Acesse: ☞ http://fuvestibular.com.br/

AULA
24

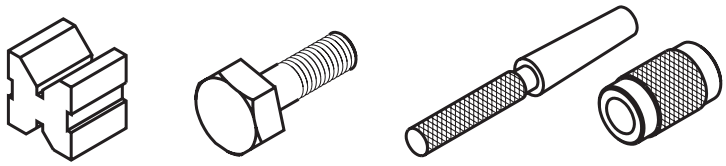
Controle trigonométrico

Um problema

Certos tipos de peças, devido à sua forma, não podem ser medidos diretamenteEssas medições exigem auxílio de peças complementares e controle trigonométrico, e é o assunto de nossa aula.

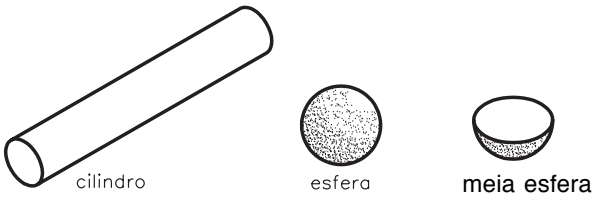
Medição com peças complementares

Por causa de sua forma, não é possível medir diretamente certos tipos de peças. Estamos nos referindo às peças prismáticas ou às chamadas peças de revolução, como, por exemplo, superfícies de prismas, com rasgo em V, calibradores cônicos, parafusos etc.



Existe, entretanto, um modo simples e confiável de medir essas peças. Trata-se de um processo muito empregado na verificação da qualidade.

Nesse processo de medição é que usamos as peças complementares, como cilindros, esferas, meias esferas. Esses instrumentos devem ser de aço temperado e retificado, duráveis e com suas dimensões conhecidas.

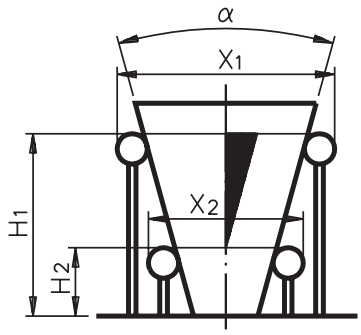


As peças complementares são usadas na medição indireta de ângulos, especialmente quando se trata de medições internas e externas de superfícies cônicas. Desse modo, podemos calcular valores angulares de determinadas peças.

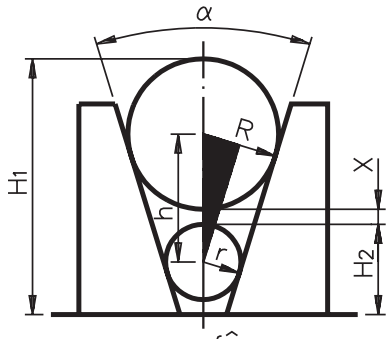
P/ as outras apostilas de Metrologia, Acesse: http://fuvestibular.com.br/telecurso-2000/apostilas/metal-mecanica/metrologia/

