Física 4
Eletrodinâmica

Pré-Vestibular
Teoria e Exercícios Propostos

EDITORA COC
www.editora.coc.com.br
Editora COC – Empreendimentos Culturais Ltda.
Rua General Celso de Mello Rezende, 301
Tel.: (16) 603.9700 – CEP 14095-270
Lagoinha – Ribeirão Preto – SP

índice.física 4

Capítulo 01. Eletrodinâmica

1. Introdução 9
2. Carga Elétrica 10
   2.1. Núcleo 10
   2.2. Eletrosfera 10
3. Quantidade de Carga Elétrica 10
4. Quantização da Quantidade de Carga Elétrica 11
5. Propriedades Elétricas dos Materiais 11
   5.1. Condutores 11
   5.2. Isolantes 11
6. Corrente Elétrica 12
7. Intensidade de Corrente Elétrica 12
8. Gráfico i x t 13
9. Potencial Elétrico 14
10. Tensão Elétrica ou ddp 15
11. Circuito Elétrico 15
12. Bipolo Elétrico 15
13. Principais Ligações em um Circuito 16
   13.1. Associação em Série 16
   13.2. Associação em Paralelo 16
   13.3. Associação Mista 16
   13.4. Potência Elétrica de um Bipolo 17

Capítulo 02. Resistores

1. Definição 19
2. Resistência Elétrica 19
3. Primeira Lei de Ohm 20
4. Segunda Lei de Ohm 21
5. Aplicações de Resistores 22
   5.1. Reostatos 22
   5.2. Lâmpadas Incandescentes 22
   5.3. Fusíveis Elétricos 23

PV2D-06-FIS-41

índice.física 4

Capítulo 03. Associação de Resistores

1. Introdução 24
2. Associação em Série 24
3. Resistor Equivalente 24
4. Associação em Paralelo 26
5. Associação Mista 28
6. Cálculo da Resistência Equivalente em uma Associação Mista 29
7. Curto-Circuito 29

Capítulo 04. Geradores Elétricos

1. Definição 32
2. Força Eletromotriz (fem) de um Gerador 32
3. Resistência Interna do Gerador 32
4. Representação de um Gerador 33
5. Equação Característica do Gerador 33
6. Rendimento do Gerador 34
7. Curva Característica de um Gerador 34
8. Estudo da Potência Elétrica 34
9. Circuito Simples (gerador-resistor) 36
10. Potência Útil Máxima Lançada 38
11. Circuitos Não Simples 38
12. Geradores em Série 39
13. Geradores em Paralelo 40
14. Associação Mista de Geradores 40

Capítulo 05. Receptores Elétricos

1. Definição 43
2. Classificação dos Receptores 43
3. Receptores Ativos 43
4. Força Contra-eletromotriz (fcem) 43
5. Resistência Interna do Receptor 44
6. Representação do Receptor 44

7. Equação Característica do Receptor 44
8. Rendimento do Receptor 44
9. Curva Característica do Receptor 44
10. Circuito Gerador – Resistor – Receptor 45

Capítulo 06. Medidores Elétricos

1. Galvanômetro 48
2. Amperímetro 48
3. Voltímetro 49
4. Medidores Ideais 50
5. Ponte de Wheatstone 51
6. Ponte de Fio 52

Capítulo 07. Leis de Kirchhoff

1. Estudo da Polaridade 54
2. Determinação da ddp 54
3. Primeira Lei de Kirchhoff (lei dos nós) 55
4. Segunda Lei de Kirchhoff (lei das malhas) 55

Exercícios Propostos 57

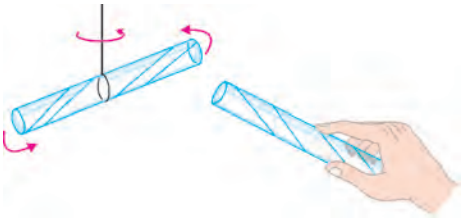
Capítulo 01. Eletrodinâmica

1. Introdução

A história da Eletricidade começa na Antigüidade. Os gregos notaram que o âmbar, quando atritado, adquiria a propriedade de atrair pequenos pedaços de palha.

Vamos ilustrar essa propriedade através de exemplos.

Consideremos dois bastões de vidro e um pedaço de seda. Vamos, com esses objetos, realizar o seguinte experimento: inicialmente, cada bastão de vidro é atritado com o pedaço de seda. Em seguida, um dos bastões de vidro é suspenso por um fio e o outro bastão de vidro é aproximado do primeiro. Observamos que os dois bastões de vidro **repelem-se**.

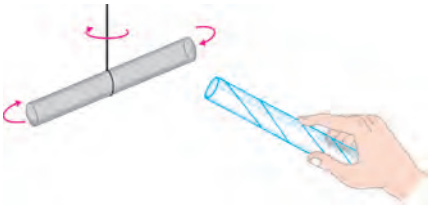


Os bastões de vidro repelem-se após terem sido atritados com a seda.

Vamos, agora, repetir o experimento com duas barras de plástico atritadas com um pedaço de lã ou pele de animal. Observamos que as duas barras de plástico **repelem-se**, da mesma maneira que os bastões de vidro do experimento anterior.

As barras de plástico repelem-se após terem sido atritadas com lã.

Finalmente, aproximamos a barra de plástico atritada com lã do bastão de vidro atritado com seda. Observamos, agora, uma **atração** entre eles.



Esses experimentos realizados com o vidro, seda, plástico e lã podem ser repetidos com muitos outros materiais. Chegaremos sempre às seguintes conclusões:

1) **corpos feitos do mesmo material, quando atritados pelo mesmo processo, sempre se repelem;**
2) **corpos feitos de materiais diferentes, atritados por processos diferentes, podem atrair-se ou repelir-se**.

Os bastões de vidro e as barras de plástico, quando atritados com a seda e a lã, respectivamente, adquirem uma propriedade que não possuíam antes da fricção: eles passam a se atrair ou a se repelir quando colocados convenientemente um em presença do outro. Nessas condições, dizemos que os bastões de vidro e as barras de plástico estão **eletrizados**.

Verificamos, então, através de experiências, que os corpos eletrizados podem ser classificados em dois grandes grupos: um semelhante ao **vidro – eletricidade vítrea** – e o outro, semelhante ao **plástico – eletricidade resinosa**.

Benjamin Franklin, político e escritor americano, por volta de 1750, introduziu os termos **eletricidade positiva** e **negativa** para as eletricidades vítrea e resinosa, respectivamente.

Para entendermos cientificamente o que ocorre num processo de fricção entre vidro e seda ou entre plástico e lã, devemos ter alguns conceitos básicos a respeito de **carga elétrica** e **estrutura da matéria**. É do que trataremos neste capítulo.

2. Carga Elétrica

A matéria é formada por átomos, que por sua vez são constituídos por um pequeno núcleo central e por uma eletrosfera.

2.1. Núcleo

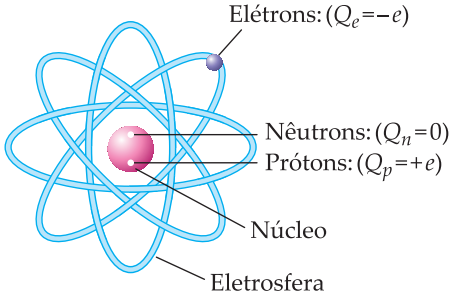
É a parte central do átomo, em que se localiza praticamente toda a massa do átomo e onde encontramos várias partículas, das quais, do ponto de vista da Eletricidade, destacamos duas: **prótons** e **nêutrons**.

- **Prótons:** partículas que apresentam a propriedade denominada **carga elétrica**, ou seja, trocam entre si, ou com outras partículas, ações elétricas de atração ou repulsão. Os prótons são partículas portadoras de **carga elétrica positiva**.
- **Nêutrons:** partículas que apresentam **carga elétrica nula**, ou seja, não trocam ações elétricas de atração ou de repulsão.

2.2. Eletrosfera

É uma região do espaço em torno do núcleo onde gravitam partículas menores, denominadas **elétrons**. Os elétrons possuem massa desprezível quando comparada à dos prótons ou dos nêutrons.

- **Elétrons**: partículas que, como os prótons, apresentam a propriedade denominada carga elétrica, isto é, trocam ações elétricas de atração ou repulsão. Os elétrons são partículas portadoras de **carga elétrica negativa**.



3. Quantidade de Carga Elétrica

Aos corpos, ou às partículas, que apresentam a propriedade denominada **carga elétrica**, podemos associar uma grandeza escalar denominada **quantidade de carga elétrica**, representada pelas letras Q ou q, e que no Sistema Internacional de Unidades (SI) é medida em **coulomb (C).**

A quantidade de carga elétrica positiva do próton e a quantidade de carga elétrica negativa do elétron são iguais em valor absoluto, e correspondem à menor quantidade de carga elétrica encontrada na natureza, até os dias atuais. Essa quantidade é representada pela letra **e** e é chamada de **quantidade de carga elétrica elementar**.

Em 1909, a quantidade de carga elétrica elementar foi determinada experimentalmente por Millikan. O valor obtido foi:

$$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C}$$

Nessas condições, podemos escrever as quantidades de carga elétrica do próton e do elétron como sendo:

$q_p = +e = +1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C

$q_e = -e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C

Para o nêutron temos $q_n = 0$.

A tabela abaixo apresenta a massa e a quantidade de carga elétrica das principais partículas atômicas:

Partícula	Massa (kg)	Quantidade de carga elétrica(C)
Elétron	$9{,}1 \cdot 10^{-31}$	$-1{,}6 \cdot 10^{-19}$
Próton	$1{,}7 \cdot 10^{-27}$	$+1{,}6 \cdot 10^{-19}$
Nêutron	$1{,}7 \cdot 10^{-27}$	0

4. Quantização da Quantidade de Carga Elétrica

Pela teoria atual, as menores partículas portadoras de carga elétrica, os prótons e os elétrons, são indivisíveis. Esse fato faz com que a quantidade de carga elétrica não possa assumir quaisquer valores, sendo possíveis somente valores múltiplos da quantidade de carga elementar (e). Dizemos que a quantidade de carga elétrica de um corpo é **quantizada**.

Assim, um corpo com carga elétrica positiva só pode apresentar quantidade de carga elétrica (Q) dada por:

$+1\,e; +2\,e; +3\,e; \ldots; +n \cdot e$ (n = número inteiro)

e um corpo com carga elétrica negativa só pode apresentar quantidade de carga elétrica dada por:

$-1\,e; -2\,e; -3\,e; \ldots; -n \cdot e$ (n = número inteiro).

De um modo geral, podemos escrever que a quantidade de carga elétrica de um corpo é dada por:

$$Q = n \cdot e$$

Exercícios Resolvidos

01. Determine a quantidade de carga elétrica associada a 500 elétrons.

Resolução: *Sendo a quantidade de carga elétrica do elétron dada por:* $e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C$

Assim, a quantidade de carga elétrica associada a 500 elétrons é dada por:

$$Q = n \cdot e \Rightarrow Q = 500\left(-1{,}6 \cdot 10^{-19}\right)$$

$$Q = -8{,}0 \cdot 10^{-17}\ C$$

02. Determine a quantidade de carga elétrica de um corpo formado por um mol de íons de fosfato.

Resolução: *Sabemos que um mol de íons de fosfato possui, aproximadamente,* $6 \cdot 10^{23}$ *íons de fosfato, e que cada íon de fosfato possui 3 elétrons em excesso. Assim, temos:*

$$Q = n \cdot (-e)$$

$$Q = -6 \cdot 10^{23} \cdot 3 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}$$

$$Q = -2{,}9 \cdot 10^{5}\ C$$

03. Um íon de bário possui 56 prótons, 76 nêutrons e 54 elétrons. Determine a quantidade de carga elétrica desse íon.

Resolução: *Como o íon de bário possui 56 prótons e 54 elétrons, apresenta uma carga elétrica positiva com um excesso de carga elétrica correspondente a +2e.*

Assim, temos: $Q = n \cdot e$

$$Q = +2\,(1{,}6 \cdot 10^{-19})$$

$$Q = +3{,}2 \cdot 10^{-19}\ C$$

5. Propriedades Elétricas dos Materiais

Os materiais existentes podem ser divididos em dois grandes grupos quanto à mobilidade dos portadores de cargas elétricas no seu interior: **condutores e isolantes.**

5.1. Condutores

São materiais que apresentam portadores de cargas elétricas (elétrons ou íons) quase livres, o que facilita a mobilidade dos mesmos em seu interior. São considerados bons condutores, materiais com alto número de portadores de cargas elétricas livres e que apresentam alta mobilidade desses portadores de cargas elétricas.

Observação – Condutor ideal é todo material em que os portadores de cargas elétricas existentes se movimentam livres, sem qualquer oposição do meio natural.

5.2. Isolantes

Os materiais isolantes se caracterizam por não apresentar portadores de cargas elétricas livres para movimentação. Nesses materiais, a mobilidade dos portadores de cargas elétricas é praticamente nula, ficando os mesmos praticamente fixos no seu interior.

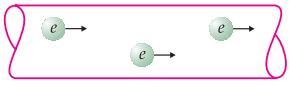
Exemplos: borracha, madeira, água pura, etc.

6. Corrente Elétrica

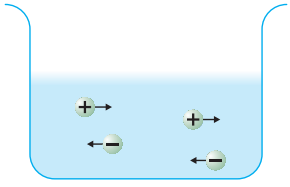
Dizemos que existe uma corrente elétrica quando portadores de cargas elétricas (positivos e/ou negativos) se movimentam numa direção preferencial em relação às demais.

Exemplos

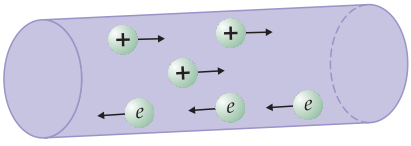
– **Metais:** portadores de cargas elétricas ⇒ elétrons.



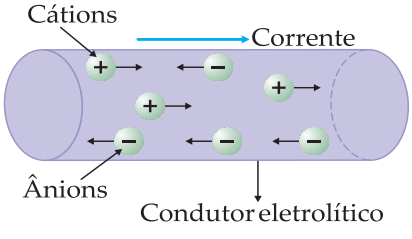
– **Soluções Eletrolíticas:** portadores de cargas elétricas ⇒ íons positivos e negativos.

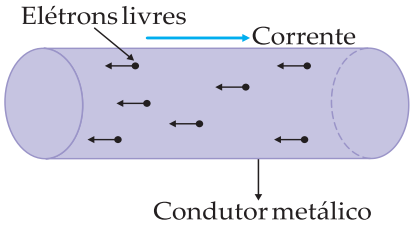


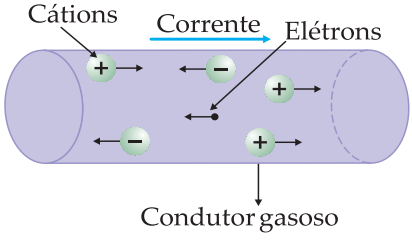
– **Gases:** portadores de cargas elétricas ⇒ íons e elétrons.



No estudo da corrente elétrica, dizemos que sua direção é a mesma da dos portadores de cargas elétricas, sejam positivos ou negativos. Com relação ao sentido, adotamos o **sentido convencional:** o sentido da corrente elétrica é o **mesmo** do movimento dos portadores de cargas elétricas **positivas** ou, por outro lado, sentido **contrário** ao do movimento dos portadores de cargas elétricas **negativas.**

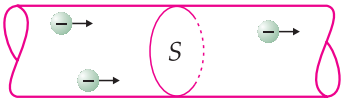






7. Intensidade de Corrente Elétrica

Indicando por ΔQ a carga total, em valor absoluto, que atravessa a superfície (S) do condutor, no intervalo de tempo Δt, definimos **intensidade média de corrente elétrica** ***(i_m),*** nesse intervalo de tempo, pela relação:



$$i_m = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

A intensidade de corrente elétrica (i) é uma grandeza escalar que fornece o fluxo de portadores de cargas elétricas, através de uma superfície, por unidade de tempo.

A unidade de intensidade de corrente elétrica no Sistema Internacional é o **ampère** (A).

$$\frac{\text{coulomb (C)}}{\text{segundo (s)}} = \text{ampère (A)}$$

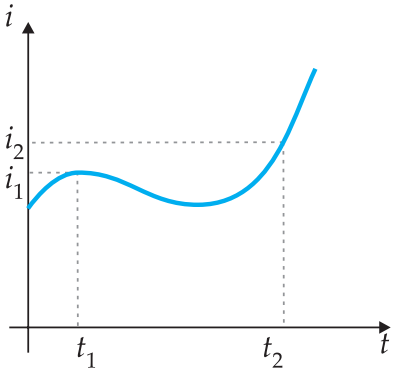
É muito freqüente a utilização de submúltiplos do ampère (A):

1 mA = 10^{-3} A (miliampère)

1 μA = 10^{-6} A (microampère)

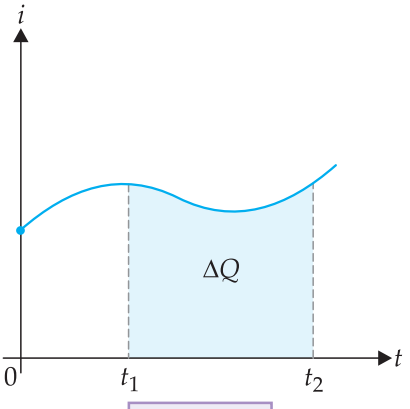
8. Gráfico *i* x *t*

Quando a intensidade de corrente elétrica *(i)* varia com o tempo, é costume apresentarmos o seu comportamento através de um diagrama horário: *i* x *t*.



Intensidade de corrente variável com o tempo

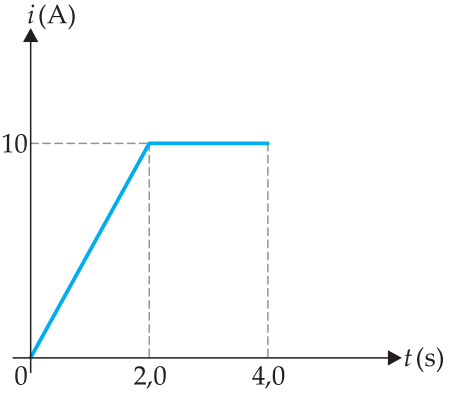
Nesses casos, para obtermos a intensidade média de corrente elétrica (i_m), devemos, inicialmente, determinar a carga elétrica total (D*Q*) correspondente ao intervalo de tempo de nosso interesse. A carga elétrica total (D*Q*) é dada, numericamente, pela área sob a curva entre os instantes t_1 e t_2, conforme mostrado na figura a seguir.



