

Física 7

Óptica e Ondas

Pré-Vestibular

Teoria e Exercícios Propostos



Editora COC – Empreendimentos Culturais Ltda.
R. Deolinda, 70, esq. com a Av. Franc. Junqueira
Tel.: (16) 3603.9500 – CEP 14091-018
Jardim Macedo – Ribeirão Preto – SP



Capítulo 01. Introdução à Óptica

1. Luz	9
2. A Cor de um Corpo	10
3. Conceitos Básicos	11
3.1. Corpos Luminosos e Iluminados	11
3.2. Meios Ópticos	11
3.3. Raios de Luz	12
4. Princípios da Óptica Geométrica	13
4.1. Princípio da Propagação Retilínea da Luz	13
4.2. Princípio da Independência dos Raios de Luz	13
4.3. Princípio da Reversibilidade da Luz	14
5. Conseqüências da Propagação Retilínea da Luz	14
5.1. Sombra e Penumbra	14
5.2. Eclipse	14
5.3. Câmara Escura	15

Capítulo 02. Espelhos Planos

1. Reflexão	18
2. Leis da Reflexão	18
2.1. Reflexão Regular	18
2.2. Reflexão Difusa	18
3. Formação de Imagens no Espelho Plano	19
4. Propriedade Fundamental	20
5. Construção Fundamental	20
6. Campo Visual de um Observador em um Espelho Plano	24
7. Translação de um Espelho Plano	24
8. Rotação de um Espelho Plano	25
9. Associação de Espelhos Planos	25

Capítulo 03. Espelhos Esféricos

1. Definição	28
2. Tipos	28
3. Elementos dos Espelhos	29
4. Formação de Imagens	29
5. Espelhos de Gauss	30
6. Construção Gráfica de Imagens	31
6.1. Espelhos Côncavos	32
6.2. Espelhos Convexos	33

7. Referencial de Gauss	34
8. Equações de Gauss	34

Capítulo 04. Refração da Luz

1. Introdução	37
2. Índices de Refração	38
2.1. Absoluto	38
2.2. Relativo	38
3. Leis da Refração da Luz	39
3.1. Primeira Lei da Refração	39
3.2. Segunda Lei da Refração (Lei de Snell-Descartes)	39
4. Ângulo Limite de Refração	41
5. Condições de Reflexão Total	41

Capítulo 05. Diopros, Lâmina e Prismas

1. Diopros Planos	44
2. Equação dos Pontos Conjugados	45
3. Lâmina de Faces Paralelas	47
4. Trajeto da Luz Através da Lâmina	47
5. Prisma Óptico	49
6. Refração de um Raio de Luz Monocromática em um Prisma	50
7. Desvio Angular Total	50
8. Prisma de Reflexão Total	53
9. Decomposição da Luz Branca por um Prisma	54

Capítulo 06. Lentes Esféricas

1. Lentes Esféricas Delgadas	57
1.1. Definição	57
1.2. Forma das Lentes	57
1.3. Comportamento Óptico	58
1.4. Representação de uma Lente Delgada	58
1.5. Elementos das Lentes Esféricas	58
2. Raios de Luz Notáveis	61
3. Construção Geométrica das Imagens	63
3.1. Lente Convergente	63
3.2. Lente Divergente	64
4. Estudo Analítico das Lentes Esféricas Delgadas	65

Índice.física 7

5. Convergência ou Vergência de uma Lente Delgada	68
6. Equação dos Fabricantes de Lentes (Equação de Halley)	68
7. Justaposição de Lentes	69

Capítulo 07. Óptica da Visão

1. O Mecanismo da Visão	71
1.1. O olho humano	71
1.2. Adaptação Visual	71
1.3. Acomodação Visual	71
1.4. Ponto Próximo e Ponto Remoto	72
1.5. Amplitude de Acomodação	73
1.6. Acuidade Visual	73
1.7. Zona de Acomodação	73
1.8. A Cor dos Corpos	73
2. Defeitos da Visão	74
2.1. Miopia	74
2.2. Hipermetropia	75
2.3. Astigmatismo	75
2.4. Presbiopia ou vista cansada	76

Capítulo 08. Fundamentos da Ondulatória

1. Introdução	79
2. Pulso	79
3. Ondas	80
4. Formas de Ondas	80
4.1. Onda Longitudinal	80
4.2. Onda Transversal	80
5. Natureza das Ondas	80
5.1. Onda Mecânica	80
5.2. Onda Eletromagnética	80
6. Formação do Trem de Ondas	81
7. Equação Fundamental da Ondulatória	82

Capítulo 09. Fenômenos Ondulatórios

1. Reflexão de Ondas	84
2. Reflexão de Ondas Bidimensionais	85
3. Refração de Ondas	87
4. Refração de Ondas Bidimensionais	88
5. Princípio de Huygens	89

índice.física 7

6. Difração	89
7. Interferência de Ondas	90
8. Cálculo da Diferença de Marcha	90
9. Determinação do Tipo de Interferência	90
10. Ondas Estacionárias	92
11. Polarização de Ondas	93

Capítulo 10. Som

1. Velocidade da Onda na Corda	96
2. Cordas Sonoras	96
2.1. Primeiro Harmônico ou Frequência Fundamental	96
2.2. Segundo Harmônico	96
2.3. Terceiro Harmônico	96
3. Tubos Sonoros	97
3.1. Tubo Aberto	97
3.2. Tubos Fechados	98
4. Características do som	99
5. Qualidades fisiológicas do som	100
5.1. Altura	100
5.2. Timbre	101
5.3. Sonoridade ou Intensidade	101
6. Efeito Doppler	102

Capítulo 11. Movimento Harmônico Simples (MHS)

1. Cinemática do MHS	105
1.1. Equação da Velocidade	105
1.2. Equação da Aceleração	105
1.3. Relação entre x e a	106
2. Dinâmica do MHS	106
2.1. Período de um Sistema Massa-Mola	106
2.2. Período de um Pêndulo Simples	106
3. A Energia do MHS	108
3.1. Energia Potencial	108
3.2. Energia Mecânica	108
3.3. Energia Cinética	109



Capítulo 01. Introdução à Óptica

A maioria das informações que recebemos do mundo que nos rodeia é recebida por meio da visão, que é caracterizada pela interação da luz com a retina de nossos olhos. Vemos, graças à sensibilidade que nossos olhos apresentam em relação à luz que provém dos objetos.

1. Luz

A luz é uma forma de energia que se propaga nos meios materiais e também no vácuo. A luz emitida pelo Sol – estrela mais próxima da Terra – chega a nós em 8 minutos e 20 segundos, percorrendo 150 milhões de quilômetros a uma velocidade de 300 mil quilômetros por segundo.

Depois do Sol, a estrela mais próxima da Terra é a estrela alfa da constelação de Centauro que se encontra a 4,3 anos-luz da Terra, isto é, a luz emitida pela estrela alfa demora 4,3 anos para chegar à Terra.

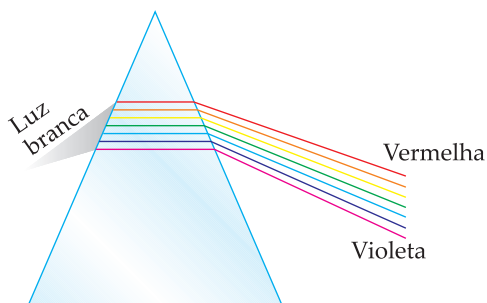
A grandeza **1 ano-luz**, muito usada em Astronomia, corresponde à distância percorrida pela luz em um ano, no vácuo. Para transformarmos 1 ano-luz em quilômetros, devemos multiplicar a velocidade da luz no vácuo, 300 000 km/s, pelo intervalo de tempo de 1 ano que, em segundos, corresponde a, aproximadamente: $3,15 \cdot 10^7$ s. Assim, temos:

$$1 \text{ ano-luz} = 3,0 \cdot 10^5 \text{ km/s} \cdot 3,15 \cdot 10^7 \text{ s}$$

$$1 \text{ ano-luz} \approx 9,5 \cdot 10^{12} \text{ km}$$

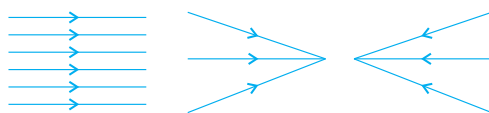
A luz emitida pelo Sol é branca, uma luz policromática (várias cores) que pode ser decomposta em luzes monocromáticas (uma só cor). As luzes monocromáticas que compõem a luz branca são em número de sete, a saber: verme-

lha, alaranjada, amarela, verde, azul, anil e violeta. Para observarmos a decomposição da luz branca em suas cores componentes, basta fazermos a luz solar incidir sobre um prisma ou sobre gotículas de água (arco-íris).

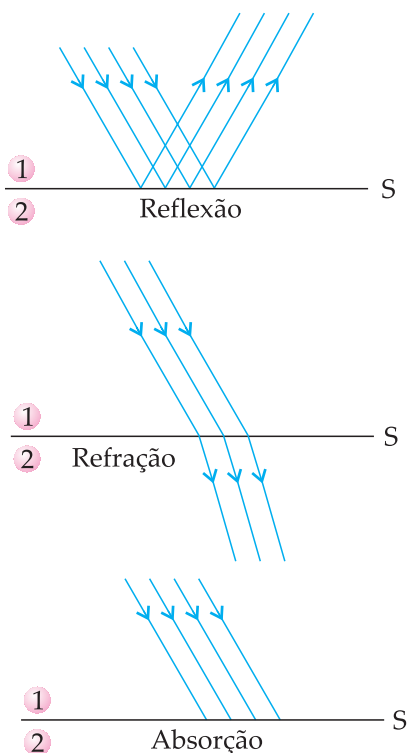


Cada cor componente da luz branca possui uma energia diferente, e a energia aumenta da cor vermelha para a violeta, mas todas as cores propagam-se no vácuo com a mesma velocidade: 300 000 km/s.

Para representarmos a propagação da luz, utilizamos os **raios de luz** que são linhas orientadas que representam a direção e o sentido de propagação da luz. O conjunto de raios de luz constitui um **feixe de luz**. Assim, podemos ter feixe de luz constituído por raios paralelos, convergentes ou divergentes.



Com base no conceito de raio de luz, podemos representar os três fenômenos luminosos básicos: reflexão, refração e absorção, através das figuras a seguir:

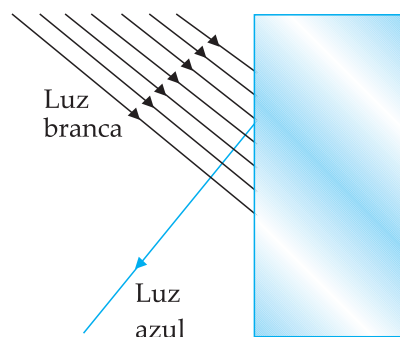


A reflexão regular é obtida quando a luz incide sobre superfícies totalmente polidas, como no caso dos espelhos; e a reflexão difusa é obtida em superfícies ásperas, como no caso de uma parede pintada de branco.

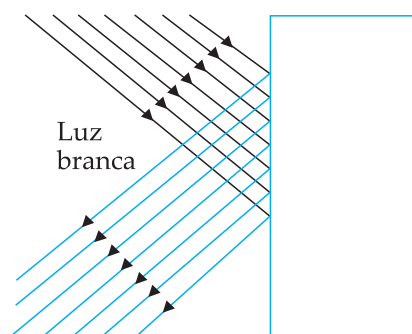
2. A Cor de um Corpo

Veremos que os objetos que não possuem luz própria – objetos iluminados – são vistos porque refletem difusamente a luz que neles incide. Quando iluminados por uma luz policromática, um objeto pode não refletir todos os componentes da luz incidente, absorvendo alguns deles. Assim, podemos afirmar que as cores com que vemos os objetos correspondem às cores da luz refletida por eles.

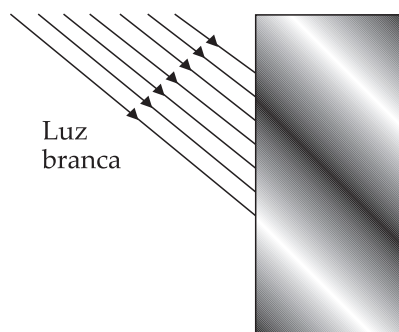
a) Corpo azul



b) Corpo branco



c) Corpo negro





Um corpo é branco quando reflete todas as cores componentes da luz branca, e um corpo é negro quando absorve todas as cores que nele incidem.

Vivemos num mundo de cores. No entanto, devemos lembrar que os objetos coloridos que vemos ao nosso redor somente possuem essa cor porque são iluminados com luz branca: luz do Sol ou de uma lâmpada. Mas, como veríamos, por exemplo, a bandeira brasileira se ela fosse iluminada por uma fonte luminosa que emitisse somente luz monocromática verde?

Sabemos que as cores da bandeira brasileira são verde, amarela, azul e branca. Isto somente acontece quando a bandeira é iluminada com luz branca. Se a iluminação for com luz verde, teremos:

- a parte verde será vista verde;
- as partes amarela e azul serão vistas negras (um objeto amarelo ou azul absorve totalmente a luz verde);
- a parte branca será vista verde (a luz verde é uma das componentes da luz branca).

Portanto, a nossa percepção de cores depende da fonte de luz, da luz que é refletida difusamente e da sensibilidade de nossos olhos em relação à luz refletida.

Vejamos um exemplo. Consideremos que um objeto iluminado com luz branca absorva todos os seus componentes, com exceção da vermelha. Portanto, esse objeto reflete, difusamente, somente a luz vermelha e, então, para nós, esse objeto é vermelho. Se ele refletisse somente a luz azul, nós o enxergaríamos azul. Por outro lado, se ele refletisse as cores verde e vermelha, absorvendo as demais, nós o enxergaríamos amarelo (soma do verde com o vermelho).

3. Conceitos Básicos

3.1. Corpos Luminosos e Iluminados

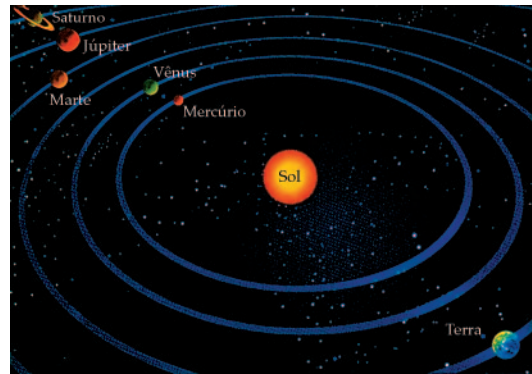
As fontes de luz se classificam em dois tipos: fontes de luz primárias e fontes de luz secundárias.

I. Corpos Luminosos (ou Fonte de Luz Primária)

São os que emitem luz própria. Por exemplo: o Sol, uma lâmpada elétrica incandescente ou fluorescente e um lampião acesos.

II. Corpos Iluminados (ou Fonte de Luz Secundária)

São os que refletem a luz proveniente de uma fonte de luz primária. Por exemplo: a Lua, uma parede de uma sala que difunde no ambiente a luz recebida de uma lâmpada.



A Lua e os planetas são fontes secundárias de luz

III. Fonte de Luz Puntiforme

Uma fonte de luz é chamada de puntiforme quando as suas dimensões são desprezíveis em relação à distância do objeto iluminado.

Por exemplo: uma vela longe do objeto iluminado.

IV. Fonte de Luz Extensa

Uma fonte de luz é chamada de extensa quando suas dimensões são consideráveis em relação à distância do objeto iluminado.

Exemplo: uma vela próxima ao objeto iluminado.

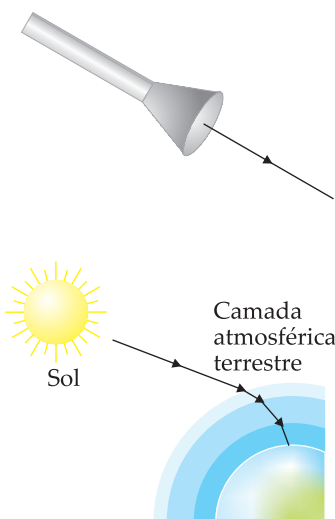
3.2. Meios Ópticos

Um meio é dito **opaco** quando a luz praticamente não se propaga nele. Exemplos: madeira e metais. Diz-se **translúcido** quando a luz se propaga, mas percorrendo caminhos imprevisíveis devido à heterogeneidade do

meio. E, finalmente, diz-se **transparente** quando a luz se propaga segundo trajetórias previsíveis e bem determinadas. Note que um meio, por exemplo, a água, pode ser considerado transparente se a espessura da camada de água permitir a passagem da luz nas condições descritas acima, e pode ser considerado opaco se a espessura da camada de água for considerável, como no caso dos fundos dos oceanos.

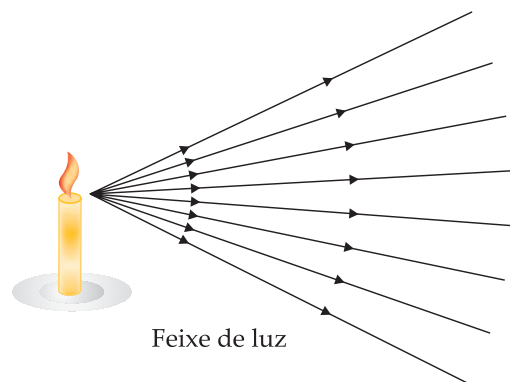
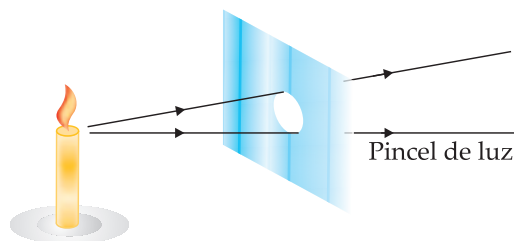
3.3. Raios de Luz

É uma linha orientada que mostra o sentido de propagação da luz num meio.



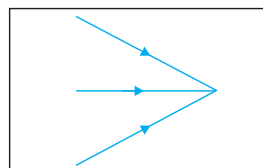
3.4. Feixe de Luz e Pincel de Luz

Em frente a uma vela, colocamos um anteparo com um pequeno furo. A vela é acesa e ilumina a região mostrada na figura abaixo. Esse espaço, por onde a luz se propaga, é chamado pincel de luz. Um feixe de luz é constituído pelos infinitos pincéis de luz provenientes de uma fonte luminosa.

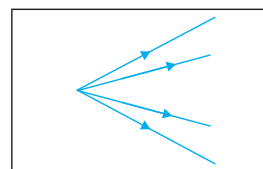


Eles podem ser classificados:

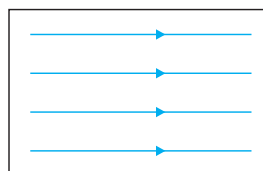
Pincel Cônico Convergente: quando os raios de luz convergem para um ponto.



Pincel Cônico Divergente: quando os raios de luz divergem de um ponto.



Pincel Cilíndrico: quando os raios de luz são paralelos.





Exercícios Resolvidos

01. Qual é a dimensão de um ano-luz?

Resposta

Ano-luz é a distância percorrida pela luz em um ano. Portanto, tem dimensão de comprimento.

02. Um astronauta envia sinais que correspondem a fotos do planeta Saturno, emitidos a partir da superfície do planeta. Os sinais viajam pelo espaço com a velocidade da luz no vácuo. Calcule o tempo em horas, para que o sinal atinja a Terra.

Dados :

$c = \text{velocidade da luz no vácuo} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

$d = \text{distância de Saturno à Terra} = 1,5 \cdot 10^9 \text{ km}$

Resolução

$$v = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{d}{c} = \frac{1,5 \cdot 10^{12} \text{ m}}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}$$

$$\Delta t = 5\,000 \text{ s}$$

ou seja

$$\Delta t = \frac{5\,000}{3\,600} \text{ h}$$

$$\Delta t = 1 \text{ h } 23 \text{ min } 20 \text{ s}$$

03. Durante o dia, o céu visto da Terra é azul, porque a luz mais difundida pela atmosfera terrestre é a azul. Qual a cor do céu visto da Lua, durante o dia e durante a noite?

