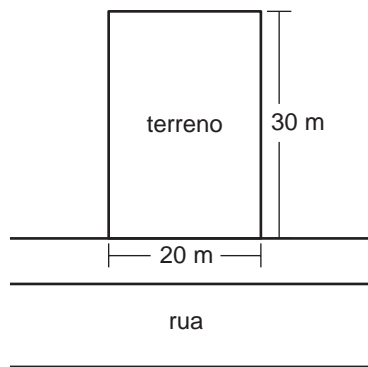


A casa

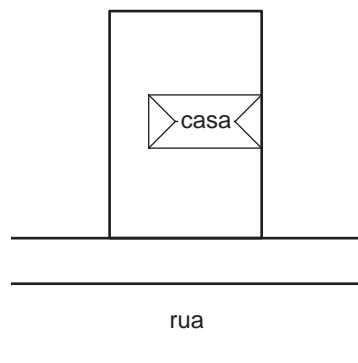
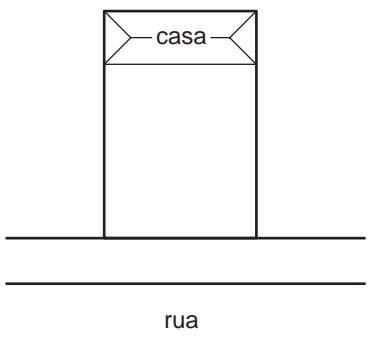
Introdução

Nesta aula vamos examinar a planta de uma casa. Será uma casa simples, situada em terreno plano, com sala, dois quartos, cozinha, banheiro e área de serviço.



Para iniciar nosso pequeno projeto, precisamos, antes de mais nada, conhecer as dimensões do terreno para aproveitar bem os espaços. Vamos então imaginar que nossa casa seja construída em um terreno de 20 m de frente por 30 m de fundo.

Agora, vamos escolher a posição da casa dentro do terreno. Para isso, devemos pensar em duas coisas importantes: a iluminação e a ventilação. Se você imaginar, por exemplo, a casa construída no fundo do terreno com todas as janelas voltadas para a frente, ela poderá ter boa iluminação (se as janelas forem grandes), mas terá ventilação ruim.

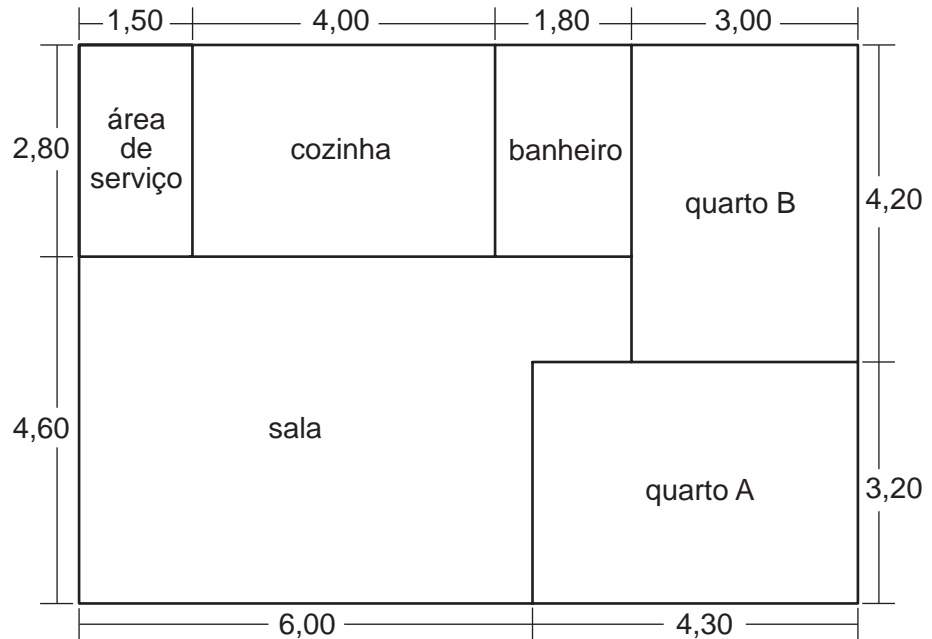


Se, entretanto, imaginarmos a casa na posição sugerida pela figura da direita, poderemos ter janelas voltadas tanto para a frente quanto para os fundos. Desta forma, com as janelas abertas, o ar poderá atravessá-la e seu interior será certamente mais fresco. Vamos então adotar essa segunda hipótese e fazer um primeiro desenho.