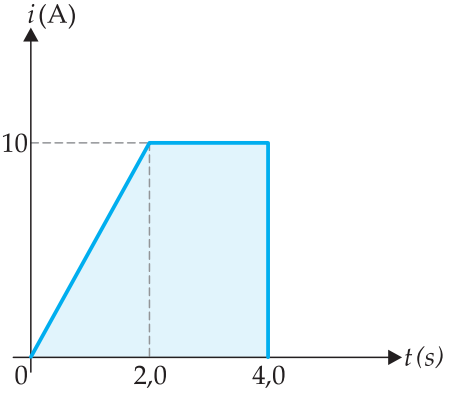
$$i_m \underline{N} \frac{\text{Área}}{\Delta t}$$

Exercícios Resolvidos

01. Determinar a intensidade média de corrente elétrica no intervalo de tempo de 0 a 4,0 s, conforme o gráfico abaixo.



Resolução: *A carga elétrica total, Δ Q, correspondente ao intervalo de tempo de 0 a 4,0 s, é dada pela área do trapézio mostrada na figura a seguir.*



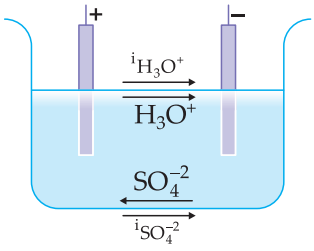
Assim, temos:

ΔQ = *área do trapézio*

$$\Delta Q = (4{,}0 + 2{,}0) \cdot \frac{10}{2} \Rightarrow \Delta Q = 30\ C$$

e sendo: $i_m = \dfrac{\Delta Q}{\Delta t} \Rightarrow i_m = \dfrac{30}{4{,}0} \Rightarrow i_m = 7{,}5\ A$

02. Na figura abaixo, suponhamos que $1 \cdot 10^{20}$ íons sulfato e $2 \cdot 10^{20}$ íons hidroxônio se movimentem por segundo. Determinar a intensidade da corrente elétrica no interior da solução aquosa de ácido sulfúrico (H_2SO_4).



Resolução: *No interior da solução, a intensidade de corrente elétrica* (i) *total é a soma das intensidades de correntes de íons* H_3O^+ *e* SO_4^{-2}. *Assim, temos:*

$$i_{H_3O^+} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{n \cdot e}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow i_{H_3O^+} = \frac{2 \cdot 10^{20} \cdot 1 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow i_{H_3O^+} = 32\ A$$

$$i_{SO_4^{-2}} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{n \cdot e}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow i_{SO_4^{-2}} = \frac{10^{20} \cdot 2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow i_{SO_4^{-2}} = 32\ A$$

Logo:

$i = i_{H2O} + i_{SO4^{-2}}$

$i = 32 + 32$

$i = 64\ A$

9. Potencial Elétrico

Consideremos um condutor elétrico:

O potencial elétrico (V) representa a energia potencial elétrica por unidade de carga, sendo uma propriedade associada, exclusivamente, a um determinado ponto.

$$V_A = \frac{\varepsilon_{p_A}}{q_0} \qquad V_B = \frac{\varepsilon_{p_B}}{q_0}$$

Em que:

– V é o potencial elétrico do ponto;

– ε_p é a energia potencial elétrica de q_0 no ponto;

– q_0 é a quantidade de carga elétrica do portador de carga, colocado no ponto em questão.

No Sistema Internacional de Unidades (S.I.), temos:

$$\left.\begin{array}{l} \varepsilon_p \Rightarrow \text{joule (J)} \\ q_0 \Rightarrow \text{coulomb (C)} \end{array}\right\} V \Rightarrow \text{volt (V)}$$

$$\frac{\text{joule (J)}}{\text{coulomb (C)}} = \text{volt (V)}$$

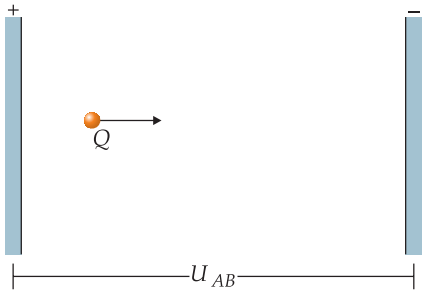
10. Tensão Elétrica ou ddp

Chama-se tensão elétrica ou diferença de potencial (ddp), entre os pontos A e B, a relação:

$$U_{AB} = V_A - V_B$$

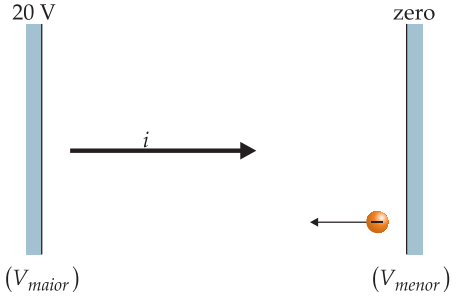
em que U_{AB} representa a diferença de potencial elétrico entre os pontos *A* e *B*, medida em volt (*V*).

Em relação ao movimento dos portadores de carga elétrica, podemos afirmar que:



A– Para que os portadores de carga se movimentem ordenadamente, é necessário que eles estejam sujeitos a uma diferença de potencial.

B– O sentido da corrente elétrica convencional é do potencial elétrico maior para o potencial elétrico menor, sendo que os elétrons se movimentam, espontaneamente, no sentido contrário, ou seja, do menor para o maior potencial.

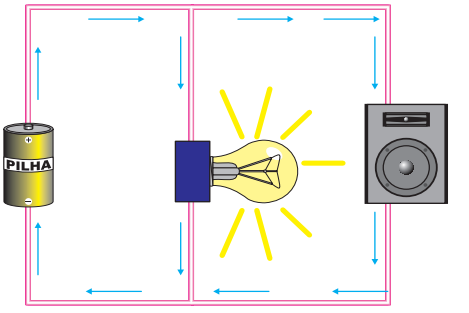


C– Na Eletrodinâmica é comum adotarmos a Terra como referência para a energia potencial elétrica. Assim, o potencial elétrico da Terra é adotado como zero:

$$V_T = 0$$

11. Circuito Elétrico

Definimos circuito elétrico como sendo o percurso a ser feito pelos portadores de carga (corrente elétrica) por meio de um conjunto de elementos elétricos interligados.

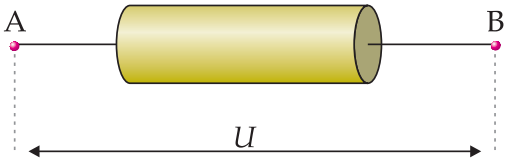


A condição primordial para se estabelecer um circuito elétrico é a presença de uma fonte elétrica, denominada **gerador.** Um gerador é um elemento capaz de transformar qualquer tipo de energia em energia elétrica e, nestas condições, manter uma diferença de potencial entre dois pontos.

Pilha Bateria

12. Bipolo Elétrico

Denomina-se **bipolo elétrico** todo elemento de circuito com dois pólos sujeitos a uma tensão elétrica.



Exemplo: lâmpada, pilha, bateria, chuveiro, etc.

13. Principais Ligações em um Circuito

Os diferentes modos que podemos utilizar para interligar os elementos elétricos, formando um circuito elétrico, são chamados de associações. Podemos ter associação em série, em paralelo ou mista.

13.1. Associação em Série

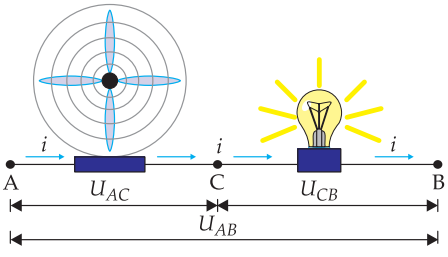
Neste tipo de associação, os elementos são ligados em seqüência, estabelecendo um único caminho de percurso para a corrente elétrica. Na associação em série, o funcionamento dos aparelhos elétricos ligados ao gerador ficam dependentes entre si: ou todos funcionam ou nenhum funciona.

Observemos que o gerador obriga os portadores de carga a se movimentarem através dos fios condutores, fornecendo a eles energia elétrica, e a passarem através de todos os elementos do circuito. Em cada elemento, os portadores de carga perdem energia elétrica, que será transformada em outra modalidade de energia.

Assim, numa associação em série, temos:

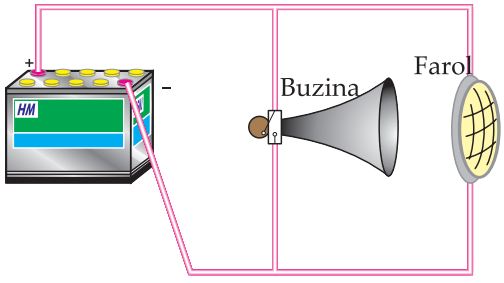
1) correntes elétricas **iguais** em todos os elementos do circuito;

2) $U_{AB} = U_{AC} + U_{CB}$



13.2. Associação em Paralelo

Neste tipo de associação, os aparelhos elétricos são ligados ao gerador independentemente um do outro. Podem todos funcionar simultânea ou individualmente.



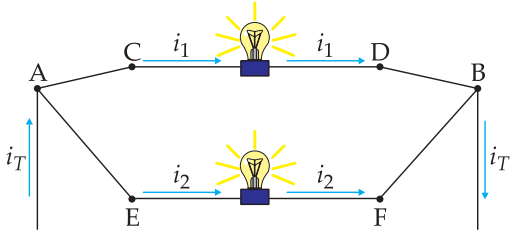
Observamos, nesta forma de associação, que existe uma corrente elétrica para cada aparelho elétrico, possibilitando o seu funcionamento independentemente de qualquer outro.

Os portadores de carga, forçados pelo gerador a se movimentarem através dos fios condutores, dividem-se em dois ou mais grupos; sendo que cada grupo perde sua energia elétrica ao atravessar o respectivo aparelho elétrico.

Portanto, numa associação em paralelo, temos:

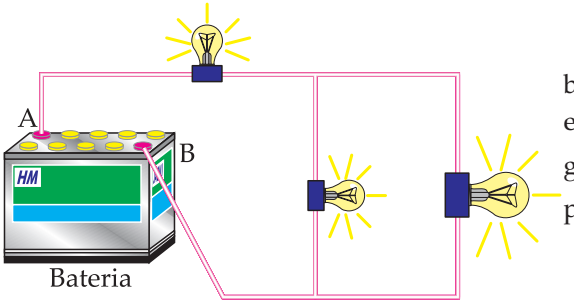
1) correntes elétricas diferentes para cada aparelho elétrico, sendo: $i_T = i_1 + i_2$.

2) ddp's iguais em todos os aparelhos elétricos: $U_{AB} = U_{CD} = U_{EF}$.



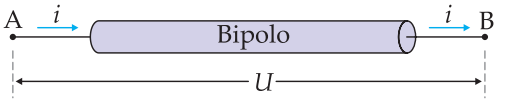
13.3. Associação Mista

Como o nome indica, esta associação é formada por associações em série e em paralelo, concomitantemente.



13.4. Potência Elétrica de um Bipolo

Consideremos um bipolo elétrico em cujos terminais existe uma diferença de potencial U e, através do qual, circula uma corrente elétrica de intensidade *i*.



Temos que:

$$U = V_A - V_B \quad \text{e} \quad i = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

No pólo *A*, as cargas elétricas têm energia potencial elétrica dada por:

$$\varepsilon_{P_A} = V_A \cdot \Delta Q$$

No pólo *B*, as cargas elétricas têm energia potencial elétrica dada por:

$$E_{P_B} = V_B \cdot \Delta Q$$

Para o deslocamento das cargas de *A* para *B*, há um consumo de energia dada por:

$$\Delta\varepsilon = \varepsilon_{P_A} - \varepsilon_{P_B}$$

$$\Delta\varepsilon = V_A \cdot \Delta Q - V_B \cdot \Delta Q$$

$$\Delta\varepsilon = \Delta Q\ (V_A - V_B)$$

$$\Delta\varepsilon = \Delta Q \cdot U \quad (1)$$

A potência elétrica (*P*), desenvolvida no bipolo, é dada pela razão entre a variação de energia (ΔE) sofrida por uma quantidade de carga elétrica (ΔQ) ao passar de *A* para *B* e o correspondente intervalo de tempo (Δt). Assim, temos:

$$P = \frac{\Delta\varepsilon}{\Delta t} \quad (2)$$

Unidade de potência no SI: watt (W)

$1\,\text{W} = \frac{1\,\text{J}}{1\,\text{s}}$.

Portanto; comparando (1) e (2) vem:

$$P = \frac{\Delta Q \cdot U}{\Delta t}$$

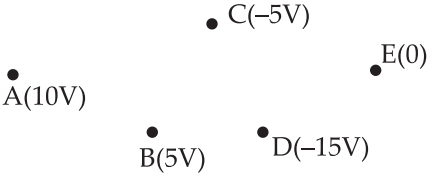
ou seja: $P = i \cdot U$

Exercícios Resolvidos

01. O que significa dizer: entre os pólos de uma bateria existe uma tensão de 12 V.

Resolução: *Significa que, cada coulomb de carga elétrica que atravessa a bateria recebe da bateria uma energia correspondente a 12 J.*

02. Na figura abaixo estão representados cinco pontos A, B, C, D e E com os seus respectivos potenciais em relação ao ponto *E* (referencial).



a) O que significa dizer: $V_A = +10$ V e $V_D = -15$ V?

b) Qual a maior diferença de potencial que se pode obter entre dois pontos quaisquer?

Resolução:

a) Quando dizemos que $V_A = +10$ V, estamos afirmando que o potencial do ponto A está 10 V acima do potencial do ponto tomado como referência, ponto E ($V_E = 0$). Do mesmo modo, dizer que $V_D = -15$ V significa dizer que o potencial do ponto D está 15 V abaixo do potencial do ponto E (referência).

b) A maior diferença de potencial possível entre dois pontos é obtida com os pontos A e D. Assim, temos:

$U_{AD} = V_A - V_D \Rightarrow U_{AD} = 10 - (-15)$

$U_{AD} = 25$ V

03. Um resistor, ligado a uma fonte de ddp constante, dissipa a potência de 84 W e é utilizado para aquecer um litro de água (1 000 g) durante 5 minutos. Sendo o calor específico da água igual a 1 cal/g °C e 1 cal = 4,2 J, determine o aumento de temperatura da água.

Resolução:*Durante 5 minutos (300 s) a energia dissipada pelo resistor vale:*

$$\Delta\varepsilon = P \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta\varepsilon = 84 \cdot 300$$

$$\Delta e = 25\,200\ J$$

sabendo-se que 1 cal = 4,2 J, então essa energia corresponde a:

$$\frac{25\,200}{4,2} = 6\,000\,\text{cal}$$

Pela Calorimetria, temos: $Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta$

$$6\,000 = 1\,000 \cdot 1 \cdot \Delta\theta q \Rightarrow \Delta\theta q = 6\,°\text{C}$$

04. Um ferro elétrico foi projetado para funcionar em 120 V com uma potência de 600 W. Em funcionamento normal, determine:

a) a intensidade de corrente elétrica no ferro;

b) a energia elétrica consumida em duas horas de funcionamento. Dar a resposta em joules e em quilowatt-hora (kWh).

Resolução

a) Sendo P = 600 W; U = 120 V, e sendo o ferro elétrico um bipolo, temos:

$P = U \cdot i \Rightarrow 600 = 120 \cdot i \Rightarrow i = 5,0\ A$

b) $\Delta\varepsilon = P \cdot \Delta t \Rightarrow \varepsilon = 600 \cdot 2 \cdot 3\,600$

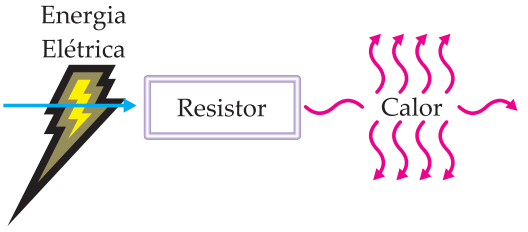
$$\Delta\varepsilon = 4,32 \cdot 10^6\ J$$

Sendo 1 kWh = $3,6 \cdot 10^6$ J $\Rightarrow \varepsilon = 1,2$ *kWh*

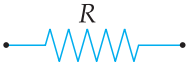
Capítulo 02. Resistores

1. Definição

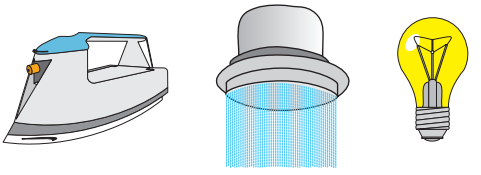
Resistor é todo dispositivo elétrico que transforma exclusivamente energia elétrica em energia térmica.



Simbolicamente é representado por:

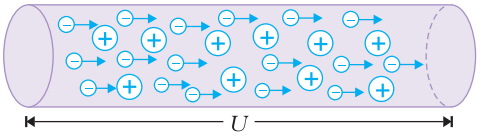


Alguns dispositivos elétricos classificados como resistores são: ferro de passar roupa, ferro de soldar, chuveiro elétrico, lâmpada incandescente, etc.



2. Resistência Elétrica

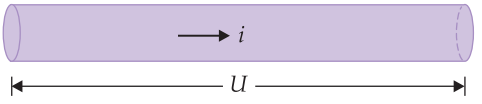
A resistência elétrica (R) é uma medida da oposição ao movimento dos portadores de carga, ou seja, a resistência elétrica representa a dificuldade que os portadores de carga encontram para se movimentarem através do condutor. Quanto maior a mobilidade dos portadores de carga, menor a resistência elétrica do condutor.



Assim, podemos classificar:

1. **Condutor ideal–** Os portadores de carga existentes no condutor não encontram nenhuma oposição ao seu movimento. Dizemos que a resistência elétrica do condutor é nula, o que significa dizer que existe uma alta mobilidade de portadores de carga.
2. **Isolante ideal–** Os portadores de carga existentes estão praticamente fixos, sem nenhuma mobilidade. Dizemos, neste caso, que a resistência elétrica é infinita.

Consideremos um condutor submetido a uma diferença de potencial (ddp), no qual se estabelece uma corrente elétrica.



Seja ***U*** a diferença de potencial aplicada e ***i*** a intensidade de corrente elétrica por meio do condutor.

Definimos:

Resistência elétrica (*R*) é a relação entre a ddp aplicada (*U*) e a correspondente intensidade de corrente elétrica (*i*).

Assim: $R = \frac{U}{i}$

Unidade de resistência elétrica no Sistema Internacional

$$\frac{\text{volt (V)}}{\text{ampère(A)}} = \text{ohm}(\Omega)$$

A resistência elétrica é uma característica do condutor, portanto, depende do material de que é feito o mesmo, de sua forma e dimensões e também da temperatura a que está submetido o condutor. Posteriormente, esses itens serão analisados mais detalhadamente.

3. Primeira Lei de Ohm

A primeira lei de Ohm estabelece a correspondência entre a tensão e a intensidade de corrente elétrica para resistores de resistência constante.

Um resistor, submetido a diferentes tensões, apresenta correntes elétricas com diferentes intensidades.

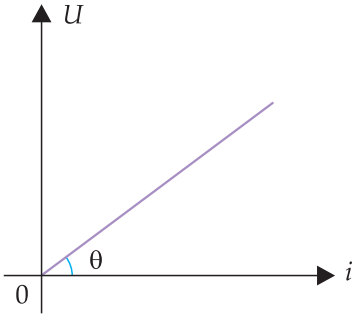
U	U_1	U_2	.....	U_n
i	i_1	i_2	.....	i_n

Dizemos que um condutor obedece à primeira lei de Ohm quando ele apresenta uma resistência elétrica constante, quaisquer que sejam U e i.

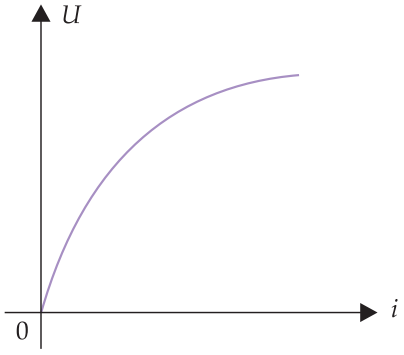
$$R = \frac{U_1}{i_1} = \frac{U_2}{i_2} = \ldots = \frac{U_n}{i_n}$$

Nessas condições, o condutor recebe o nome de **condutor ôhmico**.

