

Física 5
Eletrostática e
Eletromagnetismo

Pré-Vestibular

Teoria e Exercícios Propostos



Editora COC – Empreendimentos Culturais Ltda.
Rua General Celso de Mello Rezende, 301
Tel.: (16) 3603.9700 – CEP 14095-270
Lagoinha – Ribeirão Preto – SP



Capítulo 01. Força Elétrica

1. Lei de Dufay	9
2. Carga Elétrica Puntiforme	9
3. Lei de Coulomb	9
4. Gráfico $F = f(d)$	10
5. Força Elétrica de Várias Cargas	11

Capítulo 02. Campo Elétrico

1. Conceito	14
2. Vetor Campo Elétrico	14
3. Unidade de Campo Elétrico no SI	15
4. Campo Elétrico Devido a uma Carga Elétrica Isolada (I)	15
5. Gráfico: $E = f(d)$	16
6. Campo Elétrico em um Ponto Devido a Várias Cargas Elétricas	17
7. Linhas de Força	19
8. Campo Elétrico Devido a uma Carga Elétrica Isolada (II)	19
9. Campo Elétrico de Duas Cargas Puntiformes	20
9.1. De Sinais Contrários	20
9.2. De Mesmo Sinal	20
10. Campo Elétrico Uniforme	20
11. Potencial Elétrico	21
12. Unidade de Potencial Elétrico	22
13. Potencial Elétrico Devido a uma Carga Puntiforme Geradora Q	22
14. Gráfico $V = f(d)$	22
15. Potencial Elétrico Devido a Várias Cargas	24
16. Superfície Equipotencial	25
17. Superfície Equipotencial no Campo de uma Carga Elétrica Puntiforme Isolada	25

Capítulo 03. Trabalho no Campo Elétrico

1. Trabalho da Força Elétrica	28
2. Movimento Forçado e Movimento Espontâneo	28
3. Trabalho Nulo	28

Índice. física 5

Capítulo 04. Condutores

1. Condutores e Isolantes	30
2. Condutor em Equilíbrio Eletrostático	30
3. Densidade Superficial de Cargas Elétricas	31
4. Poder das Pontas	31
5. Rigidez Dielétrica do Meio	32
6. Blindagem Eletrostática	32
7. Condutores Esféricos	33
8. Gráficos: Potencial Elétrico e Campo Elétrico	34
9. Condutores Eletrizados em Contato	35
10. Capacidade ou Capacitância Eletrostática	36
11. Capacidade Eletrostática de um Condutor Esférico	36
12. Energia Elétrica Armazenada em um Condutor Esférico	36

Capítulo 05. Campo Elétrico Uniforme

1. Campo Elétrico de uma Placa Plana Infinita	38
2. Campo Elétrico devido a Duas Placas Planas	38
3. Taxa de Variação do Potencial Elétrico	39

Capítulo 06. Processos de Eletrização

1. Introdução	41
2. Eletrização por Atrito	41
3. Eletrização por Contato	42
4. Eletrização por Indução	44
5. Indução Total	46
6. Condutor Neutro Sofrendo Atração Eletrostática	46

Capítulo 07. Capacitores

1. Definição	48
2. Capacitor Plano	48
3. Capacidade ou Capacitância de um Capacitor	49
4. Energia Armazenada em um Capacitor	49
5. Capacidade Eletrostática do Capacitor Plano	50

6. Campo Elétrico entre as Placas	50
7. Associação de Capacitores	52
7.1. Associação em Série	52
7.2. Associação em Paralelo	53
8. Circuitos com Capacitores	54
8.1. Circuito com Capacitor em Série	54
8.2. Circuito com Capacitor em Paralelo	55

Capítulo 08. Introdução ao Eletromagnetismo

1. Fundamentos	58
1.1. Ímãs	58
1.2. Linhas de Indução Magnética	58
1.3. Campo Magnético Uniforme	59
1.4. Vetor Indução Magnética	59
1.5. A Bússola e o Vetor Campo Magnético	59
2. Campo Magnético	61
3. Campo de um Condutor Retilíneo	61
4. Campo Magnético no Centro de uma Espira Circular	64
5. Campo Magnético no Centro de uma Bobina Chata	64
6. Campo Magnético no Interior de um Solenóide	64

Capítulo 09. Força Magnética

1. Força Magnética (Força de Lorentz) sobre Carga Lançada em Campo Magnético	67
2. Carga Elétrica Lançada em Campo Magnético Uniforme	68
3. Força Magnética sobre Condutores Retilíneos	70
4. Força Magnética entre Condutores Retilíneos Paralelos	72

Capítulo 10. Indução Eletromagnética

1. Fluxo Magnético	74
2. Indução Eletromagnética	75
2.1. Lei de Faraday	76
2.2. Lei de Lenz	76
3. Condutor Retilíneo em Campo Magnético Uniforme	78
4. Transformadores	79

Exercícios Propostos	81
-----------------------------------	-----------



Capítulo 01. Força Elétrica

1. Lei de Dufay

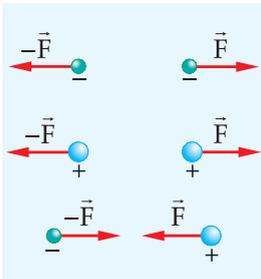
No século XVIII, o francês Charles François Dufay detectou a existência de dois tipos de cargas elétricas, as quais denominou de “vítrea” e “resinosa”, pois notara que um bastão de vidro atritado com seda adquiria carga elétrica diferente da carga elétrica adquirida por um bastão de resina atritado com lã.

Mais tarde, Benjamin Franklin foi o primeiro a utilizar as palavras carga “positiva” para a carga “vítrea” e carga “negativa” para carga resinosa.

Dufay, nas suas experiências, concluiu que:

“cargas elétricas de mesmo nome (sinal) se repelem e de nomes contrários se atraem”

Este fato ficou conhecido como “Lei de Dufay”



2. Carga Elétrica Puntiforme

Trata-se de um corpo dotado de carga elétrica, cujas dimensões são desprezíveis em relação às distâncias a outros corpos eletrizados.

3. Lei de Coulomb

Em 1784 o físico francês Charles Augustin Colulomb (1736-1806), utilizando uma balança de torção de extrema sensibilidade, obteve experimentalmente a relação da força de interação entre duas cargas pontiformes. Esta relação, conhecida como a lei de Coulomb, estabelece que:

“A intensidade da força de interação elétrica entre duas cargas puntiformes é diretamente proporcional ao produto dos módulos das cargas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre elas.”

Matematicamente, a lei de coulomb é expressa na forma:

$$F = K \cdot \frac{|Q| \cdot |q|}{d^2}$$

onde $|Q|$ e $|q|$ representam os módulos das cargas e d a distância entre elas.

A constante K de proporcionalidade está relacionada ao meio em que as cargas se encontram. Sendo esse meio o vácuo, seu valor, em unidades do S.I., é:

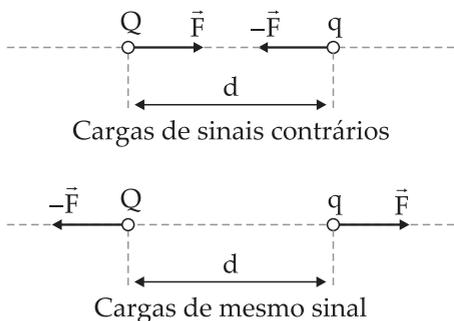
$$K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$$

Denominada “constante eletrostática do vácuo”.



Balança de Coulomb. A medida da intensidade da força de atração ou repulsão entre as esferas carregadas A e B é feita pela torção do fio.

A direção das forças de interação entre as cargas puntiformes Q e q é a da reta que contém essas cargas; o sentido é de atração quando as cargas forem de sinais contrários, ou de repulsão quando forem de mesmo sinal.

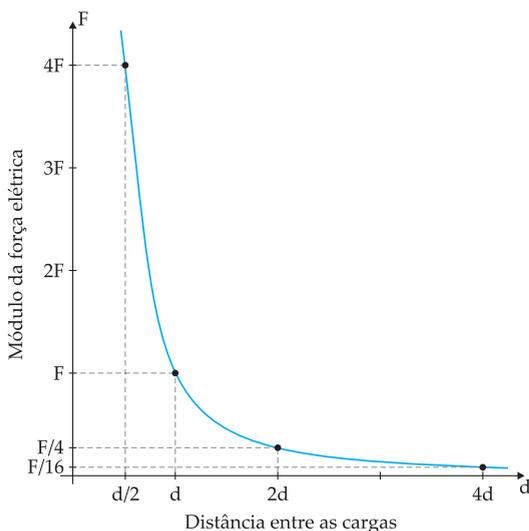


4. Gráfico $F = f(d)$

Para duas cargas Q e q separadas pela distância d , no vácuo, estudando como varia a intensidade da força elétrica \vec{F} , conforme variamos a distância entre elas, obtemos a tabela a seguir.

Distância	$\frac{d}{2}$	d	$2d$	$3d$
Força	$4F$	F	$\frac{F}{4}$	$\frac{F}{9}$

Da tabela podemos construir o gráfico abaixo:



Exercícios Resolvidos

01. Fuvest-SP

Duas partículas, eletricamente carregadas com $+8,0 \cdot 10^{-6}$ C cada uma, são colocadas no vácuo a uma distância de 30 cm, onde

$K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$. A força de interação eletrostática entre essas cargas é:

- de repulsão e igual a 6,4 N.
- de repulsão e igual a 1,6 N.
- de atração e igual a 6,4 N.
- de atração e igual a 1,6 N.
- impossível de ser determinada

Resolução

Como ambas as cargas são positivas, pela Lei de Dufay a força entre elas é de **repulsão** e pela Lei de

Coulomb: $F = K \cdot \frac{|Q| \cdot |q|}{r^2}$ onde $Q = +8,0 \cdot 10^{-6}$

$$e \quad d = 30 \text{ cm} = 3 \cdot 10^{-1} \text{ m},$$

$$\text{temos: } F = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{8 \cdot 10^{-6} \cdot 8 \cdot 10^{-6}}{(3 \cdot 10^{-1})^2}$$

$$F = 9 \cdot 10^9 \frac{64 \cdot 10^{-12}}{9 \cdot 10^{-2}} \Rightarrow F = 6,4 \text{ N}$$

Resposta: A

02. Duas partículas de cargas Q e q , de sinais opostos, separados pela distância d , se atraem com a força $F = 0,18$ N.

Determine a intensidade da força de atração entre essas partículas se:

- A distância entre elas tornar-se três vezes maior.
- O valor do módulo da carga de cada partícula reduzir-se à metade, mantendo-se inalterada a distância inicial d .

Resolução

Das condições iniciais, tem-se:

$$F = \frac{K \cdot |Q| \cdot |q|}{d^2} \Rightarrow 0,18 = \frac{K \cdot |Q| \cdot |q|}{d^2} \quad (1)$$



a) Fazendo $d_1 = 3d$, o valor da nova força é:

$$F_1 = \frac{K \cdot |Q| \cdot |q|}{(d_1)^2} \Rightarrow F_1 = \frac{K \cdot |Q| \cdot |q|}{(3d)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_1 = \frac{1}{9} \cdot \frac{K \cdot |Q| \cdot |q|}{(d)^2} \quad (2)$$

Substituindo (1) em (2):

$$F = \frac{1}{9} \cdot 0,18 \Rightarrow F = 0,02N \Rightarrow F_1 = 2,0 \cdot 10^{-2} N$$

b) Fazendo $Q' = \frac{|Q|}{2}$, $q' = \frac{|q|}{2}$ e mantendo-se d ,

tem-se:

$$F_2 = \frac{K \cdot Q' \cdot q'}{d^2} \Rightarrow F_2 = \frac{K \cdot \frac{|Q|}{2} \cdot \frac{|q|}{2}}{d^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{K \cdot |Q| \cdot |q|}{d^2} \quad (3)$$

Substituindo (1) em (3):

$$F_2 = \frac{1}{4} \cdot 0,18 \Rightarrow F_2 = 4,5 \cdot 10^{-2} N$$

Observação: Este problema poderia ser resolvido diretamente do enunciado da lei de coulomb. No item (a), a distância tornou-se três vezes maior e a força nove vezes menor, pois a força é inversamente proporcional ao quadrado da distância:

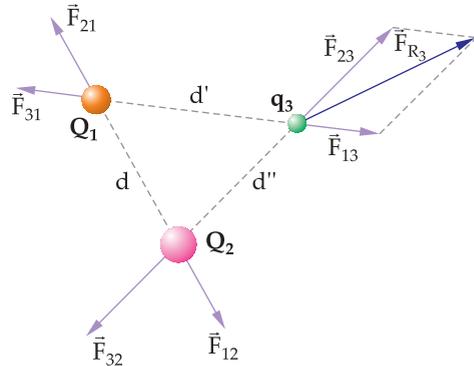
$$F_1 = \frac{F}{3^2} = \frac{0,18}{9} = 0,02 \text{ N} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

No item (b), o módulo de cada carga reduziu-se a metade e a força ficou dividida por quatro, pois a força é diretamente proporcional ao produto dos módulos das cargas:

$$F_2 = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \cdot F = \frac{F}{4} = 0,045 \text{ N} = 4,5 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

5. Força Elétrica de Várias Cargas

Consideremos a distribuição de cargas elétricas da figura.



A lei de Coulomb permite calcular a intensidade da força de interação entre duas cargas elétricas.

Assim, observamos que as cargas em questão interagem duas a duas entre si, e dessa forma podemos calcular a resultante das forças sobre cada uma delas.

Para tanto calculamos individualmente as forças entre duas cargas e depois a resultante destas, como por exemplo, a força \vec{F}_{R_3} na carga q_3 , que é a resultante das forças \vec{F}_{13} de Q_1 sobre q_3 e \vec{F}_{23} de Q_2 sobre q_3 , sendo:

$$F_{13} = K \frac{|Q_1| |q_3|}{(d')^2} \text{ e } F_{23} = K \frac{|Q_2| |q_3|}{(d'')^2}$$

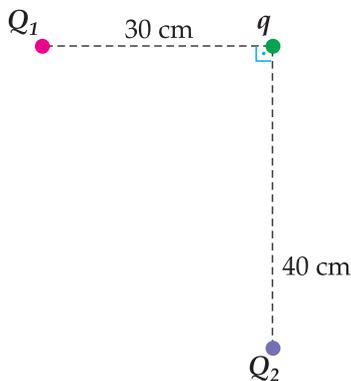
Conhecendo-se o ângulo θ entre os vetores \vec{F}_{13} e \vec{F}_{23} , o módulo da força resultante pode ser calculado pela lei dos cosenos:

$$F_{R_3} = F_{13}^2 + F_{23}^2 + 2 \cdot F_{13} \cdot F_{23} \cdot \cos \theta$$

Se, sobre uma determinada partícula, atuarem mais de duas forças, a força resultante poderá ser calculada pelo método da decomposição

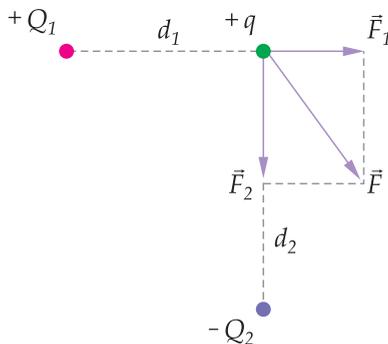
Exercícios Resolvidos

01. Três cargas elétricas puntiformes localizam-se nos vértices de um triângulo retângulo conforme mostra a figura abaixo. Sendo o meio vácuo $\left(K_0 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}\right)$, determine a intensidade da resultante das forças de $Q_1 = 5,4 \mu\text{C}$ e $Q_2 = -12,8 \mu\text{C}$ sobre a carga $q = 1 \mu\text{C}$.



Resolução

Q_1 e q se repelem e Q_2 e q se atraem, assim:



Cálculo das forças individuais sobre a carga q .

$$F_1 = K_0 \frac{|Q_1||q|}{d_1^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5,4 \cdot 10^{-6} \cdot 1,0 \cdot 10^{-6}}{(3 \cdot 10^{-1})^2}$$

$$F_1 = 0,54 \text{ N}$$

$$F_2 = K_0 \frac{|Q_2||q|}{d_2^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{12,8 \cdot 10^{-6} \cdot 1,0 \cdot 10^{-6}}{(4 \cdot 10^{-1})^2}$$

$$F_2 = 0,72 \text{ N}$$

Cálculo da resultante sobre a carga q .

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \quad \text{onde } F^2 = F_1^2 + F_2^2$$

$$F^2 = (0,54)^2 + (0,72)^2 \Rightarrow F^2 = 0,81$$

$$\Rightarrow F = \sqrt{0,81}$$

$$F = 0,9 \text{ N}$$



02. Sobre uma canaleta horizontal fixam-se duas cargas puntiformes Q_A e Q_B . Uma terceira carga puntiforme $+q$ é colocada sobre a canaleta, permanecendo em equilíbrio estável na posição indicada na figura. Quanto aos sinais de Q_A e Q_B e à razão $\frac{|Q_A|}{|Q_B|}$ é correto afirmar que são:



a) $+$; $-$; $\frac{1}{3}$

d) $-$; $+$; 3

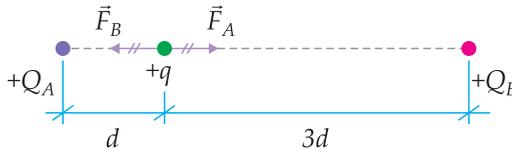
b) $+$; $+$; $\frac{1}{9}$

e) $+$; $+$; 9

c) $-$; $-$; $\frac{1}{3}$

Resolução

Como o equilíbrio é **estável** as cargas Q_A e Q_B são **positivas** pois caso contrário, ao deslocarmos a carga q sobre a canaleta, ela não mais retorna à posição inicial.



$$F_A = K \frac{|Q_A| \cdot |q|}{d^2} \text{ e } F_B = K \frac{|Q_B| \cdot |q|}{(3d)^2}$$

Como $F_A = F_B$ tem-se $K \frac{|Q_A| \cdot |q|}{d^2} = K \frac{|Q_B| \cdot |q|}{9d^2}$

$$\frac{|Q_A|}{|Q_B|} = \frac{1}{9}$$

Resposta: B

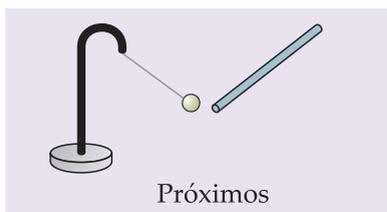
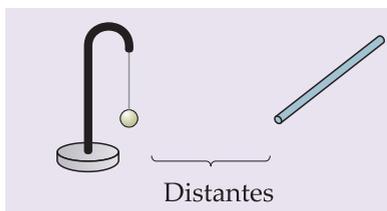
Capítulo 02. Campo Elétrico

1. Conceito

A Lei da Gravitação Universal de Newton originou o conceito de campo gravitacional, ou seja, a região de influência à distância de uma massa em outra. Ocorre que para que percebamos o campo gravitacional, uma das massas deve ser exageradamente grande, o mesmo não acontecendo no eletromagnetismo.

Foi Faraday quem, na primeira metade do século XIX, propôs o conceito de campo pela necessidade de explicar essas ações à distância.

Quando aproximamos um bastão eletrizado de um pêndulo eletrostático notamos que, enquanto a distância entre ambos é grande, nada indica que exista alguma coisa entre eles. A partir de uma certa distância torna-se evidente a existência de algo que origina uma interação entre ambos, ou de atração ou repulsão.



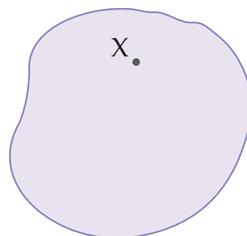
Essa região de influência do bastão, devido à sua carga elétrica, na qual ocorrem as interações, indica a existência de um **campo elétrico**.

Assim sendo, se quisermos comprovar a existência ou não de um campo elétrico numa dada região, basta colocarmos na mesma uma **carga de prova**. Se ela ficar sujeita a uma força (ação) de natureza elétrica podemos afirmar que existe campo elétrico na região em que está, caso contrário não.

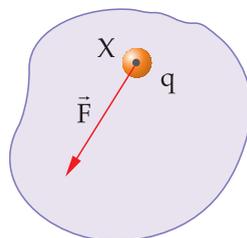
2. Vetor Campo Elétrico

Para representar o campo elétrico num ponto qualquer de uma região definimos o **vetor campo elétrico** \vec{E} .

A figura abaixo representa uma região onde se suspeita existir um campo elétrico no ponto X.



Colocamos uma carga de prova q positiva e observamos que fica sujeita à ação da força elétrica \vec{F} .



Podemos afirmar que no ponto X existe um campo elétrico, representado pelo vetor campo elétrico \vec{E} , tal que:

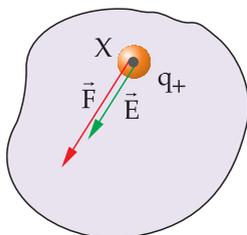
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

O vetor campo elétrico no ponto X tem:

- direção: a mesma da força \vec{F} .
- sentido: igual ao de \vec{F} se q é positiva, oposto ao de \vec{F} se q é negativa.

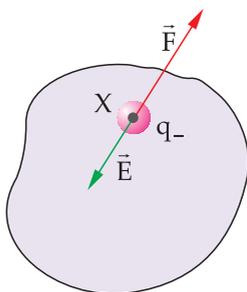


- intensidade: $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{|q|}$



Se trocarmos a carga q no ponto X por outra q' **negativa** notamos que o comportamento é contrário, ou seja, ocorre uma inversão no sentido da força, mas continuamos tendo:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}'}{q}$$



Dessa forma temos: $\frac{\vec{F}}{q} = \frac{\vec{F}'}{q'} = \dots = \text{constante}$,

fato este que evidencia a **pré-existência** do campo elétrico no ponto X e sua independência da carga de prova q , ali colocada.

3. Unidade de Campo Elétrico no SI

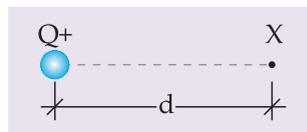
Como $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$, a unidade de campo elétrico

no Sistema Internacional de Unidades pode ser **newton por coulomb** (N/C), sendo a unidade oficial o **volt por metro** (V/m) que veremos adiante

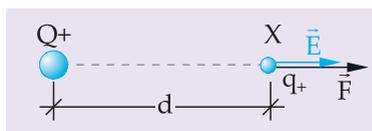
$$1 \text{ N/C} = 1 \text{ V/m}$$

4. Campo Elétrico Devido a uma Carga Elétrica Isolada (I)

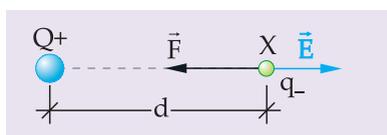
Consideremos uma carga Q positiva, isolada de outras cargas distantes.



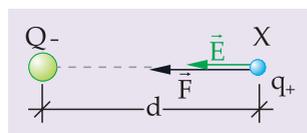
Colocando-se uma carga de prova q , **positiva**, no ponto X notamos que fica sujeita a uma força \vec{F} de repulsão, o que nos permite concluir que em X já existia um campo elétrico devido à carga elétrica Q (geradora do campo).



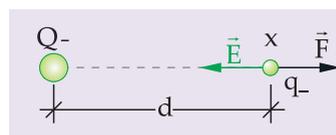
Mesmo que troquemos a carga q por outra q' **negativa**, o vetor \vec{E} não sofre alteração, mas a força passa a ser de atração.



Vamos agora substituir a carga geradora Q positiva por uma outra geradora Q **negativa** sendo a carga de prova q , positiva.



Trocando a carga de prova q por outra **negativa**, o vetor \vec{E} não se altera, mas a força passa a ser de repulsão.

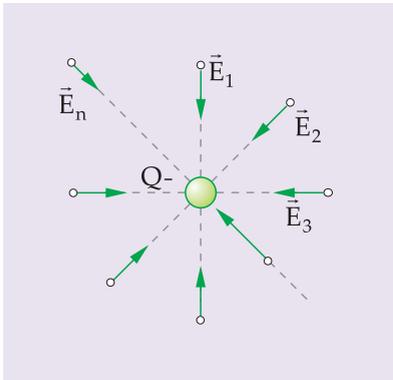
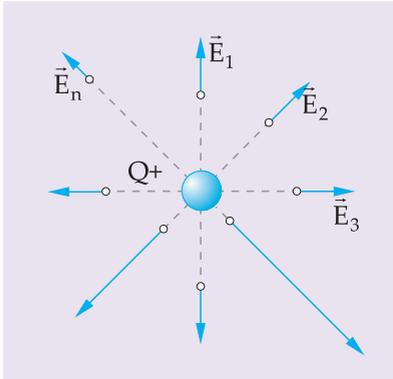


Resumindo

O vetor campo elétrico \vec{E} tem **direção** da reta que passa pelo ponto e pela carga Q geradora.

Carga elétrica **positiva** sempre gera campo elétrico com sentido de **afastamento**, em relação a ela, nos pontos ao seu redor.

Carga elétrica **negativa** sempre gera campo elétrico com sentido de **aproximação**, em relação a ela, nos pontos ao seu redor.



No ponto X , o campo elétrico é: $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$ assim

$\vec{F} = q \cdot \vec{E}$ e a intensidade da força \vec{F} é:

$$F = |q| \cdot E \quad (I)$$

Pela lei de Coulomb temos:

$$F = K \cdot \frac{|Q| \cdot |q|}{d^2} \quad (II)$$

de I e II vem $|q| \cdot E = K \cdot \frac{|Q| \cdot |q|}{d^2}$

e cancelando $|q|$ em ambos os membros da igualdade (fato que evidencia a independência da carga de prova no cálculo da intensidade do campo elétrico), temos:

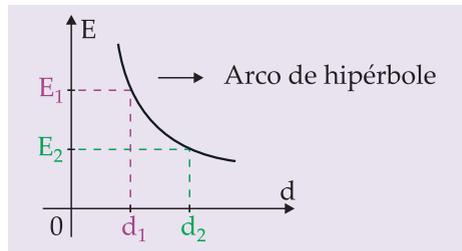
$$E = K \frac{|Q|}{d^2}$$

5. Gráfico: $E = f(d)$

Variando-se a distância d do ponto à carga Q , obtemos o gráfico abaixo:

$$E \cdot d^2 = K \cdot |Q| = \text{constante}$$

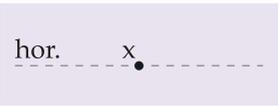
$$E_1 \cdot d_1^2 = E_2 \cdot d_2^2 = \dots = \text{constante}$$



Exercícios Resolvidos

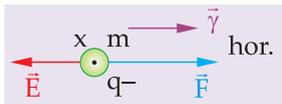
01. Uma partícula de carga $q = -2,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ e massa $m = 5,0 \cdot 10^{-4} \text{ kg}$, colocada no ponto X da figura, adquire uma aceleração horizontal, para a direita, de $4,0 \cdot 10^3 \text{ m/s}^2$. Desprezando as ações gravitacionais:

- caracterize o campo elétrico no ponto X .
- qual a intensidade da força que atua sobre uma carga $q = +3,0 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ colocada no ponto X ?





Resoluão



a) Sendo a carga q negativa, o vetor campo elctrico \vec{E} **horizontal**, para a esquerda, pois a fora \vec{F} , causadora da acelerao $\vec{\gamma}$, **horizontal** para a direi-

ta. Sua intensidade \acute{e} : $E = \frac{F}{|q|}$ e como $F = m \cdot \gamma$, entao

$$E = \frac{m \cdot \gamma}{|q|} \Rightarrow E = \frac{5,0 \cdot 10^{-4} \cdot 4,0 \cdot 10^3}{2,0 \cdot 10^{-6}}$$

$$E = 1,0 \cdot 10^{-6} \text{ N/C}$$

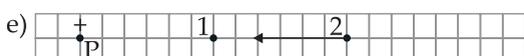
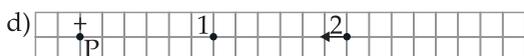
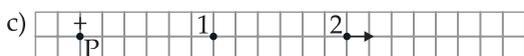
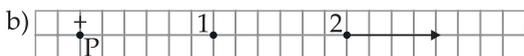
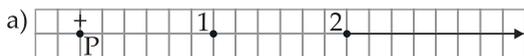
b) $F = |q| \cdot E \Rightarrow F = 3,0 \cdot 10^{-8} \cdot 1,0 \cdot 10^{-6}$

$$F = 3,0 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

02. (Vunesp-SP) A figura a seguir representa uma carga elctrica pontual positiva no ponto P e o vetor campo elctrico no ponto 1 devido a essa carga.



No ponto 2, a melhor representao para o vetor campo elctrico devido a mesma carga em P ser:



Resoluao

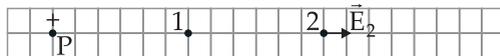
Sendo $E = K \frac{|Q|}{d^2} \Rightarrow E \cdot d^2 = K \cdot |Q| = \text{constante}$ e como a distncia do ponto 2 ao ponto P \acute{e} o dobro da

distncia do ponto 1 ao ponto P, onde se localiza a carga Q, tem-se:

$$E_1 \cdot d^2 = E_2 \cdot (2d)^2 \Rightarrow E_1 \cdot d^2 = E_2 \cdot 4d^2 \Rightarrow$$

$$E_2 = \frac{E_1}{4}$$

Como a carga se mantm, o sentido continua o mesmo de **afastamento**.

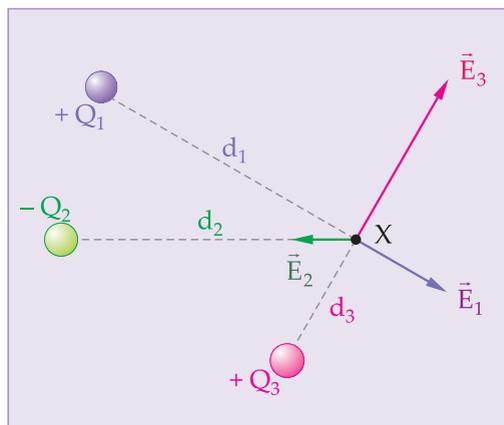


Resposta: C

6. Campo Elctrico em um Ponto Devido a Vrias Cargas Elctricas

Quando numa regioo do espao existir mais de uma carga elctrica, os pontos dessa regioo sofrem influncia dos campos elctricos devidos a essas cargas.

