AULA

54

Potências e raízes

Para pensar

Num determinado jogo de fichas, os valores dessas fichas são os seguintes:

- 1 ficha vermelha vale 5 azuis;
- 1 ficha azul vale 5 brancas;
- 1 ficha branca vale 5 pretas;
- 1 ficha preta vale 5 verdes.

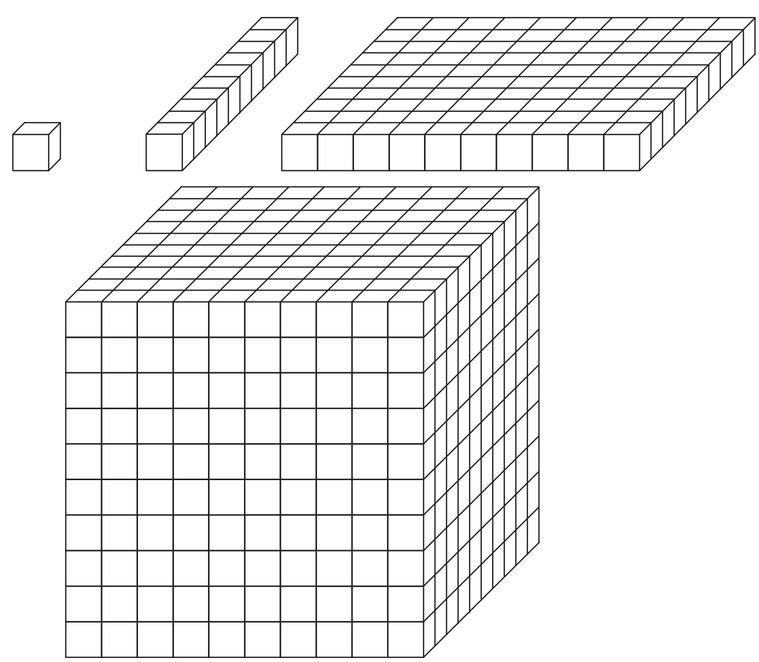
Responda às perguntas, dando o resultado em forma de potência:

a) Uma ficha vermelha pode ser trocada por quantas fichas brancas?
b) E por quantas fichas pretas?
c) E por quantas fichas verdes?

Nossa aula

Potenciação

Na Aula 4 do Volume 1, adotamos cubos para aprender a agrupar e fazer contagens de um modo mais simples. Você se lembra das nossas figuras? Veja:



Quantos cubos há em:

- uma barra?
- uma placa?
- um bloco?

Para responder a essas perguntas, efetuamos as seguintes multiplicações:

1 barra	=	10 cubinhos
1 placa	=	$10 \cdot 10 = 100$ cubinhos
1 bloco	=	$10 \cdot 10 \cdot 10 = 1.000$ cubinhos

Esse tipo de multiplicação, em que os fatores são todos iguais, chama-se **potenciação**, e pode ser indicada da seguinte maneira:

$$\underbrace{10 \cdot 10}_{\text{2 vezes}} = 10$$

$$\underbrace{10 \cdot 10 \cdot 10}_{\text{3 vezes}} = 10$$

- O número que é multiplicado várias vezes por ele mesmo é chamado de **base** (no exemplo acima, é o número 10).
- O número que indica quantas vezes a base está sendo multiplicada é o **expoente** (no exemplo acima, são os números 2 e 3).
- O resultado da potenciação é chamado de **potência**.

Por exemplo:

1) $4 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$, que se lê: 4 elevado à 3ª potência ou
4 à terceira ou ainda 4 ao cubo

2) $5 = 5 \cdot 5 = 25$, que se lê: 5 elevado à 2ª potência ou
5 à segunda ou ainda 5 ao quadrado

3) $2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$, que se lê: 2 elevado à 5ª potência ou
2 à quinta

Observação

Os únicos casos de potenciação que têm nomes especiais são o de expoente 2 (que se lê **ao quadrado**) e o de expoente 3 (que se lê **ao cubo**).

Casos especiais da potenciação

1. A base é igual a 1 e o expoente é qualquer número diferente de zero: a potência é sempre igual a 1.

Por exemplo: $1^5 = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$

2. O expoente é igual a 1 e a base é qualquer número: a potência é sempre igual à base.

Por exemplo: $3^1 = 3$

3. A base é zero e o expoente é qualquer número diferente de zero: a potência é sempre igual a zero.

Por exemplo: $0 \ = 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0$

4. A base é 10 e o expoente é qualquer número diferente de zero: a potência é um número que começa com 1 e tem um número de zeros igual ao expoente.

