec{F}_t e o trabalho é negativo.



$$\begin{aligned} \tau_{OB}^N &= \text{área } (A_1) \\ \tau_{BC}^N &= - \text{área } (A_2) \\ \tau_{OC}^N &= \text{área } (A_1) - \text{área } (A_2) \end{aligned}$$

3. TRABALHO NO LEVANTAMENTO DE UM CORPO

Considere um corpo levantado com velocidade escalar constante (ou partindo do repouso e voltando ao repouso) de uma altura H , sob ação exclusiva de seu peso \vec{P} e de uma força motriz \vec{F} .



Aplicando-se o TEC, temos:

$$\tau_F + \tau_P = \Delta E_{cin}$$

Sendo $\tau_P = -m g H$ (subida) e $\Delta E_{cin} = 0$ (movimento uniforme ou $V_f = V_0 = 0$), temos:

$$\tau_F - m g H = 0$$

$$\tau_F = m g H = PH$$

O trabalho de \vec{F} não dependerá da trajetória ou do tempo de trajeto.

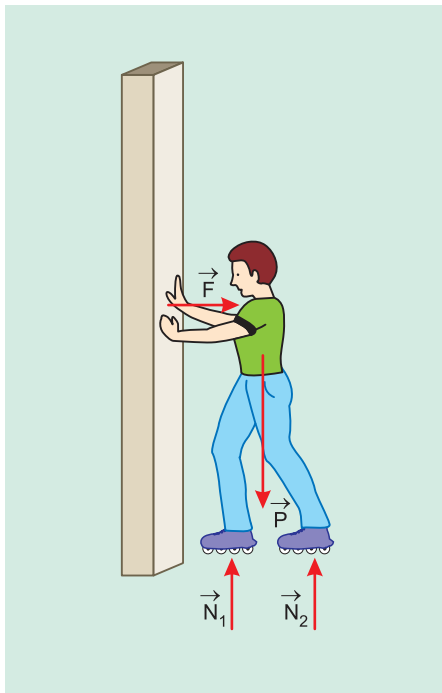
4. TRABALHO INTERNO

O trabalho total, que mede a variação da energia cinética, é a soma dos trabalhos de todas as forças externas e internas ligadas ao sistema físico em estudo.

Por vezes, o **trabalho da força resultante externa é nulo e o trabalho interno é responsável pela variação da energia cinética do sistema estudado.**

Considere os seguintes exemplos:

Exemplo 1: um rapaz sobre patins, em um plano horizontal sem atrito, aplica sobre a parede vertical uma força horizontal e passa a se mover sobre o plano horizontal.



As forças externas atuantes no rapaz, durante a interação com a parede, são:

- 1) o peso do rapaz;
- 2) as reações normais do chão;

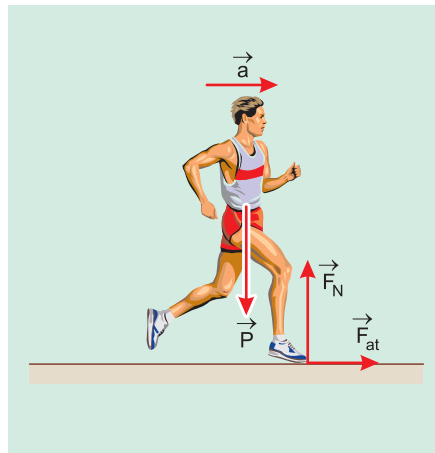
3) uma força horizontal \vec{F} aplicada pela parede.

A resultante externa responsável pela aceleração do rapaz é a força horizontal \vec{F} aplicada pela parede, porém **seu trabalho é nulo, porque não há deslocamento de seu ponto de aplicação.**

A energia cinética adquirida pela pessoa é proveniente do **trabalho interno** realizado pelas forças musculares da pessoa.

Note que estas **forças internas não têm nenhum papel no processo de aceleração da pessoa, porém seus pontos de aplicação deslocam-se de modo a realizar trabalho e transformar energia interna da pessoa em energia cinética.**

Exemplo 2: considere uma pessoa andando com movimento acelerado em um plano horizontal, despreze o efeito do ar e admita que os pés da pessoa não escorreguem em relação ao chão.



As forças externas que agem na pessoa são:

- a) o peso \vec{P} ;
- b) a reação normal do chão;
- c) a força de atrito aplicada pelo chão.

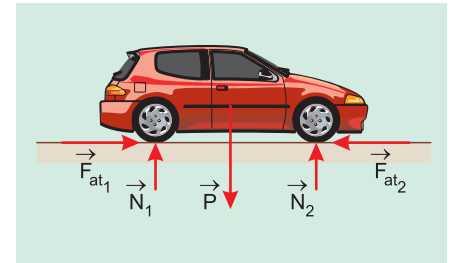
A resultante externa responsável pela aceleração da pessoa é a força de atrito aplicada pelo chão, porém seu trabalho é nulo, pois o atrito entre o pé e o chão é estático, uma vez que os pontos de contato entre o pé e o chão têm velocidade nula como condição para que não haja escorregamento entre eles.

O trabalho nulo do atrito pode ser interpretado pelo fato de não haver transferência de energia mecânica do chão para a pessoa.

A variação da energia cinética da pessoa é proveniente do **trabalho interno** realizado pelas forças musculares da pessoa.

Observe mais uma vez que a **força de atrito é a resultante externa responsável pela aceleração da pessoa, porém a variação da energia cinética é proveniente do trabalho interno das forças musculares.**

Exemplo 3: considere um automóvel, em movimento acelerado, em um plano horizontal, despreze o efeito do ar, admita que os pneus não derrapem e que as rodas traseiras sejam as rodas motrizes.



As forças externas que agem no carro são:

- a) o peso \vec{P} ;
- b) as reações normais do chão;
- c) as forças de atrito que o chão aplica nos pneus.

A resultante externa responsável pela aceleração do carro é a resultante das forças de atrito que o chão aplicou nos pneus, porém o trabalho dessa resultante externa é nulo, pois o atrito entre os pneus e o chão é estático, uma vez que os pontos de contato entre os pneus e o chão têm velocidade nula como condição para que os pneus não derrapem.

A variação da energia cinética do carro é proveniente do trabalho interno: a expansão dos gases nos cilindros do motor originam forças internas, algumas das quais realizam trabalho.

A força de atrito é a resultante externa responsável pela aceleração do carro, porém a variação da energia cinética é proveniente do trabalho interno das forças ligadas à expansão dos gases nos cilindros do motor.



1. CONCEITO

A potência mecânica de uma força mede a rapidez de realização de trabalho, isto é, a velocidade com que a energia mecânica está sendo transferida ou transformada.

2. POTÊNCIA MÉDIA

Consideremos uma força \vec{F} que realiza um trabalho τ em um intervalo de tempo Δt .

Define-se **potência média** da força \vec{F} pela relação:

$$Pot_m = \frac{\tau}{\Delta t}$$

3. POTÊNCIA INSTANTÂNEA

Da definição de trabalho, vem:

$$\tau = |\vec{F}| |\vec{d}| \cos \theta$$

Dividindo-se toda a expressão por Δt :

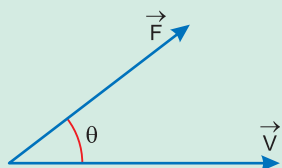
$$\frac{\tau}{\Delta t} = |\vec{F}| \frac{|\vec{d}|}{\Delta t} \cos \theta$$

$$Pot_m = |\vec{F}| |\vec{V}_m| \cos \theta$$

Fazendo $\Delta t \rightarrow 0$, chegamos aos valores instantâneos:

$$Pot = |\vec{F}| |\vec{V}| \cos \theta$$

θ é o ângulo formado entre \vec{F} e \vec{V} .



4. UNIDADES E DIMENSÕES

Unidade no SI

Da definição de potência média, temos:

$$Pot_m = \frac{\tau}{\Delta t}$$

$$u(Pot) = \frac{u(\tau)}{u(t)} = \frac{J}{s} \text{ (joule por segundo)}$$

A unidade de potência no SI é chamada de watt (W).

$$1 \text{ watt (W)} = \frac{J}{s} = J \cdot s^{-1}$$

São também usados alguns múltiplos e submúltiplos do watt.

$$1 \text{ MW (megawatt)} = 10^6 \text{ W}$$

$$1 \text{ kW (quilowatt)} = 10^3 \text{ W}$$

$$1 \text{ mW (miliwatt)} = 10^{-3} \text{ W}$$

$$1 \mu\text{W (microwatt)} = 10^{-6} \text{ W}$$

Existem ainda unidades práticas de potência.

$$1 \text{ cv} = 735 \text{ W}$$

$$1 \text{ hp} = 746 \text{ W}$$

Dimensões

Da definição de potência média, vem:

$$Pot_m = \frac{\tau}{\Delta t}$$

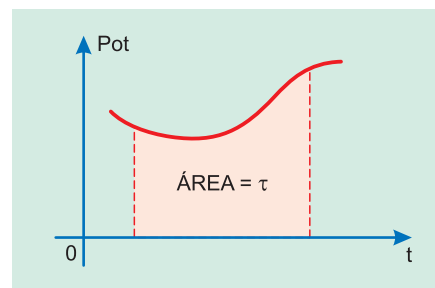
$$[Pot] = \frac{[\tau]}{[\Delta t]} = \frac{ML^2T^{-2}}{T}$$

$$[Pot] = ML^2T^{-3}$$

A potência tem dimensão 1 em relação à massa, dimensão 2 em relação ao comprimento e dimensão -3 em relação ao tempo.

Método gráfico

No gráfico da potência instantânea de uma força \vec{F} , em função do tempo, a área sob o gráfico $Pot = f(t)$ mede o trabalho realizado por \vec{F} no intervalo de tempo considerado.

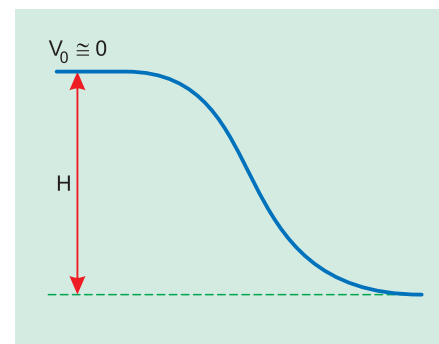


ÁREA (POTÊNCIA x TEMPO) MEDE O TRABALHO REALIZADO

Potência em uma queda d'água

Considere um rio com vazão Z e uma cachoeira, nesse rio, de altura H .

Admitamos que a água no ponto mais alto da cachoeira tenha velocidade desprezível.



A potência média do peso da água que cai é dada por:

$$Pot_m = \frac{\tau_p}{\Delta t} = \frac{m g H}{\Delta t}$$

em que $m g$ é o peso da água que está caindo e Δt é o tempo em que o trabalho do peso é realizado. Sendo μ a densidade da água e Vol o volume de água escoado no tempo Δt , temos:

$$m = \mu Vol \text{ e } Pot_m = \frac{\mu Vol g H}{\Delta t}$$

A razão $\frac{Vol}{\Delta t}$ corresponde à **vazão** do rio, indicada por Z .

Portanto:
$$Pot_m = \mu Z g H$$

Essa é a potência teórica (desprezamos as perdas) que podemos retirar de uma queda-d'água para aproveitamento hidroelétrico.



1. CONCEITUAÇÃO

Um corpo ou um sistema físico qualquer tem energia mecânica, em relação a um certo referencial, quando tiver possibilidade de se modificar espontaneamente realizando **trabalho**.

ENERGIA MECÂNICA TRADUZ CAPACIDADE PARA REALIZAR TRABALHO

Em outras palavras: um corpo tem energia mecânica, em relação a um certo referencial, quando **estiver em movimento** ou quando tiver **possibilidade de entrar em movimento**.

2. MODALIDADES DE ENERGIA MECÂNICA

A energia mecânica pode-se manifestar sob duas formas:

□ Energia potencial

Está ligada à **posição** do corpo, que lhe dá a possibilidade de entrar em movimento.

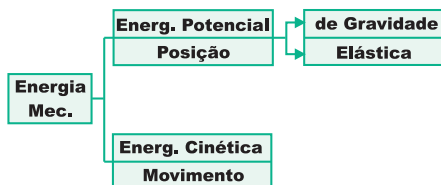
A energia mecânica, na forma potencial, pode ser de dois tipos:

- **Energia potencial de gravidade:** está associada à posição do corpo no campo de gravidade criado pela Terra.

- **Energia potencial elástica:** está associada à deformação de um sistema elástico, como, por exemplo, uma mola elástica ou a borracha de um estilingue.

□ Energia cinética

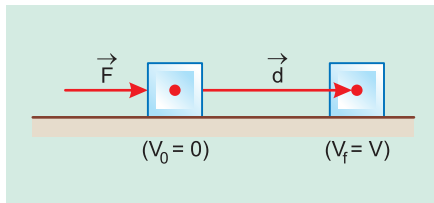
Está associada ao **movimento** do corpo e, portanto, depende de sua velocidade escalar.



3. ENERGIA CINÉTICA

Para medirmos a energia cinética de um corpo de massa **m**, animado de velocidade escalar **V**, admitamos que o corpo partiu do repouso ($V_0 = 0$) e foi sujeito a uma força resultante constante até atingir a velocidade escalar **V**, movendo-se em um plano horizontal.

O trabalho realizado por essa força resultante corresponde à energia mecânica transferida para o corpo na forma de energia cinética (no plano horizontal, a energia potencial não se altera).



$$E_{cin} = \tau_F = |\vec{F}| |\vec{d}| \cos 0^\circ \quad (1)$$

Usando a Equação de Torricelli:

$$V_f^2 = V_0^2 + 2\gamma \Delta s, \text{ temos:}$$

$$V^2 = 2\gamma |\vec{d}| \Rightarrow |\vec{d}| = \frac{V^2}{2\gamma} \quad (2)$$

Usando a 2ª Lei de Newton, temos:

$$|\vec{F}| = m \gamma \quad (3)$$

Substituindo-se (2) e (3) em (1), vem:

$$E_{cin} = m \cdot \gamma \cdot \frac{V^2}{2\gamma} \Rightarrow E_{cin} = \frac{m V^2}{2}$$

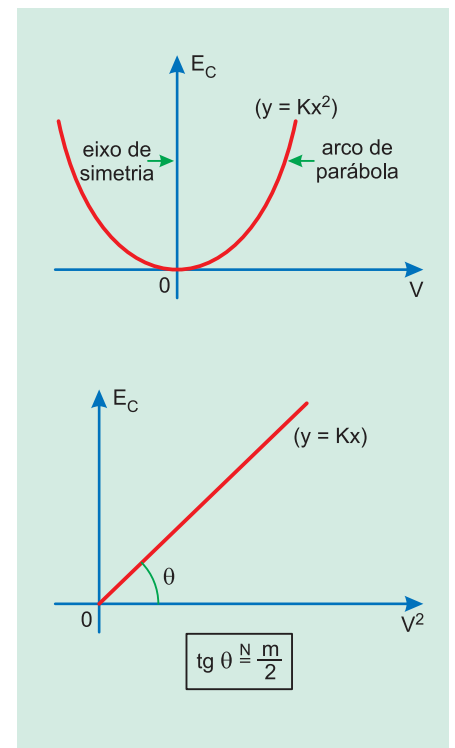
Notas

1) A energia cinética nunca será negativa, pois $m > 0$ e $V^2 \geq 0$.

2) A energia cinética depende da velocidade e, portanto, **depende do referencial adotado**.

Por exemplo: um passageiro sentado no banco de um ônibus a 50km/h, em relação ao solo, tem energia cinética **nula** para um referencial ligado ao **ônibus** e energia cinética **não nula** para um referencial ligado ao **solo**.

3) Gráficos da energia cinética.



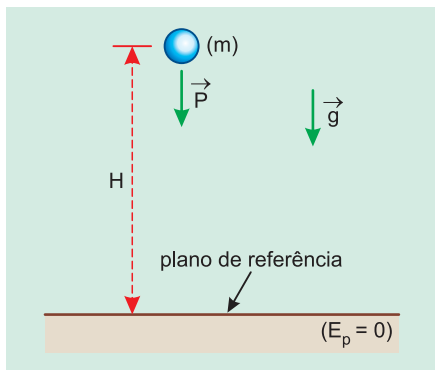
4) A energia cinética é uma **grandeza escalar** e, para um corpo de massa constante, ela será constante se o movimento do corpo for uniforme, não importando a trajetória descrita.

MU ⇒ ENERGIA CINÉTICA CONSTANTE

4. ENERGIA POTENCIAL DE GRAVIDADE

Para medirmos a energia potencial de gravidade de um corpo de massa **m**, situado a uma altura **H**,

acima do plano horizontal de referência, basta calcular o trabalho do peso do corpo, de sua posição inicial até o plano de referência.



$$E_p = \tau_p \Rightarrow E_p = m g H$$

Notas

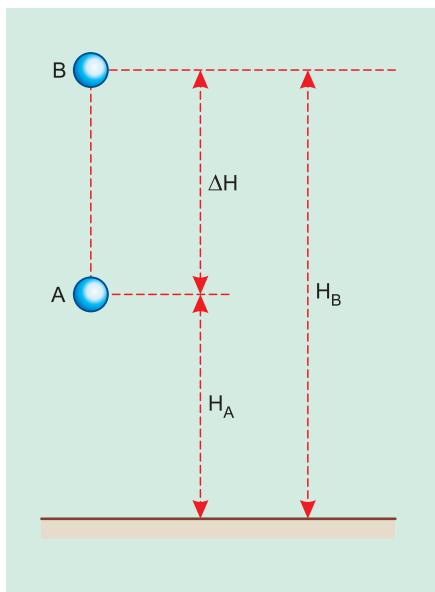
1)

$E_p > 0$: acima do plano de referência.

