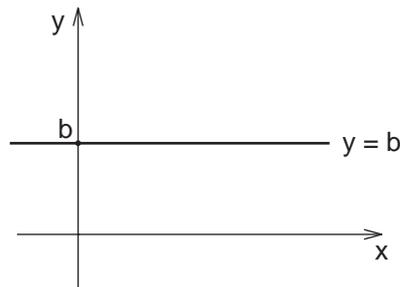


A função $y = ax + b$

Introdução

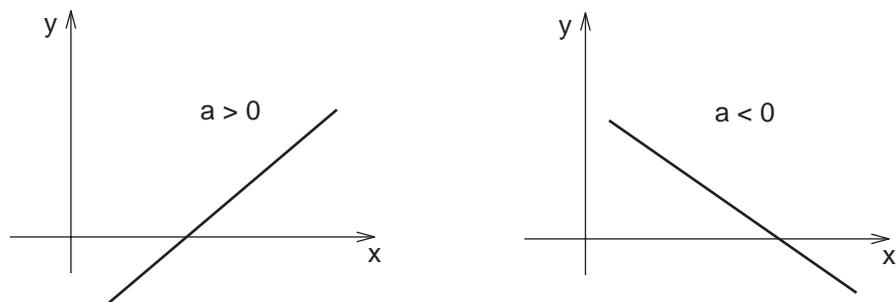
Na Aula 9, tivemos um primeiro contato com a equação $y = ax + b$ e aprendemos que seu gráfico é uma reta. Vamos então recordar algumas coisas.

- Se $a = 0$, a nossa equação fica com a forma $y = b$ e passaremos a chamá-la de *função constante*. Seu gráfico é uma reta horizontal. Veja:



Função constante: $y = b$

Se $a \neq 0$, a expressão $y = ax + b$ chama-se *função do primeiro grau*. Ainda, se $a > 0$ (a positivo) ela é uma *função crescente*; se $a < 0$ (a negativo), ela é uma *função decrescente*, como mostram os gráficos:



Funções do 1º grau

Nesta aula, vamos aprender um pouco mais sobre a função do 1º grau, que é a única cujo gráfico é uma reta.

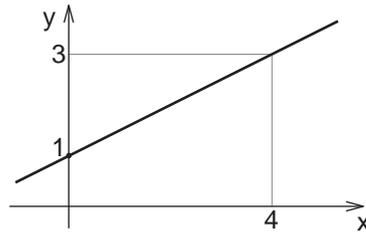
Inicialmente precisamos rever o gráfico da função do 1º grau. Como construí-lo?

Se ele é uma reta, então bastam dois pontos para sua determinação. Por exemplo, vamos desenhar o gráfico da função:

$$y = \frac{1}{2}x + 1$$

Atribuímos a x dois valores quaisquer e calculamos os valores correspondentes de y . Na tabela a seguir, fizemos $x = 0$ e $x = 4$. Os valores de y foram calculados, os pontos marcados no plano cartesiano e o gráfico construído.

| x | y |
|---|---|
| 0 | 1 |
| 4 | 3 |



Agora, precisamos fazer o contrário. Dados dois pontos de uma função do 1º grau, como proceder para descobrir uma fórmula que a represente? Acompanhe o exemplo a seguir.

EXEMPLO 1

Descobrir a função do 1º grau que contém os pontos (3, 9) e (5, 13).

Solução: A função do 1º grau tem a forma $y = ax + b$. Vamos substituir nessa expressão os dois pontos dados.

$$\text{Substituindo } (3, 9) \rightarrow 9 = a \cdot 3 + b$$

$$\text{Substituindo } (5, 13) \rightarrow 13 = a \cdot 5 + b$$

Organizando essas equações, temos um sistema:

$$\begin{cases} 3a + b = 9 \\ 5a + b = 13 \end{cases}$$

Para resolver, vamos trocar os sinais da primeira equação e depois somar:

$$\begin{array}{r} -3a - b = -9 \\ 5a + b = 13 \\ \hline 2a = 4 \end{array} \rightarrow a = 2$$

Substituindo $a = 2$ na primeira equação, temos:

$$\begin{aligned} 3 \cdot 2 + b &= 9 \\ b &= 9 - 6 \\ b &= 3 \end{aligned}$$

Logo, a função procurada é $y = 2x + 3$.

