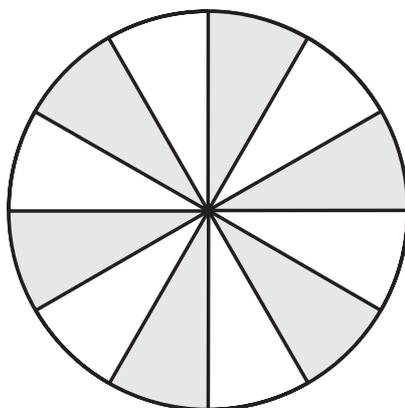


A área do círculo

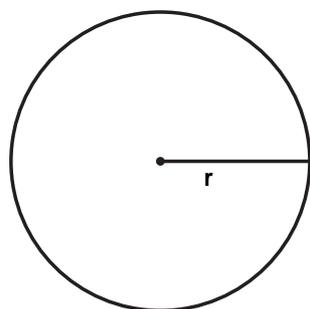
*E*m uma competição de ciclismo, foi decidido que as rodas das bicicletas seriam pintadas com a cor da camisa de cada competidor.

A pintura foi feita como na figura abaixo:



Que parte da roda foi pintada?

Você já aprendeu na Aula 45 que o comprimento de uma circunferência depende de seu raio e pode ser obtido pela expressão:



$$\text{comprimento} = 2\pi r$$

Nesta expressão r é a medida do raio e π é um número irracional que aproximamos para 3,14.

Para pensar

Nossa aula

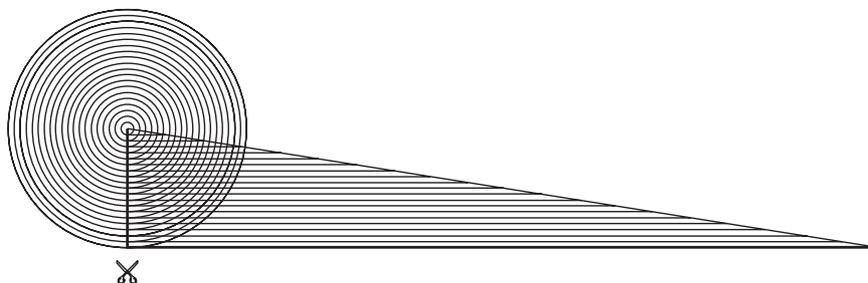
EXEMPLO 1

Numa circunferência cujo raio é de 5 cm, qual é o comprimento?

$$2 \cdot \pi \cdot 5 = 10 \cdot 3,14 = 31,4$$

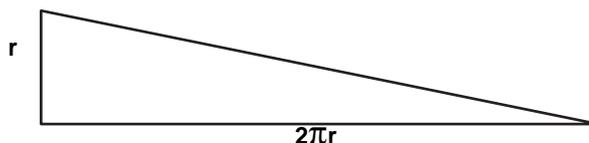
O comprimento da circunferência é de aproximadamente **31,4 cm**.

Agora, nesta aula, vamos aprender a calcular a área do círculo. Para isso, imaginamos que o círculo seja formado por várias circunferências concêntricas. Depois, imaginamos também que podemos cortar e esticá-las. A figura que obtemos, então, é um triângulo retângulo:



Nesse processo, quanto maior for o número de circunferências utilizado para completar o círculo, melhor será sua representação em um triângulo.

Observe o triângulo abaixo. Sua altura é igual ao raio do círculo e sua base mede $2\pi r$, isto é, o comprimento da maior circunferência, a fronteira do círculo.



Calculando a área do triângulo, temos:

$$\frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{2\pi r \cdot r}{2} = \pi r^2$$

Área do círculo = πr^2

EXEMPLO 2

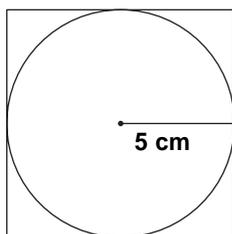
Vamos agora calcular a área do círculo do Exemplo 1.

Como $r = 5$ cm, $r^2 = 5 \times 5 = 25$ cm².

A área então será: $\pi \times 25 = 3,14 \cdot 25 = \mathbf{78,5 \text{ cm}^2}$.

EXEMPLO 3

Na figura abaixo, você pode perceber que a área do quadrado que contém o círculo com o menor desperdício possível é maior que a área do círculo. Qual é a área desperdiçada?



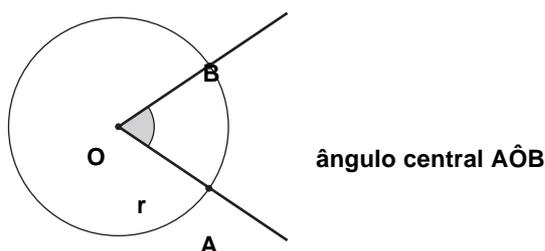
Se o raio do círculo é 5 cm, seu diâmetro mede 10 cm. O lado do quadrado é igual ao diâmetro do círculo: 10 cm. Então:

$$\begin{aligned} \text{Área do quadrado} &= \ell^2 = 10 \cdot 10 = 100 \text{ cm}^2 \\ \text{Área do círculo} &= 78,5 \text{ cm}^2 \quad (\text{ver Exemplo 2}) \\ \text{Desperdício} &= 100 - 78,5 = 21,5 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

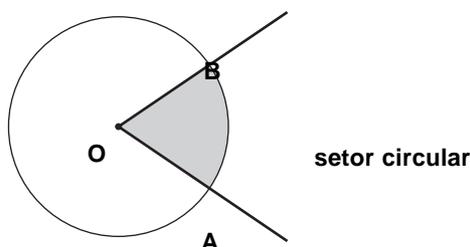
Sugestão: Avalie esse desperdício em termos percentuais.