Nos condutores ôhmicos, a intensidade de corrente elétrica é diretamente proporcional à ddp aplicada. Assim, a curva característica de um condutor ôhmico é uma reta inclinada em relação aos eixos U e i; passando pela origem (0 ; 0).



Por outro lado, os condutores, para os quais a relação U/i não é constante, são chamados de **condutores não-ôhmicos.** A relação entre a intensidade de corrente elétrica e a ddp não obedece a nenhuma relação específica, e sua representação gráfica pode ser qualquer tipo de curva, exceto uma reta.



Exercício Resolvido

01.A tabela abaixo apresenta os resultados obtidos com medidas de intensidade de corrente elétrica e ddp em dois condutores diferentes.

Condutor 1		Condutor 2	
i (A)	U (V)	i (A)	U (V)
0	0	0	0
0,5	2,18	0,5	3,70
1,0	4,36	1,0	6,18
2,0	8,72	2,0	9,16
4,0	17,44	4,0	11,44

Com base na tabela, verifique se os condutores são ou não ôhmicos.

Resolução

Para verificarmos se os condutores são ou não ôhmicos, devemos determinar a relação $R = \frac{U}{i}$ *em todos os pontos. Assim, temos:*

$$\text{condutor 1} \Rightarrow \frac{2,18}{0,5} = \frac{4,36}{1,0} = \frac{8,72}{2,0} = \frac{17,44}{4,0}$$

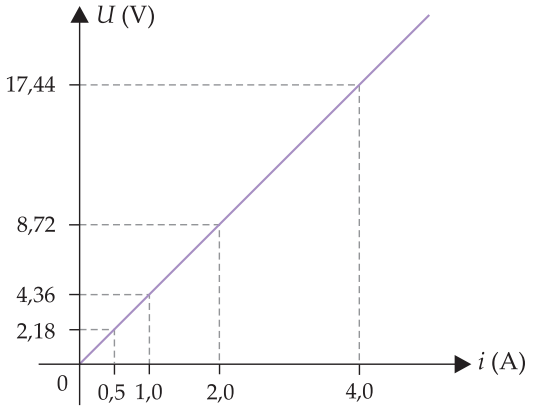
$R = 4,36\ \Omega$ *constante*

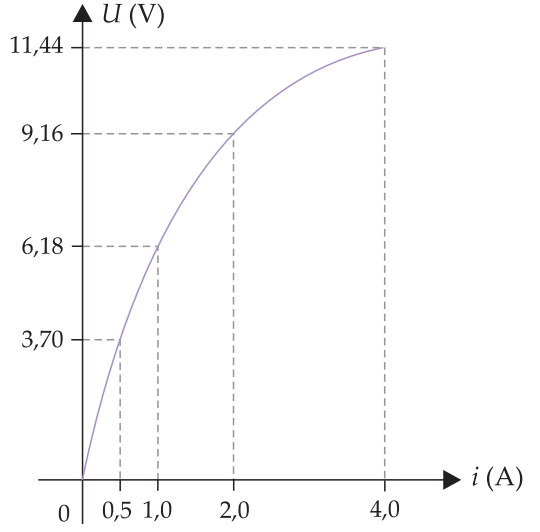
$$\text{condutor 2} \Rightarrow \frac{3,70}{0,5} \neq \frac{6,18}{1,0} \neq \frac{9,16}{2,0} \neq \frac{11,44}{4,0}$$

$R = 7,40\ \Omega ; 6,18\ \Omega ; 4,58\Omega ; 2,86\Omega$ *variável*

Portanto, o ***condutor 1*** *é ôhmico para o intervalo de intensidade de corrente elétrica de 0 a 4 A, enquanto o* ***condutor 2*** *não é ôhmico.*

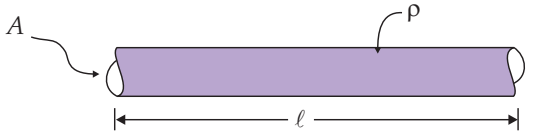
Seus respectivos gráficos estão representados nas figuras abaixo:





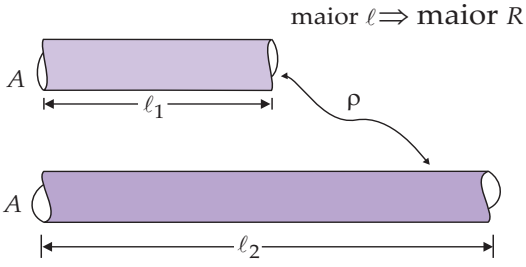
4. Segunda Lei de Ohm

Para condutores em forma de fios, verificamos, experimentalmente, que a resistência elétrica do condutor depende do comprimento do fio (ℓ), da área de sua secção transversal (A) e do tipo de material que constitui o condutor (ρ).

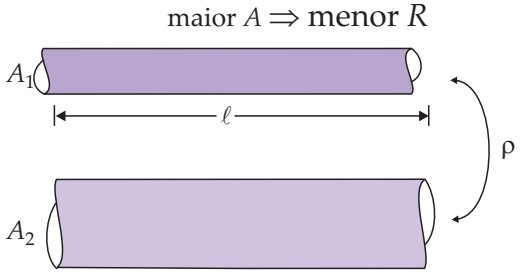


Analisando, separadamente, cada uma dessas dependências, temos:

1) a resistência elétrica R é diretamente proporcional ao comprimento ℓ do fio;



2) a resistência elétrica é inversamente proporcional à área da secção transversal do fio.



Com base nas análises acima, podemos escrever que:

$$R = \rho \cdot \frac{\ell}{A}$$

Onde ρ é o fator de proporcionalidade (uma grandeza característica do material com que é feito o condutor, denominada **resistividade**, que só depende da temperatura, não dependendo da forma ou dimensão do condutor).

No Sistema Internacional, temos as seguintes unidades:

$$\left.\begin{array}{l} R \Rightarrow \text{ohm } (\Omega) \\ \ell \Rightarrow \text{metro (m)} \\ A = \text{m}^2 \end{array}\right\} \rho \Rightarrow \Omega \cdot \text{m}$$

Algumas Resistividade a 20 °C (Ωm)

Alumínio	$2{,}8 \cdot 10^{-8}$
Cobre	$1{,}7 \cdot 10^{-8}$
Ferro	$10 \cdot 10^{-8}$
Mercúrio	$96 \cdot 10^{-8}$
Carbono	$3\,500 \cdot 10^{-8}$

Âmbar	$5 \cdot 10^{14}$
Enxofre	$1 \cdot 10^{15}$
Germânio	0,45
Silício	640

5. Aplicações de Resistores

5.1. Reostatos

Por definição, reostatos são dispositivos tais que podemos variar a sua forma ou as suas dimensões, de modo a obter uma resistência variável.

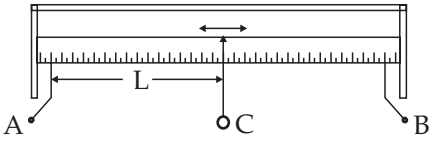
Os reostatos podem ser divididos em duas classes.

I. Variação Contínua

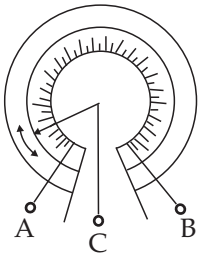
O reostato de variação contínua, comumente denominado potenciômetro, apresenta uma resistência que pode assumir qualquer valor entre zero e um, dado o valor máximo específico. Este tipo de reostato é constituído basicamente por um condutor de um determinado comprimento e um cursor que se move ao longo do condutor. Nestas condições, variando-se a posição do cursor, variamos o comprimento do condutor e, portanto, a sua resistência elétrica.

Exemplos

a) Potenciômetro Linear



b) Potenciômetro Circular

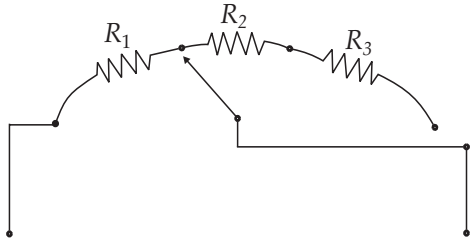


Como o cursor C pode variar ao longo do resistor de A até B, ao ligarmos o circuito nos pontos A e C, obtemos uma resistência variável com o comprimento do resistor.

II. Variação Descontínua

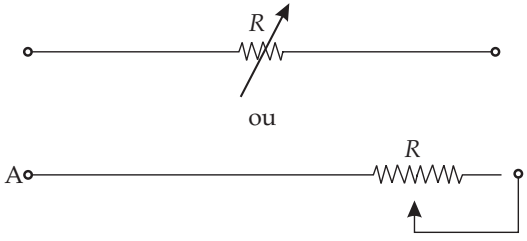
O reostato de variação descontínua somente pode assumir determinados valores decorrentes do fato de sua construção ser feita a partir de um conjunto de resistores com resistências bem determinadas.

Exemplo



A variação se dá em função da mudança do número de resistores associados ao circuito.

Nos circuitos elétricos, os reostatos são representados conforme as figuras abaixo:

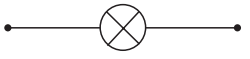


5.2. Lâmpadas Incandescentes

As lâmpadas de incandescência são as lâmpadas de filamento, criadas no século passado pelo americano Thomas Edison.

Os filamentos destas lâmpadas são geralmente de tungstênio, o qual permite um aquecimento até temperaturas muito altas, da ordem de 2 500 °C, sem atingir o ponto de fusão. Portanto, nessas lâmpadas, temos o efeito Joule (transformação de energia elétrica em energia térmica) e, quando a temperatura ultrapassa 500 °C, aproximadamente, o filamento da lâmpada começa a irradiar luz.

Normalmente, nos circuitos elétricos, as lâmpadas são representadas pelo símbolo indicado na figura abaixo:



5.3. Fusíveis Elétricos

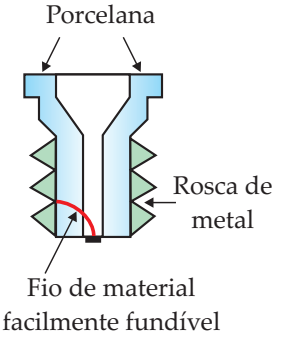
O fusível elétrico é um elemento utilizado nos circuitos elétricos como segurança. Trata-se de um condutor (resistor) que age como um elemento de proteção aos demais elementos de um circuito. Para isto, o fusível suporta, no máximo, um determinado valor de corrente elétrica; acima deste valor, o calor produzido por efeito Joule é tal que funde (derrete) o fusível.

O material empregado nos fusíveis tem, em geral, baixa temperatura de fusão. Alguns materiais utilizados são: o chumbo, que apresenta temperatura de fusão da ordem de 327 °C; o estanho, com temperatura de fusão da ordem de 232 °C; ou ligas desses metais.

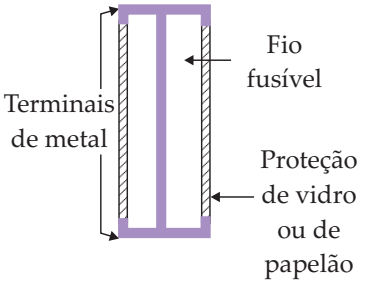
O fio de metal é montado em um cartucho ou em uma peça de porcelana. O fusível é construído de maneira a suportar a corrente máxima exigida por um circuito para o seu funcionamento. Assim, podemos ter fusíveis de 1 A ; 2 A ; 10 A ; 30 A, etc.

Em circuitos elétricos, os fusíveis são representados pelo símbolo a seguir:

Fusível de rosca



Fusível de cartucho



Exercício Resolvido

No comércio, os fios condutores são conhecidos por números de determinada escala. A mais usada é a AWG (*American Wire Gage*). Um fio muito usado em instalações domiciliares é o número 12 AWG. Sua secção reta é de 3,3 mm^2. A resistividade do cobre é de $1{,}7 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot m$, sendo $\alpha = 4 \cdot 10^{-3}\ °C^{-1}$, ambos a 20 °C.

a) Determine a resistência elétrica de 200 m desse fio a 20 °C.

b) Qual a resistência elétrica desse fio a 100 °C?

Resolução

a) A resistência é dada por $R = \dfrac{\rho \cdot \ell}{A}$. *Assim, temos:*

$$R = \frac{\left(1{,}7 \cdot 10^{-8}\right) \cdot 200}{\left(3{,}3 \cdot 10^{-6}\right)} \Rightarrow R = 1{,}0\ \ \Omega$$

b) A resistência desse fio a 100 °C é dada por:

$R = R_0\,(1 + \alpha \cdot \Delta\theta)$

$R = 1{,}0\,(1 + 4 \cdot 10^{-3} \cdot 80)$

$R = 1{,}32\ \Omega$

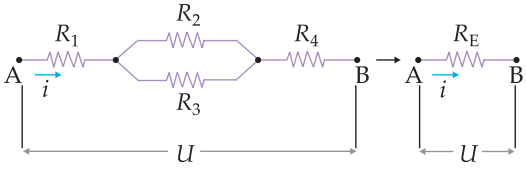
Capítulo 03. Associação de Resistores

1. Introdução

Em trabalhos práticos, é freqüente necessitarmos de um resistor de cujo valor de resistência elétrica não dispomos no momento, ou que não seja fabricado pelas firmas especializadas. Nestes casos, a solução do problema é obtida através da associação de outros resistores com o objetivo de se obter o resistor desejado.

Podemos associar resistores das mais variadas formas, porém daremos um destaque especial, neste capítulo, às associações em série, paralelo e mista.

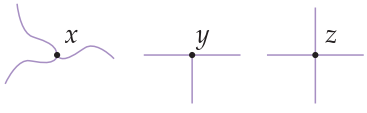
É importante observarmos que, qualquer que seja a associação efetuada, estaremos sempre interessados em obter o **resistor equivalente,** ou seja, obter um resistor único que, colocado entre os mesmos pontos A e B de uma associação, fique sujeito à mesma ddp e seja percorrido por uma corrente de intensidade igual à da associação.



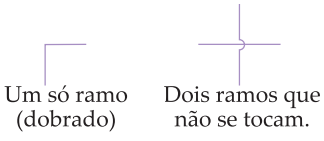
Em circuitos elétricos utiliza-se o conceito de **nó**, que é a junção de três ou mais ramos de circuito.

Exemplos

- São **nós:**



- Não são **nós:**

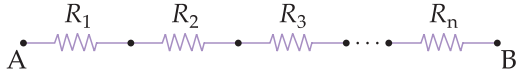


Tal conceito é muito importante no estudo das associações em série e paralelo de elementos de um circuito elétrico.

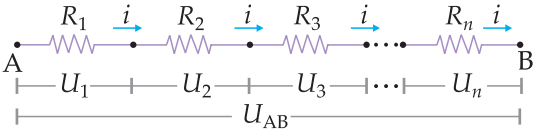
2. Associação em Série

Um conjunto de resistores quaisquer é dito **associado em série** quando todos os resistores forem percorridos pela **mesma corrente elétrica.**

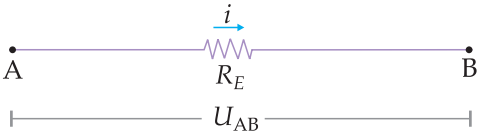
Para que tenhamos uma associação em série, é necessário que os resistores sejam ligados um em seguida ao outro, ou seja, não pode haver nó entre os resistores. A figura abaixo ilustra uma associação em série de *n* resistores.



Para determinarmos o resistor equivalente a uma associação em série de *n* resistores, devemos lembrar que a corrente elétrica é a mesma, tanto para o resistor equivalente quanto para os resistores associados, e que a ddp no resistor equivalente é a soma das ddps em cada resistor associado.



3. Resistor Equivalente



Sendo:

$$U_{AB} = U_1 + U_2 + \ldots + U_n$$

e sendo $U = R\,i$

temos: $R_E \cdot i = R_1 \cdot i + R_2 \cdot i + \ldots + R_n \cdot i$

ou seja:

$$R_E = R_1 + R_2 + \ldots + R_n$$

O resistor equivalente a uma associação em série possui uma resistência elétrica igual à soma das resistências elétricas dos resistores associados e, conseqüentemente, esse valor é maior que o maior dos resistores que compõem a associação.

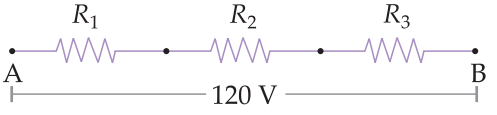
Portanto, **uma associação em série** de resistores apresenta as seguintes propriedades:

1. A corrente elétrica é a mesma em todos os resistores.
2. A ddp nos extremos da associação é igual à soma das ddps em cada resistor.
3. A resistência equivalente é igual à soma das resistências dos resistores associados.
4. O resistor associado que apresentar a maior resistência elétrica estará sujeito à maior ddp.
5. A potência dissipada é maior no resistor de maior resistência elétrica.
6. A potência total consumida é a soma das potências consumidas em cada resistor.

Exercícios Resolvidos

01. Três resistores de resistências elétricas iguais a $R_1 = 20\ \Omega$; $R_2 = 30\ \Omega$ e $R_3 = 10\ \Omega$ estão associados em série e 120 V é aplicado à associação. Determinar:

a) a resistência do resistor equivalente;
b) a corrente elétrica em cada resistor;
c) a voltagem em cada resistor;
d) a potência total consumida pelos resistores.



Resolução

a) $R_E = R_1 + R_2 + R_3$

$R_E = 20 + 30 + 10 \Rightarrow R_E = 60\ \Omega$

b) $U = R_E \cdot i \Rightarrow 120 = 60 \cdot i \Rightarrow i = 2A$

para todos os resistores.

c) $U_1 = R_1 \cdot i \Rightarrow U_1 = 20 \cdot 2 \Rightarrow U_1 = 40\ V$

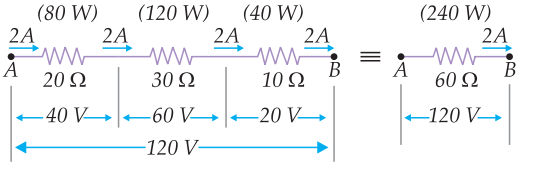
$U_2 = R_2 \cdot i \Rightarrow U_2 = 30 \cdot 2 \Rightarrow U_2 = 60\ V$

$U_3 = R_3 \cdot i \Rightarrow U_3 = 10 \cdot 2 \Rightarrow U_3 = 20\ V$

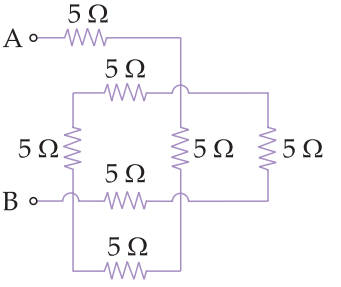
d) $P_T = P_1 + P_2 + P_3$

$\Rightarrow P_T = U_1 \cdot i + U_2 \cdot i + U_3 \cdot i$

$P_T = (40 + 60 + 20) \cdot 2 \Rightarrow P_T = 240\ W$



02. Dada a associação, determine o resistor equivalente.



Resolução

Como não há nó entre os resistores, eles estão todos em série e, por serem iguais, a resistência equivalente é:

$$R_E = n \cdot R \Rightarrow R_E = 7 \cdot 5$$

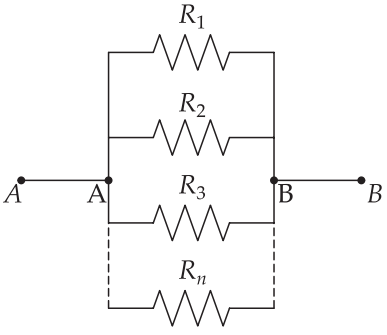
$$\boxed{R_E = 35\ \Omega}$$

onde $\boldsymbol{n = 7}$ *é o número de resistores.*

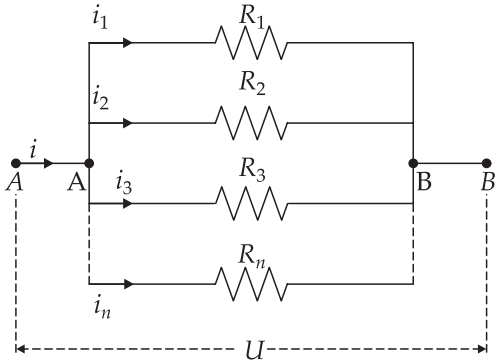
4. Associação em Paralelo

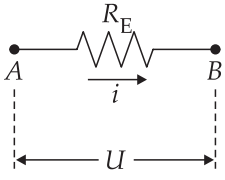
Um conjunto de resistores quaisquer é dito **associado em paralelo** quando todos os resistores estiverem submetidos à **mesma diferença de potencial.**

Para que isso aconteça, todos os resistores devem ser ligados aos mesmos nós A e B, conforme a figura abaixo.



