AULA

64

Observando embalagens

Introdução

O leite integral é vendido em caixas de papelão laminado por dentro. Essas embalagens têm a forma de um paralelepípedo retângulo e a indicação de que contêm 1000 mℓ de leite, cada uma.

José comprou uma dessas caixas e, após despejar o leite numa leiteira, foi tirar a prova. Com uma régua ele mediu a embalagem:

$$6 \text{ cm} \times 9{,}5 \text{ cm} \times 16{,}5 \text{ cm}$$

Ao calcular o volume, ele encontrou:

$$\boxed{V = 6 \times 9{,}5 \times 16{,}5 = 940{,}5 \text{ cm}}$$

Como ele sabe que 1 cm = 1 mℓ, concluiu que estava sendo enganado em quase 60 ml, por litro! Para confirmar sua suspeita, ele derramou 1ℓ de água dentro da caixa. E foi aí que, cheio de espanto, ele observou que ***toda*** a água coube dentro da caixa, sem derramar.

– Como pode? – pensou. – Pelos meus cálculos só caberiam 940,5 mℓ, mas, na prática eu observo que a caixa pode conter 1.000 mℓ!

Olhando com atenção para a caixa de papelão com água, ele observou um fato que lhe permitiu matar a charada. Será que você consegue descobrir que fato foi esse que José observou?

Nossa aula

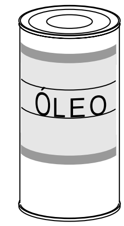
Nesta aula, vamos conferir e comparar volumes de embalagens de mercadorias, aplicando o que sabemos sobre volumes de prismas, cubos e cilindros.

A maioria das embalagens das mercadorias que consumimos vem em uma dessas três formas: paralelepípedo retângulo, cubo ou cilindro. Vejamos alguns exemplos:

EXEMPLO 1

Uma lata de óleo tem a forma de um cilindro. Seu diâmetro mede 8,4 cm e, sua altura, 18,2 cm. Será que ela comporta 1000 mℓ de óleo?

O raio da base é 4,2 cm. Como o volume do cilindro é V = A × h, temos:

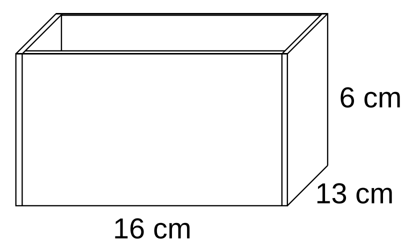


$$V = p \times (4{,}2)^2 \times 18{,}2 = 3{,}14 \times 17{,}64 \times 18{,}2 = 1.008 \text{ cm} = 1.008 \text{ m}\ell$$

Então, a resposta é ***sim***.

EXEMPLO 2

Uma caixa é feita com placas de madeira com 0,5 cm de espessura. Depois de pronta, observa-se que as medidas da caixa, pela parte externa, são 13 cm × 16 cm × 6 cm.



Qual o volume externo da caixa?

$$V = a \times b \times c = 13 \times 16 \times 6 = 1.248 \text{ cm}$$

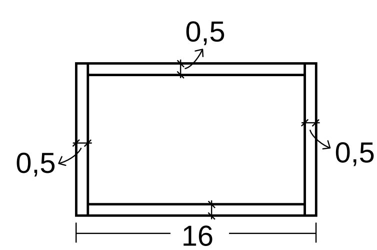
Qual é a capacidade da caixa, isto é, seu volume interno?

Observe que as medidas do interior da caixa são as medidas do exterior, subtraindo-se a espessura da madeira. Assim, cada lado ficará subtraído de 2 × 0,5 cm = 1,0 cm e o fundo, de 0,5 cm, passando a medir, então:

16 – 1 = 15 cm

13 – 1 = 12 cm

6 – 0,5 = 5,5 cm



O volume interno é:

$$V = 15 \times 12 \times 5{,}5 = 990 \text{ cm}$$

Qual o volume de madeira utilizada?

O volume de madeira será a diferença entre o volume externo e o interno. Logo, o volume de madeira é:

$$V_{madeira} = 1.248 - 990 = 258 \text{ cm}$$

Qual embalagem é mais econômica?

