AULA

5

Tudo que sobe, desce

PARA COMEÇAR

Rio de Janeiro, temperatura altíssima, tumulto na praia, começa o corre-corre! Dizem que é um arrastão! A polícia chega e a correria se torna desordenada, quando alguém dá um tiro para cima...

Essa é uma cena que, infelizmente, temos visto ocorrer diversas vezes, não só no Rio de Janeiro como em várias metrópoles do mundo. Algumas vezes alguém sai ferido com uma bala perdida, que, normalmente, ninguém sabe de onde veio, nem se foi intencional.

Uma das causas mais conhecidas dessas "balas perdidas" são os tais "tiros pra cima", quando alguém pega seu revólver, aponta para cima e dá um tiro. Mas, como diz o ditado:

Tudo que sobe, desce!

Não podemos saber a origem de todas as balas perdidas, mas podemos nos perguntar, em alguns casos especiais, qual pode ter sido sua origem.

Podemos nos perguntar como os objetos jogados para cima, perto da superfície da Terra, retornam ao solo. Essa pergunta vem sendo feita há muito tempo, desde a Grécia antiga até os dias de hoje!

Uma resposta satisfatória começou a ser dada por um físico chamado Galileu Galilei. Como vimos, na Aula 1, Galileu criou condições, ou seja, criou uma experiência em que se pudesse verificar se um corpo mais "pesado" caía mais rápido do que um mais "leve".

Galileu chegou à conclusão de que, quando a resistência do ar influi pouco:

Corpos diferentes soltos da mesma altura caem juntos e atingem o chão ao mesmo tempo.

Isso a princípio, pode parecer um absurdo, pois como se diz por aí "os corpos mais pesados caem mais rápido do que os mais leves". E mais ainda: na nossa experiência diária não vemos essa afirmativa de Galileu acontecer.

Aqui está um dos triunfos do **método experimental!** Nem sempre podemos ver certos fenômenos em nossa experiência diária, pois eles só ocorrem em situações muito especiais. **Criar uma experiência é na verdade criar condições para que um fenômeno ocorra!** Fenômeno esse que nem sempre é fácil de observar. Lembre-se do Passo-a-passo da Aula 1.

Caindo! – A queda livre

Vamos começar a estudar de modo mais sistemático o movimento de queda de corpos perto da superfície da Terra.

Um dos problemas encontrados ao se fazer esse tipo de estudo é a atmosfera. Como vimos em nossas experiências na seção **com a mão na massa** (Aula 1), a atmosfera influencia o movimento dos corpos em queda, alterando seu movimento. Para controlar esse problema com mais eficiência, elimina-se a atmosfera, ou pelo menos torna-se desprezível seu efeito sobre o movimento dos corpos. Para isso,usa-se uma **bomba de sucção**, que retira quase todos os gases presentes num recipiente, chegando, então, ao que chamamos de **vácuo**.