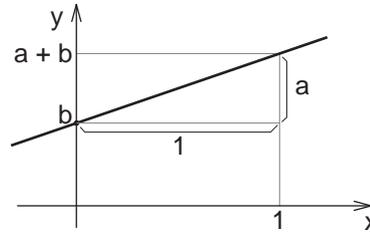
AULA
30

O coeficiente angular

Na equação $y = ax + b$, a é o *coeficiente angular* e b o *coeficiente linear*. Este último mostra, como já vimos, o lugar em que a reta corta o eixo dos y . Vamos ver, então, o que representa o coeficiente angular.

Atribuindo a x os valores 0 e 1 na função $y = ax + b$, construímos a tabela e o gráfico:

| x | y |
|---|-------|
| 0 | b |
| 1 | a + b |



O coeficiente angular é o valor que a função aumenta (ou diminui) quando se aumenta a variável x em uma unidade.

Para que isso fique mais claro, vamos ver um exemplo prático.

EXEMPLO 2

Na conta telefônica de uma residência, o valor total a ser pago é calculado da seguinte maneira:

- A assinatura da linha telefônica dá direito a um certo número de ligações e custa R\$ 0,61. Passando desse número, o valor das ligações (pulsos) excedentes é calculado multiplicando-se o número de pulsos extras pelo valor de cada pulso, que é de R\$ 0,03.
- Em seguida, esse valor é acrescentado ao valor da assinatura e obtemos o valor total da conta.

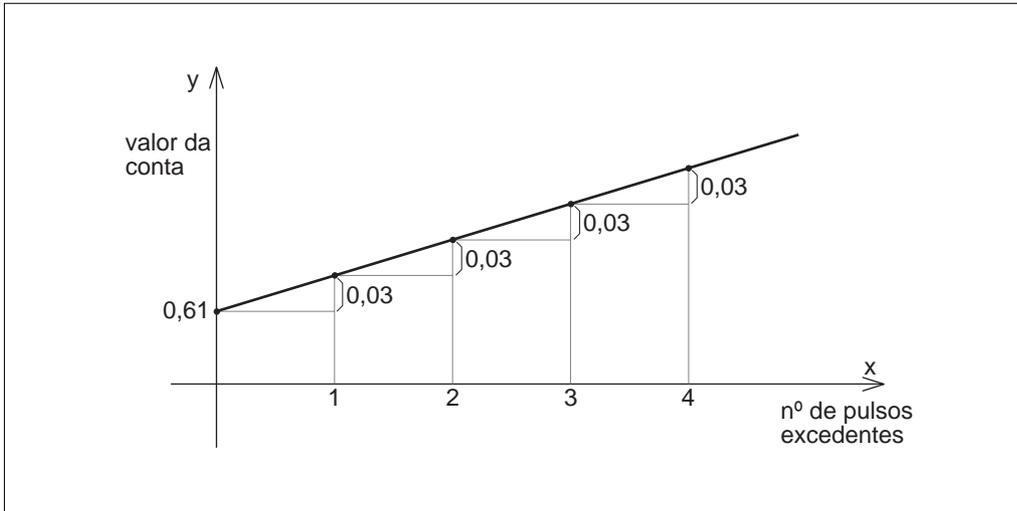
Qual será a fórmula matemática que permite calcular a conta telefônica?

Solução: Chamando de x o número de pulsos excedentes no período e de y o valor da conta telefônica, podemos escrever o seguinte:

nº de pulsos excedentes: x
valor da conta: y

$$y = \underbrace{0,61}_{\text{valor da assinatura}} + \underbrace{0,03}_{\text{valor do pulso}} \cdot \underbrace{x}_{\text{nº de pulsos excedentes}}$$

Observe agora como fica o gráfico:



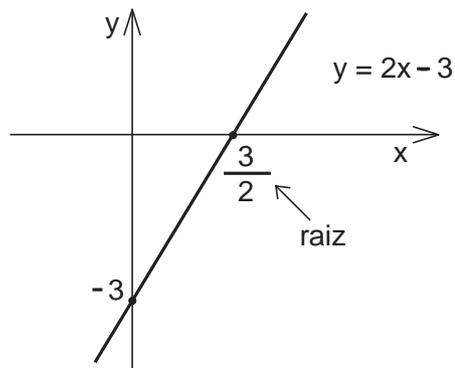
Na função $y = 0,03x + 0,61$, observe que $0,61$ é o *coeficiente linear* e que $0,03$ é o *coeficiente angular*. Veja no gráfico que este último - o coeficiente angular - é o valor que a função aumenta quando x cresce uma unidade. Ele é a altura do degrau da escada que o gráfico mostra.