Resposta

Na Lua não existe atmosfera, conseqüentemente, não há difusão da luz no céu. Portanto, o céu na Lua é negro durante o dia e durante a noite. Vemos os astros luminosos com grande nitidez.

04. Por que um corpo opaco tem cor vermelha ao ser iluminado pela luz solar? Se esse corpo estiver num recinto iluminado somente por luz azul, com que aparência será observado?

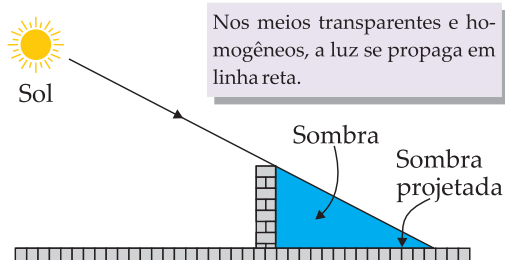
Resposta

Um corpo mostra-se vermelho, quando iluminado com luz branca, porque reflete a luz vermelha e absorve as demais radiações. Num recinto iluminado com luz azul o corpo mostrar-se-á preto.

4. Princípios da Óptica Geométrica

4.1. Princípio da Propagação Retilínea da Luz

Quando nos encontramos em um quarto escuro e, através da fresta de uma janela, observamos a luz entrar no quarto, ou quando observamos a sombra de um corpo, podemos perceber que a propagação da luz, num meio homogêneo e transparente, é retilínea.

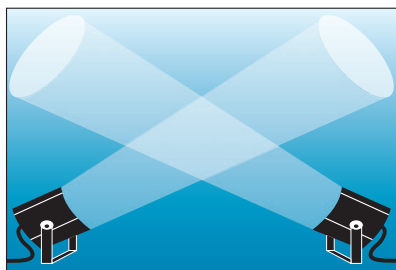


4.2. Princípio da Independência dos Raios de Luz

Quando dois raios de luz se cruzam, suas trajetórias não sofrem qualquer desvio.

A propagação de um raio de luz independe da existência de outros raios de luz.

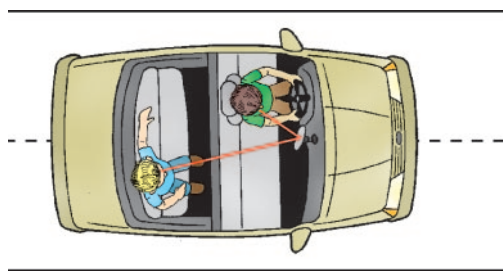
Por exemplo, em certas ocasiões como festividades ou espetáculos, são usados holofotes. Muitas vezes, nessas ocasiões, pode-se perceber a trajetória descrita pela luz. Note que, quando a luz de um holofote passa pela luz de outro, não há desvio de sua trajetória.



4.3. Princípio da Reversibilidade da Luz

O caminho descrito por um raio de luz é independente do sentido de propagação.

Por exemplo, um motorista e um passageiro, devidamente posicionados, podem se ver através do mesmo espelho.

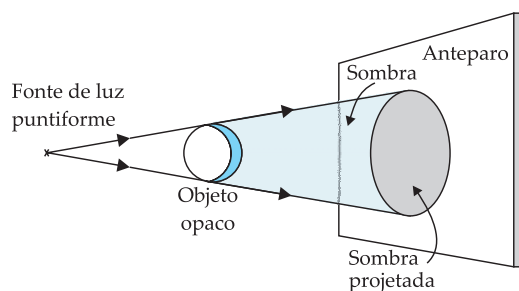


5. Consequências da Propagação Retilínea da Luz

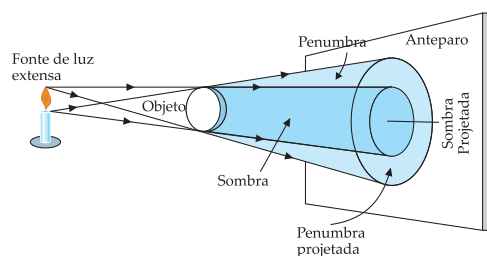
5.1. Sombra e Penumbra

O surgimento de sombra e penumbra de um objeto é uma consequência da propagação retilínea da luz.

Se montarmos um sistema com uma fonte puntiforme, objeto opaco e anteparo, encontraremos uma região de sombra e uma região de sombra projetada. Por exemplo:



Contudo, se a fonte luminosa for uma fonte extensa, então, além da região de sombra e da região de sombra projetada, encontraremos uma região de penumbra e penumbra projetada.



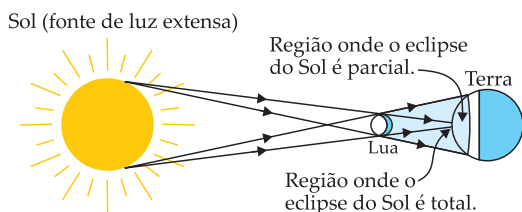
5.2. Eclipse

Um fenômeno relacionado com a propagação retilínea da luz que desperta a curiosidade, desde os tempos mais remotos, é o eclipse. Descreveremos aqui duas formas de eclipse: o do Sol e o da Lua.



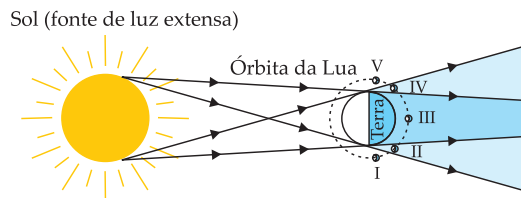
I. Eclipse do Sol

Ocorre quando a Lua se coloca entre o Sol e a Terra. Pode ocorrer de duas formas: eclipse total do Sol ou eclipse parcial do Sol. O eclipse total do Sol ocorre para regiões da Terra que se encontram no cone de sombra projetada da Lua. Já o eclipse parcial do Sol ocorre para regiões que se encontram no cone de penumbra projetada da Lua. Veja o esquema abaixo, que foi construído fora de escala.



II. Eclipse da Lua

O eclipse da Lua ocorre quando a Terra se coloca entre o Sol e a Lua, projetando sua sombra sobre a Lua. Veja o esquema abaixo, que foi construído fora de escala.



Quando a Lua se encontra na posição I, ela está ainda iluminada pelo Sol. Quando passa à posição II, encontra-se numa região de penumbra projetada pela Terra.

Na posição III, a Lua entra numa região de sombra projetada pela Terra e deixa de ser iluminada pelo Sol. Na posição IV, ela volta para uma região de penumbra e finalmente, na posição V, ela está totalmente iluminada pelo Sol.

5.3. Câmara Escura

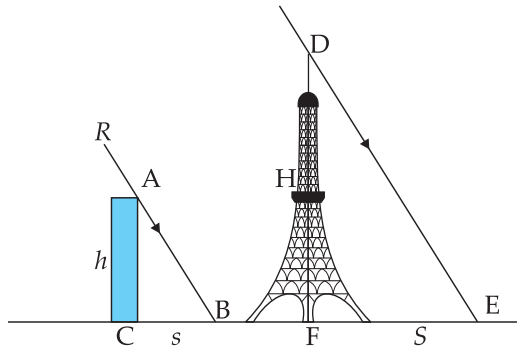
Outro exemplo tradicional da propagação retilínea da luz é a câmara escura de orifício. Constrói-se uma caixa escura com um orifício numa face e, na face oposta ao orifício, é colocado um corpo translúcido, como, por exemplo, papel vegetal. Outra possibilidade de construção é uma caixa escura com um orifício e, na face oposta ao orifício, é colocado um papel fotográfico. Neste caso, ficará registrada uma imagem invertida do objeto no papel fotográfico.

Exercícios Resolvidos

01. Um muro de 1,80 m de altura produz uma sombra de 90 cm. No mesmo instante, uma torre produz uma sombra de 12 m. Determine a altura da torre.

Resolução

Consideremos as sombras do muro e da torre, representadas na figura a seguir.



Num mesmo instante, os raios solares são praticamente paralelos. Portanto, os triângulos ABC e DEF são semelhantes.

$$\frac{AC}{DF} = \frac{CB}{FE}$$

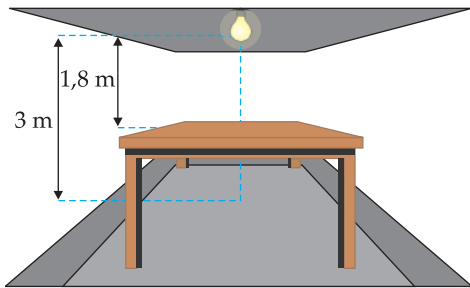
$$H = \frac{12 \cdot 1,80}{0,9}$$

$$\frac{h}{H} = \frac{s}{S}$$

$$H = 24 \text{ m}$$

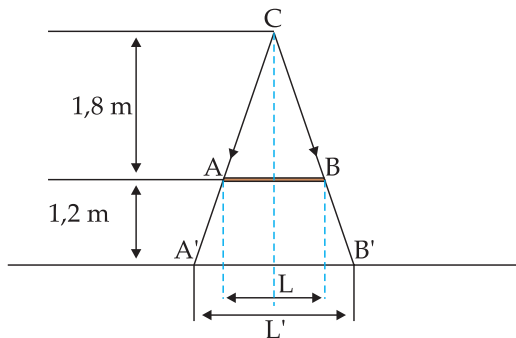
$$\frac{1,80}{H} = \frac{0,90}{12}$$

02. A 1,8 m acima do centro de uma mesa quadrada de madeira, de lado 1,5 m, é fixada uma lâmpada puntiforme. Determine a área da sombra projetada da mesa sobre o solo, sabendo que a altura da mesa é de 1,2 m.



Resolução

Consideremos o desenho da situação feito em um plano que contém a lâmpada e é perpendicular ao solo.



Sejam:

L – largura da mesa = 1,5 m

L' – largura da sombra da mesa.

h – altura do triângulo $ABC = 1,8$ m

h' – altura do triângulo $A'B'C = 3,0$ m.

Da semelhança dos triângulos ABC e $A'B'C$, podemos escrever que:

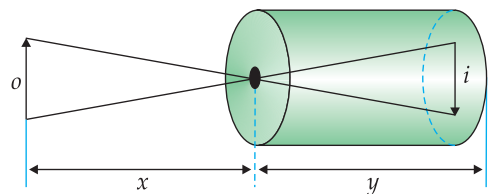
$$\frac{L'}{L} = \frac{h'}{h} \Rightarrow L' = \frac{1,5 \cdot 3,0}{1,8}$$

$$L' = 2,5 \text{ m}$$

A área da sombra projetada é $(L')^2$.

$$\text{Área} = (2,5)^2 = 6,25 \text{ m}^2$$

03. (Unesp-SP 2000) A partir de fevereiro de 2000, e durante 4 anos, um ônibus transformado em laboratório fotográfico sairá pelo Brasil e pelo mundo, com uma equipe de profissionais, entre eles, o fotógrafo André François, com o objetivo de ensinar crianças e adolescentes a tirar fotos com câmaras feitas de latas de tinta ou de leite em pó. Esse projeto se chama “Photo na Lata”. A técnica utilizada para montar a “máquina fotográfica de lata” é a mesma utilizada para construir uma câmara escura de orifício, ensinada nos diversos cursos de Óptica Geométrica no Ensino Médio. Observe o esquema a seguir.

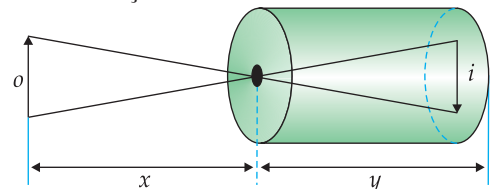


Colocando-se um objeto o a uma distância x do orifício da lata, obtemos uma imagem de dimensão i . Conforme aproximamos o objeto do orifício da lata, de forma que sua distância final seja reduzida a $1/3$ da inicial, iremos obter uma nova imagem i' com as seguintes características, em relação a i :

- a) igual e direita
- b) igual e invertida
- c) maior e direita
- d) maior e invertida
- e) menor e invertida

Resposta: D. Consideremos as imagens formadas pela câmara nas duas situações:

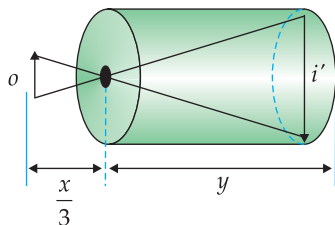
Situação inicial:



$$\frac{i}{o} = \frac{y}{x} \Rightarrow oy = xi \quad (1)$$



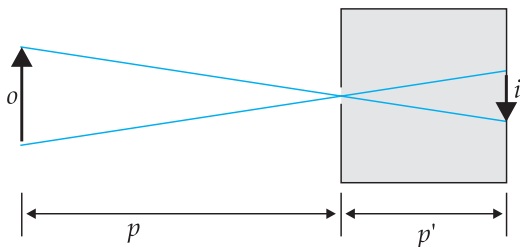
Situação final



$$\frac{i'}{o} = \frac{y}{\frac{x}{3}} \Rightarrow o \cdot y = \frac{x}{3} \cdot i' \quad (2)$$

Comparando 1 e 2, vem: $x \cdot i = \frac{x}{3} \cdot i' \Rightarrow i' = 3i$

04. Um objeto de altura o , situado a uma distância p de uma câmara escura de orifício, cujo comprimento é p' , tem como correspondente uma imagem de altura i . Esboce o gráfico da altura i da imagem, em função da posição p do objeto.



Resolução

Para a câmara escura, vale a relação:

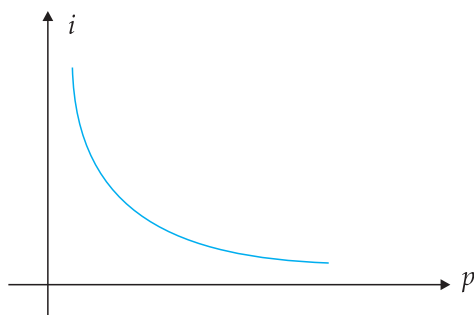
$$\frac{i}{o} = \frac{p'}{p} \quad \text{Logo: } i \cdot p = o \cdot p'$$

Mas o produto $o \cdot p'$ é constante porque o tamanho do objeto e o comprimento da câmara não mudam.

Portanto:

$$i \cdot p = k$$

O gráfico é um ramo de hipérbole equilátera.



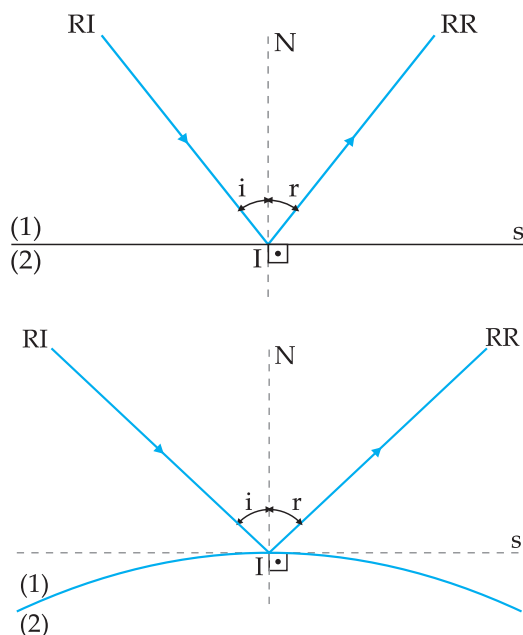
Capítulo 02. Espelhos Planos

1. Reflexão

A reflexão da luz é o retorno da luz ao meio no qual ela se propagava, ao atingir a superfície que separa dois meios materiais. A reflexão obedece a leis experimentais denominadas leis da reflexão.

2. Leis da Reflexão

Consideremos um raio de luz propagando-se num meio 1 e incidindo sobre uma superfície S que separa o meio de um meio 2. As figuras abaixo mostram a reflexão desse raio de luz em dois tipos de superfície S de separação: plana e curva.



Na figura, temos:

RI: raio de luz incidente no ponto de incidência I da superfície S ;

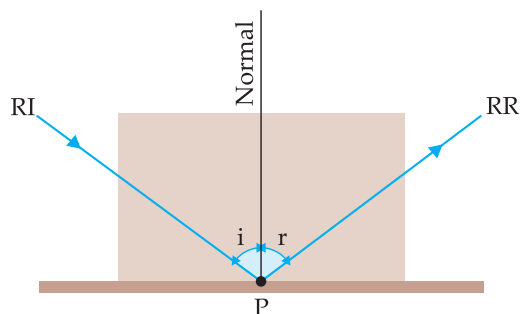
RR: raio de luz refletido pela superfície S ;

i : ângulo de incidência, formado pelo raio incidente (RI) com a normal (N) no ponto de incidência I ;

r : ângulo de reflexão, formado pelo raio refletido (RR) com o normal (N) no ponto de incidência I .

1ª Lei da Reflexão

O raio incidente (RI), o raio refletido (RR) e a normal (N), no ponto de incidência, estão no mesmo plano.



2ª Lei da Reflexão

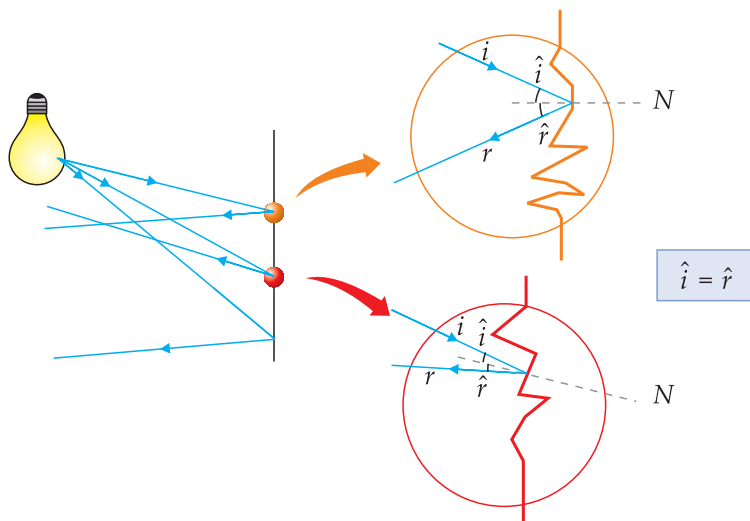
O ângulo de incidência (i) é igual ao ângulo de reflexão (r). “Esse resultado evidencia o fato de que os fenômenos naturais são perfeitos, isto é, a luz percorre o caminho mais curto possível quando se reflete.”

2.1. Reflexão Regular

Quando a superfície de separação entre dois meios é uma superfície regular, a luz irá voltar ao meio de origem de modo ordenado.

2.2. Reflexão Difusa

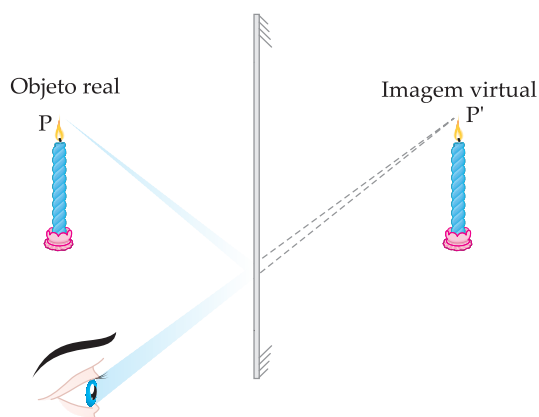
Quando a superfície de separação entre dois meios é irregular, e a luz voltar ao seu meio de origem de modo não ordenado, diz-se que a reflexão é difusa. Por exemplo, numa sala, uma lâmpada ilumina um ambiente. A luz é refletida de modo difuso pelas paredes da sala.



Note-se que as leis da reflexão continuam valendo para cada raio de luz refletido.