Área do setor circular

Numa circunferência de centro **O** e raio **r** denominamos **ângulo central** ao ângulo cujo vértice está no centro da circunferência e cujos lados cortam a circunferência.



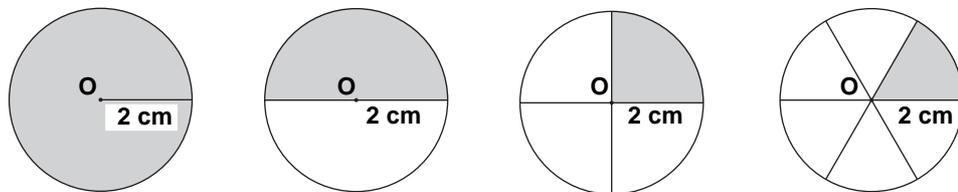
Um **setor circular** é a região do círculo de centro **O** e raio **r** delimitada por um ângulo central.



Para calcular a área de um setor circular temos duas opções.

1. Se você sabe em quantas **partes iguais** um círculo foi dividido, é só dividir a área do círculo pelo número de partes. Veja o exemplo seguinte.

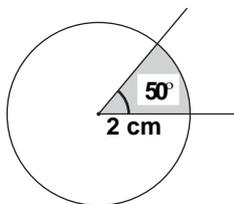
EXEMPLO 4



Área do círculo =	$\pi r^2 = \pi \cdot 2^2$ @12,56 cm ²	2 partes iguais	Área do setor =	$\frac{12,56}{2}$ @6,28 cm ²	4 partes iguais	Área do setor =	$\frac{12,56}{4}$ @ 3,14cm ²	6 partes iguais	Área do setor =	$\frac{12,56}{6}$ @ 2,09cm ²
-------------------	---	-----------------	-----------------	---	-----------------	-----------------	---	-----------------	-----------------	---

2. Quando conhecemos o **ângulo** correspondente ao setor circular, podemos calcular a área de um setor circular usando uma regra de três. Veja o exemplo seguinte.

EXEMPLO 5



Este setor circular corresponde a um ângulo com abertura de 50° que é um segmento do ângulo central. O ângulo central que corresponde a uma volta completa, ou seja, a todo o círculo, mede 360°.

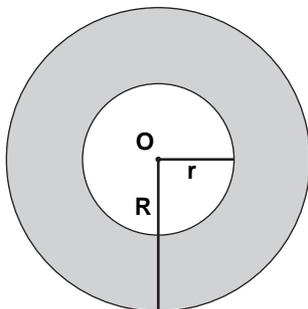
Já calculamos a área do círculo de raio 2 cm no Exemplo 4. Usando a técnica da regra de três (ver Aula 51), temos:

	ÁREA	ÂNGULO
CÍRCULO	12,56 cm	360°
SETOR	x	50°

Ou seja:
$$\begin{array}{rcl} 12,56 \text{ cm} & \text{---} & 360^\circ \\ x & \text{---} & 50^\circ \end{array}$$

Logo:
$$x = \frac{12,56 \cdot 50^\circ}{360^\circ} = 1,74 \text{ cm}^2$$

Área da coroa circular



Observe a figura ao lado. Denomina-se **coroa circular** à região sombreada, que é obtida com dois círculos de mesmo centro **O** e raios diferentes **R** e **r**.

É muito simples calcular a área de uma coroa circular, pois, como você percebe na figura, ela é obtida retirando-se um círculo menor do círculo maior. Desse modo, sua área é obtida subtraindo-se a área do círculo menor da área do círculo maior. Acompanhe o exemplo.

EXEMPLO 6

Fazendo **R = 5 m** e **r = 3 m**, temos:

Área do círculo maior @ $3,14 \cdot 25 = 78,5 \text{ m}$

Área do círculo menor @ $3,14 \cdot 9 = 28,26 \text{ m}$

Área da coroa circular @ $78,5 - 28,26 = \mathbf{50,24 \text{ m}}$

Exercícios

Exercício 1

Calcule a área de um círculo:

- cujo raio mede 6 cm;
- cujo diâmetro mede 8 cm.

Exercício 2

Se um círculo com raio de 10 m foi dividido em 9 partes iguais, calcule:

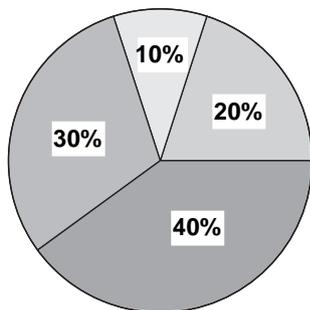
- a área de um dos setores circulares assim obtidos;
- a medida do correspondente ângulo central.

Exercício 3

Use a regra de três para calcular a área de um setor circular de 150° de abertura num círculo com 1 m de raio.

Exercício 4

No gráfico de setores abaixo, foi utilizado um círculo com 2 cm de raio. Calcule a área de cada setor.



Exercício 5

Resolva como exercício a Sugestão ao final do Exemplo 3.