Por exemplo: $10 \ = 10 \cdot 10 = \underbrace{100}_{\text{2 zeros}}$

$$10^5 = \underbrace{100.000}_{\text{5 zeros}}$$

5. A base é um número qualquer diferente de zero e o expoente é zero: a potência, por convenção, é sempre igual a 1.

Observe:

$$\begin{array}{ll}
3^4 = 81 & \\
 & 3 \\
3 \ = 27 & \\
 & 3 \\
3 \ = 9 & \\
 & 3 \\
3^1 = 3 & \\
 & 3 \\
3^0 = 1 &
\end{array}$$

Radiciação

Vejamos agora a operação inversa da potenciação, a **radiciação**.
Considere a pergunta: qual é o número que elevado ao quadrado dá 81?

Você sabe que $9 \cdot 9 = 81$.
Então: $9 \ = 81$ e $\sqrt{81} = 9$, que se lê: **a raiz quadrada de 81 é 9**.

- o sinal $\sqrt{\ }$ é o **radical**;
- 81 é o **radicando**;
- 9 é a **raiz quadrada** de 81.

Organizamos uma tabela de quadrados para facilitar a determinação da raiz quadrada. Veja:

NÚMERO	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10...
QUADRADO	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100 ...

Veja que, na 2ª linha (a dos quadrados) não aparecem todos os números. Os números que não aparecem não são quadrados e, por isso, não possuem raiz quadrada natural. Por exemplo: $\sqrt{2}$ não tem raiz quadrada natural.

Vejamos agora a inversa do cubo (3ª potência).

Qual é o número que elevado ao cubo dá 27?

Vejamos uma tabela de cubos:

NÚMERO	0	1	2	3	4	5	6	7 ...
CUBO	0	1	8	27	64	125	216	343 ...

Assim, podemos responder à pergunta:

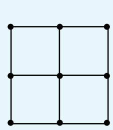
$3^3 = 27$ e $\sqrt[3]{27} = 3$ que se lê: **a raiz cúbica de 27 é 3**.

- a raiz cúbica é a inversa do cubo;
- o sinal $\sqrt[3]{\ }$ é o **radical** e o 3 é o **índice**.

Assim como no quadrado, podemos observar que nem todo número natural possui raiz cúbica natural. Por exemplo: $\sqrt[3]{9}$ não tem raiz cúbica natural.

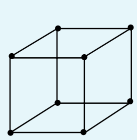
Curiosidades

1. De onde surgiu a expressão **ao quadrado** para expressar um número elevado à 2ª potência? Por exemplo 3 .



Os nove pontos formam um quadrado de lado com 3 pontos.
Por isso, dizemos que 9 é o quadrado de 3.

2. De onde surgiu a expressão **ao cubo** para expressar um número elevado à 3ª potência? Por exemplo 2 .



Na figura, estão marcados 8 pontos que formam um cubo de lado com 2 pontos.
Por isso, dizemos que 8 é o cubo de 2.

Exercícios

Exercício 1

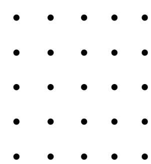
Escreva e calcule:

a) treze ao quadrado;

b) quatro ao cubo.

Exercício 2 *

Com 25 pontos é possível formar um quadrado, assim:



o quadrado de 5

Se for possível, forme um quadrado desse tipo com:

a) 9 pontos **b)** 10 pontos **c)** 16 pontos

Exercício 3

Calcule:

a) 8^1 **b)** 1^{20} **c)** 8^0 **d)** 0^{14} **e)** 10^{10}

Exercício 4

Calcule:

a) $\sqrt{49}$ **b)** $\sqrt{64}$ **c)** $\sqrt{1}$ **d)** $\sqrt{100}$ **e)** $\sqrt{36}$

Exercício 5

Calcule:

a) $\sqrt[3]{8}$ **b)** $\sqrt[3]{1}$ **c)** $\sqrt[3]{1.000}$ **d)** $\sqrt[3]{64}$ **e)** $\sqrt[3]{0}$

(*) O Exercício 2 foi extraído do livro ***Matemática na medida certa - 5ª série**,* de Jakubo e Lellis, Editora Scipione, São Paulo.