Nesse caso, num nico ponto X, existir mais de um campo elctrico e o campo elctrico resultante no ponto ser a soma vetorial de todos esses campos.



$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$$

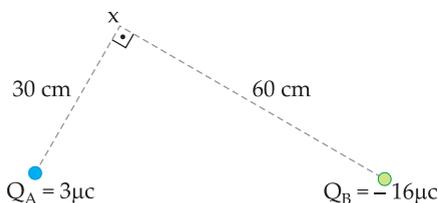
Sendo:

$$E_1 = K \frac{|Q_1|}{d_1^2}; E_2 = K \frac{|Q_2|}{d_2^2} \text{ e } E_3 = K \frac{|Q_3|}{d_3^2}$$

Exercícios Resolvidos

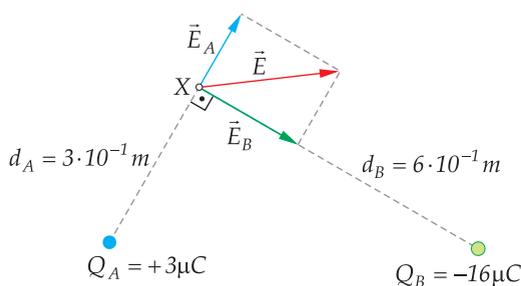
01. Calcular a intensidade e representar o vetor campo elétrico resultante no ponto X devido às cargas elétricas Q_A e Q_B da figura, sabendo-se que estão imersas no vácuo.

Dado: $K_0 = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$



Resolução

Determinando \vec{E}_A e \vec{E}_B



$$E_A = K_0 \frac{|Q_A|}{d_A^2} \Rightarrow E_A = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-6}}{(3 \cdot 10^{-1})^2}$$

$$E_A = 3 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$

$$E_B = K_0 \frac{|Q_B|}{d_B^2} \Rightarrow E_B = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{16 \cdot 10^{-6}}{(6 \cdot 10^{-1})^2}$$

$$E_B = 4 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$

Sendo $\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B$ e como o ângulo entre

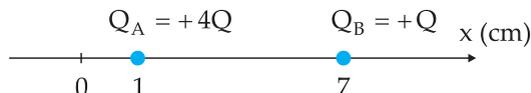
\vec{E}_A e \vec{E}_B é reto (90°), então $E^2 = E_A^2 + E_B^2$

$$E^2 = (3 \cdot 10^5)^2 + (4 \cdot 10^5)^2$$

$$E^2 = 9 \cdot 10^{10} + 16 \cdot 10^{10} = 25 \cdot 10^{10}$$

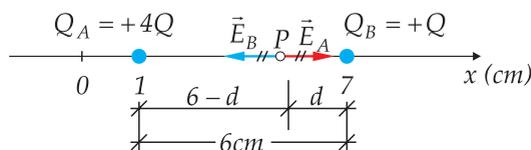
$$E = 5 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$

02. Dada a distribuição de cargas da figura, determinar a abscissa do ponto localizado no eixo x, no qual o campo elétrico resultante, devido às cargas elétricas puntiformes Q_A e Q_B , é nulo.



Resolução

O ponto P, no qual o campo elétrico é nulo, deve estar localizado entre as cargas, pois à esquerda de Q_A ou à direita de Q_B os campos elétricos \vec{E}_A e \vec{E}_B , devido a elas, têm mesmo sentido e o campo resultante nesses casos nunca é nulo.



No ponto P temos $\vec{E}_A + \vec{E}_B = \vec{0}$, logo $E_A = E_B$

$$K \frac{|Q_A|}{(6-d)^2} = K \frac{|Q_B|}{d^2} \Rightarrow \frac{4Q}{(6-d)^2} = \frac{Q}{d^2}$$

$$\frac{4}{(6-d)^2} = \frac{1}{d^2} \Rightarrow 4d^2 = (6-d)^2$$

$$4d^2 = 36 - 12d + d^2 \Rightarrow 3d^2 + 12d - 36 = 0$$

$$d^2 + 4d - 12 = 0 \text{ que resolvendo obtém-se}$$

$$d = +2 \text{ cm e } d = -6 \text{ cm}$$

Logo, as abscissas seriam $x' = 5 \text{ cm}$ e $x'' = 13 \text{ cm}$.

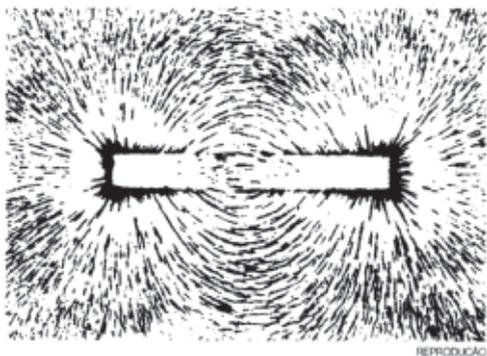
Porém, o valor $x'' = 13 \text{ cm}$ é externo às cargas, o que não satisfaz à condição do campo elétrico resultante ser nulo; assim, a resposta é:

$$x = 5 \text{ cm}$$

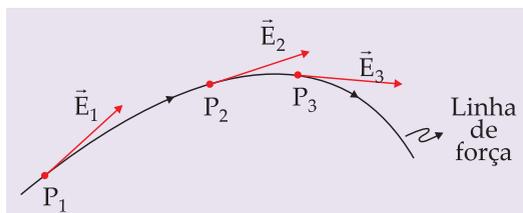


7. Linhas de Força

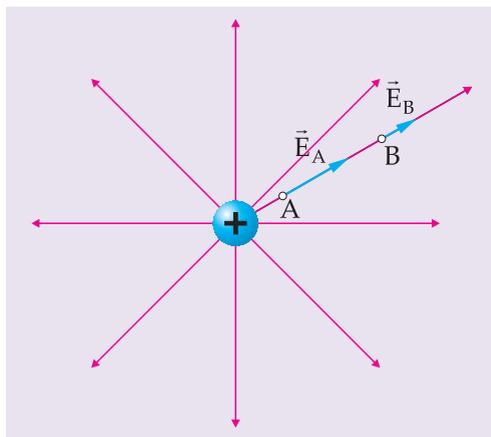
Com o conceito de campo cada vez mais fortalecido no sentido de explicar a ação à distância entre corpos com cargas elétricas, Michael Faraday, observando o espectro formado por limalhas de ferro espalhadas numa folha de papel colocada sobre um imã (conforme a figura abaixo), propôs um conceito correlato para o campo elétrico. Para ele, as linhas formadas pelas limalhas de ferro, embora invisíveis, realmente existiam e, através delas era possível visualizar o formato do campo na região e mais ainda, pois a maior ou menor concentração dessas linhas indicava a maior ou menor intensidade de força a que outros corpos ficavam sujeitos naquela região. A essas linhas Faraday deu o nome de “Linha de Força”.



Define-se “linha de força” como a linha imaginária que tangencia o vetor campo elétrico em cada ponto da região, conservando seu sentido.

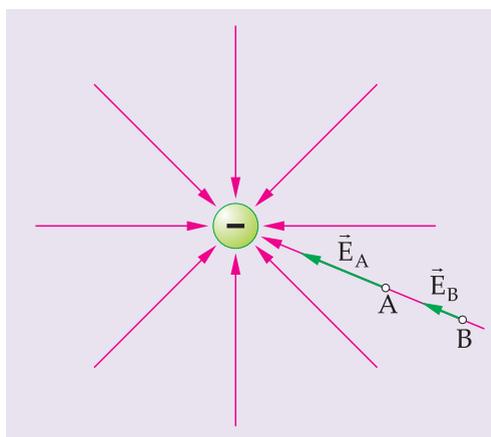


8. Campo Elétrico Devido a uma Carga Elétrica Isolada (ID)



No caso da carga elétrica positiva, as linhas de força são retas concorrentes na carga, tendo sentido de afastamento, como se “nascessem” na carga.

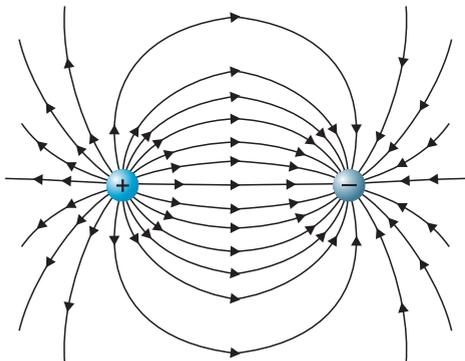
Observe também que quanto mais próximas entre si estiverem as linhas de força, mais intenso é o campo elétrico.



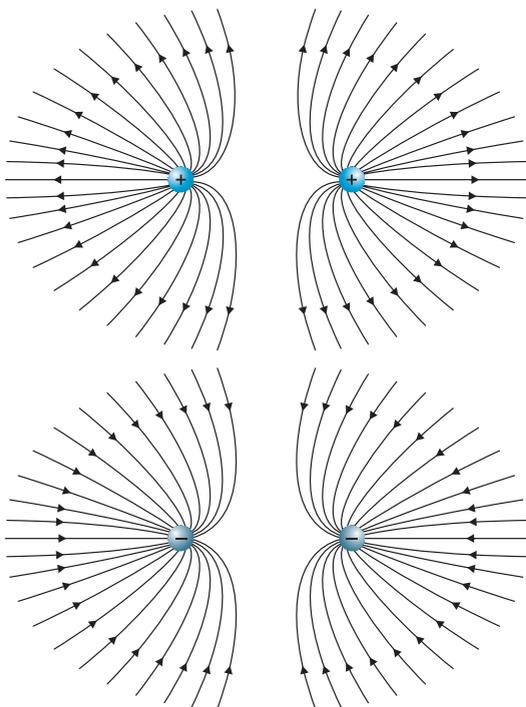
As linhas de força de uma carga elétrica negativa têm sentido de aproximação, como se “morressem” na carga.

9. Campo Elétrico de Duas Cargas Puntiformes

9.1. De Sinais Contrários



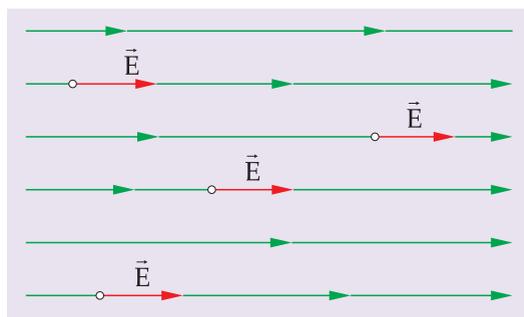
9.2. De Mesmo Sinal



10. Campo Elétrico Uniforme

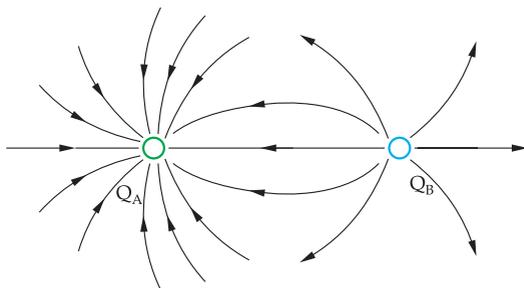
Quando em todos os pontos de uma região o vetor campo elétrico for o mesmo em direção, sentido e intensidade, dizemos que ele é uniforme.

Nesse caso, as linhas de força que o representam são retas paralelas e equidistantes.



Exercícios Resolvidos

01. Duas esferas estão eletrizadas com cargas Q_A e Q_B , e a figura representa as linhas de força na região.



Podemos afirmar que:

- Q_A é positiva; Q_B é negativa e $|Q_A| > |Q_B|$.
- Q_A é positiva; Q_B é positiva e $|Q_A| < |Q_B|$.
- Q_A é negativa; Q_B é positiva e $|Q_A| > |Q_B|$.
- Q_A é negativa; Q_B é positiva e $|Q_A| = |Q_B|$.
- Q_A é negativa; Q_B é negativa e $|Q_A| < |Q_B|$.

Resolução

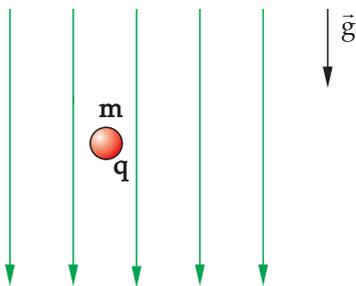
Como as linhas de força “nascem” em Q_B e “morrem” em Q_A , então, Q_A é negativa e Q_B é positiva.

As linhas de força em torno de Q_A estão mais próximas entre si do que em torno de Q_B , isto significa que o campo elétrico ali é mais intenso, logo $|Q_A| > |Q_B|$.

Resposta: C

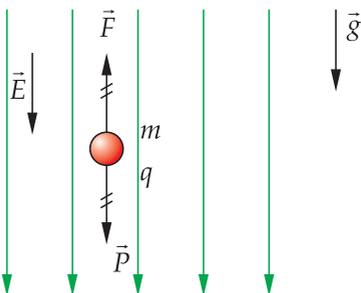


02. Uma partícula de massa m e carga elétrica q permanece suspensa em equilíbrio numa região de campo elétrico uniforme, representado na figura adiante. Sendo g a aceleração da gravidade, pode-se afirmar que o sinal da carga q e a intensidade do campo elétrico local são, respectivamente:



- a) positivo; $\frac{m \cdot |q|}{g}$
- b) negativo; $\frac{m \cdot g}{|q|}$
- c) negativo; $\frac{m \cdot |q|}{g}$
- d) positivo; $\frac{m \cdot g}{|q|}$
- e) negativo; $\frac{|q| \cdot g}{m}$

Resolução:



Do equilíbrio da partícula concluímos que \vec{F} (elétrica) equilibra o peso \vec{P} .

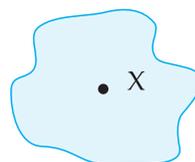
Assim, o sinal de q é **negativo** (\vec{F} e \vec{E} têm sentidos opostos).

$$\text{Como } F = P \Rightarrow |q| \cdot E = m \cdot g \Rightarrow E = \frac{m \cdot g}{|q|}$$

Resposta: B

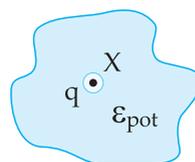
11. Potencial Elétrico

Seja a região do espaço representada abaixo, na qual existe um campo elétrico e seja X um ponto qualquer dessa região.



Uma carga de prova q situada nesse ponto X adquire uma **energia potencial elétrica** E_{pel} . Podemos concluir que o ponto X tem a propriedade de dotar de energia potencial elétrica qualquer carga elétrica nele situada.

Essa propriedade, que é denominada **Potencial Elétrico V**, é somente do ponto, independe da carga de prova e pode ser medida pela expressão:



$$V = \frac{E_{\text{pel}}}{q}$$

A medida do potencial elétrico V nos diz quanto de energia potencial elétrica E_{pel} o ponto X é capaz de dotar por unidade de carga elétrica q nele situada.

$$E_{\text{pel}} = q \cdot V$$

Cada ponto da região tem um potencial elétrico que, por ser uma grandeza escalar, não poderá ser representado geometricamente como o fizemos com o vetor campo elétrico.

12. Unidade de Potencial Elétrico

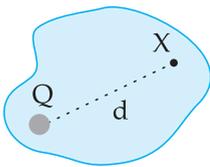
No Sistema Internacional de Unidades a unidade de energia é o **joule (J)** e a unidade de carga elétrica é o **coulomb (C)**, assim a unidade de potencial elétrico é denominada **volt (V)** de modo que:

$$1V = \frac{1J}{1C}$$

Quando dizemos que o potencial elétrico de um ponto X é $V_x = 5V$, ou seja $V_x = 5J/C$ devemos entender que o ponto X consegue dotar de 5J de energia potencial elétrica cada 1C de carga elétrica nele situado. Se colocássemos uma carga elétrica $q = 3C$ nesse ponto, ela ficaria dotada de 15J de energia potencial elétrica.

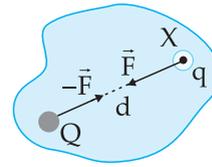
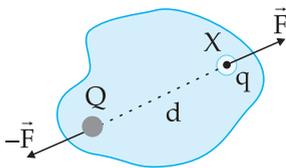
13. Potencial Elétrico Devido a uma Carga Puntiforme Geradora Q

Consideremos um ponto X do campo elétrico devido a uma única carga elétrica puntiforme Q, isolada, conforme a figura abaixo.



Ao abandonarmos uma carga de prova q no ponto X ela poderá entrar em movimento:

- de **afastamento**, devido à força de repulsão entre elas, se tiver o mesmo sinal de Q.
- de **aproximação**, devido à força de atração entre elas, se tiver sinal contrário ao de Q.



Tal fato evidencia que o sistema de cargas adquiriu energia potencial elétrica.

Demonstra-se, através do cálculo integral, que essa energia potencial elétrica pode ser calculada pela expressão:

$$E_{\text{pel}} = K \frac{Q \cdot q}{d} \quad \text{(I) onde K é a constante eletrostática do meio entre as cargas.}$$

Mas essa energia potencial elétrica também pode ser calculada por:

$$E_{\text{pel}} = q \cdot V \quad \text{(II)}$$

Das expressões I e II podemos escrever:

$$q \cdot V = K \frac{Q \cdot q}{d} \quad \text{e cancelando q em ambos os}$$

membros da equação temos: $V = K \frac{Q}{d}$

Dessa expressão podemos concluir que:

- o **potencial elétrico V** do ponto independe da carga de prova q, pois ela foi cancelada;
- quando o valor da distância **d** entre o ponto e a carga **Q** aumenta, tendendo a infinito (pontos infinitamente distantes de Q), o potencial elétrico tende a zero ($V_{\infty} = 0$).
- sendo **K** e **d** positivos, o sinal do potencial elétrico **V** depende somente do sinal de **Q**, que é a carga geradora. Assim: carga positiva ($Q > 0$) gera potencial elétrico positivo ($V > 0$); carga negativa ($Q < 0$) gera potencial elétrico negativo ($V < 0$).

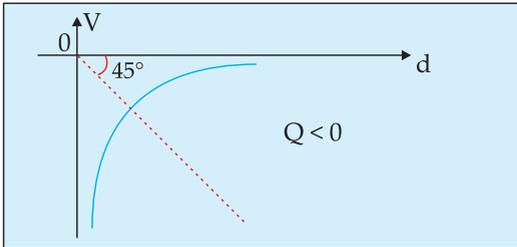
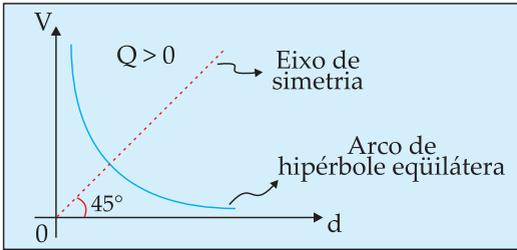
14. Gráfico $V = f(d)$

Para uma carga Q isolada, variemos a distância d do ponto à carga. Dessa forma temos:

$$V = K \frac{Q}{d} \quad \text{e} \quad V \cdot d = K \cdot Q = \text{constante}$$



logo V e d são inversamente proporcionais e dessa forma obtemos os gráficos:



Exercícios Resolvidos

01. O potencial elétrico de uma nuvem pode chegar a 40 000 000 V ($4 \cdot 10^7$ V). Qual a energia potencial elétrica de uma partícula dessa nuvem, dotada de carga igual à carga elementar?

Resolução

Sendo $V = 4 \cdot 10^7$ V e $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C temos:

$$E_{pel} = q \cdot V \Rightarrow E_{pel} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 4 \cdot 10^7$$

$$E_{pel} = 6,4 \cdot 10^{-12} \text{J}$$

02. Uma carga elétrica puntiforme $Q = 12\mu\text{C}$ encontra-se fixa no vácuo ($K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$)

a 3,0 cm de um ponto X. Pede-se determinar:

- b) o potencial elétrico de um outro ponto Y, situado a 6,0 cm da carga Q;
- c) o potencial elétrico de um ponto Z situado a 9,0 cm de Q;
- d) o esboço do gráfico do potencial elétrico V em função da distância d do ponto à carga elétrica Q.

Resolução

Em todos os cálculos devemos utilizar as grandezas em unidades do Sistema Internacional, assim:
 $Q = 12 \cdot 10^{-6}\text{C}$

a) **ponto X:** $d_x = 3,0 \text{ cm} = 3,0 \cdot 10^{-2}\text{m}$

$$V_x = K_0 \frac{Q}{d_x} \Rightarrow V_x = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{12 \cdot 10^{-6}}{3,0 \cdot 10^{-2}}$$

$$V_x = 3,6 \cdot 10^6 \text{V}$$

b) **ponto Y:** $d_y = 6,0 \text{ cm} = 6,0 \cdot 10^{-2}\text{m}$

Como $V \cdot d = K_0 \cdot Q = \text{constante}$, então $V_x \cdot d_x = V_y \cdot d_y$

$$V_x \cdot 3,0 \cdot 10^{-2} = V_y \cdot 6,0 \cdot 10^{-2} \Rightarrow V_y = \frac{V_x}{2}$$

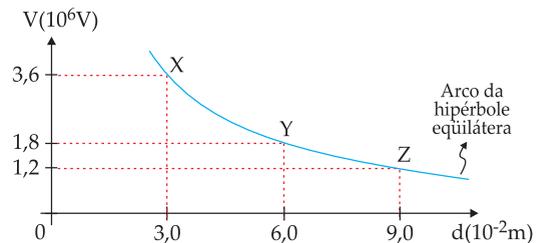
(dobrando-se a distância d , o potencial elétrico V fica reduzido à metade). $\Rightarrow V_y = 1,8 \cdot 10^6\text{V}$

c) **ponto Z:** $d_z = 9,0 \text{ cm} = 9,0 \cdot 10^{-2}\text{m}$

$$V_x \cdot d_x = V_z \cdot d_z \Rightarrow V_x \cdot 3,0 \cdot 10^{-2} = V_z \cdot 9,0 \cdot 10^{-2}$$

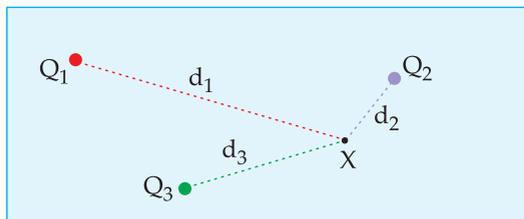
$$V_z = \frac{V_x}{3} \Rightarrow V_z = 1,2 \cdot 10^6 \text{V}$$

d) gráfico $V = f(d)$:



15. Potencial Elétrico Devido a Várias Cargas

Seja a região do espaço representada abaixo, na qual existe um campo elétrico gerado pelas cargas Q_1 , Q_2 e Q_3 , e seja X um ponto qualquer dessa região.



Cada uma das cargas estará gerando um potencial elétrico parcial no ponto X que será calculado por $V = K \frac{Q}{d}$, assim temos:

$$V_1 = K \frac{Q_1}{d_1}, V_2 = K \frac{Q_2}{d_2} \text{ e } V_3 = K \frac{Q_3}{d_3}$$

O potencial elétrico resultante no ponto X é obtido pela **soma algébrica** (levam-se em consideração os sinais) desses potenciais parciais.

$$V_{\text{res}} = V_1 + V_2 + V_3$$

Se substituirmos os potenciais parciais, podemos escrever:

$$V_{\text{res}} = K \frac{Q_1}{d_1} + K \frac{Q_2}{d_2} + K \frac{Q_3}{d_3} \quad \text{ou}$$

$$V_{\text{res}} = K \left(\frac{Q_1}{d_1} + \frac{Q_2}{d_2} + \frac{Q_3}{d_3} \right)$$

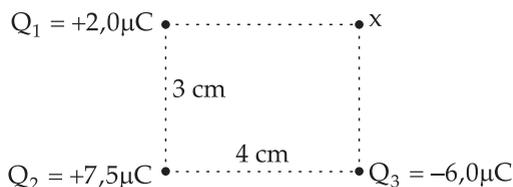
No caso de termos n cargas elétricas, o potencial elétrico resultante num ponto qualquer do campo elétrico devido a essas cargas é:

$$V_{\text{res}} = K \cdot \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{d_i}$$

Exercícios Resolvidos

01. Três cargas elétricas pontiformes $Q_1 = 2,0 \mu\text{C}$, $Q_2 = 7,5 \mu\text{C}$ e $Q_3 = -6,0 \mu\text{C}$ encontram-se fixas nos vértices de um retângulo, como mostra a figura. Sendo o meio o vácuo $\left(K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \right)$, determine o valor do

potencial elétrico no vértice do retângulo que não contém carga elétrica.

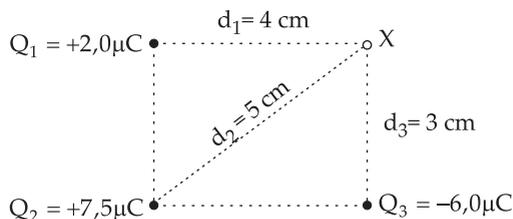


Resolução

Para calcularmos o potencial elétrico no vértice X, devemos primeiro calcular a distância d_2 entre o vértice X e a carga Q_2 .

$$(d_2)^2 = 3^2 + 4^2 = 25$$

$$d_2 = 5 \text{ cm} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$



Cálculo dos potenciais elétricos parciais no ponto X:

$$V_1 = K_0 \cdot \frac{Q_1}{d_1} \Rightarrow V_1 = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{(+2,0 \cdot 10^{-6})}{4 \cdot 10^{-2}} = 4,5 \cdot 10^5 \text{ V}$$

$$V_2 = K_0 \cdot \frac{Q_2}{d_2} \Rightarrow V_2 = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{(+7,5 \cdot 10^{-6})}{5 \cdot 10^{-2}} = 13,5 \cdot 10^5 \text{ V}$$

$$V_3 = K_0 \cdot \frac{Q_3}{d_3} \Rightarrow V_3 = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{(-6,0 \cdot 10^{-6})}{3 \cdot 10^{-2}} = -18 \cdot 10^5 \text{ V}$$

No ponto X, o potencial resultante é:

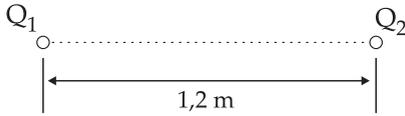
$$V_{\text{res}} = V_1 + V_2 + V_3$$

$$V_{\text{res}} = 4,5 \cdot 10^5 + 13,5 \cdot 10^5 + (-18 \cdot 10^5)$$

$$V_{\text{res}} = 0$$



02. Duas cargas elétricas puntiformes $Q_1 = 2,0 \mu\text{C}$ e $Q_2 = -6,0 \mu\text{C}$ encontram-se no vácuo, distanciadas de 1,2 m. Determine a que distância da carga Q_1 encontra-se o ponto, sobre o segmento de reta que as une, no qual o potencial elétrico devido a ambas as cargas é nulo.

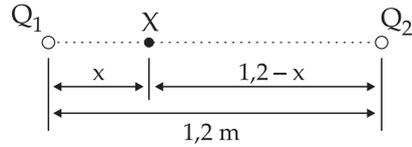


- a) 0,2 m
- b) 0,3 m
- c) 0,4 m
- d) 0,6 m
- e) 1,0 m

Resolução

Consideremos o ponto X da figura, tal que $V_x = 0$.

Então, $V_1 + V_2 = 0$, ou seja,



$$K \cdot \frac{Q_1}{d_1} + K \cdot \frac{Q_2}{d_2} = 0$$

$$K \cdot \frac{2,0 \cdot 10^{-6}}{x} + K \cdot \frac{(-6,0 \cdot 10^{-6})}{1,2 - x} = 0$$

$$K \cdot \frac{2,0 \cdot 10^{-6}}{x} = K \cdot \frac{6,0 \cdot 10^{-6}}{1,2 - x}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{3}{1,2 - x} \Rightarrow 1,2 - x = 3x$$

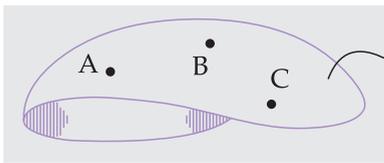
$$4x = 1,2 \quad \text{então,} \quad x = 0,3 \text{ m}$$

Resposta: B

16. Superfície Equipotencial

Superfície equipotencial, numa região de campo elétrico, é uma superfície em que todos os seus pontos têm o mesmo potencial elétrico.

$$V_A = V_B = V_C = V$$



Superfície equipotencial de potencial elétrico V

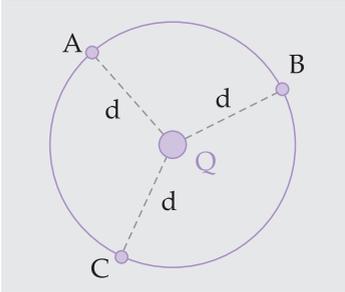
17. Superfície Equipotencial no Campo de uma Carga Elétrica Puntiforme Isolada

Quando consideramos uma carga elétrica isolada Q, geradora de campo elétrico, o potencial elétrico num ponto qualquer do campo pode ser calculado por:

$$V = K \frac{Q}{d}$$

Dessa forma, qualquer ponto em torno da carga elétrica Q, que distar d da mesma, terá o mesmo potencial elétrico V e todos pertencerão à mesma superfície equipotencial.

