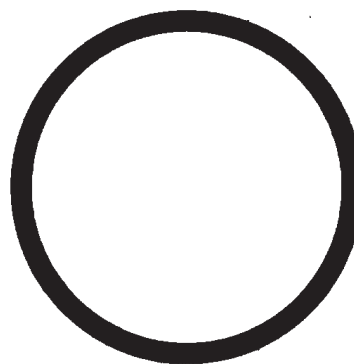


# Figuras geométricas

## Introdução

**S**e olhar ao seu redor, você verá que os objetos têm forma, tamanho e outras características próprias. As figuras geométricas foram criadas a partir da observação das formas existentes na natureza e dos objetos produzidos pelo homem.



## Nossa aula

Nesta aula você vai conhecer ou recordar os diversos tipos de figuras geométricas. Todos os objetos, mesmo os mais complexos, podem ser associados a um conjunto de figuras geométricas.

Você terá mais facilidade para ler e interpretar desenhos técnicos mecânicos se for capaz de relacionar objetos e peças da área da Mecânica às figuras geométricas.

### Figuras geométricas elementares

#### Ponto

Pressione seu lápis contra uma folha de papel. Observe a marca deixada pelo lápis: ela representa um ponto. Olhe para o céu, numa noite sem nuvens: cada estrela pode ser associada a um ponto.

O **ponto** é a figura geométrica mais simples. Não tem dimensão, isto é, não tem comprimento, nem largura, nem altura.

No desenho, o ponto é determinado pelo cruzamento de duas linhas. Para identificá-lo, usamos **letras maiúsculas** do alfabeto latino, como mostram os exemplos:



Lê-se: ponto A, ponto B e ponto C.

## Linha

Podemos ter uma idéia do que é linha, observando os fios que unem os postes de eletricidade ou o traço que resulta do movimento da ponta de um lápis sobre uma folha de papel.

A **linha** tem uma única dimensão: o comprimento.

Você pode imaginar a linha como um conjunto infinito de pontos dispostos sucessivamente. O deslocamento de um ponto também gera uma linha.

## Linha reta ou reta

Para se ter a idéia de linha reta, observe um fio bem esticado. A reta é ilimitada, isto é, não tem início nem fim. As retas são identificadas por **letras minúsculas** do alfabeto latino. Veja a representação da uma reta **r**:



## Semi-reta

Tomando um ponto qualquer de uma reta, dividimos a reta em duas partes, chamadas semi-retas. A **semi-reta** sempre tem um ponto de origem, mas não tem fim.



O ponto A dá origem a duas semi-retas.

## Segmento de reta

Tomando dois pontos distintos sobre uma reta, obtemos um pedaço limitado de reta. A esse pedaço de reta, limitado por dois pontos, chamamos **segmento de reta**. Os pontos que limitam o segmento de reta são chamados **extremidades**. No exemplo a seguir temos o segmento de reta CD, que é representado da seguinte maneira:  $\overline{CD}$ .

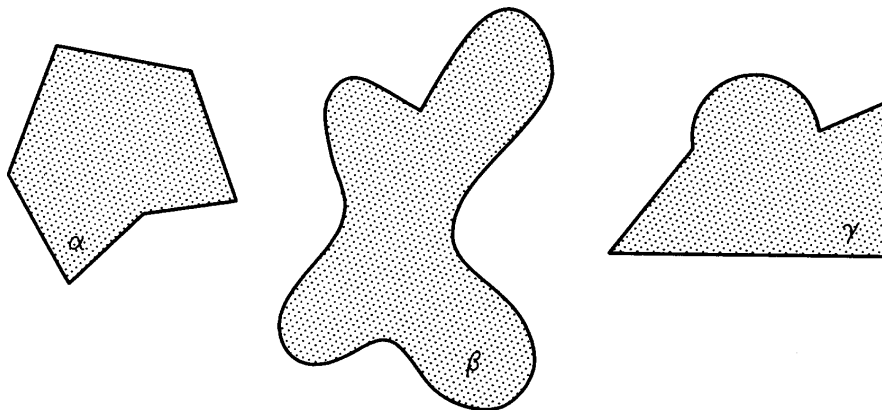


Os pontos C e D (extremidades) determinam o segmento de reta  $\overline{CD}$ .