Acesse: ☞ http://fuvestibular.com.br/

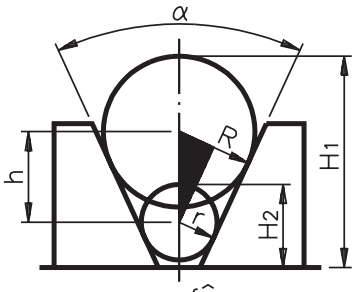
Aplicações



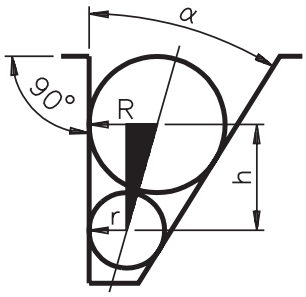
cone macho



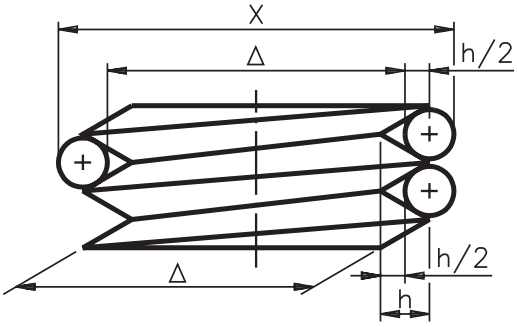
cone fêmea



cone fêmea

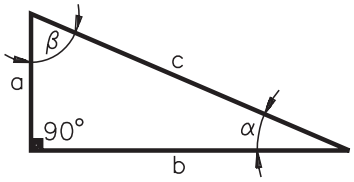


alojamento



A medição com peças complementares tem como base de cálculo duas relações trigonométricas elementares.

Num triângulo retângulo em que α é um dos ângulos agudos, teremos:



$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{cateto oposto a } \alpha}{\text{hipotenusa}} \qquad \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{cateto oposto a } \alpha}{\text{cateto adjacente a } \alpha} \qquad \alpha = \frac{a}{b}$$

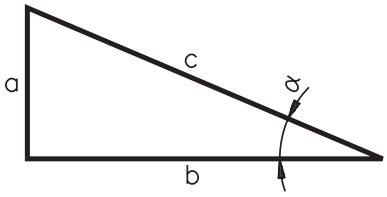
P/ as outras apostilas de Metrologia, Acesse: http://fuvestibular.com.br/telecurso-2000/apostilas/metal-mecanica/metrologia/

Considerando o triângulo retângulo dado, podemos usar, também, as seguintes fórmulas:

lados	**sendo os ângulos**
$c = \sqrt{a^2 + b^2}$	$\alpha + \beta = 90^o$
$a = \sqrt{c^2 - b^2}$	$\beta = 90 - \alpha$
$b = \sqrt{c^2 - a^2}$	$\alpha = 90 - \beta$

Exemplo:
Observe o triângulo abaixo e calcule c, sen α e tg α:

Dados:
a = 20 mm
b = 40 mm



Solução:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$c = \sqrt{20^2 + 40^2}$$

$$c = \sqrt{400 + 1600}$$

$$c = \sqrt{2000}$$

$$c \cong 44{,}7$$

$$\text{sen}\,\alpha = \frac{a}{c}$$

$$\text{sen}\,\alpha = \frac{20}{44{,}7}$$

$$\text{sen}\alpha \cong 0{,}4472$$

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{a}{c}$$

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{20}{40}$$

$$\text{tg}\,\alpha \cong 0{,}5000$$

Acesse: ☞ http://fuvestibular.com.br/

Medição de encaixe rabo-de-andorinha

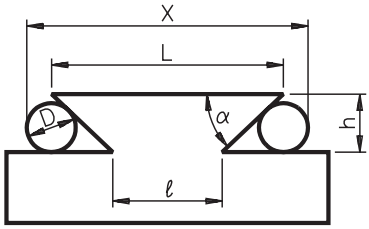
O processo de medição com peças complementares (cilindros calibrados) também é aplicado para medir encaixes rabos-de-andorinha. Para isso são empregadas as seguintes fórmulas:

$$x = \ell + \left(\frac{D}{tg\,\frac{\alpha}{2}} + D \right)$$

$$h = \left(\frac{(L - \ell)\ tg\ \alpha}{2} \right)$$

$$\ell = L - \left(\frac{2h}{tg\ \alpha} \right)$$

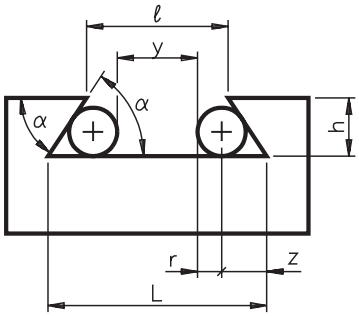
$$tg\ \alpha = \frac{2h}{L - \ell}$$



$$y = L - \left(D + \frac{D}{tg\,\frac{\alpha}{2}} \right)$$

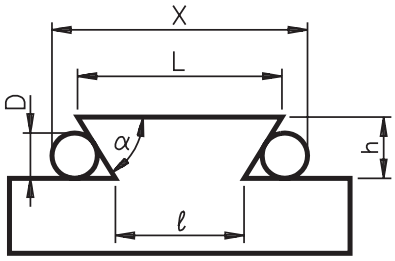
$D \cong 0{,}9 \cdot h$

D = cilindros calibrados para medição



Aplicações

1. Calcular **x** num encaixe macho rabo-de-andorinha, sendo:
L = 60,418
h = 10
α = 60°
$D \cong 0{,}9 \cdot h$



A partir da fórmula:

$$x = \ell + \left(\frac{D}{tg\,\frac{\alpha}{2}} + D \right)$$

teremos:

$$\ell = L - \frac{2h}{tg\ \alpha} = 60{,}418 - \frac{2 \cdot 10}{tg\ 60^\circ} = 60{,}418 - \frac{20}{1{,}732} = 60{,}418 - 11{,}547 = 48{,}871$$

$$\boxed{\ell = 48{,}871\text{mm}}$$

P/ as outras apostilas de Metrologia, Acesse: http://fuvestibular.com.br/telecurso-2000/apostilas/metal-mecanica/metrologia/

Assim:

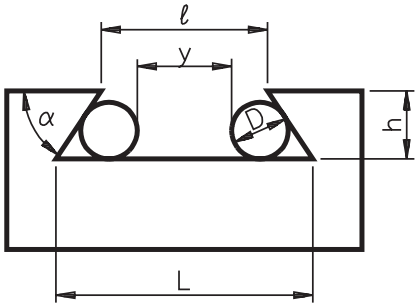
$$x = \ell + \left(\frac{D}{tg\frac{\alpha}{2}} + D\right) \quad eD \cong 0{,}9 \cdot h$$
$$D \cong 0{,}9 \cdot 10$$
$$D \cong 9{,}0mm$$

$$x = 48{,}871 + \left(\frac{9}{tg\frac{60}{2}} \circ 9\right) = 48{,}871 + \left(\frac{9}{tg\ 30^\circ} \circ 9\right) =$$

$$= 48{,}871 + \left(\frac{9}{0{,}5773} \circ 9\right) = 48{,}871 + 15{,}588 + 9 = 73{,}459$$

$$\boxed{x = 73{,}459 \text{ mm}}$$

2. Calcular **y** num encaixe fêmea rabo-de-andorinha, sendo:
$\ell = 35{,}000$
$h = 11{,}000$
$\alpha = 60^\circ$



Considerando a fórmula principal:

$$y = L - \left(D + \frac{D}{tg\frac{\alpha}{2}}\right)$$

obteremos inicialmente o valor de L usando a fórmula:

$$L = \ell + \left(\frac{2h}{tg\alpha}\right) = 35{,}000 + \left(\frac{2 \cdot 11}{tg60^\circ}\right) =$$

$$= 35{,}000 + \frac{22}{1{,}732} = 35 + 12{,}702$$

$$\boxed{L = 47{,}702 \text{ mm}}$$

Assim:

$$y = L - \left(D + \frac{D}{tg\frac{\alpha}{2}}\right) \quad eD \cong 0{,}9 \cdot h \Rightarrow 0{,}9 \cdot 11$$

$$\boxed{D \cong 9{,}9 \text{ mm}}$$

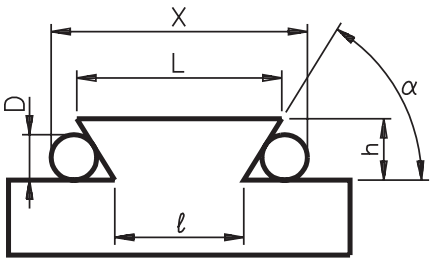
$$y = 47{,}702 - \left(9{,}9 + \frac{9{,}9}{\text{tg}\,\frac{60}{2}}\right) = 47{,}702 - \left(9{,}9 + \frac{9{,}9}{\text{tg}\ 30^\circ}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 47{,}702 - \left(9{,}9 + \frac{9{,}9}{0{,}5773}\right) = 47{,}702 - (9{,}9 + 17{,}147) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 47{,}702 - 27{,}047 = 20{,}655$$