$E_p = 0$: no nível do plano de referência.

$E_p < 0$: abaixo do plano de referência.

2) O valor da energia potencial de gravidade depende do plano de referência, porém **a variação de energia potencial entre dois pontos não depende do plano de referência.**



$$\Delta E_p = m g \Delta H$$

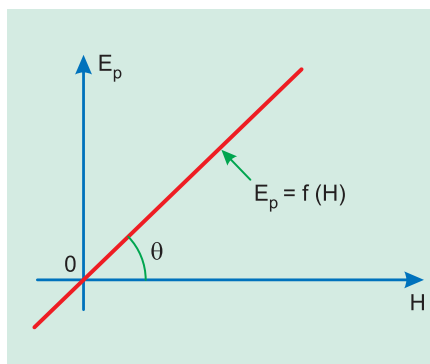
ΔH é a distância entre os pontos A e B e não depende do plano de referência adotado.

A VARIÇÃO DE ENERGIA POTENCIAL NÃO DEPENDE DO PLANO DE REFERÊNCIA ADOTADO

3) Gráfico da função

$$E_p = f(H)$$

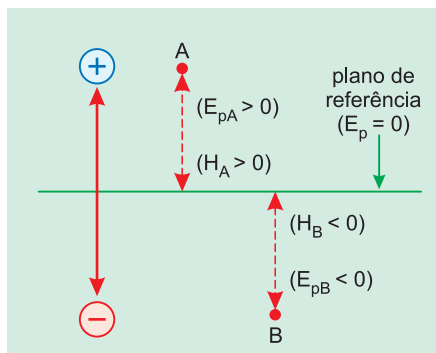
Para um corpo de peso constante, a energia potencial de gravidade é diretamente proporcional à distância H até o plano de referência.



$$\text{tg } \theta \stackrel{N}{=} P$$

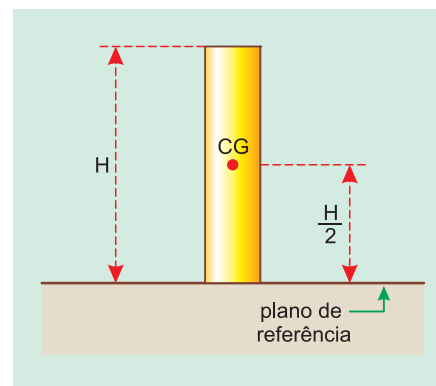
Note que, para posições abaixo do plano de referência adotado, temos:

$$H < 0 \Rightarrow E_p < 0$$



4) Quando se trata de um corpo extenso, a altura H refere-se ao centro de gravidade do corpo.

Por exemplo, consideremos um poste homogêneo de altura H e peso P.



A energia potencial de gravidade do poste, em relação ao solo, será dada por:

$$E_p = \frac{P H}{2}$$

PARA CORPOS EXTENSOS, INTERESSA A ALTURA DO CENTRO DE GRAVIDADE DO CORPO PARA MEDIRMOS A ENERGIA POTENCIAL

5. UNIDADES E DIMENSÕES

Todas as manifestações de energia têm as mesmas unidades e dimensões.

Portanto, a energia mecânica terá as mesmas dimensões e as mesmas unidades de trabalho.

$$[E_m] = [\tau] = ML^2T^{-2}$$

$$u(E_m) = u(\tau) = \text{joule (J)} = N \cdot m$$

Também se usam, além do joule, as seguintes unidades:

$$\text{cal} = 4,2\text{J}$$

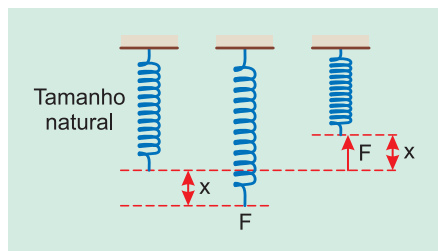
$$\text{erg} = \text{dyn} \cdot \text{cm} = 1,0 \cdot 10^{-7}\text{J}$$

1. ENERGIA POTENCIAL ELÁSTICA

❑ Lei de Hooke

Consideremos uma mola elástica ideal submetida a uma força deformadora de intensidade F .

Seja x a deformação sofrida pela mola (alongamento ou encurtamento da mola).



A Lei de Hooke estabelece que:

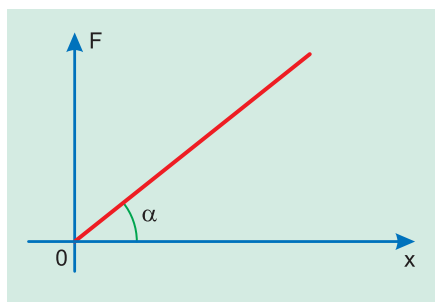
A intensidade da força deformadora (F) e a deformação produzida (x) são diretamente proporcionais.

$$F = k x$$

A constante de proporcionalidade k é uma medida da rigidez da mola e é chamada de **constante elástica da mola**.

❑ Gráfico da Lei de Hooke

Sendo F diretamente proporcional a x , temos:



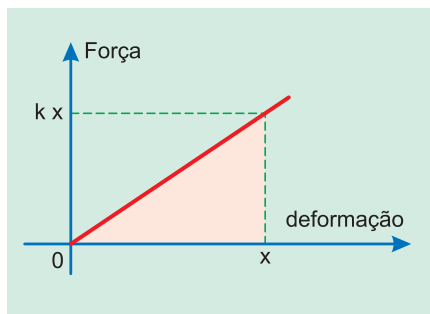
$$\text{tg } \alpha = k$$

No SIU, a constante elástica é medida em N/m.

❑ Energia Elástica

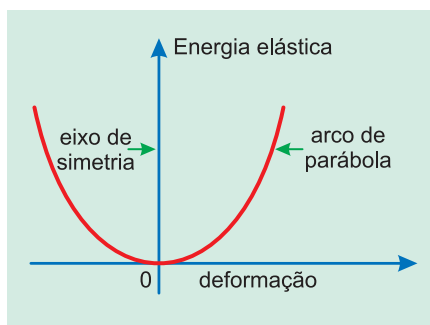
Para medirmos a energia elástica, armazenada em uma mola deformada, basta calcular o trabalho realizado por um operador, na tarefa de deformar a mola.

O cálculo do trabalho é feito pela medida da área sob o gráfico $F = f(x)$.



$$E_e = \tau_{\text{op}} \stackrel{\text{N}}{=} \text{área} (F \times d)$$

$$E_e = \frac{x \cdot k x}{2} \Rightarrow E_e = \frac{kx^2}{2}$$



Observe que, à semelhança da energia cinética, a energia elástica nunca será negativa, pois $k > 0$ e $x^2 \geq 0$.

2. ENERGIA MECÂNICA

A energia mecânica de um corpo é a soma das energias potencial e cinética.

$$E_M = E_{\text{pot}} + E_{\text{cin}}$$

A energia mecânica **depende do referencial adotado** e pode ser positiva, negativa ou nula.

3. SISTEMA DE FORÇAS CONSERVATIVO

Um sistema de forças, aplicado a um corpo, é dito **conservativo** quando não altera a energia mecânica do corpo.

SISTEMA CONSERVATIVO

ENERGIA MECÂNICA CONSTANTE

Exemplos de sistemas conservativos:

Exemplo 1: Quando um corpo está sob ação exclusiva da força de gravidade, sua energia mecânica permanece constante.

O corpo pode estar

a) em queda livre vertical;

b) subindo verticalmente;

c) em trajetória parabólica (movimento balístico);

d) em movimento orbital em torno da Terra (órbita circular ou elíptica).

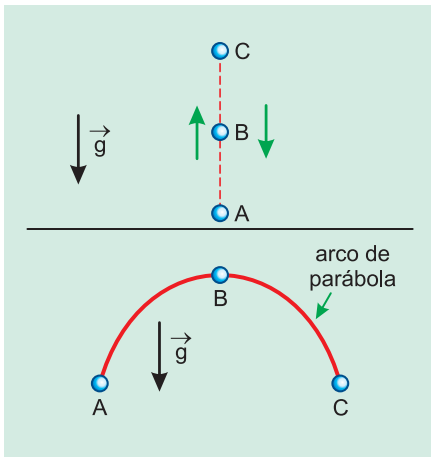
Exemplo 2: Quando um corpo desliza livremente ao longo de uma trajetória sem atrito, ele fica sob a ação exclusiva de seu peso e da reação normal de apoio, e sua energia mecânica permanece constante.

Exemplo 3: Quando um pêndulo ideal está oscilando, a esfera pendular fica sob a ação exclusiva de seu peso e da força aplicada pelo fio ideal, e sua energia mecânica permanece constante.

Exemplo 4: Em uma Máquina de Atwood, ideal, os blocos ficam sob a ação exclusiva de seus pesos e das forças aplicadas pelo fio, e a energia mecânica total do conjunto dos dois blocos permanece constante.

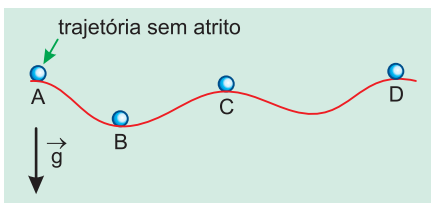
Exemplo 1

$$E_A = E_B = E_C$$



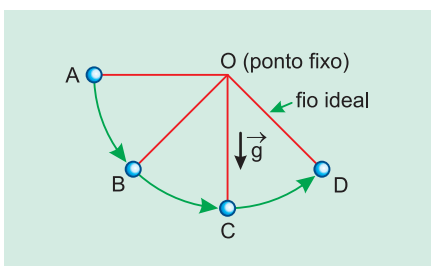
Exemplo 2

$$E_A = E_B = E_C = E_D$$



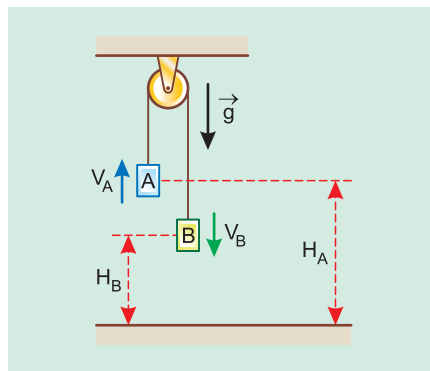
Exemplo 3

$$E_A = E_B = E_C = E_D$$



Exemplo 4

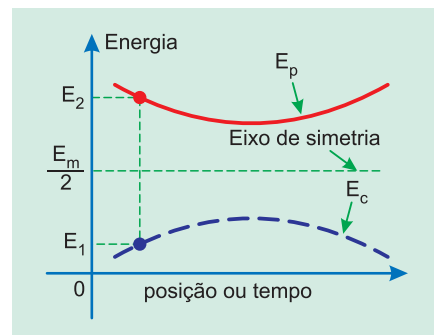
$$E = E_{pot_A} + E_{cin_A} + E_{pot_B} + E_{cin_B} = \text{constante}$$



4. GRÁFICO DE ENERGIAS EM UM SISTEMA CONSERVATIVO

Os gráficos da energia potencial e da energia cinética de um corpo, em função do tempo ou da posição (definida por uma coordenada de posição x), são simétricos em relação a um eixo correspondente à metade da energia mecânica total.

Exemplo



E_1 = Energia Cinética

E_2 = Energia Potencial

E_m = Energia Mecânica

A demonstração dessa propriedade é imediata, pois:

$$E_1 + E_2 = E_m \quad e$$

$$\frac{E_1 + E_2}{2} = \frac{E_m}{2}$$

é a equação que traduz a simetria citada, porque a posição do eixo de simetria é dada pela média aritmética entre as ordenadas E_1 e E_2 .

5. SISTEMAS NÃO CONSERVATIVOS

Um sistema de forças é dito **não CONSERVATIVO** quando, ao ser aplicado a um corpo, provoca aumento ou diminuição da energia mecânica do corpo.

Exemplo 1: Força de resistência do ar

Quando um corpo está em movimento sob a ação de seu peso e da resistência do ar, sua energia mecânica diminui, pois a força de resistência do ar realiza um **trabalho negativo, transformando energia mecânica em térmica**.

Exemplo 2: Força de atrito

Quando um corpo está movendo-se ao longo de uma trajetória com atrito, sob a ação exclusiva de seu peso e da força do apoio, sua energia mecânica diminui, pois a força de atrito realiza um **trabalho negativo, transformando energia mecânica em térmica**.

Nos exemplos (1) e (2), o trabalho das forças dissipativas (atrito e/ou resistência do ar) é medido pela variação da energia mecânica do corpo:

$$\tau_{\text{Forças dissipativas}} = \Delta E_{\text{mecânica}}$$

Exemplo 3: Colisões não elásticas

Nas colisões não elásticas (também chamadas de inelásticas ou anelásticas), há diminuição de energia mecânica com a consequente produção de energia térmica, energia sonora e trabalho em deformações permanentes.

Exemplo 4: Explosões

Em uma explosão, as forças internas provocam **aumento de energia mecânica**, transformando outra forma de energia (potencial química ou nuclear) em energia mecânica.

NAS EXPLOSÕES, HÁ AUMENTO DE ENERGIA MECÂNICA.



1. FORÇA NO MHS

O valor algébrico da força resultante numa partícula de massa **m** que realiza MHS é expresso por:

$$F = m \gamma$$

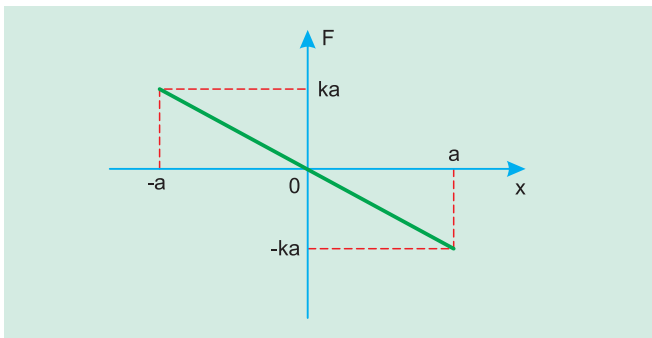
Sendo $\gamma = -\omega^2 x$, vem:

$$F = -m\omega^2 x$$

Fazendo $m\omega^2 = k$ (constante de força do MHS), temos:

$$F = -kx$$

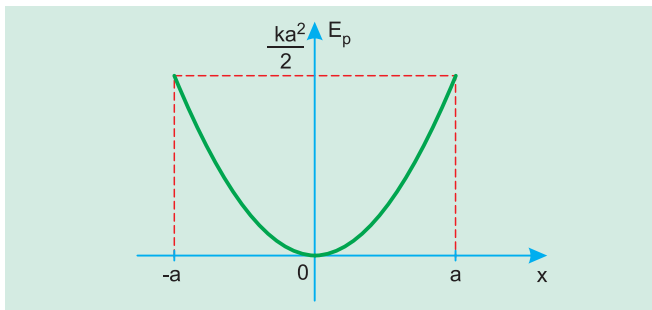
Representação gráfica:



A força resultante é de restituição, pois seu sinal algébrico é sempre oposto ao da elongação.

2. ENERGIA POTENCIAL ELÁSTICA

É dada por:
$$E_p = \frac{kx^2}{2}$$



3. ENERGIA CINÉTICA

É dada por:
$$E_c = \frac{mV^2}{2}$$

Sendo $V^2 = \omega^2(a^2 - x^2)$, vem:

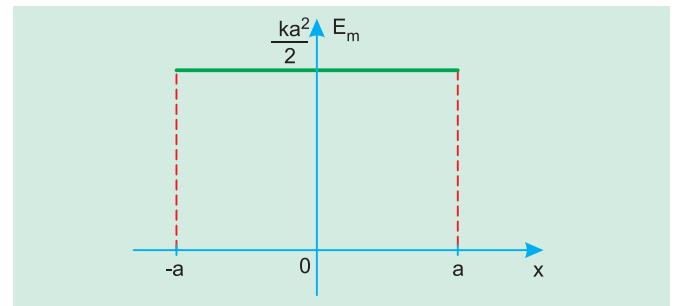
$$E_c = \frac{m\omega^2(a^2 - x^2)}{2}$$

$$E_c = \frac{k(a^2 - x^2)}{2}$$

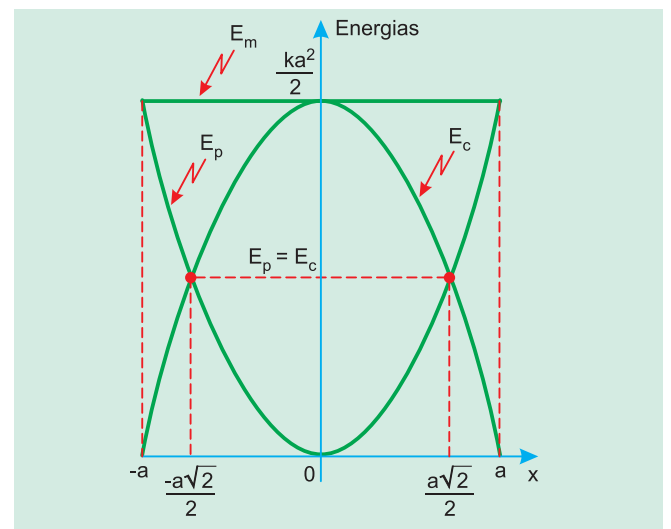
4. ENERGIA MECÂNICA

A força elástica responsável pelo MHS é conservativa, o que significa que a energia mecânica se mantém CONSTANTE.

$$E_m = E_c + E_p = \text{CONSTANTE} \quad E_m = \frac{ka^2}{2}$$



5. DIAGRAMA DAS ENERGIAS



Calculemos os valores de **x** para os quais $E_p = E_c$:

$$\frac{kx^2}{2} = \frac{k(a^2 - x^2)}{2} \Rightarrow x^2 = a^2 - x^2$$

$$2x^2 = a^2 \Rightarrow x = \pm \frac{a}{\sqrt{2}}$$

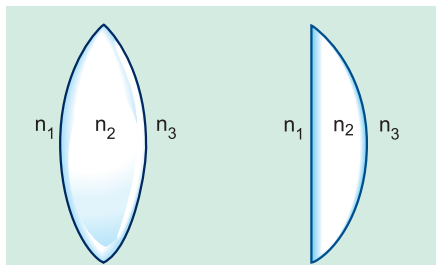
$$x = \pm \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

MÓDULO 19

Lentes Esféricas I – Construções Gráficas

1. DEFINIÇÃO

Denomina-se **lente esférica** uma associação de dois diopros esféricos ou um dioptro esférico e outro plano.

