AULA

9

Como erguer um piano sem fazer força

PARA COMEÇAR

Como vimos na aula sobre as leis de Newton, podemos olhar o movimento das coisas sob o ponto de vista da Dinâmica, ou melhor, olhando os “motivos” que levam um objeto a se mover. O que vamos fazer nesta aula é aplicar essas leis em diversas situações.

Temos sempre problemas para levantar objetos muito pesados. Muitas vezes são tão pesados que não conseguimos tirá-los do chão. Outras vezes estamos com problemas nas costas, que não nos permitem nem levantar um pequeno peso.

Esse problema de levantar pesos é antigo. Os egípcios já enfrentavam esse problema, quando tinham que levantar pedras imensas na construção das pirâmides. Mesmo de brincadeira, vemos a necessidade de levantar pesos. Nos filmes do Tarzan, o “rei da selvas” recrutava sempre um elefante para erguê-lo até sua casa na árvore. Nos portos, quando os navios trazem cargas enormes, é necessário sugerir soluções que facilitem e agilizem a descarga do material.

Vamos usar nossos conhecimentos das leis de Newton para resolver e propor soluções para alguns problemas, que à primeira vista parecem simples, mas que são uma chave para problemas maiores, como por exemplo a descarga de material em um porto.

Fique ligado

Vamos resolver esses problemas em alguns passos, para compreender melhor o que está acontecendo em cada situação.

Normalmente teremos três passos, conforme descrito a seguir:

a) isolamento dos corpos (diagrama de forças);
b) construção das equações dinâmicas;
c) solução das equações dinâmicas.

Vamos analisar um exemplo bem simples para treinar o uso desses passos:

Passo-a-passo

Vamos supor que Gaspar queira colocar um pacote de feno no sótão do celeiro de sua pequena fazenda. Esse pacote tem uma massa de 100 kg. Gaspar, que estava gordo nessa época, com uma massa de 80 kg, teve recomendação médica para não carregar muito peso e ficou preocupado com o peso do pacote.

Maristela sugeriu que Gaspar comprasse uma roldana, para facilitar o serviço. Disse que em sua viagem até o litoral tinha ido ao porto e visto muitas roldanas por lá e achava que, com elas, seria muito fácil carregar grandes pesos.

Antes de comprar a roldana, Gaspar resolveu fazer um **esboço da situação** e calcular qual seria a força que teria de fazer para elevar o feno com uma roldana; e mais, queria saber qual seria a força que o teto teria que fazer para agüentar todo o sistema. Podemos ver na Figura 1 o esboço feito por Gaspar:

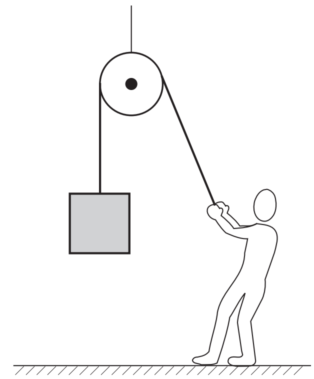


Figura 1

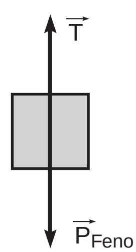
Gaspar seguiu então os três passos para a utilização das leis de Newton. Vejamos ao primeiro passo :

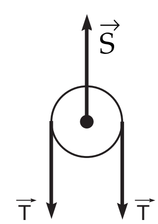
1º passo – Isolamento dos corpos (diagrama de forças)

"Isolar" o corpo é **separá-lo do ambiente que o cerca**, ou seja, Gaspar está interessado em estudar quais são as forças que estão agindo sobre o feno e a roldana, quais são os motivos que levam o feno a ficar suspenso e a roldana parada.

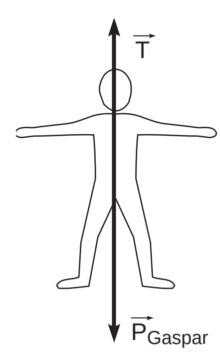
Gaspar sabe que, quando o pacote está suspenso, está sob a ação de duas forças.

> A força **peso ($\vec{P}_{Feno}$)**, que é a **força de atração** que a Terra faz sobre todos corpos na superfície do planeta e a força **($\vec{T}$),** que a corda faz sobre o pacote.