## Plano

Podemos ter uma idéia do que é o **plano** observando uma parede ou o tampo de uma mesa.

Você pode imaginar o plano como sendo formado por um conjunto de retas dispostas sucessivamente numa mesma direção ou como o resultado do deslocamento de uma reta numa mesma direção. O plano é ilimitado, isto é, não tem começo nem fim. Apesar disso, no desenho, costuma-se representá-lo delimitado por linhas fechadas:



Para identificar o plano usamos **letras gregas**. É o caso das letras:  $\alpha$  (alfa),  $\beta$  (beta) e  $\gamma$  (gama), que você pode ver nos planos representados na figura acima.

O plano tem duas dimensões, normalmente chamadas comprimento e largura. Se tomamos uma **reta** qualquer de um plano, dividimos o plano em duas partes, chamadas **semiplanos**.

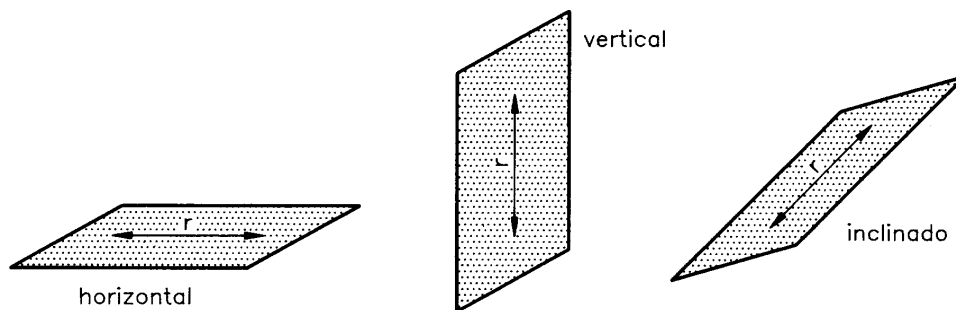
## Posições da reta e do plano no espaço

A geometria, ramo da Matemática que estuda as figuras geométricas, preocupa-se também com a posição que os objetos ocupam no espaço.

A reta e o plano podem estar em posição vertical, horizontal ou inclinada.

Um tronco boiando sobre a superfície de um lago nos dá a idéia de uma reta horizontal. O pedreiro usa o prumo para verificar a verticalidade das paredes. O fio do prumo nos dá a idéia de reta vertical.

Um plano é vertical quando tem pelo menos uma reta vertical; é horizontal quando todas as suas retas são horizontais. Quando não é horizontal nem vertical, o plano é inclinado. Veja as posições da reta e do plano.

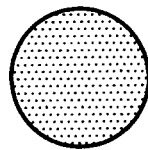


## Figuras geométricas planas

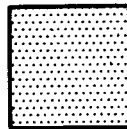
Uma figura qualquer é **plana** quando todos os seus pontos situam-se no mesmo plano.

A seguir você vai recordar as principais figuras planas. Algumas delas você terá de identificar pelo nome, pois são formas que você encontrará com muita frequência em desenhos mecânicos.

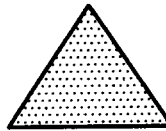
Observe a representação de algumas figuras planas de grande interesse para nosso estudo:



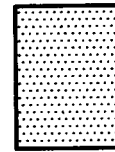
círculo



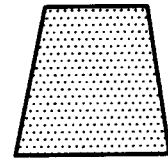
quadrado



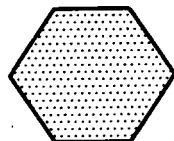
triângulo



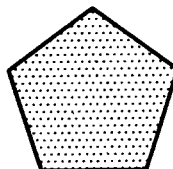
retângulo



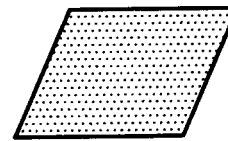
trapézio



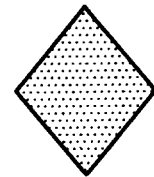
hexágono



pentágono



paralelogramo



losango

As figuras planas com três ou mais lados são chamadas polígonos.