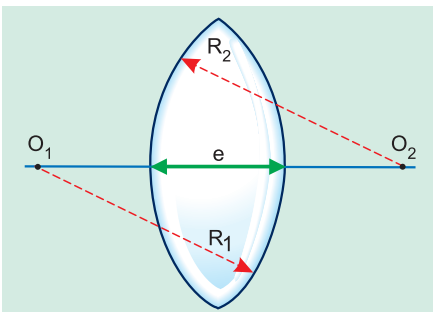


Em geral, $n_3 = n_1$.

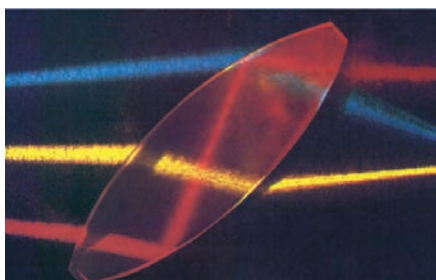
Os elementos geométricos importantes de uma lente esférica são:

O_1 e O_2 : **centros de curvatura**.

R_1 e R_2 : **raios de curvatura**.
 e : **espessura da lente**.



O eixo definido pelos centros de curvatura O_1 e O_2 constitui o **eixo principal da lente**.



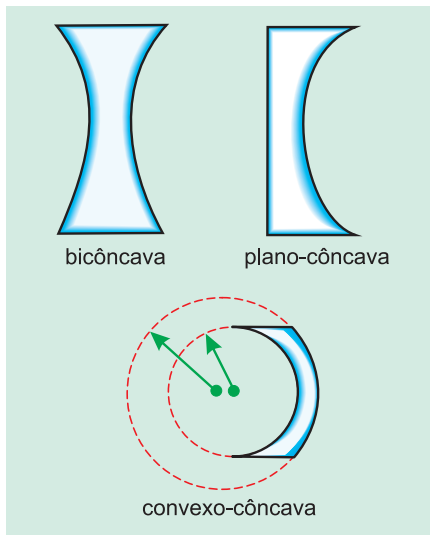
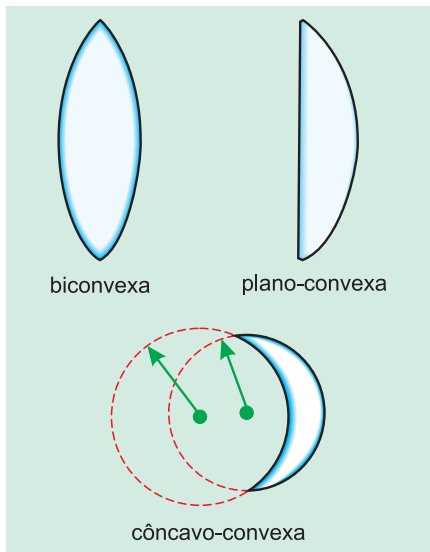
Feixes de luz atravessando uma lente de vidro imersa no ar.

2. NOMENCLATURA E TIPOS

Nomearemos as faces voltadas para o meio exterior assinalando em

primeiro lugar a face de maior raio de curvatura.

Assim, temos os seguintes tipos de lentes:



As três primeiras lentes são denominadas lentes de bordos finos e as três últimas, lentes de bordos espessos.

3. COMPORTAMENTO ÓPTICO DAS LENTES

Quando um feixe de luz cilíndrico incide em uma lente esférica, ele pode ter dois comportamentos ópticos distintos:

- O feixe emergente é do tipo cônico convergente. A lente, neste caso, é denominada **convergente**;
- O feixe emergente é do tipo cônico divergente. A lente é **divergente**.

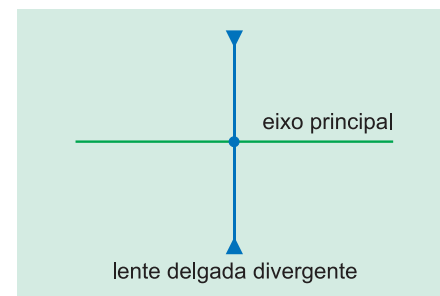
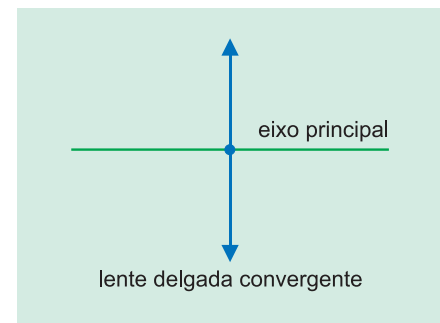
Sendo n_2 o índice de refração absoluto do material com que a lente é feita e n_1 o índice de refração absoluto do meio onde a lente está imersa, temos os casos resumidos na tabela:

	Lentes de bordos finos	Lentes de bordos espessos
$n_2 > n_1$	convergentes	divergentes
$n_2 < n_1$	divergentes	convergentes

O caso mais comum é $n_2 > n_1$: lentes de vidro e imersas no ar.

4. LENTE DELGADA

Se a espessura da lente for desprezível quando comparada com os raios de curvatura R_1 e R_2 , ela será chamada **lente delgada**. Na figura a seguir, representamos as lentes delgadas convergentes e divergentes.



A intersecção do eixo principal com a lente delgada é um ponto O denominado **centro óptico da lente delgada**.

Além do centro óptico O, são importantes os seguintes pontos:

F : foco principal objeto.

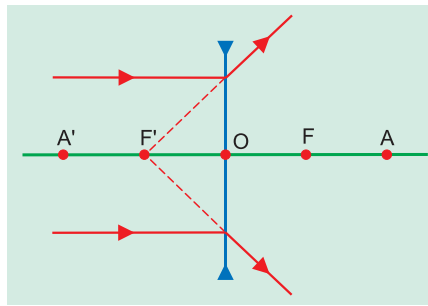
F' : foco principal imagem.

A distância de F a O é igual à distância de F' a O e é chamada **distância focal f**.

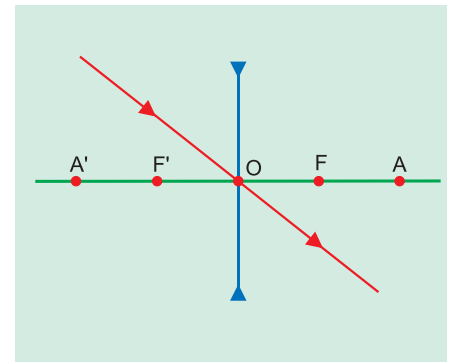
A : ponto antiprincipal objeto.

A' : ponto antiprincipal imagem.

A distância de A a O é igual à distância de A' a O e é igual a $2f$.

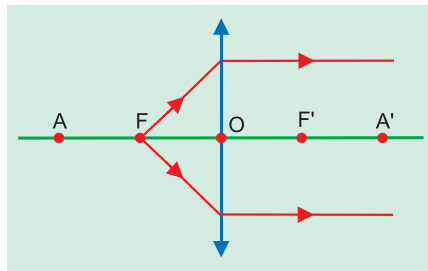
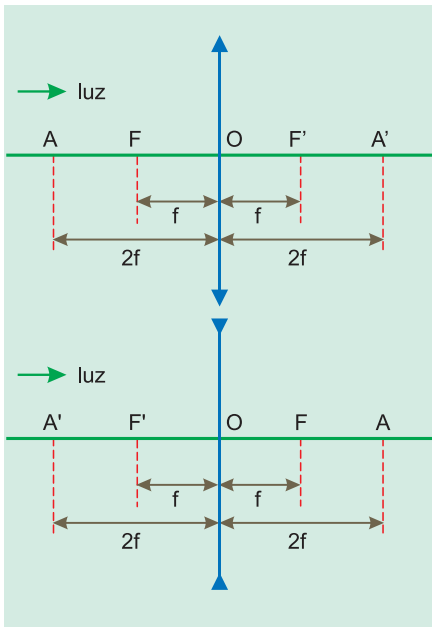


F' tem natureza virtual nas lentes divergentes.

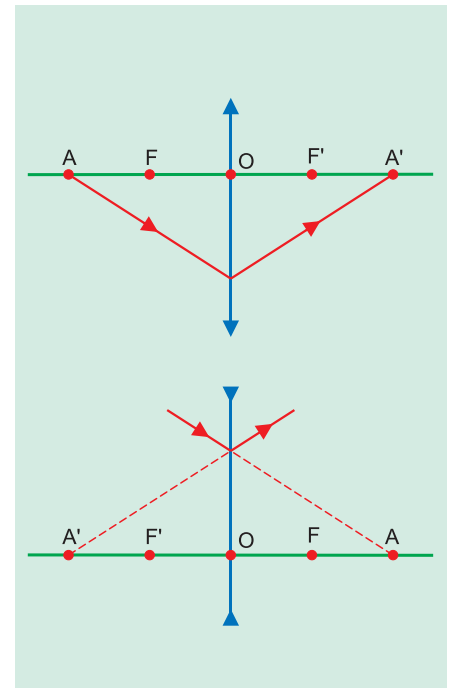


b) Todo raio de luz que incide na lente numa direção que passa pelo foco principal objeto F emerge paralelamente ao eixo principal.

d) Todo raio de luz que incide na lente numa direção que passa por A emerge numa direção que passa por A'.



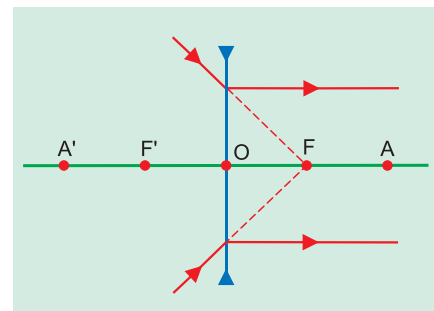
F tem natureza real nas lentes convergentes.



Observação: Sempre que necessário, consideraremos obedecidas as **condições de nitidez de Gauss**.

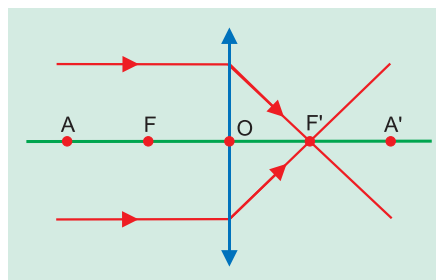
5. RAIOS NOTÁVEIS

a) Todo raio de luz que incide numa lente paralelamente ao eixo principal emerge numa direção que passa pelo foco principal F'.

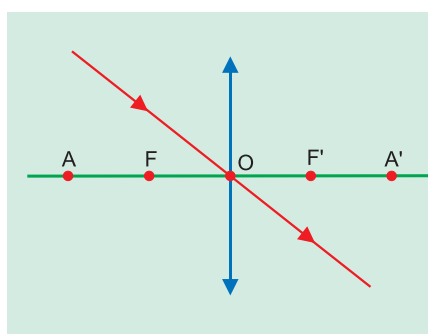


F tem natureza virtual nas lentes divergentes.

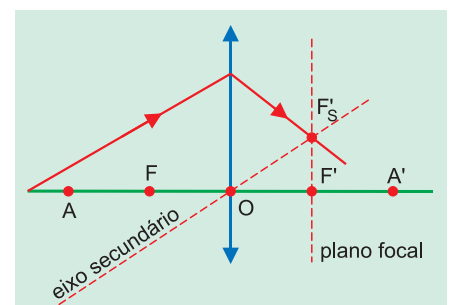
c) Todo raio de luz que incide, passando pelo centro óptico O, atravessa a lente sem desviar.



F' tem natureza real nas lentes convergentes.



e) Todo raio de luz que incide obliquamente ao eixo principal emerge numa direção que passa pelo foco secundário (F_s).



6. CONSTRUÇÃO GRÁFICA DA IMAGEM DE UM PEQUENO OBJETO FRONTAL

☐ Lente convergente

Objeto antes de A

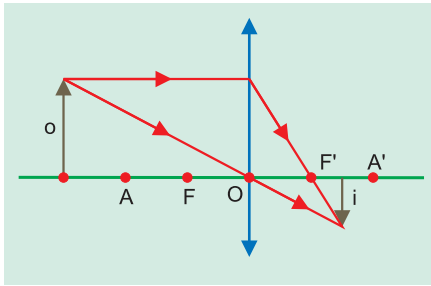


Imagem: real, invertida e menor do que o objeto (**máquina fotográfica**).

Objeto em A

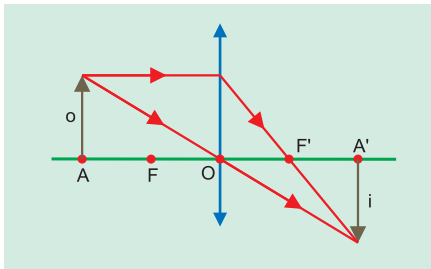


Imagem: real, invertida e do mesmo tamanho do objeto.

Objeto entre A e F

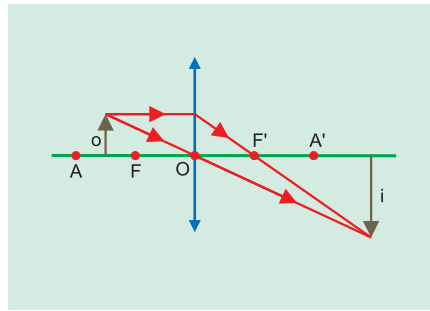


Imagem: real, invertida e maior do que o objeto (**projedor de slides**).

Objeto em F

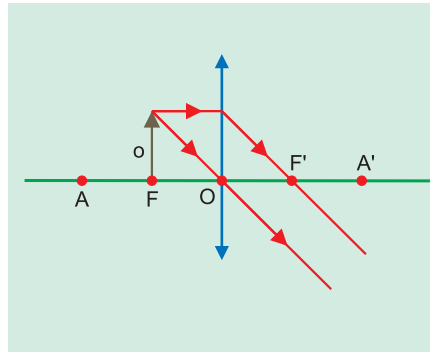


Imagem: imprópria.

Objeto entre F e O

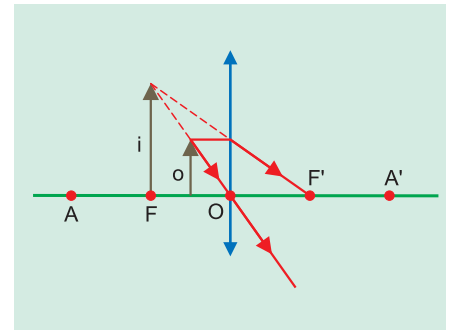


Imagem: virtual, direita e maior do que o objeto (**lupa ou lente de aumento**).

☐ Lente divergente

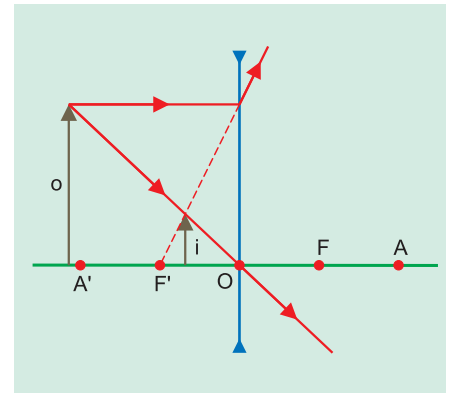


Imagem: virtual, direita e menor do que o objeto.

Observações

- Nos sistemas ópticos refratores, quando objeto e imagem são de mesma natureza, estão posicionados em diferentes semiespaços definidos pelo sistema.
- Nos sistemas ópticos refratores, quando objeto e imagem são de natureza diferente, estão posicionados no mesmo semiespaço definido pelo sistema.