A roldana está sob ação da força de sustentação ($\vec{S}$), que o teto faz sobre ela, e sob a ação da força que a corda faz ($\vec{T}$). Como sua massa é muito pequena, não consideramos o seu peso.



E sobre ele próprio estão agindo a força da gravidade ($\vec{P}_{Gaspar}$) e a força que a corda faz nele ($\vec{T}$).

Como podemos ver nas ilustrações do pacote, da roldana e de Gaspar, todos estão isolados e as forças que agem sobre eles estão indicadas (diagrama de forças).

Gaspar começou então o segundo passo:

2º passo – Construção das equações dinâmicas

Aqui, usamos a segunda lei de Newton, ou seja, queremos saber sobre a **resultante** das forças ($\vec{R}$), que age em cada corpo. Sabemos que a força resultante sobre um corpo é a soma de todas as forças que estão agindo sobre ele. Fazendo a soma das forças, Gaspar pode verificar as condições necessárias para que o feno fique, **no mínimo**, suspenso.

Aplicamos então a segunda lei de Newton para estudarmos o que ocorre com o pacote de feno. Como podemos ver na figura do isolamento, o pacote de feno está sob a ação de duas forças que agem em sentidos opostos. Devemos então definir um referencial, por exemplo, podemos dizer que "tudo que aponta para cima é positivo", com isso podemos escrever a equação dinâmica para o pacote de feno:

$$F_{resultante} = R_{feno} = T - P_{feno} = m \cdot a_{feno} = 0$$

A força resultante é igual a zero, pois Gaspar está interessado na situação em que ele está **apenas sustentando** o pacote sem que ele se mova; isso significa que a aceleração do pacote de feno é zero. O valor da força peso é positivo devido ao vetor peso estar "apontando" para baixo, enquanto o vetor T está "apontando" para cima, por isso o valor do vetor T é negativo. Obtemos, então, a equação dinâmica do pacote de feno.

$$\boxed{T - P_{feno} = 0}$$

A roldana, como podemos ver na figura do isolamento, está sob a ação da força de sustentação ($\vec{S}$), que o teto do celeiro exerce sobre ele e, sob a ação da corda que a puxa por duas vezes.

Nesse caso Gaspar está fazendo duas considerações:

- Que o peso da roldana e da corda é desprezível perto do peso do pacote de feno.
- E que a corda é ideal, ou seja, ela não se distende e transmite totalmente a força que é feita numa ponta para todos os seus pontos.

Assim, a equação dinâmica para a roldana é, considerando o mesmo referencial que foi adotado para o feno:

$$F_{resultante} = R_{roldana} = m_{moldana} \cdot a = 0 = S - T - T$$

$$\boxed{S - 2T = 0}$$

E, finalmente, a equação dinâmica do próprio Gaspar. Neste caso, precisamos observar que se o feno sobe, Gaspar vai descer. Então se o sentido "positivo" para o feno é o de subida, para Gaspar o sentido "positivo" será o de descida! Assim teremos a seguinte equação dinâmica:

$$F_{resultante} = R_{Gaspar} = m_{Gaspar} \cdot a = 0 = P_{Gaspar} - T$$

$$\boxed{P_{Gaspar} - T = 0}$$

Apesar de termos três equações simples, vamos realizar o terceiro passo.

3º passo – Solução das equações dinâmicas

Usando a equação do pacote de feno, temos

$$T = P_{feno}$$

$$T = m_{feno} \cdot g = 100 \text{ kg} \cdot 10 \frac{m}{s^2} = 1.000 \text{ N}$$

Com a equação da roldana:

$$S = 2\,T$$

$$S = 2 \cdot 1.000 \text{ N} = 2\,000 \text{ N}$$

E com a equação para Gaspar:

$$T = P_{Gaspar}$$

Com isso, Gaspar pode prever que a força que o teto faria para sustentar o sistema é igual ao dobro do peso do feno (S = 2T).

Mas houve um problema: a força que Gaspar teria que fazer é, no mínimo, igual ao peso do feno.

Que vantagem houve em usar uma roldana ($T = P_{feno}$)?

Houve uma vantagem: agora basta que Gaspar se pendure na corda para que a feno fique suspenso, pois seu próprio peso pode servir como uma força para sustentar o feno ($T = P_{Gaspar}$).