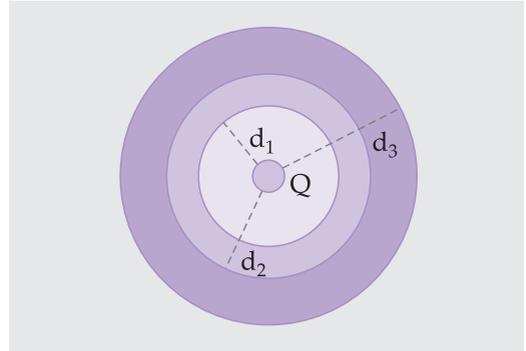
Não é difícil imaginar essa superfície, pois ela seria uma superfície esférica de centro na carga Q e raio d .



$$V_A = V_B = V_C = V$$

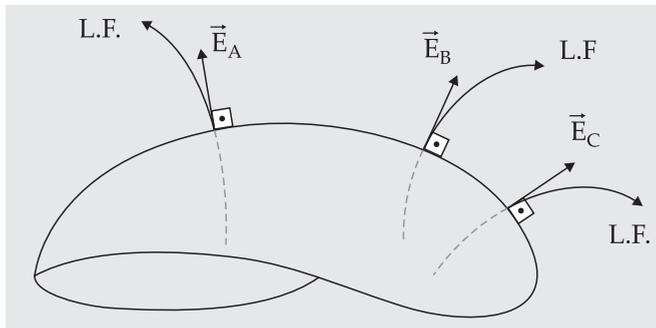
Para cada valor de d , temos uma superfície esférica diferente. Dessa forma, as superfícies

eqüipotenciais são cascas esféricas, uma dentro da outra, com centro na carga elétrica Q .



Uma propriedade importante relaciona as superfícies eqüipotenciais (S.E.) e as linhas de força (L.F.) de um campo elétrico.

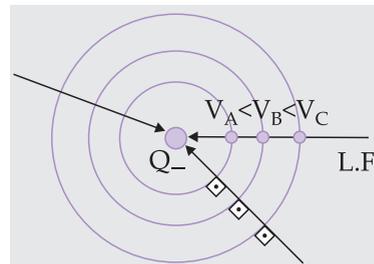
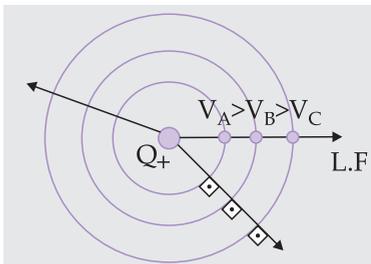
“Em qualquer ponto de uma superfície eqüipotencial, o vetor campo elétrico \vec{E} é perpendicular à superfície e conseqüentemente à linha de força que o tangencia também”.



Outra propriedade importante:

“Percorrendo-se uma linha de força no seu sentido, encontramos potenciais elétricos cada vez menores”.

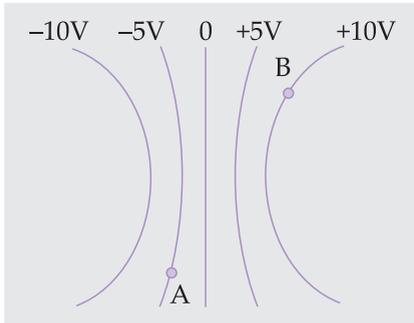
No caso de uma carga Q isolada:





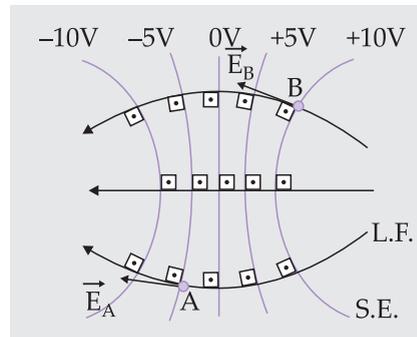
Exercício Resolvido

As linhas a seguir representam superfícies equipotenciais de uma região de campo elétrico. Desenhe os vetores campo elétrico nos pontos A e B.



Resolução

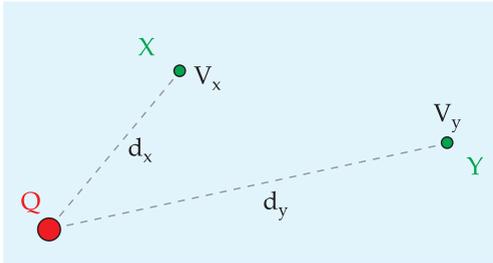
As linhas de força são perpendiculares às superfícies equipotenciais e os potenciais elétricos decrescem com o sentido das linhas de força. O vetor campo elétrico é tangente às linhas de força (e por isso, perpendicular às superfícies equipotenciais) e no mesmo sentido delas.



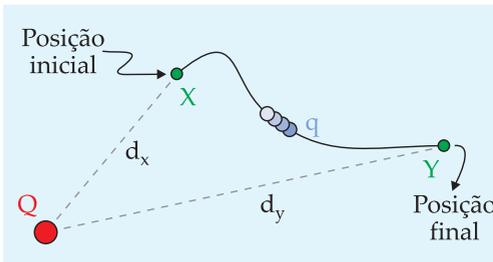
Capítulo 03. Trabalho no Campo Elétrico

1. Trabalho da Força Elétrica

Consideremos uma carga elétrica puntiforme Q , isolada, e dois pontos: X de potencial elétrico V_x e Y de potencial elétrico V_y , de seu campo elétrico, como mostra a figura.



Um agente externo movimenta uma outra carga elétrica puntiforme q e a faz passar pelos pontos X e Y .



Se a energia potencial elétrica dessa carga, ao passar no ponto X , é $E_{pe_{l_x}} = q \cdot V_x$ (inicial), e ao passar no ponto Y é $E_{pe_{l_y}} = q \cdot V_y$ (final), então o trabalho realizado pela força elétrica atuante sobre ela é dado pela equação:

$$\mathcal{E} = E_{pe_{l_x}} - E_{pe_{l_y}}$$

Ou seja

$$\mathcal{E} = q \cdot V_x - q \cdot V_y \Rightarrow \mathcal{E} = q \cdot (V_x - V_y)$$

Sendo o campo elétrico um campo de forças conservativas, esse trabalho independe da trajetória, só dependendo das posições inicial e final da carga.

2. Movimento Forçado e Movimento Espontâneo

O agente externo pode encontrar facilidade ou dificuldade ao movimentar a carga de X para Y , ou seja, a força elétrica entre as cargas pode ajudar ou dificultar o movimento.

Quando a força elétrica facilita o movimento, dizemos que ele é **espontâneo** e nesse caso a carga q estará sofrendo uma diminuição de sua energia potencial elétrica: $E_{pe_{l_x}} > E_{pe_{l_y}}$.

$$\text{Como } \mathcal{E} = E_{pe_{l_x}} - E_{pe_{l_y}} \text{ então } \mathcal{E} > 0.$$

Caso a força elétrica dificulte o movimento, dizemos que ele é **forçado** e nesse caso a carga q estará sofrendo um aumento de sua energia potencial elétrica: $E_{pe_{l_x}} < E_{pe_{l_y}}$.

$$\text{Como } \mathcal{E} = E_{pe_{l_x}} - E_{pe_{l_y}} \text{ então, } \mathcal{E} < 0.$$

3. Trabalho Nulo

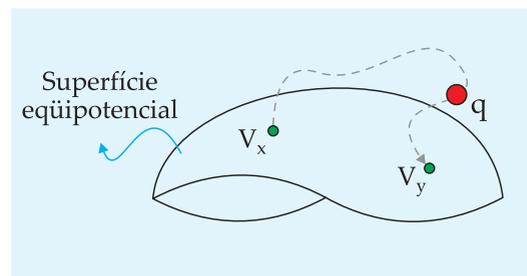
Se os pontos X e Y pertencerem à mesma superfície equipotencial, ou seja, a carga q ao deslocar-se, acaba retornando à mesma superfície equipotencial, o trabalho da força elétrica é nulo.

$$\mathcal{E} = q \cdot (V_x - V_y)$$

$$\text{Como } V_x = V_y, \text{ então, } V_x - V_y = 0$$

$$\text{e assim, } \mathcal{E} = q \cdot 0$$

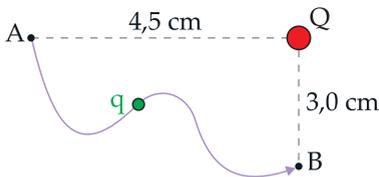
$$\mathcal{E} = 0$$





Exercício Resolvido

Uma carga elétrica puntiforme $q = 4,0 \mu\text{C}$ é deslocada do ponto A até o ponto B do campo elétrico, devido à carga elétrica puntiforme $Q = -2,0 \mu\text{C}$, imersa no vácuo ($K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$), conforme a figura abaixo.



Nesse deslocamento, determine:

- os potenciais elétricos A e B;
- as energias potenciais elétricas da carga nos pontos A e B;
- o trabalho da força elétrica;
- o tipo de movimento da carga (espontâneo ou forçado), justificando.

Resolução

a) Sendo o potencial elétrico no ponto, devido à carga Q : $V = K_0 \frac{Q}{d}$, temos:

$$V_A = 9 \cdot 10^9 \frac{(-2,0 \cdot 10^{-6})}{4,5 \cdot 10^{-2}} \Rightarrow V_A = -4,0 \cdot 10^5 \text{ V}$$

$$V_B = 9 \cdot 10^9 \frac{(-2,0 \cdot 10^{-6})}{3,0 \cdot 10^{-2}} \Rightarrow V_B = -6,0 \cdot 10^5 \text{ V}$$

b) Como a energia potencial elétrica da carga q no ponto é: $E_{pe} = q \cdot V$, então,

$$E_{peA} = q \cdot V_A \Rightarrow E_{peA} = 4,0 \cdot 10^{-6} \cdot (-4,0 \cdot 10^5)$$

$$E_{peA} = -1,6 \text{ J}$$

$$E_{peB} = q \cdot V_B \Rightarrow E_{peB} = 4,0 \cdot 10^{-6} \cdot (-6,0 \cdot 10^5)$$

$$E_{peB} = -2,4 \text{ J}$$

c) O trabalho da força é igual à variação da energia potencial, logo,

$$\mathcal{E} = E_{peA} - E_{peB} \Rightarrow \mathcal{E} = -1,6 - (-2,4)$$

$$\mathcal{E} = 8,0 \cdot 10^{-1} \text{ J}$$

d) O movimento da carga é **espontâneo**, pois o trabalho é positivo.

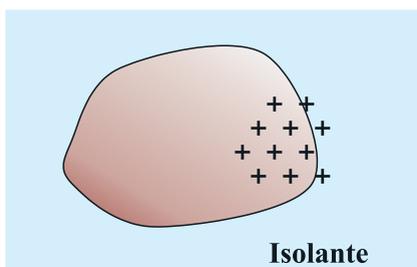
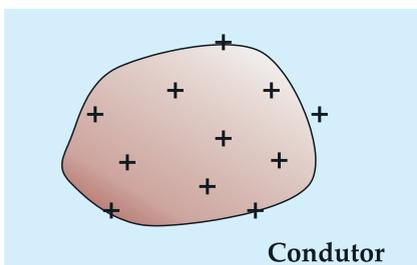
Capítulo 04. Condutores

1. Condutores e Isolantes

Quando um corpo tem número igual de cargas elétricas positivas e negativas, dizemos que está eletricamente neutro. Ao provocarmos um desequilíbrio nessas quantidades, acrescentando ou retirando elétrons, estamos tornando-o um corpo eletrizado.

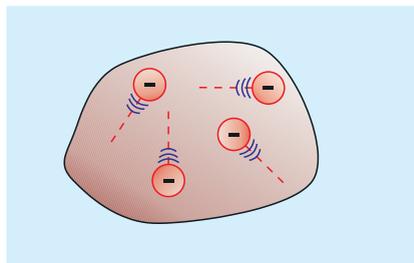
Todo corpo metálico é um condutor e, quando o eletrizamos, as cargas em excesso não permanecem no local em que foram originadas, mas distribuem-se por toda sua superfície.

Já nos corpos isolantes as cargas em excesso, decorrentes da eletrização, permanecem no local em que foram originadas.



2. Condutor em Equilíbrio Eletrostático

Dizemos que um condutor está em equilíbrio eletrostático quando suas cargas elétricas encontram-se em movimento desordenado, quer ele esteja eletrizado ou eletricamente neutro.

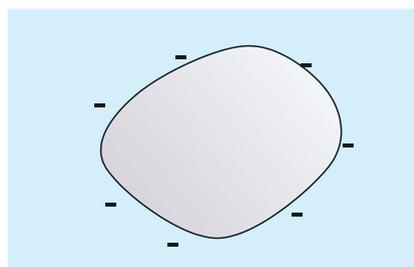


Movimento desordenado de cargas = Equilíbrio eletrostático

Verifiquemos algumas propriedades dos condutores em equilíbrio eletrostático.

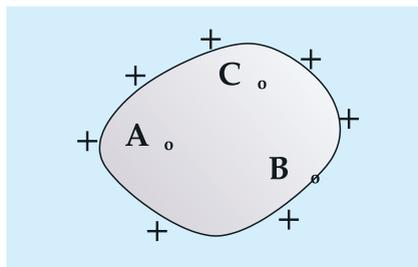
1ª) “As cargas elétricas em excesso distribuem-se na superfície do condutor, não permanecendo em seu interior”.

Como as cargas elétricas em excesso têm mesmo sinal, elas se repelem, afastando-se uma das outras e ficando o mais distantes possíveis. Dessa forma, elas ocupam a superfície externa do condutor.



2ª) “Todos os pontos internos e da superfície externa do condutor em equilíbrio eletrostático têm o mesmo potencial elétrico”.

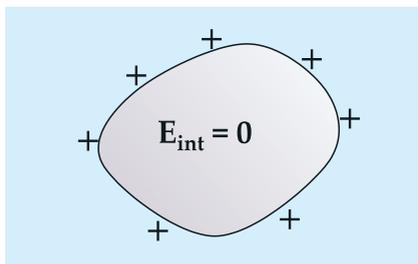
Se dois pontos quaisquer do condutor tivessem potenciais elétricos diferentes, entre eles haveria uma diferença de potencial (ddp), o que acarretaria um movimento ordenado de cargas elétricas (corrente elétrica) no condutor, contrariando a situação de equilíbrio eletrostático (movimento desordenado de cargas elétricas).



$$V_A = V_B = V_C = V$$

3ª) “O campo elétrico em pontos do interior de um condutor em equilíbrio eletrostático é nulo”.

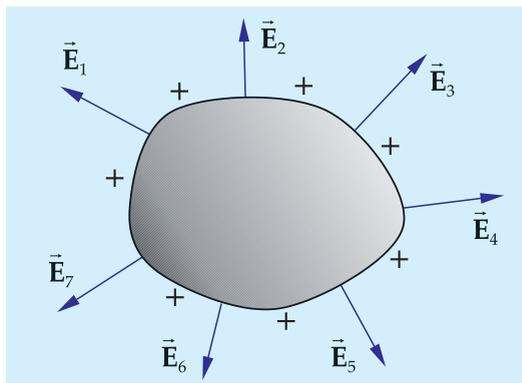
Se houvesse campo elétrico em pontos do interior do condutor, os elétrons livres que se encontrassem nos mesmos estariam sujeitos à força elétrica e entrariam em movimento ordenado, contrariando novamente o conceito de equilíbrio eletrostático.



4ª) “Na superfície de um condutor eletrizado em equilíbrio eletrostático, o vetor campo elétrico é perpendicular à mesma”.

A superfície do condutor é uma superfície equipotencial (SE), pois todos os seus pontos têm mesmo potencial elétrico. Assim em cada um deles o vetor campo elétrico é perpendicular à superfície.

As cargas elétricas em excesso estão na superfície devido à resultante das forças de repulsão entre si. Acontece que essa resultante que as impulsionou até lá é perpendicular à superfície e, como o vetor campo elétrico tem a mesma direção da força, então ele também é perpendicular à superfície.

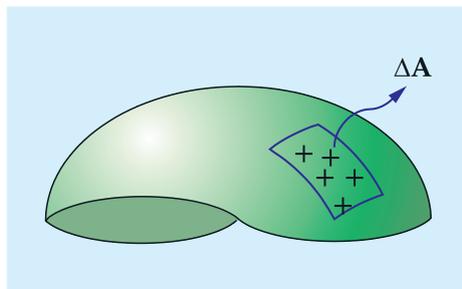


3. Densidade Superficial de Cargas Elétricas

Para um condutor eletrizado em equilíbrio eletrostático, onde ΔQ é a quantidade de carga elétrica distribuída em uma área ΔA de sua superfície, define-se **densidade superficial de cargas** σ como sendo o quociente:

$$\sigma = \frac{\Delta Q}{\Delta A}$$

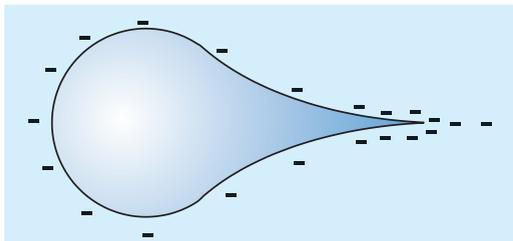
cuja unidade no Sistema Internacional de Unidades é **coulomb por metro quadrado**: $\frac{C}{m^2}$



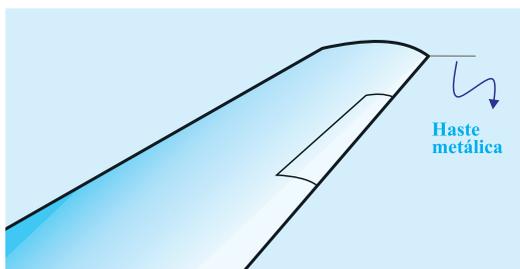
4. Poder das Pontas

Quanto maior a densidade superficial de cargas numa dada região de um condutor, mais intenso é o campo elétrico nas proximidades dessa região. Tal fato é conhecido como **Poder das pontas**, isto é, se tivermos uma região pontiaguda em um condutor elétrico ele-

trizado, mais intensa será a densidade superficial de cargas e, se sua carga for negativa, poderá até ocorrer emissão de elétrons, devido à alta intensidade do campo elétrico.



Em aviões a jato, instalam-se hastes metálicas finas nas extremidades das asas, voltadas para trás, justamente para permitir a descarga do excesso de cargas elétricas (eletricidade estática) que se forma sobre a superfície da fuselagem devido ao atrito com o ar durante o vôo.



O campo elétrico nas proximidades da ponta da haste torna-se tão intenso que ioniza os átomos dos elementos que compõem o ar (que naturalmente é isolante), tornando-o condutor.

5. Rigidez Dielétrica do Meio

Todo isolante suporta um máximo valor de intensidade de campo elétrico sem se ionizar. A esse valor máximo dá-se o nome de **rigidez dielétrica** do meio.

No caso do ar, a rigidez dielétrica é:

$E_{\text{máx}} = 3 \cdot 10^6 \text{ N/C}$, ou seja, se o campo elétrico nas vizinhanças de um condutor eletrizado, imerso no ar, superar esse valor, o ar torna-se condutor, permitindo descargas elétricas.

E é exatamente isso que ocorre na formação dos raios em tempestades, pois o campo elétrico entre as nuvens e a Terra supera a rigidez dielétrica do ar, ocorrendo a descarga elétrica (corrente elétrica), pois o ar torna-se condutor.

6. Blindagem Eletrostática

Qualquer que seja o condutor, oco ou maciço, o campo elétrico em pontos internos é nulo, não importando se o mesmo encontra-se eletrizado, ou não.

Quaisquer aparelhos detectores de cargas elétricas não funcionam lá dentro, pois não sofrem influência das cargas elétricas externas ou na superfície do condutor.

Costuma-se dizer que a superfície do condutor funciona como uma **blindagem eletrostática** para os aparelhos que se encontram lá dentro.

Exercícios Resolvidos

01. (Unifor-CE) Analise as afirmativas abaixo.

- I. Na superfície de um condutor eletrizado, em equilíbrio eletrostático, o campo elétrico é nulo.
- II. Na superfície de um condutor eletrizado, em equilíbrio eletrostático, o potencial elétrico é constante.
- III. Na superfície de um condutor eletrizado, em equilíbrio eletrostático, a densidade superficial de cargas é maior em regiões de menor raio de curvatura.

Está(ão) correta(s):

- a) apenas a I.
- b) apenas a II.
- c) apenas a III.
- d) apenas II e III.
- e) todas elas.

Resolução

Afirmativa I – incorreta

O campo elétrico só é nulo em pontos do interior do condutor.



Afirmativa II – correta

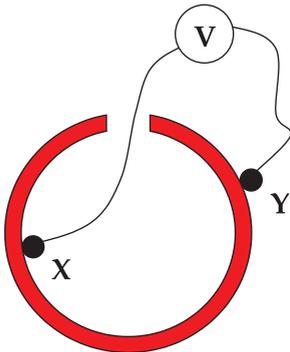
Para todos os pontos de um condutor em equilíbrio eletrostático o potencial elétrico é constante.

Afirmativa III – correta

A densidade superficial de carga é inversamente proporcional à área da superfície e quanto menor o raio de curvatura, menor a área da superfície local, logo maior será a densidade superficial de carga.

Resposta: D

02. Na figura abaixo temos um condutor eletrizado negativamente, em equilíbrio eletrostático. Com relação às intensidades dos campos elétricos dos pontos X e Y e à leitura do voltímetro eletrostático V, podemos afirmar que são:



- a) $E_X = E_Y = 0$ e $U = 0$
- b) $E_X = 0; E_Y \neq 0$ e $U = 0$
- c) $E_X \neq 0; E_Y = 0$ e $U \neq 0$
- d) $E_X \neq 0; E_Y \neq 0$ e $U \neq 0$
- e) $E_X = E_Y = 0$ e $U \neq 0$

Resolução

O ponto X, sendo interno, tem campo elétrico nulo:

$$E_X = 0$$

O ponto Y é ponto da superfície do condutor, logo:

$$E_Y \neq 0$$

Como o condutor está em equilíbrio eletrostático, então os potenciais elétricos de X e Y são iguais. Assim, $V_X = V_Y \neq 0$ e a leitura no voltímetro é:

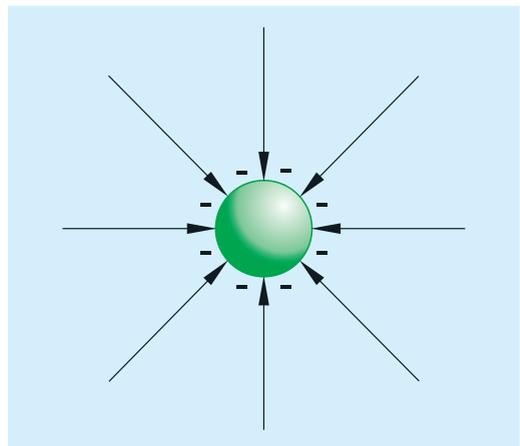
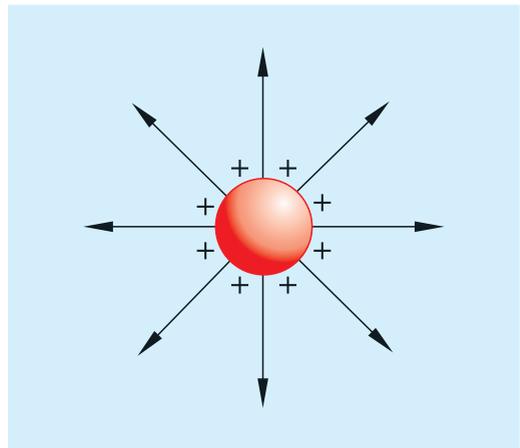
$$U = V_X - V_Y = 0$$

Resposta: B

7. Condutores Esféricos

Consideremos uma esfera eletrizada em equilíbrio eletrostático, como mostram as figuras. Suas cargas elétricas em excesso distribuem-se sobre sua superfície de maneira uniforme.

As linhas de força, representativas do campo elétrico devido às cargas em excesso, têm direção radial e sentido de afastamento se a esfera estiver eletrizada positivamente e de aproximação se estiver eletrizada negativamente.

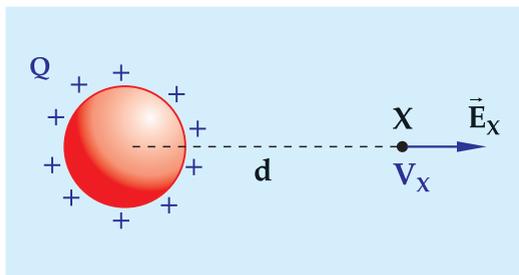


Estudemos o campo elétrico e o potencial elétrico em pontos do condutor esférico e em pontos externos a ele.

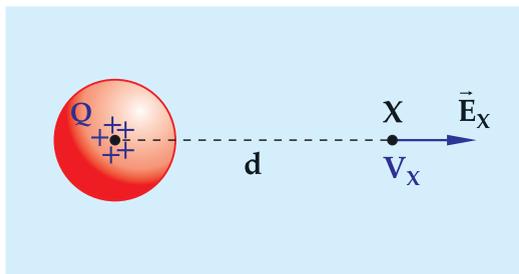
No exterior do condutor esférico

Para calcularmos o campo e o potencial elétricos em pontos externos, devemos considerar como se toda a carga elétrica em excesso estivesse concentrada no centro do condutor esférico.

Para um ponto X, distante d do centro do condutor esférico, temos:



ou seja



Sendo nulo o potencial elétrico em um ponto infinitamente distante, o valor do potencial elétrico em X é:

$$V_X = V_{EXT} = K \frac{Q}{d}$$

O campo elétrico no ponto externo X tem valor calculado por:

$$E_{EXT} = K \frac{Q}{d^2}$$

Observação – Para um ponto externo e infinitamente próximo à superfície do condutor esférico, podemos considerar $d \equiv R$ e substituí-lo na expressão anterior, ficando:

$$E_{PRÓX} = K \frac{Q}{R^2}$$

Na superfície do condutor esférico

Todos os pontos internos e da superfície do condutor têm mesmo potencial elétrico, afinal ele se encontra em equilíbrio eletrostático e nesse caso temos:

$$V_{INT} = V_{SUP} = K \frac{Q}{R}$$

Já o campo elétrico sofre uma redução de metade de sua intensidade ao saltarmos de um ponto externo infinitamente próximo para um ponto da superfície do condutor esférico. Assim, temos:

$$E_{SUP} = \frac{1}{2} \cdot E_{PRÓX}$$

$$E_{SUP} = K \frac{Q}{2R^2}$$

No interior do condutor esférico

Como já foi visto, o campo elétrico no interior de um condutor eletrizado em equilíbrio eletrostático é nulo, independentemente de sua forma.

$$E_{INT} = 0$$

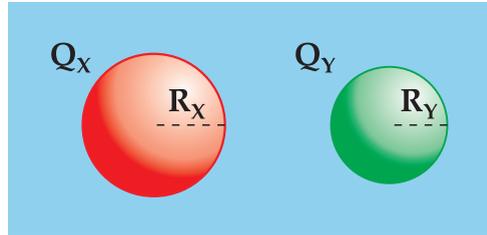
8. Gráficos: Potencial Elétrico e Campo Elétrico

Lembrando que para pontos externos consideramos toda a carga elétrica em excesso concentrada no centro do condutor esférico, podemos construir os gráficos: $V=f(d)$ e $E=f(d)$, através das equações acima vistas, estando o condutor eletrizado positivamente, por exemplo.



9. Condutores Eletrizados em Contato

Vejam os casos de dois condutores esféricos X e Y, isolados, eletrizados com cargas elétricas iniciais Q_X e Q_Y , respectivamente, e raios iguais a R_X e R_Y .

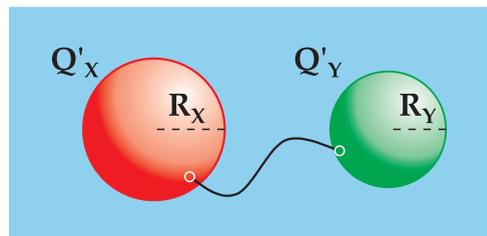


Seus potenciais elétricos iniciais são, respectivamente, V_X e V_Y , e suponhamos $V_X > V_Y$.

$$V_X = K \frac{Q_X}{R_X} \quad V_Y = K \frac{Q_Y}{R_Y}$$

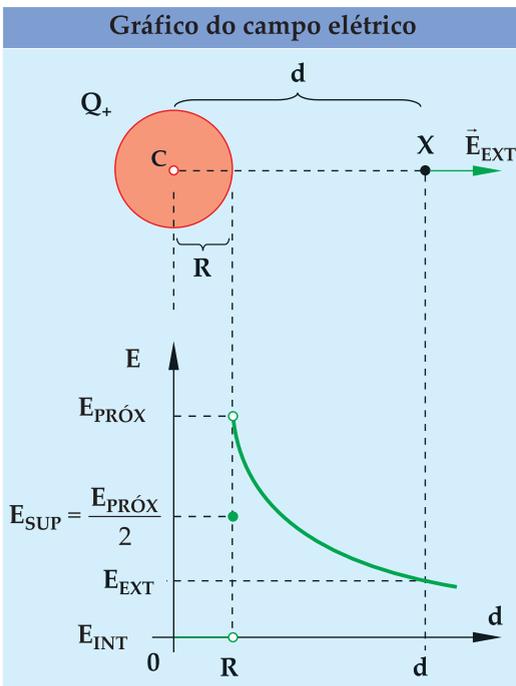
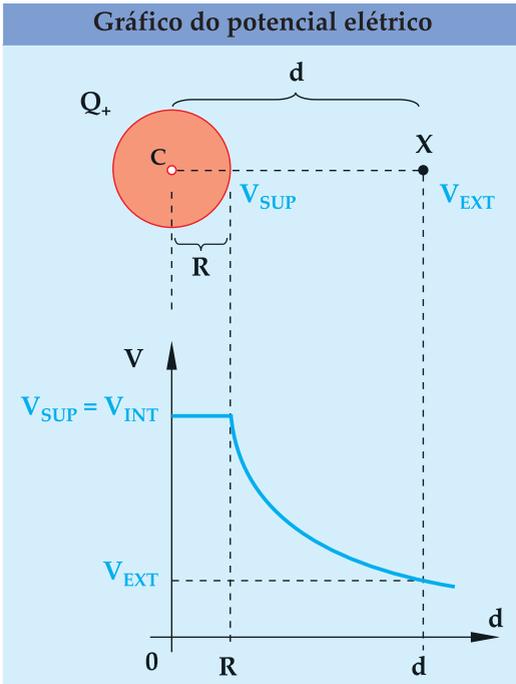
Colocando-os em contato através de um fio metálico de pequenas dimensões, haverá troca de cargas elétricas entre ambos, pois entre as extremidades do fio há uma diferença de potencial.