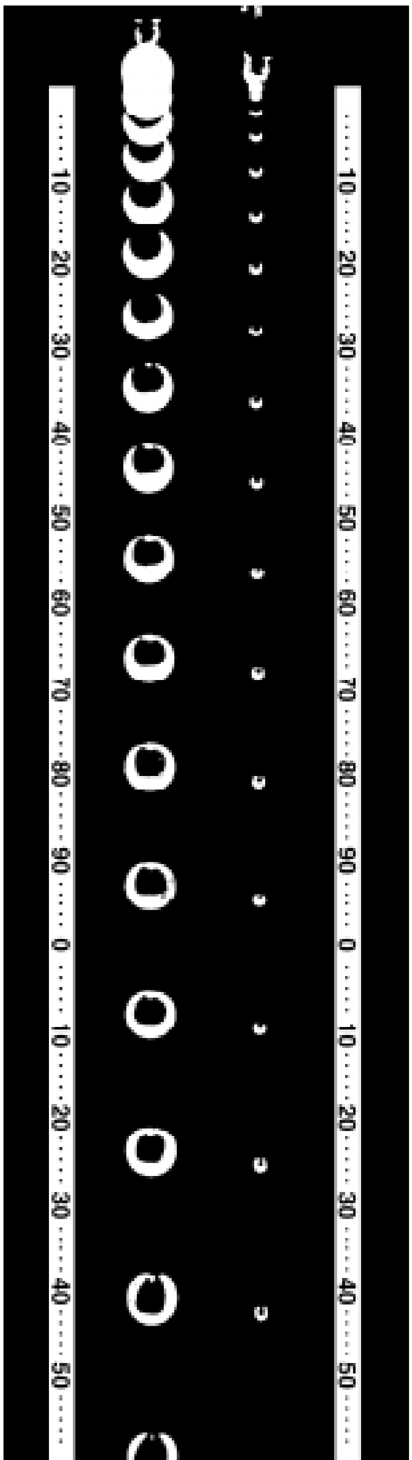


Figura 2

Ao compararmos a queda de dois corpos, de massas diferentes, gostaríamos de fazer algumas medidas, como, por exemplo, as distâncias percorridas em cada intervalo de tempo. Para isso, fotografamos a queda de dois corpos com uma lâmpada especial, chamada **estroboscópica,** que "pisca" em intervalos de tempo bem definidos (1/30 s), permitindo obter seqüências de fotos como as da Figura 2.

Podemos ver nas fotos que as duas bolas caem simultaneamente, tal como afirmou Galileu. E, uma vez que caem juntas, podemos medir a distância por elas percorrida em cada intervalo de tempo, e verificamos que essa distância é a mesma. Mas é preciso notar que a distância entre duas posições sucessivas vai aumentando. E, se elas percorrem, a cada intervalo de tempo, distâncias cada vez maiores, significa que a **velocidade está aumentando!**

Mas sabemos que, se a velocidade varia no tempo significa que existe uma **aceleração**.

Uma forma de se medir a aceleração desses corpos é pela **velocidade média em cada intervalo de tempo**. Com uma régua, medimos a distância entre duas posições consecutivas de uma das bolas.

Podemos então construir uma tabela com os dados obtidos:

TABELA 1

NÚMERO DO INTERVALO	DESLOCAMENTO	VELOCIDADE MÉDIA	VARIAÇÃO DA VELOCIDADE MÉDIA	ACELERAÇÃO
	$\Delta x\,(cm)$	$\frac{\Delta x}{\Delta t} = (cm/s)$	$\Delta v\,(cm/s)$	$\frac{\Delta v}{\Delta t} = a\,(m/s^2)$
1	7,70	231		
2	8,75	263	32	9,6
3	9,80	294	31	9,3
4	10,85	326	32	9,6
5	11,99	360	34	10,3
6	13,09	393	33	9,9
7	14,18	425	32	9,6
8	15,22	457	32	9,6
9	16,31	489	32	9,6
10	17,45	524	35	10,5
11	18,52	556	32	9,6
			ACELERAÇÃO MÉDIA	9,8

Na quarta coluna está calculada a **variação da velocidade em cada intervalo de tempo** e algo surpreendente acontece: essa variação tem quase o mesmo valor, podemos dizer que a variação da velocidade em cada intervalo de tempo é constante**,** logo, como vemos na quinta coluna a aceleração é praticamente constante.

$$a = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{v_3 - v_2}{\Delta t} = \frac{v_4 - v_3}{\Delta t} = \ldots = g \Rightarrow \text{CONSTANTE}$$

Se medirmos essa aceleração com bastante cuidado, e por várias vezes, teremos o valor aproximado de **9,8 m/s²**. Isto significa que, independente da massa e desprezando a interferência da atmosfera, a velocidade dos corpos em queda, perto da superfície da Terra, aumenta de 9,8 m/s a cada segundo. Chamaremos de agora em diante essa aceleração especial de

Aceleração da gravidade ⇒ g

A aceleração da gravidade é uma das formas de se verificar que a Terra exerce, sobre os corpos, uma atração chamada "atração gravitacional" (trataremos desse assunto algumas aulas mais adiante).

