AULA

64

Operações com frações

Introdução

Nesta aula vamos rever operações com frações, verificando a validade das propriedades operatórias dos números racionais.

Veremos também o cálculo de expressões numéricas com frações, de acordo com a ordem em que as operações devem ser efetuadas, como vimos na Aula 61.

Nossa aula

A adição e a subtração de frações homogêneas (que têm denominadores iguais) são efetuadas, repetindo-se os denominadores e efetuando-se as devidas operações com os numeradores. Veja:

a) $\frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \frac{3+2}{7} = \mathbf{\frac{5}{7}}$

b) $\frac{5}{8} - \frac{3}{8} = \frac{5-3}{8} = \mathbf{\frac{2}{8}}$

As propriedades da adição de números naturais também são válidas para a adição de números fracionários.

Propriedade comutativa: a ordem das parcelas não altera a soma

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \mathbf{\frac{3}{5}}$$

Propriedade associativa: podemos associar duas ou mais parcelas, de maneiras diferentes, sem que o resultado (soma) seja alterado.

$$\left(\frac{3}{8} + \frac{1}{8}\right) + \frac{5}{8} = \frac{3}{8} + \left(\frac{1}{8} + \frac{5}{8}\right) = \frac{9}{8}$$

Lembre-se que uma fração do tipo 9/8, que tem o numerador maior que o denominador (imprópria), é maior que a unidade (8/8). Portanto, pode ser escrita na forma de número misto.

O número misto é formado por uma parte inteira e uma parte fracionária:

$$\frac{9}{8}=\frac{8}{8}+\frac{1}{8}=1+\frac{1}{8}=1\frac{1}{8} \quad \rightarrow$$ número misto lê-se:
um inteiro e um oitavo

No caso de efetuarmos a adição e a subtração com frações heterogêneas (que têm denominadores diferentes), é preciso transformá-las em frações equivalentes às que tenham denominadores iguais.

Frações equivalentes são as que têm mesmo valor, mas cujos termos são diferentes.

Para obtermos frações equivalentes, é preciso multiplicar ou dividir o numerador e o denominador de uma fração por um mesmo número natural, diferente de zero.

EXEMPLO 2

Ao determinarmos as frações equivalentes a $\frac{2}{3}$, temos:

$$\frac{2}{3}=\frac{4}{6}=\frac{6}{9}=\frac{8}{12}=\frac{10}{15}=\frac{12}{18}=\frac{14}{21}=\frac{16}{24}=\ldots$$

Vamos efetuar a seguinte adição:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=$$

$$=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=$$

$$=\frac{3+2}{6}=\frac{5}{6}$$

Como o número 6 é múltiplo comum a 2 e a 3, ele será o denominador das frações equivalentes às frações dadas.

Então, é preciso multiplicar o numerador e o denominador de cada fração, pelo mesmo número, de maneira a obtermos o denominador 6.

Para subtrair frações, seguimos o mesmo procedimento:

$$\frac{5}{8}-\frac{1}{6}=$$

(Múltiplo comum: 24).

$$\frac{15}{24}-\frac{4}{24}=\frac{15-4}{24}=\mathbf{\frac{11}{24}}$$

Sempre que efetuamos qualquer operação com frações, devemos encontrar o resultado mais simples possível, ou seja, uma fração equivalente com numerador e denominador menores.

O processo usado para simplificar uma fração é a aplicação da mesma propriedade usada para encontrar frações equivalentes, ou seja:

Na simplificação da fração $\frac{64}{60}$, temos:

$$\frac{64}{60} = \frac{32}{30} = \frac{16}{15} \quad \text{ou} \quad \frac{64}{60} = \frac{16}{15}$$

Portanto, $\frac{16}{15}$ é a forma simplificada da fração $\frac{64}{60}$.

Vejamos alguns exemplos de expressões com frações:

$\frac{5}{6} - \frac{7}{12} + \frac{3}{8} =$ *Múltiplo comum: 24.*

$= \frac{20}{24} - \frac{14}{24} + \frac{9}{24} =$ *Efetuar as operações na ordem em que aparecem.*

$= \frac{6}{24} + \frac{9}{24} =$

$= \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$ *Simplificar o resultado.*

$1 - \frac{1}{10} - \frac{2}{5} =$ *Múltiplo comum: 10.*

$\frac{10}{10} - \frac{1}{10} - \frac{4}{10} =$ *O número inteiro pode ser escrito como uma fração, no caso:* $\frac{10}{10}$.

