AULA
67

Inequações do 1º grau

Introdução

Analisando as condições de vida da população brasileira, certamente encontraremos um verdadeiro desequilíbrio, tanto na área social como na área econômica. Esse desequilíbrio pode ser percebido em situações como:

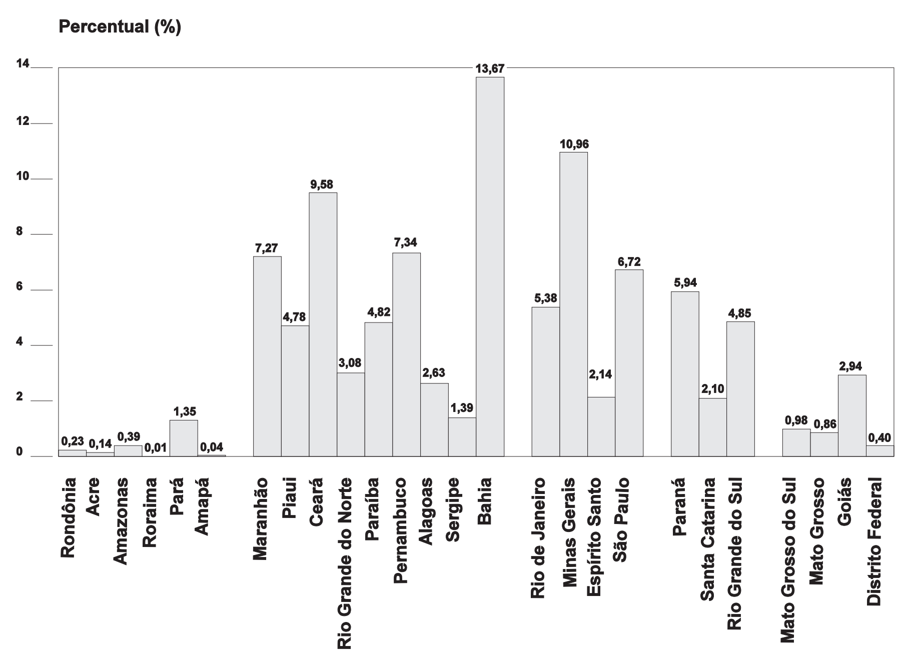
- Moradia: a cada dia, a população de rua vem aumentando nas grandes cidades.
- Alimentação: 42,79% da população rural vive em situação de indigência.
- Salário: enquanto o salário de uns é baixíssimo, o salário de outros é excessivamente alto.

Também podemos perceber esse desequilíbrio nas áreas de saúde, educação, saneamento básico etc.

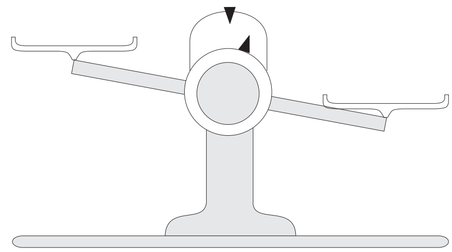
Observe o gráfico abaixo. Ele representa o desequilíbrio na área da alimentação:

DISTRIBUIÇÃO PERCENTUAL DE INDIGENTES

SEGUNDO UNIDADES DA FEDERAÇÃO, EM RELAÇÃO AO TOTAL DE 31.679.096 INDIGENTES DO PAÍS, 1990



Se usarmos a imagem de uma balança para “pesar” essas desigualdades, ela estará permanentemente desequilibrada... Mas, até quando?



Nossa aula

Mas o que tudo isso tem a ver com a nossa aula de Matemática? Na aula de hoje, vamos estudar inequações do 1º grau. E as inequações representam uma desigualdade matemática.