$$\boxed{Y = 20{,}655 \text{ mm}}$$

3. Calcular **x** num encaixe macho rabo-de-andorinha, sendo:
L = 80,000
h = 20
α = 60°



Portanto:

$$\ell = L - \left(\frac{2h}{\text{tg}\ \alpha}\right) = 80 - \left(\frac{2 \cdot 20}{1{,}732}\right) =$$

$$80 - \frac{40}{1{,}732} = 80 - 23{,}094 = 56{,}906$$

$$\boxed{\ell = 56{,}906}$$

Assim, teremos:

$$x = \ell + \left(\frac{D}{\text{tg}\,\frac{\alpha}{2}} + D\right) \qquad \text{e} D \cong 0{,}9 \cdot h$$
$$D \cong 0{,}9 \cdot 20$$

$$\boxed{D = 18 \text{ mm}}$$

$$x = 56{,}906 + \left(\frac{18}{\text{tg}\,\frac{60}{2}} + 18\right)$$

$$x = 56{,}906 + \left(\frac{18}{\text{tg}\ 30^\circ} + 18\right)$$

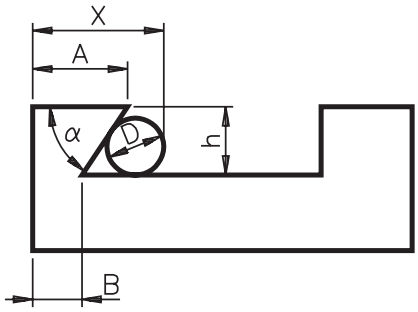
$$x = 56{,}906 + \left(\frac{18}{0{,}5773} + 18\right) = 56{,}906 + (31{,}177 + 18)$$

$$x = 56{,}906 + 49{,}177 = 106{,}083$$

$$\boxed{x = 106{,}083 \text{ mm}}$$

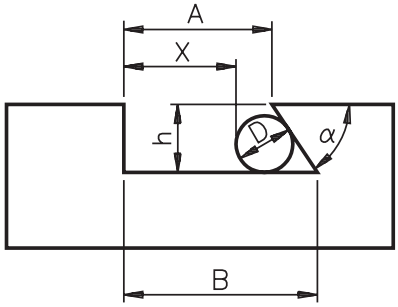
Medição de encaixe rabo-de-andorinha: ranhura externa e interna

Ranhura externa



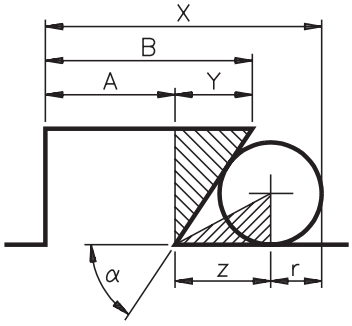
$$x = A + r + \frac{r}{tg\,\frac{\alpha}{2}} - \frac{h}{tg\,\alpha} \quad \text{ou} \quad x = B + \frac{r}{tg\,\frac{\alpha}{2}} + r$$

Ranhura interna



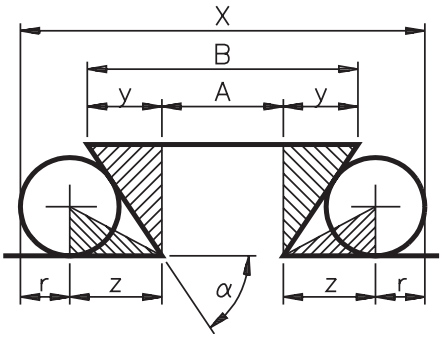
$$x = A\frac{h}{tg\,\alpha} - \frac{r}{tg\,\frac{\alpha}{2}} - r \quad \text{ou} \quad x = B - \frac{r}{tg\,\frac{\alpha}{2}} - r$$