Para determinarmos o resistor equivalente a uma associação de *n* resistores em paralelo, devemos nos lembrar de que todos os resistores estão submetidos à mesma ddp e que a corrente elétrica total da associação é a soma das correntes elétricas em cada resistor.





Sendo:

$$i_T = i_1 + i_2 + ... + i_n \Rightarrow i = \frac{U}{R}$$

temos: $\frac{U}{R_E} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \ldots + \frac{U}{R_n}$

ou seja: $\frac{1}{R_E} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n}$

ou , de modo geral: $\frac{1}{R_E} = \Sigma \ \frac{1}{R}$

O resistor equivalente apresenta uma resistência elétrica cujo inverso é igual à soma dos inversos das resistências dos resistores que compõem a associação e, conseqüentemente, a resistência do resistor equivalente é menor que a menor das resistências associadas.

Casos Particulares:

1. No caso dos *n* resistores apresentarem a **mesma resistência**, ou seja, $R_1 = R_2 = ... = R_n = R$, o resistor equivalente terá uma resistência dada por:

$$R_E = \frac{R}{n}$$

2. Se a associação é composta por apenas **dois resistores R_1 e R_2**, o resistor equivalente é dado por:

$$\frac{1}{R_E} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow \frac{1}{R_E} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2}$$

ou

$$R_E = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

ou seja, a resistência equivalente é dada pelo produto dividido pela soma das resistências dos resistores associados.

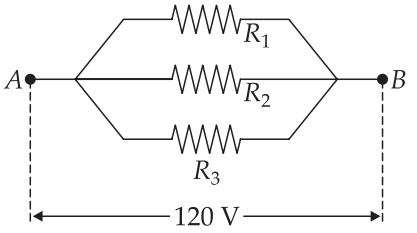
Portanto, **uma associação em paralelo** apresenta as seguintes propriedades:

1. a ddp (voltagens) é a mesma para todos os resistores;
2. a corrente elétrica total da associação é a soma das correntes elétricas em cada resistor;
3. o inverso da resistência equivalente é igual à soma dos inversos das resistências associadas;
4. a corrente elétrica é inversamente proporcional à resistência elétrica, ou seja, na maior resistência passa a menor corrente elétrica;
5. a potência elétrica é inversamente proporcional à resistência elétrica, portanto, no maior resistor temos a menor dissipação de energia;
6. a potência total consumida é a soma das potências consumidas em cada resistor.

Exercícios Resolvidos

01. Três resistores de resistências elétricas iguais a $R_1 = 60\ \Omega$; $R_2 = 30\ \Omega$ e $R_3 = 20\ \Omega$ estão associados em paralelo, sendo a ddp da associação igual a 120 V. Determinar:

a) a resistência do resistor equivalente à associação;
b) a corrente elétrica em cada resistor;
c) a potência total dissipada pela associação.



Resolução

a) $\frac{1}{R_E} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$

$\frac{1}{R_E} = \frac{1}{60} + \frac{1}{30} + \frac{1}{20} \Rightarrow \frac{1}{R_E} = \frac{(1+2+3)}{60}$

$R_E = 10\,\Omega$

b) Em paralelo, a ddp é a mesma em todos os resistores:

$$i_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{120}{60} \Rightarrow i_1 = 2\ A$$

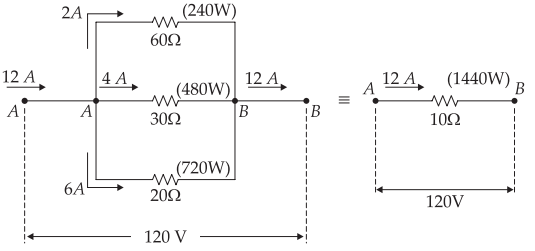
$$i_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{120}{30} \Rightarrow i_2 = 4\ A$$

$$i_3 = \frac{U}{R_3} = \frac{120}{20} \Rightarrow i_3 = 6\ A$$

c) $P_T = P_1 + P_2 + P_3 \Rightarrow$

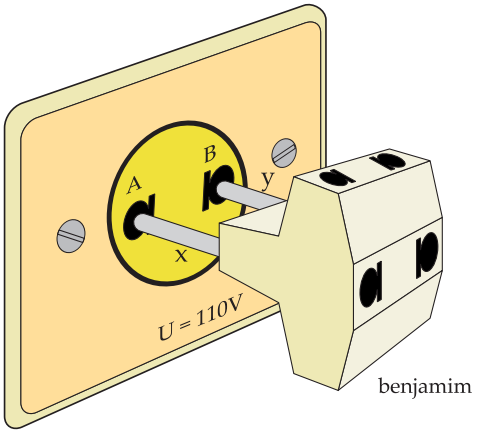
$\Rightarrow P_T = U \cdot i_1 + U \cdot i_2 + U \cdot i_3$

$P_T = 120\ (2 + 4 + 6) \Rightarrow P_T = 1\,440\ W$



02. Utilizando-se um "benjamim" ligam-se numa mesma tomada de 110 V:

- uma lâmpada de 22 Ω
- um aquecedor de 1 100 W
- um ferro elétrico de 1 650 W

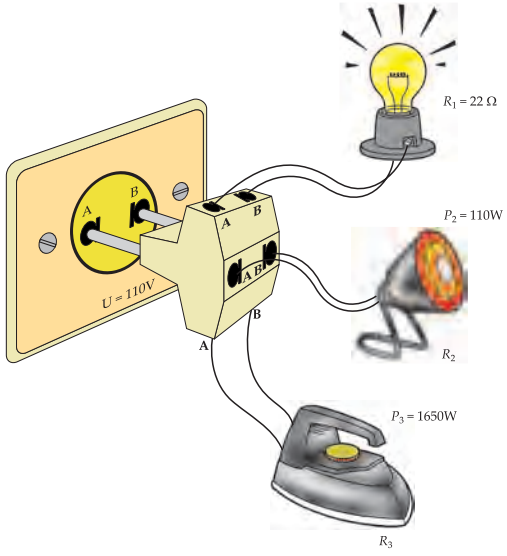


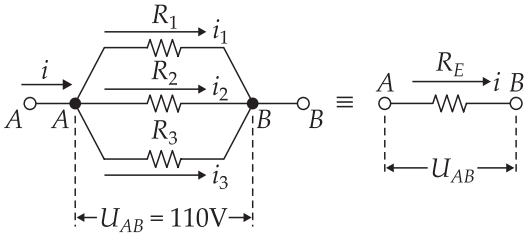
Determine:

a) a corrente elétrica em cada elemento;
b) a corrente elétrica no pino X do benjamim;

c) o tipo de associação formada pelos elementos e a resistência equivalente da associação.

Resolução





a) $i_1 = \dfrac{U_{AB}}{R_1} \Rightarrow i_1 = \dfrac{110}{22} \Rightarrow \boxed{i_1 = 5A}$

$$P_2 = U_{AB} \cdot i_2 \Rightarrow i_2 = \frac{P_2}{U_{AB}} = \frac{1100}{110}$$

$$\boxed{i_2 = 10\ A}$$

$$P_3 = U_{AB} \cdot i_3 \Rightarrow i_3 = \frac{P_3}{U_{AB}} = \frac{1650}{110}$$

$$\boxed{i_3 = 15\ A}$$

*b) A corrente no pino **X** é a corrente que entra por A e sai por B:*

$i = i_1 + i_2 + i_3 \Rightarrow i = 5 + 10 + 15$

$$\boxed{i = 30\ A}$$

*c) Por estarem todas ligadas aos mesmos **nós** A e B e, portanto, sujeitos à mesma ddp U_{AB} de 110 V, eles estão associados em paralelo.*

No resistor equivalente temos:

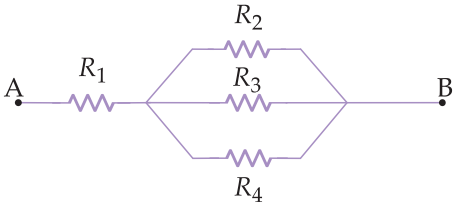
$U_{AB} = 110V$ *e* $i = 30\ A$

logo, a resistência equivalente da associação é:

$$R_E = \frac{U_{AB}}{i} = \frac{110}{30} \Rightarrow \boxed{R_E \cong 3{,}7\ \Omega}$$

5. Associação Mista

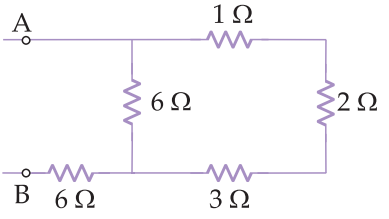
Denominamos associação mista de resistores toda associação que pode ser reduzida à associação em série e em paralelo.



Para calcularmos o resistor equivalente a uma associação mista, devemos resolver as associações singulares (série ou paralelo) que estão evidentes e, a seguir, simplificar o circuito até uma única ligação singular.

6. Cálculo da Resistência Equivalente em uma Associação Mista

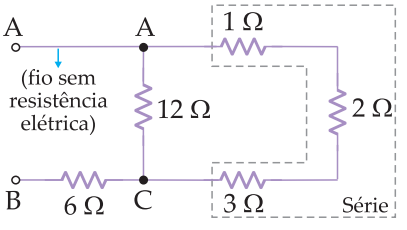
Consideremos a associação:



Para resolvermos esta associação, devemos proceder do seguinte modo:

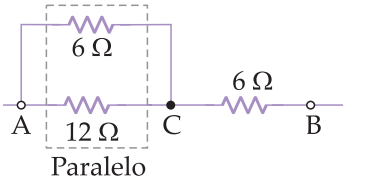
1. Identificamos e nomeamos todos os **nós** da associação, tomando o cuidado para denominar com a mesma letra aqueles **nós** que estiverem ligados por um fio sem resistência elétrica, pois representam pontos que estão ao mesmo potencial elétrico.

Dessa forma já percebemos os resistores em série ou em paralelo.

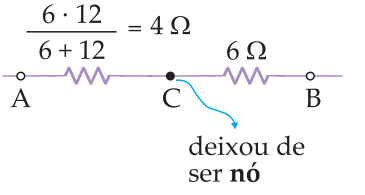


2. Lançamos numa mesma reta: os terminais da associação, que ocuparão os extremos, e os **nós** encontrados, que ficarão entre estes.

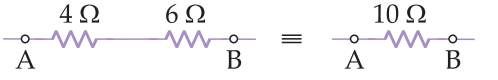
3. Redesenhamos os resistores nessa reta, já substituindo aqueles em série ou em paralelo pelos respectivos resistores equivalentes, tomando cuidado para fazê-lo nos terminais (letras) corretos.



Paralelo



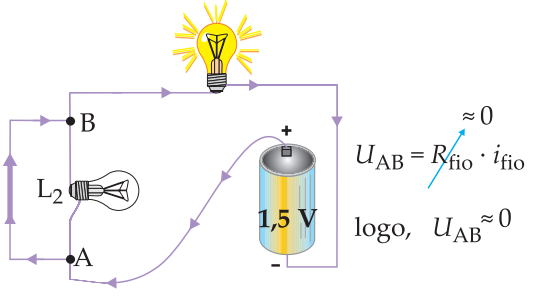
4. Prosseguimos dessa forma até chegar a um único resistor, que é o resistor equivalente da associação.



7. Curto-Circuito

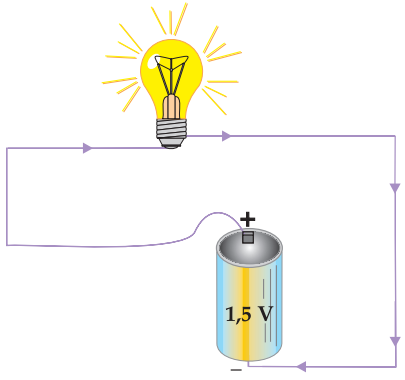
Dizemos que um elemento de um circuito está em **curto-circuito** quando ele está sujeito a uma **diferença de potencial** nula.

Exemplo



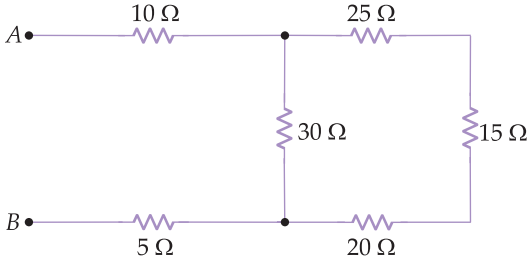
No circuito acima, a lâmpada L_2 está em curto-circuito, pois ela está ligada nos terminais A e B, que apresentam ddp nula devido estarem ligados por um fio ideal. Portanto, a lâmpada L_2 está apagada, por não passar corrente elétrica através dela. A corrente elétrica, ao chegar ao ponto A, passa totalmente pelo fio ideal (sem resistência elétrica).

Nessas condições, o circuito dado pode ser representado pela figura a seguir.

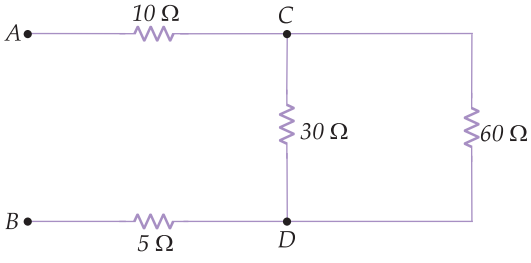


Exercícios Resolvidos

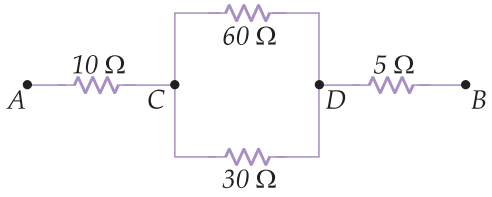
01. Determine a resistência equivalente da associação a seguir.



Resolução: *Resolvemos inicialmente os resistores associados em série: 25* **Ω** *; 15* **Ω** *e 20* **Ω**.



Entre os terminais A e B, temos dois nós que, na figura anterior, receberam a denominação de C e D. Lançando todos os pontos A, B, C e D numa reta e lembrando que A e B são os extremos, temos:

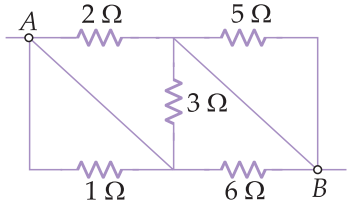


Resolvendo a associação em paralelo entre os resistores de 30 **Ω** *e 60* **Ω** *, temos:*

Finalmente, associamos os três resistores em série, obtendo a resistência equivalente:

$R_E = 35\ \Omega$

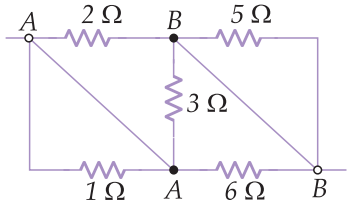
02. A figura representa uma associação mista de resistores, cujas resistências elétricas estão indicadas.



a) Existe algum resistor em curto-circuito?

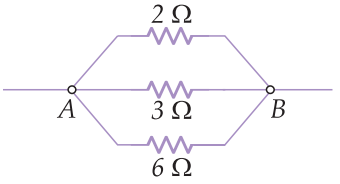
b) Determine a resistência equivalente entre A e B.

Resolução: *Determinemos os* ***nós****:*



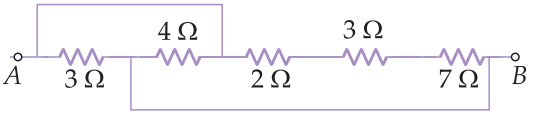
a) Os resistores de 1 **Ω** *e 5* **Ω** *têm nos seus terminais as mesmas letras (AA e BB, respectivamente), portanto estão em curto-circuito e podem ser retirados do circuito sem que nada se altere.*

b) Os resistores de 2 Ω, 3 Ω e 6 Ω têm seus terminais ligados aos mesmos ***nós*** *(A e B), logo estão em paralelo e podemos representá-los assim:*

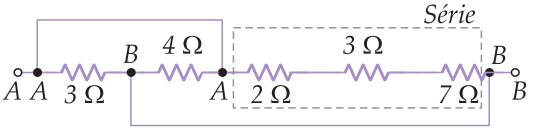


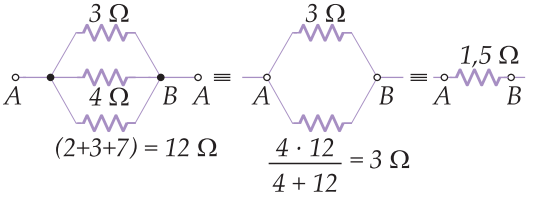
e o resistor equivalente é:

03. Determine a resistência equivalente da associação abaixo.



Resolução: *Determinemos os* ***nós****.*

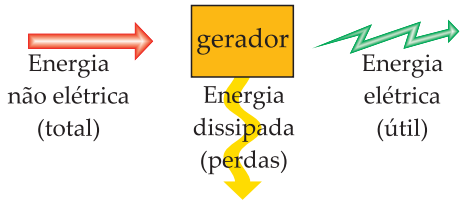




Capítulo 04. Geradores Elétricos

1. Definição

Denominamos gerador elétrico todo dispositivo capaz de transformar energia não elétrica em energia elétrica.



Conforme o tipo de energia não elétrica a ser transformada em elétrica, podemos classificar os geradores em:

– mecânicos (usinas hidrelétricas)

– térmicos (usinas térmicas)

– nucleares (usinas nucleares)

– químicos (pilhas e baterias)

– foto-voltaicos (bateria solar)

– eólicos (energia dos ventos)

É importante salientar que o gerador não gera carga elétrica, mas somente fornece a essas cargas a energia elétrica obtida a partir de outras formas de energia.