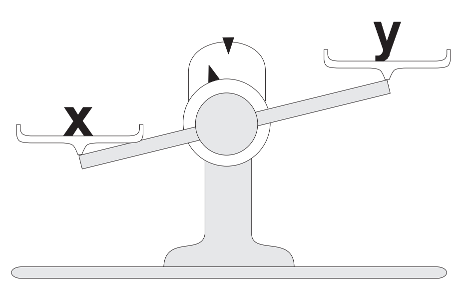
EXEMPLO 1

O número de pessoas que entram no 1º grau é maior do que o número de pessoas que terminam o 1º grau. Esse fato é comprovado em diversas pesquisas realizadas.

Se representarmos por **x** o número de pessoas que entram no 1º grau e por **y** o número de pessoas que terminam o 1º grau, poderemos escrever essa frase em linguagem matemática, assim:

$\boxed{x > y}$ onde o símbolo **>** indica **é maior que**.

A balança pode ser usada para mostrar esse desequilíbrio ou essa desigualdade na educação.



A inequação do 1º grau

Assim como a equação do 1º grau, a inequação também é uma frase matemática, só que, em vez do sinal de **=** (igual), tem um desses sinais: **>** (maior) ou **<** (menor) ou ≥ (maior ou igual) ou ≤ (menor ou igual).

$$\left.\begin{array}{l} 2x + 1 > 4x - 5 \\ y - 1 < 0 \\ 2x^{3}\ \ x + 1 \\ y + 4 \leq 5 - 2y \end{array}\right\}$$

Estas frases matemáticas são exemplos de inequações do 1º grau com uma incógnita.

$$\left.\begin{array}{l} x + y > 5 \\ -y + x < 3 \\ 2x \geq 1 - y \end{array}\right\}$$

E estas são inequações do 1º grau com duas incógnitas.

Propriedades da inequação do 1º grau

Quando resolvemos uma equação do 1° grau, usamos recursos matemáticos tais como: somar ou subtrair um mesmo valor aos dois membros da equação e multiplicar ou dividir os dois membros por um mesmo valor, sem alterar a equação. Será que esses recursos também são válidos na inequação do 1° grau?

Vamos tomar a desigualdade **5 > 4**, que é uma desigualdade verdadeira, para verificar a validade desses recursos.

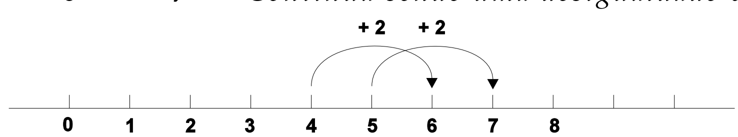
- **Recurso**: somar ou subtrair um mesmo valor aos dois membros.

$5 > 4$

somar 2

$5 + 2 > 4 + 2$

$7 > 6$ → *Continua sendo uma desigualdade verdadeira.*

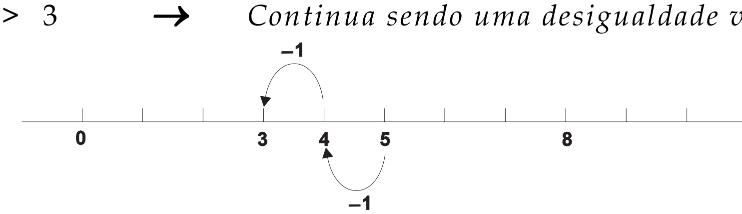


$5 > 4$

subtrair 1

$5 - 1 > 4 - 1$

$4 > 3$ → *Continua sendo uma desigualdade verdadeira.*



Podemos concluir que esse recurso (somar ou subtrair um mesmo valor aos dois membros) **é válido** também para resolver inequações do 1° grau.