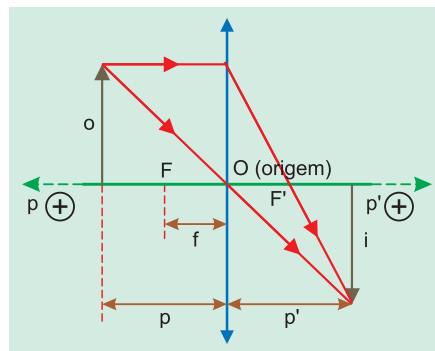
MÓDULO 20

Lentes Esféricas II – Equação de Gauss e Aumento Linear

1. EQUAÇÃO DE GAUSS

Sejam p e p' as abscissas do objeto e da imagem, respectivamente. A **Equação de Gauss** relaciona p , p' e f .

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$



De acordo com o sistema de eixos adotado, temos a seguinte convenção de sinais:

- $p > 0$: objeto real
- $p < 0$: objeto virtual
- $p' > 0$: imagem real
- $p' < 0$: imagem virtual
- $f > 0$: lente convergente
- $f < 0$: lente divergente

2. AUMENTO LINEAR TRANSVERSAL

Sejam i e o as medidas algébricas das dimensões lineares da imagem e do objeto, respectivamente, com orientação positiva para cima.

O aumento linear transversal é, por definição, o quociente $\frac{i}{o}$.

Desenhando o objeto sempre para cima, o será **positivo**. Se a imagem resultar para cima, temos $i > 0$: **imagem direita**. Se a imagem resultar para baixo, temos $i < 0$: **imagem invertida**.

A exemplo dos espelhos esféricos, valem as fórmulas:

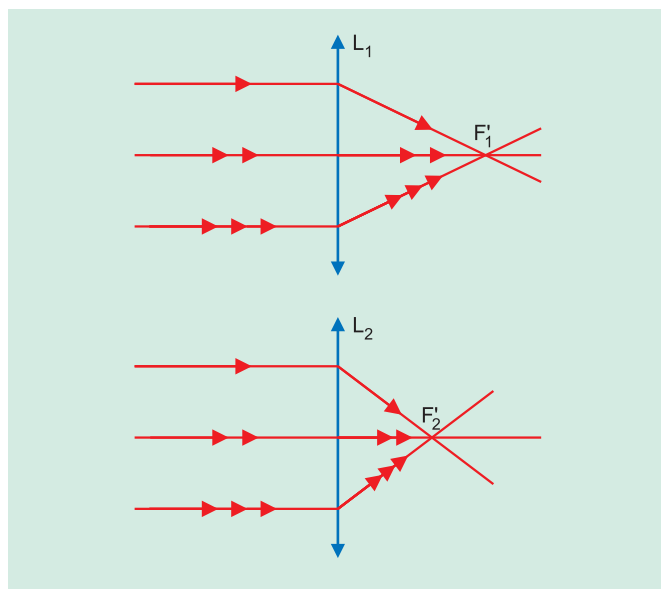
$$\frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} \quad \text{e} \quad \frac{i}{o} = \frac{f}{f-p}$$

MÓDULO 21

Lentes Esféricas III – Vergência e Equação de Halley

1. INTRODUÇÃO

É sabido que quanto menor é a distância focal de uma lente, mais abruptamente ela converge ou diverge raios de luz paralelos, isto é, "quanto menor sua distância focal, maior é seu poder de convergir ou divergir raios de luz".



A lente L_2 é mais convergente que a lente L_1 , pois, tendo menor distância focal, converge mais abruptamente os raios de luz.

Para medir o poder de uma lente em convergir raios de luz, define-se uma nova grandeza, que será denominada **vergência** ou **convergência** da lente.

Define-se vergência (V) de uma lente como o inverso de sua distância focal.

$$V = \frac{1}{f}$$

2. UNIDADE DE VERGÊNCIA

Sendo a distância focal f um comprimento, a vergência tem dimensão do inverso do comprimento.

Sua unidade de medida é o cm^{-1} ou o m^{-1} .

Esta última unidade, m^{-1} (inverso do metro), é a usual na prática, recebendo a denominação de **dioptria** e sendo representada por di.

3. EQUAÇÃO DE HALLEY OU DOS "FABRICANTES DE LENTES"

A distância focal de uma lente depende

- do material de que a lente é feita, representado por seu índice de refração absoluto (n_2);
- do meio externo que envolve a lente, representado por seu índice de refração absoluto (n_1);
- da geometria da lente, representada pelos raios de curvatura R_1 e R_2 .

O valor da distância focal (f) é calculado pela Equação de Halley ou dos "fabricantes das lentes":

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

Convenção de sinais:

face convexa: $R > 0$

face côncava: $R < 0$

face plana: $\frac{1}{R} \rightarrow 0$

4. LENTES JUSTAPOSTAS

Para uma associação de lentes delgadas justapostas, a vergência da associação é igual à soma algébrica das vergências das lentes associadas.

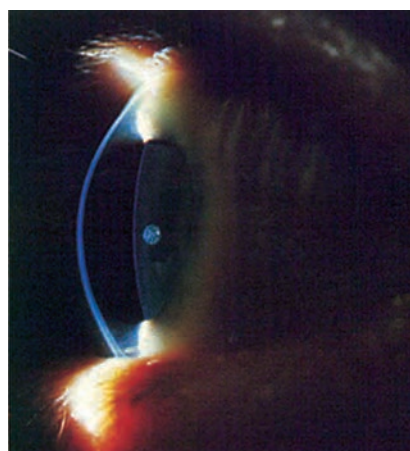
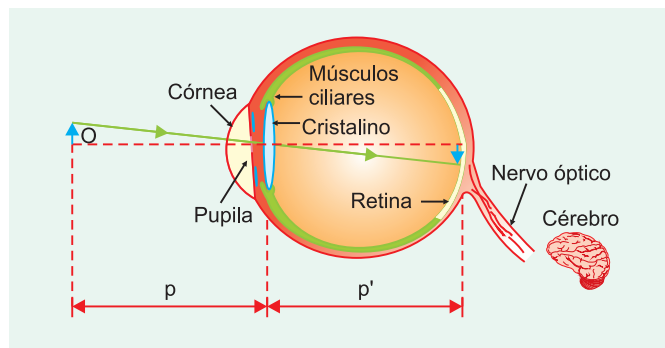
Por exemplo, para duas lentes justapostas, escrevemos:

$$V = V_1 + V_2$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$



1. REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DO OLHO



Vista lateral de uma córnea humana.

Nesta representação, destacamos apenas as partes mais importantes na formação das imagens, indicando sua função óptica.

O esquema apresentado é denominado "**olho reduzido**".

a) **Cristalino**: é uma lente convergente, do tipo biconvexa.

De um objeto real, esta lente deve produzir uma imagem real sobre a retina.

b) **Pupila**: comporta-se como um diafragma, controlando a quantidade de luz que penetra no olho.

c) **Retina**: é a parte sensível à luz, onde deve formar-se a imagem. Comporta-se como um anteparo sensível à luz.

d) **Músculos ciliares**: comprimem convenientemente o cristalino, alterando sua distância focal.

A distância da retina ao cristalino é constante e da ordem de 1,5cm e corresponde à abscissa da imagem p' .



Os cones e bastonetes são as células sensoriais da visão. Situadas na retina, essas células transformam a informação luminosa sobre elas incidente em informação elétrica que escoia para o cérebro através do nervo óptico.

Na foto acima, tem-se um aspecto de cones e bastonetes vistos ao microscópio com ampliação de 1600 vezes.

2. ACOMODAÇÃO VISUAL

Como já ressaltamos, a abscissa p' da imagem (distância do cristalino à retina) é constante e, como a abscissa p do objeto assume valores distintos, conforme a particular posição do objeto visado, a equação $\frac{1}{p'} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f}$ mostra-nos que a distância focal do cristalino deve ser variável.

Para cada valor de p , a distância focal f assume um valor conveniente, para que a imagem se forme exatamente sobre a retina.

A variação da distância focal do cristalino é feita com a intervenção dos músculos ciliares.

Sendo $p' = \text{constante}$, percebemos pela Equação de Gauss que quanto menor for p (objeto mais próximo da vista), menor deverá ser a correspondente distância focal f .

Assim, à medida que aproximamos o objeto do olho, os músculos ciliares comprimem o cristalino, diminuindo o raio de curvatura das faces e também a distância focal f .

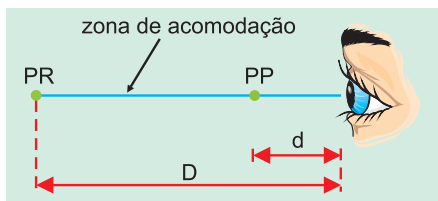
O trabalho realizado pelos músculos ciliares, de variação da distância focal do cristalino, é denominado "**acomodação visual**".

3. PONTO REMOTO E PONTO PRÓXIMO

Ponto remoto (PR) é o ponto mais afastado que o olho vê com nitidez, estando os músculos ciliares relaxados.

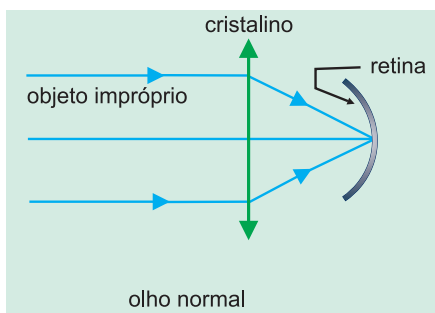
Ponto próximo (PP) é o ponto mais próximo da vista para a qual a imagem é nítida, estando os músculos ciliares com máxima contração.

Para que um objeto possa ser visto com nitidez, ele deve situar-se entre o ponto próximo e o ponto remoto do olho. A região do espaço compreendida entre tais pontos é denominada **zona de acomodação**.



d: distância mínima de visão distinta.
D: distância máxima de visão distinta.

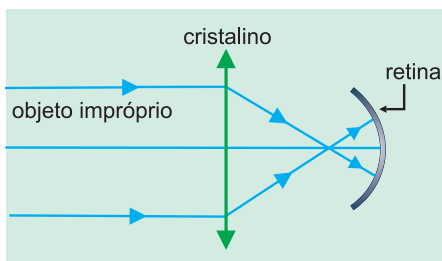
Para o olho normal, o ponto remoto está no infinito ($D \rightarrow \infty$) e o ponto próximo está a uma distância convencional $d = 25\text{cm}$.



4. MIOPIA

A miopia é um defeito da visão que consiste em um alongamento do globo ocular.

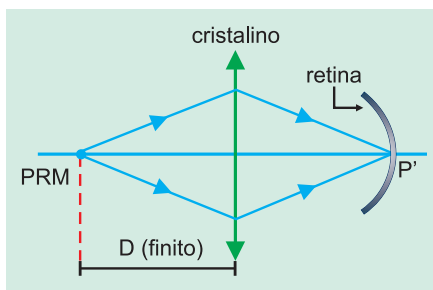
Há um afastamento da retina em relação ao cristalino, e com isso a imagem de um objeto impróprio se forma aquém da retina, e portanto não é nítida.



Para o míope, o ponto remoto está a uma distância finita, maior ou menor, conforme o grau de miopia.

Quando o objeto está no ponto remoto do míope, a imagem forma-se

nítida na retina, com os músculos ciliares relaxados (condições de visão mais cômoda).



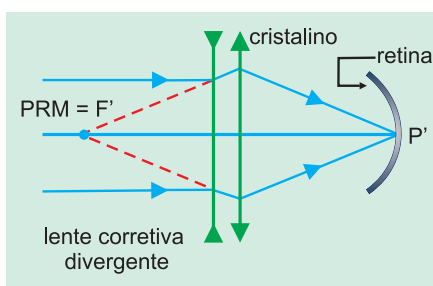
PRM = ponto remoto do olho míope.

D = distância máxima de visão distinta do olho míope.

P' = imagem nítida do ponto remoto sobre a retina.

Como a distância focal máxima do cristalino está sendo demasiado pequena, isto é, sua vergência é maior do que a ideal, a correção é feita com o uso de uma **lente divergente**.

Tal lente divergente deve fornecer, de um objeto impróprio, uma imagem virtual no ponto remoto do olho. Esta imagem virtual se comporta como objeto real para o olho, dando uma imagem final real e nítida sobre a retina.

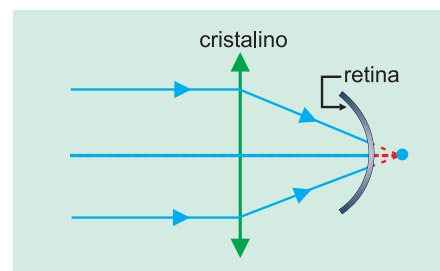


De um objeto impróprio, a lente corretiva divergente dá uma imagem em seu foco imagem; como tal imagem vai ser objeto para o olho, ela deverá coincidir com o ponto remoto do olho míope ($PRM \equiv F'$).

A lente corretiva tem distância focal $f = -D$, em que D é a distância máxima de visão distinta para o olho míope.

5. HIPERMETROPIA

A hipermetropia é um defeito da visão que consiste num encurtamento do globo ocular.

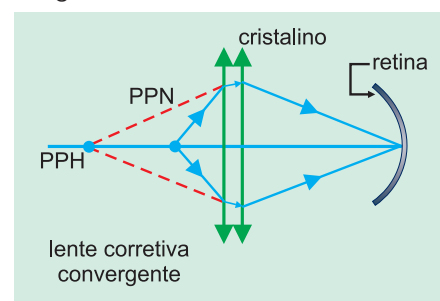


O problema do hipermetrope não é a visão de objetos distantes, pois, com uma acomodação conveniente, a distância focal do sistema é reduzida, possibilitando a visão nítida do objeto impróprio.

A dificuldade reside no afastamento do ponto próximo.

A distância focal mínima do sistema é maior do que deveria ser, fazendo com que a visão de objetos próximos não seja possível com nitidez.

Nesse caso, a vergência do sistema deve ser aumentada, com o uso de uma **lente corretiva convergente**. Tal lente convergente deve fornecer, de um objeto real, situado no ponto próximo do olho normal, uma imagem virtual, no ponto próximo do olho hipermetrope. Esta imagem se comporta como objeto real para o olho, dando uma imagem final nítida sobre a retina.



PPN = ponto próximo do olho normal (emetrope).

PPH = ponto próximo do olho hipermetrope.

Sendo $d = 25\text{cm}$ a distância mínima de visão distinta para o olho normal, d_H a distância mínima de visão distinta para o olho hipermetrope e f a distância focal da lente corretiva, teremos:

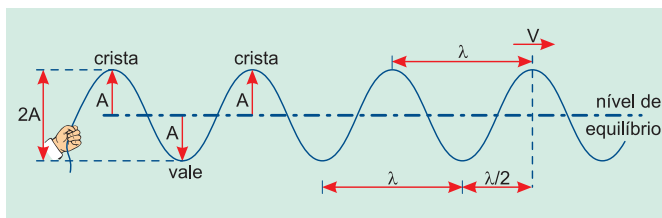
$$p = d = 25\text{cm}$$

$$p' = -d_H \text{ (imagem virtual)}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{25} - \frac{1}{d_H} \quad (\text{CGS})$$

1. PERÍODO, FREQUÊNCIA, AMPLITUDE E COMPRIMENTO DE ONDA

Suponhamos que um homem, segurando uma das extremidades de uma corda tensa, passe a movimentar ritmadamente sua mão para cima e para baixo.



Admitamos que o intervalo de tempo decorrido em um sobe e desce da mão seja sempre constante e que a altura da posição mais alta da mão em relação à posição mais baixa seja invariável.

Esses movimentos cadenciados da mão do homem produzirão uma sucessão de ondas senoidais que percorrerão a corda com velocidade de intensidade V , conforme ilustra o esquema acima.

Chama-se período (T) da onda o intervalo de tempo necessário para que um ponto vibrante realize um ciclo completo.

No caso do exemplo, o período da onda é igual ao intervalo de tempo gasto pela mão do homem para executar uma oscilação, isto é, um sobe e desce completo.

Chama-se frequência (f) da onda o número de ciclos realizados por um ponto vibrante numa unidade de tempo.

Matematicamente: $f = \frac{n}{\Delta t}$

Se $n = 1$ ciclo, teremos $\Delta t = T$. Assim:

$$f = \frac{1}{T} \text{ ou } T = \frac{1}{f}$$

Se a unidade de tempo for o segundo (s), decorrerá que:

$$\text{unid (f)} = \frac{1}{s} = s^{-1} = \text{hertz (Hz)}$$

Recordemos que:

$$1\text{kHz} = 10^3\text{Hz}, \quad 1\text{MHz} = 10^6\text{Hz} \quad \text{e} \quad 1\text{GHz} = 10^9\text{Hz}$$

Chama-se amplitude (A) da onda a distância de uma crista ou um vale ao nível de equilíbrio.

Chama-se comprimento de onda (λ) a distância percorrida pela perturbação durante um período.

Referindo-nos ao exemplo da corda, podemos dizer que o comprimento de onda λ é a distância entre duas cristas ou entre dois vales consecutivos.

É evidente que a distância entre uma crista e um vale consecutivos equivale a meio comprimento de onda ($\lambda/2$).