3. Formação de Imagens no Espelho Plano

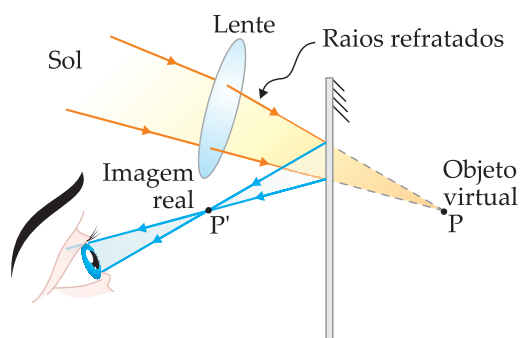
Consideremos um objeto real situado diante de um espelho plano, conforme ilustra a figura a seguir.



A luz emitida pelo objeto sofre reflexão no espelho e atinge os olhos do observador, que tem a impressão de que a luz vem de trás do espelho.

Objeto real $\Rightarrow$ Imagem virtual

Consideremos um objeto virtual para um espelho plano, conforme a ilustração a seguir.



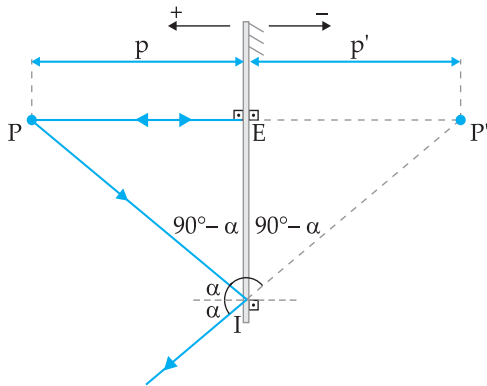
A luz proveniente do Sol converge, após sofrer refração na lente. Se o espelho não existisse, os raios de luz refratados iriam se encontrar no ponto P. No entanto, os raios de luz ao incidirem no espelho se refletem, formando a imagem real P'.

Objeto virtual $\Rightarrow$ Imagem real

4. Propriedade Fundamental

“Em um espelho plano, objeto e imagem são simétricos em relação à superfície refletora”.

De fato:



Os triângulos PEI e $P'EI$ são congruentes, portanto:

$$|PE| = |P'E|$$

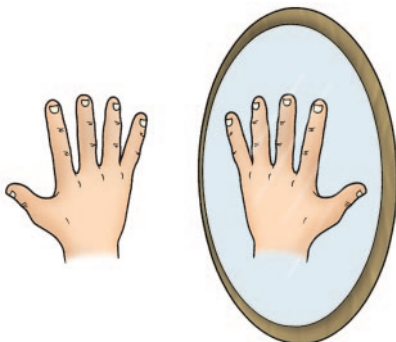
ou seja:

$$|p| = |p'|$$

$$p = -p'$$

Observação importante

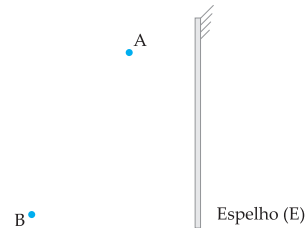
Em razão da simetria, um objeto extenso conjuga uma imagem de mesmas dimensões, mas não superponível a ele, como, por exemplo, as mãos direita e esquerda de uma pessoa.



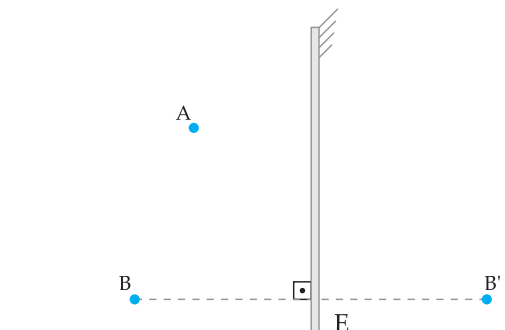
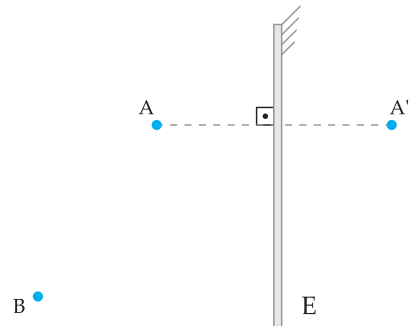
Objeto e imagem no espelho plano são chamados de **figuras enantiomorfas**.

5. Construção Fundamental

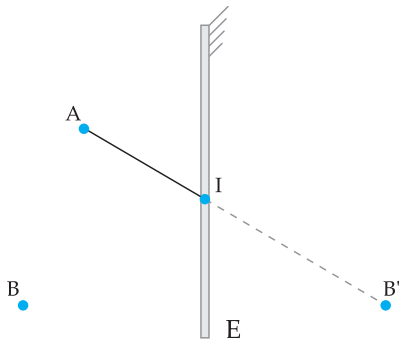
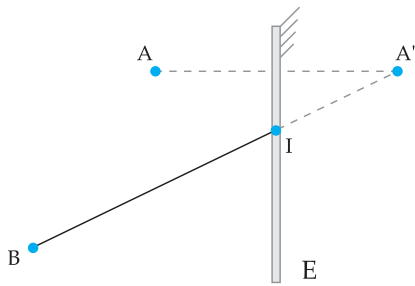
A solução de muitos problemas de espelhos planos, via de regra, recai no traçado de um raio de luz que, partindo de um ponto A , sofre reflexão no espelho e atinge um ponto B .



1º passo – Considere o simétrico de A ou B .



2º passo – Ligue o simétrico de um ponto ao outro.



3º passo – Trace o raio incidente, fazendo-o atingir o espelho no ponto I .

fig. (1)

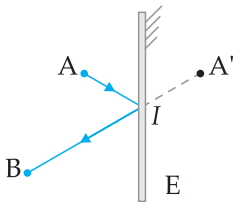
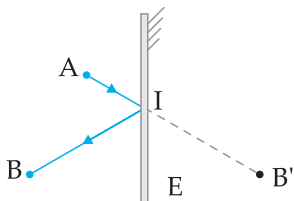
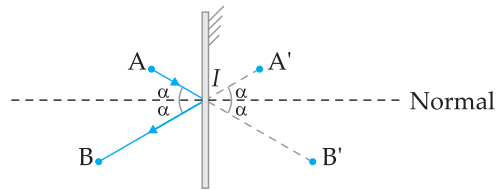


fig. (2)



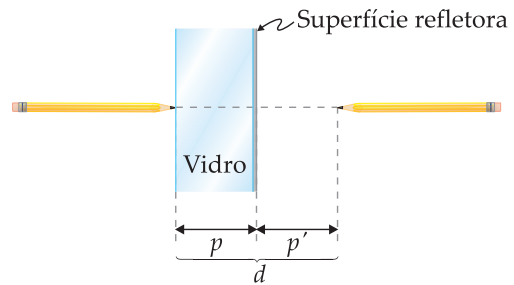
As figuras (1) e (2) são equivalentes.



Exercícios Resolvidos

01. Coloca-se a ponta de um lápis apoiada em um espelho plano fixo de 2 mm de espessura. Determine a distância entre a ponta do lápis e a sua imagem.

Resolução



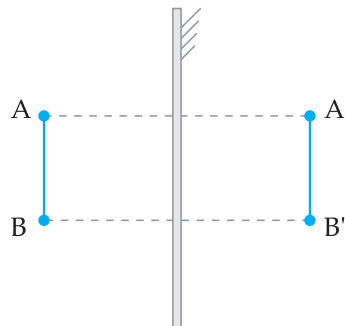
Por simetria: $p = p' = 2,0 \text{ mm}$

Da figura: $d = 2p \Rightarrow d = 4,0 \text{ mm}$

02. Um objeto está 3,0 m à frente de um espelho plano e lhe é paralelo. Determine a razão entre o tamanho do objeto e da imagem associada pelo espelho.

Resolução

No espelho plano, objeto e imagem são simétricos:

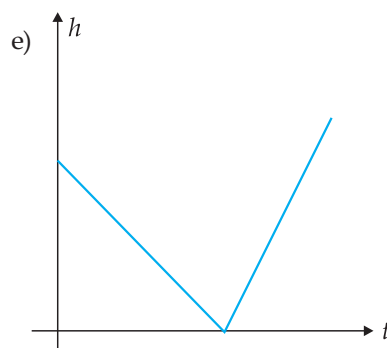
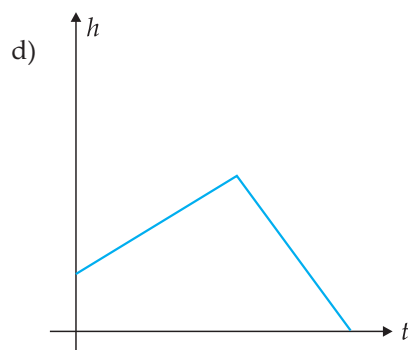
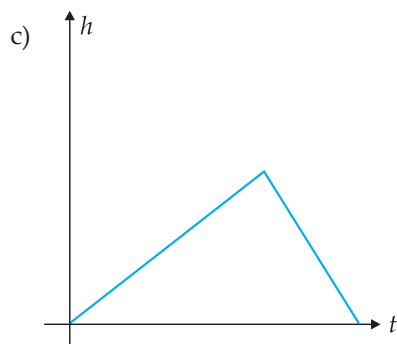
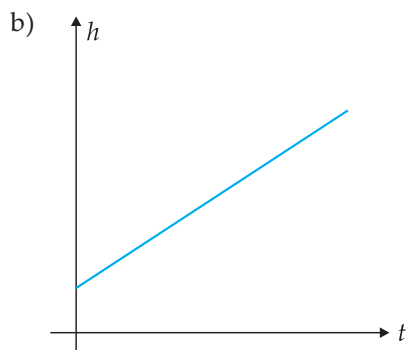
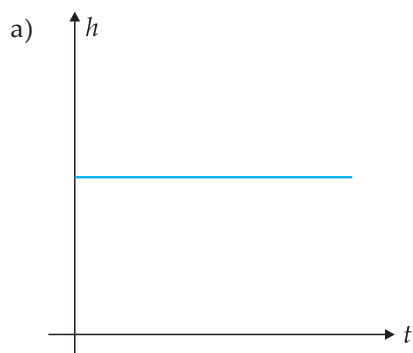


A dimensão $\overline{AB}$ do objeto é igual à dimensão $\overline{A'B'}$ da imagem.

Portanto:

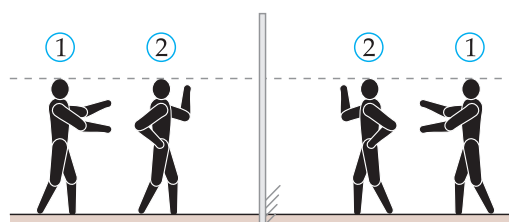
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = 1$$

03. Um homem se aproxima de um espelho plano e depois se afasta. Qual dos gráficos abaixo melhor representa o tamanho real h de sua imagem em função do tempo?



Resposta: A

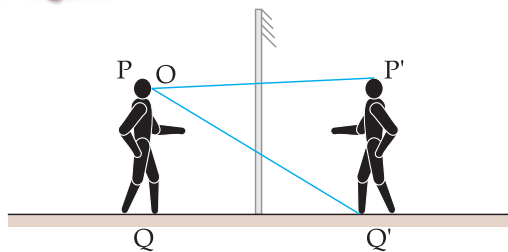
A altura da imagem é sempre igual à altura do objeto, qualquer que seja a distância do objeto ao espelho.



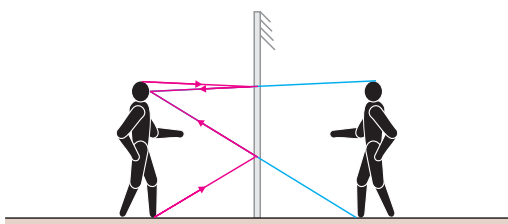
04. Um homem de altura H encontra-se diante de um espelho plano vertical E . Construa dois raios de luz que justifiquem o fato do observador ver a ponta de seus pés e o topo de sua cabeça.

Resolução

O observador visa os pontos P' e Q' , imagens dos pontos P e Q , respectivamente.



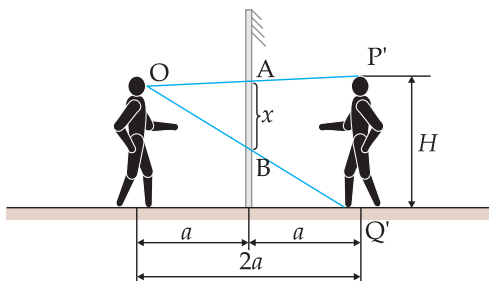
Devemos então adotar os procedimentos da construção fundamental.



05. Com relação ao problema anterior, qual deve ser a menor altura vertical do espelho que permita ao observador ver sua imagem de corpo inteiro?

Resolução

Construindo a imagem, nota-se que os triângulos OAB e $OP'Q'$ são semelhantes.

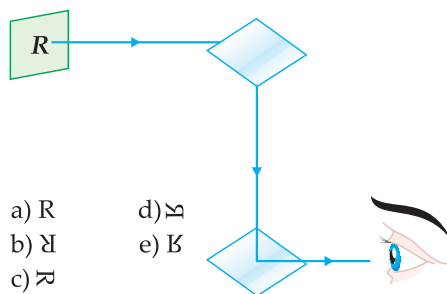


Portanto:

$$\frac{x}{a} = \frac{H}{2a} \Rightarrow x = \frac{H}{2}$$

Para que um observador veja sua imagem de corpo inteiro, o espelho deve ter a metade da altura do observador.

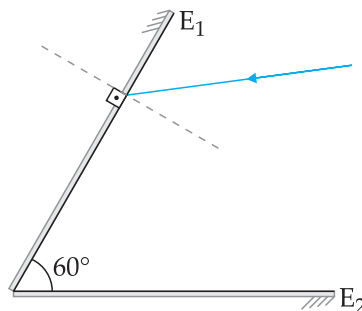
06. Você olha, por meio de um periscópio (associação de dois espelhos planos paralelos), um painel com a letra R. Qual das figuras propostas representa o que você vê?



Resposta: A

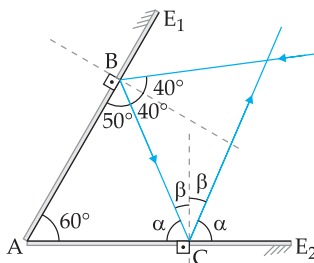
Antes de chegar aos olhos do observador, a luz emitida pelo objeto sofre duas reflexões. Portanto, a imagem vista por ele é idêntica ao objeto.

07. A figura abaixo representa dois espelhos planos, E_1 e E_2 , que formam entre si um ângulo de 60° . Um raio de luz incide em E_1 com ângulo de incidência de 40° . O raio refletido por E_1 incide sobre E_2 . Desenhar a trajetória do raio de luz.



Resolução

Vamos inicialmente redesenhar a figura, lembrando que, na reflexão, os ângulos de incidência e reflexão têm o mesmo valor.



No triângulo ABC:

$$60^\circ + 50^\circ + \alpha = 180^\circ$$

$$\alpha = 70^\circ$$

No ponto C:

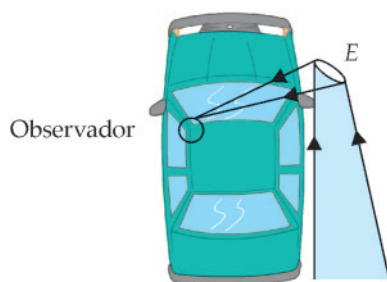
$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

$$70^\circ + \beta = 90^\circ$$

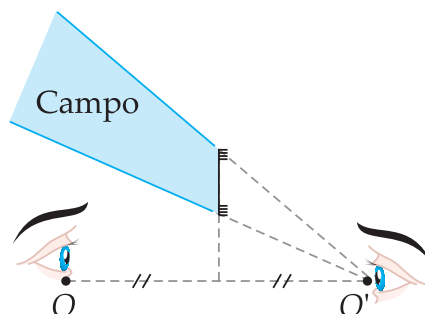
$$\beta = 20^\circ$$

6. Campo Visual de um Observador em um Espelho Plano

Campo visual de um espelho é a região espacial que um observador consegue ver por reflexão no espelho.

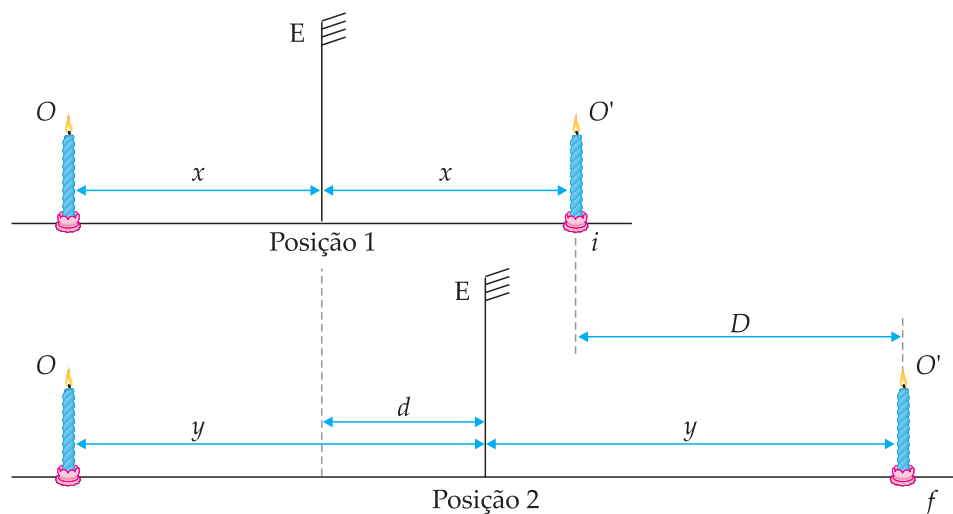


O campo visual de um espelho plano pode ser encontrado através do seguinte procedimento: seja O o observador, o espelho plano E e O' a imagem do observador O em relação ao espelho. Através de O' e das bordas do espelho E , traçamos retas que delimitam o campo visual do observador pelo espelho plano E .



7. Translação de um Espelho Plano

Consideraremos um caso de translação de um espelho plano. Um objeto O é colocado frente ao espelho E que se encontra na posição 1. Deslocamos o espelho até a posição 2, ao mesmo tempo que podemos observar a imagem O' deslocar-se da posição i a f .



$$D = 2y - 2x \Rightarrow D = 2(y - x) \Rightarrow D = 2d$$



Note que, se o espelho foi afastado de d , a imagem movimenta-se o dobro do deslocamento do espelho, ou seja, $2d$.

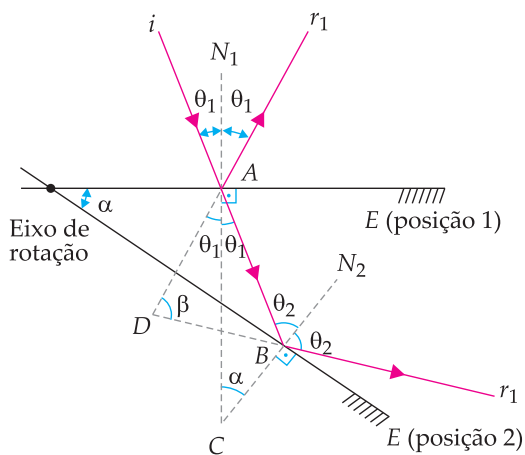
Como ambos os deslocamentos ocorrem simultaneamente, pode-se deduzir que a velocidade da imagem é o dobro da velocidade de deslocamento do espelho, em relação a um objeto em repouso.

Situações como a que foi mostrada ocorrem frequentemente no trânsito. Um motorista, deslocando-se, vê pelo espelho retrovisor a imagem de alguém em repouso, em relação ao solo. A imagem da pessoa se desloca, em relação ao observador, com velocidade igual ao dobro da velocidade do carro, em relação ao solo.

8. Rotação de um Espelho Plano

No caso da rotação de um espelho plano, ocorre: rotação do raio refletido

Um espelho E , inicialmente na posição 1, gira de um ângulo α até atingir a posição 2. O raio de luz refletido gira de um ângulo β .