Mais uma vez aparece um problema, pois a última equação nos diz que, no mínimo, Gaspar precisa ter o mesmo peso que o pacote de feno:

$$P_{feno} = T = P_{Gaspar}$$

Mas Gaspar tem uma massa de apenas 80 kg, o que significa um peso de 800 N.

Ou seja, Gaspar não conseguiu resolver seu problema. Mas ele não desistiu, logo começou a pensar num jeito de não ter que fazer tanto esforço.

Finalmente surgiu uma idéia!

Passo-a-passo

Gaspar resolve colocar mais uma roldana em jogo, e faz o seguinte desenho.

Gaspar fica muito animado com sua idéia e rapidamente começa a trabalhar na previsão da força que ele terá de fazer.

Assim, começa o primeiro passo:

1º passo – Isolamento dos corpos (diagrama de forças)

Pelo desenho de Gaspar, é possível ver que o pacote de feno permanece na mesma situação. O que temos de novo é a segunda roldana e mais um pedaço de corda, que prende a segunda roldana no teto do celeiro.

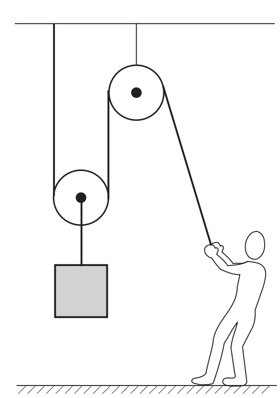


Figura 3

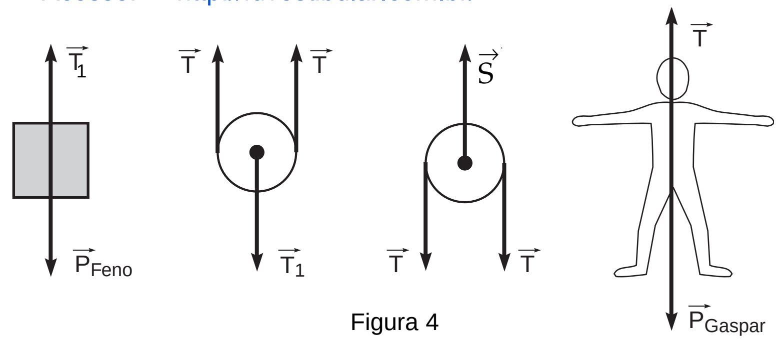


Figura 4

Feito o desenho, ele rapidamente passa ao segundo passo.

2º passo – Construção das equações dinâmicas

Gaspar, então, montou as equações dinâmicas, usando a segunda lei de Newton:

$$R_{feno} = m_{feno} \cdot a = T_1 - P_{feno} = 0$$
$$R_{roldana\ 1} = m_{roldana\ 1} \cdot a = T + T - T_1 = 0$$
$$R_{roldana\ 2} = m_{roldana\ 2} \cdot a = S - T - T = 0$$
$$R_{Gaspar} = m_{Gaspar} \cdot a = P_{Gaspar} - T = 0$$

3º passo – Solução das equações dinâmicas

Temos, então, que

$$T_1 = P_{feno}$$
$$T_1 = m_{feno} \cdot g = 100\ kg \cdot 10\ \frac{m}{s^2} = 1.000\ N$$
$$\boxed{T_1 = 1.000N}$$

$$2\,T = T_1$$
$$T = \frac{T_1}{2} = \frac{1000}{2}$$
$$\boxed{T = 500\ N}$$

$$S = 2\,T$$
$$S = 2.500$$
$$\boxed{S = 1000\ N}$$

Gaspar, agora, começa a estudar seus resultados. O primeiro resultado é que a força que Gaspar terá que fazer na corda (T) é igual a 500 newtons, ou seja, é a metade da força no caso anterior.

A parede terá que resistir, na primeira roldana, a uma força de 500 newtons e, na segunda roldana, a uma força de 1.000 newtons.

Certamente, com seu peso de 80 kg, Gaspar poderá levantar o pacote de feno, basta que ele se pendure na corda, será o suficiente para que o pacote suba!