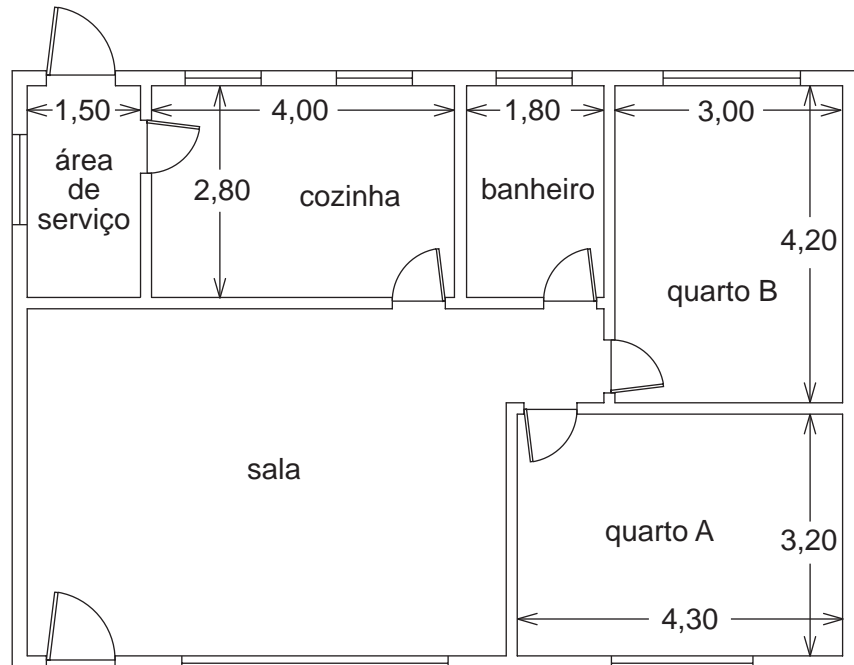
Nossa aula

O primeiro desenho que fazemos da nossa casa é apenas um esboço. Neste desenho, também chamado de croqui, mostramos a disposição dos cômodos com suas medidas aproximadas. Devemos já usar uma *escala* para que o desenho seja *semelhante* à casa que pretendemos construir.

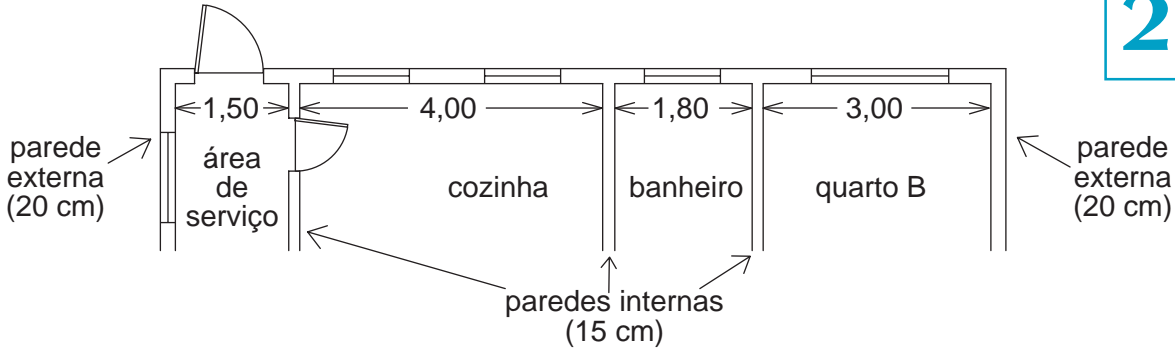
Usaremos aqui a escala $\frac{1}{100}$, que é muito conveniente porque cada centímetro do desenho corresponderá a 100 centímetros reais, ou seja, a 1 metro. Assim, por exemplo, se você medir a largura de um quarto e encontrar 3 cm, saberá que, de fato, essa largura é de 3 m. Veja então a proposta para nossa casa:



Se estamos satisfeitos com o croqui, desenhamos a planta da casa. Em primeiro lugar localizamos portas e janelas. Depois anotamos a espessura das paredes. No desenho abaixo mostramos a planta da casa. As medidas *internas* de todos os cômodos, exceto as da sala, são iguais às do croqui. Acrescentando-se paredes ao desenho inicial, as medidas da sala serão calculadas depois.



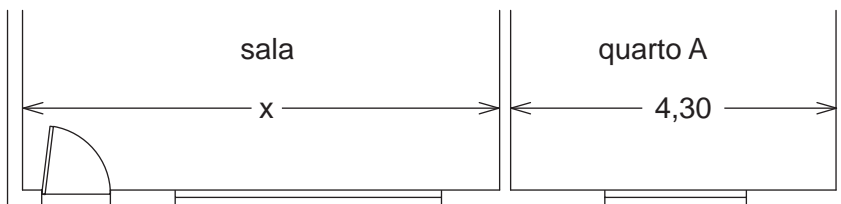
As paredes externas têm 20 cm de espessura e as internas têm 15 cm. Com essa informação, podemos calcular o comprimento total da casa.



O comprimento será então:

$$C = 0,20 + 1,50 + 0,15 + 4,00 + 0,15 + 1,80 + 0,15 + 3,00 + 0,20.$$

Ou seja, $C = 11,15$ m.

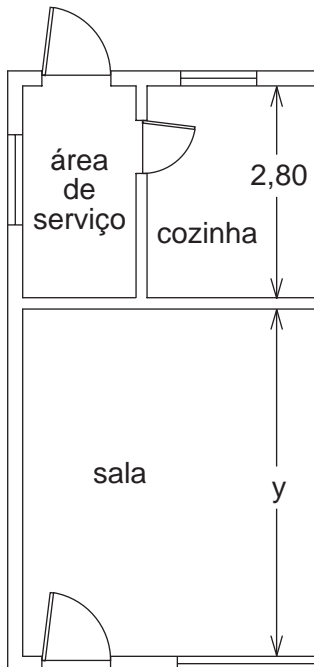


Vamos então calcular o comprimento exato da sala revendo o comprimento da casa, agora atravessando a sala e o quarto, como na figura acima.

$$0,20 + x + 0,15 + 4,30 + 0,20 = 11,15$$

$$\begin{aligned} \text{Daí,} \quad x + 4,85 &= 11,15 \\ x &= 11,15 - 4,85 \\ x &= 6,30 \text{ m.} \end{aligned}$$

Vamos fazer o mesmo para calcular a largura da casa. Atravessando os dois quartos, teremos (veja a planta):



$$\begin{aligned} L &= 0,20 + 3,20 + 0,15 + 4,20 + 0,20 \\ \text{Ou seja, } L &= 7,95 \text{ m.} \end{aligned}$$

Para conhecer a largura da sala, faremos o mesmo cálculo, agora atravessando a sala e a cozinha (veja ao lado):

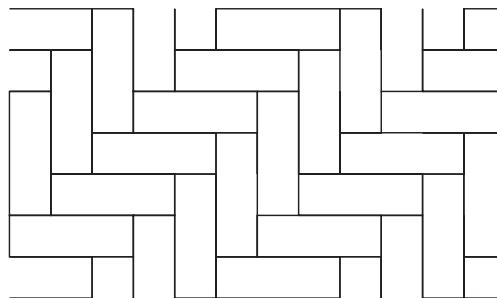
$$0,20 + y + 0,15 + 2,80 + 0,20 = 7,95$$

$$\begin{aligned} \text{Daí,} \quad y + 3,35 &= 7,95 \\ y &= 7,95 - 3,35 \\ y &= 4,60 \text{ m.} \end{aligned}$$

O problema do piso

Vamos agora resolver dois problemas que aparecem em construção e casas. O piso de um cômodo pode ser feito de várias formas: com tacos, lajotas de cerâmica, tábuas etc. Na nossa casa, os dois quartos terão piso de tacos, como mostra o desenho ao lado.