Essa troca implica em mudanças nas cargas elétricas de ambos, o que acarreta alterações em seus potenciais elétricos, até que estes se igualem ao atingirem novo equilíbrio eletrostático, já com as novas cargas Q'_X e Q'_Y .



Pelo princípio da conservação de cargas elétricas, já que constituem um sistema eletricamente isolado, temos:

$$Q'_X + Q'_Y = Q_X + Q_Y$$



No equilíbrio: $V'_X = V'_Y = V_{EQUIL}$

ou seja, $V_{EQUIL} = K \frac{Q'_X}{R_X} = K \frac{Q'_Y}{R_Y}$

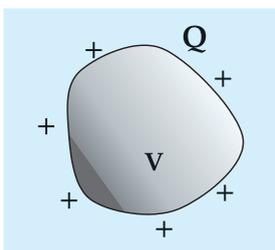
$$\frac{Q'_X}{R_X} = \frac{Q'_Y}{R_Y}$$

As novas cargas elétricas são diretamente proporcionais aos raios dos condutores esféricos.

10. Capacidade ou Capacitância Eletrostática

Para um condutor eletrizado com carga Q e potencial elétrico V , observamos que quaisquer que sejam os valores de carga e potencial elétricos desse condutor, a razão entre ambos permanece constante.

A essa razão dá-se o nome de **capacidade eletrostática** ou **capacitância eletrostática** C do condutor.



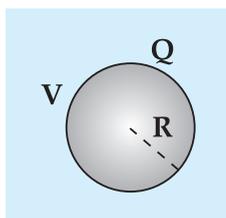
$$C = \frac{Q}{V}$$

cuja unidade no Sistema Internacional de Unidades é o farad (F):

$$1 \text{ farad} = \frac{1 \text{ coulomb}}{1 \text{ volt}} \text{ ou } 1 \text{ F} = \frac{1 \text{ C}}{1 \text{ V}}$$

11. Capacidade Eletrostática de um Condutor Esférico

Vejamus o caso de o condutor ser esférico de raio R , eletrizado com carga Q e potencial elétrico V :



Como $V = K \frac{Q}{R}$ e sendo $C = \frac{Q}{V}$,

$$\text{temos: } C = \frac{Q}{K \frac{Q}{R}}$$

$$\text{Dessa forma } C = \frac{R}{K}$$

Observação – A capacidade eletrostática do condutor independe do material de que é feito, mas tão-somente de suas dimensões e do meio no qual se encontra.

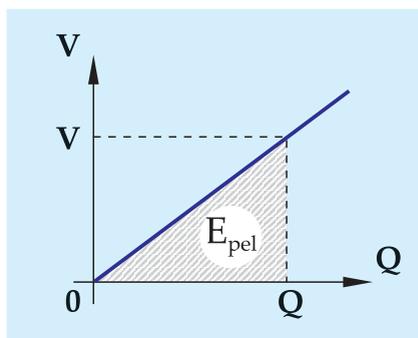
12. Energia Elétrica Armazenada em um Condutor Esférico

Quando eletrizamos um condutor esférico, a cada carga elétrica que ele adquire ocorre um aumento da energia potencial elétrica desse sistema de cargas. Essa energia fica armazenada no condutor e podemos calculá-la.

Para tanto, construamos o gráfico do potencial elétrico V do condutor em função da carga elétrica Q do mesmo.

$$\text{Sendo } C = \frac{Q}{V} \Rightarrow V = \frac{1}{C} \cdot Q$$

Função do 1º grau



A energia potencial elétrica armazenada é numericamente igual à área hachurada no gráfico ao lado.

Assim:

$$E_{pel} \stackrel{N}{=} \text{Área} \Rightarrow E_{pel} = \frac{Q \cdot V}{2}$$



Podemos, ainda, obter outras duas expressões para o cálculo da energia potencial em função da capacidade eletrostática:

Primeira expressão: $Q = C \cdot V$ e substituindo em E_{pel} :

$$E_{\text{pel}} = \frac{C \cdot V \cdot V}{2} \Rightarrow E_{\text{pel}} = \frac{C \cdot V^2}{2}$$

Segunda expressão: $V = \frac{Q}{C}$ e substituindo em E_{pel} :

$$E_{\text{pel}} = \frac{Q \cdot Q}{2 \cdot C} \Rightarrow E_{\text{pel}} = \frac{Q^2}{2 \cdot C}$$

Exercícios Resolvidos

01. Um condutor esférico, eletrizado, em equilíbrio eletrostático, gera em um ponto externo um campo elétrico de aproximação de intensidade $4 \cdot 10^6 \text{ N/C}$. Sabendo-se que nesse mesmo ponto o potencial elétrico, em módulo, é $2 \cdot 10^6 \text{ V}$, podemos dizer que a distância do ponto ao centro do condutor e o sinal de sua carga elétrica são, respectivamente:

- a) 2 m ; negativo
- b) 4 m ; negativo
- c) 6 m ; negativo
- d) 8 m ; positivo
- e) 1 m ; positivo

Resolução

Para um ponto externo temos:

$$\left. \begin{array}{l} \text{– Campo elétrico: } E = K \frac{Q}{d^2} \\ \text{– Potencial elétrico: } V = K \frac{Q}{d} \end{array} \right\} E = \frac{1}{d} K \frac{Q}{d} \Rightarrow$$

$$E = \frac{1}{d} \cdot V \Rightarrow d = \frac{E}{V}$$

$$d = \frac{4 \cdot 10^6}{2 \cdot 10^6} \Rightarrow d = 2\text{m}$$

Como o campo é de aproximação então, o sinal da carga é NEGATIVO.

Resposta: A

02. Têm-se dois condutores A e B de raios respectivamente iguais a 20cm e 60cm, eletrizados com cargas $Q_A = 12 \mu\text{C}$ e $Q_B = 8 \mu\text{C}$. Estabelece-se o contato entre ambos através de um fio condutor de capacidade eletrostática desprezível, até atingir o equilíbrio eletrostático.

Quais serão suas cargas elétricas finais?

Resolução

Como as cargas finais são diretamente proporcionais aos raios dos condutores, temos:

$$\frac{Q'_A}{R_A} = \frac{Q'_B}{R_B} \Rightarrow \frac{Q'_A}{20} = \frac{Q'_B}{60} \Rightarrow Q'_B = 3 \cdot Q'_A$$

Pelo princípio da conservação da carga:

$$Q'_A + Q'_B = Q_A + Q_B$$

$$Q'_A + 3 \cdot Q'_A = 12 + 8$$

$$4 \cdot Q'_A = 20 \Rightarrow Q'_A = 5 \mu\text{C}$$

$$Q'_B = 3 \cdot 5 \Rightarrow Q'_B = 15 \mu\text{C}$$

03. Qual deveria ser o raio de uma esfera condutora, imersa no vácuo, para que sua capacidade eletrostática fosse de 1 F? Considere $K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ S.I.}$

Resolução

$$\text{Como } C = \frac{R}{K_0}, \text{ então } R = C \cdot K_0$$

$$R = 9 \cdot 10^9 \text{ m}$$

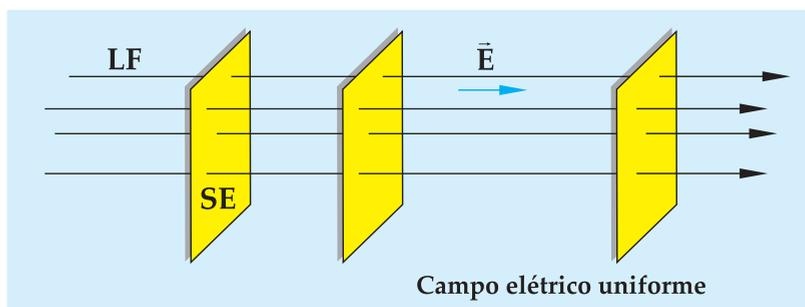
Observação – O raio da Terra é $R = 6,4 \cdot 10^6 \text{ m}$, logo, o raio desse condutor seria, aproximadamente 1.400 vezes o raio da Terra.

Capítulo 05. Campo Elétrico Uniforme

Em uma região onde o campo elétrico é uniforme, o vetor campo elétrico \vec{E} é o mesmo para todos os pontos da região.

Podemos representá-lo através de linhas de força que serão retas paralelas e equidistantes entre si, conforme a figura abaixo.

As superfícies planas e paralelas representam superfícies equipotenciais e, por isso, são perpendiculares às linhas de força.

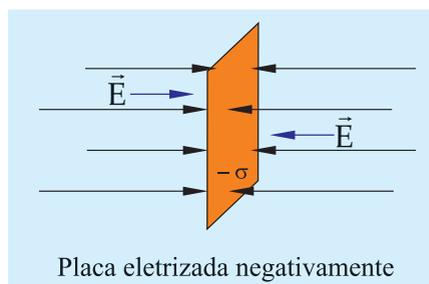
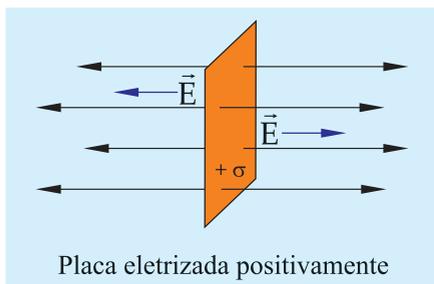


1. Campo Elétrico de uma Placa Plana Infinita

Consideremos uma única placa plana eletrizada, de área infinita, de densidade superficial de carga σ , imersa num meio onde a permitividade eletrostática é ϵ (no vácuo seu valor é $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ unidades do SI).

Demonstra-se através do cálculo integral que o campo elétrico de cada lado da placa tem intensidade calculada por:

$$E = \frac{|\sigma|}{2 \cdot \epsilon} \text{ e independe da distância à superfície da placa.}$$

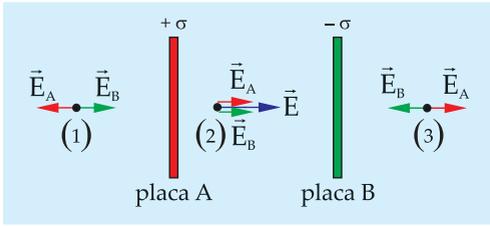


2. Campo Elétrico devido a Duas Placas Planas

Para duas placas planas, paralelas, infinitas, eletrizadas com cargas de sinais opostos e de densidades superficiais de carga iguais em módulo, vamos estudar o campo elétrico externamente e no meio, entre elas.



A figura abaixo representa essas placas de perfil.

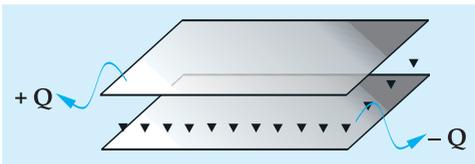


Os vetores campo eltrico \vec{E}_A e \vec{E}_B nos pontos 1 e 3, externos às placas, se equilibram e dessa forma o campo eltrico resultante é **nulo**.

Já no ponto 2 entre as placas, o campo eltrico \vec{E} tem valor igual a:

$$E = E_A + E_B, \text{ ou seja, } E = \frac{|\sigma|}{2 \cdot \epsilon} + \frac{|\sigma|}{2 \cdot \epsilon} \Rightarrow E = \frac{|\sigma|}{\epsilon}$$

Essas placas podem ser metálicas e tão próximas que o campo eltrico entre elas pode ser considerado um campo eltrico uniforme. Entre elas coloca-se uma material isolante denominado **dielétrico** que pode ser papel, vidro, isopor, cortiça, borracha ou até mesmo o ar e dessa forma temos o que se chama **capacitor plano**.



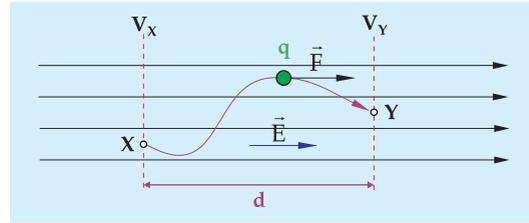
3. Taxa de Variação do Potencial Eltrico

A intensidade do campo eltrico uniforme também nos diz com que taxa o potencial eltrico varia conforme nos deslocamos entre pontos do mesmo.

Lembrando que, quando percorremos uma linha de força no seu sentido, encontramos potenciais eltricos cada vez menores.

Consideremos uma carga eltrica de prova q que é deslocada por um agente externo desde o ponto X de uma superfície eqüipotencial até outro ponto Y de outra superfície eqüipotencial do campo eltrico uniforme da figura abaixo.

cial até outro ponto Y de outra superfície eqüipotencial do campo eltrico uniforme da figura abaixo.



Sendo um campo de força conservativa, o trabalho da força eltrica independe da trajetória e pode ser calculado pela expressão:

$$\mathcal{E} = q \cdot (V_X - V_Y) \Rightarrow \mathcal{E} = q \cdot U \quad (1)$$

onde U será considerado em valor absoluto.

Ocorre que nesse deslocamento a força eltrica \vec{F} permanece constante e, dessa forma, podemos calcular seu trabalho por:

$$\mathcal{E} = F \cdot d$$

Sendo sua intensidade:

$$F = q \cdot E, \text{ então } \mathcal{E} = q \cdot E \cdot d \quad (2)$$

Igualando (1) e (2), fica:

$$q \cdot U = q \cdot E \cdot d \Rightarrow U = E \cdot d$$

Da expressão acima observamos que:

$$E = \frac{U}{d}$$

onde, no Sistema Internacional, U é medido em **volt** e d é medido em **metro**, assim a unidade de campo eltrico pode ser:

$$\frac{\text{volt(V)}}{\text{metro(m)}}$$

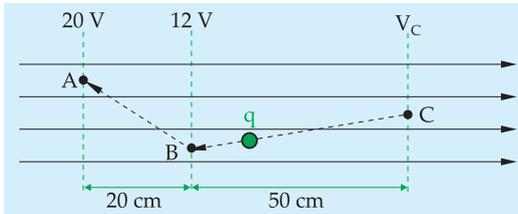
A intensidade do campo eltrico, medida nessa unidade, nos dá a taxa de variação do potencial eltrico por unidade de comprimento.

Por exemplo, se temos um campo eltrico uniforme de intensidade 5 V/m isso significa que a cada um metro que nos deslocamos na direção das linhas de força, o potencial eltrico varia 5V, podendo ser para mais ou para menos, dependendo do sentido em que nos deslocamos.

Exercícios Resolvidos

01. A figura representa um campo elétrico uniforme no qual uma carga de prova $q = 2 \mu\text{C}$ desloca-se segundo a trajetória CBA. Determinar:

- a intensidade do campo elétrico, em volt, por metro;
- o potencial elétrico do ponto C;
- o trabalho da força elétrica atuante sobre a carga q ;
- o tipo de movimento da carga (forçado ou espontâneo).



Resolução

a) Considerando os potenciais elétricos dos pontos A e B, temos: $U = |V_A - V_B|$.

$$U = 20 - 12 \Rightarrow U = 8 \text{ V}$$

Sendo a distância entre as respectivas superfícies eqüipotenciais: $d = 20 \text{ cm}$ ou $0,2 \text{ m}$.

$$\text{Então: } U = E \cdot d \Rightarrow 8 = E \cdot 0,2 \Rightarrow \boxed{E = 40 \text{ V/m}}$$

b) Como $E = 40 \text{ V/m}$ (constante), então:

$$U = E \cdot d \Rightarrow V_B - V_C = E \cdot d$$

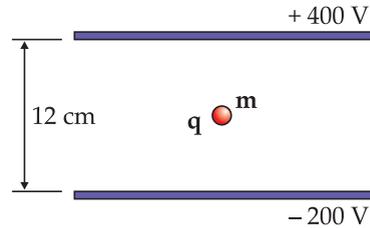
$$12 - V_C = 40 \cdot 0,5 \Rightarrow \boxed{V_C = -8 \text{ V}}$$

c) Sendo: $\mathcal{E} = q \cdot (V_C - V_A)$

$$\mathcal{E} = 2 \cdot 10^{-6} \cdot (-8 - 20) \Rightarrow \boxed{\mathcal{E} = -5,6 \cdot 10^{-5} \text{ J}}$$

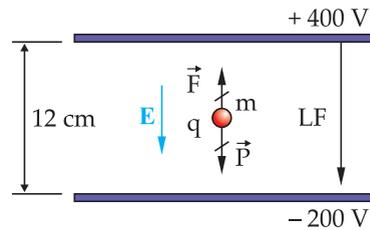
d) Como o trabalho da força elétrica é **negativo**, o movimento da carga é **forçado**.

02. Uma esfera de carga elétrica q e massa m encontra-se suspensa no ar entre as placas do capacitor plano da figura. Sendo a aceleração da gravidade local $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine em **quilograma por coulomb**, o módulo da razão m/q e o sinal da carga q .



Resolução

Estando a esfera em equilíbrio (encontra-se suspensa), as forças peso e elétrica que agem sobre ela se equilibram, logo:



$$F = P \Rightarrow q \cdot E = m \cdot g \Rightarrow \frac{m}{q} = \frac{E}{g} \text{ e, sendo } U = E \cdot d$$

$$400 - (-200) = E \cdot 0,12 \Rightarrow E = 5000 \text{ V/m}$$

$$\text{Então: } \frac{m}{q} = \frac{5000}{10} \Rightarrow \boxed{\frac{m}{q} = 500 \text{ kg/C}}$$

Como o vetor campo elétrico \vec{E} e o vetor força elétrica \vec{F} têm sentidos opostos, a carga elétrica q tem sinal **negativo**.



Capítulo 06. Processos de Eletrização

1. Introdução

Eletrizar um corpo eletricamente neutro é tornar diferente o número de cargas positivas do número de cargas negativas.

Isso só é possível acrescentando ou retirando elétrons do corpo, tendo em vista que as cargas positivas, das quais os prótons são os portadores, encontram-se no núcleo dos átomos sendo impossível movimentá-las.

São três as maneiras pelas quais é possível eletrizar um corpo eletricamente neutro:

- por atrito
- por contato
- por indução

2. Eletrização por Atrito

Ao atritarmos dois corpos de substâncias diferentes, inicialmente neutros, haverá a transferência de elétrons de um para o outro, de modo que um estará cedendo elétrons, ficando eletrizado positivamente, ao passo que o outro estará recebendo elétrons ficando eletrizado negativamente.

Corpo que	fica eletrizado
CEDEU elétrons	Positivamente
RECEBEU elétrons	Negativamente

A eletrização por atrito é mais intensa entre corpos isolantes do que entre condutores, pois nos isolantes as cargas elétricas em excesso permanecem na região atritada, ao passo que nos condutores, além de se espalharem por todo ele, há uma perda de carga para o ambiente.

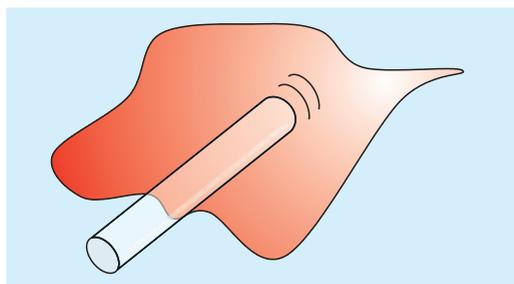
Vejamos uma experiência fácil de ser feita.

Materiais, inicialmente, eletricamente neutros:

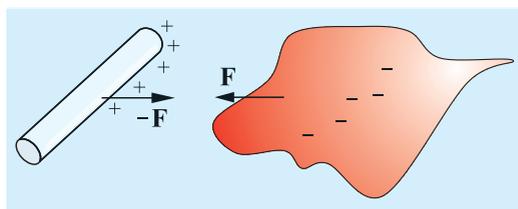
- tubo de vidro (tubo de ensaio, por exemplo)
- pedaço de lã

Procedimento

Esfrega-se vigorosamente o pedaço de lã no tubo de vidro, tomando o cuidado de fazê-lo sempre na mesma região.



Em seguida, separamos os dois e notamos que há, entre eles uma força de atração:



Isso se deve ao fato de a lã ter retirado elétrons do tubo de vidro, tornando-o eletrizado positivamente, enquanto ela eletrizou-se negativamente.

Repetindo a experiência só que atritando um pedaço de lã com um pedaço de seda, notamos que a seda retira elétrons da lã, o que nos permite concluir que dependendo do material com o qual será atritada, a lã pode adquirir carga positiva ou negativa.

Tal fato levou à elaboração de uma tabela denominada **série triboelétrica**, na qual a substância que se lê primeiro adquire carga positiva e a seguinte carga negativa.

Substância
Vidro
Mica
Lã
Pele de gato
Seda
Algodão
Ebonite
Cobre
Enxofre
Celulóide

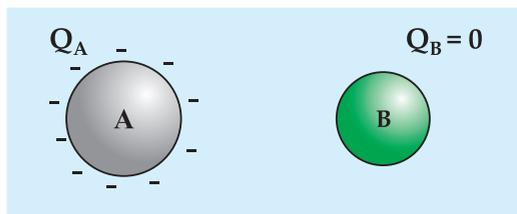
Finalizando

- Sempre que atritamos dois corpos de substâncias diferentes surgem, na região atritada, cargas elétricas de sinais opostos.
- Tal fato é mais facilmente observável entre isolantes.
- Na série triboelétrica, a substância que se lê primeiro eletriza-se positivamente.

3. Eletrização por Contato

Algumas vezes tomamos choque ao tocarmos a maçaneta da porta de um automóvel, ou um móvel de aço no qual não há nenhum tipo de instalação elétrica que pudesse justificá-lo. Esse fenômeno está relacionado com o processo de eletrização por contato.

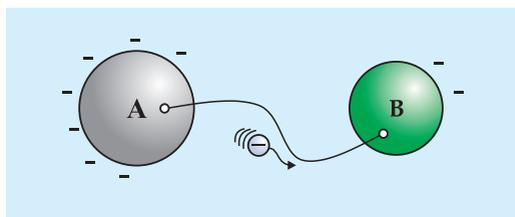
Consideremos uma esfera de metal eletrizada negativamente (esfera A) e uma outra esfera de metal eletricamente neutra (esfera B), como na figura abaixo.



Como o condutor A está eletrizado negativamente, todos os seus pontos estão com o mesmo potencial elétrico negativo ao passo que o condutor B tem potencial elétrico nulo, pois está eletricamente neutro.

Ao estabelecermos o contato entre ambos através de um fio condutor, haverá passagem de cargas elétricas (elétrons livres) num único sentido (corrente elétrica) pelo fio, pois uma de suas pontas estará com o potencial elétrico negativo de A e a outra com o potencial elétrico nulo, ou seja, haverá uma diferença de potencial elétrico (ddp) nos terminais do fio.

Os elétrons irão, espontaneamente, do menor potencial elétrico (negativo) para o maior potencial elétrico (nulo), ou seja, do condutor A para o condutor B.

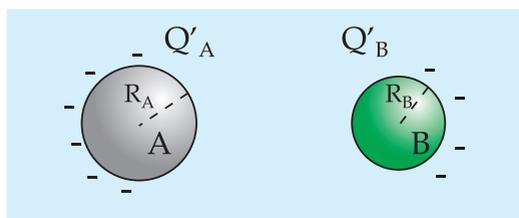


A cada elétron que A perde, seu potencial elétrico aumenta. O condutor B, por sua vez, a cada elétron que ganha, tem seu potencial elétrico diminuído.

Essa troca de elétrons continuará acontecendo enquanto houver diferença de potencial elétrico nos terminais do fio, isto é, enquanto os potenciais elétricos de A e B forem diferentes.

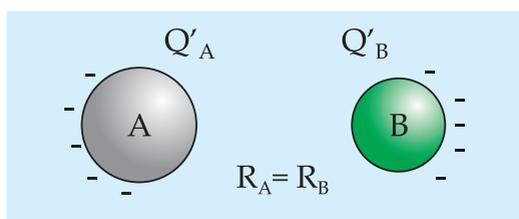
Quando os potenciais elétricos se igualarem, dizemos que se atingiu o equilíbrio eletrostático e o condutor B, que antes estava neutro, agora está eletrizado, cessando a troca de elétrons.

Como os potenciais elétricos finais são iguais, os dois condutores terão cargas elétricas de mesmo sinal e se forem esféricas, essas cargas serão diretamente proporcionais aos respectivos raios (veja a demonstração na página 33, item 9).



$$\frac{Q'_A}{R_A} = \frac{Q'_B}{R_B}$$

Caso os condutores tenham mesmas dimensões, suas cargas elétricas finais serão iguais.

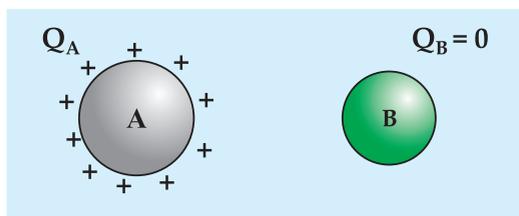


$$Q'_A = Q'_B$$

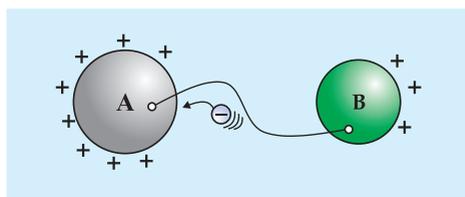
Importante – Como só há troca de cargas elétricas entre os dois condutores, temos um sistema eletricamente isolado e dessa forma podemos aplicar o **princípio da conservação das cargas elétricas**.

$$\underbrace{Q'_A + Q'_B}_{\text{finais}} = \underbrace{Q_A + Q_B}_{\text{iniciais}}$$

Repetindo o processo com o condutor A eletrizado positivamente e B neutro.



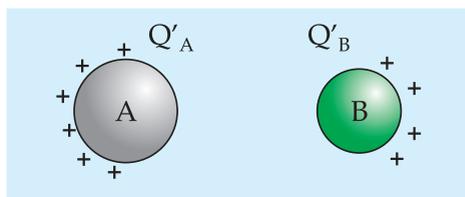
Os elétrons livres irão, espontaneamente, do menor potencial elétrico (potencial de B = nulo) para o maior potencial elétrico (potencial de A = positivo).



Tudo se passa como se as cargas positivas tivessem migrado de A para B.

Como o número de cargas positivas de A diminui, seu potencial elétrico também e como B passa a ter cargas positivas em excesso, seu potencial elétrico aumentará até que ambos se igualem.

Atingido o equilíbrio eletrostático, as cargas finais de A e B terão mesmo sinal, pois seus potenciais elétricos serão iguais.



Exercícios Resolvidos

01. Dada a série triboelétrica: vidro – lã – algodão – enxofre, e estando inicialmente neutros, podemos afirmar que:

- atritando vidro com enxofre, ambos adquirem cargas positivas.
- atritando lã com algodão, ambos adquirem cargas negativas.
- atritando vidro com algodão, o vidro adquire carga negativa e o algodão carga positiva.
- atritando lã com enxofre, a lã adquire carga positiva e o enxofre carga negativa.
- atritando vidro com lã, o vidro adquire carga negativa e a lã carga positiva.

Resolução

Na série triboelétrica, a substância que se lê primeiro fica eletrizada positivamente e a seguinte negativamente.

A única alternativa em que as substâncias satisfazem essa propriedade é a alternativa D.

Resposta: D

02. Duas esferas condutoras idênticas A e B têm cargas elétricas respectivamente iguais a $Q_A = -4Q$ e $Q_B = +14Q$. Quais serão suas cargas elétricas finais, após terem sido colocadas em contato?

Resolução

Sendo suas cargas elétricas finais Q'_A e Q'_B iguais, pois eles são idênticos (mesmas dimensões), e pelo princípio da conservação das cargas elétricas, temos:

$$Q'_A + Q'_B = Q_A + Q_B$$

$$Q'_A + Q'_B = -4Q + 14Q$$

$$Q'_A + Q'_B = +10Q$$

$$\text{Sendo: } Q'_A = Q'_B$$

$$\text{então: } Q'_A + Q'_A = +10Q$$

$$2Q'_A = +10Q$$

$$\text{Logo: } Q'_A = Q'_B = +5Q$$

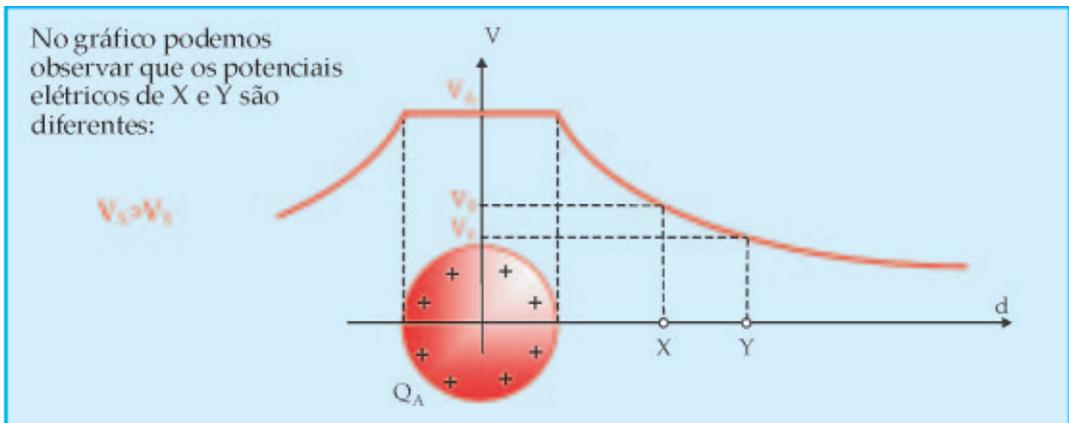
4. Eletrização por Indução

Podemos dividir esse processo em duas fases:

- fase de indução eletrostática
- fase de eletrização

A primeira fase de indução eletrostática, caracteriza-se pela separação de cargas positivas e negativas de um condutor provocada por outro condutor nas proximidades.