## Sólidos geométricos

Você já sabe que todos os pontos de uma figura plana localizam-se no mesmo plano. Quando uma figura geométrica tem pontos situados em diferentes planos, temos um **sólido geométrico**.

Analisando a ilustração abaixo, você entenderá bem a diferença entre uma figura plana e um sólido geométrico.

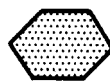


figura plana



sólido geométrico

Os sólidos geométricos têm **três dimensões**: comprimento, largura e altura. Embora existam infinitos sólidos geométricos, apenas alguns, que apresentam determinadas propriedades, são estudados pela geometria. Os sólidos que você estudará neste curso têm relação com as figuras geométricas planas mostradas anteriormente.

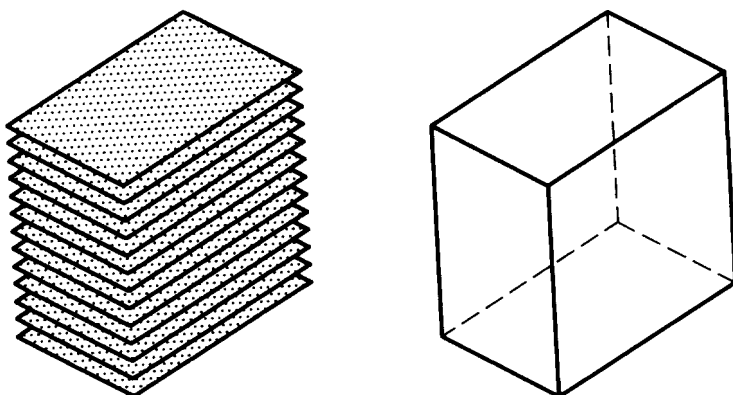
Os sólidos geométricos são separados do resto do espaço por superfícies que os limitam. E essas superfícies podem ser planas ou curvas.

Dentre os sólidos geométricos limitados por superfícies planas, estudaremos os **prismas**, **ocubo** e **aspirâmides**. Dentre os sólidos geométricos limitados por superfícies curvas, estudaremos o **cilindro**, o **cone** e a **esfera**, que são também chamados de **sólidos de revolução**.

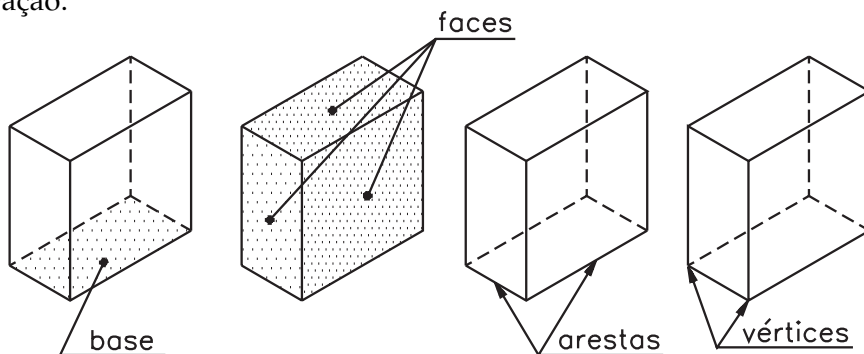
É muito importante que você conheça bem os principais sólidos geométricos porque, por mais complicada que seja, a forma de uma peça sempre vai ser analisada como o resultado da combinação de sólidos geométricos ou de suas partes.

### Prismas

O **prisma** é um sólido geométrico limitado por polígonos. Você pode imaginá-lo como uma pilha de polígonos iguais muito próximos uns dos outros, como mostra a ilustração:



O prisma pode também ser imaginado como o resultado do deslocamento de um polígono. Ele é constituído de vários elementos. Para quem lida com desenho técnico é muito importante conhecê-los bem. Veja quais são eles nesta ilustração:



### Verificando o entendimento

Analise o modelo de plástico nº 31 ou, na falta dele, uma caixa de fósforos fechada. Compare com a ilustração acima e responda:

Quantas faces, arestas e vértices tem esse prisma?

..... faces.

..... arestas.

..... vértices.