Gaspar pôde, usando as leis de Newton, prever que força ele teria que fazer usando um sistema de roldanas. Certamente o valor encontrado não será exatamente o que ele vai encontrar quando for construir o sistema real, pois **foram feitas algumas aproximações**, como considerar a massa da corda e da roldana iguais a zero, e desprezar o atrito da roldana com seu eixo de rotação, mas com todas essas aproximações, Gaspar ainda fará uma força menor do que o peso do pacote de feno.

Que força Gaspar teria de fazer se tivesse montado o sistema com mais uma roldana (Figura 5)?

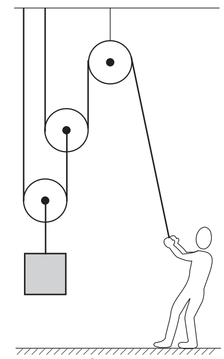


Figura 5

Observação

Na primeira situação, Gaspar não conseguiria levantar o feno, pois, mesmo que ele se pendurasse na corda, seu peso era menor que o do pacote de feno.
Na segunda situação, com o auxílio de mais uma roldana, a força necessária para levantar o pacote era menor que o peso de Gaspar; com isso, se ele se pendurasse na corda, o feno iria se levantar.
Quando há um excesso de peso em um dos lados da corda, chamamos isso de **contrapeso**. Em várias situações em que temos uma só roldana, o contrapeso servirá como um grande auxiliar no levantamento de grandes pesos. Por exemplo, nos elevadores:

Normalmente podemos ver como funciona um elevador de um edifício em construção, pois sua estrutura está à mostra. Observe a Figura 6: o elevador é sustentado por um cabo que vai até uma grande polia e volta, passando por um bloco de cimento; e vai direto a um motor de sustentação, que se encontra no solo. Esse tipo de elevador carrega tanto material como pessoal de serviço e isso, de forma geral, exige muito do motor.

Nesse tipo de situação, evita-se o uso de muitas roldanas, pois o espaço para colocá-las nem sempre está disponível.

Para não exigir muito do motor, colocam-se os contrapesos, assim como está indicado na Figura 6.

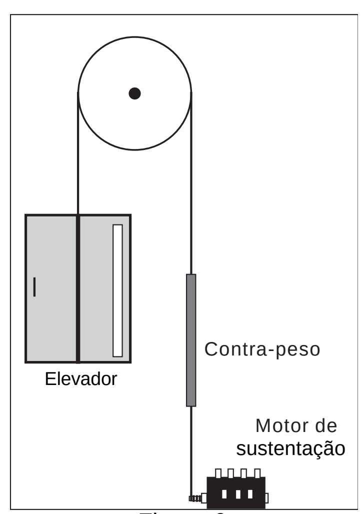


Figura 6

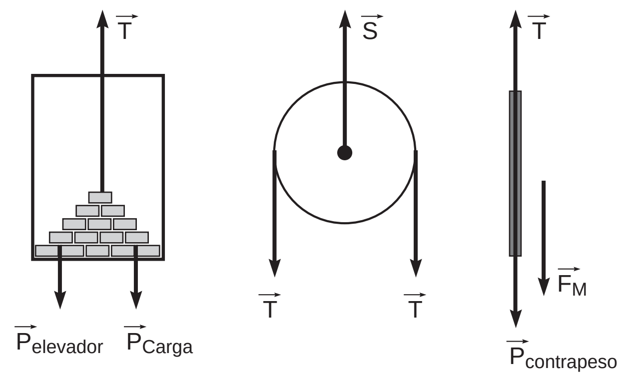
Passo-a-passo

Algumas vezes durante o período de construção de parede, período no qual as paredes nos andares superiores são levantadas, os elevadores têm que subir carregados de tijolos. Essa é a etapa de construção em que os elevadores são mais exigidos.

Vamos calcular qual a força que um motor de sustentação de um elevador de construção tem que fazer para suspender uma carga de 500 kg de tijolos, de modo que essa carga suba com uma aceleração de 1 m/s^2.

Temos que levar em consideração a massa da cabina do elevador que é da ordem de 250 kg e a massa do contrapeso que é igual a 250 kg. Novamente estamos desprezando a massa do cabo e da roldana.

1º passo – Isolamento (diagrama de forças)



Como podemos ver na Figura 7, o conjunto da cabina de carga e de tijolos está sob a ação da força da gravidade ($\vec{P}_e + \vec{P}_c$) e o cabo de sustentação ($\vec{T}$).