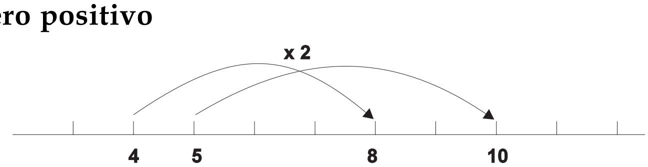
- **Recurso:** multiplicar ou dividir por um mesmo valor os dois membros da inequação:

Esse valor é um **número positivo**

$5 > 4 \times (+2)$

$5 \times 2 > 4 \times 2$

$\mathbf{10 > 8}$

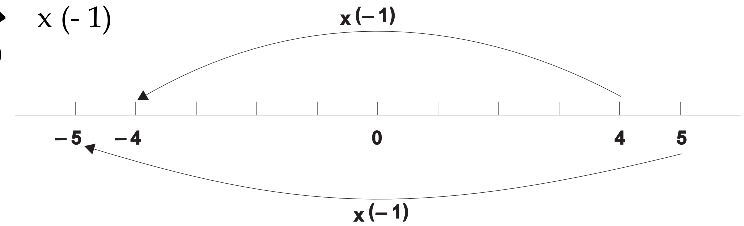


Esse valor é um **número negativo**.

$5 \quad > 4 \quad \rightarrow \quad \times (-1)$

$(-1) \cdot 5 \;\; ? \;\; 4 \cdot (-1)$

$\mathbf{-5 \;\; < \;\; -4}$

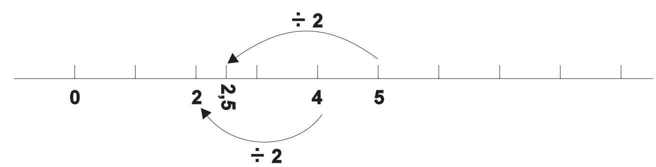


Observação: **- 5 < - 4** só será uma desigualdade verdadeira se o símbolo for **invertido**.

$5 > 4$

$5 \div 2 > 4 \div 2$

$2{,}5 > \quad 2$

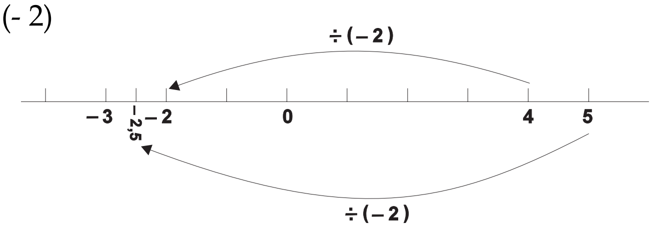


$5 \;\; > 4 \qquad\qquad \div (-2)$

$5 \div (-2) \;\; ? \;\; 4 \div (-2)$

$\frac{-5}{2} \quad < \quad \frac{-4}{2}$

$-2{,}5 \quad < \quad -2$



Portanto, devemos ter cuidado ao utilizar esse recurso (multiplicar ou dividir por um mesmo valor os dois membros) para resolver uma inequação do 1º grau: se esse valor for um **número negativo**, o sinal da desigualdade deve ser **invertido**.

Como resolver uma inequação do 1º grau?

Vamos aplicar os recursos que acabamos de ver na resolução de uma inequação do 1º grau.

EXEMPLO 2

Quais os valores de **x** que tornam a inequação - 2x + 5 > 0 verdadeira?

Inicialmente, resolvemos como se fosse uma equação do 1º grau:

$-2x + 5 > 0$ — *como a operação inversa de somar 5 é subtrair 5, + 5 fica - 5.*

$-2x > -5$ — *2x < 5 multiplicando os dois lados por (- 1) e invertendo o sinal de desigualdade*

$x < \frac{-5}{2}$

$\boxed{\mathbf{x} < 2{,}5}$

Observe que 2,5 não é solução da inequação, mas qualquer ponto menor que 2,5 é solução.

Vamos verificar:

Para **x** = -1 $\rightarrow$ -2 (-1) + 5 > 0 $\rightarrow$ 2 + 5 > 0 $\rightarrow$ 7 > 0 (verdadeiro)
Para **x** = 2 $\rightarrow$ -2 (2) + 5 > 0 $\rightarrow$ -4 + 5 > 0 $\rightarrow$ 1 > 0 (verdadeiro)
Para **x** = 2,5 $\rightarrow$ -2 (2,5) + 5 > 0 $\rightarrow$ -5 + 5 > 0 $\rightarrow$ 0 > 0 (falso)
Para **x** = 3 $\rightarrow$ -2 (3) + 5 > 0 $\rightarrow$ -6 + 5 > 0 $\rightarrow$ -1 > 0 (falso)

Comprovamos, então, que somente os valores menores que 2,5 tornam a inequação verdadeira.

