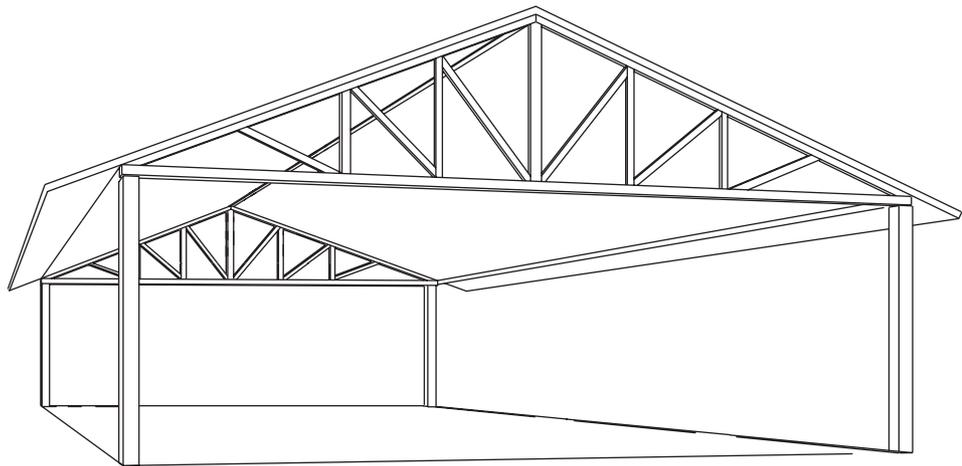


# Triângulos

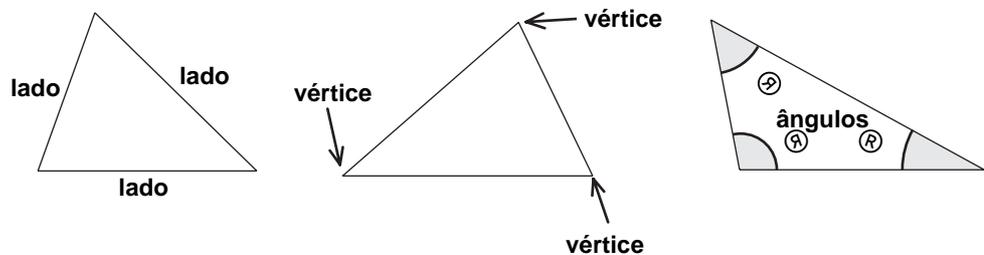
## Para pensar

O triângulo é uma figura geométrica muito utilizada em construções. Você já deve ter notado que existem vários tipos de triângulo. Observe na armação do telhado os tipos diferentes que você pode encontrar. Tente contar quantos triângulos existem nessa armação.

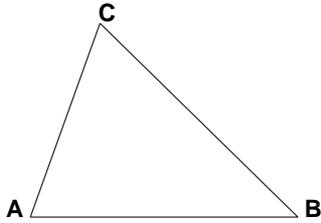


## Nossa aula

Você já sabe que o triângulo é uma figura geométrica de:



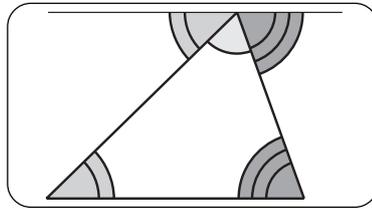
Para falar desses elementos dos triângulos, a Matemática usa uma convenção universal. Com letras maiúsculas representamos os vértices, pois eles são pontos do plano. E assim temos, por exemplo:



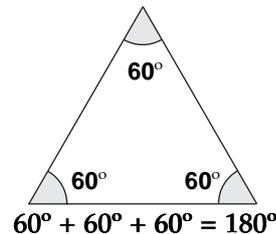
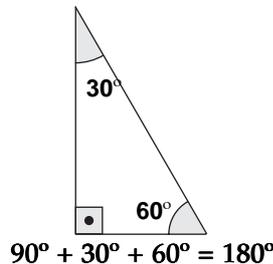
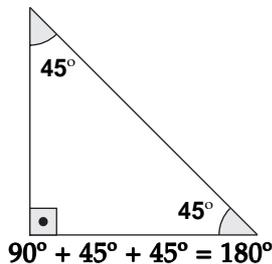
- Os pontos A, B e C são os **vértices**.
- Os segmentos AB, BC e AC são os **lados**.
- $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$  e  $\hat{C}$  são os **ângulos** do triângulo.