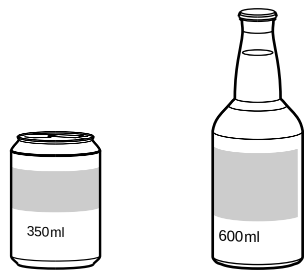
As bebidas normalmente, são vendidas em embalagens diferentes. É preciso ter sempre atenção na hora de decidir qual comprar. Veja o exemplo:

Certa bebida é vendida em dois tipos de embalagem:

- em garrafa de 600 mℓ, por R$ 0,78.
- em lata de 350 mℓ, por R$ 0,49.

Qual das duas embalagens é mais vantajosa?

Para resolver essa questão, vamos calcular o preço de cada mℓ, em cada uma das embalagens e, em seguida, comparar seus valores.



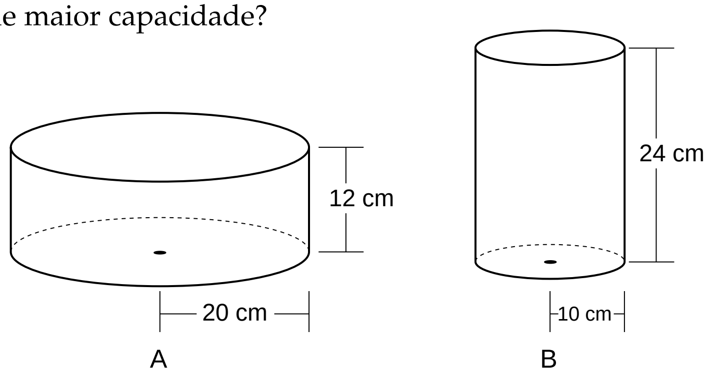
- Garrafa: 78 # 600 = 0,13 centavos por mℓ
- Lata: 49 # 350 = 0,14 centavos por mℓ

Observe que o valor de cada mℓ, na embalagem garrafa, é mais barato que na embalagem lata. Logo, comprar em garrafa é mais vantajoso.

Quem é maior?

São comuns os objetos em forma cilíndrica. Num supermercado, se você observar as embalagens, vai identificar facilmente essa forma.

Uma pessoa dispõe de dois recipientes cilíndricos: um tem raio de 20 cm e altura de 12 cm; o outro tem a metade do raio, porém o dobro da altura. Qual o recipiente de maior capacidade?



Vamos calcular seus volumes e comparar os resultados:

$$V_{cilindro} = A_{base} \cdot h$$

$V_A = p \times 20^2 \times 12 = 4.800$ p cm $\qquad V_B = p \times 10^2 \times 24 = 2.400$ cm

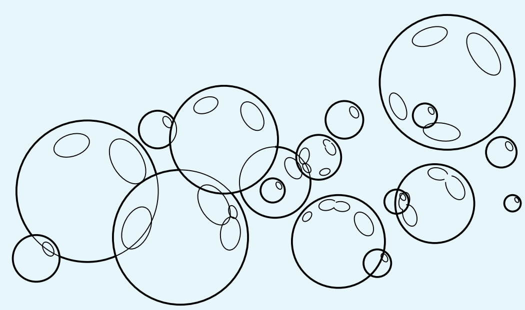
Como você pode observar, o recipiente mais baixo, recipiente A, possui maior capacidade.

À primeira vista, pode parecer que o fato de o recipiente ter a metade do raio será compensado por ter o dobro da altura. Porém, isso não acontece.

No cálculo do volume do cilindro, $V = pR^2 \cdot h$, observamos que o raio vem elevado ao quadrado e a altura não. Isso significa que, quando calculamos o volume, as variações ocorridas no raio têm um peso maior do que as variações na altura. Por esse motivo, os dois fatos não se contrabalançam, predominando a variação do raio sobre o valor final do volume.

Uma Curiosidade

Você sabe por que as bolhas de sabão são esféricas?



A película que forma a bolha de sabão está submetida a tensões que fazem com que ela tenha a menor área possível.