2. RELAÇÃO FUNDAMENTAL DA ONDULATÓRIA

Geralmente, uma onda propaga-se em movimento uniforme, valendo a relação:

$$V = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Recordando que durante um período (T) a perturbação percorre um comprimento de onda (λ) e que a frequência (f) é o inverso do período, podemos escrever que:

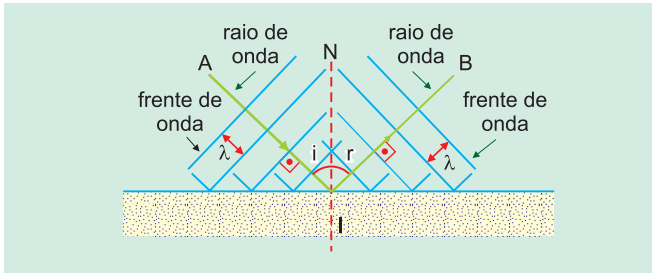
$$V = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$



1. REFLEXÃO

É o fenômeno pelo qual uma onda retorna ao meio de origem, após incidência em superfície refletora.

Na figura abaixo, está ilustrada a reflexão de um trem de ondas retas que incidem sobre uma superfície plana.



Além das frentes de onda incidente e refletida, destacam-se:

- AI = raio incidente
- IB = raio refletido
- N = reta normal
- i = ângulo de incidência
- r = ângulo de reflexão

2. LEIS DA REFLEXÃO

1.ª Lei: o raio incidente, a reta normal no ponto de incidência e o raio refletido são coplanares (pertencentes ao mesmo plano).

2.ª Lei: o ângulo de reflexão é sempre igual ao ângulo de incidência.

$$r = i$$

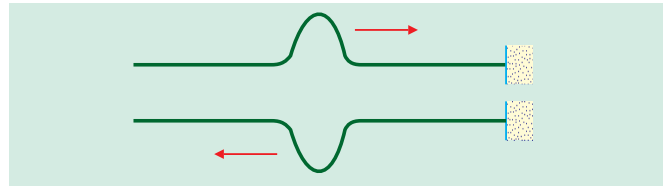
3. PROPRIEDADES DA REFLEXÃO

P.1. Na reflexão, a frequência, a velocidade de propagação e o comprimento de onda não se alteram.

P.2. A fase da onda pode variar ou não.

1.º CASO: Reflexão com inversão de fase.

Um pulso que se propaga ao longo de uma corda elástica reflete-se com inversão de fase depois de incidir sobre uma parede de concreto.



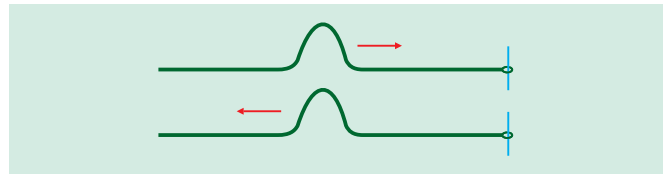
Ocorre nas seguintes condições:

Ondas mecânicas: a rigidez e a inércia do meio de destino são **maiores** que as do meio de origem.

Ondas eletromagnéticas: o meio de destino é **mais** refringente que o meio de origem.

2.º CASO: Reflexão sem inversão de fase.

Um pulso que se propaga ao longo de uma corda elástica reflete-se sem inversão de fase depois de incidir sobre uma argola de peso desprezível que corre sem atrito por uma haste vertical.



Ocorre nas seguintes condições:

Ondas mecânicas: a rigidez e a inércia do meio de destino são **menores** que as do meio de origem.

Ondas eletromagnéticas: o meio de destino é **menos** refringente que o meio de origem.

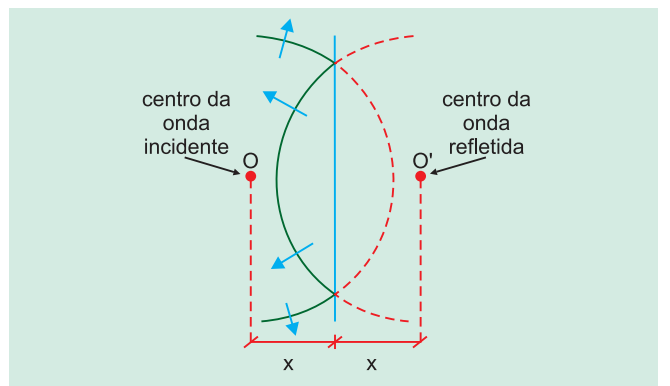
Observação

Entenda-se por “meio de destino” aquele para onde a onda iria se não houvesse reflexão.

4. REFLEXÃO DE UM PULSO CIRCULAR

Consideremos um pulso circular propagando-se na superfície da água de uma cuba de ondas.

Ao incidir sobre uma das bordas planas da cuba, o pulso sofrerá reflexão, conforme ilustra a figura a seguir.

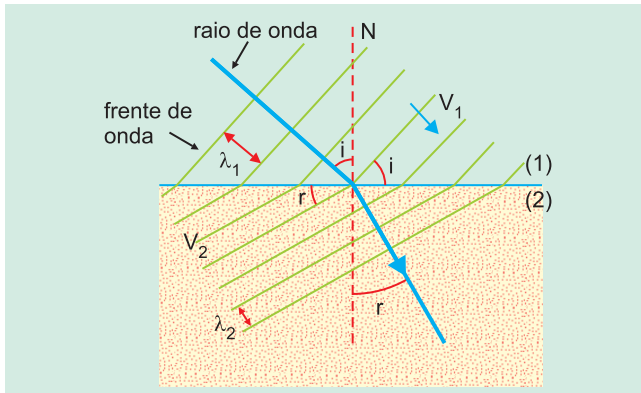


Devemos observar que os pontos O e O', que correspondem respectivamente aos centros das frentes de onda incidente e refletida, são **simétricos** em relação à superfície refletora (borda da cuba).

5. REFRAÇÃO

É o fenômeno pelo qual uma onda passa de um meio para outro diferente.

Na figura seguinte, está ilustrada a refração de um trem de ondas retas que passam de um meio (1) para outro (2).



i = ângulo de incidência
 r = ângulo de refração

6. PROPRIEDADES DA REFRAÇÃO

P.1. Na refração, a velocidade de propagação da onda sempre se altera.

Recordemos que as velocidades e os índices absolutos de refração são inversamente proporcionais:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

P.2. Na refração, a frequência da onda e a fase não se alteram.

$$\text{Meio (1): } V_1 = \lambda_1 f$$

$$\text{Meio (2): } V_2 = \lambda_2 f$$

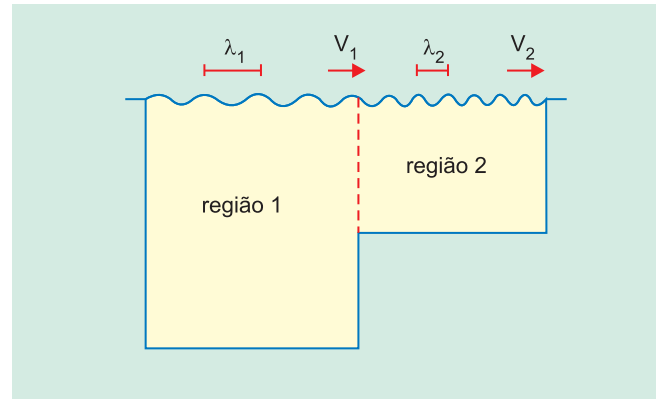
Portanto:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

As velocidades de propagação e os comprimentos de onda são diretamente proporcionais.

Na figura seguinte, está representado o corte de uma cuba de ondas, dotada de duas regiões: região 1 – **profunda**, e região 2 – **rasa**.

Ondas retas geradas na superfície da água da cuba refratam-se da região 1 para a região 2.



Ao passarem de (1) para (2), as ondas têm sua velocidade de propagação e seu comprimento de onda reduzidos na mesma proporção, porém a frequência nas duas regiões é a mesma.

7. LEIS DA REFRAÇÃO

1.ª LEI:

O raio incidente, a reta normal no ponto de incidência e o raio refratado são coplanares.

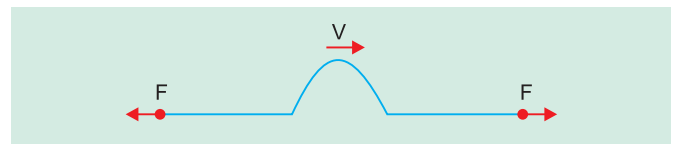
2.ª LEI: Lei de Snell-Descartes

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = n_{2,1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

8. VELOCIDADE DE UM PULSO TRANSVERSAL NUMA CORDA (OU MOLA) TENSA

Consideremos uma corda (ou mola) de densidade linear ρ submetida a uma força de tração de intensidade F .

Um pulso gerado na corda (ou mola) propaga-se com velocidade V , conforme ilustra o esquema.



Podemos relacionar V com F e ρ , conforme a equação abaixo, conhecida por **fórmula de Taylor**.

$$V = \sqrt{\frac{F}{\rho}}$$

Convém observar que a densidade linear ρ traduz a massa por unidade de comprimento.

$$\rho = \frac{m}{L}$$

MÓDULOS 37 e 38

Força Eletrostática – Lei de Coulomb

1. INTRODUÇÃO

Consideremos duas cargas puntiformes q e Q separadas uma da outra por uma distância d e situadas no vácuo.

Entre elas, existe uma força eletrostática que pode ser de atração ou de repulsão, conforme os sinais das cargas (Fig. 1).

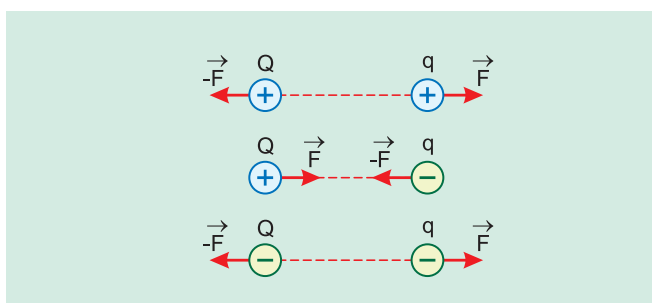


Fig. 1 – Entre as cargas, existe a força eletrostática.

2. LEI DE COULOMB

A intensidade da força eletrostática depende dos seguintes fatores:

- 1º) da distância que separa as partículas;
- 2º) das quantidades de eletricidade q e Q ;
- 3º) do meio em que as partículas se encontram.

Geralmente, o meio é o vácuo, a menos que se mencione o contrário.

A Lei de Coulomb diz:

A intensidade da força eletrostática entre as duas cargas é diretamente proporcional ao produto delas e inversamente proporcional ao quadrado da distância que as separa.

$$F = K_0 \frac{|q| \cdot |Q|}{d^2} \quad (1)$$

Na expressão anterior, K_0 é uma constante de proporcionalidade, denominada **constante eletrostática do vácuo**.

No SI, o seu valor é $K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2$

Em outros meios, a constante eletrostática será indicada apenas por K e seu valor é menor do que K_0 .

Neste caso, temos

$$F' = K \frac{|q| \cdot |Q|}{d^2} \quad (2)$$

Mantidos os valores de q , Q e d e sendo $K < K_0$, resulta de (1) e (2): $F' < F$.

3. UNIDADES IMPORTANTES DO SI

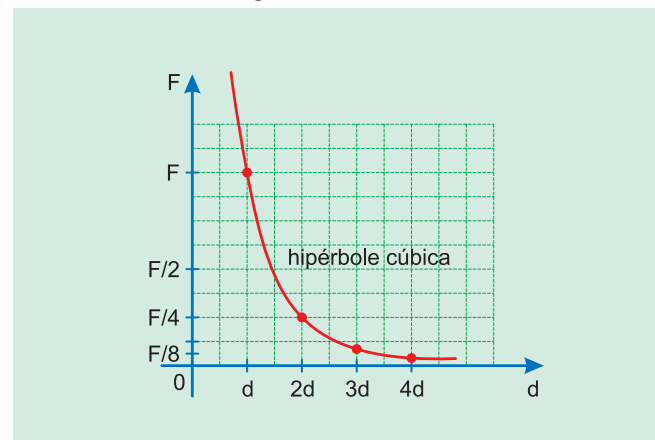
	q	Q	d	F	K
unidades do SI	C	C	m	N	$\text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$

4. GRÁFICO DA FORÇA ELETROSTÁTICA

Mantidos os valores de q e Q e supondo o meio o vácuo, vamos construir uma tabela, variando o valor de d .

d	F
$2d$	$F/4$
$3d$	$F/9$
$4d$	$F/16$

Assim, temos o gráfico.





1. INTRODUÇÃO

Chamamos de carga de prova (q) a uma partícula eletrizada ou corpo puntiforme eletrizado que se utiliza para verificações e observações (sondagens).

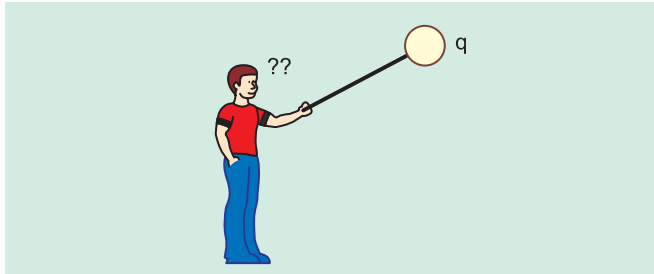


Fig. 1 – O pesquisador e a carga de prova (q).

2. CONCEITO DE CAMPO ELÉTRICO

Dizemos que numa região do espaço há um campo elétrico quando, ao sondarmos a região com a carga de prova, notamos o aparecimento de uma força eletrostática agindo na carga de prova.

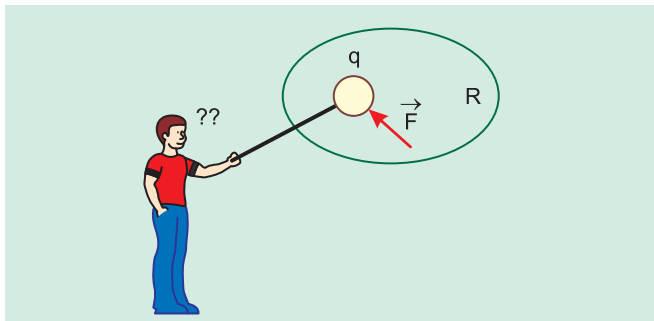


Fig. 2 – Na região R , há um campo elétrico.

3. ONDE ENCONTRAMOS O CAMPO ELÉTRICO

Os campos elétricos são encontrados em torno dos corpos eletrizados.

Por exemplo: fixemos uma esfera de alumínio, eletrizada, sobre um pedestal. Em torno dela, haverá um campo elétrico e isso se confirma na sondagem com a carga de prova.

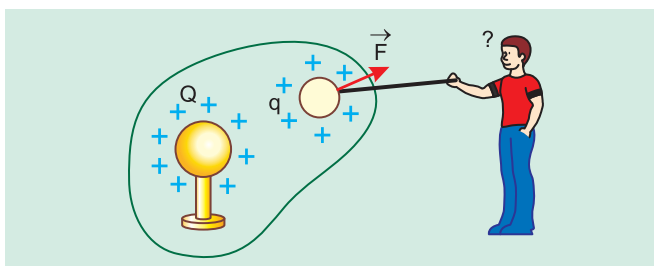


Fig. 3 – Na região que envolve a esfera fixa, há um campo elétrico.

4. ANALOGIA

O campo elétrico de uma esfera é análogo ao campo gravitacional de um planeta.

Envolvendo o planeta, há um campo de forças dito “campo gravitacional”. Se usarmos um objeto qualquer como “corpo de prova”, o planeta o atrairá, transmitindo-lhe uma força gravitacional.

Envolvendo uma esfera eletrizada, há um campo eletrostático. Se aproximarmos dela uma carga de prova, a esfera a atrairá (ou a repelirá), transmitindo-lhe uma força eletrostática.

Tanto o gravitacional como o campo elétrico são **campos de força**.

5. VETOR CAMPO ELÉTRICO: \vec{E}

Para melhor definir a direção, o sentido e a intensidade do campo elétrico, definimos um vetor \vec{E} , denominado **vetor campo elétrico**.

Para tanto, seja \vec{F} a força eletrostática do campo elétrico sobre a carga de prova q nele colocada (Fig. 4).

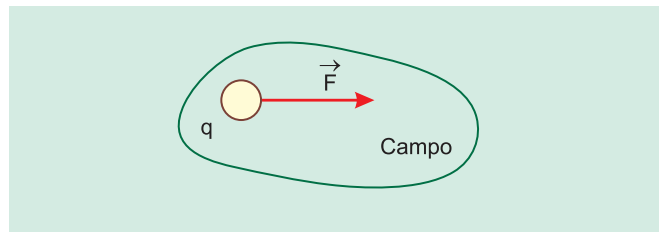


Fig. 4 – Carga de prova no campo elétrico.

□ Definição

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \quad \text{ou} \quad \vec{F} = q \cdot \vec{E}$$

Convém observar que

- 1.º) \vec{F} e \vec{E} são vetores de mesma direção.
- 2.º) Quando a carga de prova (q) for positiva, \vec{F} e \vec{E} têm o mesmo sentido.
- 3.º) Quando a carga de prova (q) for negativa, \vec{F} e \vec{E} têm sentidos opostos.