Como para os problemas que vamos abordar, não precisamos de medidas muito precisas, podemos aproximar a aceleração da gravidade para **g = 10 m/s²**.

Descendo – cinemática da queda livre

Chamaremos, a partir de agora, todo **movimento retilíneo** de descida, que ocorre nas proximidades da superfície da Terra, de **queda livre**.

Com as informações que já temos sobre o movimento de queda livre, podemos concluir que é um **Movimento Retilíneo Uniformemente Variado**, pois sua velocidade varia sempre da mesma forma no tempo, ou seja, a **aceleração é constante**.

Tudo que aprendemos na aula passada serve para analisarmos o movimento de um corpo em queda livre. A **função horária da posição** será:

$$y = y_0 + v_0\, t + \frac{1}{2}\, g\, t^2$$

Onde, em vez de usarmos a letra **x,** para a posição, usamos a letra **y** para representar a altura, já que estamos trabalhando com o movimento de subida e descida (vertical).

É necessário dizer que **não importa a letra usada na expressão matemática.** O fundamental é saber que grandeza física a letra está representando.

E, neste caso, **y** representa uma **posição** no espaço!

A **função horária da velocidade** é: $v = v_0 + g\, t$

Com as equações horárias do movimento podemos saber a posição e a velocidade do objeto, em qualquer instante. E, com elas, somos capazes de prever alguns fenômenos.

Passo-a-passo

Um acidente comum na construção civil é o da **queda livre** de objetos (tijolos, ferramentas) do alto de edifícios em construção. Sabemos que, por exemplo, um tijolo tem uma aceleração $g = 10\ m/s^2$. Vamos supor que ele caiu do segundo andar do prédio e, que cada andar tem aproximadamente 2,5 metros de altura. Vamos agora descobrir com que velocidade ele chega no solo.

Como em todo problema de cinemática, precisamos, antes de qualquer coisa, definir o **referencial** utilizado para descrever o movimento. Uma das melhores maneiras para uma boa escolha de referencial é fazer um **esboço** da situação, colocando os **eixos de coordenadas**. Define-se assim o sentido do que está caindo ou do que está subindo. Por exemplo:

Vamos medir a altura **y** a partir da posição inicial $\mathbf{y_0}$ no segundo andar. **y** cresce à medida que o tijolo cai, isto é, o eixo **y** tem o sentido "positivo", para baixo. Ou seja, **definimos** a origem (0) do sistema de coordenadas, a posição inicial $y_0 = 0$ (2° andar) e a posição final ao chegar no solo $y_{final} = 5$ m.

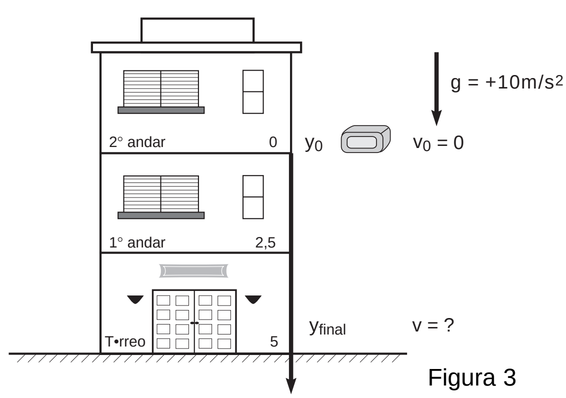


Figura 3

É possível definir o sentido positivo ou negativo, tanto para cima quanto para baixo. Escolhemos o sentido dos eixos, em cada situação diferente, de modo que nos facilite a compreensão do que está ocorrendo.