Para um **condutor A**, eletrizado **positivamente**, o potencial elétrico varia conforme o gráfico abaixo.



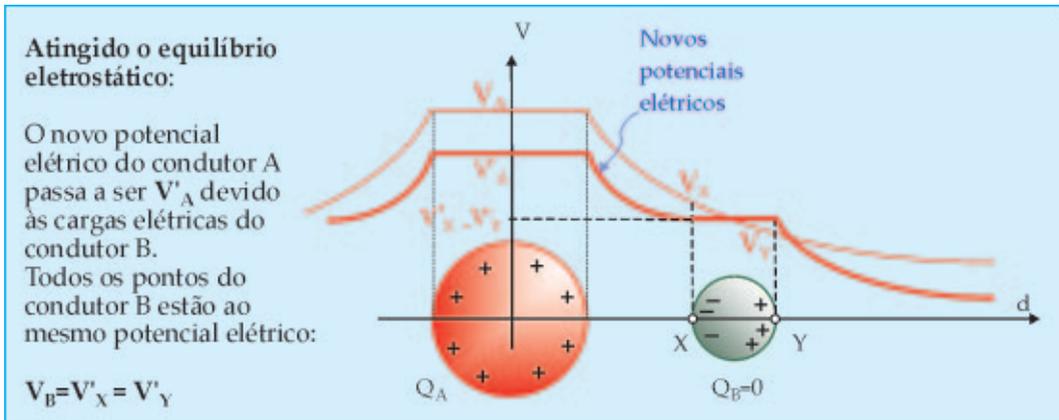
Se colocarmos um outro **condutor B**, inicialmente **eletricamente neutro**, entre os pontos X e Y, haverá movimento ordenado de cargas elétricas (corrente elétrica) no mesmo, pois entre dois de seus pontos há uma diferença de potencial (ddp).

Essa corrente elétrica é formada somente por elétrons livres que irão, em movimento espontâneo, do ponto Y de menor potencial elétrico para o ponto X de maior potencial elétrico.

Com a chegada de elétrons livres à região X, o potencial elétrico do ponto X diminui. Já na região de Y, as cargas elétricas dos átomos, que ali permanecem e que perderam elétrons livres (cátions), elevam o potencial elétrico de Y.



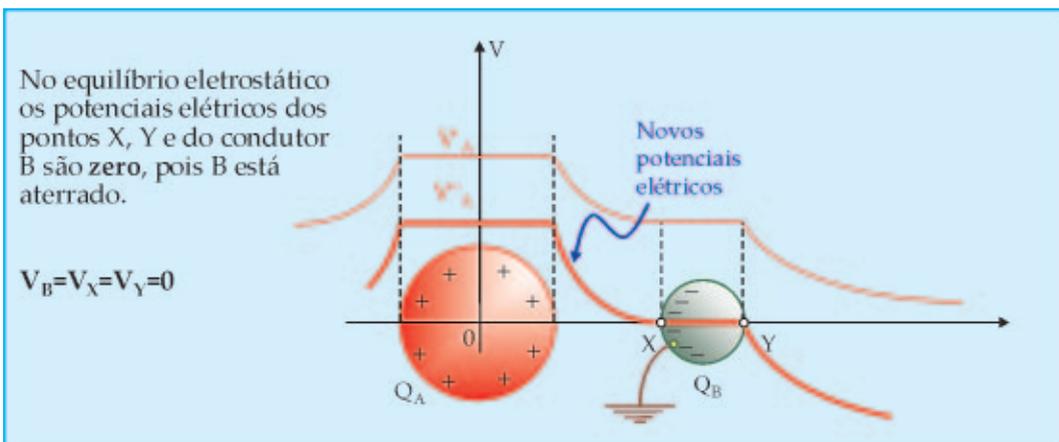
Esse fenômeno ocorre até que os novos potenciais elétricos V'_x e V'_y dos pontos X e Y se igualem, atingindo o equilíbrio eletrostático.



Como o condutor B não recebeu nem cedeu elétrons, ele continua **eletricamente neutro**, apesar de ter sofrido uma separação de cargas e estar, dessa forma, polarizado.

O condutor A, que provoca a indução, é denominado **indutor** e o condutor B, que sofre indução, é denominado **induzido**.

Na fase de eletrização ligamos, através de um fio condutor (fio terra), **qualquer ponto** do condutor B (induzido) à Terra e observamos que ocorrerá novamente movimento ordenado de elétrons livres, pois entre esse ponto do condutor B ($V_B \neq 0$) e a Terra ($V = 0$) haverá uma diferença de potencial elétrico (ddp), até que seja novamente atingido o equilíbrio eletrostático, ou seja, até que o potencial elétrico de B se iguale ao da Terra.

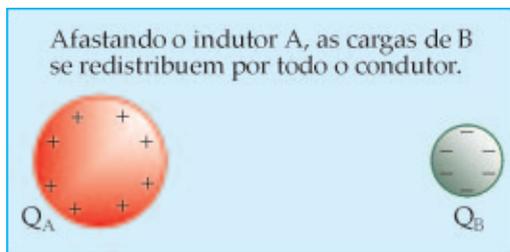
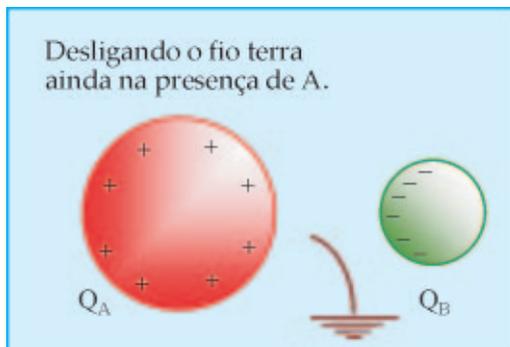


Apesar de agora o condutor B ter ficado **eletrizado negativamente**, pois **recebeu** elétrons da Terra, não podemos afastar o condutor A ainda.

Devido ao excesso de cargas negativas em B, se o fizéssemos, seu potencial elétrico ficaria negativo e todos os elétrons livres recebidos da Terra retornariam a ela até que o potencial de B se anulasse e, dessa forma, ele retornaria à situação inicial (eletricamente neutro).

Desfazendo a ligação com a Terra ainda na presença de A, na presença do condutor A (**indutor**), e em seguida afastando-o, o condutor B (**induzido**) estará agora **eletrizado negativamente**.

Ao final do processo, o **induzido** sempre se eletriza com carga de sinal contrário ao da carga do **indutor**.

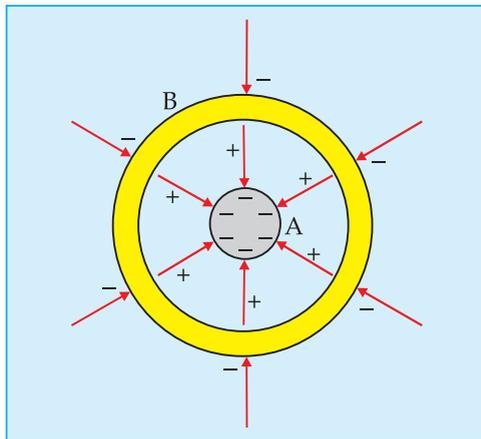


5. Indução Total

Um caso particular de indução ocorre quando todas as linhas de força estão unidas ao indutor e ao induzido. Nesse caso dizemos que a indução é total e a carga induzida é igual, em quantidade, à carga indutora.

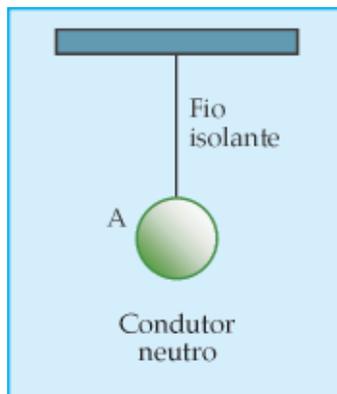
A figura representa um condutor A, eletrizado, que foi colocado no interior de um outro condutor oco B, eletricamente neutro.

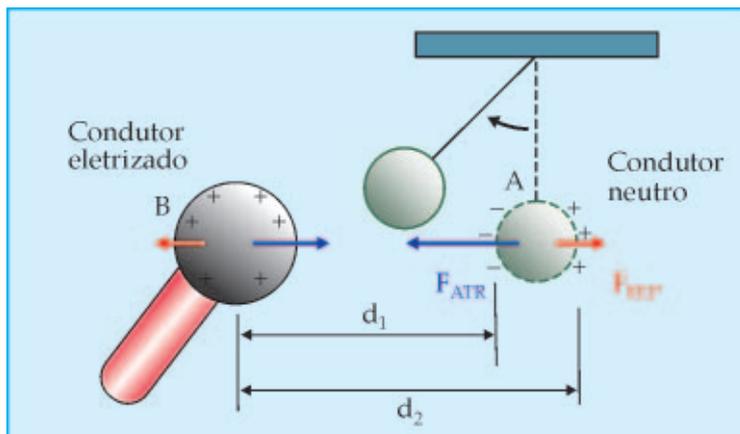
Todas as linhas de força do **indutor A** estão unidas ao **induzido B** e sendo $-Q$ a carga elétrica de A, as cargas induzidas em B serão $+Q$ e $-Q$.



6. Condutor Neutro Sofrendo Atração Eletrostática

É possível um condutor A, **eletricamente neutro**, sofrer atração eletrostática devido à indução eletrostática.



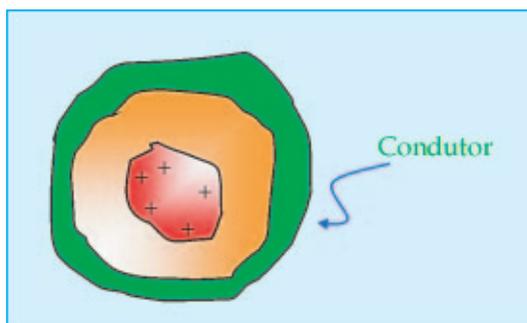


O condutor **B** da figura induz uma separação de cargas no condutor neutro **A**, ficando, dessa forma, as cargas de sinais contrários mais próximas entre si do que as cargas de mesmo sinal, ou seja, a distância d_1 entre as cargas de sinais contrários é menor que a distância d_2 entre as cargas de mesmo sinal.

Pela Lei de Coulomb concluímos que a força de atração \vec{F}_{ATR} tem intensidade maior que a força de repulsão \vec{F}_{REP} e o condutor **A**, mesmo estando **eletricamente neutro**, é atraído por **B**.

Exercícios Resolvidos

01. (PUC-SP) Colocando um corpo carregado positivamente numa cavidade no interior de um condutor neutro, conforme a figura, a polaridade das cargas na superfície externa do condutor, bem como o fenômeno responsável pelo seu aparecimento, serão, respectivamente.



- a) Negativa; contato.
- b) Positiva; fricção.
- c) Negativa; indução.

d) Positiva; indução.

e) Neutra, pois o condutor está isolado, pelo ar, do corpo carregado.

Resolução

O condutor irá sofrer **indução eletrostática total**, ficando com carga elétrica negativa na sua superfície interna e carga elétrica **positiva** na superfície externa.

Resposta: D

02. É possível atrairmos pedacinhos de papel com um canudinho de plástico, previamente atritado com flanela. Explique os fenômenos elétricos que permitem tal experiência se os pedacinhos de papel estavam eletricamente neutros.

Resolução

O canudinho de plástico, ao ser atritado na flanela, adquire carga elétrica. Os pedacinhos de papel absorvem umidade do ar, o que permite que, com a proximidade do canudinho eletrizado, sofram indução eletrostática, sendo, dessa forma, atraídos, mesmo continuando eletricamente neutros.

Capítulo 07. Capacitores

1. Definição

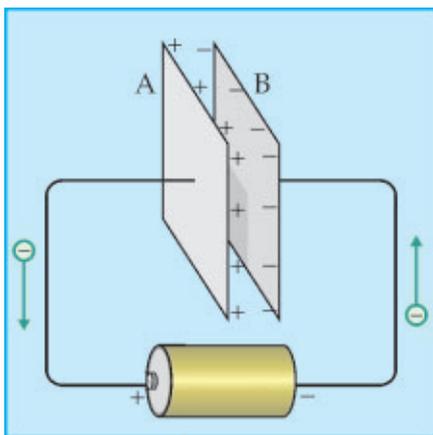
Capacitores ou condensadores são elementos elétricos capazes de armazenar carga elétrica e, conseqüentemente, energia potencial elétrica.

Podem ser esféricos, cilíndricos ou planos, constituindo-se de dois condutores denominados armaduras que, ao serem eletrizados, num processo de indução total, armazenam cargas elétricas de mesmo valor absoluto, porém de sinais contrários.

O capacitor tem inúmeras aplicações na eletrônica, podendo servir para armazenar energia elétrica, carregando-se e descarregando-se muitas vezes por segundo. Na eletrônica, para pequenas variações da diferença de potencial, o capacitor pode fornecer ou absorver cargas elétricas ou ainda, gerar campos elétricos de diferentes intensidades.

2. Capacitor Plano

É constituído por duas placas iguais, planas e paralelas que, ao serem conectadas a um gerador, adquirem cargas elétricas, como mostra a figura.



O símbolo do capacitor é constituído por duas barras iguais e planas que representam as armaduras do capacitor plano.



Qualquer que seja o tipo de capacitor, sua representação será a mesma do capacitor plano.

Quando as placas das armaduras estão eletricamente neutras, dizemos que o capacitor está descarregado.

Ao conectarmos o capacitor a um gerador, ocorre um fluxo ordenado de elétrons nos fios de conexão, pois inicialmente há uma diferença de potencial entre a armadura e o terminal do gerador ao qual está ligada.

Na figura ao lado, a armadura **A** tem, inicialmente, potencial elétrico nulo e está conectada ao terminal positivo da pilha; logo, os elétrons migram da armadura para a pilha, já a armadura **B**, que também tem potencial elétrico nulo, está conectada ao terminal negativo da pilha, e assim elétrons migram do terminal da pilha para a armadura **B**.

Acontece que, enquanto a armadura **A** está **perdendo** elétrons, ela está se **eletrizando positivamente** e seu potencial elétrico está aumentando; o mesmo ocorre na armadura **B**, só que ao contrário, ou seja, **B** está **ganhando** elétrons, **eletrizando-se negativamente**, e seu potencial elétrico está diminuindo.

Esse processo cessa ao equilibrarem-se os potenciais elétricos das armaduras com os potenciais elétricos dos terminais do gerador, ou seja, quando a **diferença de potencial elétrico (ddp)** entre as armaduras do capacitor for igual à ddp nos terminais do gerador, e nesse caso dizemos que o capacitor está carregado com carga elétrica máxima.

Num circuito, só há corrente elétrica no ramo que contém o capacitor enquanto este estiver em carga ou em descarga.

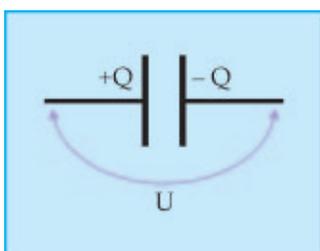


3. Capacidade ou Capacitância de um Capacitor

A carga elétrica armazenada em um capacitor é diretamente proporcional à diferença de potencial elétrico ao qual foi submetido.

Assim sendo, definimos **capacidade eletrostática** C de um capacitor como a razão entre o valor absoluto da **carga elétrica** Q que foi movimentada de uma armadura para outra e a **ddp** U nos seus terminais.

Essa carga elétrica corresponde à carga de sua armadura positiva.



$$C = \frac{Q}{U}$$

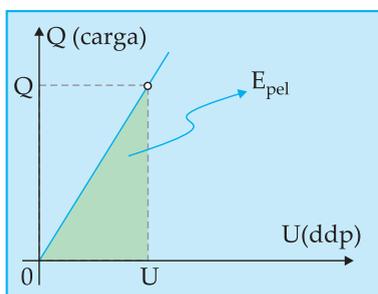
A capacidade eletrostática de um capacitor depende da forma e dimensões de suas armaduras e do dielétrico (material isolante) entre as mesmas.

A unidade de capacidade eletrostática, no Sistema Internacional de Unidades (SI), é o farad (F).

4. Energia Armazenada em um Capacitor

O gráfico abaixo representa a carga elétrica Q de um capacitor em função da **ddp** U nos seus terminais.

Como, nesse caso, Q e U são grandezas diretamente proporcionais, o gráfico corresponde a uma função linear, pois a capacidade eletrostática C é constante.



Considerando que o capacitor tenha adquirido a carga Q quando submetido à **ddp** U do gráfico, a energia elétrica E_{pel} armazenada no capacitor corresponde à área do triângulo hachurado.

$$E_{pel} = \frac{Q \cdot U}{2} \quad \text{e como } Q = C \cdot U, \text{ então}$$

$$E_{pel} = \frac{C \cdot U \cdot U}{2} \Rightarrow E_{pel} = \frac{C \cdot U^2}{2}$$

Exercícios Resolvidos

01. Carrega-se um capacitor de capacidade eletrostática $5 \mu\text{F}$ com carga elétrica de $20 \mu\text{C}$. Calcule a energia potencial elétrica armazenada no capacitor.

Resolução

Calculando a **ddp** U nos terminais do capacitor:

$$C = \frac{Q}{U} \Rightarrow U = \frac{Q}{C} \quad U = \frac{20 \mu\text{C}}{5 \mu\text{F}}$$

$$U = \frac{20 \cdot 10^{-6} \text{C}}{5 \cdot 10^{-6} \text{F}} \quad U = 4 \text{V}$$

Calculando a energia elétrica armazenada:

$$E_{pel} = \frac{Q \cdot U}{2} \Rightarrow E_{pel} = \frac{20 \cdot 10^{-6} \cdot 4}{2}$$

$$E_{pel} = 4 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

02. Um capacitor armazena $8 \cdot 10^{-6} \text{ J}$ de energia elétrica quando submetido à **ddp** U . Dobrando-se a **ddp** nos seus terminais, a energia armazenada passa a ser:

- a) $1 \cdot 10^{-6} \text{ J}$
- b) $4 \cdot 10^{-6} \text{ J}$
- c) $8 \cdot 10^{-6} \text{ J}$
- d) $16 \cdot 10^{-6} \text{ J}$
- e) $32 \cdot 10^{-6} \text{ J}$

Resolução

Sendo:

$$E_{pel} = \frac{C \cdot U^2}{2} \Rightarrow \frac{E_{pel}}{U^2} = \frac{C}{2} = \text{constante},$$

então: $\frac{E'_{pel}}{(2U)^2} = \frac{E_{pel}}{U^2}$

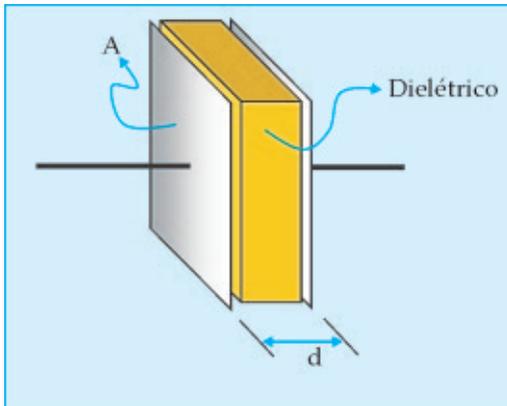
$$\frac{E'_{pel}}{4 \cdot U^2} = \frac{8 \cdot 10^{-6}}{U^2} \Rightarrow E'_{pel} = 32 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

Resposta: E

5. Capacidade Eletrostática do Capacitor Plano

O capacitor plano é constituído de duas placas planas, condutoras, paralelas entre as quais é colocado um material isolante denominado dielétrico.

Esse material isolante pode ser: vácuo, ar, papel, cortiça, óleo etc.

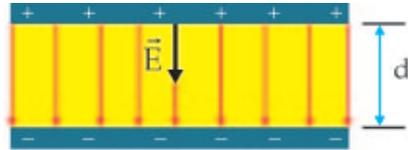


A capacidade eletrostática do capacitor plano depende das seguintes grandezas:

- área das placas: **A**
- distância entre as placas: **d**
- permitividade elétrica do meio: **ε**

6. Campo Elétrico entre as Placas

Quando o capacitor está carregado, entre as placas estabelece-se um **campo elétrico uniforme**.



Esse campo elétrico tem intensidade constante, logo a ddp **U** entre as placas é proporcional à distância **d** entre elas:

$$E = \frac{U}{d} \Rightarrow U = E \cdot d \quad (1)$$

Mas, como já foi visto (página 37, item 2), o campo elétrico entre as placas também é:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} \Rightarrow \sigma = E \cdot \epsilon$$

Sendo a densidade superficial de carga das placas:

$$\sigma = \frac{Q}{A} \Rightarrow Q = \sigma \cdot A \Rightarrow Q = E \cdot \epsilon \cdot A \quad (2)$$

Substituindo as equações (1) e (2) na expressão da capacidade eletrostática, temos:

$$C = \frac{Q}{U} \Rightarrow C = \frac{E \cdot \epsilon \cdot A}{E \cdot d} \Rightarrow C = \frac{\epsilon \cdot A}{d}$$

Esta expressão final permite concluir que a capacidade eletrostática de um capacitor plano depende:

- diretamente da constante dielétrica **ε** do meio entre as placas;
- diretamente da **A** área das placas;
- inversamente da distância **d** entre as placas.



Lembrando que no caso de o meio entre as placas ser o vácuo, o valor da constante dielétrica é: $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$

Para outros meios, define-se a permissividade relativa ϵ_r do meio como sendo:

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$$

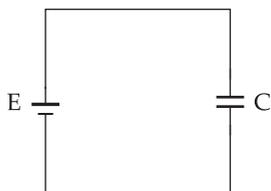
em que ϵ é a permissividade absoluta do meio.

A tabela fornece a permissividade relativa de alguns meios.

Meios	ϵ_r
Vácuo	1,0
Ar	1,0006
Parafina	2,2
Ebonite	3
Mica	7
Álcool etílico	25
Água destilada	8,0

Exercícios Resolvidos

01. Um capacitor plano é conectado a uma pilha de força eletromotriz E constante, como mostra a figura, adquirindo carga elétrica Q . Mantendo-o conectado à pilha, afastam-se as placas até que a distância entre as mesmas seja o triplo da inicial. Ao término do processo, sua carga elétrica será:



- a) $Q/3$
- b) Q
- c) $2Q/3$
- d) $3Q$
- e) $9Q$

Resolução

A capacidade eletrostática inicial do capacitor

$$C = \frac{\epsilon \cdot A}{d}$$

Como no ramo que contém o capacitor carregado não passa corrente, a ddp U nos seus terminais é igual à força eletromotriz E da pilha (gerador em circuito aberto).

$$U = E = \text{constante e, sendo } C = \frac{Q}{U},$$

$$\text{então: } \frac{Q}{C} = U = \text{constante}$$

Triplmando-se a distância entre as placas, a nova capacidade eletrostática do capacitor passa a ser

$$C' = \frac{\epsilon \cdot A}{3d} \text{ e ele adquire nova carga elétrica } Q', \text{ tal}$$

$$\text{que: } \frac{Q'}{C'} = \frac{Q}{C}$$

$$\frac{Q'}{\frac{\epsilon \cdot A}{3 \cdot d}} = \frac{Q}{\frac{\epsilon \cdot A}{d}} \Rightarrow Q' = \frac{Q}{3}$$

Resposta: A

02. No exercício anterior, desliga-se o capacitor da pilha antes de afastar as placas e em seguida dobra-se a distância entre as mesmas. A nova ddp nos seus terminais passa a ser:

- a) $U/2$
- b) $2U$
- c) U
- d) $U/4$
- e) $4U$

Resolução

Como o campo elétrico entre as placas do capacitor

é $E = \frac{\sigma}{\epsilon} = \text{constante}$, pois não houve variação na densidade superficial σ das placas, já que a carga elétrica Q e a área A permaneceram constantes, temos:

$$\frac{U'}{d'} = \frac{U}{d} = E = \text{constante} \Rightarrow \frac{U'}{2d} = \frac{U}{d} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U' = 2U$$

Resposta: B

7. Associação de Capacitores

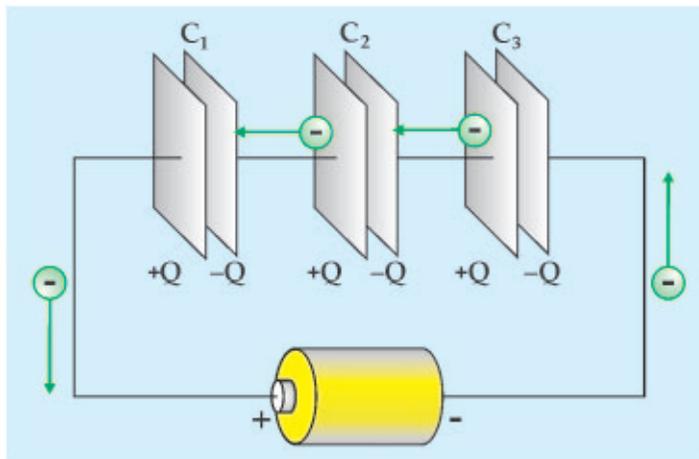
Da mesma forma que os resistores, geradores e receptores, os capacitores também podem ser associados em **série**, em **paralelo** ou em associações **mistas**.

7.1. Associação em Série

Dois ou mais capacitores estarão associados em **série** quando entre eles não houver nó, ficando, dessa forma, a armadura negativa de um ligada diretamente à armadura positiva do outro.

Ao estabelecermos uma diferença de potencial elétrico nos terminais da associação, haverá movimentação de elétrons nos fios que unem os capacitores até que estes estejam completamente carregados.

Observemos a figura abaixo representando essa associação.



Ao ser conectada ao terminal positivo da pilha, a armadura do capacitor C_1 fica eletrizada positivamente e induz uma separação de cargas no fio que o liga ao capacitor C_2 , atraindo elétrons para sua outra armadura que fica eletrizada negativamente e, conseqüentemente, eletrizando a armadura positiva do capacitor C_2 , que por sua vez induz uma separação de cargas no fio que une este ao capacitor C_3 , e assim por diante.

Esse fato nos permite concluir que:

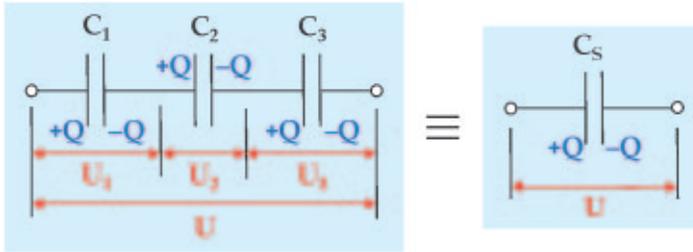
- todos os capacitores ficam carregados com a mesma carga elétrica Q ;
- a carga elétrica armazenada na associação é igual a Q , pois foi essa quantidade que a pilha movimentou da **armadura positiva** do capacitor C_1 para a **armadura negativa** do capacitor C_3 ;
- por ser uma associação em série, a ddp U nos terminais da associação é igual à soma das ddps individuais em cada capacitor.

$$U = U_1 + U_2 + U_3$$

Denominamos **Capacitor Equivalente** aquele capacitor que, submetido à mesma ddp U que a associação, adquire a mesma **carga elétrica Q** da associação.



Para a associação em série temos:



Sendo a ddp em cada capacitor: $U_1 = \frac{Q}{C_1}$ $U_2 = \frac{Q}{C_2}$ $U_3 = \frac{Q}{C_3}$

Para o capacitor equivalente temos: $U = \frac{Q}{C_s}$ e, como $U = U_1 + U_2 + U_3$, então

$$\frac{Q}{C_s} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3}, \text{ ou seja, a capacidade eletrostática do capacitor equivalente pode ser}$$

calculada pela expressão: $\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}.$

Observação

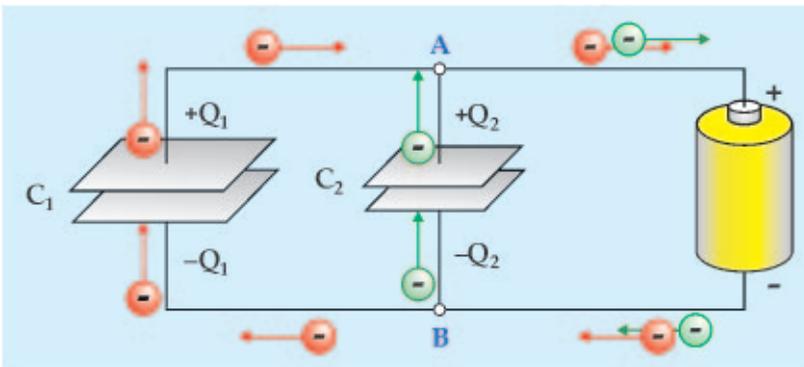
Regra prática válida somente para dois capacitores em série de cada vez:

$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow \frac{1}{C_s} = \frac{C_2 + C_1}{C_1 \cdot C_2}, \text{ que, invertendo, fica } C_s = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

7.2. Associação em Paralelo

Dois ou mais capacitores estão associados em paralelo quando seus terminais estão ligados aos mesmos nós e, conseqüentemente, sujeitos à mesma diferença de potencial U.

Na figura abaixo, os capacitores estão com seus terminais ligados aos mesmos nós A e B.



Conectando os nós A e B aos terminais da pilha, os capacitores ficam sujeitos à mesma ddp U e, se suas capacidades eletrostáticas forem diferentes, adquirem cargas elétricas Q_1 e Q_2 diferentes entre si.

As armaduras ligadas ao nó A cedem elétrons para a pilha e as ligadas ao nó B recebem elétrons da pilha, de modo que a carga elétrica total movimentada pela pilha, das armaduras positivas para as negativas, é igual à soma das cargas Q_1 e Q_2 , até atingido o equilíbrio eletrostático.