Você também já viu, na 1ª fase de seu curso, que:

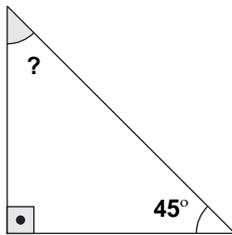
***A soma dos ângulos internos de um triângulo é sempre igual a 180°.***



Veja os exemplos abaixo:

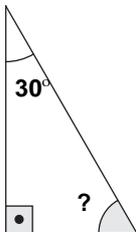


Assim, se você conhece dois ângulos de um triângulo, pode sempre descobrir a medida do terceiro ângulo. Vejamos como seria resolvido esse problema usando os mesmos exemplos acima.



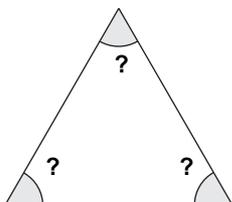
$$\begin{aligned} 180^\circ - (90^\circ + 45^\circ) &= \\ = 180^\circ - 135^\circ &= \\ = 45^\circ & \end{aligned}$$

O ângulo cuja medida é desconhecida mede 45°, pois é quanto falta à soma dos outros dois para completar 180°.



$$\begin{aligned} 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) &= \\ = 180^\circ - 120^\circ &= \\ = 60^\circ & \end{aligned}$$

O resultado é encontrado subtraindo-se de 180° (total da soma) a soma dos ângulos que você já conhece.



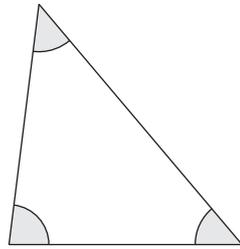
$$\frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$$

Neste exemplo, você não conhece nenhum dos três ângulos, mas sabe que os três possuem medidas iguais. Basta então dividir o total por 3.

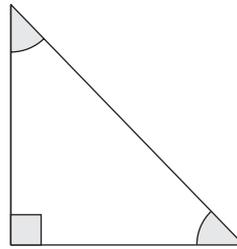
## Classificação dos triângulos

Como os triângulos não são todos iguais, podemos separá-los em grupos que tenham características comuns, ou seja, podemos classificá-los. Usam-se dois tipos de classificação: pelos ângulos ou pelos lados.

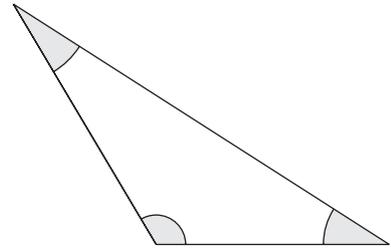
### Classificação quanto aos ângulos



**acutângulo**



**retângulo**

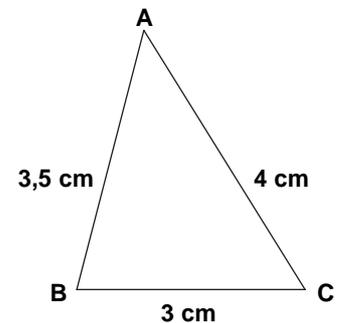
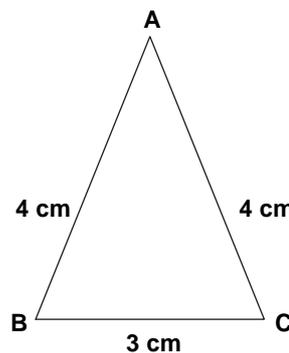
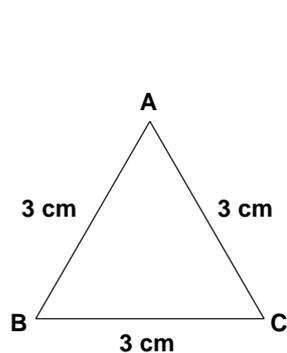


