AULA

15

Quanto mais alto o coqueiro, maior é o tombo

"Quanto mais alto o coqueiro, maior é o tombo", "pra baixo todo santo ajuda, pra cima é um Deus nos acuda"...

Essas são frases conhecidas, ditos populares que expressam a mesma idéia: na subida há consumo de energia, na queda ou descida, a energia é fornecida ou devolvida. É por isso que o nosso amigo Roberto tinha esperanças de gastar a energia do chocolate subindo escadas. O que ele não imaginava é que o chocolate fosse capaz de fornecer tanta energia. Agora é a hora de saber como Maristela chegou à conclusão surpreendente de que Roberto poderia subir milhares de degraus, comendo uma barrinha de chocolate!

A primeira pergunta que se pode fazer é: por que subir é difícil e descer é fácil? Por que "todo santo ajuda"? A resposta está na **lei da gravitação universal**: a Terra nos atrai, puxa a gente para baixo. Na linguagem dos físicos, isso significa que a Terra exerce sobre cada corpo uma força proporcional à massa desse corpo, dirigida para baixo (para o centro da Terra).

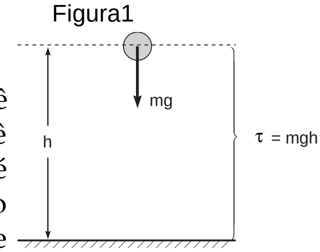
Quando levantamos algum objeto, devemos fazer uma força no mínimo igual ao seu peso (no começo ela deve ser um pouquinho maior, é claro). Para baixar esse objeto, não é preciso fazer força alguma, basta largá-lo que a Terra se encarrega do serviço.

Em outras palavras: para levantar um corpo é preciso exercer uma força sobre ele, **realizar um trabalho**. Em compensação, esse trabalho não se perde. O corpo adquire uma **energia**. E essa energia fica armazenada no corpo porque ele pode, ao cair, devolver o trabalho que realizamos sobre ele. Mais ainda, a energia depende da posição, da altura em que ele está. É, portanto, uma **energia potencial**. E, como já vimos, sendo a origem dessa energia a atração gravitacional da Terra, ela é uma **energia potencial gravitacional**.

Estudaremos agora essa energia e vamos aprender, finalmente, como Maristela fez aquela conta maluca.

Energia potencial gravitacional

Figura1



Suponha que um corpo de massa m estava no chão e você o levantou até uma altura h (ver a Figura 1). Que trabalho você realizou? Uma das maneiras de responder a essa pergunta é imaginar o que aconteceria se ele caísse livremente, sob a ação da gravidade. Para trazê-lo de volta ao chão a Terra deve realizar um trabalho igual ao que fizemos para colocá-lo lá em cima. Portanto, o trabalho que realizamos sobre o corpo é igual ao trabalho realizado pela Terra.

Lembre-se da a expressão do trabalho de uma força:

$$\tau_F = \mathbf{F \cdot d \cdot \cos} \ \alpha$$

O trabalho realizado pela Terra será o trabalho da força que ela exerce sobre o corpo, isto é, o **peso do corpo** ($\vec{P}$). Então, o trabalho realizado pela Terra é o trabalho do peso do corpo (τ_P) ao longo de um deslocamento d = h, altura de queda. Como o peso atua na mesma direção e sentido do deslocamento, o ângulo α é zero. Aplicando-se a expressão do trabalho temos, então:

$$\tau_P = P \cdot h \cdot \cos \alpha = P \cdot h \cdot \cos 0 = P \cdot h \cdot 1{,}0 = P \cdot h$$

Mas, como P = mg, podemos escrever:

$$\tau_P = mgh$$

Se esse é o trabalho realizado pelo peso do corpo durante a queda, essa é a energia que ele tinha armazenado quando nós o levantamos até a altura h. Em outras palavras, essa é a sua energia potencial gravitacional, E_P. Portanto, a energia potencial gravitacional de um corpo de massa m, a uma altura h do solo, num lugar onde a aceleração da gravidade é g, pode ser definida pela expressão:

$$\boxed{E_P = mgh}$$

A unidade de energia potencial é a mesma de trabalho e energia cinética, o joule (J). Quanto ao valor de h, é importante notar que ele depende do referencial adotado. Suponha que o nosso amigo Roberto, que mora no 5º andar, queira calcular a energia potencial gravitacional de um pacote de açúcar em cima da mesa da cozinha do seu apartamento (ver a Figura 2).