Sendo

ε_T = energia elétrica ou **total**,

ε_U = energia elétrica ou **útil**,

ε_D = energia dissipada,

pelo princípio da conservação de energia, temos:

$$\varepsilon_T = \varepsilon_U + \varepsilon_D$$

Como , onde é o intervalo de tempo em que o gerador transformou energia, podemos escrever, em termos de potência:

$$P_T = P_U + P_D$$

2. Força Eletromotriz (fem) de um Gerador

Para os geradores usuais, a potência total (P_T) ou não elétrica é diretamente proporcional à corrente elétrica que o atravessa, assim:

$$\frac{P_T}{i} = \text{constante}.$$

A essa constante dá-se o nome de força eletromotriz (E) do gerador.

$$E = \frac{P_T}{i} \Rightarrow P_T = E \cdot i$$

Observe que a unidade de força eletromotriz é o volt (V), pois $1\,V = \frac{1\,W}{1\,A}$

Quando lemos numa pilha o valor 1,5 V, devemos interpretar que, para cada unidade de carga elétrica (1 C) que a atravessa, 1,5 J de energia química (não elétrica) são transformados em energia elétrica e em energia dissipada.

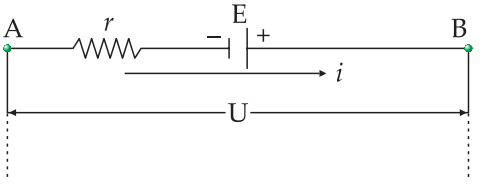
3. Resistência Interna do Gerador

Quando um gerador está ligado num circuito, as cargas elétricas que o atravessam deslocam-se para o pólo (terminal) onde chegarão com maior energia elétrica do que possuíam no pólo (terminal) de entrada.

Acontece que, durante essa travessia, as cargas "chocam-se" com partículas existentes no gerador, perdendo parte dessa energia sob a forma de calor, por efeito Joule, como num resistor.

A essa resistência à passagem das cargas pelo gerador damos o nome de "resistência interna (r)" do gerador.

4. Representação de um Gerador



5. Equação Característica do Gerador

Um bipolo qualquer que estivesse ligado aos terminais A e B do gerador (pólos negativo e positivo, respectivamente) estaria submetido à ddp **U** e percorrido pela corrente elétrica **i**.

A potência elétrica (útil) que estaria utilizando seria:

$$P_U = U \cdot i$$

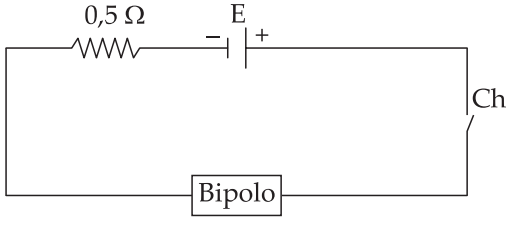
Na resistência interna do gerador, a potência dissipada seria: $P_D = r \cdot i^2$

Como $P_T = P_U + P_D$, então $E \cdot i = U \cdot i + r \cdot i^2$

Logo $U = E - r \cdot i$ Equação característica do gerador

Exercícios Resolvidos

01. O bipolo da figura desenvolve uma potência elétrica de 40 W, quando fechamos a chave Ch do circuito. Sabendo que nessa situação a ddp nos seus terminais é 10 V, determine:



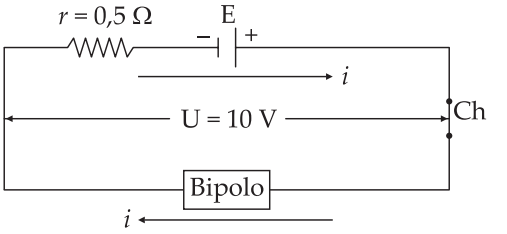
a) a corrente elétrica no gerador;

b) a potência dissipada em sua resistência interna;

c) a força eletromotriz do gerador.

Resolução

Fechando a chave Ch



a) $P_U = U \cdot i$

$40 = 10 \cdot i$

$i = 4\ A$

b) $P_D = r \cdot i^2$ *no gerador, logo* $P_D = 0{,}5 \cdot 4^2$

$P_D = 8\ W$

c) Sendo $U = E - r \cdot i$

$10 = E - 0{,}5 \cdot 4$

$E = 12\ V$

02. Um estudante mediu os valores da ddp nos terminais de um gerador e os correspondentes valores da corrente elétrica que o atravessava, obtendo a tabela abaixo.

Determine a força eletromotriz e a resistência elétrica desse gerador.

U (V)	98	94	80
i (A)	1	3	10

Resolução

Da equação característica do gerador: $U = E - r \cdot i$ *obtemos as equações abaixo, utilizando valores da tabela, e montamos o sistema:*

$$\begin{cases} 98 = E - r \cdot 1 \\ 80 = E - r \cdot 10 \end{cases} \xrightarrow{\times(-1)} \begin{cases} 98 = E - r \cdot 1 \\ -80 = -E + r \cdot 10 \end{cases} +$$

$$18 = r \cdot 9$$

$r = \dfrac{18}{9} \Rightarrow r = 2\Omega$ e

$80 = E - 2 \cdot 10 \Rightarrow E = 100\text{V}$

6. Rendimento do Gerador

O rendimento elétrico de um gerador é o quociente entre a potência elétrica (útil) P_U e a potência não elétrica (total) P_T.

$$\eta = \frac{P_u}{P_T} \text{ ou } \eta = \frac{U \cdot i}{E \cdot i} \Rightarrow \boxed{\eta = \frac{U}{E}}$$

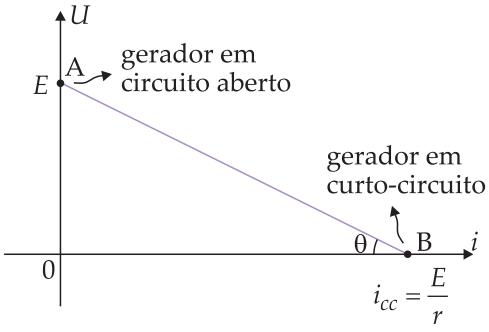
em que $0 \leq \eta \leq 1$

Em porcentagem fica: $\eta_{\%} = \eta \cdot 100\%$

7. Curva Característica de um Gerador

Da equação do gerador: $U = E - r \cdot i$

O gráfico $U = f(i)$ para o gerador, fica:



Note que $\text{tg}\,\theta = \frac{E}{i_{cc}} = \frac{E}{E/r}$

$\boxed{\text{tg}\,\theta = r} \Rightarrow$ para escalas iguais nos eixos.

O ponto *A* do gráfico representa a situação de circuito aberto para o gerador.

Nesse caso:

$i = 0 \Rightarrow U = E - r \cdot (0) \Rightarrow \boxed{U = E}$

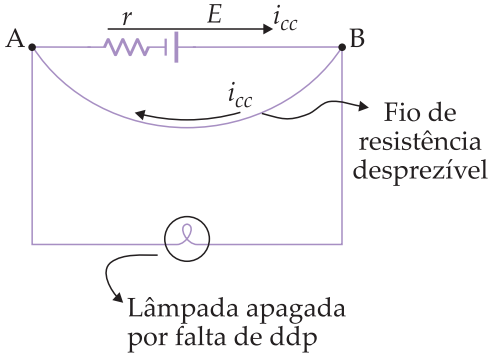
O ponto *B* representa a situação em que o gerador foi colocado em curto-circuito (liga-se um fio de resistência elétrica desprezível aos seus terminais).

Nesse caso:

$U = 0 \Rightarrow 0 = E - r \cdot i_{cc} \Rightarrow r \cdot i_{cc} = E$

$\boxed{i_{cc} = \frac{E}{r}}$ denominada corrente de curto-circuito.

Como $P_U = \overset{0}{\cancel{U}} \cdot i_{cc} = 0$ então $\boxed{P_T = P_D}$ e o gerador irá queimar.



Observação — Não se define rendimento para um gerador em circuito aberto, pois não está havendo transformação de energia.

No caso do gerador em curto-circuito:

$$\eta = \frac{\overset{0}{\cancel{P_U}}}{P_T} \quad \text{Logo } \boxed{\eta = 0}$$

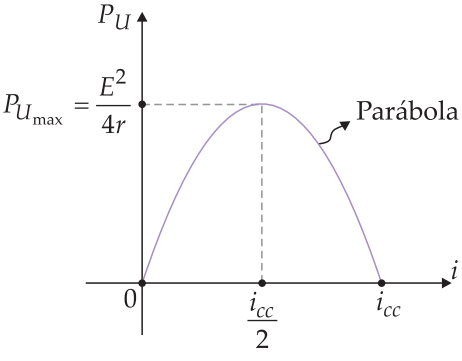
8. Estudo da Potência Elétrica

Estudo da potência elétrica (útil) lançada por um gerador num circuito.

Sendo $P_T = P_U + P_D \Rightarrow P_U = P_T - P_D$,

ou seja, $P_U = E \cdot i - r \cdot i^2$,

construímos o gráfico:



A máxima potência lançada ocorre quando $i = \frac{i_{cc}}{2} = \frac{E}{2r}$.

Nessa condição, temos:

a) $U = E - r\left(\frac{E}{2r}\right) \Rightarrow U = \frac{E}{2} \Rightarrow$

$\frac{U}{E} = \frac{1}{2} \Rightarrow \eta = 0{,}5$ *ou* $\boxed{\eta_{\%} = 50\%}$

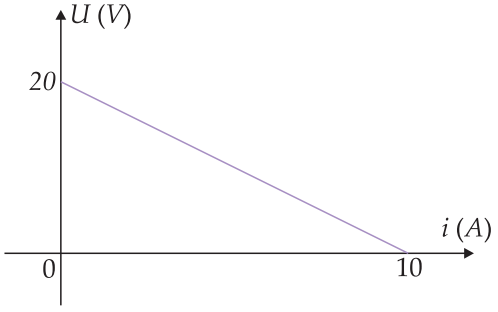
b) $P_{U_{máx.}} = U \cdot i = \frac{E}{2} \cdot \frac{E}{2r} \Rightarrow \boxed{P_{U_{máx.}} = \frac{E^2}{4r}}$

Exercícios Resolvidos

01. O gráfico representa um gerador que, quando ligado a um circuito, tem rendimento de 80%.

Para essa situação, determine:

a) a f.e.m. do gerador.
b) sua resistência interna.
c) a ddp nos seus terminais.
d) a corrente elétrica que o atravessa.



Resolução

a) Do gráfico, temos $\boxed{E = 20V}$

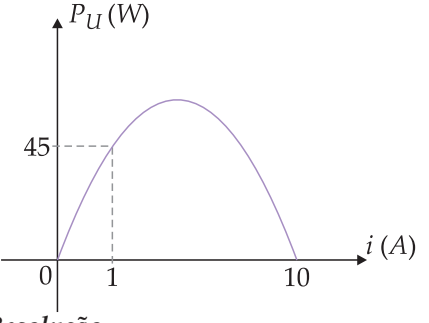
b) Sendo $i_{cc} = \frac{E}{r}$ *e como* $i_{cc} = 10A$,

então $\frac{20}{r} = 10 \Rightarrow \boxed{r = 2\,\Omega}$

c) $\eta = \frac{U}{E} \Rightarrow 0{,}8 = \frac{U}{20} \Rightarrow \boxed{U = 16\ V}$

d) $U = E - r \cdot i \Rightarrow 16 = 20 - 2 \cdot i \Rightarrow$
$2 \cdot i = 4 \Rightarrow \boxed{i = 2A}$

02. Dado o gráfico P_u x i, representativo da potência elétrica lançada por um gerador, em função da corrente que o atravessa, determine seu rendimento quando $i = 1A$.



Resolução

Do gráfico, temos: $i_{cc} = \frac{E}{r} = 10 \Rightarrow E = 10r$ *e*

$P_U = U \cdot i \Rightarrow 45 = U \cdot 1 \Rightarrow \boxed{U = 45\ V}$,

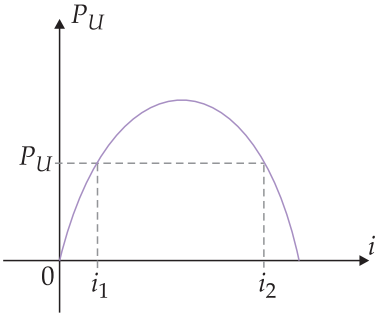
mas $U = E - r \cdot i \Rightarrow 45 = 10\,r - r \cdot 1$

$45 = 9\,r \Rightarrow r = 5\,\Omega$ *e* $\boxed{E = 50\ V}$,

Como $\eta = \frac{U}{E} \Rightarrow \eta = \frac{45}{50}$

$\boxed{\eta = 0{,}9}$ *ou* $\boxed{\eta_{\%} = 90\%}$.

03. Dado o gráfico abaixo, demonstre que o rendimento do gerador é maior quando atravessado pela corrente i_1 do que quando atravessado por i_2.



Resolução

$P_U = U \cdot i$, *assim* $P_U = U_1 \cdot i_1 = U_2 \cdot i_2$.

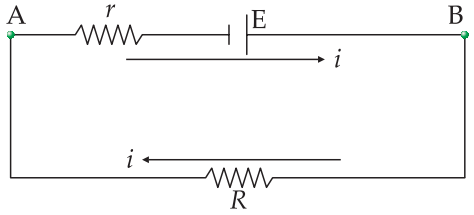
Como $i_1 < i_2$, *então* $U_1 > U_2$.

Sendo $\eta = \frac{U}{E}$, *então* $\frac{U_1}{E} > \frac{U_2}{E}$.

Logo $\boxed{\eta_1 > \eta_2}$

9. Circuito Simples (gerador-resistor)

Um circuito elétrico constituído por um único gerador e um único resistor, a ele ligado, é denominado circuito simples.



Nesse caso, como não há nó, ambos estão em série e a corrente elétrica ***i*** que atravessa o gerador é a mesma que atravessa o resistor de resistência elétrica ***R***.

Sendo,

– no gerador: $U_{AB} = E - r \cdot i$

– no resistor: $U_{AB} = R \cdot i$

Igualando, temos: $R \cdot i = E - r \cdot i \Rightarrow$

$R \cdot i + r \cdot i = E$

$(R + r) \cdot i = E \Rightarrow \boxed{i = \frac{E}{R + r}}$

expressão esta conhecida como lei de Ohm-Pouillett.

Se fizermos um balanço energético, podemos chegar à mesma expressão, pois toda energia não elétrica está sendo dissipada na resistência interna do gerador e na resistência elétrica do resistor.

Assim,

$P_T = E \cdot i$ (não elétrica)

$P_D = r \cdot i^2$ (dissipada internamente no gerador)

$P'_D = R \cdot i^2$ (dissipada no resistor)

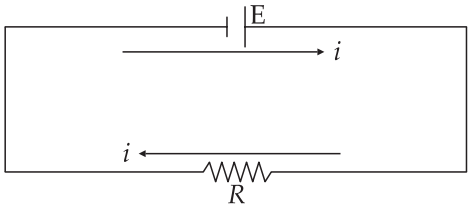
e como $P_T = P'_D + P_D \Rightarrow E \cdot i = R \cdot i^2 + r \cdot i^2$

$E = (R + r) \cdot i \Rightarrow \boxed{i = \frac{E}{R + r}}$

Observação

No caso do gerador ser considerado ideal ($r = 0$), a expressão de Ohm-Pouillett fica:

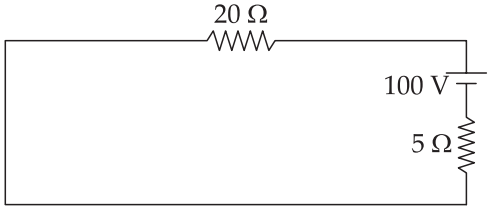
$$\boxed{i = \frac{E}{R}}$$



Da expressão de Ohm-Pouillett, percebemos que, para um dado gerador, a corrente elétrica ***i*** que o atravessa é função exclusiva da resistência elétrica ***R*** do circuito simples ao qual está ligado.

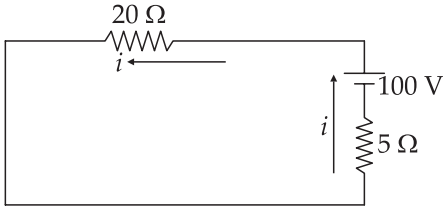
Exercícios Resolvidos

01. Qual a energia não elétrica que o gerador do circuito está transformando, a cada 20 s?



Resolução

Determinemos a corrente no circuito:



$$i = \frac{E}{R + r} = \frac{100}{20 + 5}$$

$$i = \frac{100}{25} \qquad \boxed{i = 4A}$$

Sendo:

$P_T = E \cdot i \Rightarrow P_T = 100 \cdot 4$ $\boxed{P_T = 400\,W}$

Mas $P_T = \dfrac{\varepsilon_T}{\Delta t} \Rightarrow 400 = \dfrac{\varepsilon_T}{20}$

$\varepsilon_T = 8000J \Rightarrow \boxed{\varepsilon_T = 8 \cdot 10^3 J}$ *é a energia não elétrica transformada durante 20 s.*

02. Um reostato (resistor de resistência arbitrariamente variável) é conectado a um gerador, constituindo um circuito simples.

Variou-se o valor da resistência elétrica do reostato e mediu-se a corrente elétrica que o atravessou, obtendo-se a tabela abaixo.

$R\ (\Omega)$	0,5	1,0	1,5	2,0
i (A)	12	8	6	4,8

Determine a fem. (E) do gerador e sua resistência elétrica (r).

Resolução

*Por tratar-se de circuito simples, podemos aplicar a lei de Ohm-Pouillett utilizando os dados da tabela, de modo a obtermos duas equações, pois temos duas incógnitas (*E *e* r*).*

$i = \dfrac{E}{R+r} \Rightarrow i \cdot (R+r) = E$, da tabela:

$12 \cdot (0{,}5 + r) = E \Rightarrow 6 + 12r = E$ (I)

$8 \cdot (1{,}0 + r) = E \Rightarrow 8 + 8r = E$ (II)

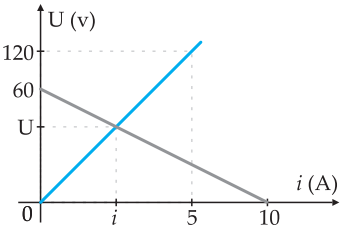
Igualando I e II.

$6 + 12r = 8 + 8r \Rightarrow 4r = 2$ $\boxed{r = 0{,}5\Omega}$ *que substituindo em I fica:*

$6 + 12 \cdot 0{,}5 = E \Rightarrow \boxed{E = 12V}$

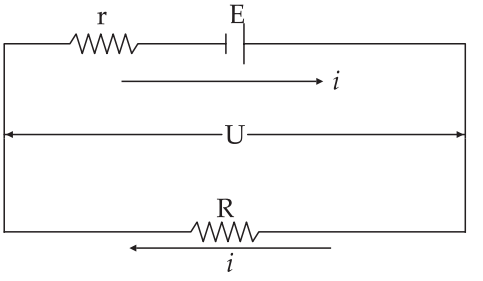
03. Um circuito simples é constituído por um gerador e um resistor, cujas curvas características estão representadas no gráfico abaixo.

Determine os valores de ***i*** e ***U*** no gráfico.