Sabemos, também, que inicialmente a velocidade do tijolo era zero ($v_0 = 0$).

Como vimos, nos movimentos retilíneos, o sinal da velocidade pode ser positivo ou negativo; isso significa que o corpo está se movimentando para um lado ou para o outro em relação à origem do sistema de coordenadas.

Com esses dados, podemos montar a **função horária da posição** do tijolo que caiu:

$$y = y_0 + v_0t^2 + \frac{1}{2}gt = 0 + 0t + \frac{1}{2}10t^2$$

$$\boxed{y = 5t^2}$$

Essa função relaciona a altura do tijolo em cada instante de tempo. Com as informações que temos, podemos saber quanto tempo demora para que o tijolo chegue ao chão. Usando a função horária da posição e substituindo y por 5, temos:

$$5 = 5t^2$$
$$t^2 = 1$$
$$\boxed{t = 1\ s}$$

O tijolo demora 1 segundo para atingir o solo. Esse tempo é, aproximadamente, o mesmo de reação de uma pessoa; ou seja, não daria tempo de avisar ninguém que estivesse embaixo!

Qual será a velocidade do tijolo ao chegar ao solo?

Podemos usar a **sua função horária da velocidade**. Sabemos qual é sua velocidade inicial e sua aceleração, portanto, podemos escrever:

$$v = v_0 + gt = 0 + 10t$$

$$\boxed{v = 10t}$$

Sabemos também que o tijolo demorou 1 segundo para chegar ao solo, dessa forma, a velocidade no instante em que chega ao solo será

$$\boxed{v = 10 \cdot 1 = 10\ m/s}$$

Tudo que sobe, desce – O tiro para cima

Com a experiência adquirida no Passo-a-passo da página anterior, vamos tentar resolver o problema do "tiro para cima". Vamos prever qual será o movimento da bala, sua posição e sua velocidade a cada instante. Temos de lembrar que estamos fazendo **um modelo, e que, estamos desprezando a interferência da atmosfera sobre o movimento.**

O que encontramos de diferente nesse caso é o fato de o objeto não estar sendo largado de uma certa altura; ao contrário, está sendo **lançado para cima** com uma **velocidade inicial diferente de zero!** Esse movimento é um MRUV, pois a aceleração, independentemente de o objeto estar subindo ou descendo, é **constante** e igual a **g**.

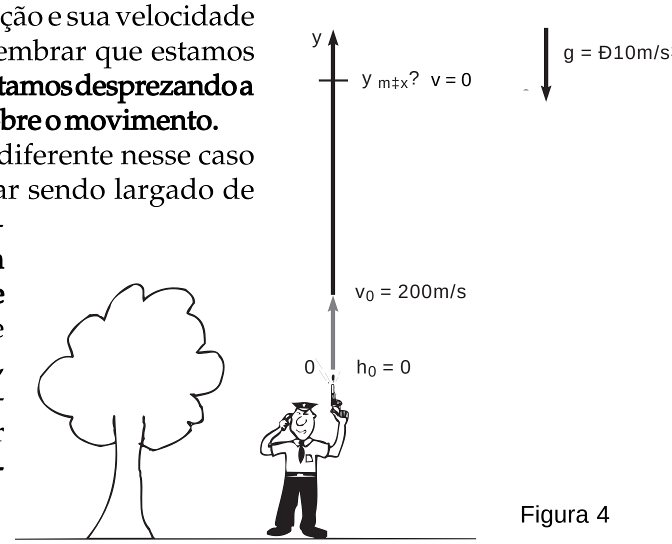


Figura 4

Vamos primeiro fazer um **esboço** da situação, e definir o **referencial** e o **sistema de coordenadas**. Neste caso fica mais fácil adotar como positivo o sentido que vai de baixo para cima.