No triângulo ABC , temos que $\theta_2 = \theta_1 + \alpha$.

No triângulo ABD , temos que

$$2\theta_2 = 2\theta_1 + \beta.$$

Das equações acima, temos:

$$\alpha = \theta_2 - \theta_1 \quad \text{e}$$

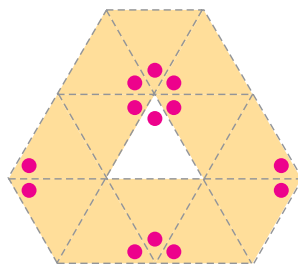
$$\beta = 2\theta_2 - 2\theta_1 = 2 \cdot (\theta_2 - \theta_1)$$

$$\boxed{\beta = 2\alpha}$$

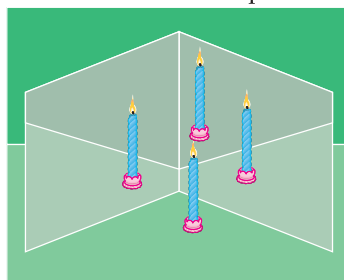
Assim, se o espelho gira de um ângulo α , o raio refletido gira de 2α .

9. Associação de Espelhos Planos

Quando dois espelhos planos são associados, formando entre si um ângulo, obtemos um sistema óptico capaz de gerar imagens múltiplas de um objeto. Um exemplo é o caleidoscópio, formado pela associação de três espelhos planos, formando entre si ângulos de 60° .



Construção de imagens num caleidoscópio



Formação de três imagens em associação de 90° de dois espelhos planos

Para um ângulo qualquer α , o número de imagens formadas N para um único objeto será dado sob certas condições, pela expressão:

$$\boxed{N = \frac{360^\circ}{\alpha} - 1}$$

em que α é o ângulo entre os espelhos e N é o número de imagens.

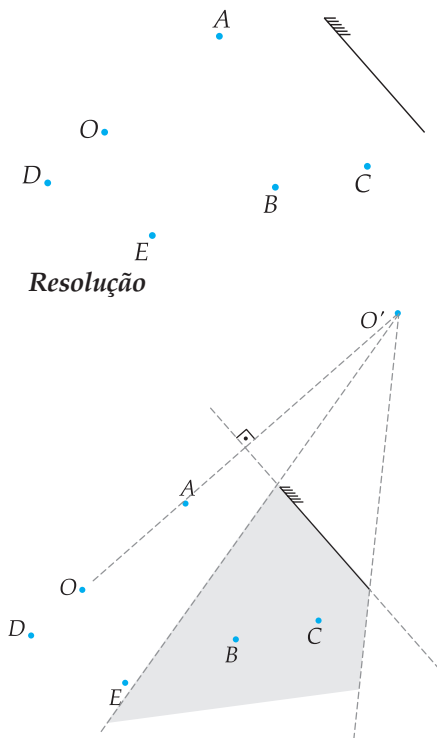
Observações

Se $\frac{360^\circ}{\alpha}$ é um número par, o objeto pode estar colocado em qualquer posição entre os espelhos.

Se $\frac{360^\circ}{\alpha}$ é um número ímpar, para se obter N imagens o objeto deve estar sobre o plano bissetor do ângulo α .

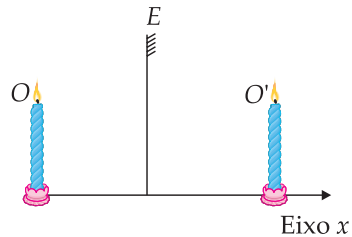
Exercícios Resolvidos

Quais dos objetos, A, B, C, D e E, o observador O conseguirá ver através do espelho?



Desenha-se o ponto O' simétrico ao observador O , em relação ao plano do espelho. Pelas bordas do espelho, desenham-se retas que vão até O' . Os pontos dentro do campo visual são B e C.

02. Considere a seguinte montagem: um objeto luminoso O encontra-se em frente de um espelho plano E . A imagem do objeto é O' .



Pede-se determinar:

a) a intensidade da velocidade da imagem O' , em relação ao objeto O , que se encontra em repouso em relação ao eixo x , se o espelho se desloca sobre o eixo x para a direita, com velocidade de 10 cm/s;

b) a intensidade da velocidade da imagem O' , em relação ao espelho E , que se encontra em repouso, se o objeto se aproxima do espelho com velocidade de 10 cm/s.

c) a intensidade da velocidade da imagem O' , em relação ao objeto O , que se movimenta sobre o eixo x para a direita, com velocidade 10 cm/s. Sabe-se que o espelho também se movimenta sobre o eixo x , com velocidade de 10 cm/s para a esquerda.

Resolução

a) Uma vez que o espelho se desloca a 10 cm/s, a imagem irá se deslocar a 20 cm/s, em relação ao objeto que se encontra em repouso.

b) Se o objeto se aproxima do espelho a 10 cm/s, a imagem também se aproxima do espelho a 10 cm/s.

c) A velocidade do espelho, em relação ao objeto, é:

$$v = 10 + 10 \Rightarrow v = 20 \text{ cm/s}$$

Portanto, a velocidade da imagem, em relação ao objeto, é o dobro, isto é, 40 cm/s.

03. Um raio de luz incide num espelho plano com ângulo de incidência de 30° .

Pede-se determinar o novo ângulo de incidência e o ângulo de rotação do raio de luz, se:

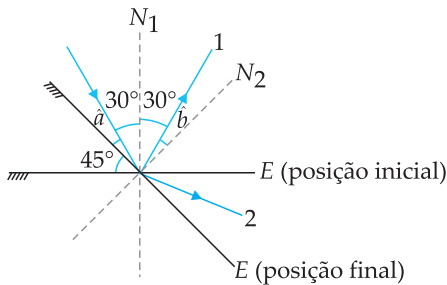
a) o espelho gira de 45° no sentido horário;

b) o espelho gira de 45° no sentido anti-horário.



Resolução

a)



$$\hat{a} + 30^\circ + 45^\circ = 90^\circ$$

$$\hat{a} = 15^\circ$$

$$\hat{a} + \hat{b} + 30^\circ + 30^\circ = 90^\circ \Rightarrow \hat{b} = 15^\circ$$

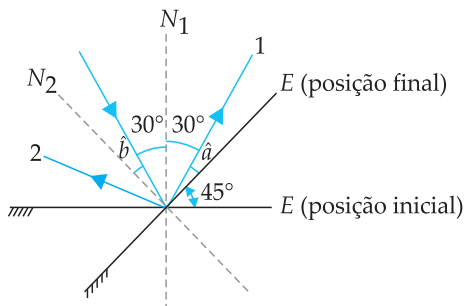
O novo ângulo de incidência é :

$$\hat{i}_2 = 30^\circ + 30^\circ + \hat{b} \Rightarrow \hat{i}_2 = 75^\circ$$

O ângulo de rotação do raio de luz é :

$$\beta = 2 \cdot \alpha \Rightarrow \beta = 2 \cdot 45^\circ \Rightarrow \beta = 90^\circ$$

b)



$$\hat{a} + 30^\circ + 45^\circ = 90^\circ \Rightarrow \hat{a} = 15^\circ$$

$$\hat{a} + 30^\circ + 30^\circ + \hat{b} = 90^\circ \Rightarrow \hat{b} = 15^\circ$$

O novo ângulo de incidência é $\hat{b}$, ou seja, 15° .

O ângulo de rotação do raio de luz é :

$$\beta = 2 \alpha \Rightarrow \beta = 2 \cdot 45^\circ \Rightarrow \beta = 90^\circ$$

04. Em uma campanha publicitária, é necessário obter uma fotografia de 24 carros. Dispõe-se somente de dois carros para realizar a fotografia. Utilizando uma associação de dois espelhos planos, pode-se tornar viável a fotografia. Qual deverá ser o ângulo α entre os dois espelhos planos?

Resolução

Na fotografia de 2 carros aparecem 24 carros; logo, temos 22 imagens associadas a esses 2 carros. Como cada carro gera 11 imagens, temos:

$$N = \frac{360^\circ}{\alpha} - 1 \Rightarrow 11 = \frac{360^\circ}{\alpha} - 1$$

$$\frac{360^\circ}{\alpha} = 12 \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

O ângulo entre os espelhos deve ser 30° .

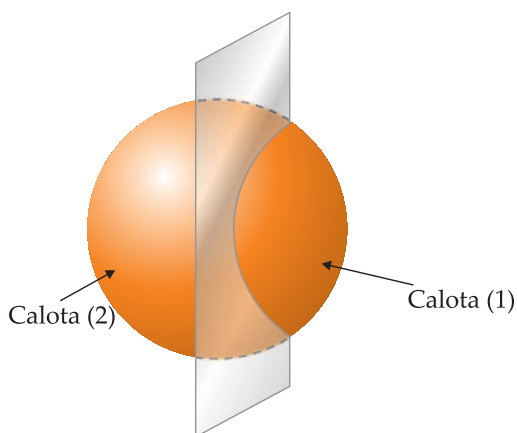
Capítulo 03. Espelhos Esféricos

1. Definição

Denomina-se espelho esférico toda calota esférica em que uma de suas superfícies é refletora e a reflexão é especular (regular).

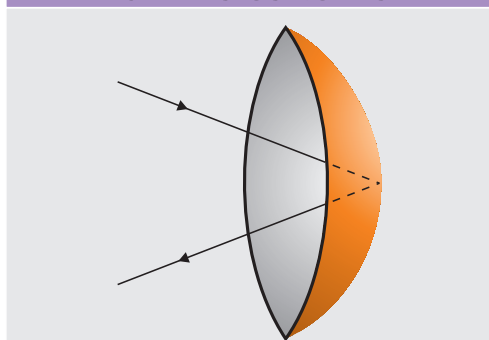
2. Tipos

Os espelhos esféricos são obtidos cortando-se uma superfície esférica por um plano.



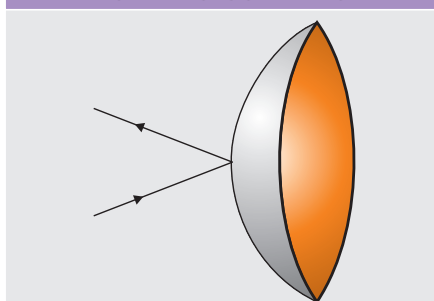
Desse modo, obtemos duas calotas esféricas.

ESPELHO CÔNCAVO



Quando a calota é espelhada em sua superfície interna, obtemos um espelho esférico **côncavo**.

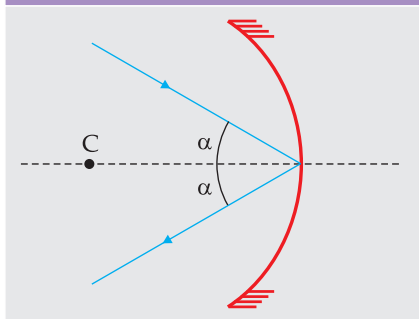
ESPELHO CONVEXO



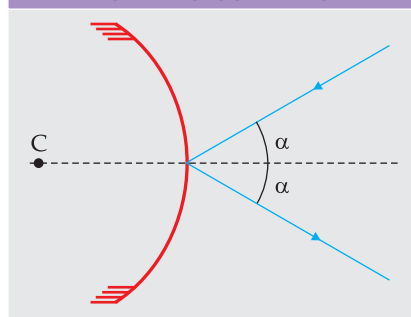
Quando a calota é espelhada em sua superfície externa, obtemos um espelho esférico **convexo**.

Representação Gráfica

ESPELHO CÔNCAVO



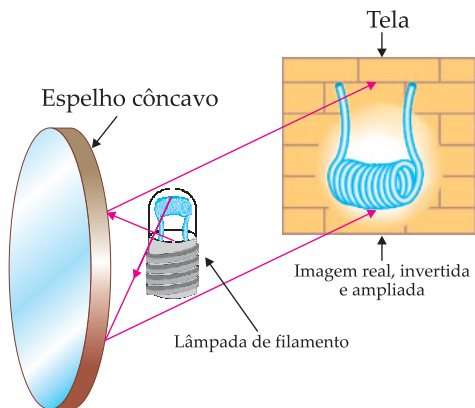
ESPELHO CONVEXO



Os espelhos esféricos têm grande aplicação na prática. Em geral, quando desejamos ampliar a imagem, fazemos uso dos espelhos côncavos, e quando desejamos diminuir a imagem, aumentando o campo de visão, usamos espelhos convexas.



Os espelhos côncavos são utilizados, por exemplo, pelos dentistas para observação, através de uma imagem ampliada e direita dos dentes. São também utilizados na projeção de imagens ampliadas.



Os espelhos convexos são utilizados, por exemplo, em supermercados, para que se obtenha uma imagem ampla do recinto; portas de garagem, para que se obtenha uma visão geral da rua; e também como retrovisor direito (o esquerdo é plano) dos automóveis, possibilitando uma ótima visão das laterais e traseira do carro.



Espelho convexo



3. Elementos dos Espelhos

Os elementos geométricos que caracterizam um espelho esférico são:

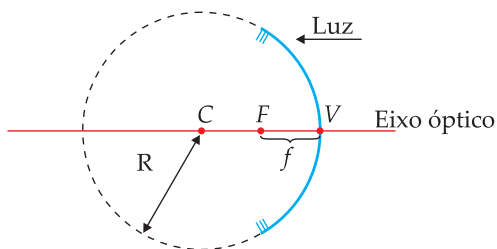
Centro de curvatura (C): é o centro da superfície esférica à qual a calota pertence.

Raio de curvatura (R): é o raio de curvatura da superfície esférica que originou a calota.

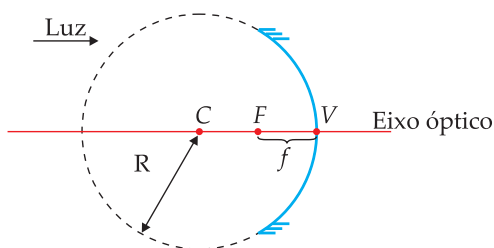
Eixo óptico: é a reta que contém o centro do espelho e o ponto central da superfície espelhada.

Vertice (V): é a interseção do eixo óptico principal com o espelho.

Espelho convexo



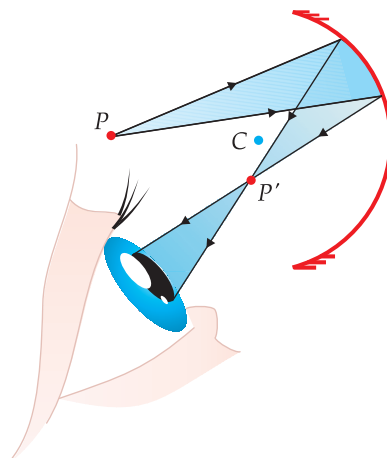
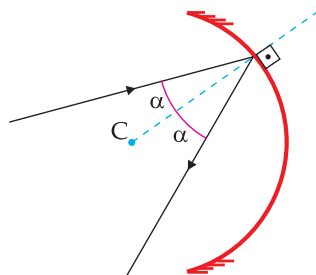
Espelho côncavo



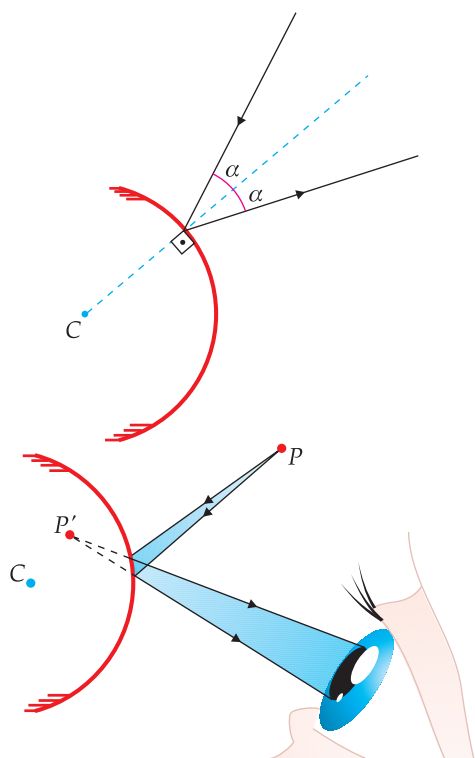
4. Formação de Imagens

As imagens são formadas com os raios luminosos obedecendo às leis da reflexão.

Espelho Côncavo



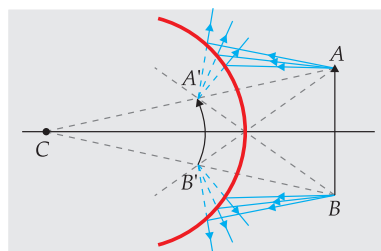
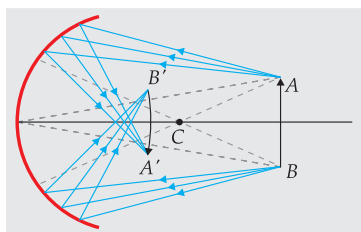
Espelho Convexo



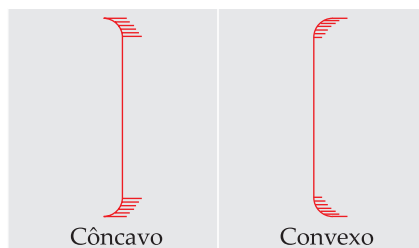
5. Espelhos de Gauss

Os espelhos esféricos deformam as imagens. As imagens de objetos planos apresentam curvatura; as imagens de pontos apresentam-se como pequenas manchas. Através de experiências, Gauss observou que, se os raios incidentes sobre o espelho obedecessem a certas condições, as imagens seriam obtidas com maior definição e sem deformações.

Os espelhos devem ter grande raio de curvatura e os raios de luz incidentes devem ser próximos do eixo óptico.

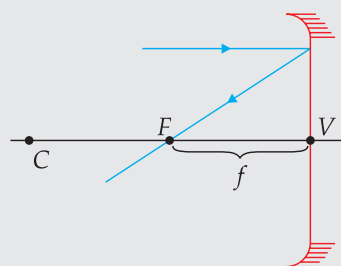


Representação dos Espelhos de Gauss

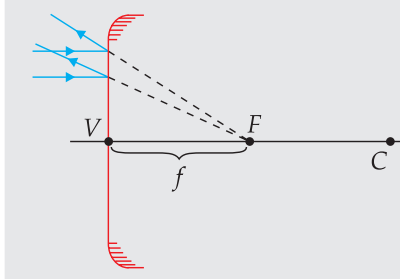


Nas condições de Gauss, os espelhos esféricos apresentam focos praticamente pontuais.

Espelho côncavo – foco real



Espelho convexo – foco virtual

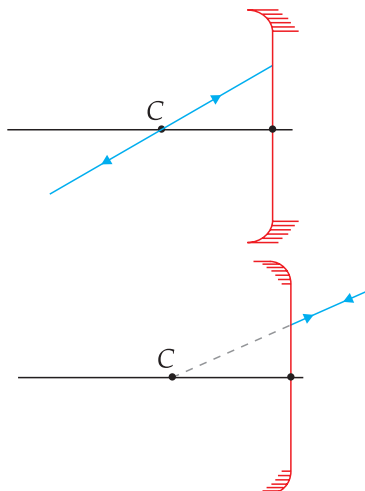




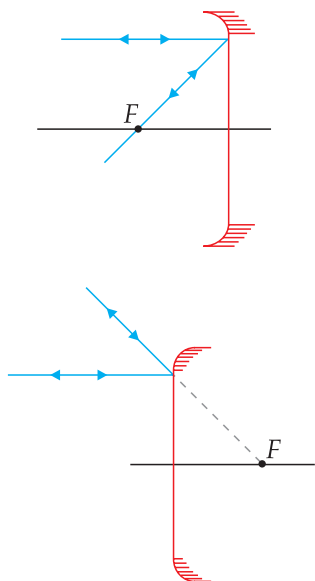
6. Construção Gráfica de Imagens

Para construir graficamente a imagem de um objeto, utilizamos os **raios de luz notáveis**, que são raios que se refletem em condições especiais.