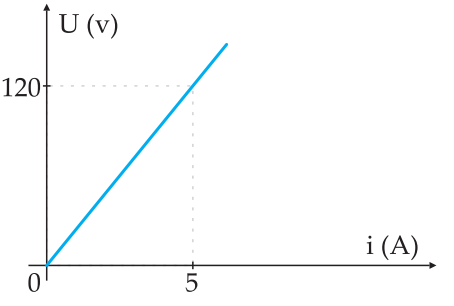
Resolução

No circuito simples:



A ddp **U** *e a corrente* **i** *são as mesmas para o gerador e para o resistor, correspondendo, no gráfico, à intersecção das duas retas, ou seja, os valores solicitados.*

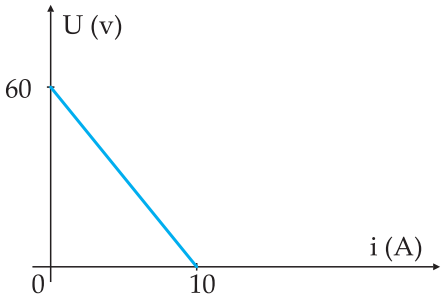
Para o resistor, temos:



$R = \dfrac{U}{i} = \dfrac{120}{5}$

$R = 24\Omega$

Para o gerador, temos:



$$i_{cc} = \frac{E}{r}$$

$$10 = \frac{60}{r} \quad \boxed{r = 6\Omega}$$

Aplicando a expressão de Ohm-Pouillett:

$$i = \frac{E}{R+r} \Rightarrow i = \frac{60}{24+6} \qquad i = \frac{60}{30}$$

$\boxed{i = 2\,A}$ *e como* $U = R \cdot i$ *(no resistor)*

$$U = 24 \cdot 2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{U = 48V}$$

10. Potência Útil Máxima Lançada

Quando, num circuito simples, um gerador estiver lançando P_U máxima, a corrente que o atravessa é $i = \frac{i_{cc}}{2}$, ou seja, $i = \frac{E}{2r}$.

Pela lei de Ohm-Pouillett

$i = \frac{E}{R+r}$, assim temos:

$$i = \frac{E}{R+r} = \frac{E}{2r}$$

logo, $R + r = 2r$

$$R = r$$

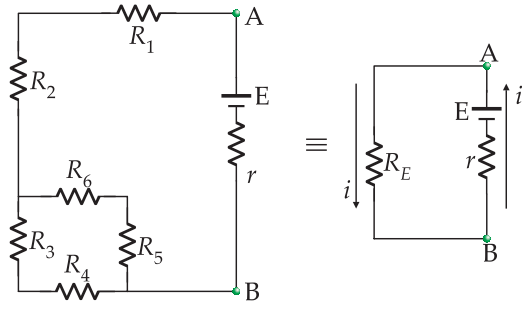
Tal situação, à primeira vista, parece ser interessante pelo fato de o gerador estar lançando a máxima potência útil. Ocorre que em termos de rendimento ela é desfavorável, pois, para fazê-lo, o gerador está consumindo, internamente, metade da energia que ele transforma, já que seu rendimento é de 50%.

11. Circuitos Não Simples

Na maioria das vezes os circuitos apresentam mais de um resistor e um único gerador, tornando-se um circuito "não simples".

Para utilizarmos a lei de Ohm-Pouillett devemos transformá-lo num circuito simples, substituindo os resistores (que nesse caso constituem uma associação) pelo resistor equivalente R_E.

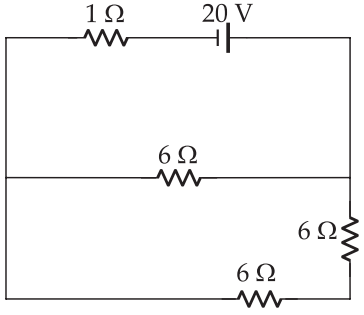
Assim, podemos escrever:



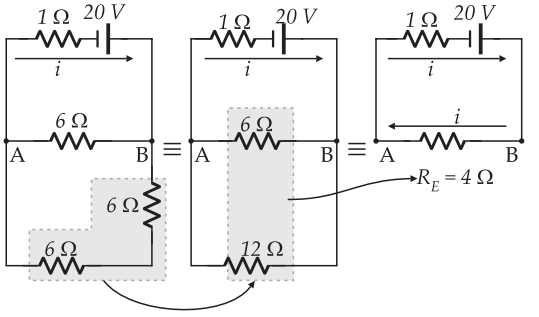
$$\boxed{i = \frac{E}{R_E + r}}$$

Exercícios Resolvidos

01. Dado o circuito, determine a corrente elétrica através do gerador.



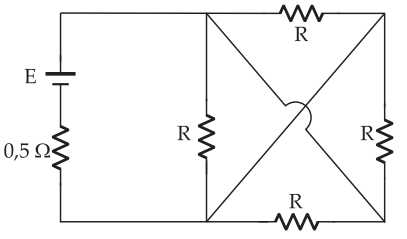
Resolução: *Transformemos o circuito num circuito simples.*



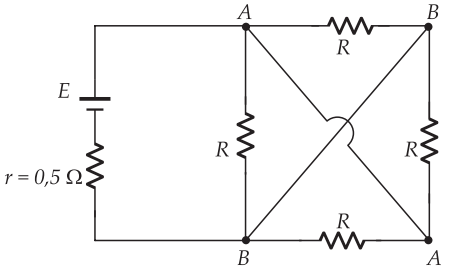
$$i = \frac{20}{4+1}$$

$$\boxed{i = 4\ \text{A}}$$

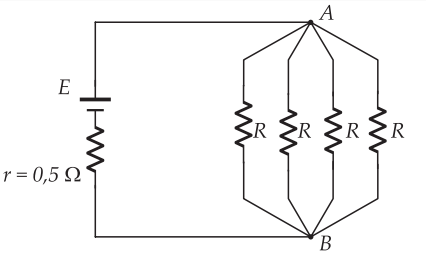
2. Sabendo-se que o gerador do circuito está lançando a máxima potência útil, determine o valor de *R*.



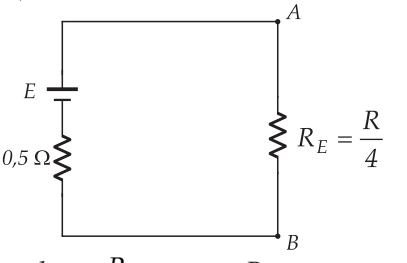
Resolução: *Achemos o resistor equivalente* R_E *da associação para transformar o circuito num circuito simples.*



Redesenhando o circuito:



Resolvendo a associação em paralelo do circuito acima, temos:



Como lança $P_{U_{máx.}}$ *, então* $R_E = r$

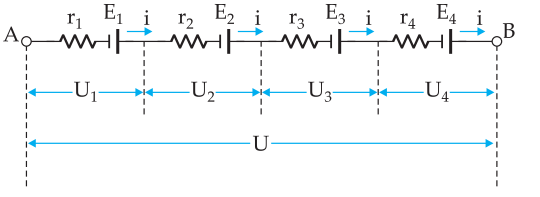
$$\frac{R}{4} = 0{,}5 \qquad \boxed{R = 2\ \Omega}$$

12. Geradores em Série

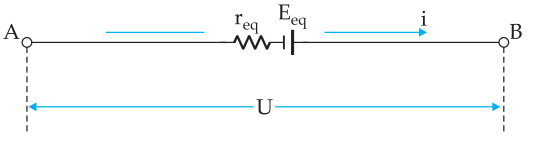
Dois ou mais geradores estão associados em série quando são percorridos pela mesma corrente elétrica e para que isso aconteça:

– não pode haver nó entre eles;

– o pólo positivo de um deve estar ligado ao pólo negativo do outro.



O gerador equivalente (E_{eq}, r_{eq}) gerará a mesma ddp *U* que a associação, quando percorrido pela mesma intensidade de corrente *i* da associação.



Como $U = U_1 + U_2 + U_3 + U_4$, então

$U = E_1 - r_1 \cdot i + E_2 - r_2 \cdot i + E_3 - r_3 \cdot i + E_4 - r_4 \cdot i$

$U = E_1 + E_2 + E_3 + E_4 - (r_1 + r_2 + r_3 + r_4) \cdot i$ (I)

Para o gerador equivalente, temos:

$U = E_{eq} - r_{eq} \cdot i$ (II)

De (I) e (II) concluímos:

$E_{eq} = E_1 + E_2 + E_3 + E_4 \Rightarrow$ $\boxed{E_{eq} = \Sigma E \text{ (série)}}$

$r_{eq} = r_1 + r_2 + r_3 + r_4 \Rightarrow$ $\boxed{r_{eq} = \Sigma r \text{ (série)}}$

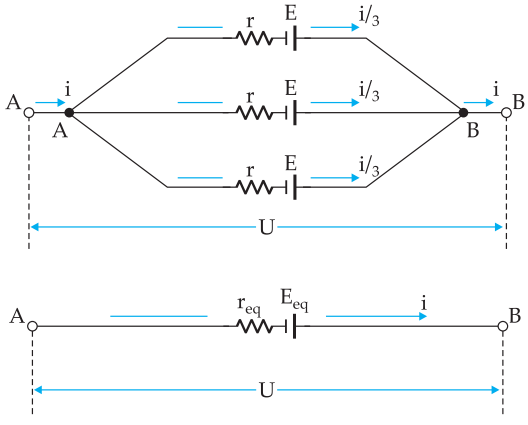
13. Geradores em Paralelo

Devemos tomar cuidado ao associar geradores em paralelo, devendo fazê-lo somente com geradores de mesma fem E e mesma resistência interna r, caso contrário, dependendo dos valores das fem, alguns geradores podem funcionar como receptores de energia, ao invés de fornecê-la.

Vamos considerar somente geradores idênticos (E, r) para manter a associação e, nesse caso:

– devemos ligar pólo positivo com pólo positivo e pólo negativo com pólo negativo.

– seus terminais estarão ligados aos mesmos nós.



Como, em cada gerador, temos:

$$U = E - r \cdot \frac{i}{3}$$

ou, ainda,

$$U = E - \frac{r}{3} \cdot i \qquad \text{(I)}$$

No gerador equivalente, temos:

$$U = E_{eq} - r_{eq} \cdot i \qquad \text{(II)}$$

de (I) e (II), concluímos:

$\boxed{E_{eq} = E \text{ (paralelo)}}$ e $\boxed{r_{eq} = \frac{r}{3} \text{ (paralelo)}}$

Podemos generalizar para n geradores idênticos (E, r):

$\boxed{E_{eq} = E \text{ (paralelo)}}$ e $\boxed{r_{eq} = \frac{r}{n} \text{ (paralelo)}}$

Importante

A vantagem de associarmos geradores em paralelo é que, reduzindo a corrente elétrica em cada gerador da associação, estamos aumentando o seu rendimento, pois há uma diminuição da potência dissipada internamente.

14. Associação Mista de Geradores

Combinando geradores em série e em paralelo, obtemos uma associação mista.

O gerador equivalente será obtido calculando-se, passo a passo, as fem e resistências internas das associações em série e em paralelo e transformando-se a associação até obtermos um único gerador, que é o equivalente da associação.

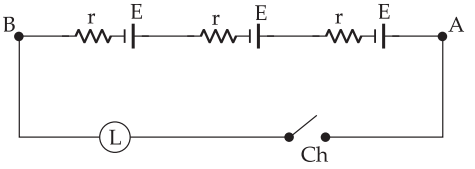
Exercícios Resolvidos

1. (UMC-SP) O diagrama representa, esquematicamente, o circuito de uma lanterna: três pilhas idênticas ligadas em série, uma lâmpada e uma chave interruptora. Com a chave Ch aberta, a diferença de potencial elétrico entre os pontos A e B é 4,5 V. Quando se fecha a chave Ch, a lâmpada, de resistência $R_L = 10\Omega$, acende-se e a diferença de potencial entre A e *B* cai para 4,0 V. Resolva:

a) Qual é a força eletromotriz de cada pilha?

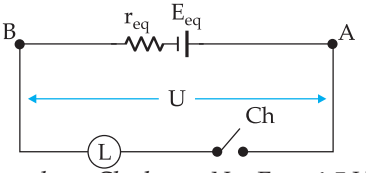
b) Qual a corrente que se estabelece no circuito quando se fecha Ch?

c) Qual é a resistência interna de cada pilha?



Resolução

a) Substituímos os geradores em série da associação pelo gerador equivalente.

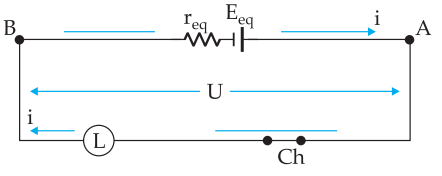


Com a chave Ch aberta: $U = E_{eq} = 4{,}5\ V$

Como $E_{eq} = n \cdot E$ *(n = 3 geradores)* $\Rightarrow 4{,}5 = 3 \cdot E$, *então* $E = 1{,}5\ V$ *em cada gerador.*

b) Fechando a chave Ch, na lâmpada, temos $U = R_L \cdot i$

$4{,}0 = 10 \cdot i$, *então* $i = 0{,}4$ A

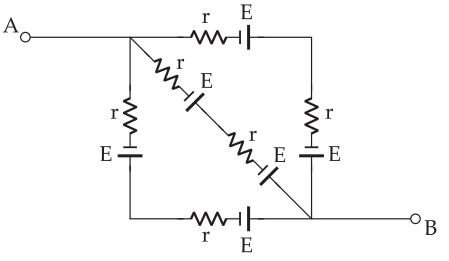


c) No gerador equivalente: $U = E_{eq} - r_{eq} \cdot i$

$4{,}0 = 4{,}5 - r_{eq} \cdot 0{,}4 \Rightarrow r_{eq} \cdot 0{,}4 = 0{,}5 \Rightarrow r_{eq} = 1{,}25\ \Omega$

mas $r_{eq} = n \cdot r \Rightarrow 1{,}25 = 3 \cdot r \Rightarrow r = 0{,}42\ \Omega$

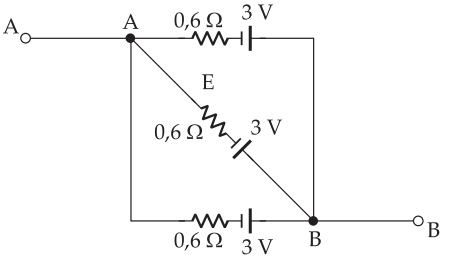
2) Todos os geradores mostrados na figura abaixo são idênticos, possuem fem de 1,5 V e resistência interna de $0{,}3\Omega$. Determine o gerador equivalente da associação.



Resolução

1º passo

Inicialmente determinamos o gerador equivalente das associações em série de cada ramo que liga os nós A e B.



Em cada ramo:

$E_{eq} = 2 \cdot E = 2 \cdot 1{,}5\ V$

$E_{eq} = 3{,}0\ V$

$r_{eq} = 2 \cdot r = 2 \cdot 0{,}3\ \Omega$

$r_{eq} = 0{,}6\ \Omega$

2º passo: *Determinando o gerador equivalente da associação paralela obtida.*

$E_{eq} = E \Rightarrow \boxed{E_{eq} = 3{,}0\ V}$

(assoc.) (assoc.)

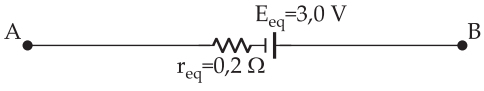
$r_{eq} = \frac{r}{n} \Rightarrow r_{eq} = \frac{0{,}6}{3}$

(assoc.) (assoc.)

$r_{eq} = 0{,}2\ \Omega$
(associação)

Portanto, o gerador equivalente tem:

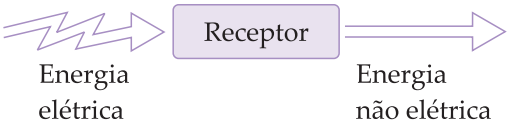
– *fem de 3,0 V*
– *resistência interna de 0,2* Ω



Capítulo 05. Receptores Elétricos

1. Definição

Qualquer elemento de circuito que transforme energia elétrica em outra forma de energia que não a elétrica, é denominado receptor.



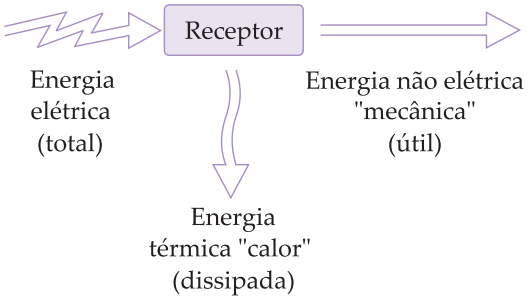
2. Classificação dos Receptores

Podemos classificar os receptores em:

- **Passivos:** transformam integralmente energia elétrica em energia exclusivamente térmica (calor).
  É o caso dos resistores, já estudados.
- **Ativos:** transformam a energia elétrica em outra forma de energia que não seja exclusivamente térmica.
  É o caso dos motores elétricos que transformam parte da energia elétrica em energia cinética de rotação (energia mecânica), por exemplo.

3. Receptores Ativos

Nos receptores ativos (motores elétricos), ocorrem perdas de energia nos fios de suas bobinas internas e que, assim, podemos representar esquematicamente:



Como o processo de transformação de energia do esquema anterior ocorre simultaneamente, podemos escrever, baseado no princípio de conservação de energia, que:

$$P_T = P_u + P_d$$

em que:

P_T (potêncial total): quantidade de **energia elétrica** fornecida ao receptor por unidade de tempo.

P_u (potêncial util): quantidade de **energia não elétrica** obtida do receptor por unidade de tempo.

P_d (potência dissipada): quantidade de energia elétrica dissipada na forma de calor, por efeito Joule, por unidade de tempo.

4. Força Contra-eletromotriz (fcem)

Nos receptores, a potência útil P_u é diretamente proporcional à intensidade da corrente elétrica que o atravessa.

$$\frac{P_u}{i} = E' = \text{constante} \Rightarrow P_u = E' \cdot i$$

À constante de proporcionalidade E' denominamos *força contra-eletromotriz* (fcem), característica do receptor.

Apesar de receber o nome de "força", tal constante não é uma força, e pode-se chegar a essa conclusão analisando sua unidade no Sistema Internacional (SI).

$$E' = \frac{P_u}{i} \rightarrow \begin{matrix} watt\,(W) \\ \rightarrow ampère\,(A) \end{matrix} \quad \text{Como } \frac{1W}{1A} = 1V\,(volt),$$

assim sua unidade é o volt(V).

Por exemplo, se um motor elétrico tem uma fcem E'= 200 V, significa que, para cada 1C de carga elétrica que o atravessa, dele se obtém 200 J de energia mecânica, pois:

$$200\ \text{V} = 200\ \frac{\text{J}}{\text{C}} = \frac{200\text{J}}{1\text{C}}$$

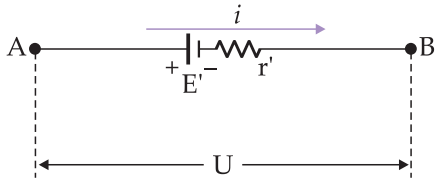
5. Resistência Interna do Receptor

Durante a passagem da corrente elétrica pelo receptor, parte da energia elétrica das cargas elétricas é dissipada sob a forma de calor (efeito Joule) nos fios internos que apresentam resistência elétrica, denominada **resistência interna** r′ do receptor.