Ao ser lançada, uma bala de revólver tem **velocidade inicial** de aproximadamente 200 m/s. Podemos definir que a **posição inicial** da bala é $y_0 = 0$, exatamente na boca do cano do revólver. Assim, a **função horária da posição** é:

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2 = 0 + 200\,t + \frac{1}{2}(-10)\,t^2$$

$$\boxed{y = 200\,t - 5\,t^2}$$

O que significa o sinal negativo da aceleração $g = -10\ m/s^2$?

Lembre-se de que, o eixo de coordenadas foi orientado **positivamente para cima** e a aceleração da gravidade **sempre está dirigida para baixo** independente da escolha do referencial. E o mais fundamental é saber que, tendo a velocidade e a aceleração sinais contrários, a velocidade da bala diminui. Nesse caso a velocidade diminui de 10 m/s a cada segundo, **enquanto está subindo.**

A atração gravitacional age nos corpos sempre de cima para baixo, não importando o sentido escolhido para os eixos de coordenadas!

Podemos saber quanto tempo demora para que a bala desça novamente até sua posição inicial. Sabemos que a posição da bala, quando volta, é igual à posição inicial, ou seja:

$$y_{inicial} = y_{final} = 0$$

Assim, substituindo este valor na função horária da posição, obtemos:

$$0 = 200\,t - 5t^2$$
$$5t^2 - 200\,t = 0$$
$$\boxed{t = 40\ s}$$

que é o tempo que a bala leva para subir e descer.

Podemos saber, também, qual é a velocidade com que a bala volta ao solo, usando a função horária da velocidade:

$$v = v_0 + gt$$
$$\boxed{v = 200 - 10\,t}$$

Já sabemos que a bala volta ao solo após 40 segundos. A velocidade com que a bala chega ao solo calculada nesse instante será:

$$v = 200 - 10 \cdot 40 = 200 - 400$$
$$\boxed{\mathbf{v = -200\ m/s}}$$

Isso significa que a bala volta com a **mesma velocidade** com que partiu, mas no **sentido contrário**, ou seja, para baixo. Esse é o significado do sinal negativo da velocidade.

Podemos, ainda, saber qual é a altura máxima que a bala atinge. Sabemos que, antes que a bala volte, ela atinge uma altura máxima e, nesse instante, **ela pára de subir e começa a descer**. Isso significa que a velocidade **muda de sinal**, de positivo para negativo e, necessariamente, ela **passa pelo valor zero**.

Mas isso é óbvio. Todo corpo que jogamos para cima, sobe, **pára** no ponto mais alto, e desce.

Sabendo disso, voltamos à função horária da velocidade e descobrimos quanto tempo demora para que a bala chegue no ponto mais alto, pois sabemos que a velocidade da bala naquele momento é zero.

$$v = 0 \quad \Rightarrow \quad 0 = 200 - 10\ t_{y_{max}}$$
$$t_{y_{max}} = 20\ s$$

Verificamos que a bala leva exatamente a metade do tempo total para subir (20 s) e a outra metade para descer (20 s) totalizando os 40 s de subida e descida, calculado no início do problema.

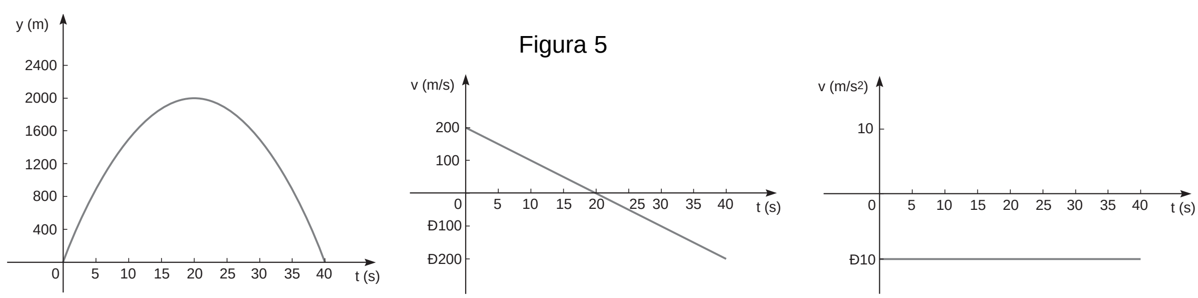
Tendo o instante em que a bala chega no ponto mais alto, podemos, com a função horária da posição, saber quanto vale essa **altura máxima**

$$y = 200\ t - 5\ t^2$$
$$y_{max} = 200 \cdot 20 - 5(20)^2$$
$$y_{max} = 2000\ m$$