**obtusângulo**

Com um esquadro, verifique, nos exemplos acima, se os ângulos são agudos (menores que o ângulo reto), retos ou obtusos (maiores que o ângulo reto). Veja:

- O triângulo **acutângulo** possui os 3 ângulos agudos.
- O triângulo **retângulo** possui 1 ângulo reto e 2 ângulos agudos.
- O triângulo **obtusângulo** possui 1 ângulo obtuso e 2 ângulos agudos.

### Classificação quanto aos lados

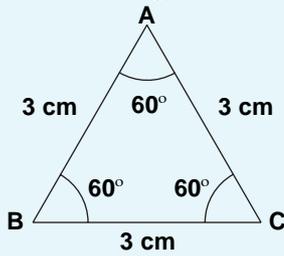


Você pode confirmar com a régua as medidas dos lados destes triângulos:

- O triângulo **equilátero** possui os 3 lados com a mesma medida.
- O triângulo **isósceles** possui 2 lados com a mesma medida e o terceiro lado com medida diferente.
- O triângulo **escaleno** possui os 3 lados com medidas diferentes.

## Observações

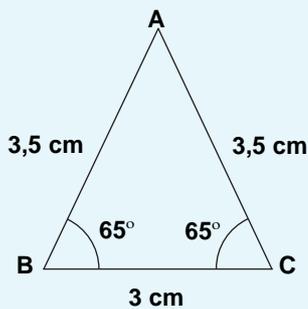
1. Quando um triângulo é **equilátero** ele é também **equiângulo**, isto é, seus três ângulos possuem a mesma medida.



$$AB = AC = BC = 3 \text{ cm (equilátero)}$$

$$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 60^\circ \text{ (equiângulo)}$$

2. No triângulo **isósceles**, o lado que possui medida diferente é chamado de **base** e os ângulos que os lados com medidas iguais formam com a base têm a mesma medida.



$$AB = AC = 3,5 \text{ cm}$$

$$BC = \text{base} = 3 \text{ cm}$$

$$\hat{B} = \hat{C} = 65^\circ$$

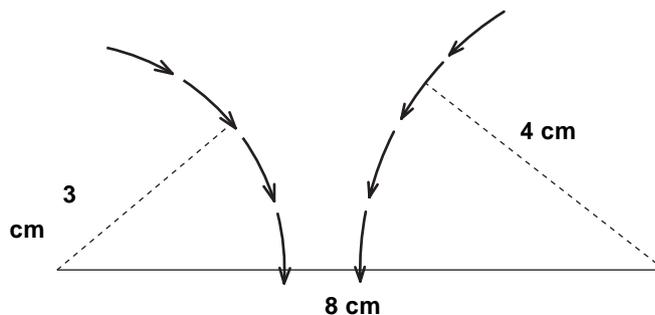
## Construção de um triângulo pelas medidas de seus lados

Mesmo conhecendo as três medidas dos lados, nem sempre conseguimos construir um triângulo. Você pode usar palitos ou varetas de vários tamanhos e ver o que acontece na prática.

Vamos mostrar com três exemplos algumas situações que você vai encontrar na prática. Você descobrirá que existe uma relação entre as medidas dos lados que possibilita a construção de um triângulo. Vamos lá!

## EXEMPLO 1

É possível construir um triângulo quando seus lados medem 8 cm, 4 cm e 3 cm?