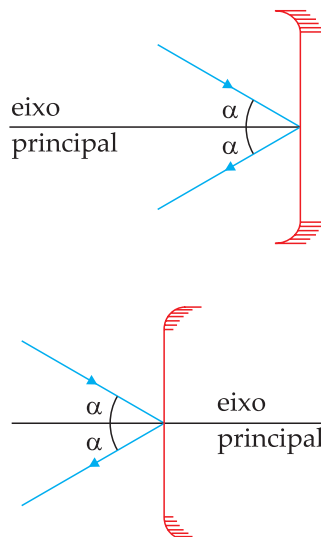
a) Raio de luz que incide passando pelo centro – reflete-se sobre si mesmo.



b) Raio de luz que incide paralelamente ao eixo óptico – reflete-se passando pelo foco e vice-versa.

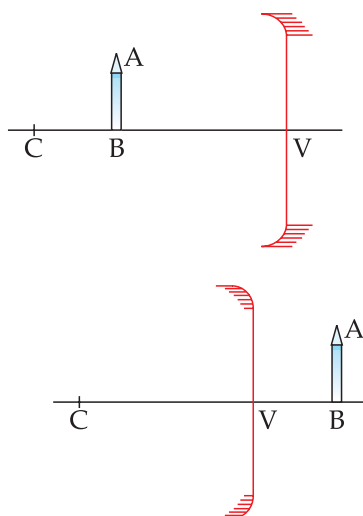


c) Raio de luz que incide sobre o vértice do espelho – reflete-se simetricamente em relação ao eixo principal.



Aplicação

Um objeto extenso, luminoso ou iluminado, é disposto perpendicularmente ao eixo principal de um espelho esférico.



Para determinar a imagem do corpo extenso, devemos encontrar a imagem do ponto A e a imagem do ponto B.

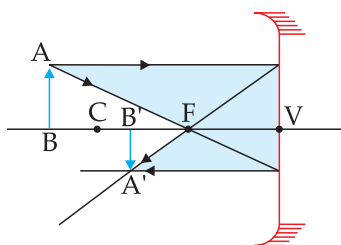
Para se determinar a imagem do ponto A, utilizam-se duas das propriedades apresentadas no item anterior.

A imagem do ponto B, assim como o objeto, está situada sobre o eixo principal. Como o objeto foi colocado perpendicularmente sobre o eixo principal, desenhamos a imagem do corpo extenso sobre a perpendicular que liga a imagem do ponto A ao eixo principal.

Considerando apenas objetos reais:

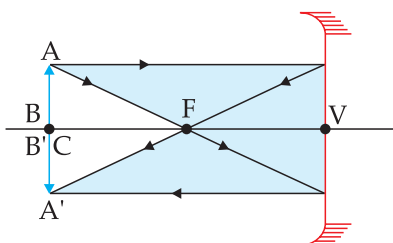
6.1. Espelhos Côncavos

- Objeto antes do centro de curvatura C



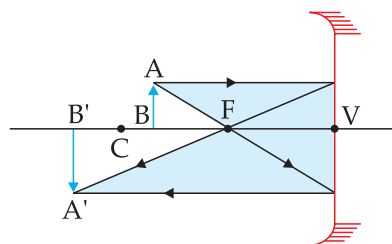
A imagem é **invertida, menor e real**.

- Objeto sobre o centro de curvatura C



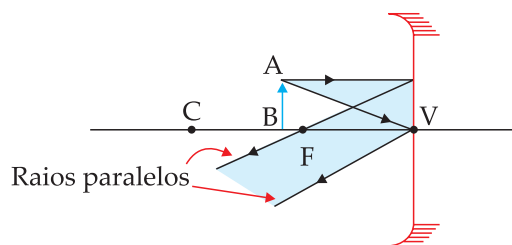
A imagem é **invertida, de mesmo tamanho(igual) e real**.

- Objeto entre o centro de curvatura C e o foco principal F.



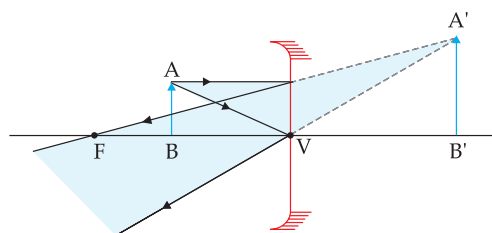
A imagem é **invertida, maior e real**.

- Objeto sobre o foco principal F.



A imagem é **imprópria**.

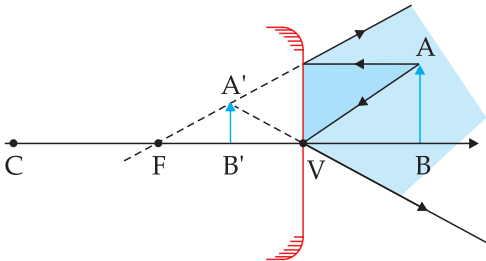
- Objeto entre o foco principal F e o vértice V.



A imagem é **direita, maior e virtual**.



6.2. Espelhos Convexos



A imagem é **direita, menor e virtual**.

Observação importante

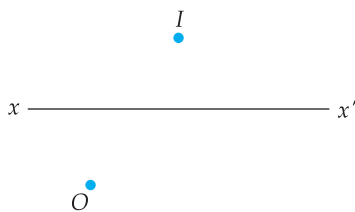
“Para objetos reais, quando a imagem conjugada for real, ela será obrigatoriamente invertida e, quando virtual, direita.

objeto real - imagem virtual → imagem direita

objeto real - imagem real → imagem invertida

Exercícios Resolvidos

01. A figura abaixo mostra um objeto puntiforme real O e sua respectiva imagem I , associados por um espelho esférico côncavo de eixo principal xx' . Localize graficamente o espelho e indique a natureza da imagem.

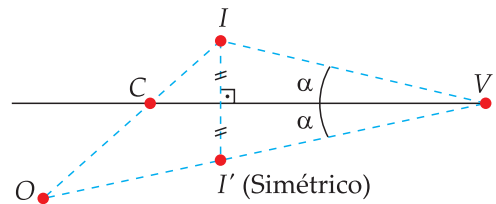


Resolução

Sendo a imagem invertida, concluímos que a imagem é de natureza real.

Para localizarmos o centro de curvatura, usamos a propriedade do centro de curvatura. O ponto objeto, o ponto imagem e o centro de curvatura estão sempre alinhados, pois o raio que incide pelo centro, reflete-se sobre si mesmo.

Para localizarmos o vértice do espelho, lembramos que o raio de luz que incide no vértice reflete-se obedecendo à lei da reflexão. Para isto, rebatemos a imagem (ou o objeto).



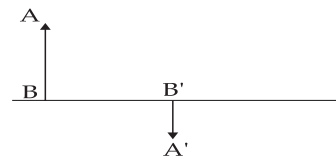
O ponto objeto, o ponto imagem e o centro de curvatura estão sempre alinhados.

Obtemos C .

O raio de luz que incide no vértice, reflete-se formando com o eixo o mesmo ângulo.

Obtemos V .

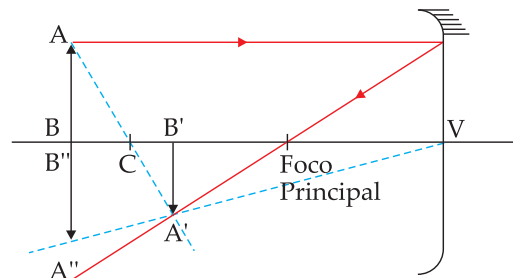
02. Determine geometricamente o espelho esférico que conjugue ao objeto real AB , colocado sobre o eixo principal, a imagem $A'B'$.



Resolução

Como a imagem do objeto é invertida, sabemos que é real, e o espelho é um espelho côncavo. O objeto está antes de C e a imagem está entre C e F .

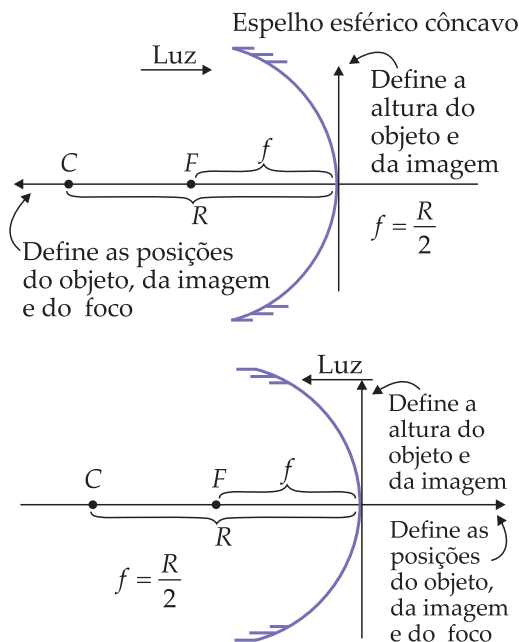
Para determinar o vértice V do espelho, invertemos o objeto AB , obtendo a construção $A''B''$. Uma reta que passe por A'' e por A' cruza o eixo principal em V .



Utilizando um raio incidente paralelo ao eixo principal, determina-se o foco principal. O centro de curvatura dista do vértice V o dobro da distância de F a V .

7. Referencial de Gauss

Para que possamos determinar analiticamente as características da imagem conjugada por um espelho esférico, é necessária a adoção de um sistema de eixos, em relação ao qual serão definidas as posições do objeto e da imagem conjugada.

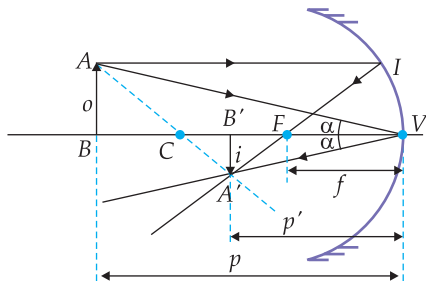


De acordo com esse referencial:

- 1) Elemento real $\Rightarrow$ Abscissa positiva
- 2) Elemento virtual $\Rightarrow$ Abscissa negativa
- 3) Imagem direita $\Rightarrow \frac{i}{o} > 0$
- 4) Imagem invertida $\Rightarrow \frac{i}{o} < 0$

8. Equações de Gauss

Consideremos a imagem $A'B'$, conjugada pelo espelho, do objeto AB .



Nas condições de Gauss, a medida do arco $\widehat{VI}$ é praticamente igual à altura do objeto (o).

Equação de conjugação

O triângulo ABC é semelhante ao triângulo $A'B'C$, portanto:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{2f - p'}{p - 2f} \quad (1)$$

O triângulo VIF é semelhante ao triângulo $A'B'F$, portanto:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{p' - f}{f} \quad (2)$$

Igualando (1) e (2), vem:

$$\frac{2f - p'}{p - 2f} = \frac{p' - f}{f} \Rightarrow p \cdot p' = p'f + pf \quad (3)$$

Dividindo-se a equação (3) por $p \cdot p' \cdot f$, vem:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

Equação de conjugação ou dos pontos conjugados

Equação do aumento linear

O triângulo ABV é semelhante ao triângulo $A'B'V$, portanto

$$\frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}$$



Exercícios Resolvidos

01. Uma vela é colocada perpendicularmente sobre o eixo principal de um espelho esférico. Determine a distância da vela ao vértice do espelho, para que o comprimento da imagem seja metade do comprimento do objeto e que possa ser projetada num anteparo. Dado: raio de curvatura do espelho igual a 10 cm.

Resolução

Como a imagem é projetada, então ela é real e invertida ($A < 0$). O espelho é um espelho côncavo ($f > 0$)

$$f = \frac{+R}{2} \Rightarrow f = 5 \text{ cm}$$

$$A = \frac{i}{o} \Rightarrow A = \frac{-\frac{1}{2} \cdot o}{o} \Rightarrow A = -\frac{1}{2}$$

$$A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow -\frac{1}{2} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow p = 2p'$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{5} = \frac{1}{2p'} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{1}{2p'} + \frac{2}{2p'} \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{3}{2p'}$$

$$2p' = 15 \Rightarrow p' = 7,5 \text{ cm} \Rightarrow \boxed{p = 15 \text{ cm}}$$

02. Diante de um espelho esférico côncavo de raio 40 cm, coloca-se um objeto frontal situado a 10 cm do vértice. Pede-se

- a posição e a natureza da imagem;
- o aumento linear transversal.

Resolução

$$a) R = 40 \text{ cm} \Rightarrow f = 20 \text{ cm}$$

$$p = 10 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{10} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{20}$$

$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{20} - \frac{1}{10} = \frac{1-2}{20} \Rightarrow \boxed{p' = -20 \text{ cm}}$$

A imagem é virtual (-) e está a 20 cm do espelho.

$$b) A = \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}$$

$$A = \frac{i}{o} = -\frac{(-20)}{10} = +2$$

A imagem é direita ($\frac{i}{o} > 0$) e tem o dobro da

altura do objeto: $\frac{i}{o} = +2 \Rightarrow A = 2$.

03. Diante de um espelho esférico côncavo de raio 40 cm, coloca-se um objeto frontal situado a 30 cm do vértice. Pede-se:

- a posição e a natureza da imagem;
- o aumento linear transversal.

Resolução

$$a) R = 40 \text{ cm} \Rightarrow f = 20 \text{ cm}$$

$$p = 30 \text{ cm}$$

Aplicando-se a equação de Gauss, vem:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{30} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{20}$$

$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{20} - \frac{1}{30} = \frac{3-2}{60} \Rightarrow \boxed{p' = +60 \text{ cm}}$$

A imagem é real (+) e está 60 cm distante do espelho.

$$b) A = \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} = -\frac{60}{30} = -2$$

$$\boxed{A = -2}$$

A imagem é invertida (-) e duas vezes maior do que o objeto.

04. De um objeto real colocado a 80 cm de um espelho esférico, este produz uma imagem virtual a 40 cm deste. Determine:

- o tipo de espelho;
- o raio de curvatura do espelho;
- o aumento linear transversal.

Resolução

$$\text{dados: } p = 80 \text{ cm}$$

$$p' = -40 \text{ cm (imagem virtual)}$$

Aplicando-se a equação do aumento

$$A = \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}$$

$$A = \frac{i}{o} = -\frac{(-40)}{80} = +\frac{1}{2}$$

$$A = +\frac{1}{2}$$

Aplicando-se a equação de conjugação:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{80} - \frac{1}{40} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1-2}{80}$$

$$f = -80 \text{ cm} \Rightarrow R = 160 \text{ cm}$$

Respostas

a) Convexo ($f < 0$)

b) $R = 160 \text{ cm}$

c) $A = +1/2$

05. Deseja-se projetar a imagem de um objeto luminoso sobre uma tela, ampliada 10 vezes. Para isso, dispomos de um espelho esférico côncavo de distância focal 10 cm. Determine:

a) a distância do objeto ao espelho;

b) a distância da tela ao espelho.

Resolução

Para que a imagem possa ser projetada, ela deve ter natureza real e, portanto, será invertida.

$$\frac{i}{o} = -10$$

Aplicando-se a equação do aumento:

$$\frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow -10 = -\frac{p'}{p} \Rightarrow p' = 10p$$

Substituindo na equação de Gauss:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{p} + \frac{1}{10p} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{10+1}{10p} = \frac{1}{10} \Rightarrow 10p = 110 \Rightarrow p = 11 \text{ cm}$$

$$\text{mas: } p' = 10p \Rightarrow p' = 110 \text{ cm}$$

Respostas

a) 10 cm

b) 110 cm



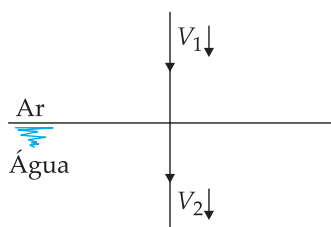
Capítulo 04. Refração da Luz

1. Introdução

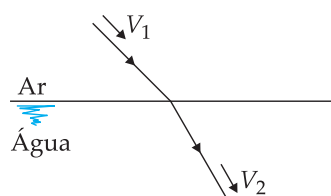
Chama-se refração a mudança no meio de propagação da luz, acompanhada da variação na sua velocidade de propagação.

Quando a luz incide perpendicularmente à superfície de separação entre dois meios, não ocorre desvio, porém se a incidência for oblíqua, a refração será acompanhada de mudança na direção dos raios luminosos.

Podemos, então, conceituar o fenômeno da refração pela variação na velocidade de propagação, sendo que pode ou não ocorrer desvio.



Refração sem desvio



Refração com desvio

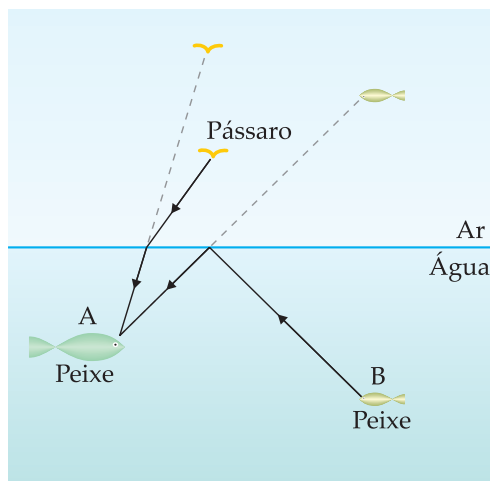
Alguns fenômenos explicados pela refração da luz.

Objeto quebrado



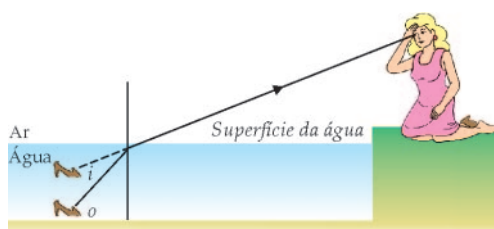
O lápis dentro da água parece quebrado para cima.

Altura aparente



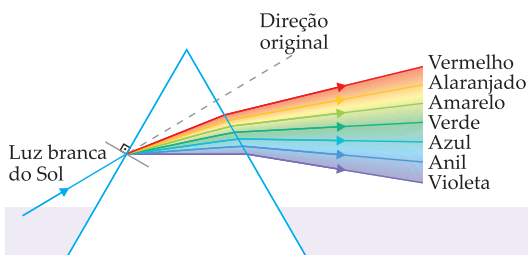
O peixe A enxerga o pássaro deslocado para cima, por refração da luz, e outro peixe B, por reflexão interna, na superfície da água.

Profundidade aparente



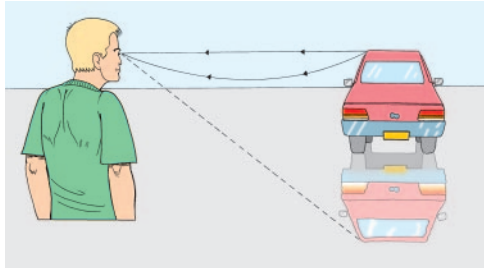
O sapato é visto deslocado para cima.

Dispersão luminosa



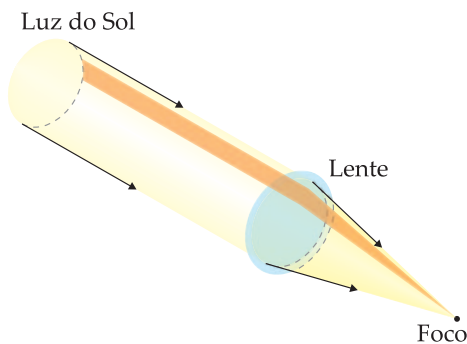
A luz branca ao sofrer refração o faz de modo que cada cor componente siga numa direção diferente.

Miragem



O fenômeno das "poças d'água" nas estradas, nos dias muito quentes, está associado à absorção de luz e calor pelos materiais e, conseqüentemente, ao aquecimento do ar em contato com eles.

Concentrando a luz



A lente refrata a luz, concentrando-a num único ponto chamado foco.