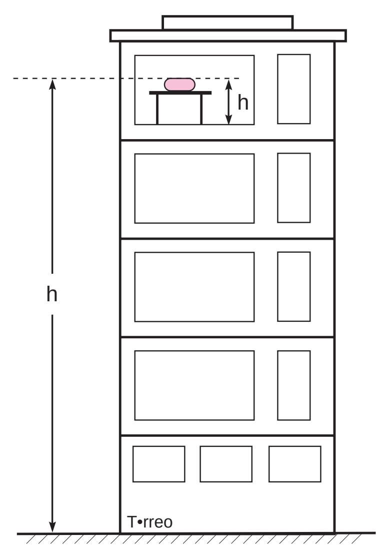


Figura 2

Que valor de h ele deve usar? O da altura da mesa até o chão da cozinha ou da altura da mesa até o piso do andar térreo? A resposta é: **"depende do referencial adotado"**. Ele tanto pode calcular a energia potencial gravitacional em relação a um piso ou a outro. Em geral, essa escolha é feita em função do nosso interesse. Por exemplo, se quisermos saber com que velocidade o pacote atinge o solo, vamos utilizar o valor de h em relação ao chão da cozinha, já que o pacote não pode atravessá-lo. Se quisermos calcular a energia que podemos aproveitar de uma queda d'água, vamos utilizar como referência a altura onde vão ser colocadas as turbinas e assim por diante.

Uma conclusão mais importante ainda é que a altura h não depende da trajetória, mas apenas do **desnível entre os pontos inicial e final**. Observe a Figura 3: imagine que o trenzinho da figura seja solto a uma altura h do ponto mais baixo da sua trajetória. Pode-se mostrar que o trabalho realizado pela Terra sobre o trenzinho é, sempre, mgh, qualquer que seja a trajetória do trenzinho. Isso porque sempre é possível decompor qualquer trajetória em pequeninos trechos verticais e horizontais. Como nos horizontais a Terra não realiza trabalho, porque o peso é perpendicular ao deslocamento, sobram só os verticais, que somados, dão sempre o mesmo valor h (veja o destaque da Figura 3).

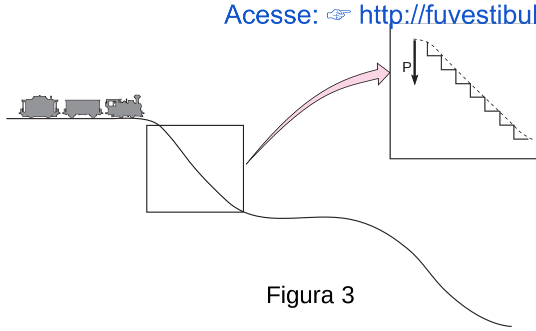


Figura 3

Passo-a-passo

Suponha que o pacote de açúcar que está sobre a mesa da cozinha do Roberto tenha 2 kg. Qual é a energia potencial gravitacional desse pacote em relação ao piso da cozinha e em relação ao piso do andar térreo?

Vamos admitir que a altura da mesa seja $h_c = 0{,}8$ m e que a altura do piso da cozinha ao piso do andar térreo seja 15 m. Portanto, a altura do pacote ao piso do andar térreo é $h_t = 15{,}8$ m. Então, a energia potencial gravitacional (E_{Pc}) do pacote em relação ao piso da cozinha é

$$E_{Pc} = m \cdot g \cdot h_c = 2 \cdot 10 \cdot 0{,}8 = 16 \text{ J}$$

Em relação ao piso do andar térreo, a energia potencial gravitacional (E_{Pt}) é

$$E_{Pt} = m \cdot g \cdot h_t = 2 \cdot 10 \cdot 15{,}8 = 316 \text{ J}$$

Passo-a-passo

Um sitiante pretende instalar um gerador elétrico para aproveitar a energia de uma queda d'água de 20 m de altura e vazão de 200 litros por segundo. Sabendo que cada litro de água tem massa de 1 kg e admitindo $g = 10 \text{ m/s}^2$, qual a potência máxima que ele pode obter dessa queda d'água?

Lembrando a definição de potência, $P = \tau/\Delta t$, para saber a potência máxima que pode ser aproveitada dessa queda d'água é preciso saber qual o trabalho (τ) que a água pode realizar sobre o gerador (movendo uma roda-d'água, por exemplo) localizado no ponto mais baixo da queda. Esse trabalho deve ser realizado num intervalo de tempo Δt. Como a água cai continuamente, vamos considerar um intervalo de tempo $\Delta t = 1{,}0$ s. Sendo de 200 litros por segundo a vazão da queda d'água e como 1,0 litro de água tem uma massa de 1,0 kg, pode-se concluir que, no intervalo de tempo considerado, cai sobre o gerador uma massa m = 200 kg de água. Por outro lado, o trabalho que essa água realiza sobre o gerador, no ponto mais baixo, é igual a sua energia potencial gravitacional no alto da queda d'água, quando h = 20 m. Portanto, podemos escrever:

$$P = \frac{\tau}{\Delta t} = \frac{E_P}{\Delta t} = \frac{mgh}{\Delta t} = \frac{200 \cdot 10 \cdot 20}{1{,}0} = 40.000 \text{ W}$$

Essa é a potência máxima ou potência total que poderia ser obtida dessa queda d'água. Dizemos **máxima** porque não pode ser atingida, sendo que a potência útil é bem menor, pois ocorrem inúmeras perdas. A água perde energia na queda devido ao atrito com o ar e com a roda-d'água que ela deve fazer girar para acionar o gerador, que também tem perdas por atrito e aquecimento. Para saber o que de fato se aproveita, isto é, o valor da potência útil, é necessário conhecer o rendimento do sistema.