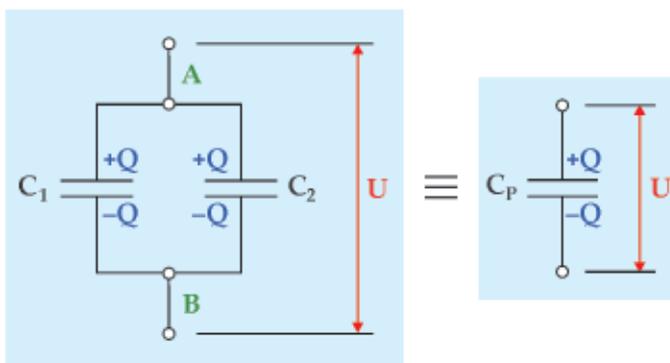
Portanto, concluímos que:

- a carga elétrica Q armazenada na associação é igual à soma das cargas elétricas armazenadas em cada capacitor:

$$Q = Q_1 + Q_2$$

- essa carga elétrica é igual à quantidade de carga elétrica movimentada pela pilha das armaduras positiva para as negativas dos capacitores da associação;
- por ser uma associação em paralelo, a ddp U nos terminais A e B da associação é a mesma para todos os capacitores.

Calculemos a capacidade eletrostática do **Capacitor Equivalente** dessa associação.



Sendo a carga elétrica armazenada em cada capacitor: $Q_1 = C_1 \cdot U$ e $Q_2 = C_2 \cdot U$, para o capacitor equivalente temos: $Q = C_P \cdot U$ e, como $Q = Q_1 + Q_2$, então

$C_P \cdot U = C_1 \cdot U + C_2 \cdot U$, ou seja, a capacidade eletrostática do capacitor equivalente pode ser calculada pela expressão:

$$C_P = C_1 + C_2$$

Importante

Qualquer que seja o tipo de associação, série, paralelo ou mista, a energia elétrica armazenada na associação é igual à soma das energias elétricas de cada capacitor individualmente e que é igual à energia elétrica no gerador equivalente.

$$E_{\text{pel}} = E_{\text{pel}_1} + E_{\text{pel}_2} + E_{\text{pel}_3}$$

8. Circuitos com Capacitores

Como já foi visto, existem circuitos constituídos de geradores, receptores e resistores. A esses circuitos podemos acrescentar capacitores que poderão estar em série ou em paralelo aos elementos do mesmo.

Vejam alguns circuitos.

8.1. Circuito com Capacitor em Série

A um circuito simples constituído por um gerador e um resistor associamos um capacitor em série com o resistor. Esse circuito é denominado circuito **RC-série** (resistor-capacitor em série).

Na figura 1 abaixo, a chave Ch está aberta e assim não há corrente. Ao fechar-se a chave Ch circulará no circuito uma corrente elétrica (figura 2) que diminui de intensidade com o decorrer do tempo até o instante em que se torna nula.



Essa corrente é proveniente dos elétrons que abandonam a armadura positiva do capacitor, circulam pelo resistor e pelo gerador e alojam-se na armadura negativa do capacitor sem atravessá-lo, devido ao dielétrico (isolante) entre as placas.

Quando o capacitor está carregado, a ddp U_{XZ} nos terminais do capacitor é igual à ddp U_{XY} nos terminais do gerador, pois, no resistor, não havendo corrente não há ddp ($U_{YZ} = 0$), ou seja, os potenciais elétricos de Y e Z são iguais.

Nesse caso então $U_{XZ} = U_{XY} = E$ (fem) do gerador pois este se encontra em circuito aberto.

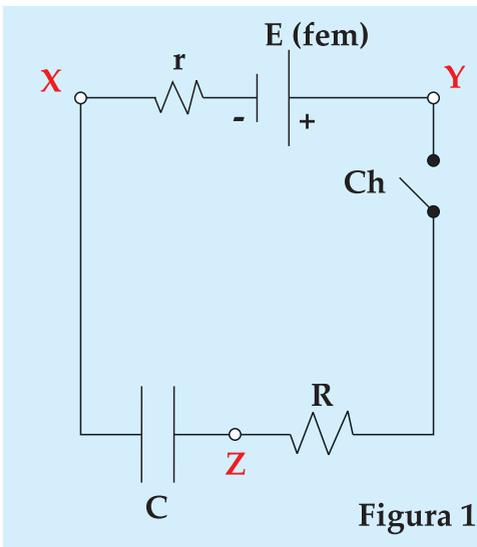


Figura 1

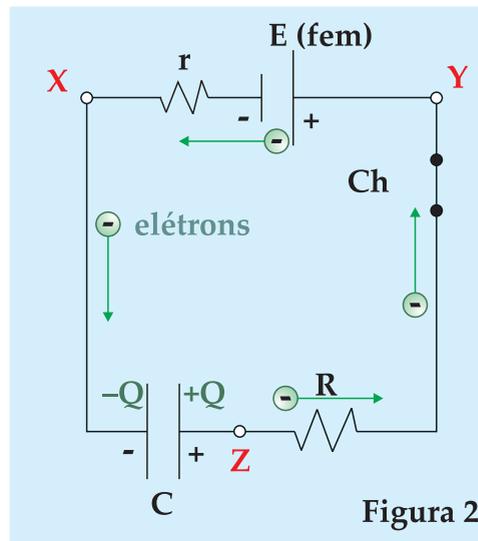


Figura 2

8.2. Circuito com Capacitor em Paralelo

Consideremos agora um circuito simples (gerador-resistor) ao qual associamos um capacitor em paralelo com o resistor. Esse circuito é denominado circuito **RC-paralelo** (resistor-capacitor em paralelo).

Na figura 1 abaixo, a chave Ch está aberta e, assim, não há corrente no circuito, nem ddp entre os terminais A e B do resistor e do capacitor.

Ao fecharmos a chave Ch (figura 2), estabelece-se uma corrente no circuito e, conseqüentemente, haverá ddp entre A e B.

Durante um intervalo de tempo muito curto, há uma corrente decrescente no ramo do capacitor, enquanto este está se carregando. Essa corrente não atravessa o capacitor por causa do dielétrico (isolante) entre as placas.

Com o capacitor já carregado, não há mais passagem de corrente pelo ramo do capacitor e é justamente esta situação que vamos estudar.

Pelo fato de o capacitor estar em paralelo com o resistor, ambos estão sujeitos à mesma ddp U , tal que:

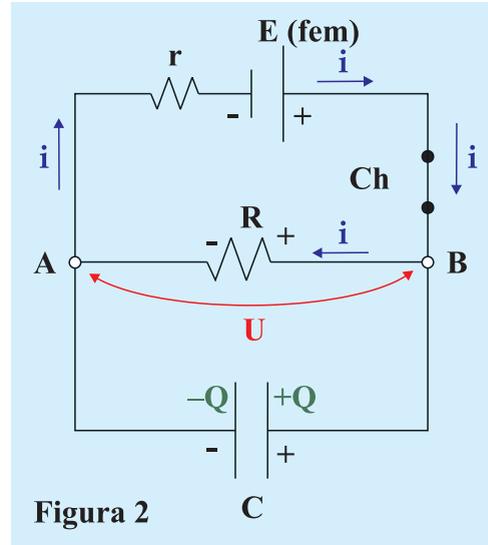
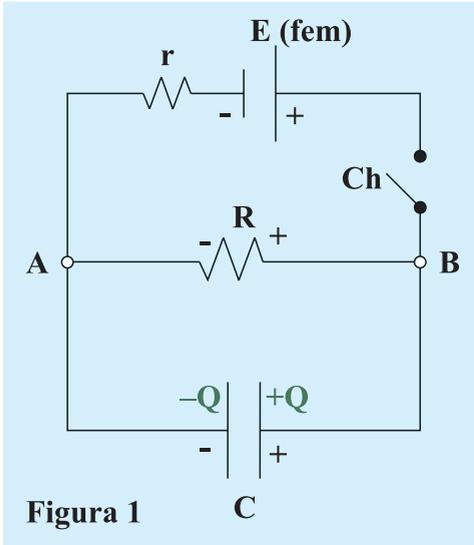
$$U = R \cdot i$$

A carga no capacitor vale: $Q = C \cdot U$

A energia armazenada no capacitor vale:

$$E_{\text{pel}} = \frac{Q \cdot U}{2} \quad \text{ou ainda} \quad E_{\text{pel}} = \frac{C \cdot U^2}{2}$$

A polaridade do capacitor é a mesma do resistor, determinada pelo sentido da corrente elétrica.



Exercícios Resolvidos

01. Dois capacitores de capacidades eletrostáticas $C_1 = 2 \mu\text{F}$ e $C_2 = 6 \mu\text{F}$ estão associados em série e ligados a uma fonte que fornece uma ddp constante de 20 V . Determinar:

- a capacidade eletrostática do capacitor equivalente;
- a carga elétrica de cada capacitor;
- a ddp nas armaduras de cada capacitor.

Resolução

Calculando a capacidade equivalente:

$$C_s = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} \Rightarrow C_s = \frac{2 \cdot 6}{2 + 6} = \frac{12}{8} \Rightarrow C_s = 1,5 \mu\text{F}$$

b) Sendo a carga do capacitor equivalente igual à carga de cada capacitor: $Q_1 = Q_2 = Q$

$$Q = C_s \cdot U \Rightarrow Q = 1,5 \mu\text{F} \cdot 20 \text{ V} \Rightarrow Q = 30 \mu\text{C}$$

c) Como $U = \frac{Q}{C}$, podemos obter:

$$U_1 = \frac{Q}{C_1} = \frac{30 \mu\text{C}}{2 \mu\text{F}} \Rightarrow U_1 = 15 \text{ V}$$

$$U_2 = \frac{Q}{C_2} = \frac{30 \mu\text{C}}{6 \mu\text{F}} \Rightarrow U_2 = 5 \text{ V}$$



02. Dois capacitores de capacidades eletrostáticas $C_1 = 2 \mu\text{F}$ e $C_2 = 6 \mu\text{F}$ estão associados em paralelo e ligados a uma fonte que fornece uma ddp constante de 30 V. Determinar:

- a) a capacidade eletrostática da associação;
- b) a carga elétrica de cada capacitor;
- c) a energia elétrica armazenada na associação.

Resolução

a) Calculando a capacidade equivalente:

$$C_p = C_1 + C_2 \Rightarrow C_p = 2 + 6 \Rightarrow C_p = 8 \mu\text{F}$$

b) Sendo $Q = C \cdot U$ e como U é a mesma para todos, temos:

$$Q_1 = C_1 \cdot U = 2 \mu\text{F} \cdot 30 \text{ V} \Rightarrow Q_1 = 60 \mu\text{C}$$

$$Q_2 = C_2 \cdot U = 6 \mu\text{F} \cdot 30 \text{ V} \Rightarrow Q_2 = 180 \mu\text{C}$$

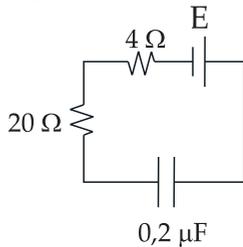
c) Sendo a energia elétrica dada por: $E_{pel} = \frac{Q \cdot U}{2}$, então, para cada um temos:

$$E_{pel_1} = \frac{Q_1 \cdot U}{2} = \frac{60 \mu\text{C} \cdot 30 \text{ V}}{2} \Rightarrow E_{pel_1} = 900 \mu\text{J}$$

$$E_{pel_2} = \frac{Q_2 \cdot U}{2} = \frac{180 \mu\text{C} \cdot 30 \text{ V}}{2} \Rightarrow E_{pel_2} = 2700 \mu\text{J}$$

03. Dado o circuito, o valor da força eletromotriz E do gerador, estando o capacitor carregado com uma carga elétrica de $10 \mu\text{C}$, vale:

- a) 10 V
- b) 20 V
- c) 40 V
- d) 50 V
- e) 100 V



Resolução

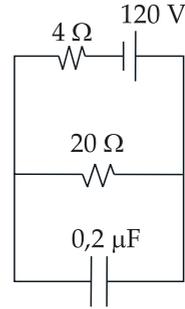
Sendo um circuito RC-série, a ddp nos terminais do capacitor é igual à força eletromotriz do gerador, assim:

$$E = U = \frac{Q}{C} \Rightarrow E = \frac{10 \mu\text{C}}{0,2 \mu\text{F}} \Rightarrow E = 50 \text{ V}$$

Resposta: D

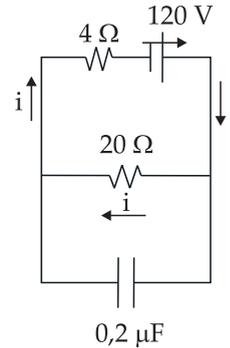
04. A carga e a energia elétrica armazenada no capacitor do circuito abaixo valem, respectivamente:

- a) $10 \mu\text{C}$; $100 \mu\text{J}$
- b) $20 \mu\text{C}$; $100 \mu\text{J}$
- c) $10 \mu\text{C}$; $500 \mu\text{J}$
- d) $20 \mu\text{C}$; $500 \mu\text{J}$
- e) $20 \mu\text{C}$; $1000 \mu\text{J}$



Resolução

Trata-se de um circuito RC-paralelo e, para calcular a ddp U nos terminais do resistor, devemos primeiro calcular a corrente no circuito.



$$\text{Sendo } i = \frac{E}{R+r} \Rightarrow i = \frac{120}{20+4} \Rightarrow i = 5 \text{ A}$$

Como a ddp U nos terminais do resistor e do capacitor é a mesma:

$$U = R \cdot i \Rightarrow U = 20 \cdot 5 \Rightarrow U = 100 \text{ V}$$

No capacitor, a carga elétrica é:

$$Q = C \cdot U \Rightarrow Q = 0,2 \mu\text{F} \cdot 100 \text{ V} \Rightarrow Q = 20 \mu\text{C}$$

E a energia armazenada é:

$$E_{pel} = \frac{Q \cdot U}{2} \Rightarrow E_{pel} = \frac{20 \mu\text{C} \cdot 100 \text{ V}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_{pel} = 1000 \mu\text{J}$$

Resposta: E

Capítulo 08. Introdução ao Eletromagnetismo

1. Fundamentos

1.1. Ímãs

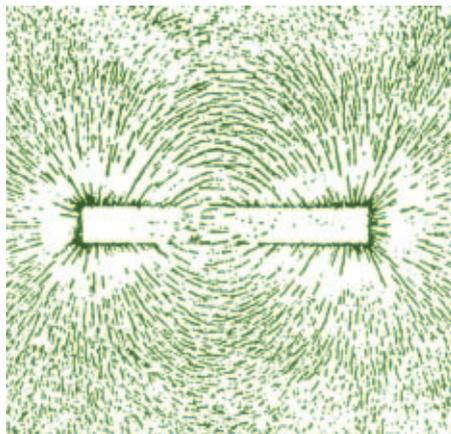
Sabemos que todo ímã tem dois pólos, denominados norte e sul e que possuem propriedades de atração e repulsão quando em presença de outros ímãs, conforme os nomes dos pólos que são aproximados.

Essa interação não ocorre somente entre ímãs, mas entre um ímã e pedacinhos de ferro que são atraídos pelas extremidades (pólos) do ímã.

Tal fato é explicado pela alteração causada pelo ímã na região que o envolve.

O aparecimento de força magnética sobre partículas de ferro e outros ímãs nos leva a concluir que o ímã gera ao redor de si um **campo magnético**.

Esse campo magnético é facilmente visualizável ao colocarmos um pedaço de papel sobre um ímã em forma de barra e jogarmos limalha de ferro sobre o papel. As partículas de limalha de ferro irão se dispor conforme a foto acima, formando linhas que partem dos pólos do ímã.



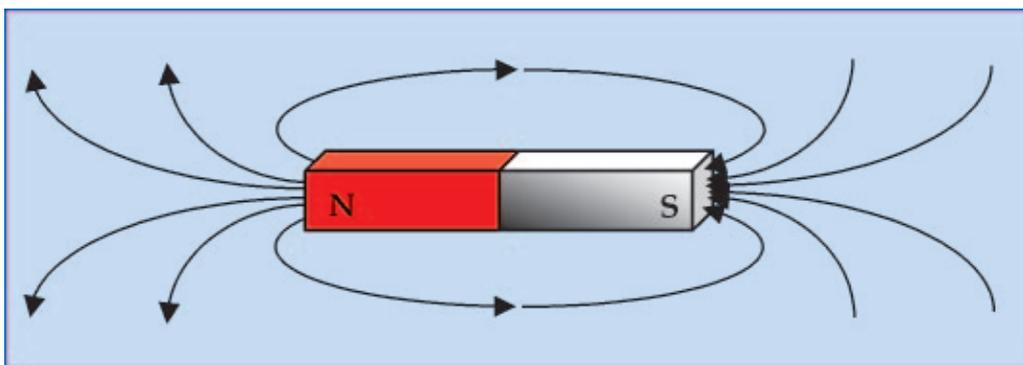
1.2. Linhas de Indução Magnética

Essas linhas evidenciadas pelas partículas serão utilizadas para representar o campo magnético, tal como o fizemos com as linhas de força do campo elétrico.

Por convenção, vamos orientá-las do pólo norte para o pólo sul do ímã.

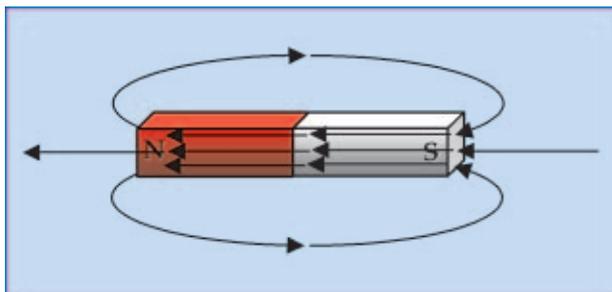
Costuma-se dizer que:

“As linhas de indução nascem no **norte** e morrem no **sul**”



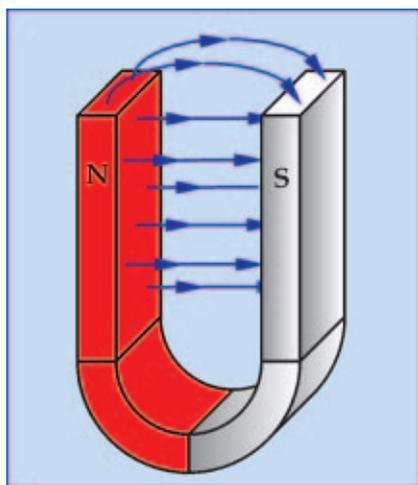


Como toda linha de indução é fechada, seu sentido de orientação se mantém, ou seja, dentro do ímã ela vai do sul para o norte.



1.3. Campo Magnético Uniforme

Se dobrarmos um ímã em forma de barra, as linhas de indução tornam-se retas paralelas, só deformando-se nas extremidades. O campo magnético entre as faces paralelas pode ser considerado uniforme.

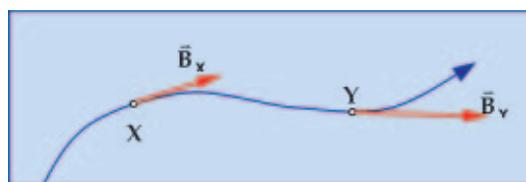


14. Vetor Indução Magnética

Apesar de as linhas de indução nos darem uma idéia do formato do campo magnético e de seu sentido, precisamos também conhecer a intensidade do campo magnético em cada ponto da região.

Para isso, definimos o **vetor indução magnética**, ou simplesmente **vetor campo magnético**, que é representado por \vec{B} .

Em cada ponto do campo, o vetor campo magnético é tangente às linhas de indução e no sentido destas.



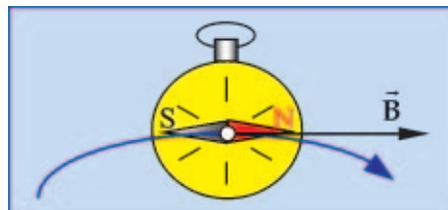
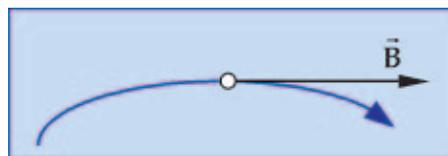
Importante:

Assim como no campo elétrico, quanto mais próximas entre si estiverem as linhas de indução magnética, mais intenso é o campo magnético na região.

15. A Bússola e o Vetor Campo Magnético

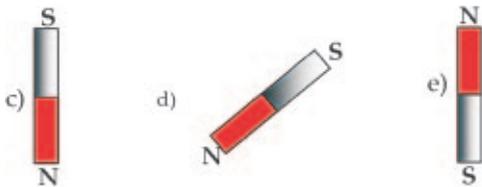
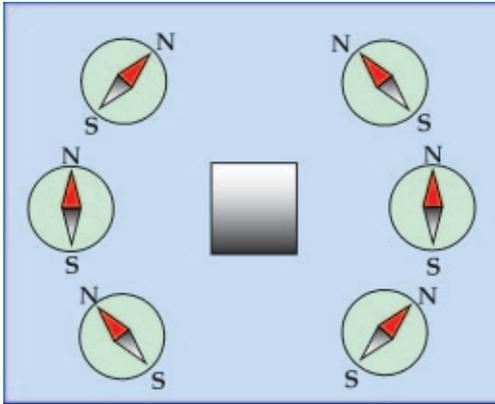
Quando colocamos uma bússola numa região de campo magnético, sua agulha tende a alinhar-se tangencialmente às linhas de indução do campo magnético, com o pólo norte no mesmo sentido do campo, ou seja, a agulha simula o vetor campo magnético \vec{B} , já que a linha de indução tem sentido norte-sul.

Nesse caso, podemos até chamar, coloquiamente, o vetor campo magnético de "vetor agulha".



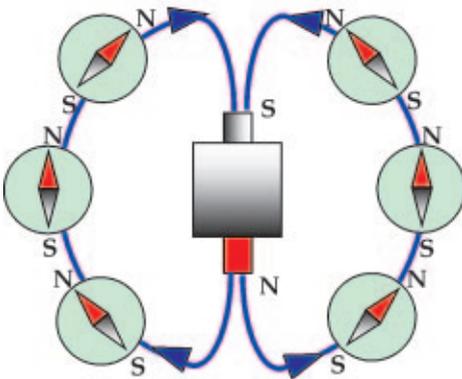
Exercícios Resolvidos

01. Seis bússolas, quando colocadas nas proximidades de uma caixa que contém um ímã, orientam-se conforme a ilustração. O posicionamento correto do ímã é:



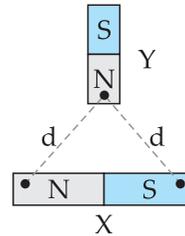
Resolução

Desenhando as linhas de indução utilizando o conceito de "vetor agulha":



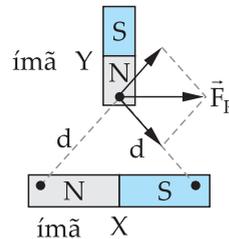
Resposta: C

02. Represente a força magnética resultante que os pólos N e S do ímã X exercem sobre o pólo N do ímã Y, situados no mesmo plano, conforme a figura.



Resolução

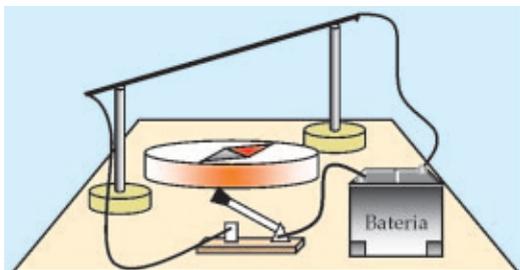
O pólo N do ímã X repele o pólo N do ímã Y; o pólo S, do ímã X, atrai o pólo N do ímã Y. Como o pólo N do ímã Y é equidistante dos pólos do ímã X, então as forças de atração e repulsão têm a mesma intensidade. Assim, representando os vetores \vec{F}_{ATR} e \vec{F}_{REP} e utilizando a regra do paralelogramo, determina-se a força resultante \vec{F}_R



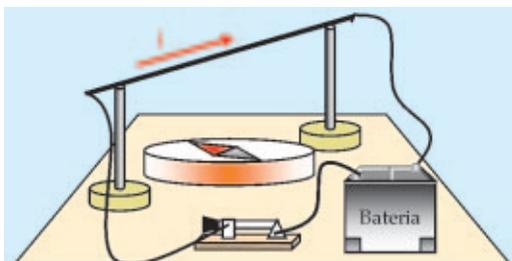


2. Campo Magnético

Foi no ano de 1820 que o físico dinamarquês Hans Christian Oersted, durante um experimento de aquecimento de um fio quando percorrido por corrente elétrica, percebeu que a agulha de uma bússola próxima ao fio sofrera deflexão e que tal acontecia só quando havia corrente elétrica no fio. Esse fenômeno de produção de campo devido à existência de corrente elétrica ficou conhecido como “efeito Oersted”.

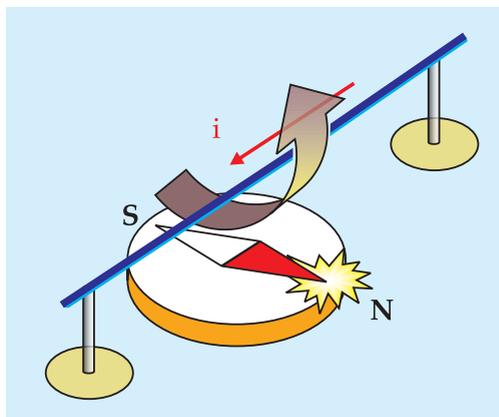
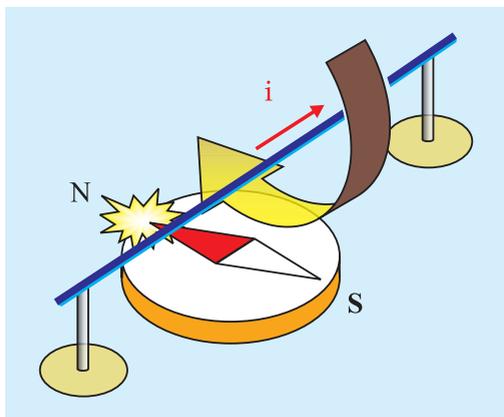


Chave aberta: não há corrente, e a bússola está paralela ao fio.



Chave fechada: há corrente, e a bússola está transversal ao fio.

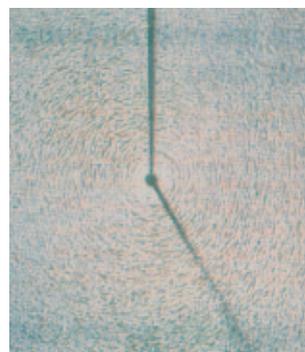
Dependendo do sentido da corrente elétrica, a bússola pode defletir para um ou para outro sentido, conforme as figuras a seguir.



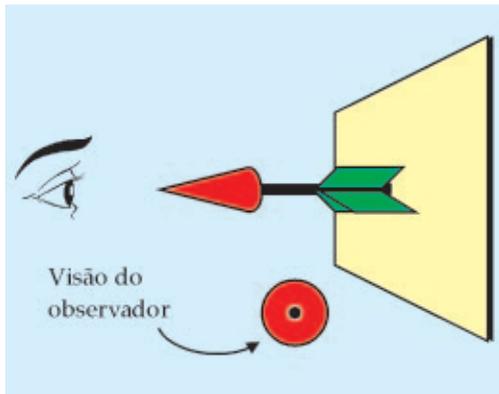
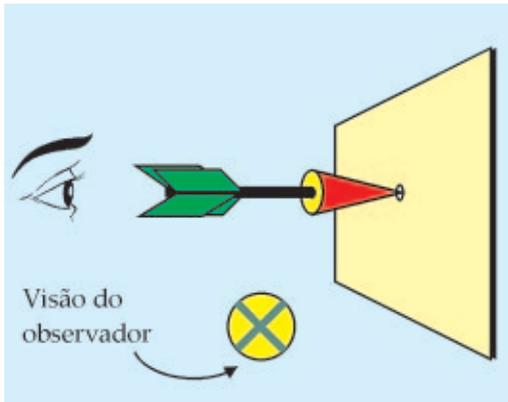
3. Campo de um Condutor Retilíneo

Quando um condutor retilíneo é percorrido por corrente elétrica, em torno e ao longo do condutor, formam-se linhas circulares de indução magnética, conforme podemos observar na figura a seguir.

Como em eletromagnetismo as direções dos vetores muitas vezes são reversas, faz-se necessário adotar uma representação vetorial para vetores cuja direção é perpendicular ao plano da folha.

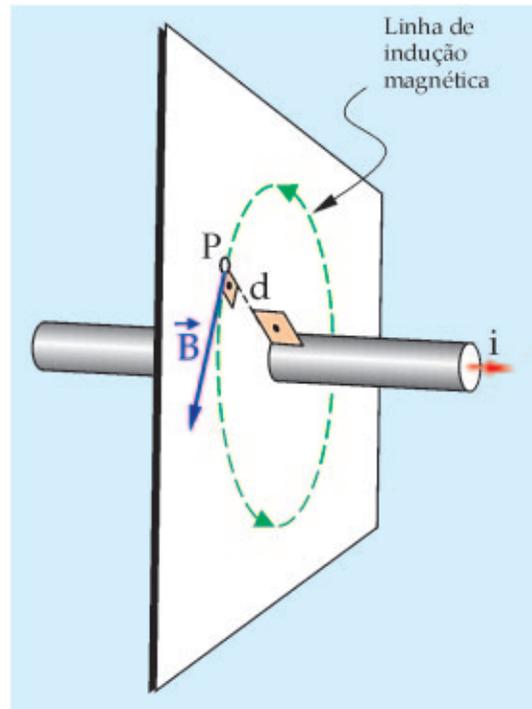
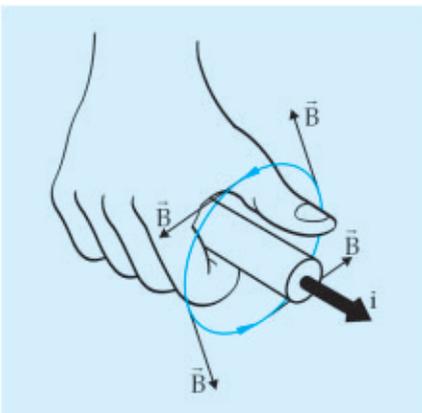


Essa representação é a baseada no vetor abaixo.