As respostas corretas são **6** faces (no desenho vemos apenas 3 faces; as outras 3 estão ocultas); **12** arestas (as linhas tracejadas, no desenho, representam as arestas que não podemos ver diretamente); **8** vértices (os vértices são os pontos em que as arestas se encontram).

Note que a base desse prisma tem a forma de um **retângulo**. Por isso ele recebe o nome de **prisma retangular**.

Dependendo do polígono que forma sua base, o prisma recebe uma denominação específica. Por exemplo: o prisma que tem como base o triângulo, é chamado **prisma triangular**.

Quando todas as faces do sólido geométrico são formadas por figuras geométricas iguais, temos um sólido geométrico **regular**.

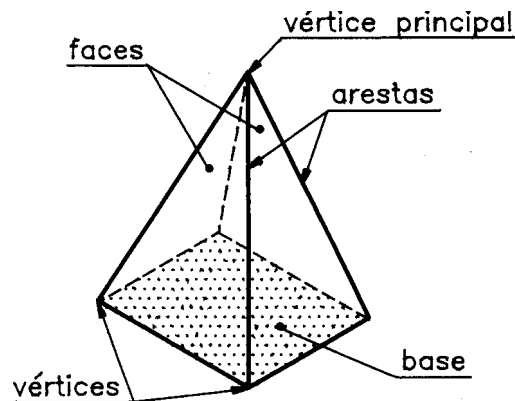
O prisma que apresenta ~~seis faces~~ **seis faces** formadas por quadrados iguais recebe o nome de **cubo**.

### Pirâmides

A pirâmide é outro sólido geométrico limitado por polígonos. Você pode imaginá-la como um conjunto de polígonos semelhantes, dispostos uns sobre os outros, que diminuem de tamanho indefinidamente. Outra maneira de imaginar a formação de uma pirâmide consiste em ligar todos os pontos de um polígono qualquer a um ponto **P** do espaço.

É importante que você conheça também os elementos da pirâmide:

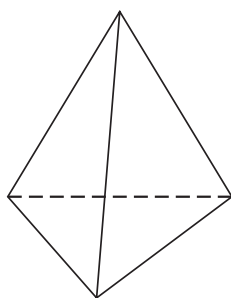
O nome da pirâmide depende do polígono que forma sua base. Na figura ao lado, temos uma **pirâmide de quadrangular**, pois sua base é um quadrado. O número de faces da pirâmide é sempre igual ao número de lados do polígono que forma sua base mais um. Cada lado do polígono da base é também uma **aresta** da pirâmide. O número de arestas é sempre igual ao número de lados do polígono da base vezes dois. O número de vértices é igual ao número de lados do polígono da base mais um. Os vértices são formados pelo encontro de três ou mais arestas. O vértice principal é o ponto de encontro das arestas laterais.



### Verificando o entendimento

Agora é a sua vez: resolva o exercício seguinte.

Analise a pirâmide abaixo e responda:



- Qual o nome do polígono que forma a base da pirâmide?  
.....
- Que nome recebe este tipo de pirâmide?  
.....
- Quantas faces tem esta pirâmide?  
.....
- Quantas arestas tem esta pirâmide?  
.....
- Quantos vértices tem esta pirâmide?  
.....

Verifique se você respondeu corretamente: **a)** O polígono da base é um **triângulo**. **b)** Esta é uma **pirâmide triangular**. **c)** Esta pirâmide tem **quatro** faces. **d)** Esta pirâmide tem **seis** arestas. **e)** Esta pirâmide tem **quatro** vértices.

Quando a base da pirâmide é um **triângulo equilátero** e as faces laterais são formadas por triângulos equiláteros, iguais aos da base, temos o sólido geométrico chamado **tetraedro**. O tetraedro é, portanto, um **sólido geométrico regular**, porque todas as suas faces são formadas por triângulos equiláteros iguais.