A roldana está sob a ação do cabo de sustentação ($\vec{T}$) e o teto do elevador ($\vec{S}$).

O contra-peso esta sob a ação do cabo de sustentação ($\vec{T}$), o seu próprio peso ($\vec{P}_{cp}$) e a força que o motor faz sobre ele ($\vec{F}_m$).

Podemos então passar ao segundo passo:

2º passo – Construção das equações dinâmicas

Pela figura, podemos escrever que:

$$R_{elevador} = (m_{elevador} + m_{carga}) \cdot a = T - P_{elevador} - P_{carga}$$

$$R_{contrapeso} = m_{contrapeso} \cdot a = F_{motor} + P_{contrapeso} - T$$

$$R_{roldana} = m_{roldana} \cdot a = S - T - T = 0$$

E essas são as três equações dinâmicas do sistema.

3º passo – Solução do sistema dinâmico

Antes de mais nada, precisamos calcular o peso dos objetos que estão envolvidos no processo:

$$P_{elevador} = m_{elevador} \cdot g = 250\text{ kg} \cdot 10\,\frac{m}{s^2} = 2.500\text{ N}$$

$$P_{carga} = m_{carga} \cdot g = 500\text{ kg} \cdot 10\,\frac{m}{s^2} = 5.000\text{ N}$$

$$P_{contrapeso} = m_{contrapeso} \cdot g = 250\text{ kg} \cdot 10\,\frac{m}{s^2} = 2.500\text{ N}$$

Com isso, podemos calcular as equações dinâmicas. Temos, então, para a cabina e a carga, a 1ª equação dinâmica:

$$T - 2.500 - 5.000 = (250 + 500) \cdot 1$$
$$T = 7.500 + 750$$
$$\boxed{T = 8.250\ \text{N}}$$

Para o contrapeso:

$$F_{motor} + 2.500 - 8.250 = 250 \cdot 1$$
$$F_{motor} = 250 + 5.750$$
$$\boxed{F_{motor} = 6.000\ \text{N}}$$

Isso mostra que o motor faz uma força **menor** do que o peso do elevador e da carga **juntos** ($P_{elevador} + P_{carga} = 7.500$N). Para a roldana temos:

$$S = 2T = 2 \cdot 8.250 = 16.500\ \text{N}$$
$$\boxed{S = 16.500\ \text{N}}$$

Ou seja, o teto do elevador sustenta todo o sistema: elevador, carga, contrapeso e mais a força que o motor faz na corda. Por isso, ele deve ser planejado e construído para suportar grandes cargas.

PARA TERMINAR

Nesta aula, vimos como usar as leis de Newton para **planejar** e **prever** o comportamento dinâmico de alguns sistemas, usando três passos básicos:

- isolamento (diagrama e forças);
- equações dinâmicas;
- solução das equações dinâmicas.

Vimos também como usar polias para diminuir o esforço no levantamento de grandes pesos.

Também vimos como usar contrapesos para diminuir a exigência sobre um motor de sustentação num elevador.

Exercício 1

Nos elevadores de prédios comerciais, recomenda-se que a aceleração máxima a que os passageiros podem ser submetidos é de 1 m/s^2. Suponhamos que 10 passageiros, de 70 kg cada, entrem na cabina do elevador, que tem massa igual a 200 kg, e esta esteja sendo puxada pelo cabo com uma força de 9.100 N. Qual será a aceleração a que os passageiros estarão submetidos?

Exercício 2

Vimos que, quando aumentamos o número de roldanas, a força necessária para levantar um objeto diminui. Podemos ver que para cada roldana colocada a força necessária é dividida por dois. Mas as roldanas não são mágicas, isto é, existe um custo para que a força diminua. Qual é esse custo? (Lembre-se de qual é o outro material necessário, além das novas roldanas, para que o sistema funcione!)

Exercício 3

Imagine que Gaspar queira descer uma caixa cheia de pratos de louça, no seu sistema com uma roldana. O peso da caixa é de 1.200 newtons (o que equivale ao peso de uma massa de 120 kg). Sabendo que Gaspar pesa 80 kg, o que ocorrerá com a caixa de pratos? Calcule a aceleração que a caixa terá.