A intensidade de luz e calor concentrados nesse ponto é suficiente para queimar um pedaço de madeira ou de papel.

2. Índices de Refração

2.1. Absoluto

A caracterização óptica de um meio transparente e homogêneo é feita através da velocidade da propagação da luz, neste meio. Como a velocidade de propagação da luz, nos meios materiais, depende da cor da luz, definimos, para uma luz monocromática num meio, uma grandeza adimensional denominada **índice de refração absoluto**.

$$n = \frac{c}{v}$$

em que:

n : é o índice de refração absoluto do meio para uma determinada luz monocromática.

c : é a velocidade de propagação da luz no vácuo.

v : é a velocidade de propagação da luz monocromática no meio considerado.

O índice de refração absoluto de um meio, n , assumirá valores maiores ou iguais a 1. Num meio material, como a velocidade de propagação da luz é menor que a velocidade da luz no vácuo, o índice de refração é maior que 1. No vácuo, o índice de refração é igual a 1, uma vez que $v = c$. No ar, a velocidade de propagação da luz é quase igual à velocidade de propagação da luz no vácuo, portanto, o índice de refração absoluto do ar é quase igual a 1.

2.2. Relativo

Define-se índice de refração relativo de um meio A , em relação a um meio B , como a relação:

$$n_{A,B} = \frac{n_A}{n_B}$$

em que:

$n_{A,B}$: é o índice de refração relativo de um meio A , em relação a um meio B .

n_A : é o índice de refração absoluto do meio A .

n_B : é o índice de refração absoluto do meio B .

Como os índices de refração estão relacionados com a velocidade de propagação da luz num meio, temos:

$$n_{A,B} = \frac{n_A}{n_B} \Rightarrow n_{A,B} = \frac{\frac{c}{v_A}}{\frac{c}{v_B}} \Rightarrow n_{A,B} = \frac{v_B}{v_A}$$

Note que o índice de refração relativo pode assumir valores menores que 1 (e maiores que zero).



Quando o índice de refração absoluto de um meio A é maior que o índice de refração absoluto de um meio B , o meio A é dito **mais refringente** que B .

Se o índice de refração absoluto do meio A é igual ao índice de refração absoluto do meio B , então o meio A é tão refringente quanto o meio B e, neste caso, temos uma **continuidade óptica** entre os meios.

3. Leis da Refração da Luz

Um raio de luz, proveniente do meio 1, incide na superfície de separação dos meios, 1 e 2, no ponto O , e sofre refração.

Sejam:

RI: o raio de luz incidente

RR: o raio de luz refratado

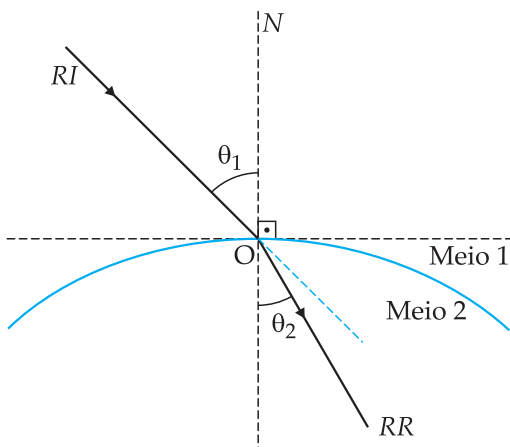
θ_1 : o ângulo de incidência

θ_2 : o ângulo de refração

n_1 e n_2 são, respectivamente, os índices de refração absolutos para os meios 1 e 2, para uma determinada luz monocromática.

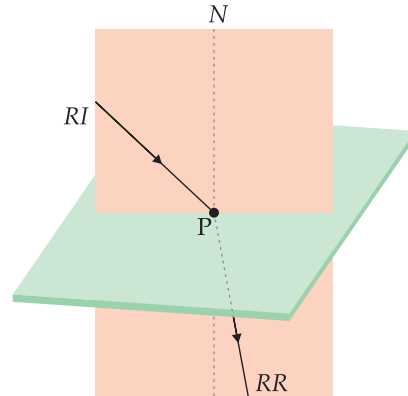
N : a normal à superfície, no ponto de incidência da luz.

Temos:



3.1. Primeira Lei da Refração

RI , RR e N pertencem ao mesmo plano.



3.2. Segunda Lei da Refração (Lei de Snell-Descartes)

Para um par de meios materiais transparentes e uma dada luz monocromática, é constante a relação entre o seno do ângulo de incidência e o seno do ângulo de refração:

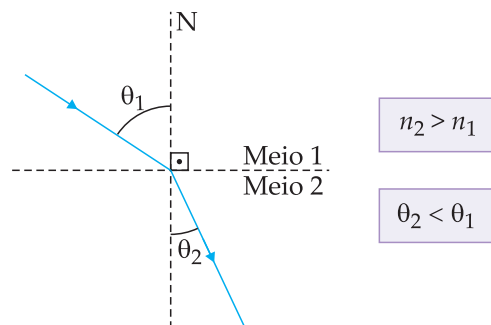
$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \text{constante}$$

Essa relação constante é o índice de refração relativo do meio 2 em relação ao meio 1.

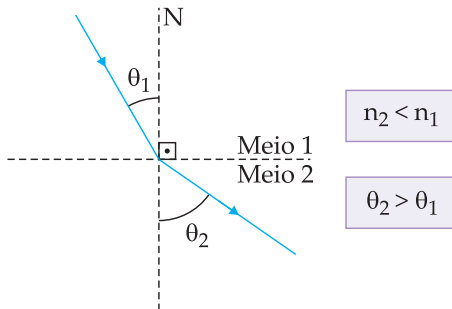
$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow n_1 \cdot \sin \theta_1 = n_2 \cdot \sin \theta_2$$

Observações

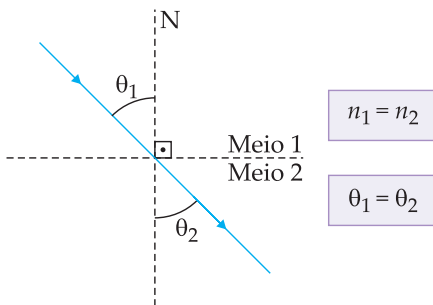
a) Se o meio 2 é mais refringente que o meio 1, o raio de luz refratado se aproxima da normal.



b) Se o meio 2 é menos refringente que o meio 1, se ocorrer a refração, o raio de luz refratado se afasta da normal.



c) Se o meio 2 é tão refringente quanto o meio 1, o raio de luz refratado não apresenta desvio.



Exercícios Resolvidos

01. Qual o índice de refração absoluto de um meio material, no qual a velocidade de propagação da luz amarela é 200 000 km/s.

Resolução

O índice de refração absoluto é dado por:

$$n = \frac{c}{v}$$

$$n = \frac{300\,000}{200\,000}$$

$$n = 1,5$$

02. Sabendo que o índice de refração do gelo (H_2O) é 1,309 e do diamante é 2,417 para a luz amarela de sódio, pede-se:

- a) a velocidade de propagação da luz no gelo;
b) a velocidade de propagação da luz no diamante;

c) o índice de refração do diamante em relação ao gelo;

d) o índice de refração do gelo em relação ao diamante.

Resolução

a) $n = \frac{c}{v} \Rightarrow v_{\text{gelo}} = \frac{c}{n_{\text{gelo}}}$

$$v_{\text{gelo}} = \frac{300\,000}{1,309} \cong 229\,000 \text{ km/s}$$

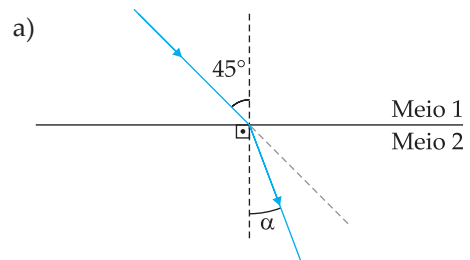
b) $v_{\text{diamante}} = \frac{c}{n_{\text{diamante}}}$

$$v_{\text{diamante}} = \frac{300\,000}{2,417} \cong 124\,000 \text{ km/s}$$

c) $n_{\text{diamante, gelo}} = \frac{n_{\text{diamante}}}{n_{\text{gelo}}} = \frac{2,417}{1,309} \cong 1,85$

d) $n_{\text{gelo, diamante}} = \frac{1}{n_{\text{diamante, gelo}}} = 0,542$

03. Determine o ângulo α para cada uma das refrações representadas a seguir.



Dados: $n_1 = 1$, $n_2 = \sqrt{2}$

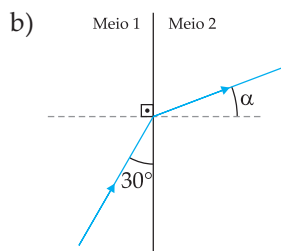
Resolução

A partir da lei de Snell-Descartes:

$$n_1 \cdot \sin 45^\circ = n_2 \cdot \sin \alpha$$

$$1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \cdot \sin \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$



Dados: $n_1 = 1$, $n_2 = \sqrt{3}$

Resolução

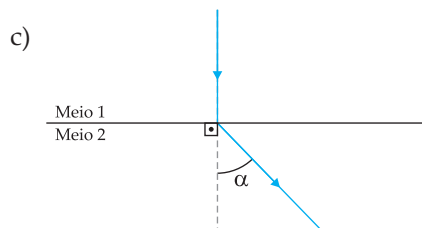
$\theta_1 = 60^\circ$

Lei de Snell-Descartes:

$$n_1 \cdot \sin 60^\circ = n_2 \cdot \sin \alpha$$

$$1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \cdot \sin \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

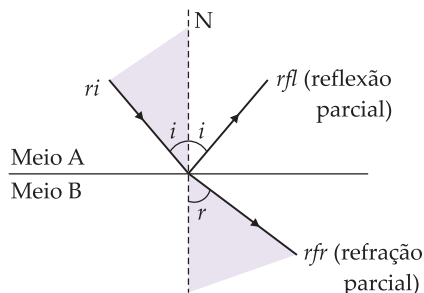


$$\theta_1 = 0^\circ \Rightarrow \alpha = 0^\circ$$

4. Ângulo Limite de Refração

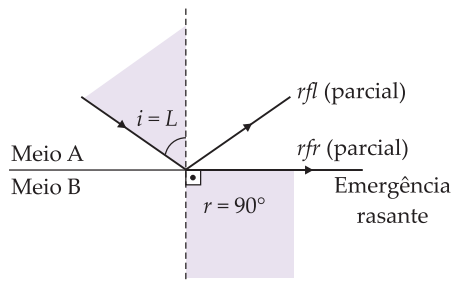
Consideremos um meio A mais refringente que outro meio B.

Um raio de luz (ri) incidindo, de A para B, na fronteira entre os meios, é parcialmente refletido (raio rfl) e parcialmente refratado (raio rfr), conforme a figura abaixo.



Da lei de Snell-Descartes concluímos que, sendo $n_A > n_B$, então $i < r$.

Se aumentarmos o valor de i , chegaremos a um valor limite L para esse ângulo, de modo que ainda haja refração.



$$\text{Sendo: } n_1 \cdot \sin \theta_1 = n_2 \cdot \sin \theta_2$$

$$n_A \cdot \sin i = n_B \cdot \sin r$$

$$n_A \cdot \sin L = n_B \cdot \sin 90^\circ$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

$$\sin L = \frac{n_B}{n_A} \left(\text{em que } n_B < n_A \right)$$

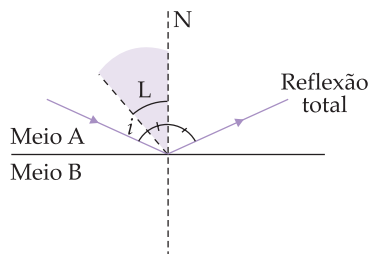
ou

$$\sin L = \frac{n_{\text{menor}}}{n_{\text{maior}}}$$

onde L é denominado **ângulo limite de refração**.

5. Condições de Reflexão Total

Caso o raio de luz incida sob ângulo de incidência (i) maior que o ângulo limite (L), ele não sofrerá refração, mas será totalmente refletido na fronteira.

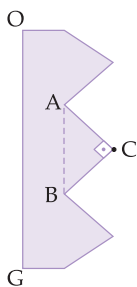


São condições para ocorrência da reflexão total:

- 1ª) A luz provém do meio mais refringente e incide na superfície de separação com o meio menos refringente.
- 2ª) O ângulo de incidência é maior que o ângulo limite L .

Exercícios Resolvidos

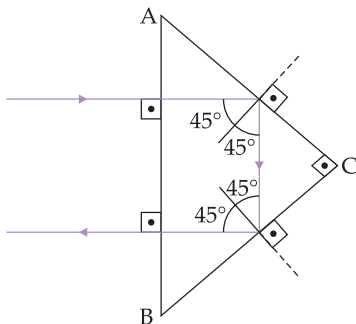
01. (Unicamp-SP) Um tipo de sinalização utilizado em estradas e avenidas é o chamado *olho-de-gato*, o qual consiste na justaposição de vários prismas retos feitos de plástico, que refletem a luz incidente dos faróis dos automóveis.



- a) Reproduza o prisma ABC indicado na figura anterior e desenhe a trajetória de um raio de luz que incide perpendicularmente sobre a face OG e sofre reflexões totais nas superfícies AC e BC.
- b) Determine o mínimo valor do índice de refração do plástico, acima do qual o prisma funciona como um refletor perfeito (toda a luz que incide perpendicularmente à superfície OG é refletida). Considere o prisma no ar, onde o índice de refração vale 1,0.

Resolução

a) Pelas leis da reflexão e refração da luz, temos a seguinte figura:



b) Para que o prisma funcione como refletor perfeito, considerando L o ângulo limite, o mínimo valor do índice de refração do plástico (n_p) será dado por:

$$\begin{aligned} \text{sen } 45^\circ &> \text{sen } L \\ \text{sen } L &= \frac{n_{\text{ar}}}{n_p} \Rightarrow \text{sen } 45^\circ > \frac{n_{\text{ar}}}{n_p} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} &> \frac{1}{n_p} \Rightarrow n_p > \sqrt{2} \end{aligned}$$

02. Um raio luminoso propaga-se num líquido transparente de índice de refração absoluto n . O ângulo limite nesse meio, em relação ao ar, vale 30° . Sendo $n_{\text{ar}} = 1$, determine n .

Resolução

$$\text{sen } L = \frac{n_{\text{menor}}}{n_{\text{maior}}}$$

$$\text{sen } L = \frac{1}{n} \Rightarrow \text{sen } 30^\circ = \frac{1}{n} = \frac{1}{2} \Rightarrow n = 2$$

03. Um raio de luz que se propaga num meio A atinge a superfície que separa esse meio de outro, B, e sofre reflexão total.

- a) Que meio é mais refringente?
- b) Em qual deles a velocidade da luz é maior?

Resolução

a) Para que ocorra reflexão total, a luz deve provir do meio mais refringente $n_A > n_B$, portanto, o meio A é o mais refringente.

$$b) n_A > n_B \Rightarrow v_A < v_B$$

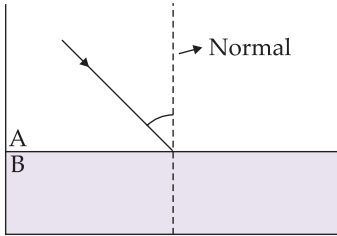
No meio B a velocidade da luz é maior.

04. Na figura abaixo, vemos um raio de luz incidindo sobre a superfície de separação de dois meios, A e B.

- a) Se o meio A é mais refringente que o meio B e o raio ultrapassar a superfície de separação, sofrendo refração, ele se aproxima ou se afasta da normal? Justifique.



- b) Em quais condições ocorrerá reflexão total do raio incidente na superfície de separação dos dois meios?



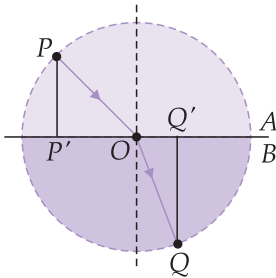
Resolução

a) $n_A > n_B \Rightarrow \theta_A < \theta_B: A \rightarrow B$ (afasta)

- b) Quando a luz proveniente de A atinge B, segundo ângulo de incidência maior do que o limite.

$$i > \text{arc sen } \frac{n_B}{n_A}$$

05. Um raio de luz sofre reflexão ao passar de um meio A para outro, B, conforme a figura abaixo.



Sendo

$OP' = 2 \cdot OQ'$, determine

- a) o índice de refração relativo ao meio B em relação ao meio A.
b) o ângulo limite para a fronteira AB.

Resolução

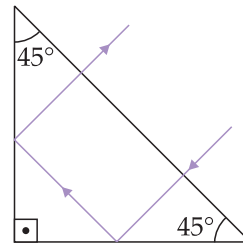
a) $n_A \text{ sen } i = n_B \text{ sen } r \Rightarrow n_A \frac{OP'}{OP} = n_B \frac{OQ'}{OQ}$

$$n_A \cdot 2 \cdot OQ' = n_B \cdot OQ \Rightarrow \frac{n_B}{n_A} = 2$$

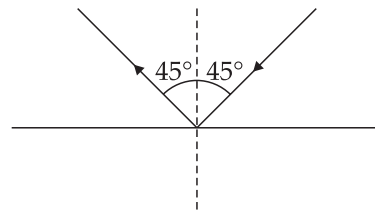
b) $\text{sen } L = \frac{n_A}{n_B} = \frac{1}{2} \Rightarrow L = 30^\circ$

06. Alguns instrumentos de ótica utilizam “prismas de reflexão total” como espelhos, conforme figura. O valor do índice de refração do vidro desse prisma deve ser maior que:

- a) 2,00 d) 1,00
b) 1,73 e) 0,707
c) 1,41



Resolução



$45^\circ > L \Rightarrow \text{sen } 45^\circ > \text{sen } L = \frac{n_{ar}}{n_{vidro}}$

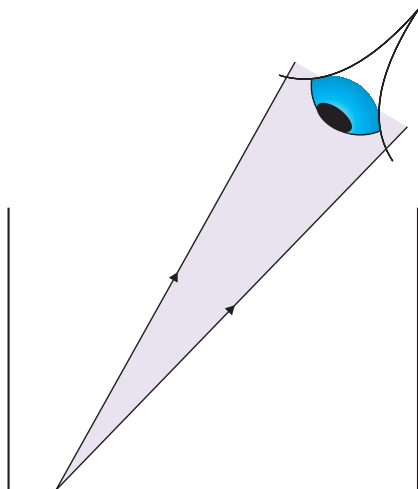
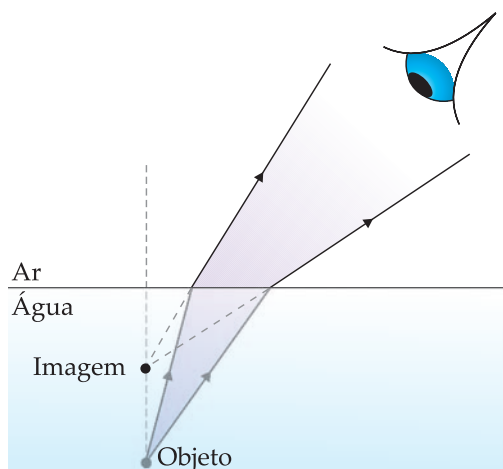
$$\frac{\sqrt{2}}{2} > \frac{1}{n} \Rightarrow n > \sqrt{2} \Rightarrow n > 1,41$$

Resposta: C

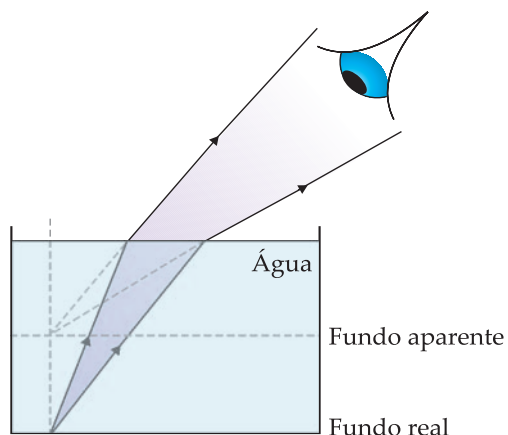
Capítulo 05. Diopros, Lâmina e Prismas

1. Diopros Planos

Alguns fenômenos que podem ser observados no cotidiano encontram-se explicados pela refração luminosa. É fato corriqueiro, por exemplo, que um objeto imerso na água pareça estar a uma profundidade menor do que a real. Quem olha para uma piscina tem a impressão de que ela é mais rasa do que realmente é.