Isto significa que a bala sobe 2 quilômetros antes de começar a cair.

Com os cálculos feitos, podemos construir os gráficos da **posição X tempo**, velocidade X tempo e aceleração X tempo para compreender melhor a situação:

Figura 5



(a) Posição X tempo (b) velocidade X tempo (c) aceleração X tempo

PARA TERMINAR

- Tudo o que sobe, desce, e do jeito que subiu! Portanto, muito cuidado, pode ser sobre a sua cabeça! É preciso se lembrar de que existe atmosfera e ela "amortece" o movimento da bala, diminuindo sua velocidade, mas ainda assim pode ferir;
- os corpos na superfície da Terra caem com aceleração constante de valor $g = 10\ m/s^2$, independente de sua massa e considerando desprezível a resistência da atmosfera;
- esse movimento é chamado de queda livre;
- é necessário fazer inicialmente um esboço dos problemas, definindo o seu referencial e a posição do sistema de coordenadas;
- é necessário deixar bastante claro qual é o sentido "positivo" e o sentido "negativo" do movimento, para não se "atrapalhar" com os sinais da velocidade e da aceleração;
- é preciso construir as equações horárias da posição e velocidade do movimento de queda livre;
- é possível calcular tempo de subida e descida de um projétil e sua velocidade de retorno;
- é possível calcular a altura máxima alcançada por um projétil, sabendo que sua velocidade nesse ponto é zero.

Resumo de Cinemática

Nas Aulas 3, 4 e 5 estudamos a Cinemática. Você deve ter aprendido os conceitos de referencial, sistema de coordenadas, posição, deslocamento, velocidade e acelereção.

Vimos até agora dois tipos de movimento em linha reta:

Movimento Retilíneo Uniforme (MRU)

1. A **posição** varia **em função do tempo,** mantendo uma **razão constante**; por isso o movimento é chamado de **uniforme** ou seja, sua velocidade é **constante** e o gráfico que representa a posição em função do tempo é uma **reta**.

2. Existe uma **grandeza**: a **velocidade** que relaciona a variação da posição com o tempo

3. A grandeza velocidade é definida matematicamente como:

$$v = \frac{\text{variação da posição em um intervalo de tempo}}{\text{intervalo de tempo}} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} = \frac{D\,x}{D\,t}$$

4. No MRU**,** a velocidade não varia, ela é **constante**.

5. Por meio da função horária, é possível fazer previsões:

FUNÇÃO HORÁRIA DA	FORMA MATEMÁTICA	PODEM-SE PREVER
posição	$x = x_0 + vt$	posições

Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (MRUV)

1. No MRUV, **variam** a posição e a velocidade.

2. A **velocidade** varia sempre **na mesma razão**; por isso o movimento é chamado de **uniformemente variado** e o gráfico que representa a velocidade em função do tempo, é uma **reta**.

