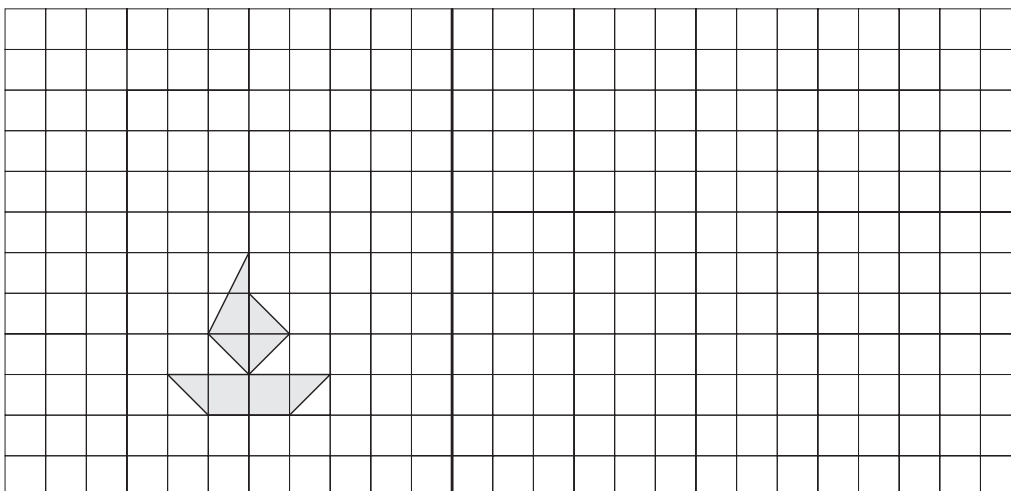


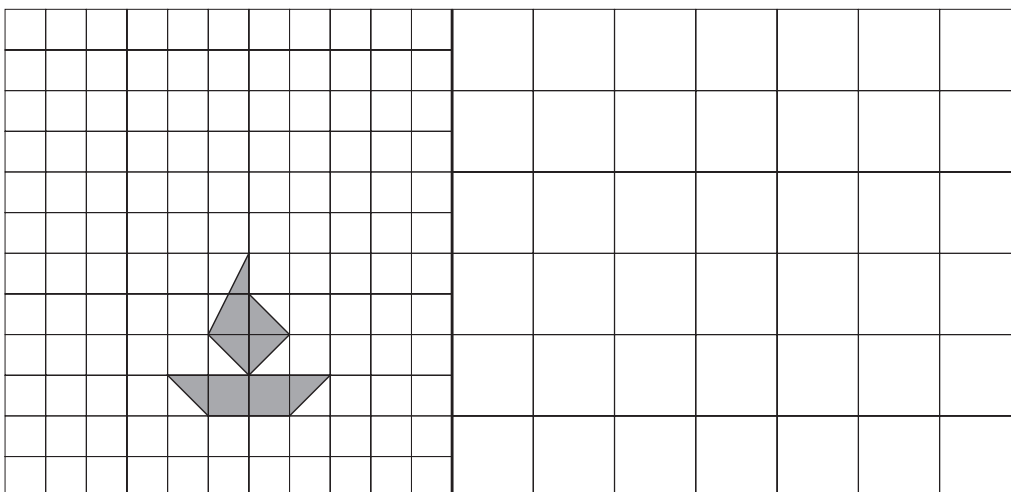
# Figuras semelhantes

**D**esenhe uma ampliação da figura abaixo, utilizando o restante da parte quadriculada do quadro de modo que as dimensões da figura original sejam duplicadas.