Se cada taco tem 21 cm de comprimento por 7 cm de largura, quantos tacos serão necessários para fazer o piso dos dois quartos?



Este é nosso primeiro problema.

Para resolvê-lo, observe inicialmente que não importa a arrumação dos tacos. Cada taco ocupa certa *área* do piso, independentemente de sua posição. Devemos então calcular quantas vezes a área de um taco iguala a área dos quartos.

Em outras palavras, o número de tacos necessários será a área dos quartos *dividida* pela área de um taco. Vamos então aos cálculos:

QUARTOS	MEDIDAS (m)	ÁREAS (m ²)
QUARTO A	4,30 . 3,20	13,76
QUARTO B	3,00 . 4,20	12,60
ÁREA TOTAL		26,36

A área de um taco de 21 cm de comprimento por 7 cm de largura é $21 \cdot 7 = 147 \text{ cm}^2$. Antes de dividir, porém, devemos escrever as duas áreas na *mesma unidade*. A nossa área total é de $26,36 \text{ m}^2$. Para escrever essa medida em cm^2 , precisamos multiplicá-la por 10.000, pois:

$$1 \text{ m}^2 = 10.000 \text{ cm}^2$$

Então, $26,36 \text{ m}^2$ é igual a 263.600 cm^2 . Assim, o número de tacos necessários é :

$$\frac{263.600}{147} \cong 1.793,2$$

É preciso lembrar que, na prática, muitos tacos serão cortados para fazer a união do piso com a parede. Erros podem acontecer e tacos podem ser danificados. É razoável esperar então um gasto de cerca de 1.800 tacos.

O problema dos tacos vem sempre acompanhado de um outro, o do rodapé. A madeira para rodapé é comprada por metro. Para saber quantos metros dessa madeira devemos comprar precisamos primeiro calcular o *perímetro* de cada um dos quartos para depois descontar as larguras das portas. Veja:

QUARTOS	PERÍMETROS
QUARTO A	$4,30 + 4,30 + 3,20 + 3,20 = 15 \text{ m}$
QUARTO B	$4,20 + 4,20 + 3,00 + 3,00 = 14,4 \text{ m}$

O perímetro total é então $15 + 14,4 = 29,4 \text{ m}$. Como cada porta da parte de dentro da casa tem 70 cm de largura, devemos descontar $2 \cdot 0,7 = 1,4 \text{ m}$.

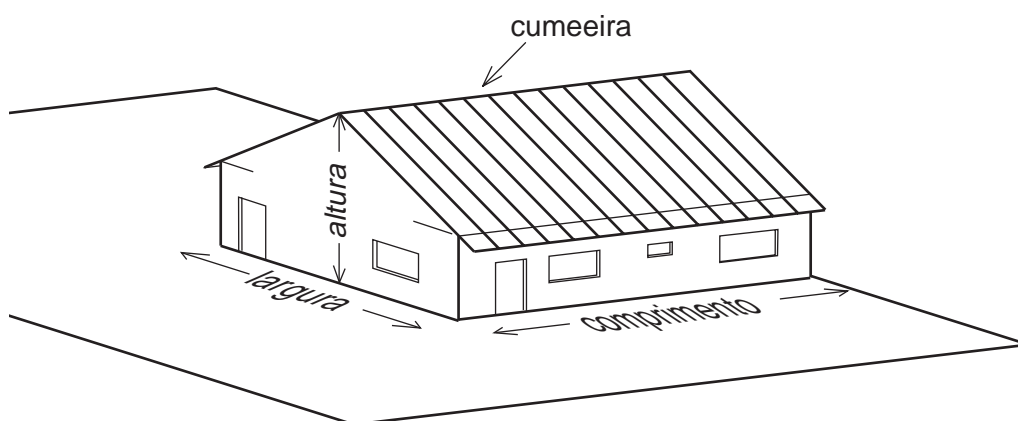
Logo, para fazer o rodapé dos dois quartos gastaremos $14,4 - 1,4 = 13 \text{ m}$.

