AULA

68

Revisão I

Introdução

Vamos iniciar, nesta aula, a revisão do nosso curso do 2º grau. Ela será feita em forma de exemplos que vão abordar de novo os principais conteúdos. Para aproveitar bem a revisão, leia atentamente o enunciado de cada problema e tente resolvê-lo. Só depois de pensar algum tempo, você deve ver a solução. Lembre-se de que as idéias nem sempre nos ocorrem imediatamente.

Nesta primeira parte da revisão, vamos tratar do equacionamento de problemas, do método de coordenadas, do Teorema de Pitágoras e das áreas. Bom proveito!

Nossa aula

EXEMPLO 1

Em uma sala, há 100 pessoas, sendo que 26 delas usam óculos. Sabe-se que 20% dos homens e 40% das mulheres desse grupo usam óculos. Quantos homens há na sala?

Solução:

Vamos, inicialmente, escolher nossas incógnitas:

x = número de homens.
y = número de mulheres.

Como o total de pessoas é 100, temos a 1ª equação:

$$\boxed{x + y = 100}$$

Agora, vamos somar as pessoas que usam óculos:

$$20\% \text{ de } x = \frac{20}{100} \cdot x = 0{,}2x$$

$$40\% \text{ de } y = \frac{40}{100} \cdot y = 0{,}4x$$

Como é 26 o total das pessoas de óculos, temos a 2ª equação:

$$\boxed{0{,}2x + 0{,}4y = 26}$$

Para melhorar o aspecto dessa equação, vamos multiplicá-la por 10:

$$\boxed{2x + 4y = 260}$$

Simplificando por 2, temos:

$$\boxed{x + 2y = 130}$$

Reunimos, então, as equações num sistema:

$$\begin{array}{c} x + y = 100 \\ x + 2y = 130 \end{array}$$

Para resolver, vamos trocar os sinais da 1ª equação e depois somar:

$$\begin{array}{rcl} -x - y & = & -100 \\ x + 2y & = & 130 \\ y & = & 30 \end{array}$$

Concluímos que há 30 mulheres na sala. Logo, os homens são 70.

EXEMPLO 2

Dois caminhões, um pesado e um leve, fazem o mesmo percurso de 360 km entre duas cidades.

O caminhão pesado saiu às 12 horas da cidade A, viajou com velocidade constante de 40 km/h e chegou à cidade B.

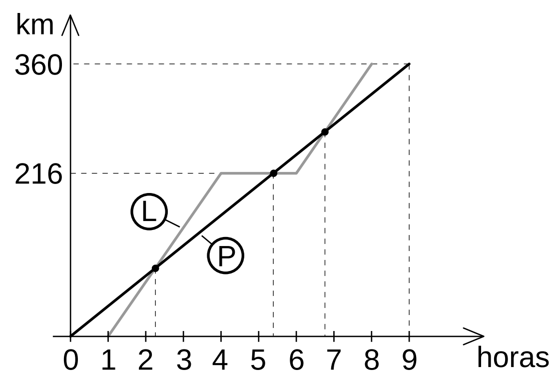
O caminhão leve saiu da cidade A à 1 hora da tarde e andou por 3 horas, com velocidade de 72 km/h. Ficou 2 horas parado por causa de um problema e, depois, terminou seu percurso com a mesma velocidade do início. Em que momento os caminhões se encontraram?

Sugestão: Faça um gráfico do percurso dos dois caminhões, colocando o tempo, no eixo dos **x** e os quilômetros, no eixo dos **y**. Os pontos de interseção representam os encontros.

Solução:

Façamos um gráfico da situação que o problema descreve. O caminhão pesado (P) andou 360 km, em 9 horas, com velocidade constante. Então, seu gráfico é uma reta que une a origem (0; 0) ao ponto de chegada (0; 360).