A raiz da função

A *raiz* da função $y = ax + b$ é o valor de x que torna y igual a zero. Por isso, esse valor de x também é chamado de *zero da função*. Vamos calcular, por exemplo, a raiz (ou o zero) da função $y = 2x - 3$. Fazendo $y = 0$, temos:

$$\begin{aligned} 2x - 3 &= 0 \\ 2x &= 3 \\ x &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

O valor $x = \frac{3}{2}$ é a raiz (ou o zero) da função $y = 2x - 3$. Como você vê no gráfico abaixo, a raiz da função é o ponto onde a reta corta o eixo dos x .



EXEMPLO 3

No Brasil, as temperaturas são medidas em graus Celsius. Nos Estados Unidos, elas são medidas em outra escala: em graus Farenheit. Um técnico está trabalhando com um motor americano e as temperaturas de funcionamento estão nesta escala, que ele desconhece. Felizmente, existe uma fórmula que permite relacionar a escala americana com a que usamos aqui:

$$y = \frac{5x - 160}{9}$$

onde

y é a temperatura em graus Celsius ($^{\circ}\text{C}$)

x é a temperatura em graus Farenheit ($^{\circ}\text{F}$)

Como é o gráfico dessa função?

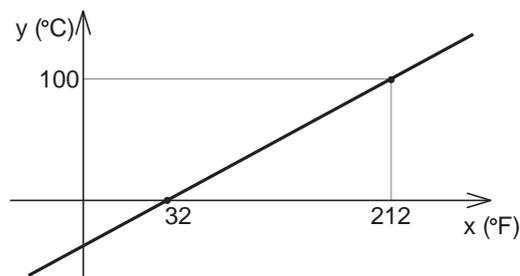
Solução: Para fazer o gráfico de uma função do 1° grau, necessitamos de dois pontos quaisquer. Vamos escolher $y = 0$, que é a temperatura em que a água vira gelo, e $y = 100$, que é a temperatura em que a água ferve:

$$\begin{aligned} y = 0 & \rightarrow \frac{5x - 160}{9} = 0 \\ 5x - 160 & = 0 \\ 5x & = 160 \\ x & = \frac{160}{5} = 32 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y = 100 & \rightarrow \frac{5x - 160}{9} = 100 \\ 5x - 160 & = 900 \\ 5x & = 1.060 \\ x & = \frac{1.060}{5} = 212 \end{aligned}$$

Observe então a tabela e o gráfico:

| x | y |
|-----|-----|
| 32 | 0 |
| 212 | 100 |



Veja que o zero (ou raiz) da função $y = \frac{5x - 160}{9}$ é $x = 32$.

Observe que, na escala Farenheit, a água congela a 32°F e ferve a 212°F .

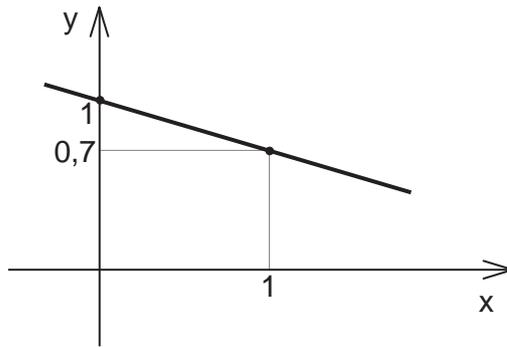
Exercício 1

Considere a função $y = 3x - 6$.

- Qual é o coeficiente angular?
- Qual é o coeficiente linear?
- Qual é a raiz da função?
- O ponto $(12, 30)$ pertence a essa função?

Exercício 2

O gráfico abaixo mostra uma função do 1º grau:



- Qual é o coeficiente linear?
- Qual é o coeficiente angular?

Exercício 3

Faça o gráfico da função $y = 0,4 \cdot x + 2$.

Exercício 4

Determine a função do 1º grau que contém os pontos:

- $(1, -3)$ e $(6, 7)$;
- $(1, 3)$ e $(5, -1)$.

Exercício 5

Na função da temperatura que mostramos no Exemplo 3, qual é o coeficiente angular?

Exercício 6

O taxímetro determina o preço da corrida em *unidades taximétricas* (UTs). Estas são depois convertidas em reais e a tabela de conversão é diferente em cada cidade. O taxímetro parte de um valor de UTs chamado *bandeirada* e acrescenta o mesmo valor de UTs para cada quilômetro rodado.

Vicente fez várias corridas de táxi. Verificou que, percorridos 3 km, o taxímetro marcou 3 UTs; percorridos 8 km, o taxímetro marcou 5 UTs. Seja x o número de quilômetros percorridos e y o número de UTs marcado, determine:

- y em função de x ;
- quantas UTs o taxímetro marca em uma corrida de 20 km.