O problema dos azulejos

Banheiros e cozinhas devem ter suas paredes cobertas por azulejos. O cálculo da quantidade de azulejos necessária para azulejar uma cozinha ou um banheiro é semelhante ao problema dos tacos. Basta dividir a área total que deve ser azulejada pela área de um azulejo. Os cálculos são interessantes e estão no Exercício 8, no final da aula.

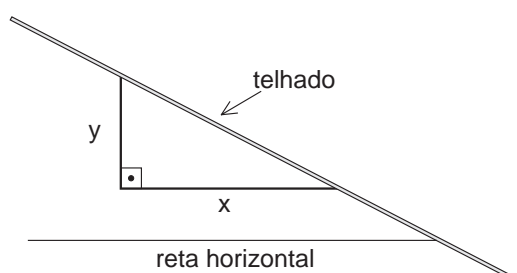
O problema do telhado

Vamos construir, para nossa casa, um telhado de “duas águas”. Metade do telhado faz a água da chuva escorrer para a frente da casa e a outra metade para os fundos. A cumeeira (parte mais alta do telhado) será uma linha reta, paralela ao chão, no sentido do comprimento da casa. Observe o desenho a seguir e compare com a planta da casa.



O primeiro problema do telhado consiste em determinar a altura da cumeeira. Mas, para isso, você precisa antes aprender o que é *inclinação* de um telhado.

Os telhados podem ter as mais diversas inclinações. Nos países frios, os telhados precisam ser *muito inclinados* , para que a neve não se acumule sobre eles. Aqui em nosso país, podemos fazer telhados *pouco inclinados*. Basta ter certeza de que a água da chuva vai escoar.

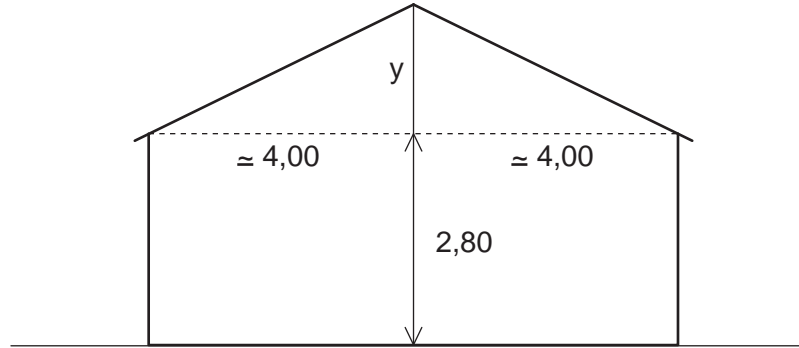


A inclinação do telhado é definida por um número obtido da seguinte forma. Construimos um triângulo retângulo qualquer, tendo um cateto horizontal (x) e outro vertical (y), e o telhado fazendo o papel da hipotenusa. A inclinação do telhado é o número $\frac{y}{x}$. Por exemplo, se $x = 5 \text{ m}$ e $y = 1,6 \text{ m}$, a inclinação será $\frac{1,6}{5} = 0,32$.

O número 0,32 é igual a $\frac{32}{100}$, ou seja, 32% (trinta e dois por cento). Assim, dizemos que a inclinação deste telhado é de 32%.

A inclinação ideal de cada telhado depende também da telha que se decide usar. Elas variam muito, porque existem muitos tipos. Em nossa casa, vamos usar telhas francesas, que pedem uma inclinação de cerca de 40%.

Para determinar então a altura da cumeeira da nossa casa, vamos fazer um desenho do seu lado esquerdo.



A largura da nossa casa é de 7,95 m, ou seja, 8 m aproximadamente. Podemos, então, formar triângulos retângulos com 4 m aproximadamente no cateto horizontal e com medida comum y no cateto vertical, como mostra o desenho. Se desejamos uma inclinação de 40%, devemos obter um resultado da divisão do cateto vertical pelo cateto horizontal igual a 0,4.