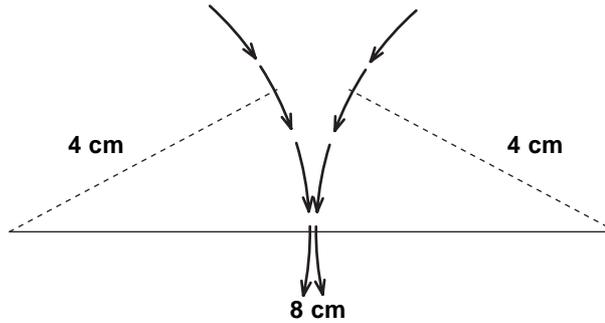


Observe que, se “fixarmos” nas extremidades do lado maior os lados menores, não conseguiremos encontrar uma posição para que eles se encontrem e formem um triângulo.

Isso ocorre porque a soma das medidas dos lados menores ( $3 + 4 = 7$ ) é menor do que a medida do lado maior (8):  $8 > 3 + 4$

### EXEMPLO 2

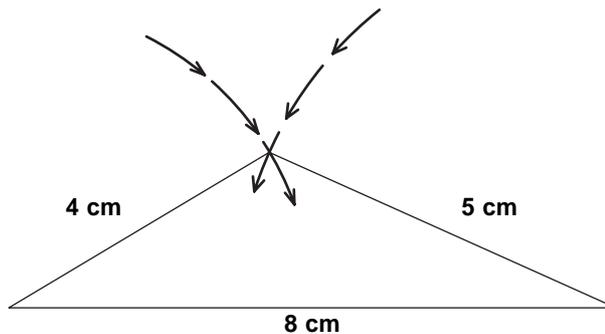
Vamos tentar então aumentar um dos lados menores e verificar o que acontece. Façamos os lados medindo 8 cm, 4 cm e 4 cm.



Como no exemplo anterior se “fixamos” as extremidades para procurar a posição que formará o triângulo veremos que os dois lados menores (4 cm cada um) só se encontrarão sobre o lado maior (8 cm). Isso ocorre porque:  $8 = 4 + 4$

### EXEMPLO 3

Vamos agora utilizar lados com 8 cm, 5 cm e 4 cm.



Nesse caso é possível construir um triângulo, pois quando “giramos” os lados menores com extremidades presas no lado maior eles se encontram formando o triângulo. Note que:  $8 < 5 + 4$

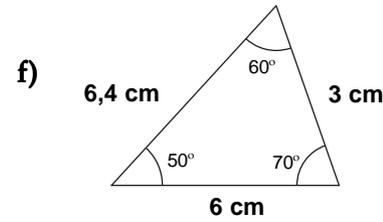
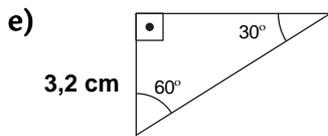
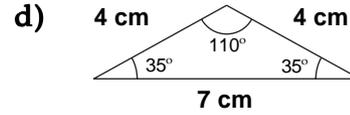
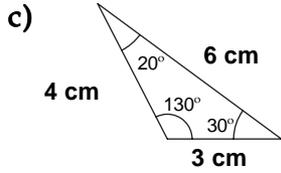
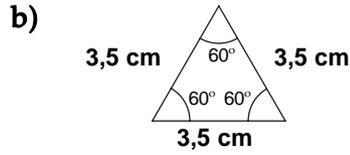
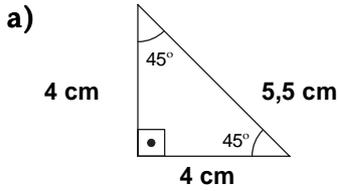
#### Conclusão

Para verificar a existência de um triângulo quando são conhecidas as medidas de seus três lados, **basta** verificar se a soma das medidas dos dois lados menores é maior que a medida do lado maior. Mais formalmente dizemos que:

***Em qualquer triângulo, a medida de um lado deve ser sempre menor que a soma das medidas dos outros dois lados.***

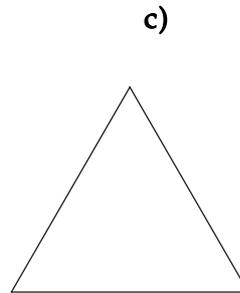
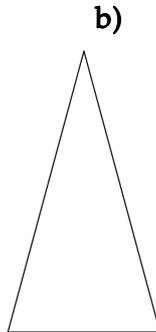
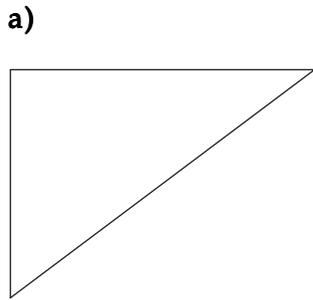
**Exercício 1**

Observe os triângulos abaixo e classifique-os quanto aos ângulos e quanto aos lados.