A potência dissipada internamente pode ser calculada por:

$$P_d = r' \cdot i^2$$

6. Representação do Receptor



Nesta representação, o traço maior representa o pólo de maior potencial elétrico (positivo) e, o traço menor, o de menor potencial elétrico (negativo).

A corrente elétrica circula, no receptor, do maior (+) para o menor (–) potencial.

Lembrando que se trata de um bipolo, a potência elétrica total pode ser calculada por:

$$P_T = U \cdot i$$

7. Equação Característica do Receptor

Sendo $P_T = P_U + P_d$, então:

$$U \cdot i = E' \cdot i + r' \cdot i^2 \Rightarrow U = E' + r' \cdot i$$

8. Rendimento do Receptor

Da definição de rendimento, temos:

$$\eta = \frac{P_U}{P_T} \Rightarrow \eta = \frac{E' \cdot i}{U \cdot i}$$

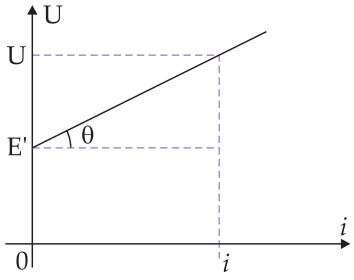
$$\eta = \frac{E'}{U}$$ ou em porcentagem $$\eta_{\%} = \eta \cdot 100\%$$

$$0 \leq \eta \leq 1$$

9. Curva Característica do Receptor

Corresponde ao gráfico da ddp (U) nos terminais do receptor, em função da corrente (i) que o atravessa.

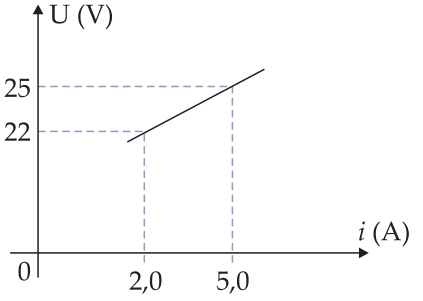
Como $U = E' + r' \cdot i$ é uma função do 1º grau, então,



$$\text{tg}\,\theta = \frac{U - E'}{i} \Rightarrow \text{tg}\,\theta = r'$$ com ambos os eixos na mesma escala

Exercícios Resolvidos

01. (Mackenzie-SP) A tensão nos terminais de um receptor varia com a corrente, conforme o gráfico abaixo.



A fcem e a resistência interna deste receptor são, respectivamente:

a) 11 V e 1,0 Ω
b) 12,5 V e 2,5 Ω
c) 20 V e 1,0 Ω
d) 22 V e 2,0 Ω
e) 25 V e 5,0 Ω

Resolução

Sendo a equação característica do receptor:

$U = E' + r' \cdot i$, *do gráfico extraímos os valores de* U *e* i *e montamos o sistema:*

$$\begin{cases} 25 = E' + r' \cdot 5{,}0 \\ 22 = E' + r' \cdot 2{,}0 \end{cases}$$

E resolvendo o sistema:

$$\begin{cases} 25 = E' + r' \cdot 5{,}0 \\ -22 = -E' - r' \cdot 2{,}0 \end{cases} +$$

$$3 = r' \cdot 3{,}0 \Rightarrow \boxed{r' = 1{,}0\,\Omega}$$

que substituindo em $22 = E' + r' \cdot 2{,}0$ *fica:*

$22 = E' + 1{,}0 \cdot 2{,}0 \Rightarrow \boxed{E' = 20V}$

Resposta: *C*

02. Um motor elétrico de fcem 100 V e resistência interna 0,25 Ω está operando com um rendimento de 80%. Determinar:

a) a ddp a que está submetido;
b) a corrente elétrica que o atravessa;
c) as potências: total, útil e dissipada nessa situação.

Resolução

a) $\eta = \dfrac{E'}{U} \Rightarrow 0{,}8 = \dfrac{100}{U} \Rightarrow U = \dfrac{100}{0{,}8}$

$\boxed{U = 125V}$

b) $U = E' + r' \cdot i \Rightarrow 125 = 100 + 0{,}25 \cdot i$

$25 = 0{,}25 \cdot i \Rightarrow \boxed{i = 100\ A}$

c) $P_T = U \cdot i$

$P_T = 125 \cdot 100 \Rightarrow \boxed{P_T = 12\,500\ W}$

$P_u = E' \cdot i \Rightarrow \boxed{P_u = 10\,000\ W}$

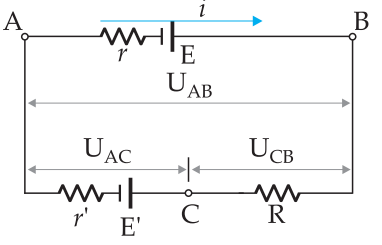
$P_d = r' \cdot i^2 \Rightarrow \boxed{P_d = 2\,500\ W}$

ou $P_d = P_T - P_u = 12\,500 - 10\,000$

$P_d = 2\,500\ W$

10. Circuito Gerador – Resistor – Receptor

Consideremos um circuito constituído somente por um gerador, um resistor e um receptor.



Toda potência elétrica fornecida pelo gerador será consumida pelo receptor e pelo resistor.

Assim:

$$P_U = P'_U + P''$$
(gerador) (receptor) (resistor)

$$U_{AB} \cdot i = U_{AC} \cdot i + U_{CB} \cdot i \Rightarrow U_{AB} = U_{AC} + U_{CB}$$

e como:

– no gerador: $U_{AB} = E - r \cdot i$

– no receptor: $U_{AC} = E' + r' \cdot i$

– no resistor: $U_{CB} = R \cdot i$

Então: $E - r \cdot i = E' + r' \cdot i + R \cdot i$

$E - E' = R \cdot i + r \cdot i + r' \cdot i$

$E - E' = (R + r + r') \cdot i$

$$i = \frac{E - E'}{R + r + r'}$$

Importante

• Como todos os elementos estão em série, esse é o valor da corrente em cada um.

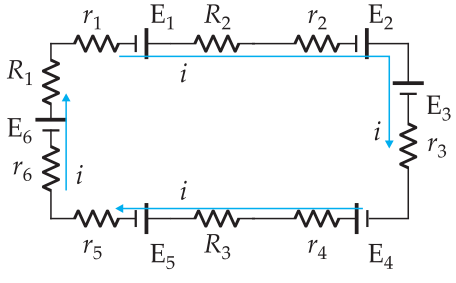
• Sendo $i > 0$ e $R + r + r' > 0$, então $E - E' > 0$ ou seja $E > E'$

• Tal fato é significativo na determinação do sentido da corrente elétrica que:

– no gerador (E) vai do (–) para o (+)

– no receptor (E') vai do (+) para o (–)

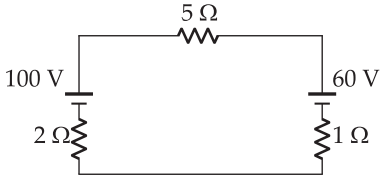
Podemos generalizar para um número qualquer de geradores, receptores e resistores, ligados de modo que a corrente elétrica tenha um único caminho a seguir, ou seja, ligados em série.



$$i = \frac{\sum E - \sum E'}{\sum R}$$

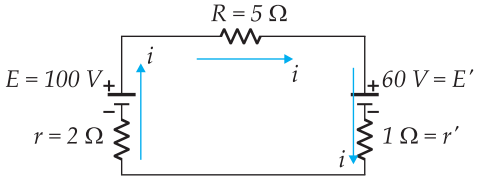
Exercícios Resolvidos

01. Dado o circuito abaixo, determine o sentido e a intensidade da corrente elétrica em cada elemento do circuito.



Resolução

A corrente elétrica é no sentido horário, pois o elemento de maior fem (100 V) é o gerador.



$$\text{Como: } i = \frac{E - E'}{R + r + r'} \Rightarrow i = \frac{100 - 60}{5 + 2 + 1}$$

$$i = \frac{40}{8} \Rightarrow i = 5\ A$$

Importante

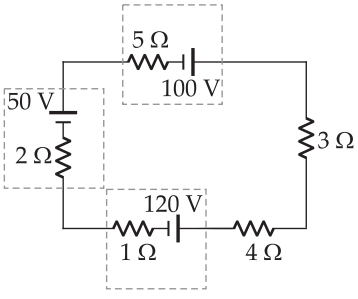
Após determinados o sentido e a intensidade da corrente elétrica, podem-se determinar quaisquer outras grandezas, tais como: potências, ddps e rendimentos.

02. Dado o circuito, determinar:

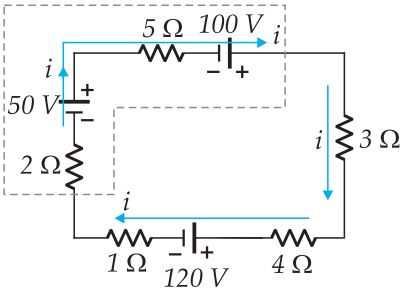
a) o sentido da corrente elétrica;

b) a intensidade da corrente elétrica;

c) qual gerador está apresentando maior rendimento?



Resolução



a) Os elementos de 50 V e 100 V são da mesma espécie (ou geradores, ou receptores) e estão em série (positivo de um ligado ao negativo do outro), assim o elemento equivalente de ambos tem fem ou fcem de 150 V, valor este maior que 120 V do terceiro elemento.

Dessa forma, podemos concluir que ambos são geradores; que o outro elemento é receptor e que o sentido da corrente elétrica é horário.

b) A intensidade da corrente elétrica é:

$$i = \frac{\sum E - \sum E'}{\sum R}$$

$$i = \frac{50 + 100 - 120}{2 + 5 + 3 + 4 + 1} = \frac{30}{15}$$

$$\boxed{i = 2A}$$

c) Para calcular os rendimentos de cada gerador, determinamos a ddp em seus terminais.

– gerador de fem E = 50 V:

$U = E - ri \Rightarrow U = 50 - 2 \cdot 2 \Rightarrow U = 46\ V$

$$\eta = \frac{U}{E} \Rightarrow \eta = \frac{46}{50} \Rightarrow \eta = 0{,}92 \text{ ou } 92\%$$

– no gerador de fem E = 100 V:

$U = 100 - 5 \cdot 2 \Rightarrow U = 90\ V$

$$\eta = \frac{90}{100} \Rightarrow \eta = 0{,}9 \text{ ou } 90\%$$

Logo, o gerador de E = 50 V apresenta maior rendimento.

Capítulo 06. Medidores Elétricos

1. Galvanômetro

O galvanômetro é o instrumento de medidas elétricas básico para a construção e funcionamento dos amperímetros e voltímetros, tendo seu funcionamento baseado no efeito magnético da corrente elétrica (efeito Oersted).

Possui um ponteiro que se desloca sobre uma escala, proporcionalmente à intensidade de corrente elétrica que atravessa o galvanômetro e que, por sua extrema sensibilidade, pode detectar correntes elétricas de intensidades muito baixas.

Nos circuitos elétricos em que aparece, comporta-se como um resistor com as seguintes características:

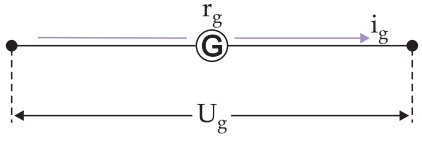
– resistência elétrica interna: r_g

– máxima intensidade de corrente suportada: i_g, denominada **corrente de fundo de escala**.

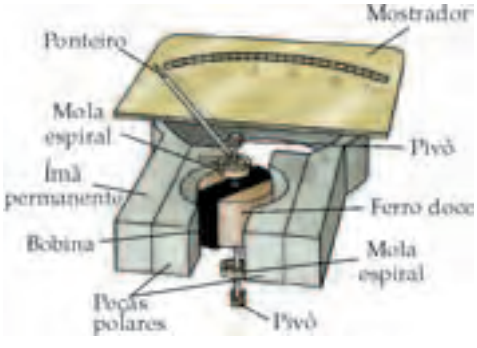
– pela lei de Ohm, a ddp nos seus terminais é proporcional à corrente elétrica que o atravessa:

$$U_g = r_g \cdot i$$

Representação:



Graduando-se a escala em unidades de corrente elétrica, temos um medidor de corrente elétrica (amperímetro) e sendo a ddp proporcional à corrente, graduando-se a escala em unidades de ddp, temos um medidor de voltagem (voltímetro).



2. Amperímetro

Ao utilizarmos um galvanômetro em um circuito, para medirmos intensidade de corrente elétrica, devemos levar em conta que:

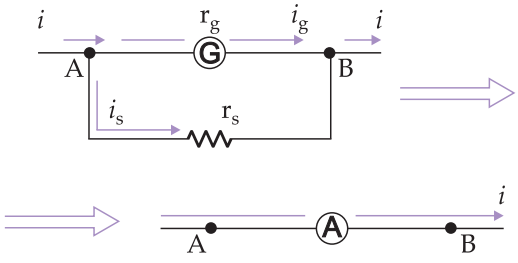
– por possuir uma alta resistência elétrica interna r_g ele dever ser ligado em série no ramo no qual se quer medir a corrente, estará influenciando o valor da corrente a ser medido;

– a intensidade i da corrente elétrica a ser medida, em geral, tem valor maior que a corrente de fundo de escala i_g do galvanômetro.

Solucionamos ambos os problemas associando, em paralelo ao galvanômetro, um resistor de baixíssima resistência elétrica R_s, denominado *shunt*.

Ao conjunto "galvanômetro com *shunt*" denominamos **amperímetro** propriamente dito.

Representação:



Sendo $i = i_g + i_s$

então, $i_s = i - i_g$ e, pela lei de Ohm, temos:

$U_{AB} = r_g \cdot i_g$ e $U_{AB} = r_s \cdot i_s$ ou

$U_{AB} = r_s \cdot (i - i_g)$

Assim, $r_g \cdot i_g = r_s \cdot (i - i_g)$

$r_g \cdot i_g = r_s \cdot i - r_s \cdot i_g$

$r_s \cdot i_g + r_g \cdot i_g = r_s \cdot i$

$(r_s + r_g) \cdot i_g = r_s \cdot i$

e $\boxed{i = i_g \cdot \left(\frac{r_s + r_g}{r_s} \right)}$

Chamando $\left(\frac{r_s + r_g}{r_s} \right) = F_s$ de **fator multiplicador** (F_s) do galvanômetro, temos:

$i = i_g \cdot F_s$ onde

$i \rightarrow$ valor real da corrente a ser medida

$i_g \rightarrow$ valor lido na escala do galvanômetro

$F_s \rightarrow$ fator de multiplicação

Como a resistência interna r_A do amperímetro é a resistência equivalente do conjunto, podemos escrever:

$$r_A = \frac{r_g \cdot r_s}{r_g + r_s}$$

Quanto menor o valor de r_s, menor será a resistência interna r_A do amperímetro e maior sua corrente de fundo de escala.

$i_{máx} = i_{g\,máx} \cdot F_s$

Fundo de escala do amperímetro — Fundo de escala do galvanômetro

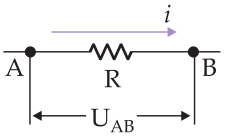
3. Voltímetro

A ddp a ser medida por um galvanômetro, utilizando a escala em unidades de ddp, é:

$$U = r_g \cdot i$$

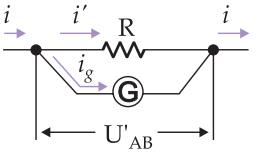
Ocorre que a ddp a ser medida no circuito deve ser a mesma no galvanômetro e, por isso, deve ser ligado em paralelo, não devendo influenciar o valor a ser medido.

Apesar de ser alta a resistência interna r_g do galvanômetro, ele desviará uma parte da corrente que atravessa o elemento, nos terminais do qual quer se medir a ddp.



$U_{AB} = R \cdot i$

ao conectar-se o galvanômetro



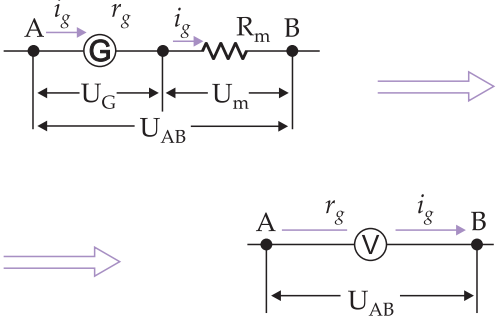
$U'_{AB} = R \cdot i'$

Como $i' < i$, pois parte (i_g) desvia para o galvanômetro, então $U'_{AB} < U_{AB}$ e o galvanômetro estará medindo um valor menor (U'_{AB}) que o real (U_{AB}).

Para se evitar o problema, associamos, em série com o galvanômetro, um resistor de elevadíssima resistência elétrica (R_m), denominada **resistência multiplicadora**.

Ao conjunto "galvanômetro com multiplicadora" denominamos **voltímetro**.

Representação:



Sendo $i_g = \frac{U_{AB}}{r_g + R_m}$ e $i_g = \frac{U_g}{r_g}$, então:

$$\frac{U_{AB}}{r_g + R_m} = \frac{U_g}{r_g}$$

$$U_{AB} = U_g \cdot \left(\frac{R_m + r_g}{r_g} \right)$$

Chamando o termo $\left(\frac{R_m + r_g}{r_g} \right) = F_m$ de **fator multiplicador** (F_m), temos:

$U_{AB} = U_g \cdot F_m$ onde

$U_{AB} \rightarrow$ ddp real a ser medida

$U_g \rightarrow$ ddp lida na escala do galvanômetro

$F_m \rightarrow$ fator de multiplicação

Como a resistência interna r_v do voltímetro é a resistência equivalente do conjunto, podemos escrever:

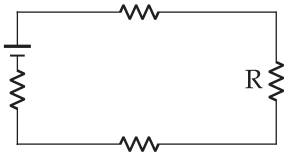
$$r_v = R_m + r_g$$

Quanto maior o valor da multiplicadora R_m, maior será a resistência interna r_v do voltímetro e maior o valor da ddp de fundo de escala.

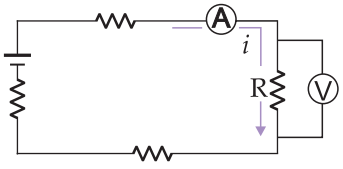
$$U_{AB\ máx} = U_{g\ máx} \cdot F_m$$

Fundo de escala do voltímetro — Fundo de escala do galvanômetro

Para se medir a intensidade da corrente elétrica ***i*** e a ddp **U** nos terminais do resistor **R** do circuito abaixo, utilizando-se um amperímetro e um voltímetro:



devemos fazer a montagem



onde

– o amperímetro, em série com **R**, mede a mesma corrente que o atravessa.

– o voltímetro, em paralelo com **R**, mede a mesma ddp nos seus terminais.

4. Medidores Ideais

Seriam aqueles elementos que, ao serem instalados num circuito, jamais alterariam as medidas a serem feitas.

Apesar da elevada precisão dos aparelhos medidores de hoje, na prática, não existem medidores ideais.

Um **amperímetro ideal** deveria ter **resistência interna nula** ($r_A = 0$), enquanto que um **voltímetro ideal** deveria ter **resistência interna infinita** ($r_V \to \infty$).

Exercícios Resolvidos

1) Um galvanômetro de fundo de escala 5 mA e resistência interna 100 Ω deve ser transformado em amperímetro de fundo de escala 20 A.

Como devemos proceder?

Resolução

Para tanto, devemos associar em paralelo um shunt *de resistência* r_s.