Para pensar

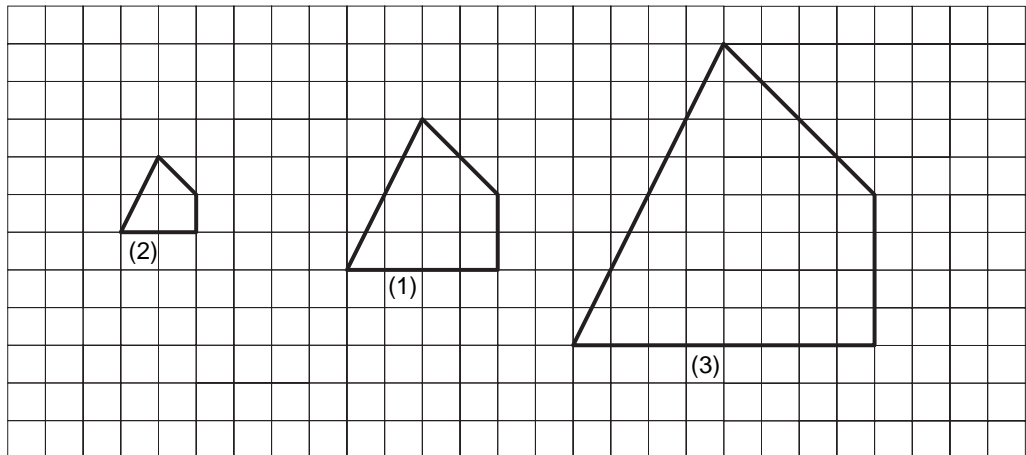


Agora faça outra ampliação da mesma figura utilizando o quadriculado abaixo. O que você deve fazer para que essa nova ampliação seja também uma duplicação?



## Nossa aula

Quando ampliamos ou reduzimos uma figura em uma proporção constante, sem modificar a sua forma, a nova figura e a figura original são chamadas de **figuras semelhantes**. Observe os quadriláteros abaixo. Eles são semelhantes?

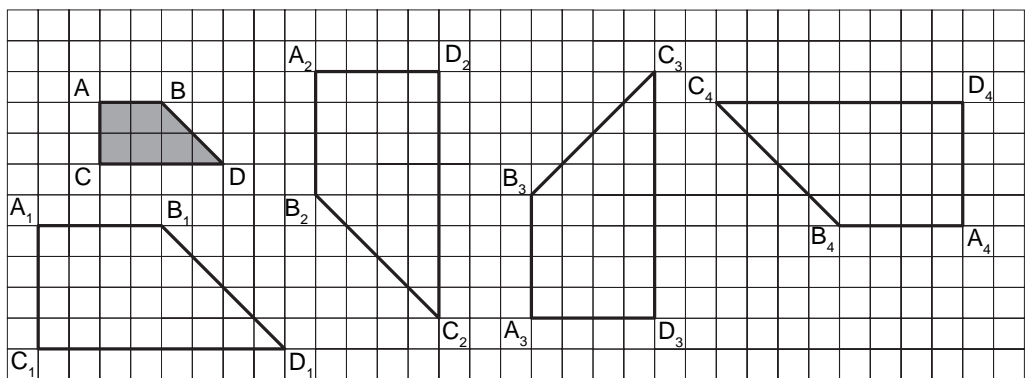


Sim, eles são realmente semelhantes. O quadrilátero **2** é uma redução e o quadrilátero **3** é uma ampliação do quadrilátero **1**.

Observe que os ângulos correspondentes possuem as mesmas medidas. Confira com um transferidor. Os lados correspondentes foram ampliados ou reduzidos sempre na mesma proporção.

De **1** para **2**, reduzimos cada lado à metade do tamanho original. De **1** para **3**, ampliamos cada lado para o dobro do tamanho original.

Para que duas figuras sejam semelhantes elas não precisam estar na mesma posição. No exemplo abaixo, todos os quadriláteros são uma ampliação do quadrilátero ABCD original.