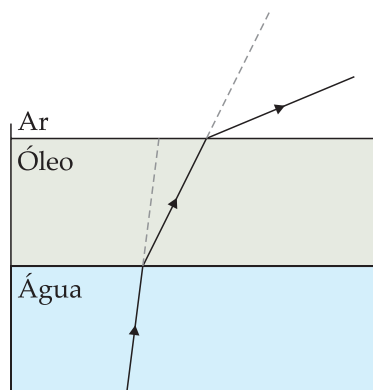
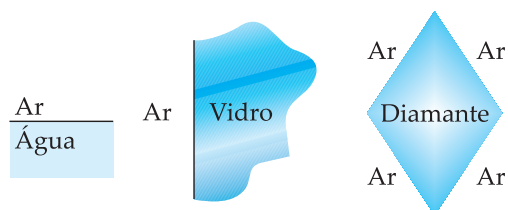


O observador vê diretamente o fundo da piscina vazia.



O observador tem a ilusão de que os raios luminosos refletidos pelo fundo da piscina provêm de uma região acima da real.

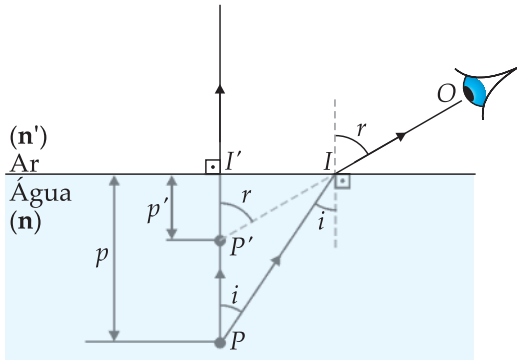
Dioptro plano é o conjunto de dois meios transparentes e homogêneos separados por uma fronteira plana.





2. Equação dos Pontos Conjugados

O que acontece quando um observador, situado no ar, vê um objeto situado dentro da água?



O observador recebe os raios de luz provenientes de P (objeto real) pela direção que passa pelo ponto P' e, dessa forma, tem a impressão de que a luz provém de P' (imagem virtual).

Aplicando-se a lei de Snell para o raio PIO , vem:

$$n \sin i = n' \sin r$$

Vamos posicionar o observador de tal forma que seus olhos fiquem o mais próximo possível da direção PI' ; então, os ângulos i e r serão suficientemente pequenos para que seja válida a aproximação:

$$\sin i \cong \operatorname{tg} i \quad \text{e} \quad \sin r \cong \operatorname{tg} r$$

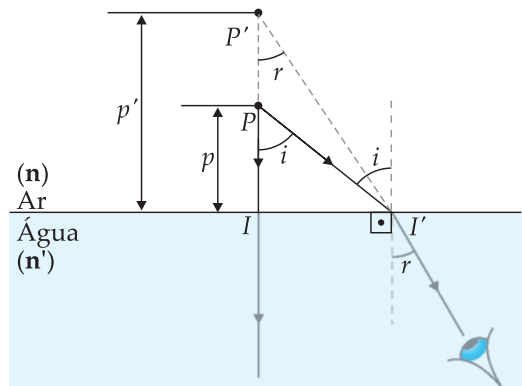
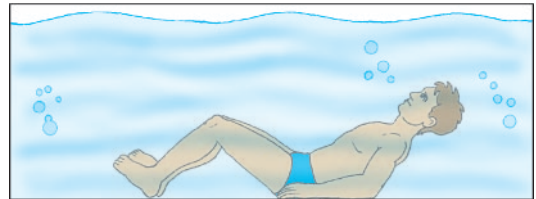
Podemos, portanto, escrever que:

$$n \operatorname{tg} i = n' \operatorname{tg} r$$

$$n \frac{II'}{p} = n' \frac{II'}{p'} \Rightarrow \frac{n}{p} = \frac{n'}{p'} \Rightarrow \frac{n_{\text{água}}}{p} = \frac{n_{\text{ar}}}{p'}$$

Note que n é o índice de refração absoluto do meio onde se encontra o objeto, e n' onde se encontra o observador.

O que acontece quando um observador, situado na água, vê um objeto no ar?



O observador recebe os raios de luz provenientes de P (objeto real) pela direção que passa pelo ponto P' e, dessa forma, tem a impressão de que a luz provém de P' (imagem virtual).

Procedendo de forma análoga ao caso anterior, temos:

$$n \sin i = n' \sin r$$

$$n \operatorname{tg} i = n' \operatorname{tg} r$$

$$n \frac{II'}{p} = n' \frac{II'}{p'} \Rightarrow \frac{n}{p} = \frac{n'}{p'} \Rightarrow \frac{n_{\text{ar}}}{p} = \frac{n_{\text{água}}}{p'}$$

Observe atentamente que, novamente, n é o índice de refração absoluto do meio onde se encontra o objeto e n' onde se encontra o observador.

Exercícios Resolvidos

01. Um helicóptero faz um vôo de inspeção sobre as águas transparentes de uma certa região marítima e detecta um submarino a uma profundidade aparente de 450 m no momento em que seus centros estão unidos pela mesma vertical. O índice de refração absoluto da água do mar é 1,5 e o do ar é 1,0.

Determine a profundidade real do submarino.

Resolução

$$n = 1,5$$

$$n' = 1,0$$

$$p = ?$$

$$p' = 450 \text{ m}$$

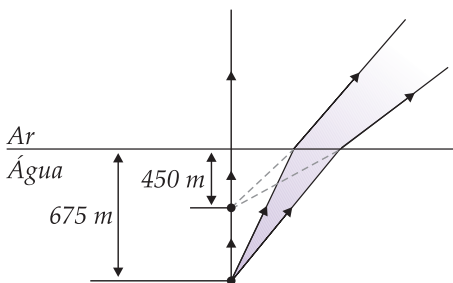
Aplicando-se a equação de conjugação:

$$\frac{n}{p} = \frac{n'}{p'} \Rightarrow \frac{n_{\text{água}}}{p} = \frac{n_{\text{ar}}}{p'}$$

$$\frac{1,5}{p} = \frac{1}{450}$$

$$p = 675 \text{ m}$$

A profundidade real do submarino é 675 m.

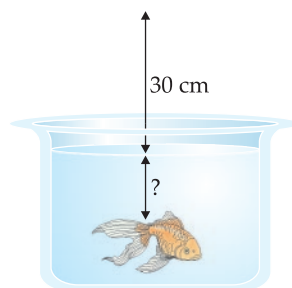


02. Quando um garoto vai dar comida ao seu peixinho de estimação, ele o vê a uma distância de 6,0 cm da superfície. O garoto encontra-se aproximadamente na mesma vertical que o peixe e a 30 cm da superfície da água do aquário. Pede-se:

a) a distância entre o peixe e a superfície da água;

b) a distância entre o garoto e a superfície da água, visto pelo peixe.

$$\text{Dados: } n_{\text{ar}} \approx 1 \text{ e } n_{\text{água}} = \frac{4}{3}$$



Resolução

a) O peixe é o objeto.

$$\frac{n}{p} = \frac{n'}{p'} \Rightarrow \frac{n_{\text{água}}}{p} = \frac{n_{\text{ar}}}{p'}$$

$$\frac{\frac{4}{3}}{p} = \frac{1}{6} \Rightarrow p = 8,0 \text{ cm}$$

A profundidade real do peixe é 8,0 cm.

b) O menino é o objeto.

$$\frac{n}{p} = \frac{n'}{p'} \Rightarrow \frac{n_{\text{ar}}}{p} = \frac{n_{\text{água}}}{p'}$$

$$\frac{1}{30} = \frac{\frac{4}{3}}{p'} \Rightarrow p' = 40 \text{ cm}$$

A altura aparente do olho do garoto é 40 cm.

03. A profundidade de uma piscina vazia é tal que sua parede, revestida com azulejos quadrados de 12 cm de lado, contém 12 azulejos justapostos verticalmente. Um banhista,

na borda da piscina cheia de água $\left(n = \frac{4}{3}\right)$,

olhando quase perpendicularmente, verá a parede da piscina formada por:

- 12 azulejos de 9 cm de lado vertical;
- 9 azulejos de 16 cm de lado vertical;
- 16 azulejos de 9 cm de lado vertical;
- 12 azulejos de 12 cm de lado vertical;
- 9 azulejos de 12 cm de lado vertical.



Resolução

A profundidade real da piscina $12 \cdot 12 = 144 \text{ cm}$.

$$p = 144 \text{ cm}$$

A profundidade aparente da piscina é:

$$\frac{n}{p} = \frac{n'}{p'} \Rightarrow \frac{\frac{4}{3}}{144} = \frac{1}{p'} \Rightarrow p' = 108 \text{ cm}$$

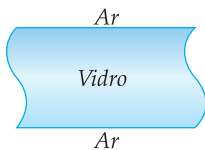
O banhista vê 12 azulejos, porém com altura de:

$$\frac{108}{12} = 9 \text{ cm de altura}$$

Resposta: A

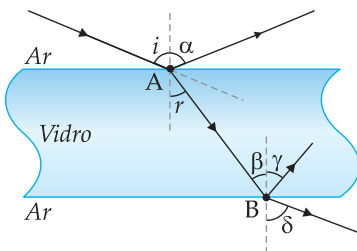
3. Lâmina de Faces Paralelas

Define-se **lâmina de faces paralelas** como o conjunto formado por três meios homogêneos e transparentes, separados por duas superfícies planas e paralelas, isto é, uma associação de dois dioptros planos e paralelos. Um exemplo comum de lâmina é a placa de vidro utilizada numa janela.



4. Trajeto da Luz Através da Lâmina

Vejam o que acontece com um raio luminoso ao atravessar uma placa de vidro com as faces paralelas, imersa no ar. A figura abaixo representa essa situação. O raio luminoso, proveniente do ar, ao atravessar a placa de vidro, sofre duas refrações: nos pontos A e B.



No ponto A:

os ângulos i e α têm a mesma medida. Lei da reflexão

$$i = \alpha$$

Aplicando-se a lei de Snell para a refração vem:

$$n_{\text{ar}} \sin i = n_{\text{v}} \sin r \quad (1)$$

No ponto B:

os ângulos r e β têm a mesma medida. Ângulos alternos internos de retas paralelas.

Os ângulos β e γ têm a mesma medida. Lei da reflexão.

$$r = \beta = \gamma$$

Aplicando-se a lei de Snell para a refração vem:

$$n_{\text{v}} \sin r = n_{\text{ar}} \sin \delta \quad (2)$$

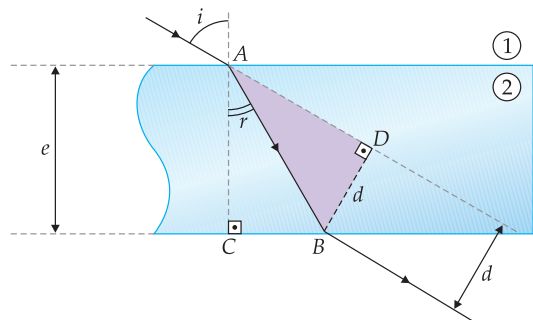
Comparando (1) e (2) vem:

$$n_{\text{ar}} \sin i = n_{\text{ar}} \sin \delta$$

Portanto:

$$i = \delta$$

Observamos que o raio emergente é paralelo ao raio incidente, mas encontra-se deslocado lateralmente de uma distância d em relação ao incidente. Esse deslocamento lateral pode ser calculado através da expressão:



$$d = e \frac{\sin(i - r)}{\cos r}$$

Onde e é a espessura da lâmina.

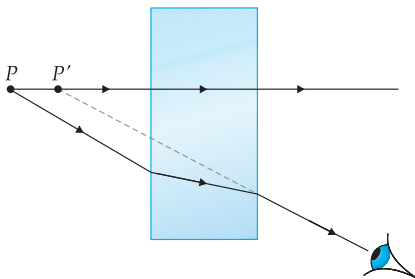
Exercícios Resolvidos

01. Quando se observa um objeto através de uma vidraça comum, vemos:

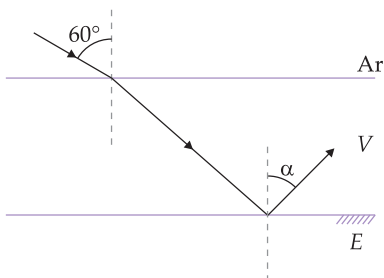
- a) uma imagem real do objeto;
- b) uma imagem virtual do objeto;
- c) o próprio objeto;
- d) uma imagem imprópria do objeto
- e) uma imagem invertida.

Resposta B: Construindo a imagem de um ponto objeto P , obtemos a imagem P' formada por intersecção de prolongamentos de raios de luz.

Portanto, a imagem vista é virtual.



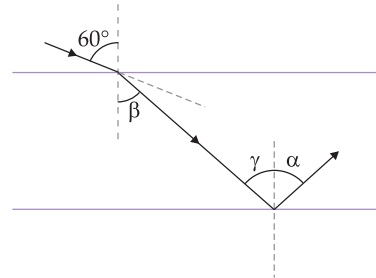
02. Uma superfície espelhada e plana E é recoberta por uma lâmina de vidro V de faces paralelas. As linhas pontilhadas são perpendiculares às faces de V . O vidro tem índice de refração absoluto igual a $\sqrt{3}$. Um raio luminoso proveniente do ar ($n = 1$) propaga-se nesse sistema:



O ângulo α mede:

- a) 30°
- b) 60°
- c) 45°
- d) 15°
- e) 35°

Resposta A: Construímos inicialmente o trajeto da luz, lembrando que ao penetrar no vidro, a luz se aproxima da normal e ao emergir novamente para o ar, ela se afasta.



Os ângulos β e γ têm a mesma medida porque são ângulos alternos internos de retas paralelas.

$$\beta = \gamma$$

Os ângulos γ e α têm a mesma medida por causa de lei da reflexão.

$$\gamma = \alpha$$

Portanto: $\beta = \gamma = \alpha$

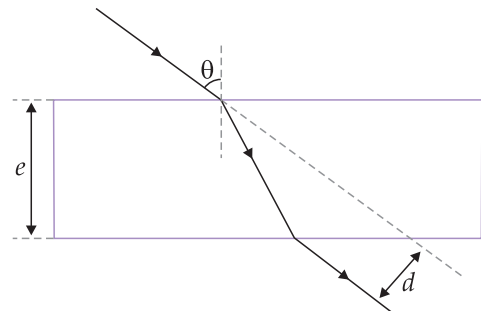
Aplicando-se a lei de Snell vem:

$$n_{ar} \cdot \sin 60^\circ = n_v \cdot \sin \alpha$$

$$1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \cdot \sin \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

03. A figura abaixo representa um raio de luz monocromática que atravessa uma lâmina de faces paralelas de espessura e , sofrendo um deslocamento d . A lâmina está imersa no ar.





a) Sendo $n = 1,5$ o índice de refração da lâmina em relação ao ar e $c = 3,0 \cdot 10^8$ m/s a velocidade da luz no ar, determine a velocidade da luz no interior da lâmina.

b) Variando-se o ângulo de incidência θ , varia o deslocamento d sofrido pelo raio de luz. Qual o valor máximo que esse deslocamento pode assumir?

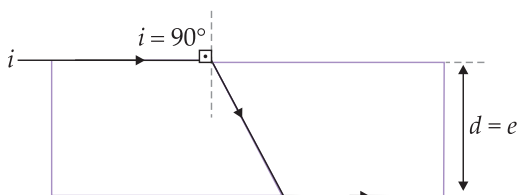
Resolução:

$$a) \quad n_{\text{lâmina, ar}} = \frac{n_{\text{lâmina}}}{n_{\text{ar}}} = \frac{v_{\text{ar}}}{v_{\text{lâmina}}}$$

$$1,5 = \frac{3,0 \cdot 10^8}{v_{\text{lâmina}}}$$

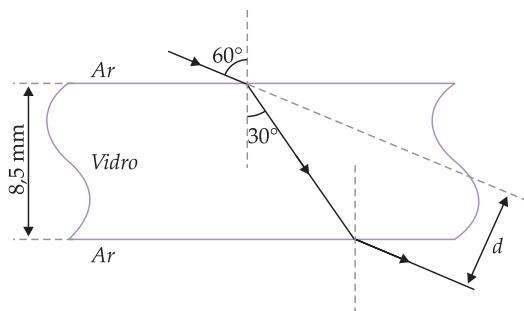
$$v_{\text{lâmina}} = 2,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

b) O máximo desvio lateral se dá quando a incidência é rasante ($i = 90^\circ$).



Neste caso, $d = e$

04. A figura a seguir representa a marcha de um raio de luz monocromática, através de uma lâmina de vidro. Obter o deslocamento lateral d .



Resolução:

O deslocamento é dado por:

$$d = e \frac{\sin(i - r)}{\cos r}$$

em que:

$$\sin(i - r) = \sin(60^\circ - 30^\circ) = \sin 30^\circ = 0,5$$

$$\cos r = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,85$$

$$e = 8,5 \text{ mm}$$

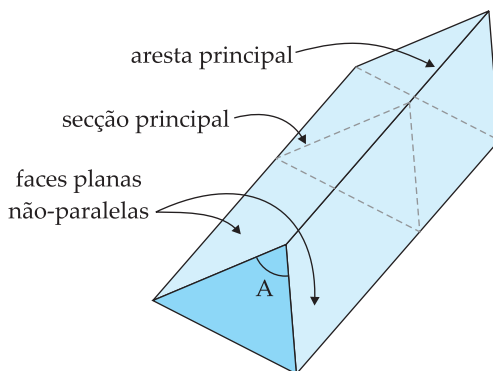
Portanto:

$$d = \frac{8,5 \cdot 0,5}{0,85} = 5,0$$

$$d = 5,0 \text{ mm}$$

5. Prisma Óptico

Um corpo homogêneo e transparente, que tenha duas superfícies planas e não-paralelas, é dito um **prisma óptico**.



Aresta principal: é a intersecção das faces não-paralelas do prisma.

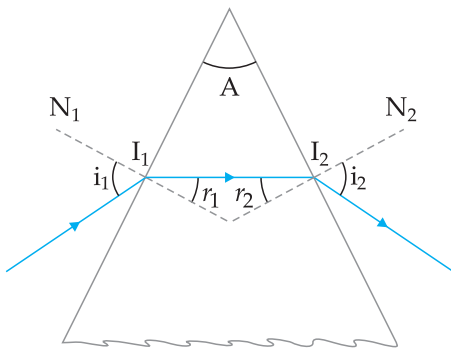
Secção principal: é uma secção transversal perpendicular à aresta principal.

Ângulo de abertura ou ângulo de refringência (A): é o ângulo entre as faces do prisma.

Em todos os casos apresentados daqui por diante em nosso estudo, fica determinado que o meio envolvente do prisma é o ar, que a luz que se refrata no prisma é monocromática e que o raio incidente está contido numa secção principal do prisma.

6. Refração de um Raio de Luz Monocromática em um Prisma

Um raio de luz monocromática incide num prisma de ângulo de abertura A no ponto I_1 , formando com a normal N_1 à superfície do prisma um ângulo de incidência i_1 . Ao ser refratado, o raio de luz forma com a normal N_1 um ângulo de refração r_1 . Depois de atravessar o prisma, o raio de luz sofre mais uma refração, passando do prisma para o ar. Nesta segunda refração, o raio de luz incide no ponto I_2 , formando um ângulo de incidência r_2 com a normal N_2 à outra superfície. O ângulo de refração i_2 é também chamado de ângulo de emergência.