Medição de encaixe rabo-de-andorinha com auxílio de eixos-padrão

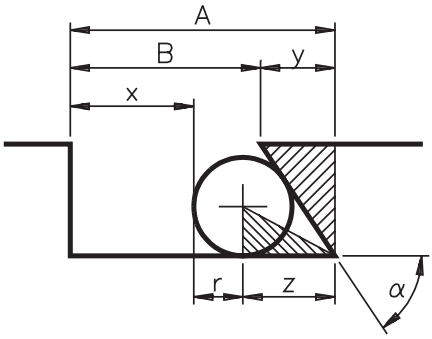


$$A = x - (z + r)$$
$$B = A + y$$

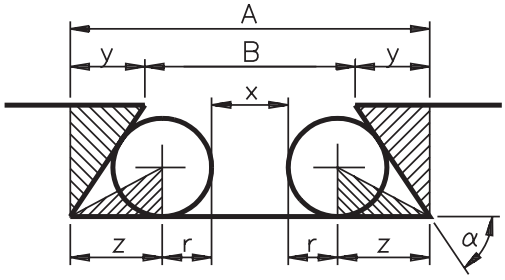
Acesse: ☞ http://fuvestibular.com.br/



$A = x - 2\,(z + r)$
$B = A + 2y$

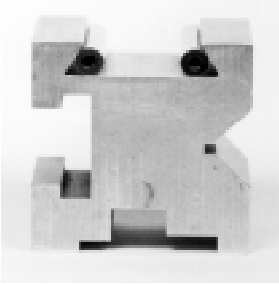


$A = x + (z + r)$
$B = A - y$



$A = x + 2(z + r)$
$B = A - 2y$

Observação – Os eixos-padrão devem ser escolhidos de modo que os contatos com as faces da peça que será medida situem-se, de preferência, a meia altura dos flancos.



P/ as outras apostilas de Metrologia, Acesse: http://fuvestibular.com.br/telecurso-2000/apostilas/metal-mecanica/metrologia/

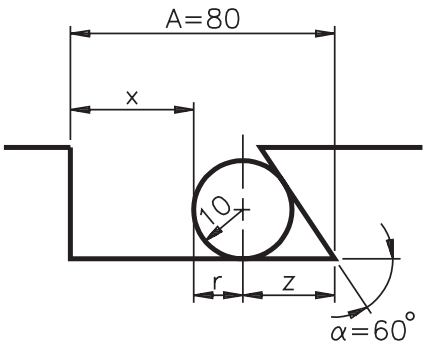
Acesse: ☞ http://fuvestibular.com.br/

É necessário verificar previamente se os ângulos considerados como referência para a medição correspondem às especificações no desenho.

Com alguns exemplos veremos como se faz a medição de uma ranhura e um encaixe rabo-de-andorinha.

1. Medição de ranhura interna, utilizando eixos-padrão, calculando o valor de **x**:

Dados:
A = 80
α = 60°
r = 10



Fórmula:
A = x + (z + r)
sendo:
x = A – (z + r)

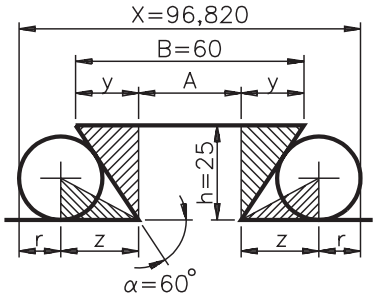
$$z = \frac{r}{tg\frac{\alpha}{2}}$$

teremos: $z = \frac{10}{tg\ 30^\circ} = \frac{10}{0{,}577} = 17{,}33$

portanto:
x = A – (z + r)
x = 80 – (17,33 + 10)
x = 80 – 27,33
x = 52,67 mm

2. Medição de um rabo-de-andorinha macho, por meio de eixos-padrão, determinando o erro de largura, sendo uma medição **X**:

Dados:
B = 60
h = 25
α = 60°
r = 12
X = 96,820



Fórmulas:

$A = B - 2y = 60 - (14{,}433 \cdot 2) = 31{,}134$

$y = h\ tg\beta = 25 \cdot tg\ 30^\circ = 14{,}433$

$\beta = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

$$z = \frac{r}{tg\frac{\alpha}{2}} = \frac{12}{0{,}57735} = 20{,}786$$

P/ as outras apostilas de Metrologia, Acesse: http://fuvestibular.com.br/telecurso-2000/apostilas/metal-mecanica/metrologia/

Acesse: ☞ http://fuvestibular.com.br/

Portanto, sendo a fórmula original:
A = X' – 2 (z + r)
teremos:
X' = A + 2 (z + r)

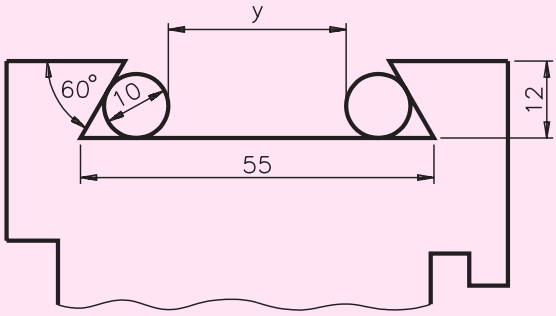
Sendo:
X' = 31,134 + 2 (20,786 + 12)
X' = 96,706 mm
teremos X – X' = 96,820 – 96,706 = 0,114

Teste sua aprendizagem. Faça os exercícios a seguir e confira suas respostas com as do gabarito.

Exercícios

Faça os cálculos e marque com X a resposta correta.

Exercício 1 Exercício 1
Calcule a medida **y** num encaixe fêmea rabo-de-andorinha.



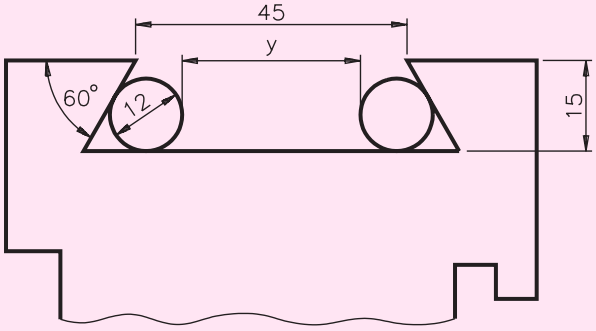
a) ( ) 27,68;

b) ( ) 29,22;

c) ( ) 33,45;

d) ( ) 30,41.

Exercício 2 Exercício 2
Calcule a medida **y**.



a) ( ) 39,92;

b) ( ) 33,39;

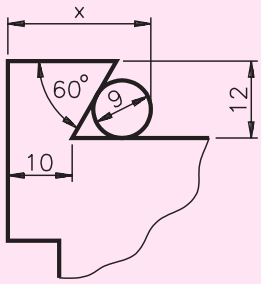
c) ( ) 29,53;

d) ( ) 28,35.

P/ as outras apostilas de Metrologia, Acesse: http://fuvestibular.com.br/telecurso-2000/apostilas/metal-mecanica/metrologia/

Exercício 3 Exercício 3

Calcule a medida **x**.



a) ( ) 23,58;

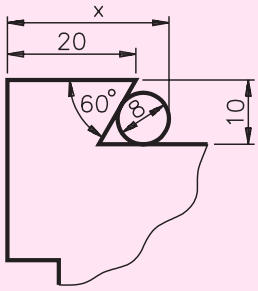
b) ( ) 22,29;

c) ( ) 19,69;

d) ( ) 24,12.

Exercício 4 Exercício 4

Calcule a medida **x**.



a) ( ) 26,13;

b) ( ) 25,75;

c) ( ) 26,75;

d) ( ) 25,15.