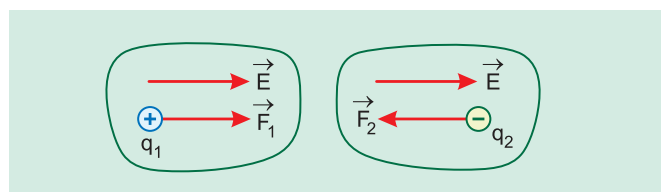
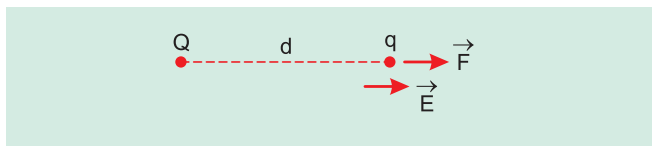


Fig. 5 – Sentido de \vec{F} e de \vec{E} com relação ao sinal de (q).

6. MÓDULO OU INTENSIDADE DO VETOR CAMPO ELÉTRICO

Fixemos uma carga puntiforme Q . Em sua volta, há um campo elétrico.

Coloquemos uma carga pontual q a uma distância d de Q .



Sobre (q), bem como sobre (Q), aparece uma força eletrostática.

Temos

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \Rightarrow E = \frac{F}{|q|} \quad (1)$$

Sendo

$$F = K_0 \frac{|q| \cdot |Q|}{d^2} \quad (2)$$

Vamos substituir (2) na (1):

$$E = \frac{K_0 \frac{|q| \cdot |Q|}{d^2}}{|q|}$$

Por cancelarmos q , afirmamos que o módulo do vetor campo independe da carga de prova. Restará

$$E = K_0 \frac{|Q|}{d^2}$$

Observação

A unidade provisória do campo eletrostático, no SI, é **newton** por **coulomb**.

7. SENTIDO DO VETOR CAMPO ELÉTRICO

O seu sentido dependerá exclusivamente do sinal da "carga-fonte" (Q).

a) Quando a "carga-fonte" Q for positiva, o campo elétrico será de **afastamento**. Os vetores campo elétrico apontarão "para fora", isto é, são centrífugos em relação à carga-fonte.

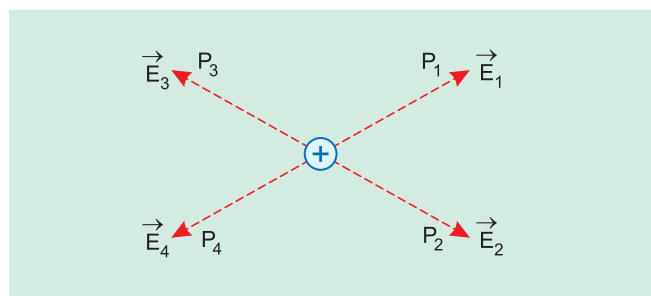


Fig.6 – Campo de afastamento para $Q > 0$.

b) Quando a "carga-fonte" Q for negativa, o campo elétrico será de **aproximação**. Os vetores campo elétrico apontarão para o centro da carga-fonte.

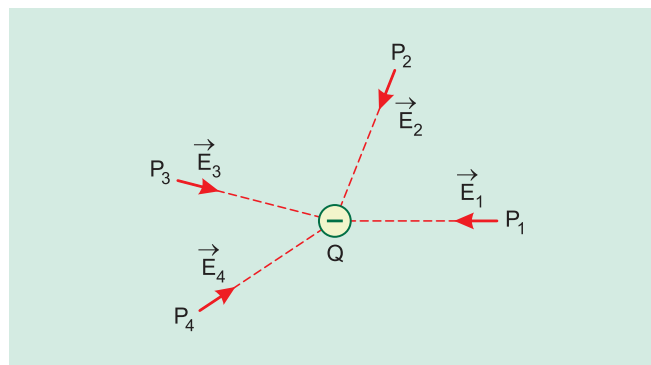


Fig. 7 – Campo de aproximação para $Q < 0$.

Observações

1ª) Quando representamos um ponto P e um vetor \vec{E} , é bom ressaltar que, mesmo não havendo carga em P , há um campo elétrico no local.

2ª) Não devemos dizer que os vetores \vec{E} da Fig. 6 estão "repelindo" os pontos P . Analogamente, eles não os estão atraindo na Fig. 7.

3ª) O vetor campo elétrico \vec{E} não é uma força, mas apenas uma representação simbólica de uma direção e um sentido de um agente transmissor de força.

8. GRÁFICO DO CAMPO ELÉTRICO

Variando-se a distância d , varia a intensidade E do vetor campo elétrico. O gráfico de E em função de d é um ramo de uma hipérbole cúbica, conforme indica a Fig. 8.

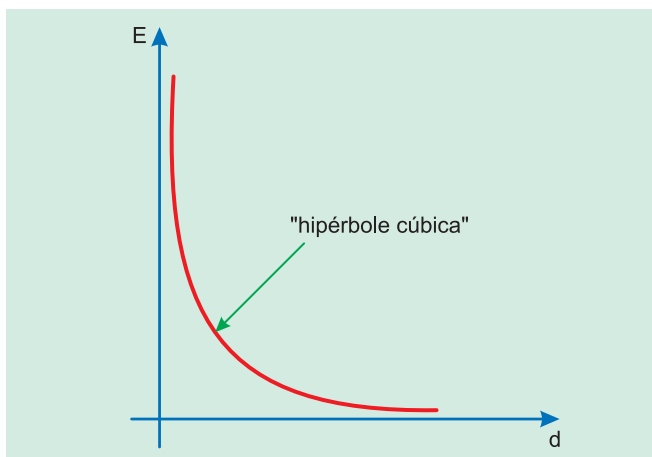


Fig. 8.

Já o gráfico de E em função de d^2 é um ramo de "hipérbole equilátera" (Fig. 9).

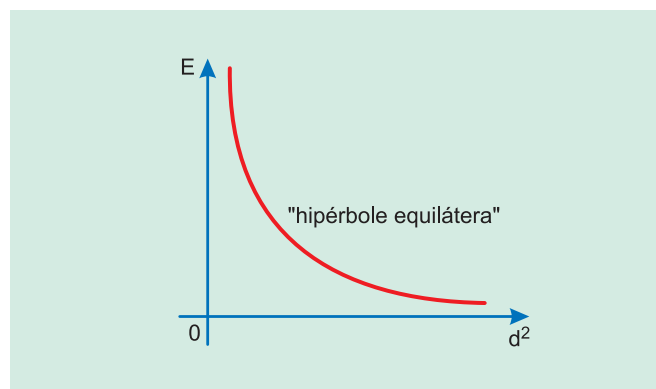


Fig. 9.

MÓDULO 40

Campo Elétrico Resultante – Diversas Cargas

Quando várias cargas são geradoras de um mesmo campo elétrico, então, em cada ponto do campo, o vetor campo elétrico resultante será a soma dos vetores produzidos pelas cargas individualmente.

1. CAMPO ELÉTRICO GERADO POR DUAS CARGAS PUNIFORMES

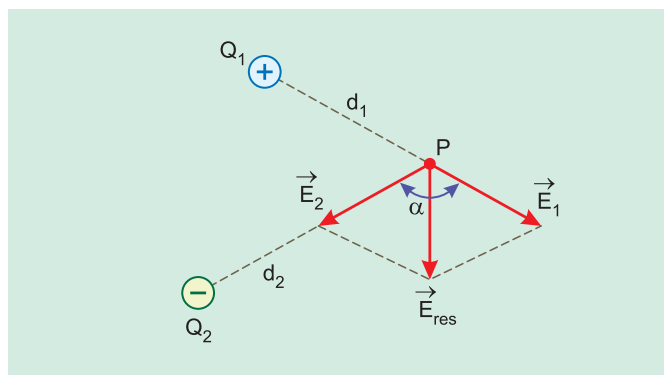
Sejam as cargas puntiformes Q_1 e Q_2 , de sinais opostos, criando campo elétrico em P.

A carga positiva (Q_1) gera em P um vetor campo elétrico (\vec{E}_1) de afastamento.

A carga negativa (Q_2) gera em P um vetor campo elétrico (\vec{E}_2) de aproximação.

O vetor campo elétrico resultante em P (\vec{E}_{res}) será dado pela soma vetorial de \vec{E}_1 e \vec{E}_2 .

$$\vec{E}_{res} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$



Cada campo parcial tem intensidade dada por

$$E_1 = K \cdot \frac{|Q_1|}{d_1^2}$$

$$E_2 = K \cdot \frac{|Q_2|}{d_2^2}$$

O módulo do vetor campo elétrico resultante é dado pela expressão

$$E_{res} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2 \cdot E_1 \cdot E_2 \cos \alpha}$$

Observação: se as cargas fossem ambas positivas ou ambas negativas, apenas mudariam a direção e o sentido do vetor \vec{E}_{res} .

Na figura (a) a seguir, temos duas partículas eletrizadas com cargas elétricas positivas e iguais a $+Q$ e na figura (b) as partículas estão eletrizadas com cargas elétricas $+Q$ (positiva) e $-Q$ (negativa). Elas estão situadas nos vértices A e B de um triângulo equilátero. Nas figuras representamos os vetores campo parciais \vec{E}_A e \vec{E}_B , ambos de mesmo módulo E e o vetor campo resultante \vec{E}_{res} .

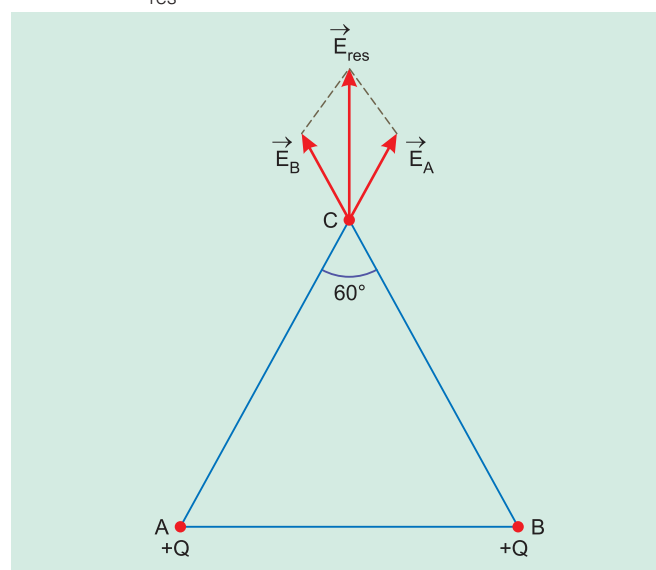


Fig a.

$$E_A = E_B = E$$

$$E_{res} = E \cdot \sqrt{3}$$

2. CAMPO ELÉTRICO GERADO POR N CARGAS PUNTIFORMES

Sejam agora n cargas puntiformes, $Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_n$, criando campo elétrico em um ponto P .

As cargas negativas criarão, individualmente, vetores (\vec{E}_i) de aproximação.

As cargas positivas criarão, individualmente, vetores (\vec{E}_i) de afastamento.

O vetor campo elétrico resultante será dado pela soma vetorial de todos os vetores parciais.

$$\vec{E}_{res} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots + \vec{E}_n$$

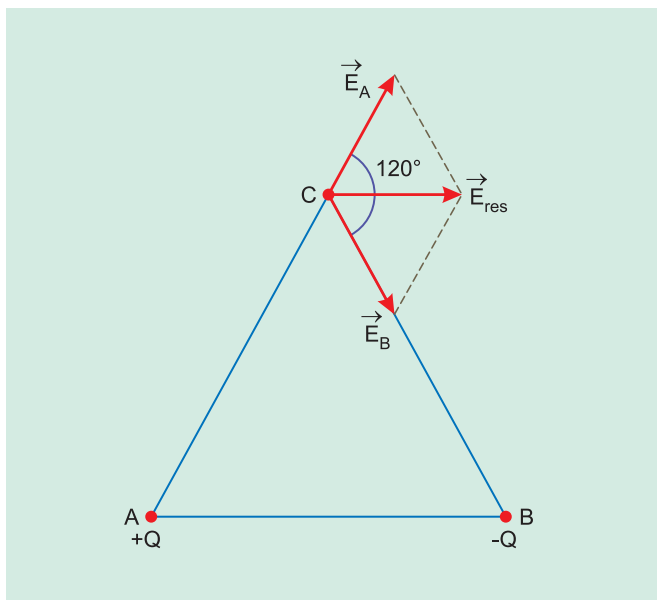
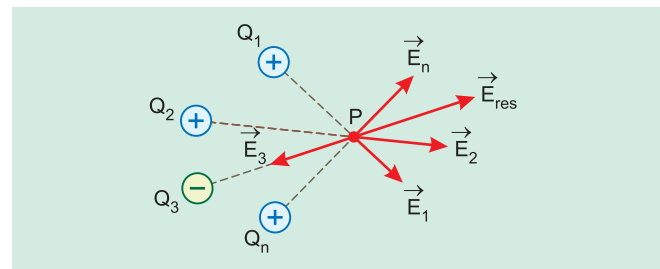


Fig b.

$$E_A = E_B = E$$

$$E_{res} = E$$

MÓDULO 41

Potencial Elétrico e Energia Potencial

1. DEFINIÇÃO

Potencial elétrico é a medida do nível de energia potencial elétrica associada a um ponto do campo elétrico.

Tomemos uma carga de prova (q) e a coloquemos em um ponto P de um campo elétrico. Ela adquire uma energia potencial elétrica (ϵ_{pot}). Definimos o potencial elétrico (V) associado ao ponto P como a grandeza escalar dada por

$$V = \frac{\epsilon_{pot}}{q} \Rightarrow \epsilon_{pot} = q \cdot V$$

2. UNIDADES DO SI

$$\text{unid. } (\epsilon_{pot}) = \text{joule (J)}$$

$$\text{unid. (V) = volt (V)}$$

3. ENERGIA POTENCIAL

Consideremos o campo elétrico gerado pela carga Q e o ponto P a uma distância d , no vácuo (Fig. 1)

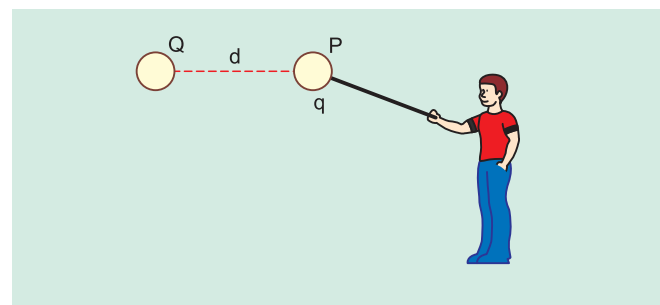


Fig.1.

A energia **potencial elétrica** que a carga elétrica puntiforme q adquire ao ser colocada em P é dada por

$$\epsilon_{pot} = K_0 \frac{q \cdot Q}{d}$$

O referencial adotado para a medida da energia potencial que q adquire é o **infinito**.

4. POTENCIAL ELÉTRICO

Para calcular o potencial elétrico em P , retomemos as equações seguintes.

$$\epsilon_{pot} = K_0 \frac{q Q}{d} \quad (1)$$

$$V = \frac{\epsilon_{\text{pot}}}{q} \quad (2)$$

Substituindo (1) em (2), vem

$$V = \frac{K_0 \frac{q \cdot Q}{d}}{q}$$

Ao cancelarmos q , podemos dizer que o potencial em P não dependerá do valor da carga de prova.

$$V = K_0 \frac{Q}{d}$$

5. OBSERVAÇÕES SOBRE O POTENCIAL

1ª) Trata-se de uma grandeza escalar.

2ª) Seu valor em P não depende de uma eventual carga de prova ali colocada.

3ª) O sinal do potencial elétrico acompanha o da carga-fonte.

$$\begin{aligned} Q > 0 &\rightarrow V > 0 \\ Q < 0 &\rightarrow V < 0 \end{aligned}$$

4ª) Agora temos em P duas grandezas associadas: uma vetorial, o campo elétrico (\vec{E}), e a outra escalar, o potencial elétrico (V).

5ª) Se o meio não for o **vácuo**, a constante eletrostática (K) assume um valor diferente de K_0 .

6. GRÁFICO DO POTENCIAL

Obedecendo à equação:

$$V = K_0 \frac{Q}{d}$$

o potencial colocado em gráfico em função da distância d nos dará uma hipérbole equilátera.

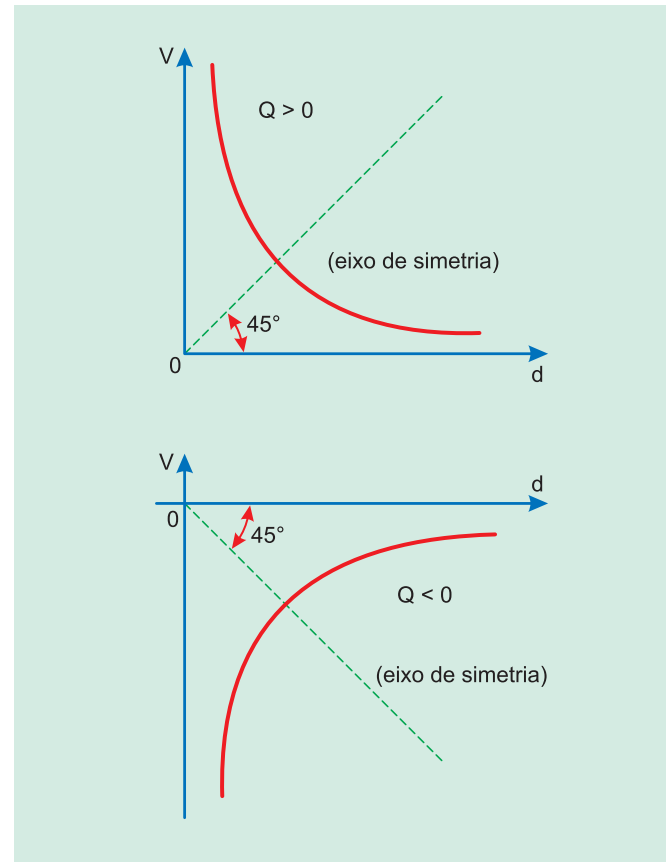


Fig.2.