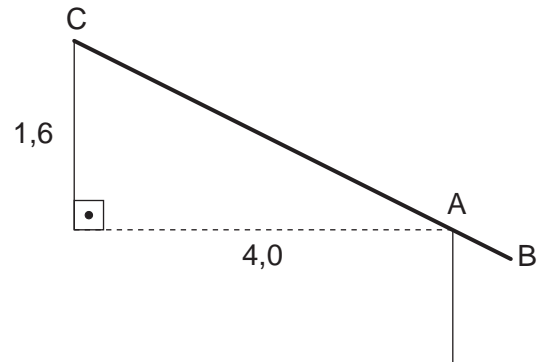
$$\frac{y}{4} = 0,4 \quad \text{ou}$$

$$y = 4 \cdot 0,4 = 1,6 \text{ m}$$

Portanto, a cumeeira será construída a 1,6 m acima do teto da casa que está, por sua vez, a 2,80 m do chão. Logo, a altura total da casa será de $1,60 + 2,80 = 4,40$ m.

Vamos agora, finalmente, calcular a área do telhado para podermos determinar a quantidade de telhas de que vamos precisar.

Nesta figura, o ponto C é a cumeeira e o ponto A é o encontro do teto com a parede, ou seja, é o ponto onde o telhado se apóia.



Podemos calcular o comprimento de CA usando o Teorema de Pitágoras:

$$CA^2 = 4,0^2 + 1,6^2$$

$$CA^2 = 16 + 2,56 = 18,56$$

$$CA = \sqrt{18,56} \cong 4,31 \text{ m}$$

O telhado deve ser prolongado cerca de 30 cm para formar um beiral que proteja as janelas da chuva. Sendo $AB = 30$ cm, temos o comprimento de cada face do telhado: $4,31 + 0,30 = 4,61$ m, aproximadamente.

Repare que o comprimento da cumeeira é igual ao da casa, ou seja 11,15 m. Logo, a área total do telhado (as duas faces) será de:

$$2 \cdot 4,61 \cdot 11,15 = 102,8 \text{ m}^2$$

A quantidade de telhas que devemos usar depende da área do telhado e do tipo da telha. Com a telha francesa, gastamos 15 telhas em cada m^2 de telhado. Um primeiro cálculo indica que devemos gastar em todo o telhado, de $102,8 \text{ m}^2$, uma quantidade de telhas igual a $102,8 \cdot 15 = 1.542$. Entretanto, devemos evitar ao máximo cortar telhas. Devemos usá-las, sempre que possível, inteiras. Por isso, você verá no Exercício 8 que, para cobrir o telhado de nossa casa com telhas inteiras, a quantidade será um pouco maior.

Todos os exercícios se referem à casa apresentada nesta aula.

Exercício 1

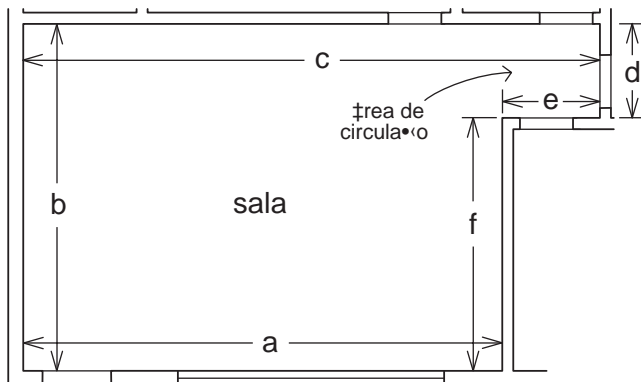
Utilizando a planta da casa, complete o quadro abaixo e calcule a área dos seguintes cômodos:

CÔMODOS	DIMENSÕES (m)	ÁREAS (m^2)
ÁREA DE SERVIÇO		
COZINHA		
BANHEIRO		

Exercícios

Exercício 2

Determine as dimensões internas da sala da nossa casa (incluindo a área de circulação) e complete o quadro abaixo:



a =
b =
c =
d =
e =
f =

Exercício 3

Calcule o comprimento do rodapé da sala (perímetro menos largura das portas) sabendo que as portas internas têm 70 cm de largura e a porta de entrada, 90 cm de largura.

