

Gráfico de uma equação

Introdução

Você já percebeu que os gráficos são cada vez mais usados na comunicação. Podemos encontrá-los em vários tipos de publicação, expressando os mais diversos dados e situações, como por exemplo em:

- Relatórios de empresas
- Análises governamentais
- Relatórios de pesquisas
- Balanços financeiros

Por isso é tão importante saber interpretar um gráfico.

Nossa aula

Nesta aula, vamos estudar mais um tipo de gráfico: o gráfico de uma equação.

Nas Aulas 62 e 63, você aprendeu o que é uma equação e como resolvê-la. Agora vai aprender a resolver graficamente uma equação do 1º grau, ou seja, a representá-la no plano cartesiano. (*Volte à Aula 37 para lembrar o que é plano cartesiano.*)

Vamos começar com um exemplo bem simples.

EXEMPLO 1

A soma de dois números é igual a 5. Quais são esses números?

Equacionando o problema:

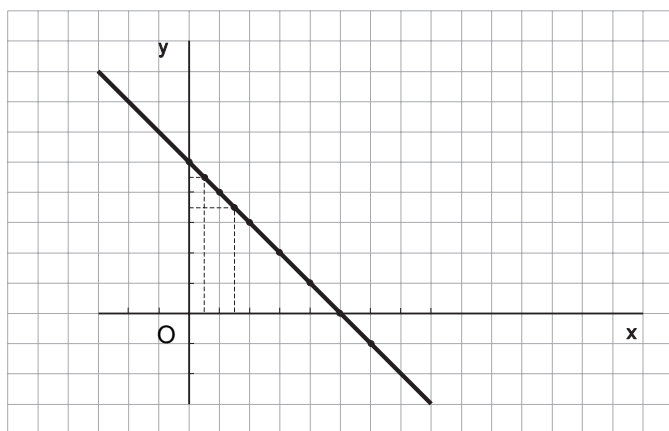
dois números : x e y

equação correspondente : $x + y = 5$

Existem muitos números que satisfazem essa equação. Esses números são representados pelas variáveis (x e y). Vamos criar uma tabela com alguns valores das variáveis e os respectivos pares ordenados.

x	y = 5 - x	(x; y)
0	5	(0; 5)
0,5	4,5	(0,5; 4,5)
1	4	(1; 4)
1,5	3,5	(1,5; 3,5)
2	3	(2; 3)
3	2	(3; 2)
4	1	(4; 1)
5	0	(5; 0)
6	-1	(6; -1)

Como a cada par ordenado obtido corresponde um ponto no gráfico, vamos marcar alguns pontos no plano cartesiano.



Observe que todos os pontos do gráfico estão alinhados, portanto, ligando esses pontos, temos uma **reta**.

Essa reta é a representação gráfica da equação $x + y = 5$.

Como a reta é uma figura geométrica formada por infinitos pontos, podemos concluir que existem **infinitos** valores que satisfazem a equação $x + y = 5$.

A equação do 1º grau

Equação do 1º grau é toda equação que pode ser escrita na forma:

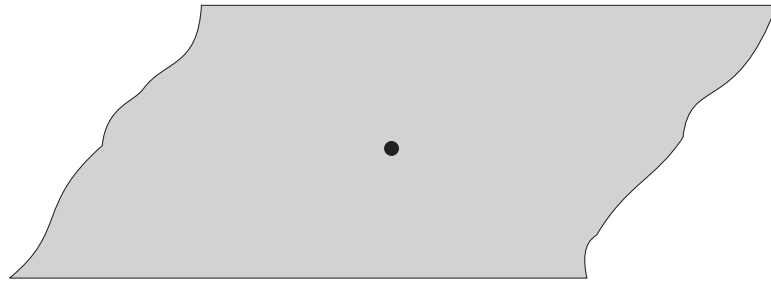
$$ax + by = c$$

onde **a**, **b** e **c** são os coeficientes, **x** e **y** são as incógnitas (ou variáveis) e têm sempre expoente 1.

Observação: As equações do 1º grau estudadas na Aula 63 são equações do 1º grau com uma variável; já as equações estudadas nesta aula são equações do 1º grau com duas variáveis.

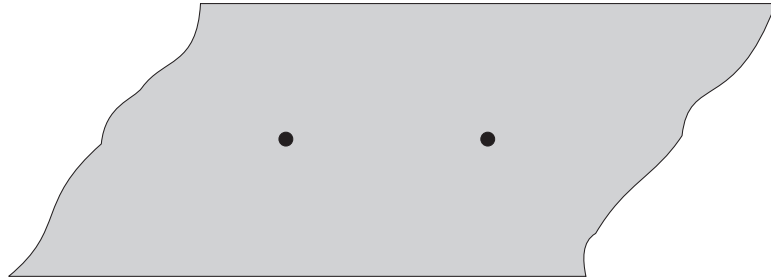
Quantos pontos determinam uma reta?