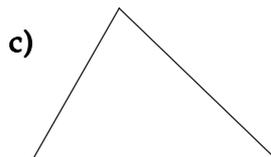
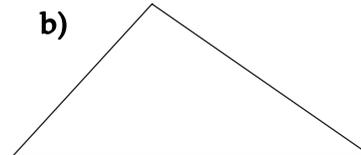
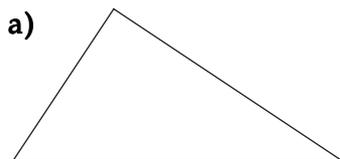
**Exercício 2**

Use a régua para medir os lados dos triângulos abaixo e classifique-os quanto aos lados.



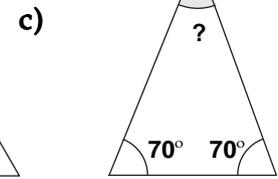
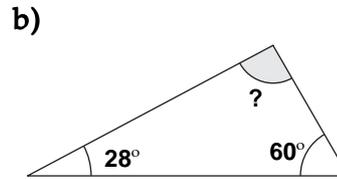
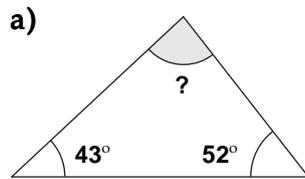
**Exercício 3**

Use o transferidor (ou um ângulo reto qualquer), meça os ângulos e classifique os triângulos quanto aos ângulos:



**Exercício 4**

Determine a medida do terceiro ângulo:



**Exercício 5**

Num triângulo equilátero, quanto mede cada ângulo?

**Exercício 6**

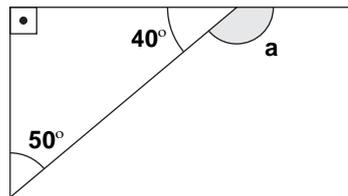
Num triângulo isósceles, os ângulos da base medem  $50^\circ$  cada um. Quanto mede o outro ângulo?

**Exercício 7**

Num triângulo isósceles, o ângulo diferente mede  $110^\circ$ . Quanto medem os outros dois ângulos?

**Exercício 8**

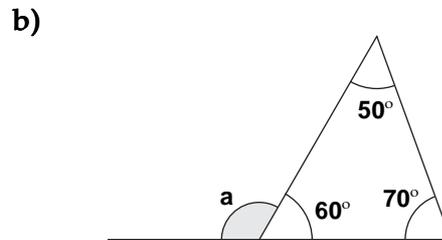
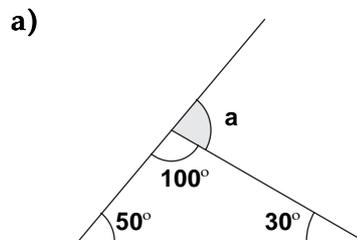
Observe a figura abaixo. O ângulo marcado com a letra **a**, obtido quando prolongamos um dos lados do triângulo, é chamado **ângulo externo**. Neste exemplo,



- a) Quanto mede **a**?
- b) Como você obteve essa medida?
- c) Que relação ela tem com os ângulos do triângulo?

**Exercício 9**

Verifique se sua conclusão é válida para estes outros exemplos:



**Exercício 10**

Verifique se existem triângulos cujos lados tenham as medidas abaixo:

- a) 7 cm, 10 cm e 15 cm
- b) 6 cm, 6 cm e 6 cm
- c) 4 cm, 5 cm e 10 cm
- d) 3 cm, 7 cm e 10 cm