$\frac{9}{10} - \frac{4}{10} =$

$\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ *Simplificar o resultado.*

Quando as expressões apresentam os sinais de pontuação, devemos seguir as regras das expressões numéricas, ou seja:

1) Inicialmente, efetuamos as operações que estão entre parênteses ( ).
2) Em seguida, as que estão entre colchetes [ ].
3) E, por último, as que estão entre chaves { }.

Observe:

$$2 - \left[\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{5}\right) - \frac{1}{6}\right] =$$

$$= 2 - \left[\left(\frac{15}{20} - \frac{4}{20}\right) - \frac{1}{6}\right] =$$

$$= 2 - \left[\frac{11}{20} - \frac{1}{6}\right] =$$

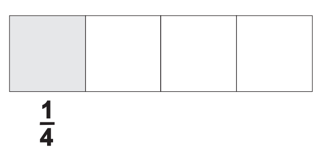
$$= 2 - \left[\frac{33}{60} - \frac{10}{60}\right] = 2 - \frac{23}{60} =$$

$$= \frac{120}{60} - \frac{23}{60} = \frac{97}{60} =$$

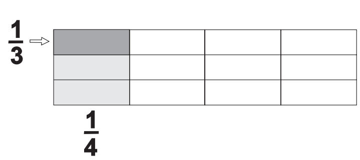
$$= \frac{60}{60} + \frac{37}{60} = 1\frac{37}{60}$$

Multiplicação de frações

Na figura abaixo, dividida em quatro partes iguais, temos assinalada uma das partes que representa $\frac{1}{4}$ da figura.



Para representar1/3 da parte assinalada, ou seja 1/3 de 1/4, vamos dividir essa parte (1/4) em três partes iguais e, em seguida, estender a divisão para a figura toda.



$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}$ **de** $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}$ **é** $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{12}}$

$$\frac{1}{3} \text{ de } \frac{1}{4} \text{ é } \mathbf{\frac{1}{12}}$$

Observe que cada parte da figura, após a segunda divisão, equivale a 1/12 da figura toda, logo:

$$\frac{1}{3} \text{ de } \frac{1}{4} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \mathbf{\frac{1}{12}}$$

Então:

> ***Para multiplicar frações, devemos multiplicar os numeradores e os denominadores entre si.***

Quando fazemos uma multiplicação de frações, podemos simplificar a operação usando o processo de cancelamento. Veja:

$$\frac{5}{8}\cdot\frac{4}{9}=$$

$$=\frac{5}{\cancel{8}_{2}}\cdot\frac{\cancel{4}^{1}}{9}=$$

Antes de efetuar a multiplicação, devemos simplificar o 8 e o 4 por um número múltiplo comum

$$=\frac{5}{18}$$

Para multiplicar uma fração por um número inteiro, devemos multiplicar esse número pelo numerador da fração e repetir o denominador. Por exemplo:

$$2\cdot\frac{3}{5}=\frac{6}{5}$$

Nas expressões numéricas com frações, devemos lembrar que a ordem em que as orações devem ser efetuadas é a mesma que já aprendemos na aula anterior, ou seja:

- Potenciação e radiciação.
- Multiplicação e divisão.
- Adição e subtração.

EXEMPLO 1

Resolver a expressão:

$$3-\left[2\cdot\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{5}-\frac{4}{5}\right)\right]=$$

$$3-\left[2\cdot\left(\frac{5}{15}+\frac{6}{15}\right)-\frac{4}{5}\right]=$$

$$3-\left[2\cdot\frac{11}{15}-\frac{4}{5}\right]=$$

$$3-\left[\frac{22}{15}-\frac{4}{5}\right]=3-\left[\frac{22}{15}-\frac{12}{15}\right]=$$

$= 3 - \frac{10}{15} = \frac{45}{15} - \frac{10}{15} =$

Exercício 1

Um lojista vende três partes de uma peça de tecido: $\frac{7}{8}$m , $\frac{1}{2}$m e $\frac{1}{4}$m. Quantos metros vendeu ao todo?

Exercício 2

Complete o quadro de modo que a soma dos números de cada linha, de cada coluna e da diagonal seja a mesma:

$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{2}$
	$\frac{5}{12}$	$\frac{7}{12}$
$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{6}$

Exercício 3

Ao receber seu salário, Pedro gastou $\frac{2}{5}$ com o aluguel e $\frac{1}{2}$ do que sobrou em custos com alimentação. Que fração do salário ainda restou?

Exercício 4

Efetue e simplifique o resultado, sempre que possível:

a) $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} + \frac{3}{20} =$

b) $\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{6}\right) - \left(1 - \frac{3}{10}\right) =$

c) $\frac{3}{10} + \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4} =$

d) $\frac{9}{10} \cdot \left(4 - \frac{1}{3} \cdot 10\right) =$