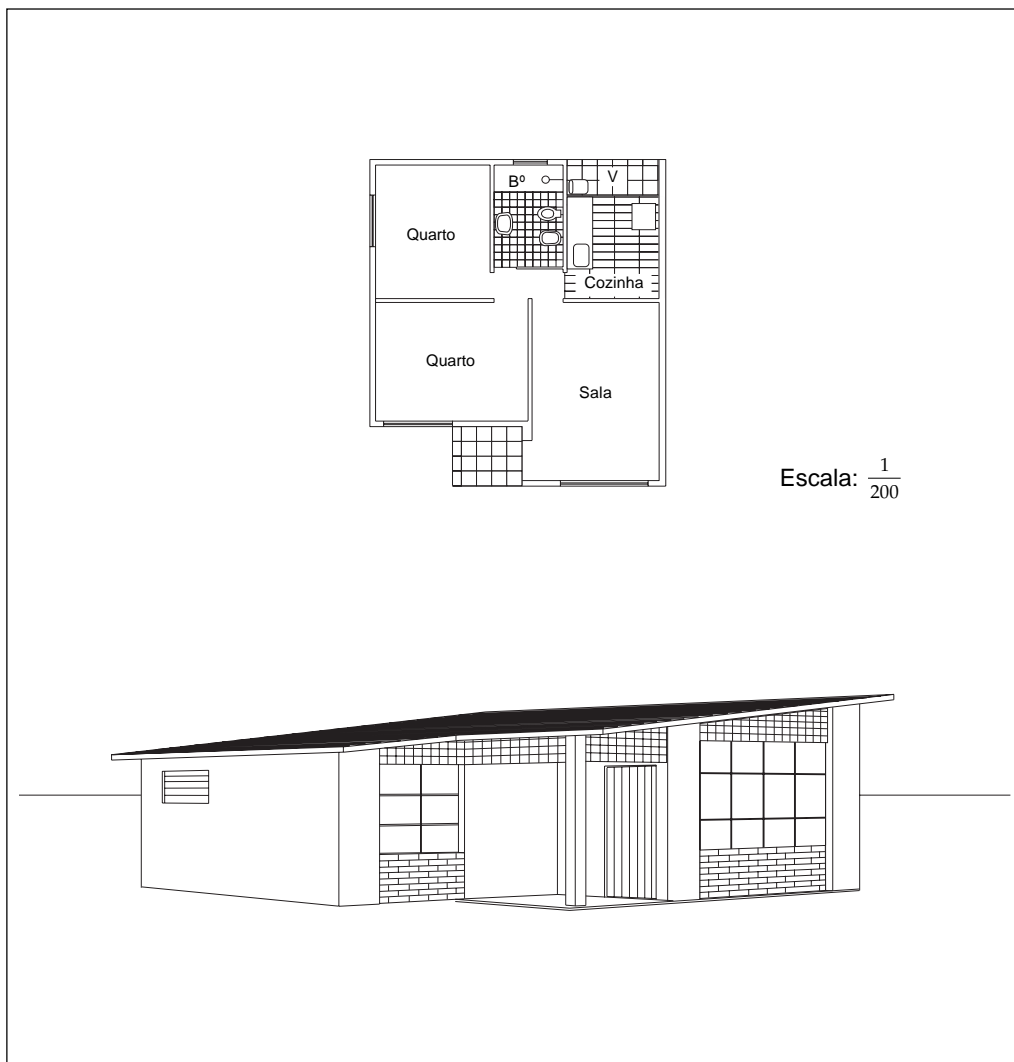
Se você comparar a medida de qualquer um dos lados do quadrilátero ABCD com a medida de seu correspondente nos outros quadriláteros, vai verificar que:

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{CD}{C_1D_1} = \frac{DA}{D_1A_1} = \frac{1}{2}$$

A razão constante entre lados correspondentes de figuras semelhantes é conhecida em Matemática como **razão de semelhança** e é comum utilizarmos a letra **k** para simbolizá-la. Dizemos então que  $k = \frac{1}{2}$ , neste exemplo.

## O que é escala?

Em muitos casos, a razão de semelhança é chamada de **escala**. Quando desenhamos a planta de uma casa, observamos a maquete de um prédio ou estudamos um mapa, é comum encontrarmos a palavra **escala**. Tal como na planta do exemplo abaixo.



Esta escala  $1 : 200 = \frac{1}{200}$  significa que cada 1 cm da planta equivale, na realidade, a 200 cm ou 2 m na casa de verdade.

Você pode verificar com sua régua que, na planta, a largura da sala é 1,7 cm e que o comprimento é de 2,3 cm. Para encontrarmos as medidas reais da sala, basta multiplicarmos as medidas por 200.