7. ENERGIA POTENCIAL DE UM PAR DE CARGAS PUNTIFORMES

O sistema de duas cargas puntiformes, Q_1 e Q_2 , no vácuo, colocadas próximas uma da outra, conforme a Fig. 3, adquire a energia potencial elétrica igual a

$$\epsilon_{\text{pot}} = K_0 \frac{Q_1 \cdot Q_2}{d}$$

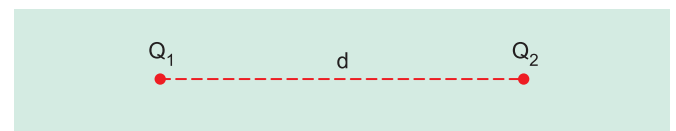


Fig.3 – Par de cargas puntiformes.



Consideremos um campo elétrico gerado por n cargas elétricas puntiformes: $Q_1, Q_2 \dots Q_n$. Neste campo, fixemos, ainda, um ponto P .

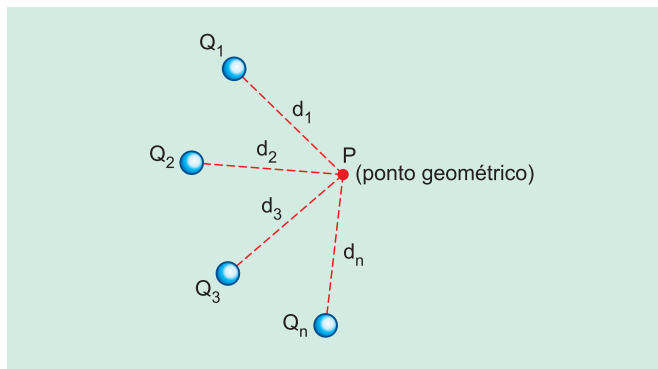


Fig. 1.

Para calcular o potencial elétrico resultante (V_{res}) no ponto P , procedemos da seguinte maneira:

1º) Calculamos, isoladamente, o potencial gerado por cada carga elétrica em P , usando a fórmula anterior:

$$V_1 = K_0 \frac{Q_1}{d_1}$$

$$V_2 = K_0 \frac{Q_2}{d_2}$$

$$V_n = K_0 \frac{Q_n}{d_n}$$

2º) O potencial resultante no ponto P é dado pela **soma algébrica** dos potenciais parciais. O potencial é uma grandeza escalar e "cumulativa".

$$V_{res} = V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_n$$

Observação

Podemos, ainda, substituir as expressões parciais na equação acima.

$$V_{res} = K_0 \frac{Q_1}{d_1} + K_0 \frac{Q_2}{d_2} + \dots + K_0 \frac{Q_n}{d_n}$$

$$V_{res} = K_0 \left(\frac{Q_1}{d_1} + \frac{Q_2}{d_2} + \dots + \frac{Q_n}{d_n} \right)$$



1. INTRODUÇÃO

Considere dois pontos, A e B, de um campo elétrico onde

V_A = potencial resultante no ponto A.

V_B = potencial resultante no ponto B.

Uma carga de prova (q) é transportada de A para B por um operador (Fig. 2).

Durante este transporte, as forças elétricas do campo que atuam em (q) executam um trabalho τ_{AB} , dado pela equação:

$$\tau_{AB} = q(V_A - V_B)$$

Esta equação pode ser demonstrada pela diferença entre as energias potenciais da carga de prova (q) nos pontos A e B.

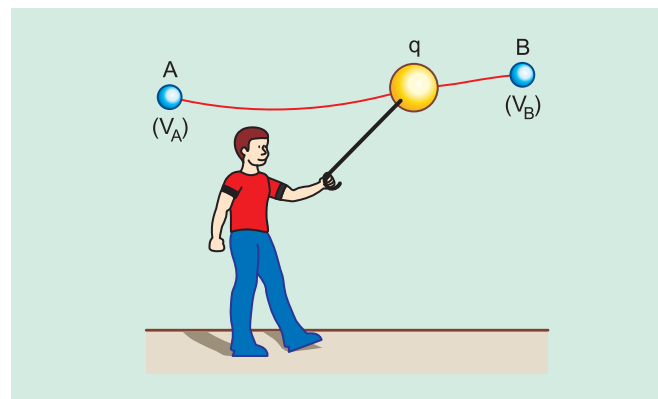


Fig. 2.

2. TEOREMA DE ENERGIA CINÉTICA

"O trabalho de todas as forças que atuam em q é igual à variação de sua energia cinética ao passar do ponto A para o ponto B."

$$\tau_{res} = \epsilon_{cinB} - \epsilon_{cinA}$$

Sendo apenas duas as forças atuantes em q, a do operador e a do campo elétrico, teremos

$$\tau_{oper} + \tau_{AB} = \varepsilon_{cinB} - \varepsilon_{cinA}$$

Caso particular

A partícula é tirada do repouso em (A) e levada até (B), onde foi colocada em repouso.

Neste caso, teremos:

$$\varepsilon_{cinA} = 0 \quad e \quad \varepsilon_{cinB} = 0$$

$$\tau_{oper} + \tau_{AB} = 0$$

$$\tau_{oper} = -\tau_{AB}$$

MÓDULO 45 Propriedades do Campo Elétrico: Linhas de Força e Equipotenciais

1. LINHA DE FORÇA

A fim de representar a direção e o sentido de um campo elétrico, foram criadas as "**linhas de força**".

Elas são linhas imaginárias que desenhamos com o intuito de visualizar melhor o campo elétrico.

Uma linha de força tangencia sempre um conjunto de vetores campo elétrico.

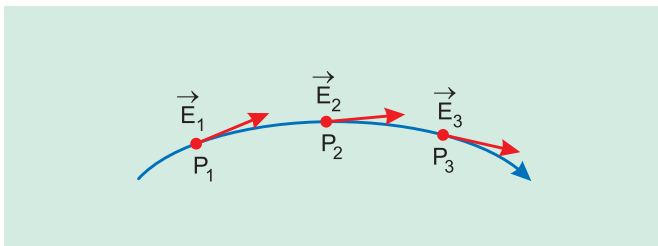


Fig. 1 – Linha de força (LF).

2. CARGA PUNTIFORME ISOLADA

Recordemos:

- a) Se $Q > 0$, o campo é de afastamento;
- b) Se $Q < 0$, o campo é de aproximação.

As linhas de força serão radiais e o sentido obedece à regra anterior.

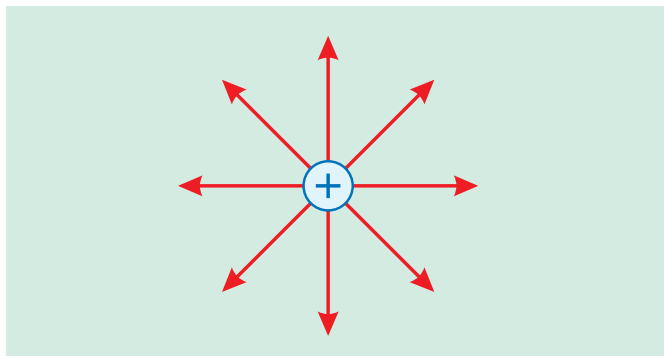


Fig. 2 – Linhas de força de uma carga puntiforme positiva.

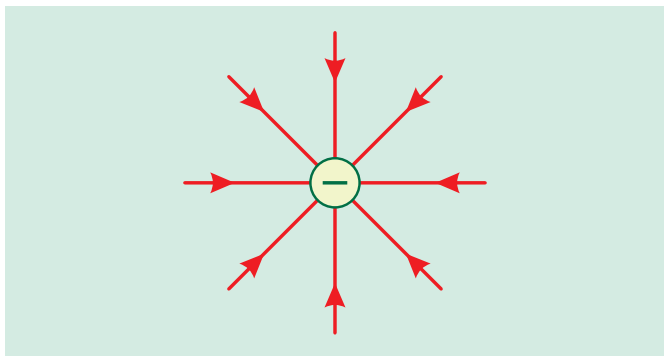


Fig. 3 – Linhas de força de uma carga puntiforme negativa.

3. DUAS CARGAS PUNTIFORMES

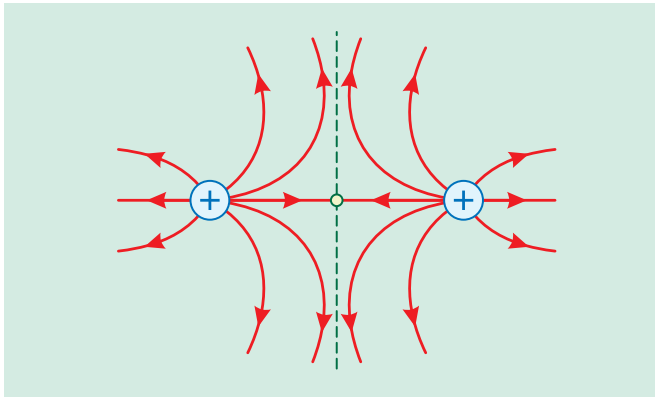


Fig. 4 – Linhas de força de duas cargas puntiformes positivas idênticas.

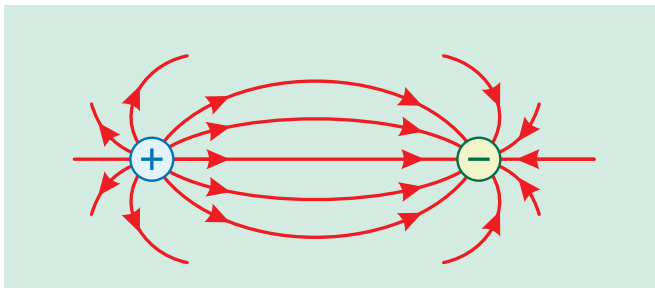


Fig. 5 – Linhas de força de duas cargas puntiformes de sinais contrários. "A linha nasce na carga positiva e morre na carga negativa."

4. EQUIPOTENCIAIS

As equipotenciais são linhas ou superfícies imaginárias nas quais seus pontos possuem um mesmo potencial.

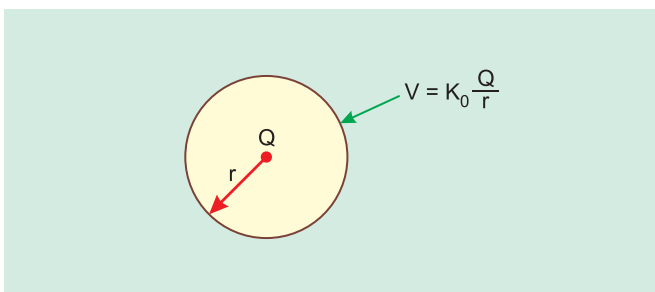


Fig. 6 – A superfície esférica imaginária de raio r é uma equipotencial em torno da carga puntiforme Q .

❑ Propriedades

As linhas de força são perpendiculares às linhas ou superfícies equipotenciais quando ambas se cruzarem.

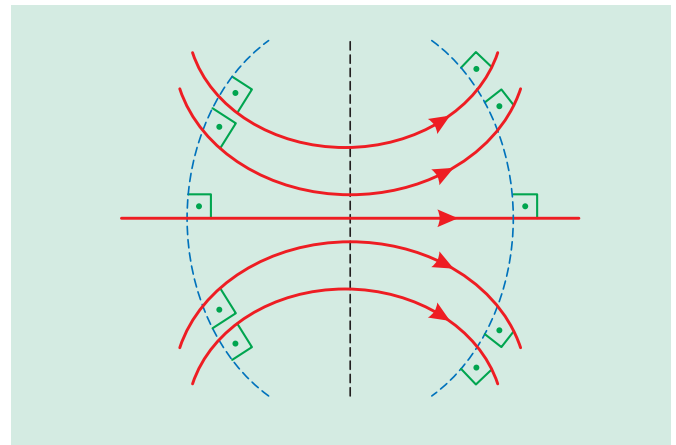


Fig. 7 – Linhas cheias – linhas de força. Linhas pontilhadas – linhas equipotenciais.

5. CAMPO ELÉTRICO UNIFORME

Um campo elétrico se diz uniforme quando suas linhas de força forem retas, paralelas e uniformemente distribuídas. As superfícies equipotenciais serão planos paralelos entre si. Cada plano é perpendicular às linhas de força.

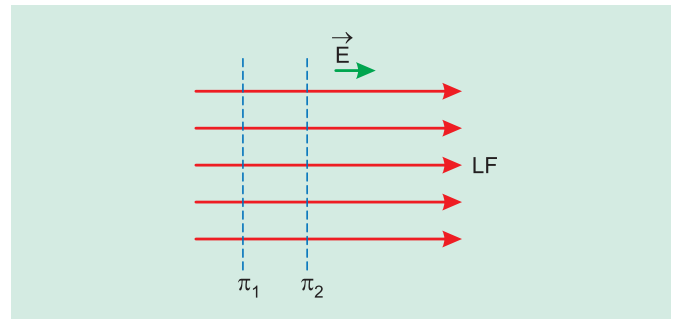
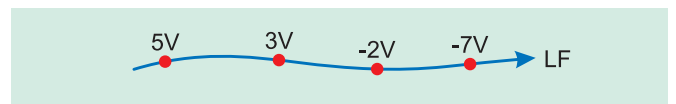


Fig. 8 – Campo elétrico uniforme. Linhas pontilhadas = equipotenciais. Linhas cheias = linhas de força.

6. PROPRIEDADES IMPORTANTES

- 1ª) As linhas de força são abertas.
- 2ª) Duas linhas de força nunca se cruzam.
- 3ª) As equipotenciais podem ser abertas ou fechadas.
- 4ª) Ao percorrermos uma linha de força, no sentido dela, notaremos que o potencial vai decrescendo.



- 5ª) Linha de força e linha equipotencial jamais poderiam ser coincidentes.



1. DEFINIÇÃO DE CONDUTOR ISOLADO

Um condutor isolado, eletrizado ou não, está em equilíbrio eletrostático quando não existe nele nenhum movimento ordenado de cargas elétricas.

2. PROPRIEDADES

Para um condutor isolado em equilíbrio eletrostático, são válidas as propriedades que se seguem.

1.a) É nulo o campo elétrico no seu interior.

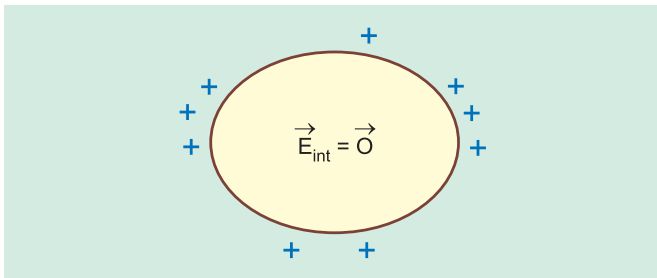


Fig. 1 – Condutor em equilíbrio eletrostático.

2.a) É constante o potencial elétrico em todos os seus pontos (internos e da superfície).

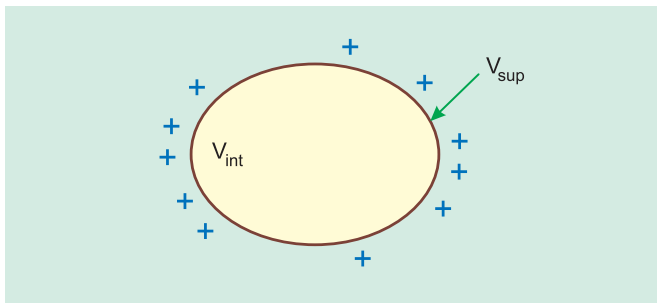


Fig. 2.

$$V_{int} = \text{constante}$$

$$V_{sup} = \text{constante}$$

$$V_{int} = V_{sup}$$

3.a) As cargas elétricas em excesso de um condutor em equilíbrio eletrostático distribuem-se pela sua superfície externa.

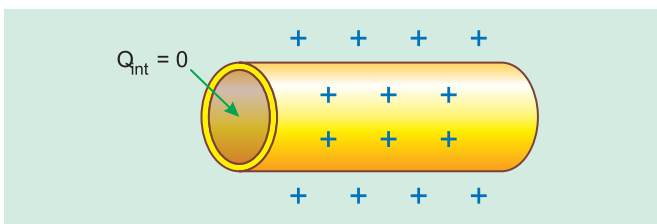


Fig. 3 – Cilindro oco de alumínio. As cargas elétricas em excesso estão na superfície externa.

4.a) O vetor elétrico tem direção perpendicular à superfície condutora.