Nesse último Passo-a-passo, você pôde perceber que, à medida que a água cai, sua velocidade aumenta. Isso significa que, durante a queda, a água adquire energia cinética. Mais ainda: enquanto a água cai, essa energia cinética aumenta pois a velocidade também aumenta. Por outro lado, ao mesmo tempo, a altura vai diminuindo e, portanto, a energia potencial gravitacional também vai diminuindo. Será que não há uma compensação? O que se perde de uma forma de energia não se ganha de outra? Isso é verdade e é o assunto da nossa próxima aula.

Mas, antes de passar à outra aula, é hora de pagar a nossa dívida. Explicar aquela conta maluca da Maristela. Vamos ver como ela fez.

Em primeiro lugar, ela consultou numa tabela de alimentos as calorias que eles fornecem ao corpo humano. Lá está: 1,0 grama de chocolate fornece 4,7 quilocalorias (em algumas tabelas está escrito apenas "calorias", mas o correto é **quilocalorias**). Quilocaloria é uma unidade de energia muito usada em termodinâmica e vale, aproximadamente, 4.200 J. Portanto, 1,0 g de chocolate fornece 4,7 · 4.200 J. Isso dá 19.740 J. Como o Roberto disse que a barrinha de chocolate tinha "só" 100 gramas, a energia que ele consumia era de 100 · 19.740 J, ou seja, 1.974.000 J! Agora, é só calcular a que altura um corpo de 80 kg (que é a massa do Roberto) pode ser elevado com essa energia.

Em outras palavras, se o organismo do Roberto tem disponível uma energia de 1.974.000 J para subir, qual a altura que ele pode atingir carregando o seu próprio peso? Para fazer esse cálculo, basta aplicar a definição de energia potencial, admitindo-se que toda energia do chocolate seja transformada em energia potencial no corpo do Roberto, e calcular a altura h em que isso acontece. Teremos então:

$$\mathbf{E_P = mgh \Rightarrow 1.974.000 = 80 \cdot 10 \cdot h \Rightarrow h = 2.467{,}5\ m}$$

Em geral, os degraus das escadas têm 20 cm de altura (0,2 m) e os andares têm 3,0 m. Então, 2.467,5 m correspondem a 2.467,5 # 0,2 = 12.337,5 degraus e a 2.467,5 # 3,0 = 822,5 andares. Para subir apenas os 5 andares (15 m), a energia necessária seria:

$$\mathbf{E_P = mgh \Rightarrow E_P = 80 \cdot 10 \cdot 15 = 12.000\ J}$$

Como 1,0 g de chocolate fornece 19.740 J, bastariam 12.000 # 19740 = 0,6 g de chocolate, aproximadamente para subir até sua casa. Esses resultados são tão fantásticos porque o organismo humano é, de fato, uma máquina fantástica. Além disso, estamos supondo que toda a energia do chocolate foi usada pelo organismo para fazer o Roberto subir, o que não é verdade. O valor real, certamente, é menor, mas uma conclusão é, infelizmente, inevitável: a única forma eficiente de emagrecer é não comer muito chocolate!

PARA TERMINAR

Nesta aula você aprendeu:

- o conceito de energia potencial e como calculá-la;
- como calcular a potência fornecida por uma queda d'água.
- alguns exemplos de transformação de energia.

Exercício 1

Suponha que um pacote de açúcar com massa de 5 kg está sobre o armário da cozinha de sua casa. O armário tem 1,8 m e você mora no 10º andar de um prédio em que o piso do seu andar está a 30 m do solo. Qual a energia potencial gravitacional desse pacote em relação ao piso da cozinha e em relação ao piso do andar térreo?

Exercício 2

Um sitiante pretende instalar um gerador elétrico para aproveitar a energia de uma queda d'água de 12 m de altura e vazão de 60 litros por segundo. Sabendo que cada litro de água tem massa de 1 kg e admitindo $g = 10\ m/s^2$, qual é a potência máxima que ele poderá obter dessa queda d'água?

Exercício 3

Suponha que o nosso amigo Roberto substitui o chocolate por um suco com 100 gramas de beterraba e cenoura, sem açúcar. Sabendo que 1,0 grama desses saudáveis e saborosos vegetais tem 400 calorias, calcule a altura que ele seria capaz de subir se toda energia desses alimentos fosse aproveitada para isso. Admita que $g = 10\ m/s^2$, que 1 caloria vale 4,2J e lembre-se de que a massa do Roberto é de 80 kg.