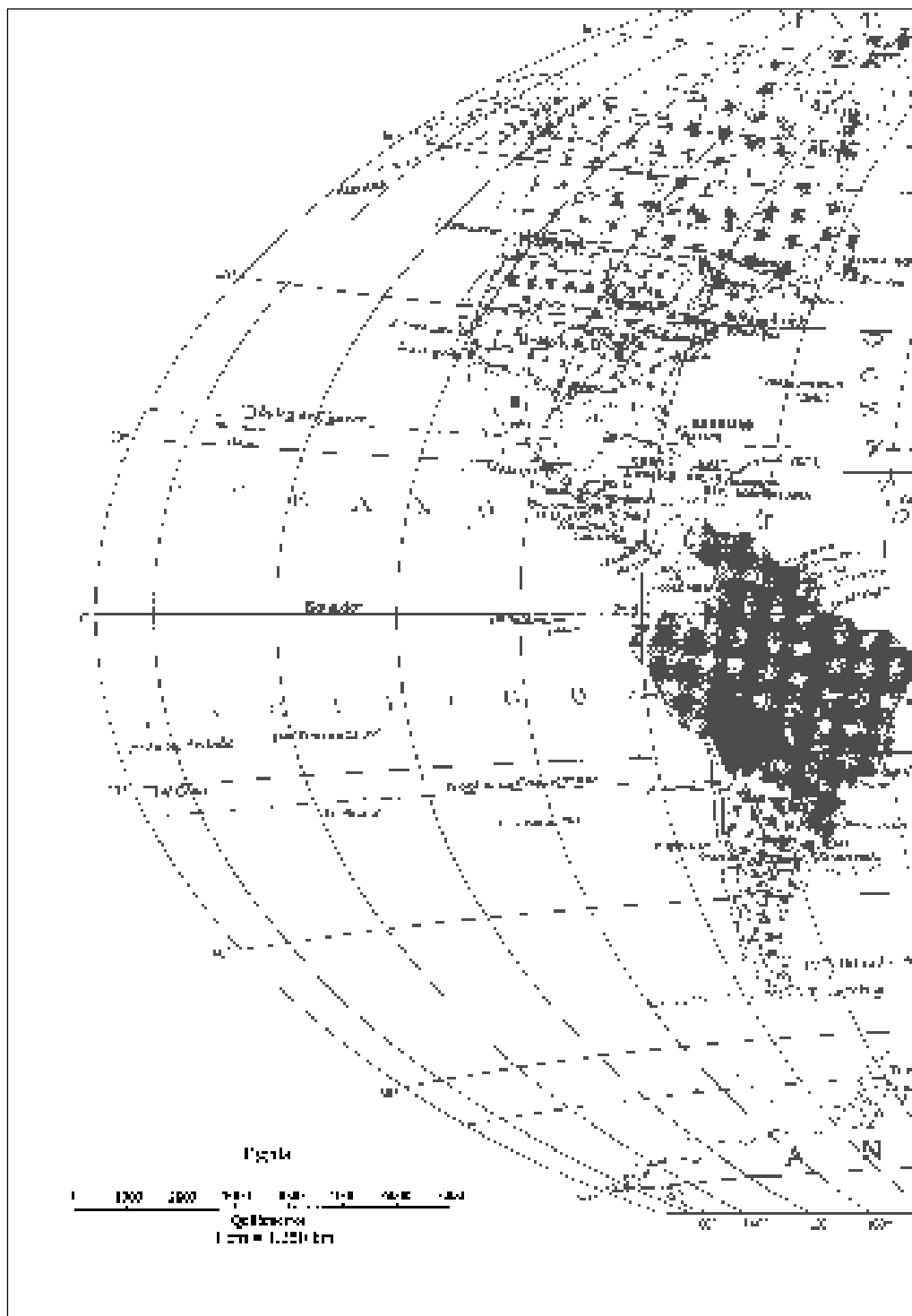
	MEDIDAS DA SALA NA PLANTA	MEDIDAS REAIS DA SALA
largura	1,7 cm	$1,7 \text{ cm} \cdot 200 = 340 \text{ cm} = 3,40 \text{ m}$
comprimento	2,3 cm	$2,3 \text{ cm} \cdot 200 = 460 \text{ cm} = 4,60 \text{ m}$

## A Geografia utilizando a Matemática

Observe o mapa abaixo. A escala é apresentada em um segmento de reta e significa que cada centímetro do mapa é equivalente a 1.250 quilômetros.

Meça algumas distâncias com a régua e calcule, aproximadamente, a distância real em quilômetros. Para isso, utilize a escala.

É desse modo, por meio de mapas e suas respectivas escalas, que a aviação e a navegação planejam rotas de viagem, calculam distâncias e tempos de percurso.



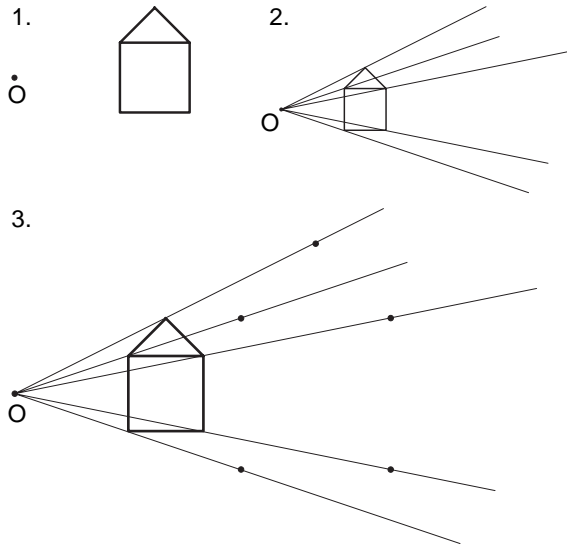
## Obtendo figuras semelhantes

Sabemos, então, que duas figuras são semelhantes quando as duas condições abaixo são satisfeitas:

1. os ângulos correspondentes têm a mesma medida; e
2. as razões entre as medidas de lados correspondentes são iguais.

