AULA
46

Novamente frações

Para pensar

Uma pessoa vai viajar para uma cidade a 220 km de distância de onde mora. Planeja fazer duas paradas para descansar.

Quais serão as distâncias das paradas (incluindo a partida e a chegada), sabendo que elas deverão ser aproximadamente iguais? Faça um gráfico da estrada, marcando as paradas.

Nossa aula

Sabemos que, quando dividimos um número inteiro por outro, podemos encontrar como quociente um número inteiro ou um número decimal. Por exemplo:

$$20 \div 5 = 4$$
$$100 \div 40 = 2{,}5$$

Vejamos, agora, o que acontece quando dividimos 41 por 9:

```
41  | 9
 50   4,555......
  50
   50
    50 ....
```

Se continuarmos a conta, encontraremos sempre o algarismo 5 no quociente, e o resto será sempre o mesmo (5).

Se fizermos essa conta numa máquina de calcular, aparecerá no visor o número 4.5555555 (ou seja, 4,5555555). Nesse caso, o algarismo 5 aparece repetido 7 vezes. Se a mesma conta for feita numa máquina maior, encontraremos um resultado com o algarismo 5 repetido mais vezes (9 ou 11 vezes).

Concluímos, então, que a divisão de 41 por 9 nunca termina e que os pontos indicam que o algarismo 5 se repete indefinidamente.

O número 4,555... é chamado de **dízima periódica** e o algarismo 5 é o **período** da dízima.

Podemos também representar a dízima periódica colocando um traço sobre o período: $4{,}\overline{5}$.

Como essa dízima foi gerada pela divisão $41 \div 9$, que pode ser escrita em forma de fração, como $\frac{41}{9}$, dizemos que a **geratriz** da dízima periódica é a fração $\frac{41}{9}$.

Vejamos outros exemplos de geratrizes e as respectivas dízimas periódicas:

$\frac{17}{9} = 17 ¸ 9 = 1,\overline{8}$	®	O período é 8, a parte inteira é 1.
$\frac{7}{33} = 7 ¸ 3 = 0,\overline{21}$	®	O período é 21, a parte inteira é zero.

Nesses dois exemplos, os **períodos** aparecem logo após a vírgula. Elas são chamadas de **dízimas periódicas simples**.

As dízimas nas quais aparece um outro número entre a vírgula e o **período** são chamadas de **dízimas periódicas compostas**. Por exemplo:

1,4888 ...	®	O período é 8, a parte não-periódica é 4, a parte inteira é 1.
0,3272727 ...	®	O período é 27, a parte não-periódica é 3, a parte inteira é zero.

Os números que vimos até agora podem ter muitas representações, como:

- $5;\ \ \mathrm{V};\ \ 5{,}0;\ \ \frac{5}{1};\ \ \frac{10}{2}\ \ \ldots$
- $0{,}8;\ \ 0{,}80;\ \ \frac{8}{10};\ \ \frac{4}{5};\ \ \frac{80}{100}\ \ \ldots$
- $0{,}666\ldots;\ \ \frac{6}{9};\ \ \frac{2}{3};\ \ \frac{8}{12}\ \ \ldots$
- $\frac{1}{3};\ \ \frac{2}{6};\ \ \frac{3}{9};\ \ \frac{4}{12}\ \ \ldots$

Além disso, observamos que todos esses números podem ser representados em forma de fração. Eles são chamados **números racionais**.

Vamos conhecer, agora, um número diferente: um número decimal com infinitas casas decimais mas sem um período. Veja este exemplo:

0,10110111011110 ....

Será que você pode concluir como serão as casas decimais seguintes?

A parte decimal começa com 1 seguido de zero, depois 11 seguido de zero, depois 111 seguido de zero e assim por diante. Ou seja, o número nunca terá um fim nem um período. Ele não é um número racional.

Um número desse tipo é chamado de **número irracional**. Um número irracional não é resultado de nenhuma divisão de números inteiros; ele não pode ser escrito em forma de fração.

Você viu, na aula anterior, um número irracional muito conhecido, o número π, que vale aproximadamente 3,1416.

Você verá mais adiante, em outra aula, exemplos de números irracionais que surgem naturalmente em muitos cálculos matemáticos.

Exercícios

Exercício 1

Escreva a representação decimal de:

a) $\frac{13}{99}$ b) $\frac{7}{20}$

c) $\frac{56}{9}$ d) $\frac{64}{15}$

Exercício 2

Efetue as divisões com quociente decimal:

a) $1 \div 9$ b) $2 \div 9$ c) $3 \div 9$

Exercício 3

Agora, sem efetuar a conta, dê o resultado decimal de:

a) $4 \div 9$ b) $5 \div 9$ c) $6 \div 9$

Exercício 4

Ao lado de cada número, escreva se sua representação decimal é **finita**, **infinita e periódica** ou **infinita e não-periódica**:

a) $\frac{17}{5}$ c) $0,\overline{35}$ e) $\frac{4}{6}$

b) 3,45 d) 0,12131415... f) π

Exercício 5

Diga se estes números são **racionais** ou **irracionais**:

a) 4 c) 4,33 e) 4,330

b) 4,333 ... d) 1,010010001 ... f) 0