Num ponto P externo ao condutor, o vetor \vec{B} tem:

- **Direção:** ortogonal ao condutor
- **Sentido:** dado pela regra da mão direita



- Intensidade:

A intensidade do vetor \vec{B} é dada por:

$$B = \frac{\mu \cdot i}{2 \cdot \pi \cdot d}$$

onde μ representa a permeabilidade magnética do meio, i a intensidade de corrente elétrica que percorre o condutor retilíneo e d a distância do ponto P ao condutor.

- Unidade de B no S.I.: T (tesla)
A permeabilidade magnética do vácuo, representada por μ_0 é:

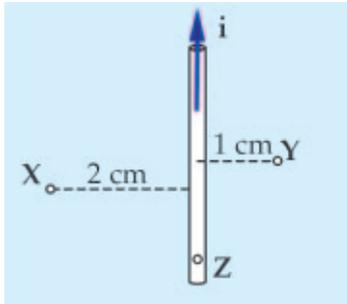
$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$$

Obs.: A demonstração da equação da intensidade de \vec{B} é feita através da Lei Circuital de Ampère.



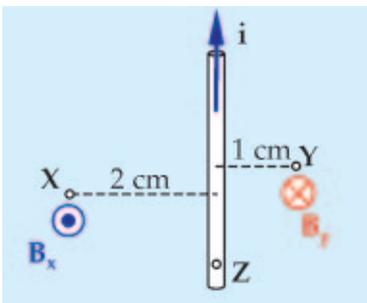
Exercícios Resolvidos

01. A figura representa um fio retilíneo e longo, situado no plano da folha e percorrido por corrente elétrica de intensidade 5 A. Sendo o meio o vácuo ($\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{Tm/A}$), determine as intensidades e os sentidos do campo magnético nos pontos X e Y do plano do papel e Z do fio.



Resolução

Pela regra da mão direita, determinamos o sentido do campo magnético nos pontos X e Y, lembrando que, se o condutor retilíneo está no plano da folha, que é o mesmo plano de X e Y, o vetor campo magnético é perpendicular ao plano do papel



Como o ponto Z encontra-se sobre o condutor e este não gera campo magnético sobre si mesmo, a intensidade do campo no ponto Z é zero.

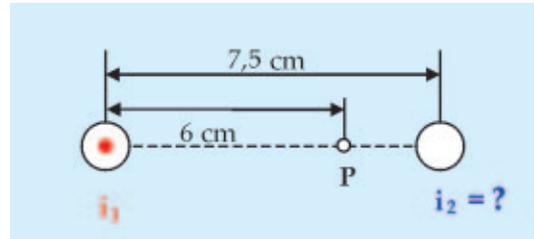
Calculando as intensidades dos campos nos pontos X e Y.

$$B = \frac{\mu \cdot i}{2 \cdot \pi \cdot d}$$

$$B_x = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 5}{2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot 10^{-2}} \Rightarrow B_x = 5 \cdot 10^{-5} \text{ T}$$

$$B_y = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 5}{2 \cdot \pi \cdot 1 \cdot 10^{-2}} \Rightarrow B_y = 1 \cdot 10^{-4} \text{ T}$$

02. Dois longos fios retilíneos e paralelos, perpendiculares ao plano do papel, são percorridos por correntes elétricas de intensidades $i_1 = 8 \text{ A}$ e i_2 , como na figura abaixo.

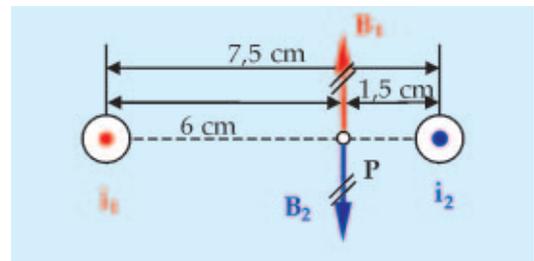


Determinar o sentido e a intensidade da corrente i_2 de modo que o campo elétrico no ponto P seja nulo.

Resolução

Pela regra da mão direita, concluímos que o campo magnético B_1 devido à corrente i_1 , no ponto P, tem sentido para cima.

Para que o campo resultante no ponto P seja nulo, o campo B_2 , devido à corrente i_2 , tem que ter sentido para baixo; logo, a corrente i_2 tem sentido saindo do papel, apontado pra você.



Se $B = \frac{\mu \cdot i}{2 \cdot \pi \cdot d}$ e $B_1 = B_2$, então

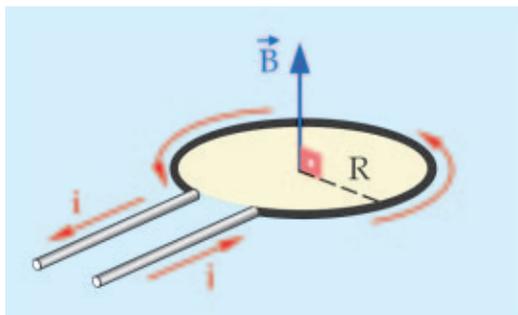
$$\frac{\mu \cdot i_1}{2 \cdot \pi \cdot d_1} = \frac{\mu \cdot i_2}{2 \cdot \pi \cdot d_2} \Rightarrow \frac{i_1}{d_1} = \frac{i_2}{d_2}$$

$$\frac{8}{6} = \frac{i_2}{1,5} \Rightarrow i_2 = 2 \text{ A}$$

4. Campo Magnético no Centro de uma Espira Circular

Quando uma espira circular condutora, de raio R , é percorrida por uma corrente elétrica de intensidade i , verifica-se o aparecimento de um campo de indução magnética \vec{B} (efeito Oersted) no centro da espira.

Esse campo magnético tem, conforme mostra a figura abaixo:



Direção: perpendicular ao plano da espira

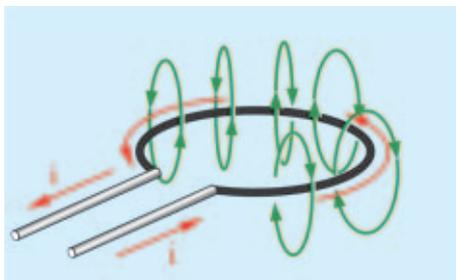
Sentido: dado pela regra da mão direita, podendo-se inverter a correspondência entre os dedos da mão e os elementos i e \vec{B} .

Intensidade: calculada pela expressão:

$$B = \frac{\mu \cdot i}{2 \cdot R}$$

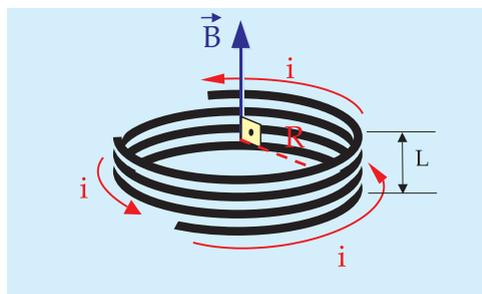
em que μ é a permeabilidade magnética do meio.

A figura abaixo retrata as linhas de indução em torno da espira.



5. Campo Magnético no Centro de uma Bobina Chata

Justapondo n espiras circulares de mesmo raio R , obtemos o que chamamos de **bobina chata**, de modo que o comprimento L é desprezível em relação ao raio da bobina ($L \ll R$).



Quando essa bobina é percorrida por uma corrente elétrica de intensidade i , gera no centro um campo de indução magnética \vec{B} que tem como características:

Direção: perpendicular ao plano das espiras.

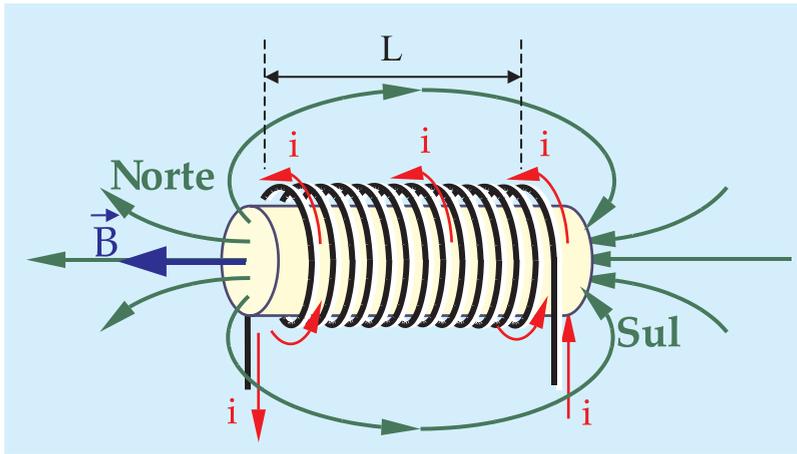
Sentido: dado pela regra da mão direita.

Intensidade: $B = n \cdot \left(\frac{\mu \cdot i}{2 \cdot R} \right)$

6. Campo Magnético no Interior de um Solenóide

O enrolamento de um fio condutor em torno de um cilindro, formando espiras circulares de mesmo raio e justapostas, é denominado **bobina** ou **solenóide**.

Fazendo-se circular uma corrente elétrica de intensidade i pelo fio, origina-se, no interior do solenóide, um campo magnético que pode ser considerado uniforme quando o número n de espiras for muito grande e o comprimento d for muito maior que o raio R das espiras.



O campo magnético no exterior do solenóide assemelha-se ao de um ímã em forma de barra.

No interior do solenóide, o vetor \vec{B} é constante e tem:

Direção: a mesma do eixo do solenóide.

Sentido: dado pela regra da mão direita, como se segurando um bastão. A ponta dos dedos indicando o sentido da corrente e o polegar indicando o sentido do campo.

$$\text{Intensidade: } B = \frac{\mu \cdot n \cdot i}{L}$$

Em que n é o número de espiras do solenóide e μ é a permeabilidade magnética do material no interior do solenóide.

Observação – A razão $\frac{n}{L}$ é denominada **densidade linear de espiras**, e quanto maior for seu valor, mais intenso será o campo no interior do solenóide.

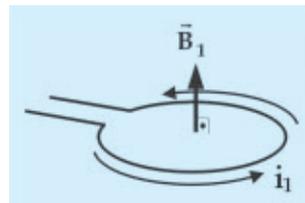
Exercícios Resolvidos

01. Duas espiras circulares acham-se no vácuo, em planos perpendiculares entre si, com seus centros coincidindo. O raio de cada espira vale π cm e as correntes elétricas que as percorrem têm intensidades $i_1 = i_2 = 2\sqrt{2}$ A. Determine o vetor indução magnética no centro das espiras e esboce um desenho da situação.

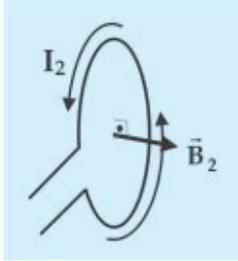
É dada a permeabilidade magnética do vácuo: $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ T}\cdot\text{m/A}$

Resolução

Fazendo a representação do descrito, temos:
– para a espira horizontal



–para a espira vertical



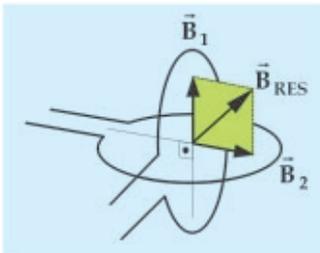
Como os raios das espiras são iguais e elas são percorridas por correntes iguais, a intensidade do campo magnético no centro de cada uma é a mesma para ambas e vale:

$$B = \frac{\mu \cdot i}{2 \cdot R} \Rightarrow B = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 2\sqrt{2}}{2 \cdot \pi}$$

$$B_1 = B_2 = 10^{-7} \cdot 4\sqrt{2} \text{ T}$$

O vetor indução magnética resultante no centro é:

$$\vec{B}_{RES} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$



e sua intensidade:

$$B_{RES}^2 = B_1^2 + B_2^2 = (10^{-7} \cdot 4\sqrt{2})^2 + (10^{-7} \cdot 4\sqrt{2})^2$$

$$B_{RES}^2 = 64 \cdot 10^{-14} \Rightarrow B_{RES} = 8 \cdot 10^{-7} \text{ T}$$

02. Qual deve ser a intensidade de corrente elétrica que circula em uma bobina chata constituída por 50 espiras circulares de 5π cm de raio, imersa no vácuo ($\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ T}\cdot\text{m/A}$), no instante em que o campo de indução magnética no seu centro é de $2 \cdot 10^{-3} \text{ T}$?

Resolução

Sendo $B = n \cdot \left(\frac{\mu \cdot i}{2 \cdot R}\right)$, a intensidade do campo de indução magnética no centro da bobina chata, vem:

$$i = \frac{2 \cdot R \cdot B}{n \cdot \mu} \Rightarrow i = \frac{2 \cdot 5 \cdot \pi \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{50 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}}$$

$$i = 10 \text{ A}$$

03. Qual deve ser a densidade linear de espiras, em espiras por metro, de um solenóide para que, quando imerso no vácuo ($\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ T}\cdot\text{m/A}$) e percorrido por corrente elétrica de intensidade 0,5A, o vetor indução magnética ao longo de seu eixo tenha intensidade $4 \cdot \pi \cdot 10^{-4} \text{ T}$?

Resolução

Como a densidade linear de espiras é $\frac{n}{L}$, temos:

$$B = \frac{\mu \cdot n \cdot i}{L} \Rightarrow \frac{n}{L} = \frac{B}{\mu \cdot i}$$

$$\frac{n}{L} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-4}}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 0,5}$$

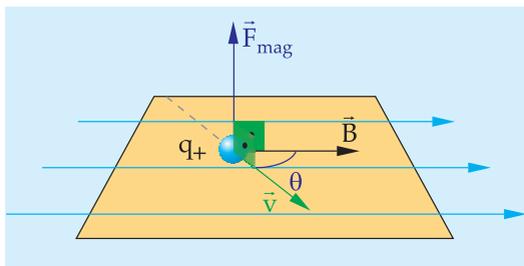
$$\frac{n}{L} = 2.000 \text{ espiras/m}$$



Capítulo 09. Força Magnética

1. Força Magnética (Força de Lorentz) sobre Carga Lançada em Campo Magnético

Quando uma carga puntiforme positiva q penetra com velocidade \vec{v} numa região do espaço onde existe um campo magnético caracterizado pelo vetor indução magnética \vec{B} , fica sujeita à ação de uma força que atua lateralmente na carga, chamada força magnética \vec{F} ou força magnética de Lorentz, como mostra a figura.



Essa força magnética \vec{F} tem:

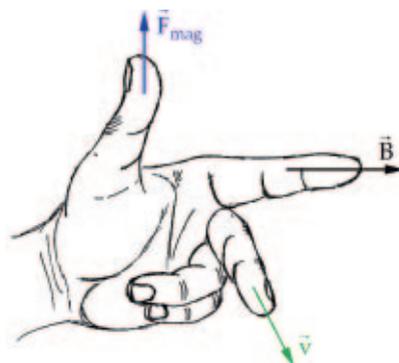
Intensidade: proporcional à velocidade \vec{v} e à carga q , ou seja, sua intensidade pode ser determinada por:

$$F_{\text{mag}} = |q| \cdot v \cdot B \cdot \text{sen } \theta$$

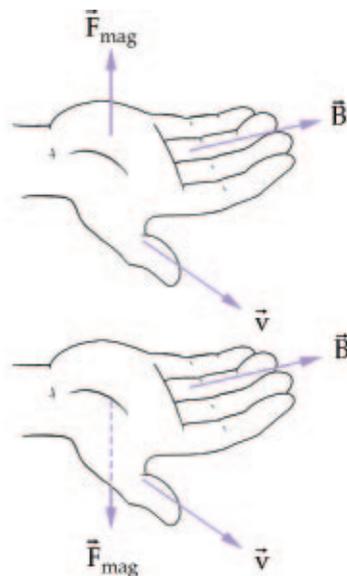
Direção: perpendicular ao plano determinado pelos vetores \vec{B} e \vec{v} .

Sentido: determinado pela “regra da mão esquerda” ou pela do “tapa”.

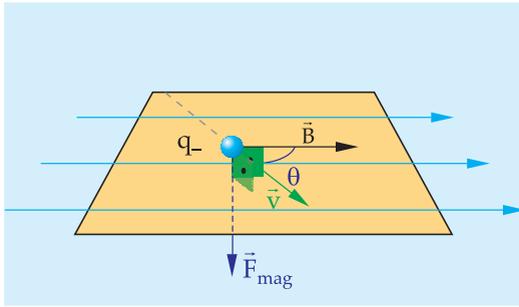
Regra da mão esquerda: colocando o dedo indicador no sentido do vetor indução magnética \vec{B} e o dedo médio no sentido da velocidade \vec{v} , o polegar determina o sentido da força \vec{F}_{mag} .



Regra do tapa: Colocando o polegar no sentido da velocidade \vec{v} e os outros dedos no sentido do vetor indução magnética \vec{B} , a força magnética tem o sentido de um tapa dado com a palma da mão.



Observação – Quando a carga q for negativa, o sentido da força magnética \vec{F} será oposto ao que seria se a carga fosse positiva, conforme a figura a seguir, permanecendo inalteradas a direção e a intensidade, qualquer que seja a regra utilizada.

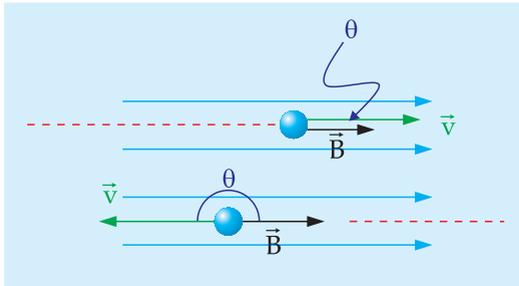


2. Carga Elétrica Lançada em Campo Magnético Uniforme

Quando uma carga elétrica puntiforme q (positiva, por exemplo) e massa m é lançada com velocidade \vec{v} num campo magnético uniforme, três situações podem ocorrer em função do ângulo θ de lançamento.

- a) Lançada paralelamente às linhas de indução magnética do campo, ou seja, o vetor velocidade \vec{v} é paralelo ao vetor \vec{B} . Nessa situação, a força magnética é nula e a carga descreve **movimento retilíneo uniforme**.

$$F_{\text{mag}} = 0$$

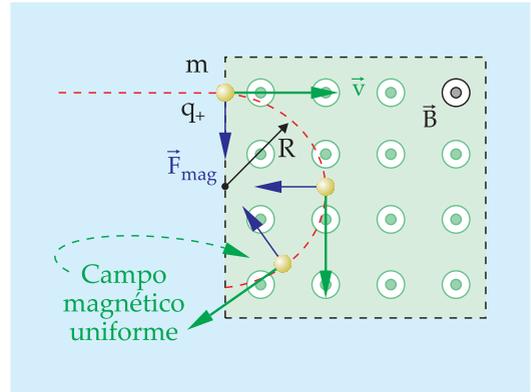


Sendo: $F_{\text{mag}} = |q| \cdot v \cdot B \cdot \sin \theta$ e $\theta = 0^\circ$ ou $\theta = 180^\circ$, em ambos os casos $\sin \theta = 0$.

- b) Lançada perpendicularmente às linhas de indução magnética do campo, ou seja, o vetor velocidade \vec{v} é perpendicular ao vetor \vec{B} . A força magnética tem intensidade:

$$F_{\text{mag}} = |q| \cdot v \cdot B$$

pois $\theta = 90^\circ$.



Sendo a força magnética perpendicular à velocidade durante todo o movimento, sua atuação tem característica de ação centrípeta, ou seja, varia somente a direção da velocidade, obrigando a carga a descrever um **movimento circular uniforme** de raio R .

Assim, temos: $F_{\text{mag}} = F_{\text{centrípeta}} \Rightarrow$

$$|q| \cdot v \cdot B = \frac{m \cdot v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B}$$

Sendo o MCU um movimento periódico, podemos calcular seu período T (tempo gasto para dar uma volta), admitindo que a carga fique aprisionada nesse campo.

Como a velocidade pode ser calculada por:

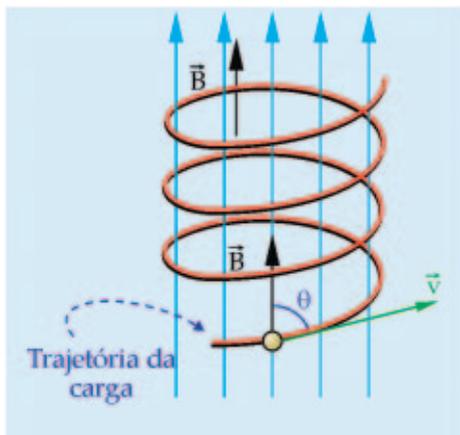
$$v = \frac{2\pi \cdot R}{T} \Rightarrow R = \frac{v \cdot T}{2\pi}, \text{ então } \frac{v \cdot T}{2\pi} = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B} \text{ e,}$$

assim,
$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot m}{|q| \cdot B}$$

- c) Lançada obliquamente às linhas de indução magnética do campo, a partícula descreve um **movimento helicoidal uniforme**, qualquer que seja o ângulo θ , diferente dos citados anteriormente e compreendido no intervalo $0^\circ < \theta < 180^\circ$.

Nesse caso, a força magnética tem intensidade dada por:

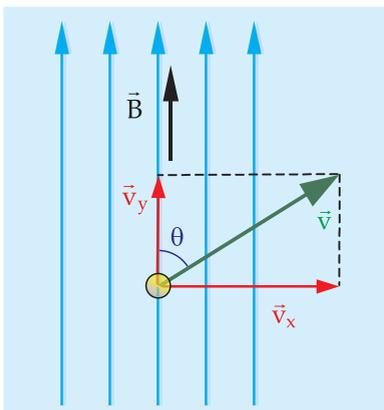
$$F_{\text{mag}} = |q| \cdot v \cdot B \cdot \sin \theta$$



Para facilitar o estudo desse movimento, vamos decompor a velocidade \vec{v} em duas componentes perpendiculares \vec{v}_x e \vec{v}_y , que têm direções, respectivamente, perpendicular e paralela às linhas de indução.

Podemos estudar o movimento helicoidal uniforme da partícula como sendo resultante da composição de dois movimentos:

- a) Na direção perpendicular às linhas de indução temos um movimento circular uniforme, pois \vec{v}_x e \vec{B} são perpendiculares ($\theta = 90^\circ$).
- b) Na direção paralela às linhas de indução temos um movimento retilíneo uniforme, pois \vec{v}_y e \vec{B} são paralelos ($\theta = 0^\circ$ ou $\theta = 180^\circ$).

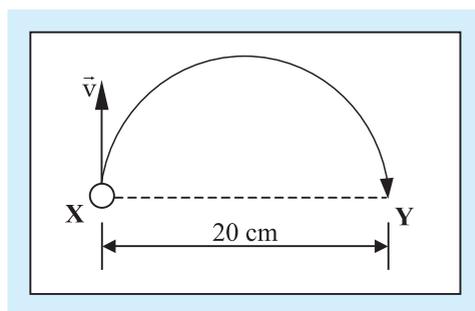


Exercícios Resolvidos

01. Uma partícula carregada negativamente penetra com velocidade $v = 2 \cdot 10^3$ m/s no ponto X de um campo magnético uniforme, descrevendo a trajetória semicircular XY da figura.

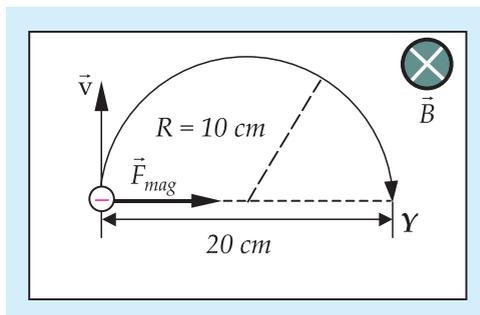
Sendo o módulo de sua carga elétrica igual a $5 \mu\text{C}$ e sua massa igual a 10 g, determine:

- a) a intensidade, direção e sentido do vetor indução magnética que fez a partícula descrever a trajetória indicada;
- b) o tempo necessário para descrever esse percurso.



Resolução

a) Como a trajetória é circular, a força magnética tem direção radial e é perpendicular à velocidade \vec{v} ; logo, o vetor indução magnética \vec{B} tem **direção perpendicular ao plano da folha**. Aplicando a regra da mão direita ou a do tapa determinamos o sentido do vetor indução.



O sentido do vetor indução magnética é entrando na folha.

$$R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B} \Rightarrow B = \frac{m \cdot v}{q \cdot R}$$

$$B = \frac{10 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^3}{5 \cdot 10^{-6} \cdot 10 \cdot 10^{-2}} \Rightarrow B = 4 \cdot 10^7 \text{ T}$$

b) Como o percurso descrito é o de meia circunferência, temos: $\Delta s = \pi \cdot R$

$$\Delta s = \pi \cdot 1 \cdot 10^{-1} \text{ m}$$

Então, $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$, já que o valor da velocidade é constante, pois a força atua perpendicularmente à velocidade.

$$\text{Dessa forma, vem: } \Delta t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{\pi \cdot 10^{-1}}{2 \cdot 10^3}$$

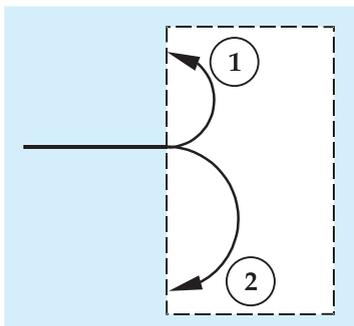
$$\Delta t \cong 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

Outra forma de calcular é observar que esse tempo corresponde ao de meio período (meia-volta):

$$\Delta t = \frac{T}{2} \Rightarrow \Delta t = \frac{2\pi \cdot m}{2 \cdot q \cdot B} = \frac{\pi \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-6} \cdot 4 \cdot 10^7}$$

$$\Delta t \cong 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

02. Um elétron e um próton penetram com a mesma velocidade num campo magnético uniforme delimitado pela linha tracejada, segundo as trajetórias da figura abaixo.



Com base na figura, identifique:

- as trajetórias de cada uma das partículas, justificando sua conclusão;
- O sentido do vetor campo de indução magnética.

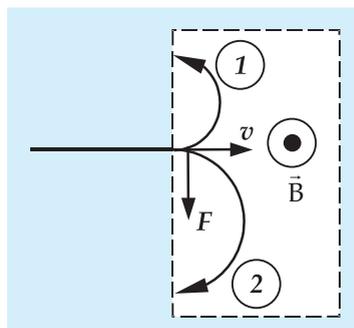
Resolução

- Sendo $R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$, a partícula com trajetória

de maior raio é aquela que tem a maior relação $\frac{m}{q}$, já que ambas foram lançadas com a mesma intensidade v de velocidade, num mesmo campo magnético.

Sendo as cargas do próton e do elétron iguais em módulo e a massa do próton maior que a do elétron, concluímos que a trajetória de número 1 é a do elétron e a de número 2, a do próton.

b) Analisando a força atuante no próton (trajetória de número 2), com a regra da mão esquerda ou do tapa concluímos que o sentido do vetor campo magnético é **saindo do papel**.



3. Força Magnética sobre Condutores Retilíneos

No módulo anterior, pudemos observar que uma partícula dotada de carga elétrica, em movimento num campo magnético, pode sofrer ação de uma força magnética.

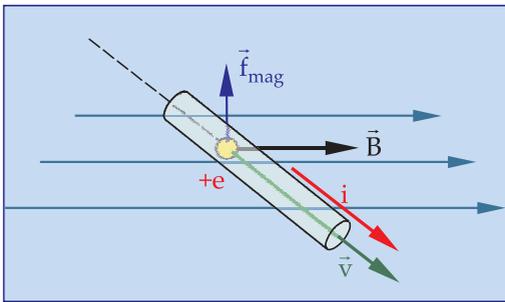


Estudemos agora o que acontece com um fio metálico retilíneo, percorrido por corrente elétrica, quando imerso em um campo magnético.

Por ser um condutor de 1ª classe, a corrente elétrica é constituída pelo movimento ordenado dos elétrons-livres e , assim, sobre cada um deles atua uma força magnética, quando o fio não se encontra paralelo às linhas de indução magnética do campo.

Essa força magnética sobre os elétrons tem sentido determinado pela regra da mão esquerda ou do tapa, como foi apresentado no item 1 da página 65.

Se ao invés de cargas negativas a corrente elétrica fosse constituída de cargas positivas, movendo-se no sentido convencional da corrente, o resultado também seria obtido pelas mesmas regras (figura abaixo).



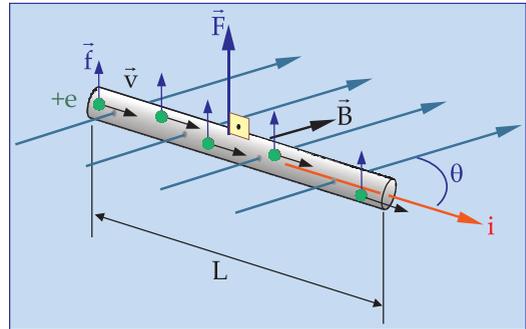
Para facilitar o estudo, vamos supor o condutor sendo percorrido por corrente constituída por cargas elementares positivas.

Vejam os casos em que um condutor retilíneo de comprimento L , percorrido por corrente elétrica i , encontra-se imerso em um campo magnético uniforme \vec{B} , de modo a formar ângulo θ com as linhas de indução do campo.

Sobre cada partícula portadora de carga elétrica elementar $+e$, que constitui a corrente elétrica, atua uma força elétrica \vec{f} e, assim, ao longo do condutor, teremos inúmeras forças \vec{f} .

Dessa forma, o condutor estará sujeito à ação de uma força magnética \vec{F} , que é a resultante de todas essas forças sobre cada partí-

cula, forças estas que agem como que tentando retirar, pela lateral do condutor, as partículas que constituem a corrente elétrica, conforme indica a figura abaixo



Considere os seguintes elementos:

Δt – intervalo de tempo para que uma carga elementar se desloque de uma extremidade à outra do condutor.

$$v = \frac{L}{\Delta t} \text{ – velocidade média dessa carga elementar ao longo do condutor.}$$

$\Delta Q = n \cdot e$ – quantidade de cargas elementares em todo o comprimento do condutor.