3. Existe uma grandeza: a **aceleração**, que relaciona a variação da velocidade com o tempo.

4. A grandeza **aceleração** se define matematicamente como:

$$a = \frac{\text{variação da velocidade em um intervalo de tempo}}{\text{intervalo de tempo}} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{D\,v}{D\,t}$$

5. No MRUV, a aceleração não varia, ela é **constante**.

6. Pelas funções horárias, é possível fazer previsões da posição e da velocidade em cada instante:

FUNÇÃO HORÁRIA DA	FORMA MATEMÁTICA	PODE-SE PREVER
POSIÇÃO	$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$	Posições
VELOCIDADE	$v = v_0 + at$	Velocidades

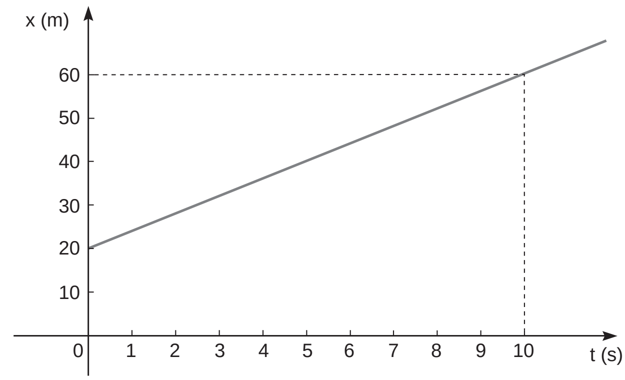
Podemos representar o conjunto de informações sobre os movimentos, usando **tabelas**, **gráficos** e **funções** como formas equivalentes de representar um mesmo conjunto de dados. Por exemplo, no MRU:

t (s)	x (m)
0	20
1	24
2	28
3	32
4	36
5	40
6	44
7	48
8	52
9	56
10	60

1 Tabela

$x = x_0 + vt \longrightarrow \boxed{x = 20 + 4t}$

2 Função



3 Gráfico

Figura 6. Formas equivalentes de se representar um MRU.

Passo-a-passo

Usando a tabela acima, obtenha a função horária da posição.

É possível verificar que, em cada intervalo de tempo, a distância **x** aumenta sempre com o mesmo valor, ou seja:

$$x_2 - x_1 = x_3 - x_2 = x_4 - x_3 = ... = 4 \text{ m}$$

ou seja, a velocidade é constante:

$$\frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{x_3 - x_2}{t_3 - t_2} = \frac{x_4 - x_3}{t_4 - t_3} = ... = 4 \text{ m/s} = \text{constante}$$

essa é a característica do Movimento Retilíneo Uniforme. Sua função horária é:

$$x = x_0 + vt$$

$$\boxed{x = 20 + 4t}$$

Onde x_0 é a posição no instante t=0! Com essa equação você pode construir novamente a tabela e fazer o gráfico x X t.

Sempre que necessário use $g = 10\ m/s^2$.

Exercício 1.

Na construção de um edifício, Nestor está levantando uma parede de tijolos no primeiro andar. Nélson, que está no térreo, joga os tijolos um a um para Nestor. Quanto tempo demora para que um tijolo jogado por Nélson chegue às mãos de Nestor com velocidade zero? Considere que Nélson lança cada tijolo com uma velocidade inicial de aproximadamente 7,75 m/s e que cada andar tem aproximadamente 3 metros.

Exercício 2.

Silvio, um menino levado que mora no 100º andar de um edificio, faz uma brincadeira de mau-gosto. Ele deixa cair um ovo pela janela tentando atingir uma pessoa na calçada. Qual será a velocidade com que o ovo chega ao solo? (Tal como no exercício, anterior considere que cada andar tem aproximadamente 3 metros de altura.)

Exercício 3.

Um homem joga cara ou coroa com uma moeda, atirando-a para cima com uma velocidade aproximada de 10 m/s. A que altura ela chega e quanto tempo demora pra voltar à sua mão?

Exercício 4.

Sílvio, um criador de frangos, leu vários livros sobre a queda dos corpos perto da superfície da Terra. Mas não ficou muito satisfeito e resolveu verificar se as afirmações dos livros eram verdadeiras. Foi até o galinheiro, pegou uma galinha e um ovo, subiu até o telhado de sua casa e soltou o ovo e a galinha. Quem cairá primeiro, o ovo ou a galinha?