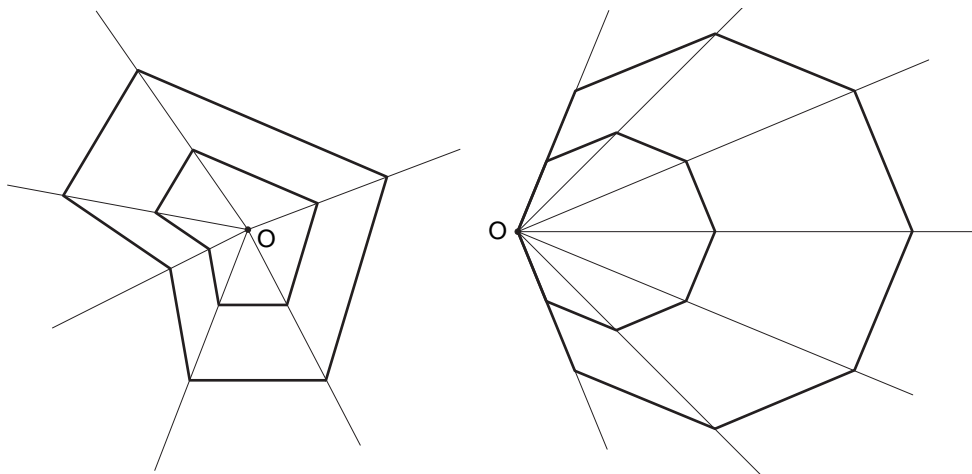
No início desta aula, você observou uma maneira de ampliar ou reduzir figuras utilizando papel quadriculado.

Vamos mostrar a seguir outro método, também muito utilizado.



1. Escolhemos um ponto qualquer  $O$ .
2. Ligamos este ponto  $O$  a vários pontos da nossa figura.
3. Medimos a distância de cada ligação e obtemos novos pontos multiplicando esta medida por uma constante.
4. Ligamos os novos pontos e está feita a ampliação.

Este método pode ser utilizado para qualquer figura e o ponto  $O$  pode estar em qualquer posição. Confira nos exemplos abaixo:



$O$  está dentro da figura

$O$  está em um dos vértices da figura

AULA  
49

## Para você saber mais

Vimos que duas condições devem ocorrer, ao mesmo tempo, para garantir a semelhança entre figuras. No entanto, um caso muito especial de semelhança ocorre quando as figuras são triângulos, pois basta verificar apenas uma das condições, pois a outra ocorrerá automaticamente. Veja:

- se os lados são proporcionais, então os ângulos são iguais e os triângulos são semelhantes; ou
- se os ângulos correspondentes são iguais, então os lados são proporcionais e os triângulos são semelhantes.

Podemos então verificar apenas uma das condições para conferir se dois triângulos são semelhantes. Mas, não esqueça, isto só ocorre com **triângulos**.

## Exercícios

### Exercício 1

Analise a planta da casa que aparece nesta aula e indique quais são as medidas dos quartos.

### Exercício 2\*

Num mapa de guerra a escala era 1:100.000. No mapa, o alcance do míssil era de 100 cm. Qual o alcance real do míssil em quilômetros?

### Exercício 3\*

Um jogador de basquete mede 2,04 m. Para fazer propaganda de seu time, fabricaram miniaturas do jogador. A escala é 1:12. Quanto mede a miniatura?

### Exercício 4

Num banheiro retangular, é preciso trocar os azulejos do box. O box ocupa  $\frac{1}{4}$  do banheiro. O banheiro mede 6 m. Na planta, o banheiro está na escala 1 : 30. Quanto mede o box na planta?

(\*) Os Exercícios 2 e 3 foram extraídos do artigo “Alunos inventam problemas”, da professora Sylvia Judith Hamburger Mandel, publicado na **Revista do Professor de Matemática**, nº 26.