O caminhão leve saiu 1 hora depois e andou 3 horas, a uma velocidade de 72 km/h. Logo, ele percorreu $3 \times 72 = 216$ km. A primeira parte do percurso do caminhão leve é, então, uma reta ligando o ponto de partida (1; 0) ao ponto 0 de parada (4; 216). Sabemos então que às 4 horas da tarde o caminhão leve, que tinha percorrido 216 km, enguiçou. Logo, das 4 até às 6 horas, o gráfico é um segmento de reta horizontal. Depois, o caminhão leve percorreu o restante da distância ($360 - 216 = 144$ km) com a mesma velocidade de 72 km/h. Logo, como 144 # 72= 2, ele gastou 2 horas na parte final do percurso, e o gráfico é uma reta, ligando o ponto (6; 216) ao ponto de chegada (8; 360).



Percebemos que os dois gráficos possuem três pontos de interseção. Isso quer dizer que os dois caminhões se encontraram por três vezes.

Observando o desenho com atenção, vemos que:

a) O primeiro encontro ocorreu logo depois das 2 horas da tarde, quando o caminhão leve, por ser mais veloz, ultrapassou o pesado.

b) O segundo encontro ocorreu aproximadamente às 5 e meia da tarde, quando o caminhão pesado ultrapassou o leve, que estava enguiçado.

c) O terceiro encontro se deu um pouco antes das 7 horas da noite, quando o caminhão leve novamente ultrapassou o pesado.

Repare que podemos ver, no gráfico, a hora aproximada em que ocorreram os encontros. Para determinar, com maior precisão, os momentos em que os encontros ocorreram, precisamos obter as equações das duas retas. Vamos, então, recordar a equação que aprendemos na Aula 45.

Pontos: $(\mathbf{x}_1; y_1)$ e $(\mathbf{x}_2; y_2)$

Equação da reta: $\dfrac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{y - y_1}{y_2 - y_1}$

Para o caminhão pesado, os dois pontos são (0; 0) e (9; 360).

Logo, a sua equação é:

$$\frac{x - 0}{9 - 0} = \frac{y - 0}{360 - 0}$$

$$\frac{x}{9} = \frac{y}{360}$$

$$y = \frac{360x}{9}$$

$$y = 40x$$

Para o caminhão leve, os pontos do primeiro trecho do percurso são (1; 0) e (4; 216). A sua equação será então:

$$\frac{x - 1}{4 - 1} = \frac{y - 0}{216 - 0}$$

$$\frac{x - 1}{3} = \frac{y}{216}$$

$$x - 1 = \frac{y}{72}$$

$$y = 72x - 72$$

Vamos, agora, fazer a interseção das duas retas, para obter o instante do primeiro encontro:

$$\begin{cases} y = 40x \\ y = 72x - 72 \end{cases}$$

$$72x - 72 = 40x$$

$$72x - 40x = 72$$

$$32x = 72$$

$$x = \frac{72}{32} = 2{,}25 = 2 + 0{,}25$$

O primeiro encontro se deu às 2 horas mais 0,25 de hora.

Como 1 hora tem 60 minutos e $0{,}25 \times 60 = 15$, concluímos que ***o primeiro encontro se deu às 2 horas e 15 minutos***.

Para determinar o instante do 2º encontro, basta fazer y = 216, na equação do caminhão pesado:

$$y = 40x$$

$$216 = 40x$$

$$x = \frac{216}{40} = 5{,}4 = 5 + 0{,}4$$

Como $0{,}4 \times 60 = 24$, concluímos que ***o segundo encontro se deu às 5 horas e 24 minutos***.

Finalmente, para determinar o instante do terceiro encontro, vamos obter a equação da reta do caminhão leve no trecho final de seu percurso. Os dois pontos são, agora (6; 216) e (8; 360).