Como em cada carga elementar a força magnética tem intensidade $f_{\text{mag}} = e \cdot v \cdot B \cdot \text{sen}\theta$, mesma direção e mesmo sentido que nas demais, a resultante de todas elas tem intensidade:

$$F = n \cdot f_{\text{mag}} \Rightarrow F = n \cdot e \cdot v \cdot B \cdot \text{sen}\theta$$

$$F = \Delta Q \cdot \frac{L}{\Delta t} \cdot B \cdot \text{sen}\theta \Rightarrow F = B \cdot \frac{\Delta Q}{\Delta t} \cdot L \cdot \text{sen}\theta$$

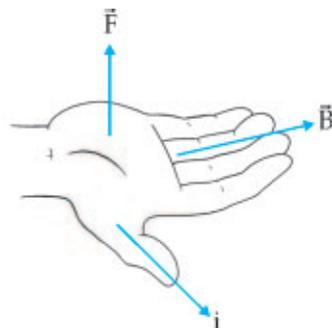
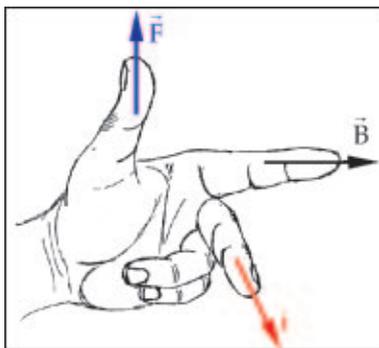
e como a corrente elétrica no condutor tem intensidade $i = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$, a força que age no condutor é:

$$F = B \cdot i \cdot L \cdot \text{sen}\theta$$

Essa força magnética tem:

Direção: perpendicular ao plano determinado pelo condutor e pelo vetor indução magnética \vec{B} , ou seja, perpendicular ao condutor e ao vetor \vec{B} .

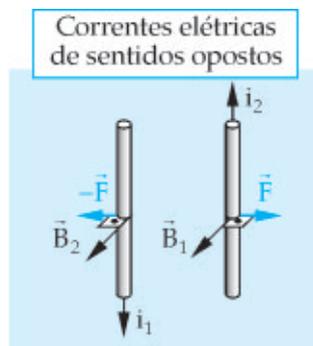
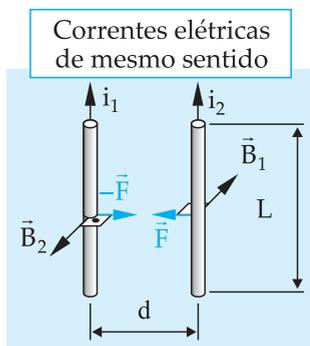
Sentido: dado pela regra da mão esquerda ou do tapa, substituindo-se a velocidade \vec{v} pela corrente elétrica i , conforme mostram as figuras abaixo.



4. Força Magnética entre Condutores Retilíneos Paralelos

Vejamos o caso em que temos dois condutores retilíneos e paralelos percorridos por correntes elétricas.

Cada um dos condutores está imerso no campo magnético originado pela corrente elétrica que percorre o outro condutor e, dessa forma, fica sujeito a uma força magnética, como mostram as figuras.



Nelas percebemos que a corrente i_1 origina no local do condutor 2 e ao longo deste um campo \vec{B}_1 , de modo que a força sobre esse condutor é: $F = B_1 \cdot i_2 \cdot L \cdot \text{sen } 90^\circ$, pois o ângulo entre \vec{B}_1 e i_2 é 90° , logo,

$$F = B_1 \cdot i_2 \cdot L$$

Acontece que o campo \vec{B}_1 tem intensidade dada por: $\vec{B}_1 = \frac{\mu \cdot i_1}{2\pi \cdot d}$ e dessa forma, a força no condutor é:

$$F_1 = \frac{\mu \cdot i_1 \cdot i_2 \cdot L}{2\pi \cdot d}$$

Do mesmo modo, demonstra-se que a força sobre o condutor 1 tem essa mesma intensidade, devido ao campo originado pela corrente i_2 .

Apesar de as forças entre os condutores terem a mesma direção e intensidade, e de seus sentidos serem contrários, elas não são de ação e reação.

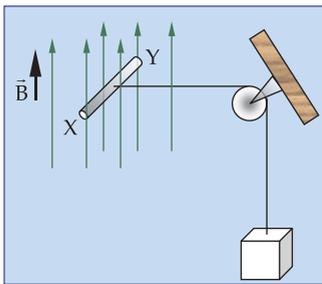
Quando as correntes nos condutores têm mesmo sentido, a força entre eles é de aproximação e quando as correntes têm sentidos contrários, a força entre eles é de afastamento.



Exercícios Resolvidos

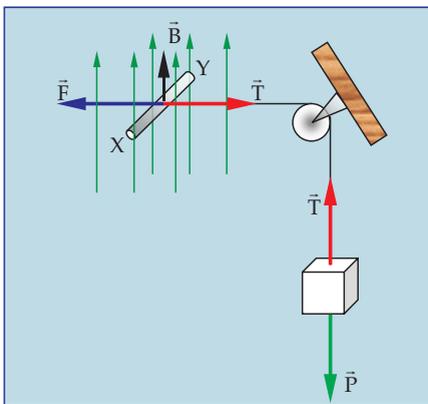
01. O condutor XY, retilíneo e horizontal da figura, tem comprimento 50 cm e está imerso num campo magnético vertical para cima, de intensidade $1,5 \cdot 10^{-3} \text{ T}$.

Determine o sentido e a intensidade da corrente elétrica que deve percorrê-lo para que o bloco de massa 30 g, preso pelo fio ideal ao condutor, permaneça em equilíbrio num local em que a aceleração da gravidade é de 10 m/s^2 . Desprezam-se todos os atritos sobre o eixo da polia.



Resolução

Desenhando as forças sobre os corpos vem:



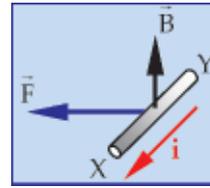
Do equilíbrio de forças que agem no conjunto temos:

$$\left. \begin{matrix} F = T \\ e \\ T = P \end{matrix} \right\} \Rightarrow F = P, \text{ logo'}$$

$$B \cdot i \cdot L \cdot \sin 90^\circ = m \cdot g \Rightarrow B \cdot i \cdot L = m \cdot g$$

$$i = \frac{m \cdot g}{B \cdot L} \Rightarrow i = \frac{3 \cdot 10^{-2} \cdot 10}{1,5 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-1}} \Rightarrow i = 400 \text{ A}$$

Aplicando a regra da mão esquerda ou do tapa, determinamos o sentido da corrente no condutor como sendo de Y para X.

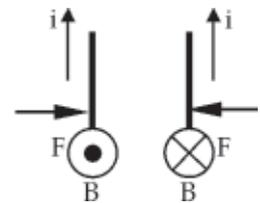


02. Qual das alternativas abaixo representa corretamente o sentido do vetor indução magnética \vec{B} , da corrente elétrica \vec{i} e das correspondentes forças entre os dois condutores retilíneos e paralelos ?

- a)
- b)
- c)
- d)
- e)

Resolução

Lembrando que, quando as correntes têm mesmo sentido, a força é de atração e, quando têm sentidos opostos, é de repulsão, eliminamos as alternativas a e e.



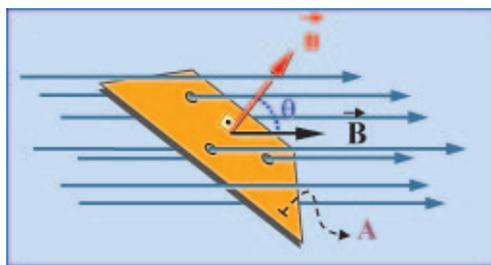
Aplicando a regra da mão esquerda ou do tapa, percebemos que a única resposta correta é:

Resposta: D

Capítulo 10. Indução Eletromagnética

1. Fluxo Magnético

A figura representa uma superfície plana imersa num campo magnético. Nela observamos que três linhas de indução atravessam a superfície e outras quatro não, dessa forma dizemos que há um **fluxo magnético** através dessa superfície.



Esse fluxo é tanto maior quanto mais linhas de indução estiverem atravessando a superfície.

Para tanto, podemos:

- aumentar a intensidade \mathbf{B} do campo de indução magnética, o que condiz com uma diminuição do espaço entre as linhas de indução, ou seja, estando mais próximas entre si, maior o número de linhas que atravessam a superfície;
- aumentar a área \mathbf{A} da superfície, o que aumenta o número de linhas de indução que a atravessam;
- girar a superfície, variando o ângulo θ entre o vetor \vec{B} e um vetor \vec{n} (sempre perpendicular à superfície) que serve como orientador da posição dela em relação ao vetor \vec{B} .

A expressão que relaciona essas três variáveis e que permite o cálculo do fluxo magnético é:

$$\phi = B \cdot A \cdot \cos \theta$$

Sua unidade no SI é o weber (Wb).

$1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot 1 \text{ m}^2$ e, dessa forma, temos

$$1 \text{ T} = 1 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$$
 e isto significa que o campo de

indução magnética pode ser medido também em **weber por metro quadrado**.

Para um campo magnético uniforme e uma superfície de área constante, vamos estudar dois casos extremos, decorrentes da variação do ângulo θ .

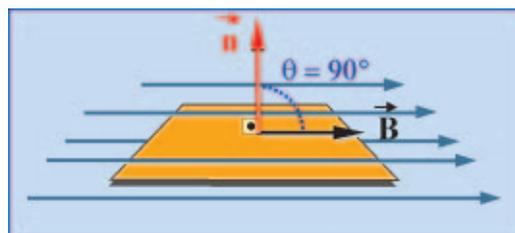
1º caso: Fluxo magnético nulo

Quando o ângulo θ for igual a 90° , temos:

$\phi = B \cdot A \cdot \cos 90^\circ$ e, como $\cos 90^\circ = 0$, então o fluxo é **nulo**.

$$\phi_{\text{NULO}} = 0$$

Observe na figura abaixo que nenhuma linha de indução magnética atravessa a superfície.



2º caso: Fluxo magnético máximo

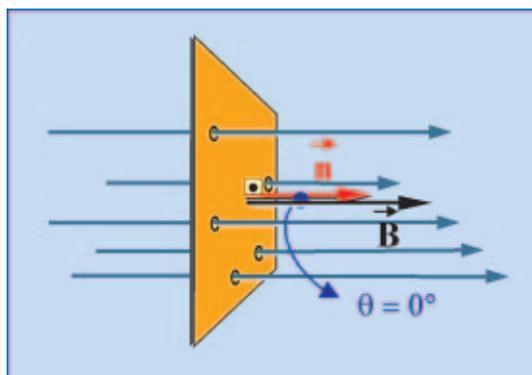
Quando o ângulo θ for igual a 0° , temos:

$\phi = B \cdot A \cdot \cos 0^\circ$ e, como $\cos 0^\circ = 1$, então o fluxo é **máximo**.

$$\phi_{\text{MÁX}} = B \cdot A$$



Observe na figura abaixo que o número de linhas de indução magnética que atravessam a superfície é máximo.

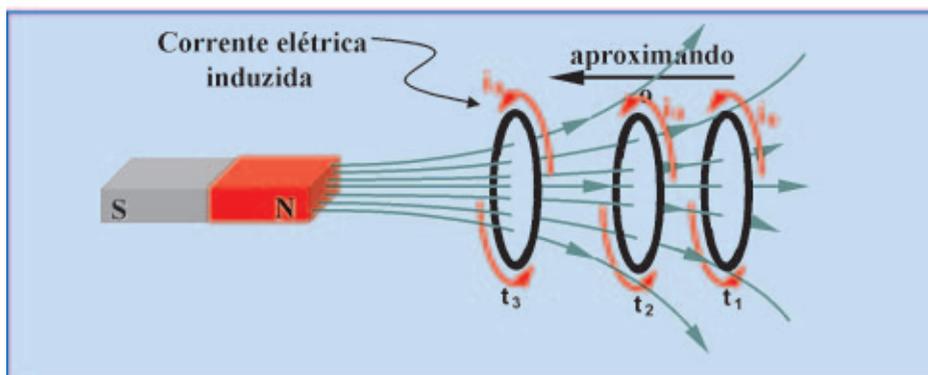


2. Indução Eletromagnética

Com base no efeito Oersted (1820), em que uma corrente elétrica gera campo de indução magnética, alguns físicos do início do século XIX começaram a pesquisar a possibilidade de que o inverso ocorresse, ou seja, de que um campo magnético podia ocasionar corrente elétrica.

A questão era saber como isso poderia ser feito e foi Faraday que, em 1831, descobriu como fazê-lo, ao perceber que o segredo estava na variação do fluxo magnético através de uma superfície condutora.

Vejamos o seguinte experimento realizado com uma espira circular que se aproxima de um ímã.



Temos três linhas de indução atravessando a espira no instante t_1 , cinco no instante t_2 e sete no instante t_3 .

Verificamos, então, que o número de linhas de indução que atravessam a espira está variando com o tempo, ou seja, está ocorrendo uma variação de fluxo magnético com o tempo e é justamente esta variação que acarreta o surgimento na espira de uma corrente elétrica denominada corrente induzida.



2.1. Lei de Faraday

Essa corrente induzida é decorrente de uma força eletromotriz induzida na espira que pode ser expressa como sendo a rapidez com que acontece essa variação de fluxo.

A lei que descreve essa rapidez de variação, proposta por Faraday, é:

A força eletromotriz média induzida (ε) é diretamente proporcional à variação de fluxo magnético ($\Delta\phi$) através de uma espira e inversamente proporcional ao intervalo de tempo (Δt) em que isso acontece.



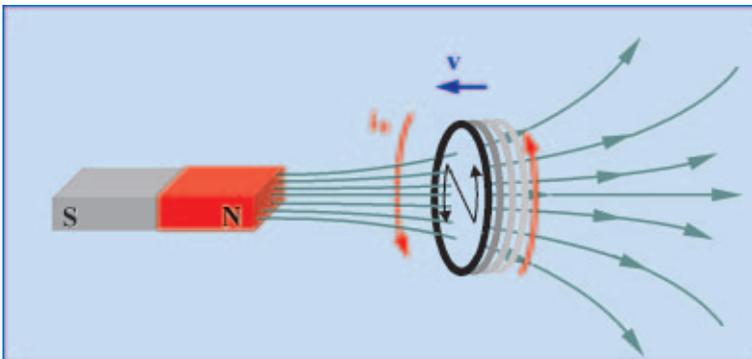
$$\varepsilon = - \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

Se verificarmos as unidades dessas grandezas no Sistema Internacional de Unidades, podemos escrever: $\text{volt} = \frac{\text{weber}}{\text{segundo}}$, ou seja, $1\text{V} = \frac{1\text{Wb}}{1\text{s}}$.

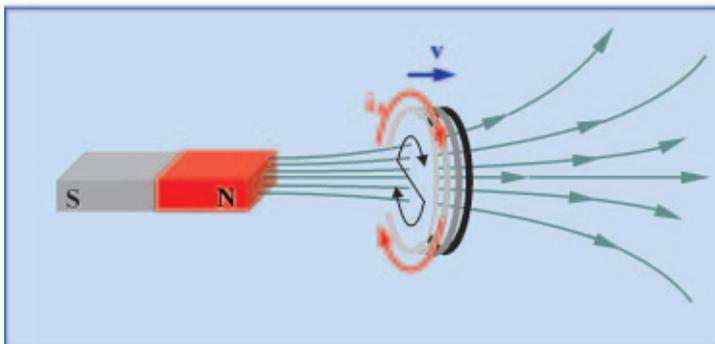
2.2. Lei de Lenz

Em 1834, o físico russo Heinrich Friedrich Emil Lenz, baseando-se em experimentos de Faraday e após tê-los repetido, completou-os com uma lei que leva o seu nome e que justifica o sinal de menos na expressão da lei de Faraday.

Lenz percebeu que, ao aproximar a espira do pólo norte do ímã, surge na mesma uma corrente elétrica contínua, no **sentido anti-horário**, de modo a gerar um campo magnético cujo **pólo norte** está voltado para o pólo norte do ímã em forma de barra, como mostra a figura abaixo.



Se agora afastarmos a espira, a corrente elétrica induzida inverte de sentido, passando a ser no **sentido horário**, ocasionando um campo magnético cujo **pólo sul** agora está voltado para o pólo norte do ímã.



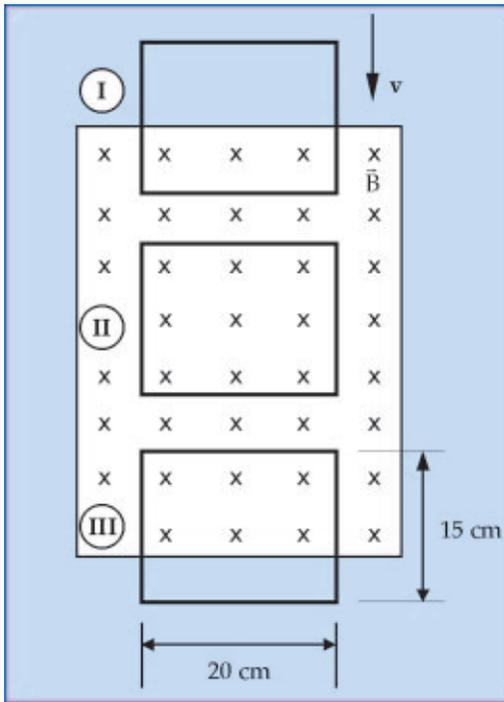
A corrente elétrica induzida num circuito gera um campo magnético que se opõe à variação do fluxo magnético que induz essa corrente.



Exercícios Resolvidos

01. Uma espira constituída por um fio condutor retangular é empurrada perpendicularmente às linhas de indução magnética de um campo magnético uniforme perpendicular à folha, até sair pelo outro lado, como mostra a figura.

Determine o sentido da corrente induzida na espira em cada uma das representações I, II e III.



Resolução

Situação I

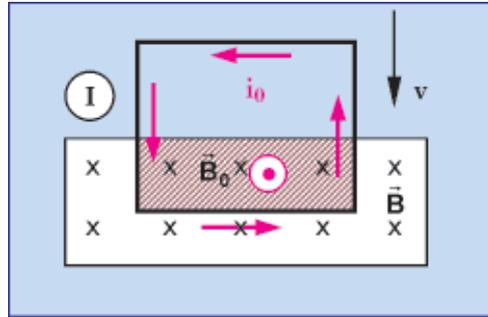
O número de linhas de indução que atravessam a espira está aumentando, ou seja, o fluxo está aumentando.

Esse aumento do fluxo é decorrente do aumento da área hachurada que corresponde à área A efetivamente atravessada pelas linhas de indução.

Para manter o fluxo constante, surge uma corrente induzida, ocasionando um fluxo no sentido contrário ao daquele que está aumentando.

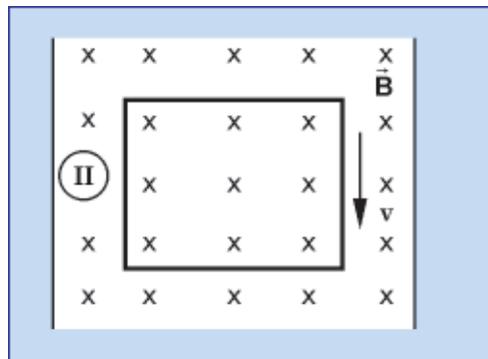
Assim, o campo induzido \vec{B}_0 tem que ter sentido contrário ao de \vec{B} , ou seja, deve estar **saindo** do plano da folha.

Pela regra da mão direita, verificamos que o sentido da corrente induzida i_0 é **anti-horário**.



Situação II

Nesta situação, o número de linhas de indução que atravessam a espira permanece constante, ou seja, o fluxo é constante e, desse modo, não há corrente elétrica induzida na espira ($i_0 = 0$).



Situação III

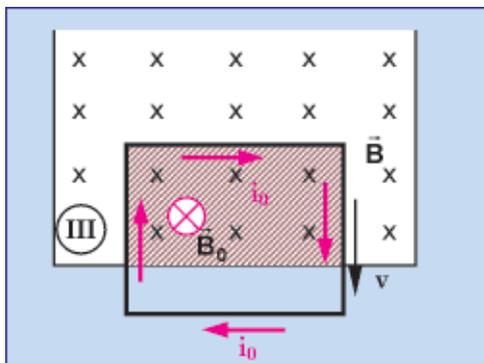
O número de linhas de indução que atravessam a espira está diminuindo, ou seja, o fluxo está diminuindo.

Essa diminuição do fluxo é decorrente da diminuição da área hachurada que corresponde à área A efetivamente atravessada pelas linhas de indução.

Para manter o fluxo constante, surge uma corrente induzida, ocasionando um fluxo no mesmo sentido daquele que está diminuindo.

Assim, o campo induzido \vec{B}_0 tem que ter o mesmo sentido de \vec{B} , ou seja, deve estar **entrando** no plano da folha.

Pela regra da mão direita, verificamos que o sentido da corrente induzida i_0 é **horário**.



02. No exercício anterior, sabendo-se que a velocidade da espira é de 30 cm/s, que o campo magnético local tem intensidade 1,5 T e que a resistência elétrica da espira é de 30 Ω , determine:

- o fluxo máximo através da espira;
- a força eletromotriz induzida na espira quando está saindo do campo magnético;
- a intensidade da corrente elétrica induzida.

Resolução

a) A área da espira é $A = 0,15 \text{ m} \cdot 0,20 \text{ m} = 0,03 \text{ m}^2$ e, como o ângulo entre os vetores \vec{n} (perpendicular à espira) e \vec{B} é $\theta = 0^\circ$, tem-se:

$$\phi = B \cdot A \cdot \cos \theta$$

$$\phi = 1,5 \cdot 3 \cdot 10^{-2} \cdot \cos 0^\circ$$

$$\phi = 4,5 \cdot 10^{-2} \text{ Wb}$$

b) Sendo a velocidade da espira 30 cm/s, ela demora 0,5 s para estar inteiramente fora do campo magnético, ou seja, para o fluxo passar de máximo para zero.

$$\Delta \phi = \phi_{\text{final}} - \phi_{\text{inicial}}$$

$$\Delta \phi = 0 - 4,5 \cdot 10^{-2} = -4,5 \cdot 10^{-2} \text{ Wb}$$

Pela lei de Faraday: $\varepsilon = -\frac{\Delta \phi}{\Delta t}$

$$\varepsilon = -\frac{(-4,5 \cdot 10^{-2})}{0,5}$$

$$\varepsilon = 9,0 \cdot 10^{-2} \text{ V}$$

c) Pela lei de Ohm, vem: $\varepsilon = R \cdot i_0$

$$i_0 = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{9,0 \cdot 10^{-2}}{30}$$

$$i_0 = 3,0 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

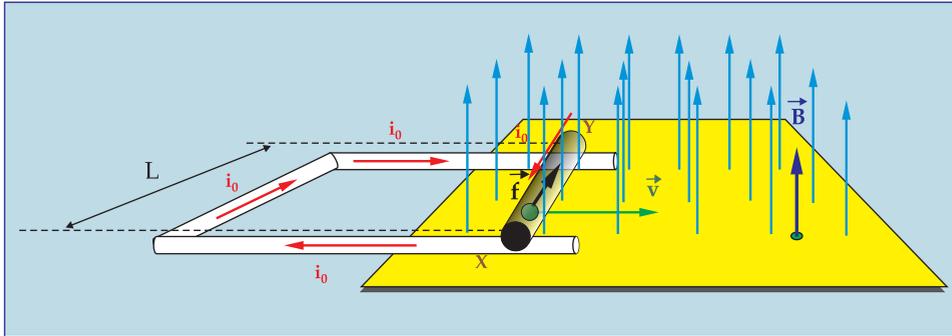
3. Condutor Retilíneo em Campo Magnético Uniforme

O condutor retilíneo da figura tem comprimento L e se desloca, com velocidade \vec{v} constante, num campo magnético uniforme \vec{B} , devido à ação de um agente externo.

Esse condutor, durante todo o movimento, se mantém em contato com um grampo condutor em forma de U e, assim, cada elétron livre do condutor fica sujeito à ação de uma força magnética \vec{f}_{mag} de intensidade $f_{\text{mag}} = e \cdot v \cdot B$ (pois \vec{v} e \vec{B} são perpendiculares entre si).



Essa força faz com que esses elétrons adquiram movimento de X para Y, dando origem à corrente elétrica induzida i_0 , como vimos no módulo anterior.



Dessa forma, há uma diferença de potencial entre os terminais X e Y do fio e que corresponde a uma **força-eletromotriz induzida E**.

A força sobre cada elétron é constante e realiza um trabalho calculado por:

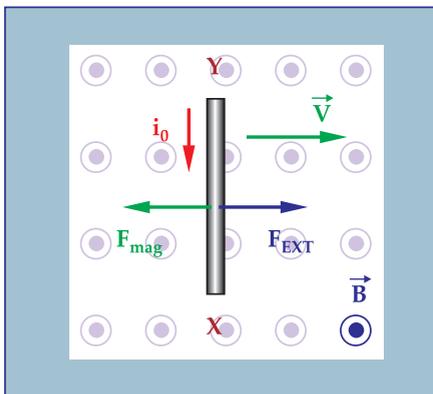
$$\mathcal{E} = f_{\text{mag}} \cdot d, \text{ ou seja, } \mathcal{E} = e \cdot v \cdot B \cdot L$$

Acontece que esse trabalho também pode ser calculado por:

$\mathcal{E} = e \cdot (V_x - V_y)$, ou ainda, $\mathcal{E} = e \cdot \epsilon$ e, assim, temos:

$$e \cdot \epsilon = e \cdot v \cdot B \cdot L \Rightarrow \epsilon = B \cdot L \cdot v$$

Importante observar que sobre o condutor age uma força magnética com sentido oposto ao do movimento da haste, que pode ser determinado utilizando-se a regra da mão esquerda ou a do tapa, e que condiz com a lei de Lenz. Portanto, para que a haste se movimente, é necessária a ação de um agente externo que a faça atravessar o campo magnético.

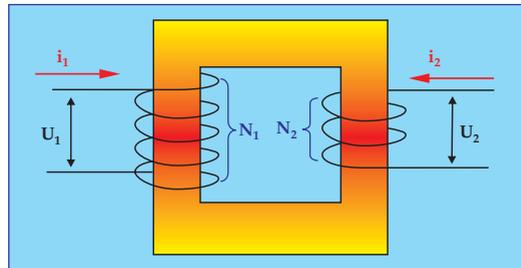


4. Transformadores

Os transformadores elétricos são dispositivos cujo funcionamento baseia-se no fenômeno da indução eletromagnética.

Eles permitem alterar uma ddp variável, aumentando ou diminuindo seu valor, conforme a necessidade.

Constituem-se de um núcleo único de ferro laminado, envolto por duas bobinas opostas, denominadas circuitos primário e secundário, conforme mostra a figura.



- Para o **circuito primário**

U_1 = tensão alternada (fornecida pela concessionária)

i_1 = corrente alternada

N_1 = número de espiras

- Para o **circuito secundário**

U_2 = tensão alternada (utilizada pelo consumidor)

i_2 = corrente alternada

N_2 = número de espiras

A corrente elétrica alternada na bobina do primário ocasiona uma variação de fluxo magnético em todo o núcleo de ferro e consequentemente na bobina do secundário.

Considerando desprezíveis as perdas no núcleo de ferro, podemos escrever:

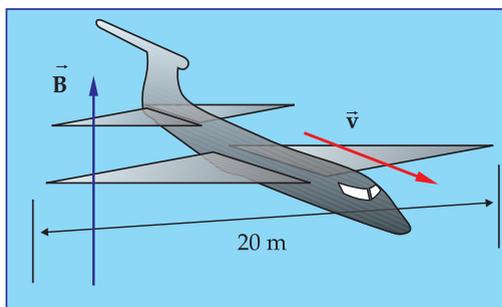
$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{i_2}{i_1}$$

E como $U_1 \cdot i_1 = U_2 \cdot i_2$, as potências elétricas no **primário** e no **secundário** são iguais: $P_1 = P_2$.

Exercícios Resolvidos

01. Qual a ddp entre as pontas das asas de um avião metálico, voando horizontalmente com velocidade escalar constante de intensidade 900 km/h, sobre uma região de campo magnético uniforme, vertical de intensidade $B = 2 \cdot 10^{-5}$ T? Sabe-se que a distância entre as pontas das asas é 20 m.

Resolução



A ddp entre as pontas das asas corresponde à força eletromotriz induzida \mathcal{E} .

$$\mathcal{E} = B \cdot L \cdot v \text{ e como } v = 900 \text{ km/h} = 250 \text{ m/s}$$

$$\mathcal{E} = 2 \cdot 10^{-5} \cdot 20 \cdot 250 \Rightarrow \mathcal{E} = 1 \cdot 10^{-1} \text{ V}$$

02. A potência nominal máxima de um transformador é 1.500 W. Sabendo-se que a tensão originada no secundário é de 50 V e que o número de espiras no primário e no secundário é 400 e 100, respectivamente, determine:

a) a intensidade da corrente elétrica induzida no secundário quando o transformador está funcionando em condições de potência máxima;

b) a tensão no primário;

c) a intensidade da corrente elétrica no primário.

Resolução

a) Sendo $P_2 = U_2 \cdot i_2$ tem-se $1.500 = 50 \cdot i_2$

$$i_2 = 30 \text{ A}$$

b) Como $\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$, então, $\frac{U_1}{50} = \frac{400}{100}$

$$U_1 = 200 \text{ V}$$

c) As potências no primário e no secundário são iguais, logo, $P_1 = P_2$.

Assim, $P_1 = U_1 \cdot i_1 \Rightarrow 1.500 = 200 \cdot i_1$

$$i_1 = 7,5 \text{ A}$$