**Dica -**

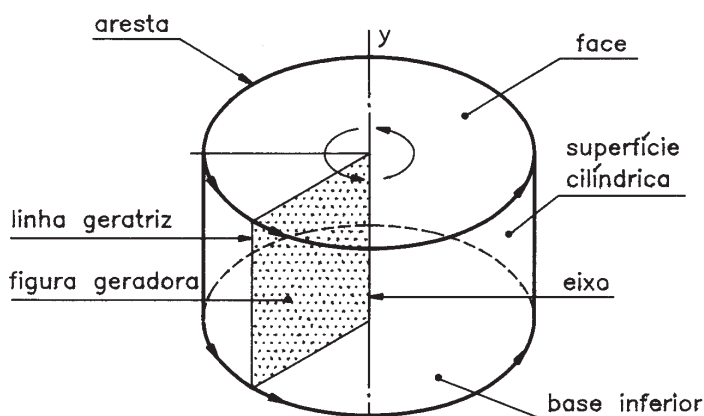
Triângulo equilátero é a figura plana que tem três ângulos internos iguais.

## Sólidos de revolução

Alguns sólidos geométricos, chamados **sólidos de revolução**, podem ser formados pela **rotação** de figuras planas em torno de um eixo. **Rotação** significa *ação de rodar, dar uma volta completa*. A figura plana que dá origem ao sólido de revolução chama-se **figura geradora**. A linha que gira ao redor do eixo formando a superfície de revolução é chamada **linha geratriz**.

O **cilindro**, o **cone** e a **esfera** são os principais sólidos de revolução.

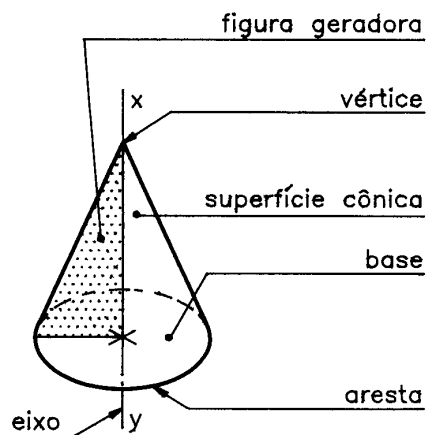
### Cilindro



O cilindro é um sólido geométrico, limitado lateralmente por uma superfície curva. Você pode imaginar o cilindro como resultado da rotação de um retângulo ou de um quadrado em torno de um eixo que passa por um de seus lados. Veja a figura ao lado. No desenho, está representado apenas o contorno da superfície cilíndrica. A

figura plana que forma as bases do cilindro é o **círculo**. Note que o encontro de cada base com a superfície cilíndrica forma as arestas.

### Cone



O cone também é um sólido geométrico limitado lateralmente por uma superfície curva. A formação do cone pode ser imaginada pela rotação de um **triângulo retângulo** em torno de um eixo que passa por um dos seus catetos. A figura plana que forma a base do cone é o círculo. O vértice é o ponto de encontro de todos os segmentos que partem do círculo. No desenho está representa-

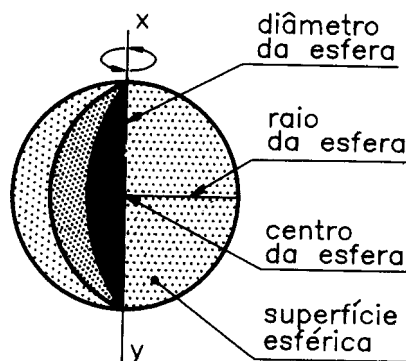
**Dica -**

Triângulo retângulo é o triângulo que apresenta um ângulo interno de 90°.

do apenas o contorno da superfície cônica. O encontro da superfície cônica com a base dá origem a uma aresta.

## Esfera

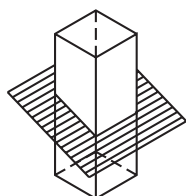
A esfera também é um sólido geométrico limitado por uma superfície curva chamada **superfície esférica**. Podemos imaginar a formação da esfera a partir da rotação de um semicírculo em torno de um eixo, que passa pelo seu diâmetro. Veja os elementos da esfera na figura abaixo.



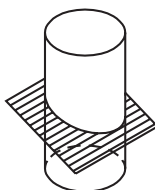
O **raio da esfera** é o segmento de reta que une o centro da esfera a qualquer um de seus pontos. **Diâmetro da esfera** é o segmento de reta que passa pelo centro da esfera unindo dois de seus pontos.