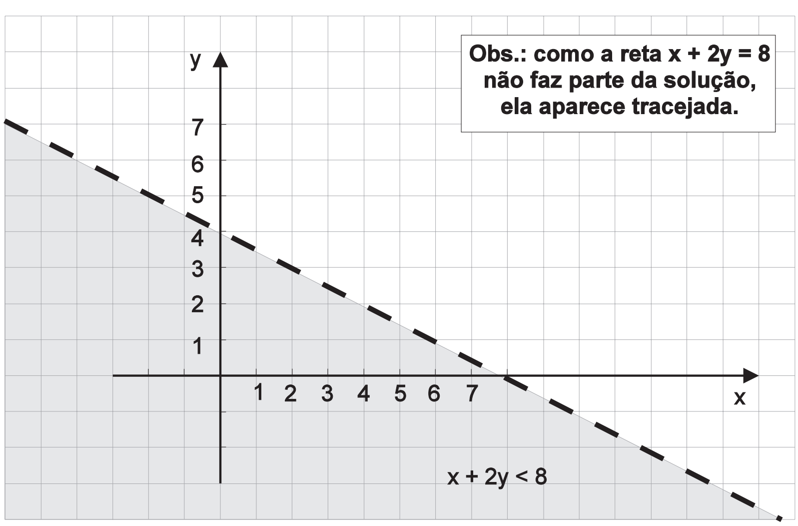
O gráfico de inequação de 1º grau

Na Aula 66, você aprendeu a representar graficamente uma equação do 1º grau com duas incógnitas. Agora vamos representar no plano cartesiano uma inequação do 1º grau com duas incógnitas.

EXEMPLO 3

Represente no plano cartesiano a inequação **x + 2y < 8**
Vamos partir da equação **x + 2y = 8**

x	$y = \frac{8 - x}{2}$	(x ; y)
0	4	(0 ; 4)
2	3	(2 ; 3)



A região abaixo da reta representa os pontos em que **x + 2y < 8**. E a região acima da reta representa os pontos em que **x + 2y > 8**.

Experimente! Pegue um ponto de cada uma das regiões indicadas e substitua suas coordenadas na inequação x + 2y < 8. O que ocorre?

Exercícios

Exercício 1

Resolva as inequações:

a) $x + 4 > 7$ **b)** $2x - 10 \leq 4$

c) $-3x \leq 15$ **d)** $3x \leq -15$

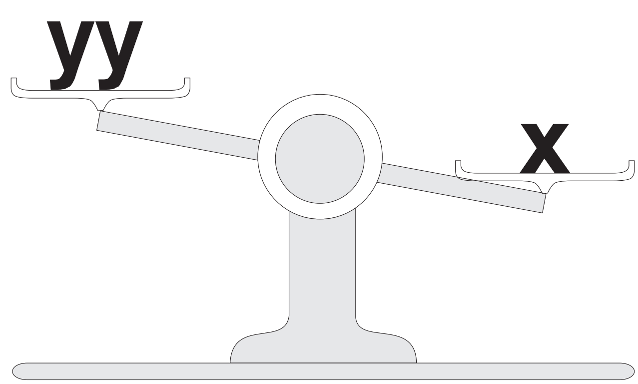
e) $\frac{3x+1}{2} - \frac{x}{3} < 1$ **f)** $\frac{x}{2} + \frac{4-2x}{5} \geq -2$

Exercício 2

Represente na reta numérica as soluções das inequações do Exercício 1.

Exercício 3

A balança ao lado não está equilibrada. Escreva uma frase matemática que represente esse desequilíbrio.



Exercício 4

Represente no plano cartesiano as inequações:

a) $x + 2y > 8$ **b)** $3x - y \leq 0$ **c)** $x + y < 5$