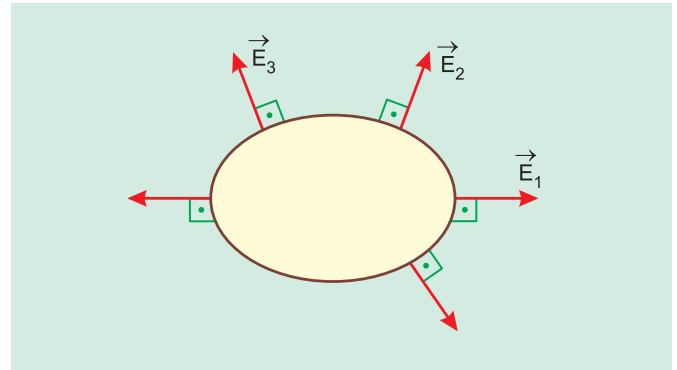


Fig. 4 – Condutor em equilíbrio eletrostático-eletrizado.

5.a) Há maior densidade superficial de cargas elétricas nas regiões de maior curvatura (pontas).

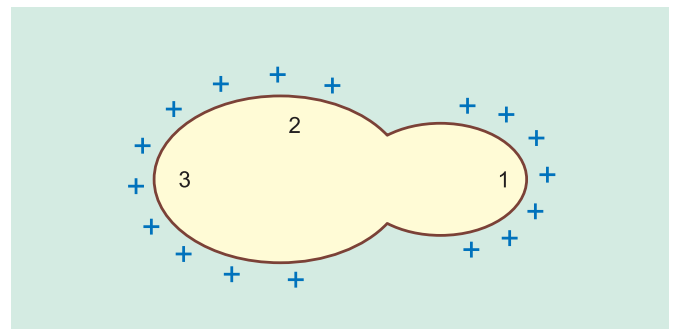
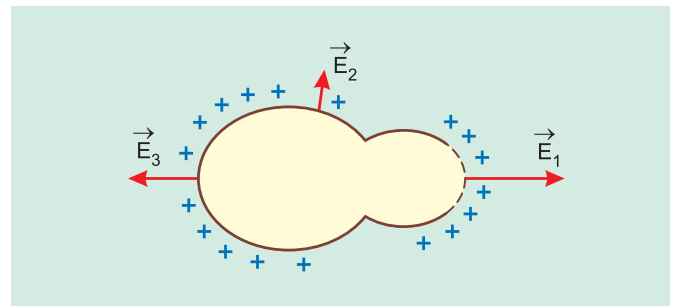


Fig. 5 – d_1 = densidade superficial de cargas da região 1.
 d_2 = densidade superficial de cargas da região 2.
 d_3 = densidade superficial de cargas da região 3.
 $d_1 > d_3 > d_2$

6.a) A intensidade do campo elétrico nas proximidades do condutor é proporcional à densidade de cargas da respectiva região.



$$|\vec{E}_1| > |\vec{E}_3| > |\vec{E}_2|$$



1. INTRODUÇÃO

Numa esfera condutora, em equilíbrio eletrostático, as cargas elétricas têm distribuição uniforme e o campo elétrico tem intensidade constante em sua volta (para pontos infinitamente próximos dela).

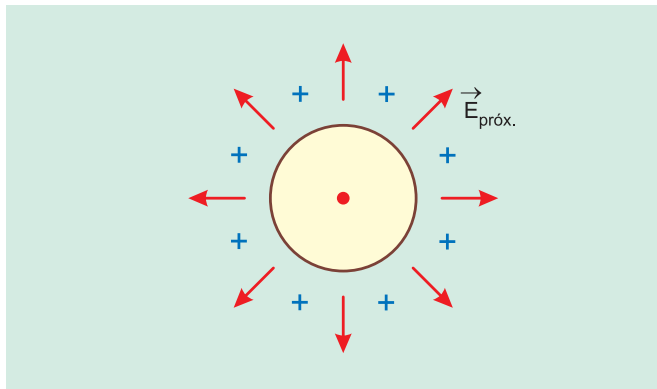


Fig. 1 – Esfera em equilíbrio eletrostático; eletrizada positivamente.

□ Campo elétrico e potencial em um ponto externo à esfera

Para calcular o valor do potencial elétrico ou da intensidade do campo elétrico fora da esfera, podemos usar o Teorema de Newton: “admite-se que toda a carga elétrica esteja concentrada no centro da esfera”. A seguir, usamos as fórmulas tradicionais:

$$V_p = K_0 \frac{Q}{d}$$

$$E_p = K_0 \frac{|Q|}{d^2}$$

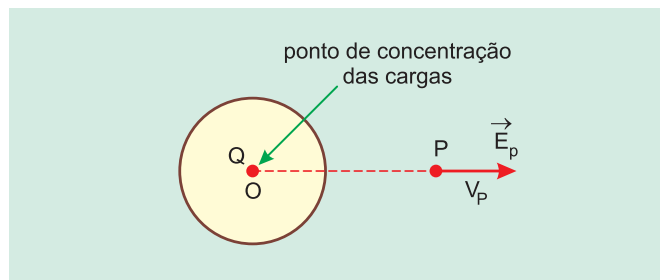


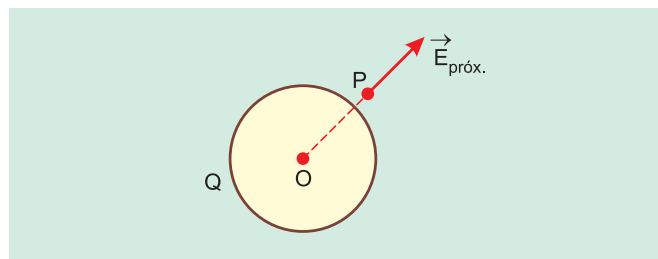
Fig. 2 – Esfera em equilíbrio eletrostático (no vácuo).

Observação

$$d = \overline{OP}$$

Medimos a distância desde o centro da esfera até o ponto P.

□ Campo elétrico em ponto infinitamente próximo da esfera



Estando o ponto P infinitamente próximo da esfera (externo), podemos usar ainda o Teorema de Newton e fazer a seguinte aproximação:

$$d = \overline{OP} \cong (\text{raio da esfera})$$

$$E_{\text{próx.}} = K_0 \frac{|Q|}{R^2}$$

□ Potencial na superfície da esfera

A superfície é equipotencial e vale para todos os seus pontos:

$$V_{\text{sup.}} = K_0 \frac{Q}{R}$$

□ Campo elétrico e potencial no interior da esfera

Como todo o corpo da esfera condutora em equilíbrio eletrostático é equipotencial, podemos escrever:

$$V_{\text{int}} = V_{\text{sup}} = K_0 \frac{Q}{R}$$

No entanto, conforme vimos no interior dos corpos em equilíbrio eletrostático, o campo elétrico é nulo.

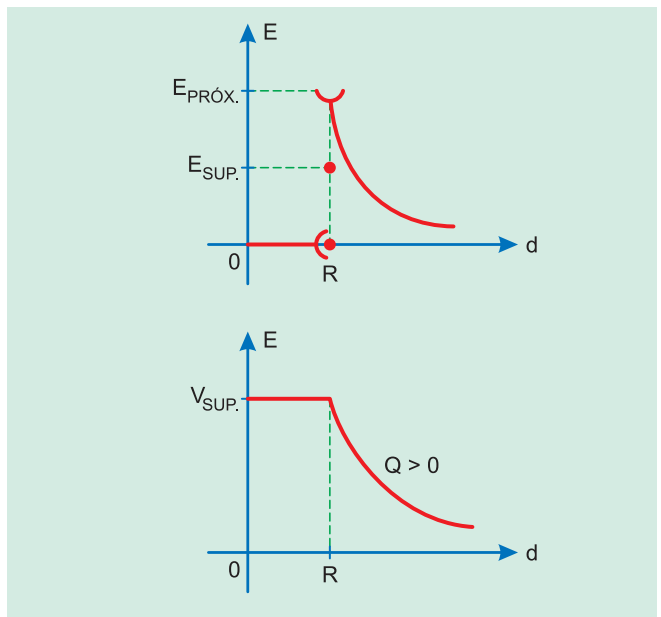
$$\vec{E}_{\text{int}} = \vec{0}$$

□ Campo elétrico na superfície da esfera

$$E_{\text{sup}} = \frac{1}{2} E_{\text{próx}}$$

$$E_{\text{sup}} = \frac{1}{2} K_0 \frac{|Q|}{R^2}$$

2. GRÁFICOS DA ESFERA



MÓDULO 48

Capacitância e Energia Eletrostática

1. CAPACITÂNCIA DE UM CONDUTOR ISOLADO

Em qualquer tipo de condutor isolado, a sua carga elétrica Q e o seu potencial elétrico V sempre são proporcionais. Assim, é constante a razão entre a carga Q e o potencial V .

$$C = \frac{Q}{V}$$

em que C é uma constante, positiva, denominada capacitância ou capacidade eletrostática do condutor.

Se, no condutor, sua carga for dobrada, seu potencial também dobrará e teremos

$$C' = \frac{2Q}{2V} = \frac{Q}{V} = C$$

Isto é, a capacitância não variou.

Observações

1.^a) A capacitância do condutor depende da sua forma geométrica, de suas dimensões e do meio que o envolve.

2.^a) Os condutores esféricos têm maior capacitância que outros de igual volume, mas de formatos diferentes.

2. UNIDADE DE CAPACITÂNCIA

$$\text{Unidade (C)} = \frac{\text{unidade de carga}}{\text{unidade de potencial}}$$

No SI, temos

$$\text{Unidade (C)} = \frac{\text{coulomb}}{\text{volt}}$$

Esta unidade (C/V) recebe o nome de farad (homenagem a **Michael Faraday**).

$$1\text{F} = \frac{1\text{C}}{1\text{V}}$$

3. CAPACITÂNCIA DE UM CONDUTOR ESFÉRICO

Para um condutor esférico de raio R e carga elétrica Q , isolado, no vácuo, o seu potencial elétrico vale

$$V = K_0 \cdot \frac{Q}{R}$$

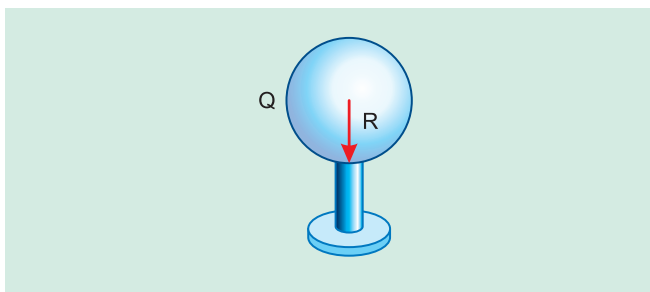


Fig. 1 – Condutor esférico isolado.

Levando em conta a definição de capacitância, teremos

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{K_0 \frac{Q}{R}} \Rightarrow \boxed{C = \frac{R}{K_0}}$$

Conclusões

- 1ª) Com o cancelamento da grandeza **Q**, mais uma vez fica demonstrado que a capacitância não depende da carga elétrica do condutor.
- 2ª) A capacitância **C** do condutor esférico é diretamente proporcional ao seu raio **R**.
- 3ª) Se o condutor não estivesse no vácuo, trocaríamos a constante eletrostática K_0 por outra (K), conforme o meio.

4. ENERGIA ELETROSTÁTICA DE UM CONDUTOR ISOLADO

Se fizéssemos um gráfico do potencial elétrico (V) em função da carga elétrica (Q) para um condutor metálico à medida que é eletrizado, obteríamos uma reta oblíqua passando pela origem (Fig. 2), pois a função é

$$Q = C \cdot V \text{ ou: } \boxed{V = \frac{1}{C} \cdot Q}$$

Como $1/C$ é uma constante, a função é **linear**.

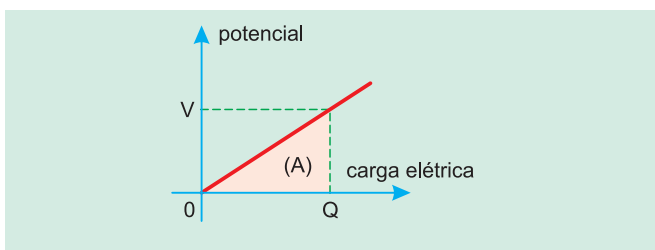


Fig. 2.

A área assinalada no gráfico é numericamente igual à energia eletrostática do condutor. Observemos que esta energia é potencial, pois está armazenada no condutor.

$$E_{\text{pot.}} = \text{área do triângulo} = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$\boxed{E_{\text{pot}} = \frac{Q \cdot V}{2}}$$

Se levamos em conta que $Q = C \cdot V$ teremos

$$E_{\text{pot}} = \frac{Q \cdot V}{2} = \frac{C \cdot V \cdot V}{2} \Rightarrow \boxed{E_{\text{pot}} = \frac{C \cdot V^2}{2}}$$

$$\text{ou, então } V = \frac{Q}{C}$$

$$E_{\text{pot}} = \frac{Q \cdot V}{2} = \frac{Q \cdot Q/C}{2} \Rightarrow \boxed{E_{\text{pot}} = \frac{Q^2}{2C}}$$

No SI, a unidade de energia é o **joule**.

5. EQUILÍBRIO ELETROSTÁTICO ENTRE DOIS CONDUTORES

Consideremos dois condutores, A e B, isolados um do outro e também de quaisquer outros condutores (Fig. 3).

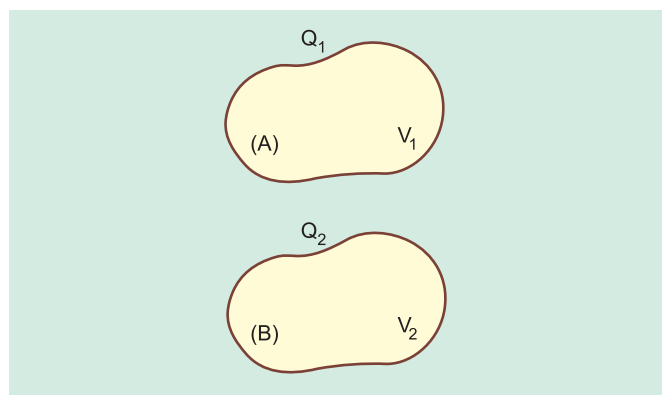


Fig. 3.

Sejam:

Q_1 = carga inicial de A.

Q_2 = carga inicial de B.

V_1 = potencial inicial de A.

V_2 = potencial inicial de B

Supomos $V_2 > V_1$

Se os interligarmos através de um fio condutor de capacidade desprezível, haverá escoamento de elétrons de A para B, devido à ddp entre eles. O elétron escoo espontaneamente para pontos de maior potencial.

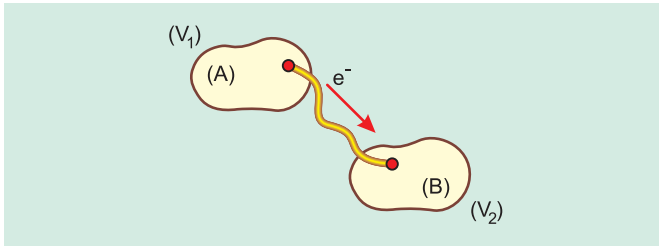
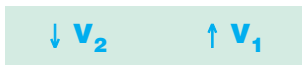


Fig. 4.

O condutor B, recebendo elétrons, terá sua carga diminuída gradativamente, ao passo que o condutor A terá aumento da carga (perdeu elétrons).

Com isso, o potencial de B diminuirá e o de A aumentará, gradativamente.



No início, tínhamos $V_2 > V_1$, mas com a troca de cargas entre A e B, haverá um instante em que os potenciais vão igualar-se e teremos

$$V'_2 = V'_1$$

Uma vez atingido esse estado, cessará a troca de elétrons e os corpos terão atingido o **equilíbrio eletrostático**.

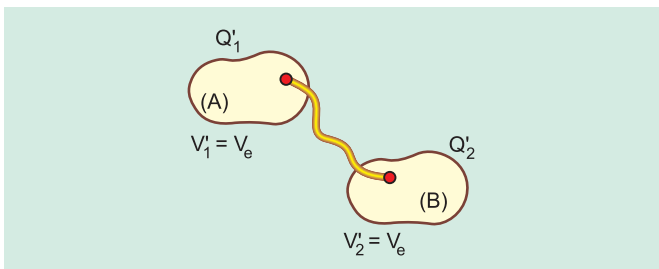


Fig. 5.

Sejam, no equilíbrio,

Q'_1 e Q'_2 = novas cargas de A e B.

V'_1 e V'_2 = novos potenciais de A e B.

$V'_1 = V'_2 = V_e$ = potencial de equilíbrio.

Usando o princípio da conservação das cargas elétricas:

$$Q'_1 + Q'_2 = Q_1 + Q_2 \quad (1)$$

Sendo

$$Q'_1 = C_1 V_e \quad \text{e} \quad Q'_2 = C_2 V_e$$

em que C_1 e C_2 são as capacitâncias de A e de B, respectivamente. Teremos, então

$$C_1 V_e + C_2 V_e = Q_1 + Q_2$$

$$V_e = \frac{Q_1 + Q_2}{C_1 + C_2} \quad \text{potencial de equilíbrio}$$

Caso particular

Para dois condutores esféricos (1) e (2) de raios R_1 e R_2 , é fácil demonstrar que

$$\frac{Q'_1}{Q'_2} = \frac{R_1}{R_2} \quad (2)$$

De **(1)** e **(2)**, podemos determinar as novas cargas Q'_1 e Q'_2 de A e B.