## Sólidos geométricos truncados

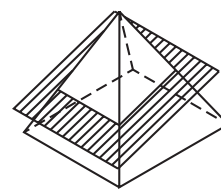
Quando um sólido geométrico é cortado por um plano, resultam novas figuras geométricas: os sólidos geométricos truncados. Veja alguns exemplos de sólidos truncados, com seus respectivos nomes:



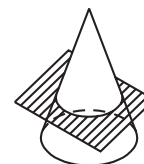
tronco de prisma



tronco de cilindro



tronco de pirâmide



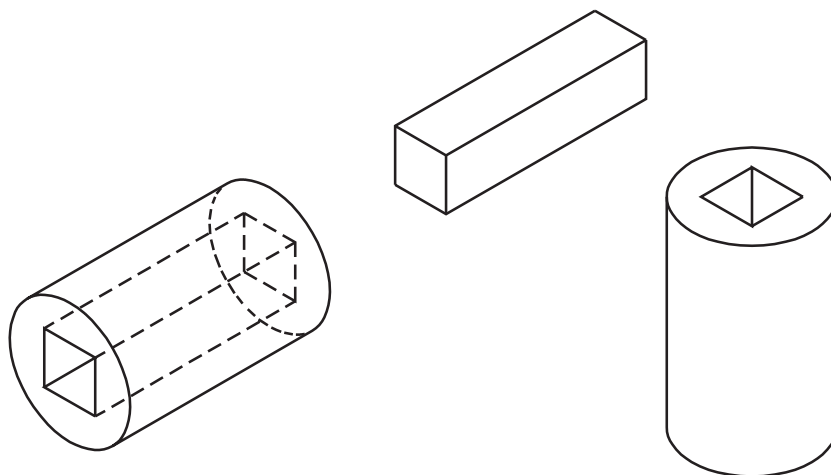
tronco de cone



## Sólidos geométricos vazados

Os sólidos geométricos que apresentam partes ocas são chamados **sólidos geométricos vazados**. As partes extraídas dos sólidos geométricos, resultando na parte oca, em geral também correspondem aos sólidos geométricos que você já conhece.

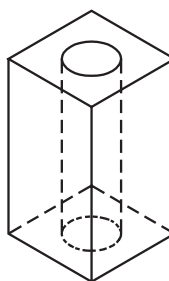
Observe a figura, notando que, para obter o cilindro vazado com um furo quadrado, foi necessário extrair um prisma quadrangular do cilindro original.



### Verificando o entendimento

Resolva o exercício a seguir:

Analise o prisma quadrangular vazado ao lado e indique o nome do sólido geométrico extraído para dar lugar ao furo.



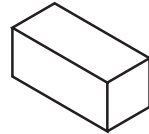
Nome do sólido: .....

O sólido geométrico extraído do prisma quadrangular para dar lugar ao furo é um cilindro.

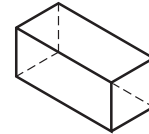


## Comparando sólidos geométricos e objetos da área da Mecânica

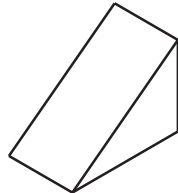
As relações entre as formas geométricas e as formas de alguns objetos da área da Mecânica são evidentes e imediatas. Você pode comprovar esta afirmação analisando os exemplos a seguir.



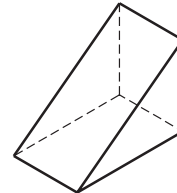
chaveta plana



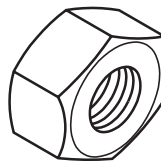
prisma retangular



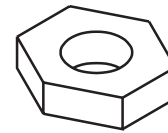
cunha



prisma retangular truncado



porca sextavada

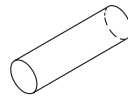


prisma hexagonal vazado

### Verificando o entendimento

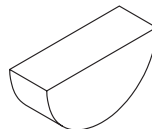
Tente você mesmo descobrir outras associações. Analise os objetos representados a seguir e escreva, nos espaços indicados, o nome do sólido geométrico ao qual cada objeto pode ser associado.

a) pino



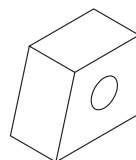
a) .....

b) chaveta woodruff



b) .....

c) fixador

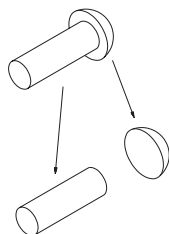


c) .....