A figura geométrica que consegue abranger um certo volume com a menor área possível é a ***esfera***.

Assim, se os fabricantes de leite integral, por exemplo, quisessem economizar o máximo de papelão em suas embalagens, elas deveriam ser esféricas. O problema é que, neste caso, o custo da confecção desse tipo de embalagem ficaria muito alto e não valeria a pena.

Será que agora, depois de ler essa curiosidade, você saberia adivinhar qual foi o fato observado por José, na caixa de leite, quando colocou 1ℓ de água dentro dela? (Volte e leia outra vez a introdução.)

Bem, isso encerra nossa aula de hoje. A partir de agora, preste bastante atenção às embalagens, suas capacidades e seus custos. Mas, antes, vamos praticar.

Exercícios

Exercício 1

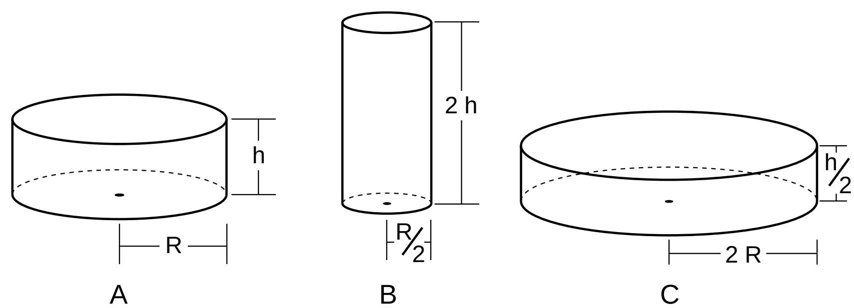
Um tablete de margarina, com 100 g, mede 3 cm × 3 cm × 12, 5 cm e tem a forma de um paralelepípedo. Um quilo dessa margarina é vendido em latas cilíndricas, com 11 cm de diâmetro e 12 cm de altura. Essa embalagem é honesta? (Considere π = 3,14).

Exercício 2

Um supermercado vende pedaços de goiabada. Os pedaços têm a forma aproximada de paralelepípedos. Um pedaço mede 6 cm × 5 cm × 8 cm e custa R$ 0,72. Um outro pedaço, de 8 cm × 6 cm × 9 cm, é vendido a R$ 1,35. Qual dos dois pedaços será mais vantajoso comprar?

Exercício 3

Qual o tanque com maior capacidade?



Exercício 4

Uma barra de doce de leite (paralelepípedo retângulo), com 5cm × 6 cm × 7cm, foi completamente envolvida com papel laminado. Se a barra for cortada em cubos de 1 cm de aresta, quantos cubos ficarão sem qualquer cobertura de papel laminado? (UFRJ–1990)

Exercício 5

Um cubo é construído com placas de madeira com 0,5 cm de espessura. A diferença entre o volume externo e o interno desse cubo vale 37cm . Calcule o volume interno desse cubo.

Exercício 6

Um tubo de plástico tem diâmetro interno igual a 1,6 cm. Qual deve ser o seu comprimento para que ele possa conter 1ℓ de água?

Exercício 7

As latas de leite condensado têm a forma de um cilindro equilátero, ou seja, um cilindro cuja altura é igual ao diâmetro da base. A altura dessas latas mede 7,4 cm, aproximadamente, e elas contêm 300 g de leite. Com base nesses dados, calcule qual deve ser o volume ocupado por 1 kg de leite condensado.

Exercício 8

No rótulo de um balde de sorvete, encontra-se a informação de que seu conteúdo é de 3 litros. O balde tem forma cilíndrica com 16 cm de diâmetro. Calcule quanto deve medir sua altura.

Exercício 9

O doce de leite é vendido, em um supermercado, em dois tipos de embalagem:

- um tijolo, cujas medidas são 8 cm × 10 cm × 9 cm e que custa R$ 4,80.
- pequenas unidades, medindo 1,5 cm × 3 cm × 1,0 cm

Por quanto deve ser vendida cada uma das pequenas unidades, de modo a não haver vantagem de uma embalagem sobre a outra?