Exercício 4

Calcule a área total da sala.

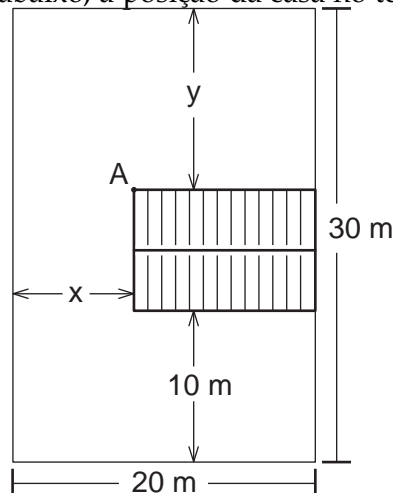
Sugestão: Use a figura do Exercício 2, dividindo a sala em dois retângulos.

Exercício 5

Os pisos da cozinha, banheiro e área de serviço serão feitos com lajotas de cerâmica quadradas de 20 cm de lado. Quantas lajotas serão necessárias para fazer o piso destes três cômodos?

Exercício 6

Observe, na figura abaixo, a posição da casa no terreno:



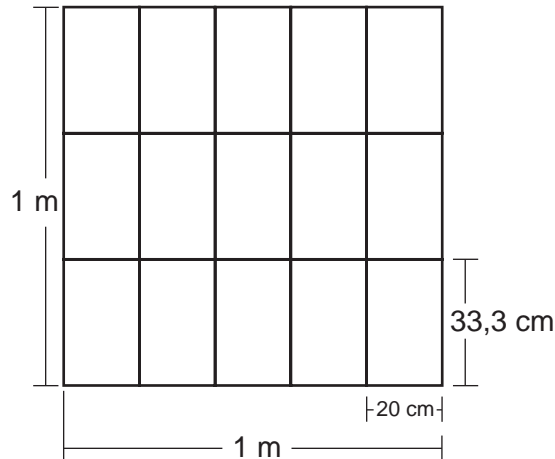
a) Calcule as distâncias x e y .

b) Existe uma torneira no ponto A. Determine o menor comprimento possível que deve ter uma mangueira para que, a partir da torneira A, consiga molhar *todos* os pontos do terreno.

Sugestão: Procure encontrar o ponto do terreno mais distante de A. Imagine, então, uma mangueira esticada que vá da torneira até este ponto.

Exercício 7

Cada telha francesa tem um comprimento útil de 33,3 cm e uma largura útil de 20 cm. Desta forma, cada quinze telhas cobrem 1 m², como mostra a figura a seguir:



No sentido do comprimento, cada três telhas fazem 1 m. Como o comprimento de uma das faces do nosso telhado é de 4,61 m, podemos aumentá-lo para 4,66 m para usar somente telhas inteiras. Responda:

a) Quantas telhas inteiras de 33,3 cm cabem em 4,66 m?

O comprimento da cumeeira da nossa casa é de 11,15 m.

Se aumentarmos para 11,20 m, podemos usar somente telhas inteiras. Se, no sentido da largura, cada cinco telhas fazem 1 m, responda:

b) Quantas telhas de 20 cm cabem em 11,20 m?

c) Com o telhado agora ligeiramente aumentado e usando somente telhas inteiras, quantas telhas serão necessárias?

Exercício 8

A cozinha da nossa casa tem duas janelas, cada uma com 1 m de largura por 1,20 m de altura. Tem também duas portas, cada uma com 70 cm de largura por 2 m de altura (essas medidas já incluem a moldura da porta). Sabe-se ainda que a distância do chão da cozinha ao teto é de 2,60 m. Pretendemos azulejar as quatro paredes com azulejos retangulares de 15 cm por 20 cm. Quantos azulejos serão necessários?

Sugestão: calcule as áreas das paredes e subtraia do resultado as áreas das portas e janelas.