Verifique se você respondeu corretamente **a)** cilindro; **b)** cilindro truncado; **c)** tronco de prisma retangular, com furo cilíndrico.

Há casos em que os objetos têm formas compostas ou apresentam vários elementos. Nesses casos, para entender melhor como esses objetos se relacionam com os sólidos geométricos, é necessário decompô-los em partes mais simples. Analise cuidadosamente os próximos exemplos. Assim, você aprenderá a enxergar formas geométricas nos mais variados objetos.

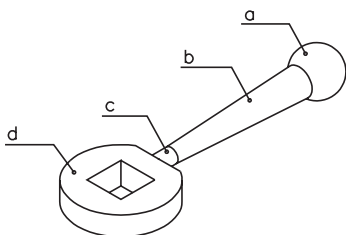
Examine este **rebite** de cabeça redonda:



Imaginando o rebite decomposto em partes mais simples, você verá que ele é formado por um cilindro e uma calota esférica (esfera truncada).

### Verificando o entendimento

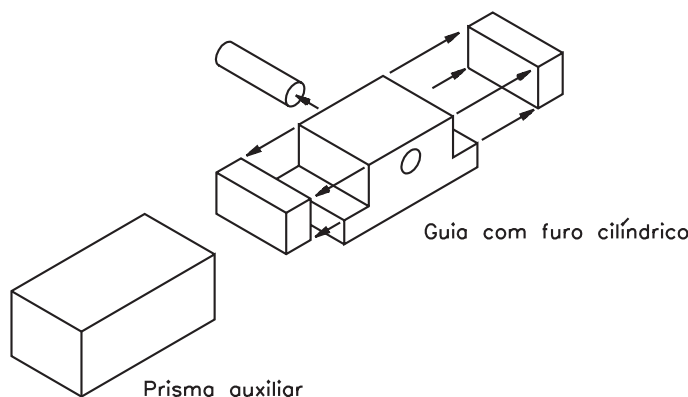
Agora tente você! Escreva os nomes das figuras geométricas que formam o **manípulo** representado abaixo.



- a) .....
- b) .....
- c) .....
- d) .....

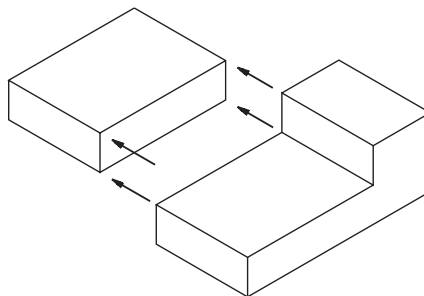
As respostas corretas são: **a)** esfera truncada; **b)** tronco de cone; **c)** cilindro; **d)** tronco de cilindro vazado por furo quadrado.

Existe outro modo de relacionar peças e objetos com sólidos geométricos. Observe, na ilustração abaixo, como a retirada de formas geométricas de um modelo simples (bloco prismático) da origem a outra forma mais complexa.

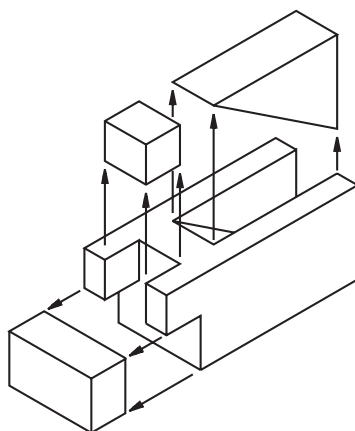


Nos processos industriais o prisma retangular é o ponto de partida para a obtenção de um grande número de objetos e peças.

Observe a figura abaixo. Trata-se de um prisma retangular com uma parte rebaixada que corresponde ao modelo de plástico nº 1. Veja como foi obtido o rebaixo:



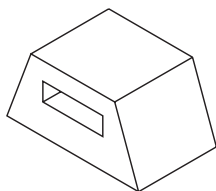
A próxima ilustração mostra o desenho de um modelo que também deriva de um prisma retangular.