Imagine um plano e um ponto, como mostra a figura:



Quantas retas passam por esse ponto? Experimente desenhar!
É isso mesmo! Se você quiser traçar todas as retas, não vai acabar nunca... No plano, existem **infinitas** retas que passam por um ponto.

Agora, se desenharmos mais um ponto nesse plano, quantas retas você conseguirá desenhar? Experimente!



Você somente conseguirá desenhar uma reta!

No plano, existe apenas uma reta que passa, ao mesmo tempo, por dois pontos. Por esse motivo, podemos dizer que **dois pontos determinam uma reta**.

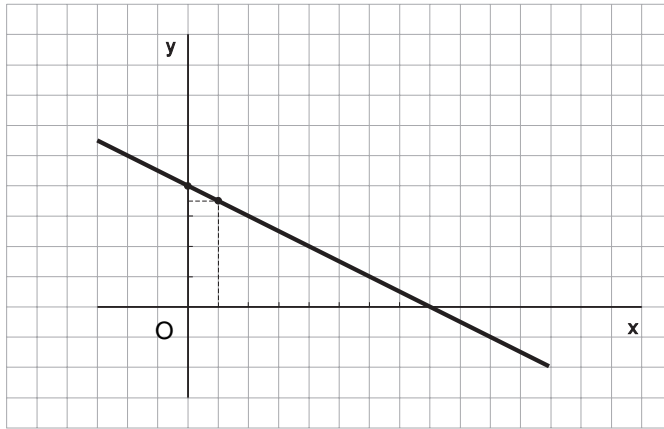
A equação do 1º grau e a reta

Vamos representar graficamente a equação $x + 2y = 8$. Para isso, precisamos construir uma tabela com os valores das variáveis e os respectivos pares ordenados.

(Agora você já sabe: bastam dois pontos, e a reta está determinada.)

x	$y = \frac{8-x}{2}$	(x; y)
0	4	(0; 4)
1	$\frac{7}{2} = 3,5$	(1; 3,5)

Marcando esses pontos no plano cartesiano, temos:



A reta que aparece é a reta da equação $x + 2y = 8$.

Veja algumas considerações sobre esse gráfico:

- a reta corta o eixo dos **x** no ponto $(8; 0)$;
- à medida que os valores de **x** aumentam (crescem), os valores de **y** diminuem, (decrecem);
- utilizando o gráfico, podemos determinar outros pontos que pertencem à reta, como por exemplo $(2; 3)$, $(4; 2)$, $(6; 1)$, $(10; -1)$ etc.

Exercício 1

Construa as tabelas e os respectivos gráficos das equações seguintes. **Sugestão:** use uma folha quadriculada.

- | | |
|-----------------|------------------|
| a) $x + y = 1$ | c) $2x + 2y = 4$ |
| b) $y + 2x = 5$ | d) $3x - y = 0$ |

Exercício 2

Represente num mesmo gráfico as equações:

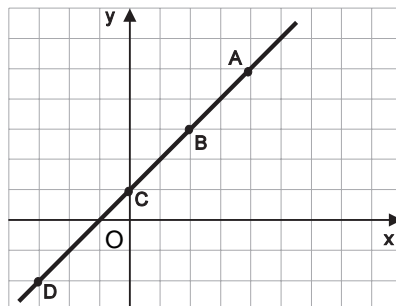
A: $x + y = 0$

B: $x - y = 0$

O que você pode concluir observando as retas?

Exercício 3

Observando o gráfico abaixo, responda:



- Quais as coordenadas dos pontos A, B, C e D?
- No instante em que a reta corta o eixo dos **x**, qual a abscissa do ponto?
- O que acontece com os valores de **y** à medida que os valores de **x** aumentam?

Exercícios

Exercício 4

Represente num mesmo gráfico as equações

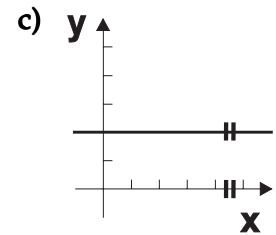
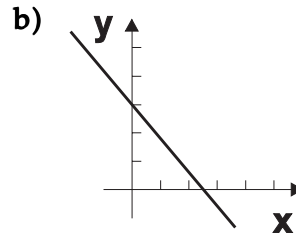
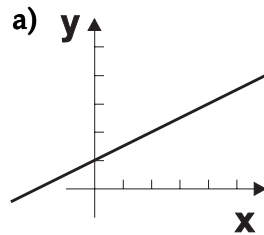
A: $2x + y = 1$ B: $2x + y = 2$ C: $2x + y = 3$

D: $2x + y = 0$ E: $2x + y = 5$

O que você pode concluir observando as retas?

Exercício 5

Analisando os gráficos abaixo, o que podemos afirmar sobre os valores de y à medida que os valores de x aumentam?



Exercício 6

Invente uma equação do 1º grau com duas variáveis. Construa o gráfico dessa equação.

Exercício 7

Represente num mesmo gráfico as equações:

$x + y = 4$ e $2x - y = 1$

O que você concluiu?