Temos, então:

$$\frac{x - 6}{8 - 6} = \frac{y - 216}{360 - 216}$$

$$\frac{x - 6}{2} = \frac{y - 216}{144}$$

$$x - 6 = \frac{y - 216}{72}$$

$$72x - 432 = y - 216$$

$$72x - 432 + 216 = y$$

$$y = 72x - 216$$

Fazendo a interseção dessa reta com y = 40x obtemos:

$$72x - 216 = 40x$$

$$72x - 40x = 216$$

$$32x = 216$$

$$x = \frac{216}{32} = 6{,}75 = 6 + 0{,}75$$

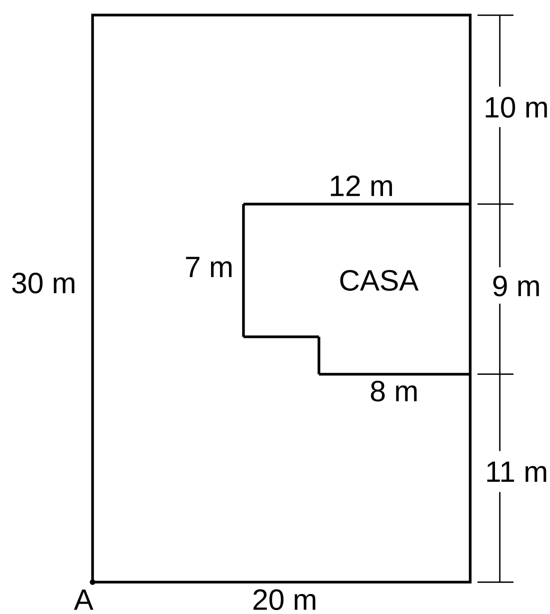
Como $0{,}75 \times 60 = 45$, concluímos que ***o terceiro encontro se deu às 6 horas e 45 minutos***.

EXEMPLO 3

A figura a seguir mostra uma casa construída no interior de um terreno retangular.

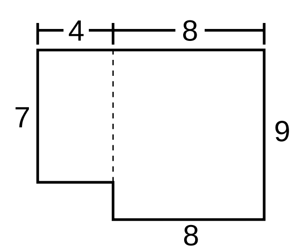
a) Se o proprietário deseja gramar todo o restante do terreno, que área de grama ele deverá comprar?

b) Se no ponto A existe uma torneira e se o proprietário tem uma mangueira de 38 m de comprimento, conseguirá ele regar toda a grama plantada?



Solução:

a) Vamos calcular a área da casa, dividindo sua planta em dois retângulos:



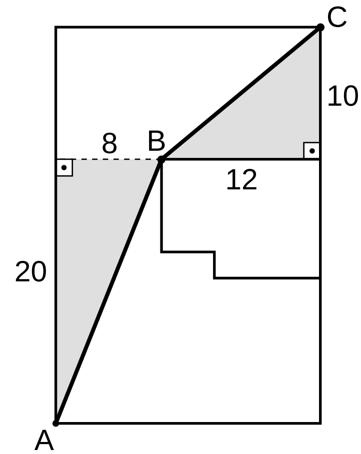
$8 \times 9 = 72 \text{ m}^2$

$7 \times 4 = 28 \text{ m}^2$

Área total = $72 + 28 = 100 \text{ m}^2$

Como a área do terreno é de $20 \times 30 = 600 \text{ m}^2$, a área de grama será igual a $600 - 100 = 500 \text{ m}^2$.

b) Vamos calcular a distância do ponto A ao ponto mais afastado do terreno sem passar por dentro da casa. Para isso, devemos somar as hipotenusas de dois triângulos retângulos, como mostramos na figura abaixo. Pelo Teorema de Pitágoras (Aula 19), temos:



$AB^2 = 20^2 + 8^2 = 464$

$AB \cong 21,54$ m

$BC^2 = 12^2 + 10^2 = 244$

$BC \cong 15,62$ m

$AB + BC = 21,54 + 15,62 = 37,16$ m

Logo, os 38 m de mangueira alcançam todo o terreno.