### Verificando o entendimento

Com a prática, você conseguirá imaginar a decomposição do prisma retangular em outros modelos prismáticos, sem o auxílio do desenho das partes extraídas. Faça uma tentativa!

Imagine que este **bloco com furo passante** foi obtido a partir de um prisma retangular. Que sólidos geométricos correspondem às partes retiradas?

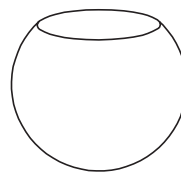
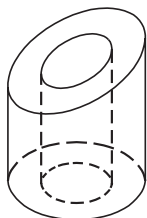
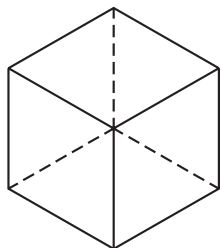


.....  
.....  
.....

Você deve ter respondido que foram retirados 2 prismas truncados das laterais e, para formar o furo retangular, 1 prisma quadrangular.

**Exercício 1**

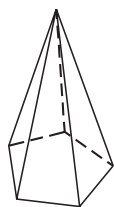
Escreva o nome destes sólidos geométricos, nos espaços indicados.



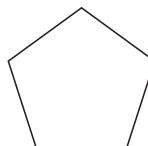
a) a)..... b) b)..... c) c).....

**Exercício 2**

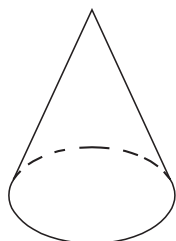
Ligue cada sólido geométrico à figura plana que lhe deu origem.



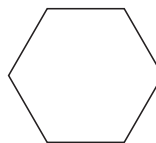
a



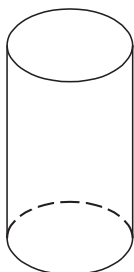
1



b



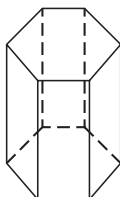
2



c



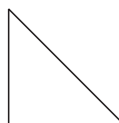
3



d



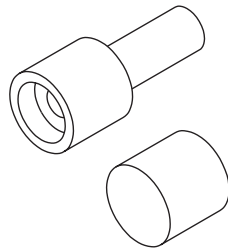
4



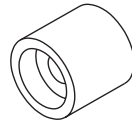
5

**Exercício 3**

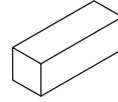
Observe a **guia** representada a seguir e assinale com um X os sólidos geométricos que a compõem.



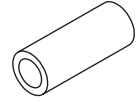
a) ( )



b) ( )



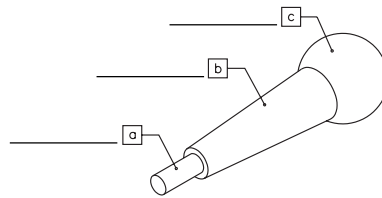
c) ( )



d) ( )

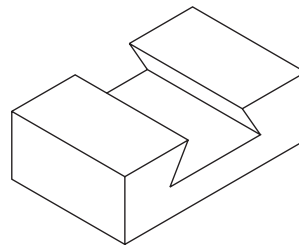
**Exercício 4**

Escreva o nome dos sólidos geométricos em que pode ser decomposto o **manípulo** abaixo.



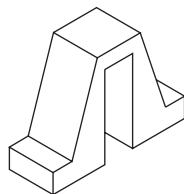
**Exercício 5**

Que sólido geométrico foi retirado de um bloco em forma de prisma retangular, para se obter esta **guia em rabo de andorinha**?



**Exercício 6**

Analise o desenho a seguir e assinale com um X o nome dos sólidos geométricos que foram retirados de um prisma retangular, para se obter este modelo prismático.



- a) ( ) 2 troncos de prisma e 1 prisma retangular
- b) ( ) 2 troncos de pirâmide e 1 prisma retangular
- c) ( ) 2 troncos de prisma e 1 prisma quadrangular
- d) ( ) 3 troncos de prisma retangular