Cálculo de r_s:

$$i_{máx} = i_{g\,máx} \cdot F_S \Rightarrow 20 = 5 \cdot 10^{-3} \cdot F_S$$

$$F_S = \frac{20}{5 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow F_S = 4 \cdot 10^3$$

$$Como\ F_S = \left(\frac{r_s + r_g}{r_s}\right) \Rightarrow 4 \cdot 10^3 = \frac{(r_s + 100)}{r_s}$$

$$4 \cdot 10^3\, r_s = r_s + 100 \Rightarrow \left(4 \cdot 10^3 - 1\right) \cdot r_s = 100$$

$$r_s = \frac{100}{3999} \Rightarrow \boxed{r_s = 0{,}25\,\Omega}$$

2) Qual deve ser o fator multiplicador e a resistência multiplicadora de um voltímetro de fundo de escala 200 V montado com um galvanômetro de fundo de escala 10^{-1} V e resistência interna 100 Ω?

Resolução

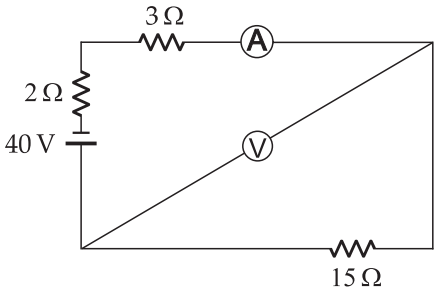
$$Como\ U = U_g \cdot F_m \Rightarrow 200 = 10^{-1} \cdot F_m$$

$$F_m = \frac{200}{10^{-1}} \Rightarrow \boxed{F_m = 2000}$$

$$Sendo\ \ F_m = \frac{R_m + r_g}{r_g} \Rightarrow 2000 = \frac{R_m + 100}{100}$$

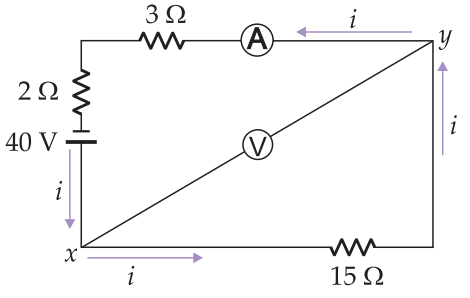
$$R_m + 100 = 200\,000 \Rightarrow \boxed{R_m = 199\,900\,\Omega}$$

3) Quais as leituras nos medidores ideais do circuito abaixo?



Resolução

Como os medidores são ideais, eles não alteram os valores de intensidade de corrente e ddp no circuito; assim



$$i = \frac{E}{\Sigma R} \Rightarrow i = \frac{40}{20} \Rightarrow \boxed{i = 2\,A}$$

leitura no amperímetro

No resistor de 15 Ω:

$$U_{xy} = R \cdot i \Rightarrow U_{xy} = 15 \cdot 2 \Rightarrow \boxed{U_{xy} = 30V}$$

leitura no voltímetro

5. Ponte de Wheatstone

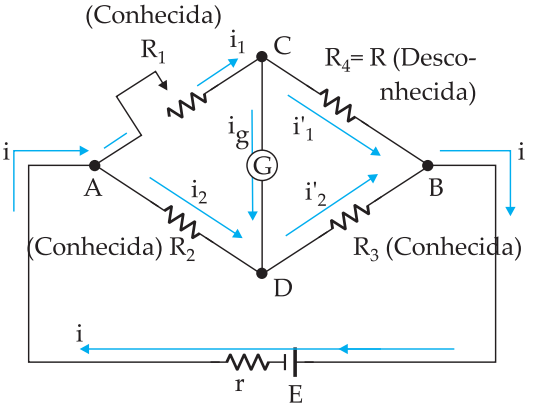
Podemos medir a resistência elétrica *R* de um resistor, medindo a corrente elétrica *i* e a ddp *U* nos seus terminais.

Pela lei de Ohm:

$$\boxed{R = \frac{U}{i}}$$

Ocorre que os valores de *i* e *U*, medidos com amperímetro e voltímetro não ideais, não são precisos, gerando, dessa forma, imprecisão no cálculo da resistência elétrica *R*.

Uma maneira bastante precisa de se medir o valor de *R* é montando o circuito abaixo, denominado **ponte de Wheatstone**, constituído de um gerador, um galvanômetro, um reostato (resistor de resistência arbitrariamente variável) e dois outros resistores de resistências elétricas conhecidas.



Variando-se o valor da resistência R_1 do reostato, varia-se o valor da corrente i_g no galvanômetro.

Quando a corrente elétrica no galvanômetro se anula ($i_g = 0$), dizemos que a ponte está em **equilíbrio** e, nesse caso, $U_{CD} = 0$.

Assim:

$$U_{AC} = U_{AD} \Rightarrow R_1 \cdot i_1 = R_2 \cdot i_2 \quad (I)$$
$$U_{BC} = U_{BD} \Rightarrow R_4 \cdot i_1' = R_3 \cdot i_2' \quad (II)$$

Como $i_1 = i_1'$ e $i_2 = i_2'$ pois $i_g = 0$, dividindo membro a membro as igualdades (I) e (II), temos:

$$\frac{R_1 \cdot i_1}{R_4 \cdot i_1'} = \frac{R_2 \cdot i_2}{R_3 \cdot i_2'} \Rightarrow \frac{R_1}{R_4} = \frac{R_2}{R_3}$$

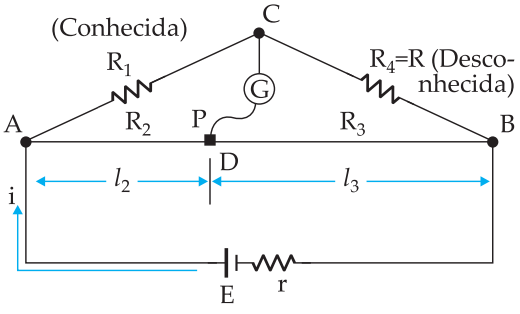
ou seja,

$R_4 \cdot R_2 = R_1 \cdot R_3$ (produto em cruz)

e, dessa forma, temos medido o valor de $R = R_4$.

6. Ponte de Fio

Substituindo-se os resistores R_2 e R_3 por um fio homogêneo de secção transversal constante, sobre o qual desliza um cursor P conectado ao galvanômetro, obtemos uma variante da ponte de Wheatstone, conforme a figura abaixo.



Sendo: $R_2 = \rho\frac{\ell_2}{A}$ e $R_3 = \rho\frac{\ell_3}{A}$ (segunda lei de Ohm).

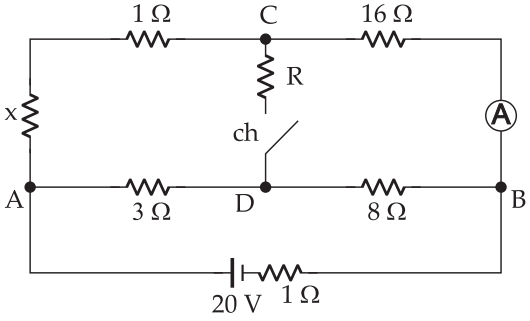
Na posição **D** do cursor, a ponte atinge o equilíbrio e, nesse caso:

$$R_4 \cdot \rho\frac{\ell_2}{A} = R_1 \cdot \rho\frac{\ell_3}{A} \rightarrow R_4 \cdot \ell_2 = R_1 \cdot \ell_3$$

(produto em cruz)

Exercícios Resolvidos

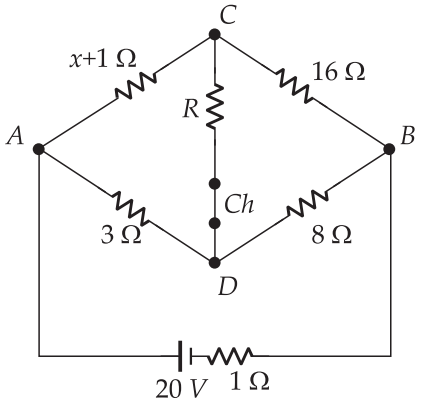
01. Abrindo-se ou fechando-se a chave Ch do circuito, não ocorre alteração na leitura do amperímetro ideal. Determine o valor da resistência x.



Resolução

O fato de a posição da chave Ch não interferir na leitura do amperímetro indica que no resistor R não passa corrente, e o circuito constitui uma ponte de Wheatstone equilibrada.

Assim:



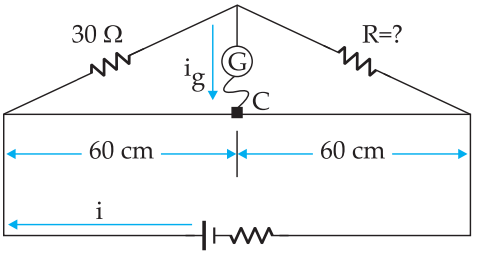
Do equilíbrio:

$(x + 1) \cdot 8 = 3 \cdot 16$

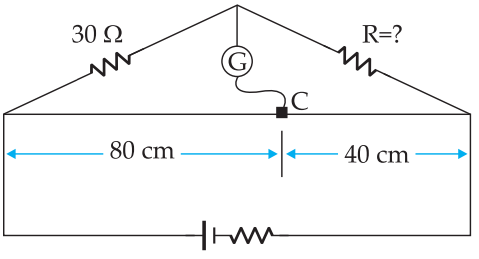
$x + 1 = 6$

$x = 5\ \Omega$

02. Ao deslocarmos o cursor *C*, da ponte de fio, 20 cm para a direita, o galvanômetro deixa de acusar passagem de corrente elétrica. Qual o valor da resistência *R*?



Resolução



Do equilíbrio ($i_g = 0$)

$R \cdot 80 = 30 \cdot 40$

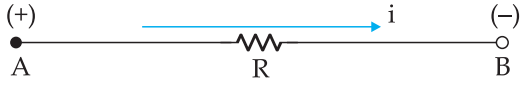
$\boxed{R = 15\ \Omega}$

Capítulo 07. Leis de Kirchhoff

1. Estudo da Polaridade

- **Resistor**

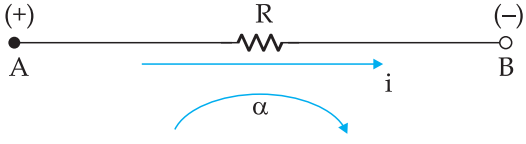
A corrente elétrica percorre um resistor sempre do pólo de maior potencial (+) para o de menor potencial (–).



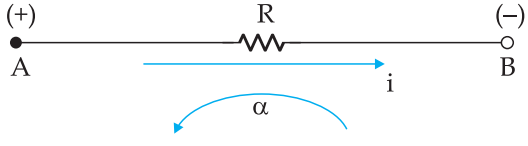
A ddp nos terminais é :

$V_A - V_B = +R \cdot i$ ou $V_B - V_A = -R \cdot i$

Adotando sentido de percurso α, temos:



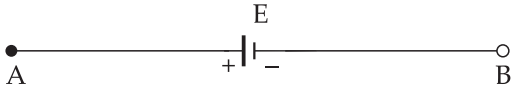
$V_A - V_B = +R \cdot i$



$V_B - V_A = -R \cdot i$

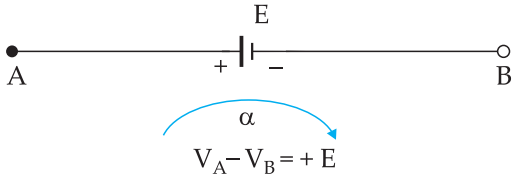
- **Gerador ou receptor ideais**

No caso de gerador ou receptor ideais, qualquer que seja o sentido da corrente elétrica, a ddp nos terminais é U=E e como a polaridade é determinada pelos traços maior (+) e menor (–), podemos escrever:

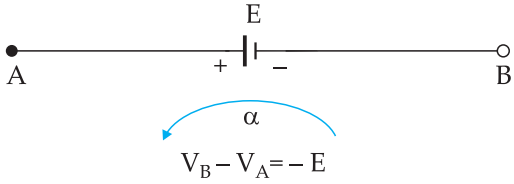


$V_A - V_B = -E$ ou $V_B - V_A = -E$

Adotando sentido de percurso α, temos:



$V_A - V_B = +E$



$V_B - V_A = -E$

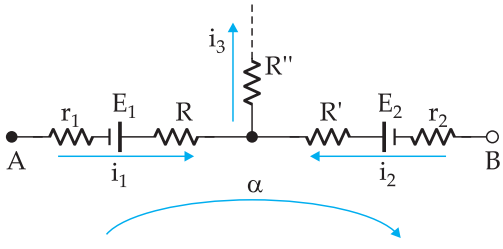
A ddp será ± E, onde devemos considerar o sinal do primeiro terminal encontrado, no sentido do percurso α.

2. Determinação da ddp

Conhecidas as correntes num circuito, podemos determinar a ddp entre dois pontos quaisquer, bastando para isso:

1º) adotar um sentido de percurso α, por exemplo de A para B na figura abaixo;

2º) formar, algebricamente, as ddps dos elementos entre A e B.

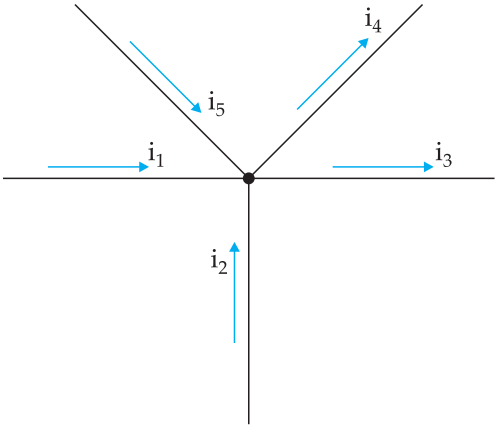


$V_A - V_B = +r_1 \cdot i_1 - E_1 + R \cdot i_1 - R' \cdot i_2 + E_2 - r_2 \cdot i_2$

3. Primeira Lei de Kirchhoff (lei dos nós)

"A soma das intensidades das correntes que chegam a um nó é igual à soma das intensidades das correntes que saem".

Exemplo

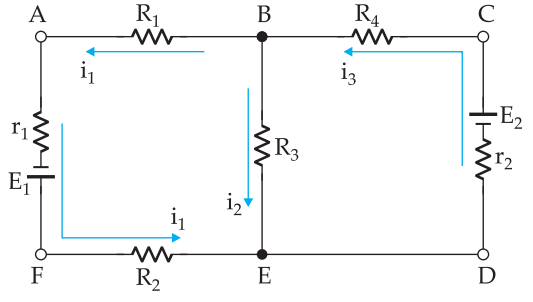


$$i_1 + i_2 + i_5 = i_3 + i_4$$

4. Segunda Lei de Kirchhoff (lei das malhas)

Define-se **malha**, num circuito elétrico, como sendo qualquer percurso fechado.

Exemplo



Malha ABEF; malha BCDE; malha ACDF.

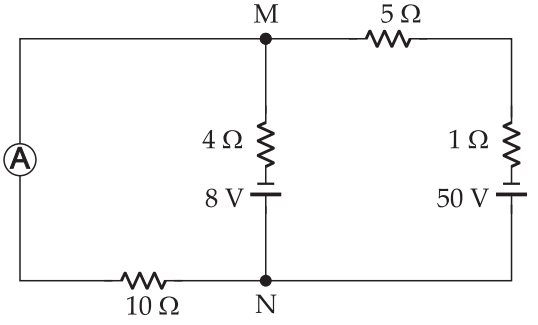
"Ao se percorrer uma malha, num determinado sentido, até se retornar ao ponto de partida, a soma algébrica das ddps é nula."

No exemplo anterior, para a malha ABEF, percorrida no sentido horário e partindo de A, temos:

$$V_A - V_B + V_B - V_E + V_E - V_F + V_F - V_A = 0$$
$$- R_1 \cdot i_1 + R_3 \cdot i_2 - R_2 \cdot i_1 + E_1 - r_1 \cdot i_1 = 0$$

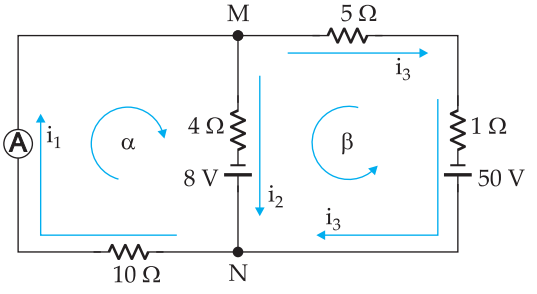
Exercícios Resolvidos

Dado o circuito, determinar a leitura no amperímetro ideal e a ddp entre os pontos M e N.



Resolução

1º passo: Adotamos sentidos arbitrários para as correntes elétricas nos ramos e aplicamos a lei dos nós.



Para o nó M, *temos:* $i_1 = i_2 + i_3$ *(I)*

2º passo: Aplicamos a lei das malhas às malhas α *e* β*, após termos adotado um sentido de percurso (horário para* α *e anti-horário para* β*, por exemplo) e um ponto de partida (M, por exemplo).*

Malha α*:*

$+4\, i_2 - 8 + 10 \cdot i_1 = 0 \Rightarrow 4i_2 + 10\, i_1 = 8$ *(II)*

Malha β*:*

$+4i_2 - 8 + 50 - 1 \cdot i_3 - 5i_3 = 0$

$+4\, i_2 + 42 - 6i_3 = 0 \Rightarrow 4i_2 - 6i_3 = -42$ *(III)*

3º passo: Resolvemos o sistema

$$\begin{cases} i_1 = i_2 + i_3 & (I) \\ 4i_2 + 10i_1 = 8 & (II) \\ 4i_2 - 6i_3 = -42 & (III) \end{cases}$$

Substituindo I em II: $4i_2 + 10(i_2 + i_3) = 8$

$14i_2 + 10i_3 = 8$ *(IV)*

$$\begin{cases} 4i_2 - 6i_3 = -42 & (\times 5) \\ 14i_2 + 10i_3 = 8 & (\times 3) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 20i_2 - 30i_3 = -210 \\ 42i_2 + 30i_3 = 24 \end{cases} +$$

$$62i_2 = -186$$

$i_2 = \dfrac{-186}{62} \Rightarrow \boxed{i_2 = -3\,A}$ O sinal negativo significa que o sentido correto de i_2 é de N para M. Substituindo $i_2 = -3A$ em II, obtemos:

$4 \cdot (-3) + 10\, i_1 = 8$

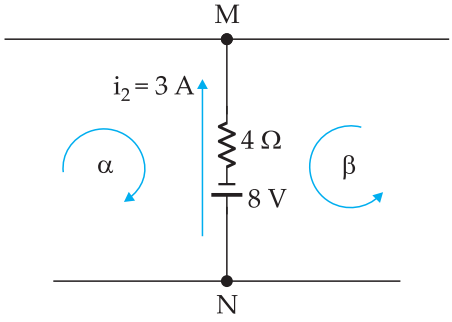
$10 i_1 = 20 \Rightarrow \boxed{i_1 = +2\,A}$

Substituindo i_2 e i_3 em I, fica:

$+2 = -3 + i_3 \Rightarrow \boxed{i_3 = +5A}$

A leitura no amperímetro é: $\boxed{i_3 = 5\,A}$

Corrigindo o sentido da corrente i_2 no ramo central, fica:



Assim $V_M - V_N = -4 \cdot 3 - 8$

$\boxed{V_M - V_N = -20\,V}$