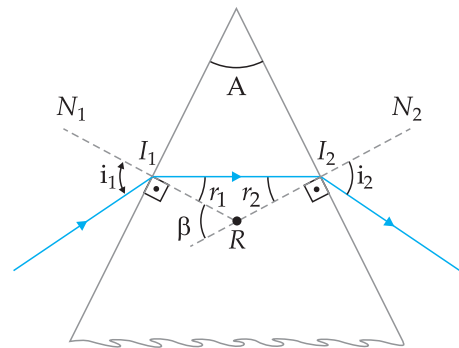


Podemos aplicar a Lei de Snell-Descartes para estas duas refrações, tomando n_1 como o índice de refração absoluto do meio onde se encontra o prisma (ar) e n_2 como índice de refração absoluto do prisma.

1ª Refração: $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin r_1$ (eq. 1)

2ª Refração: $n_2 \sin r_2 = n_1 \sin i_2$ (eq. 2)

Para determinarmos o ângulo de emergência i_2 , utilizaremos uma equação obtida pelo estudo da geometria do prisma:



O ponto R é encontrado pela intersecção dos prolongamentos das normais N_1 e N_2 . Utilizando a propriedade da soma dos ângulos internos de um quadrilátero, temos; no quadrilátero AI_1RI_2 :

$$A + 90^\circ + 90^\circ + I_1 \hat{R} I_2 = 360^\circ$$

$$I_1 \hat{R} I_2 = 180^\circ - A$$

Mas, os ângulos β e $I_1 \hat{R} I_2$ são suplementares. Logo: $\beta = A$.

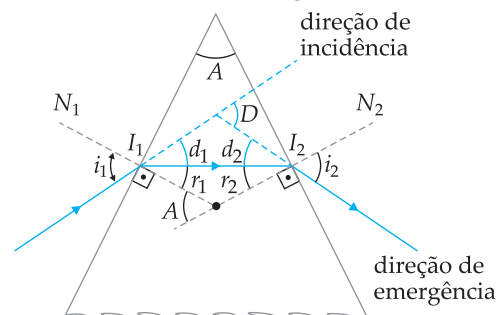
Analisando o triângulo $I_1 R I_2$, concluímos:

$$r_1 + r_2 = A \quad (\text{eq. 3})$$

Com as equações 1, 2 e 3 é possível relacionar os ângulos i_1 e i_2 .

7. Desvio Angular Total

Define-se como desvio angular total o ângulo D , que é o ângulo formado entre as direções de incidência e emergência da luz.



Na primeira refração o desvio d_1 é:

$$d_1 = i_1 - r_1$$



Na segunda refração o desvio d_2 é:

$$d_2 = i_2 - r_2$$

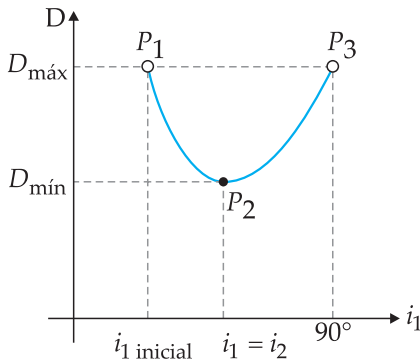
O desvio angular total D é a soma dos desvios d_1 e d_2 :

$$D = d_1 + d_2 \Rightarrow D = i_1 - r_1 + i_2 - r_2$$

Da equação 3, temos: $r_1 + r_2 = A$

Logo: $D = i_1 + i_2 - A$ (eq. 4)

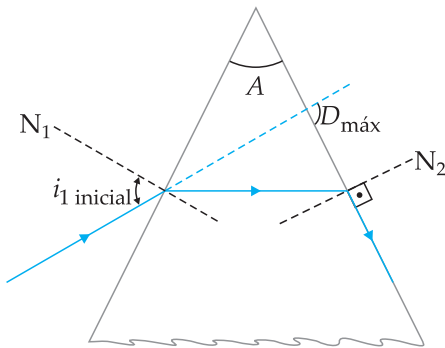
O esboço do gráfico de D , em função do ângulo de incidência i_1 , é:



Analisando as situações correspondentes aos três pontos (P_1 , P_2 e P_3) no gráfico acima.

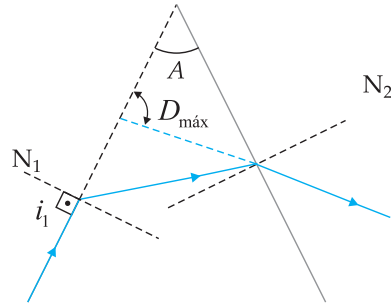
Os pontos P_1 e P_3 correspondem às situações onde o desvio angular total é máximo.

Ponto P_1



Note que, para ângulos menores que $i_{1\text{ inicial}}$, ocorre reflexão interna total na segunda face do prisma. Observe, ainda, que a “emergência rasante” significa que o ângulo de emergência i_2 tende a 90° .

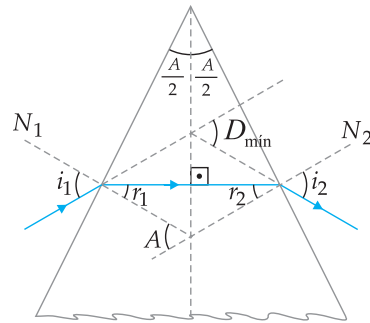
Ponto P_3



Se o ângulo de incidência tender a 90° (incidência rasante), o desvio angular total também será máximo.

O ponto P_2 corresponde à situação de **desvio angular mínimo**.

Ponto P_2

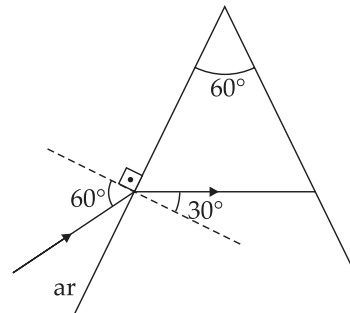


Condição de desvio mínimo:

$$D_{\min} \Leftrightarrow i_1 = i_2$$

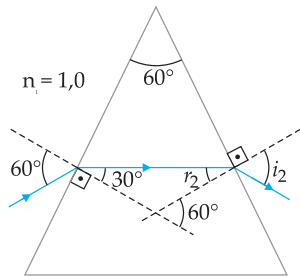
Exercícios Resolvidos

01. Um raio de luz incide na face de um prisma de acordo com a figura dada. Se o meio envolvente é o ar ($n_{\text{ar}} = 1,0$), determine:



- a) O ângulo de emergência i_2 .
b) O desvio angular D sofrido pelo raio de luz.

Resolução: Inicialmente completamos o trajeto da luz através do prisma.



Aplicando o teorema do ângulo externo:

$$r_1 + r_2 = A$$

$$r_2 + 30^\circ = 60^\circ$$

$$r_2 = 30^\circ$$

Aplicando o princípio da reversibilidade

$$r_1 = r_2 \Rightarrow i_1 = i_2$$

$$i_2 = 60^\circ$$

Aplicando a fórmula do desvio

$$D = i_1 + i_2 - A$$

$$D = 60^\circ + 60^\circ - 60^\circ$$

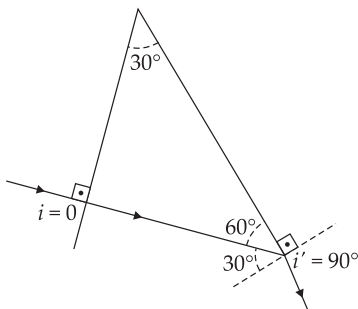
$$D = 60^\circ$$

Resposta

a) 60°

b) 60°

02. Considere um prisma de ângulo de refração igual a 30° , mergulhado no ar.



Qual o valor do índice de refração absoluto do material do prisma, para que um raio luminoso monocromático, incidindo normalmente a uma de suas faces, saia tangenciando a face oposta?

Resolução: Na emergência da luz aplicamos a lei de Snell.

$$n_p \cdot \sin 30^\circ = n_{ar} \cdot \sin 90^\circ$$

$$n_p \cdot \frac{1}{2} = 1 \cdot 1$$

$$n_p = 2,0$$

03. Um prisma óptico, que tem ângulo de abertura igual a 60° , é envolto por ar. Um raio de luz monocromática incide sobre o prisma, cujo índice de refração para a frequência da luz incidente é $\sqrt{2}$, formando um ângulo de incidência i_1 . Determine a trajetória do raio de luz e o desvio angular total D para os ângulos de incidência:

a) $i_1 = 45^\circ$

b) $i_1 \cong 90^\circ$ (incidente rasante)

Resolução:

a) Aplicando a lei de Snell-Descartes na primeira refração:

$$n_{ar} \cdot \sin i_1 = n_{prisma} \cdot \sin r_1$$

$$1 \cdot \sin 45^\circ = \sqrt{2} \cdot \sin r_1$$

$$1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \cdot \sin r_1 \Rightarrow \frac{1}{2} = \sin r_1 \Rightarrow r_1 = 30^\circ$$

Utilizando a equação do ângulo de abertura ($A = r_1 + r_2$), determinamos o ângulo de incidência na segunda refração (r_2):

$$A = r_1 + r_2, \text{ para } A = 60^\circ \text{ e } r_1 = 30^\circ, \text{ temos:}$$

$$60^\circ = 30^\circ + r_2 \Rightarrow r_2 = 30^\circ$$

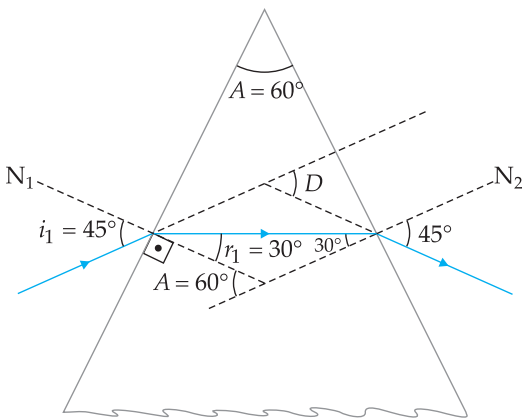


Aplicando a lei de Snell-Descartes na segunda refração:

$$n_p \cdot \sin r_2 = n_{ar} \sin i_2$$

$$\sqrt{2} \cdot \sin 30^\circ = 1 \cdot \sin i_2$$

$$\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} = \sin i_2 \Rightarrow \sin i_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow i_2 = 45^\circ$$



O desvio angular total é:

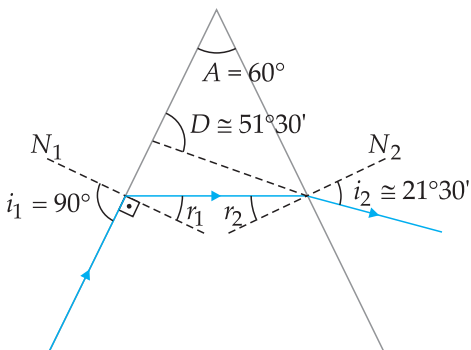
$$D = i_1 + i_2 - A$$

$$D = 45^\circ + 45^\circ - 60^\circ$$

$$D = 30^\circ$$

Note que o desvio angular apresentado é mínimo, uma vez que $i_1 = i_2$ e $r_1 = r_2$.

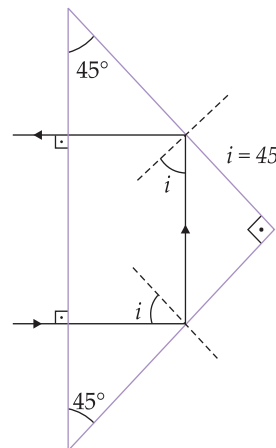
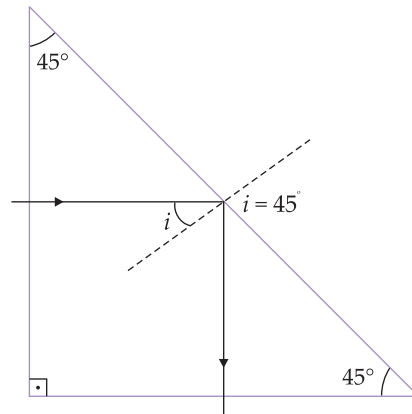
b) No caso de incidência rasante, o ângulo de incidência tende a 90° e a situação proposta está esquematizada na figura seguinte:



8. Prisma de Reflexão Total

Nem sempre ocorre a passagem da luz de um meio mais refringente para um meio menos refringente num dióptro. No caso de um prisma, se o ângulo de incidência na segunda face (r_2) for maior que o ângulo limite do dióptro, ocorrerá reflexão total interna.

Um prisma onde ocorre a reflexão da luz na segunda face é chamado de **prisma de reflexão total**. Estes prismas são utilizados em instrumentos ópticos, como binóculos, lunetas astronômicas, máquinas fotográficas e periscópios.



Para que ocorra reflexão total com ângulo de incidência $i = 45^\circ$, o ângulo limite do dióptro prisma-ar deve ser menor que 45° .

$$L < 45^\circ \Rightarrow \sin L < \sin 45^\circ$$

Portanto, sendo n o índice de refração absoluto do material de que é feito o prisma e lembrando que $\text{sen } L = \frac{n_{\text{ar}}}{n}$, podemos escrever:

$$\frac{n_{\text{ar}}}{n} < \text{sen } 45^\circ$$

$$\frac{1}{n} < \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow n > \sqrt{2}$$

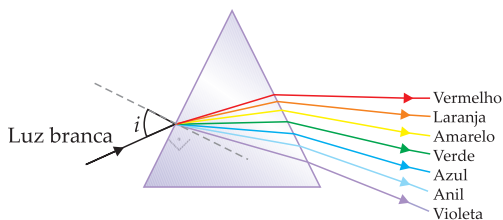
Os prismas de reflexão total devem ser construídos com um material cujo índice de refração em relação ao ar seja maior do que $\sqrt{2}$.

9. Decomposição da Luz Branca por um Prisma

Nossa percepção das cores está associada a três fatores: uma fonte de luz, a capacidade do olho humano em distinguir os estímulos que produzem diferentes cores de luz e os materiais que apresentam cores distintas.

O que denominamos de luz branca é uma mistura ou o resultado da presença simultânea de luz nas seguintes cores: vermelho, alaranjado, amarelo, verde, azul, anil e violeta.

A decomposição da luz branca nas suas cores componentes pode ser observada quando ela incide, por exemplo, num prisma, uma vez que ao atravessá-lo cada uma das cores sofre um desvio diferenciado, pois o índice de refração do vidro depende da frequência da radiação luminosa, e cada cor é caracterizada por uma frequência distinta.



Aplicando-se a lei de Snell no ponto de incidência da luz branca, temos:

$$n_{\text{ar}} \text{sen } i = n_y \text{sen } r$$

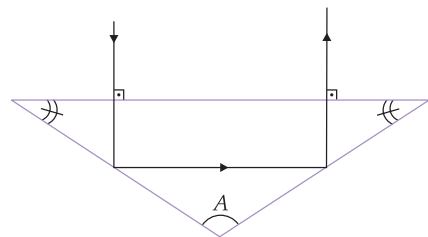
$$\text{sen } r = \frac{n_{\text{ar}} \cdot \text{sen } i}{n_y}$$

O produto $n_{\text{ar}} \text{sen } i$ é o mesmo para todas as cores da luz incidente, porém o valor de n_y depende da frequência. Assim, cada cor tem um valor particular do ângulo de refração, seguindo, conseqüentemente, uma direção própria.

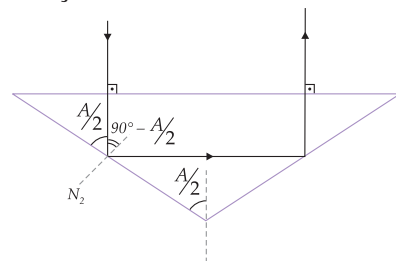
Exercícios Resolvidos

01. Um diamante, a ser lapidado na forma de um prisma, apresenta índice de refração 2,4 para uma determinada frequência de luz monocromática.

Supondo que a luz incidente tenha a frequência citada acima e que deva sofrer reflexão total como mostra a figura abaixo, determine o maior ângulo A com que o diamante deve ser lapidado.



Resolução





O ângulo $\left(90^\circ - \frac{A}{2}\right)$ deve ser maior que o ângulo limite do dióptro diamante – ar:

$$\text{sen } L = \frac{n_{\text{ar}}}{n_p} \Rightarrow \text{sen } L = \frac{1}{2,4} \Rightarrow L = 24,6^\circ$$

Portanto: $90^\circ - \frac{A}{2} > 24,6^\circ \Rightarrow A < 130,8^\circ$

Para que ocorra a reflexão total, o ângulo A do prisma deverá ser menor que $130,8^\circ$. Portanto, o maior ângulo A para o qual ocorre a reflexão total é $130,8^\circ$.

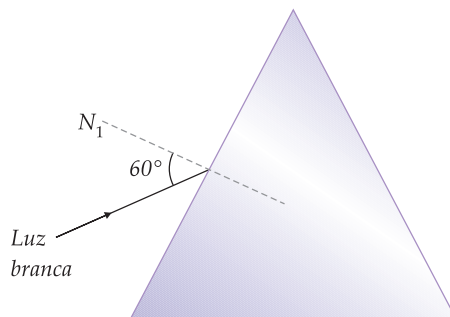
02. Um raio de luz policromática branca incide num prisma com um ângulo de incidência igual a 60° . Sabe-se que o ângulo de abertura do prisma é igual a 60° e que o vidro, que constitui o prisma, apresenta os seguintes índices de refração absoluto, em função da cor da luz incidente:

Cor	Índice de refração
Vermelho	1,414
Alaranjado	1,520
Amarelo	1,590
Verde	1,602
Azul	1,608
Anil	1,701
Violeta	1,732

Sabendo que a luz branca incidente é composta pelas cores componentes apresentadas, pede-se determinar o intervalo de variação do desvio angular total.

Resolução

A componente vermelha, cujo prisma apresenta menor índice de refração, sofrerá menor desvio angular total. Já a componente violeta, para a qual o prisma apresenta o maior índice de refração absoluto, será a componente que terá o maior desvio angular. Portanto, para a determinação do intervalo de variação do desvio angular, basta calcularmos as trajetórias das componentes vermelha e violeta.



Trajетória da cor vermelha:

- Primeira refração

$$n_{\text{ar}} \cdot \text{sen } 60^\circ = n_p \cdot \text{sen } r_1$$

$$1 \cdot 0,866 = 1,414 \cdot \text{sen } r_1$$

$$\text{sen } r_1 = 0,612$$

$$r_1 = 37,8^\circ$$

- Equação da abertura

$$A = r_1 + r_2$$

$$60^\circ = 37,8^\circ + r_2$$

$$r_2 = 22,2^\circ$$

- Segunda refração

$$n_p \cdot \text{sen } r_2 = n_{\text{ar}} \cdot \text{sen } i_2$$

$$1,414 \cdot \text{sen } 22,2^\circ = \text{sen } i_2$$

$$\text{sen } i_2 = 0,535$$

$$i_2 = 32,3^\circ$$

Desvio angular: $D = i_1 + i_2 - A$

$$D = 60^\circ + 32,3^\circ - 60^\circ$$

$$D_{\text{vermelho}} = 32,3^\circ$$

Trajетória da cor violeta:

- Primeira refração

$$n_{\text{ar}} \cdot \text{sen } 60^\circ = n_p \cdot \text{sen } r_1$$

$$1 \cdot 0,866 = 1,732 \cdot \text{sen } r_1$$

$$\text{sen } r_1 = 0,5$$

$$r_1 = 30^\circ$$

- Equação da abertura

$$A = r_1 + r_2$$

$$60^\circ = 30^\circ + r_2$$

$$r_2 = 30^\circ$$

- Segunda refração

$$\text{Como } r_1 = r_2 \Rightarrow i_1 = i_2$$

$$\text{portanto: } i_2 = 60^\circ$$

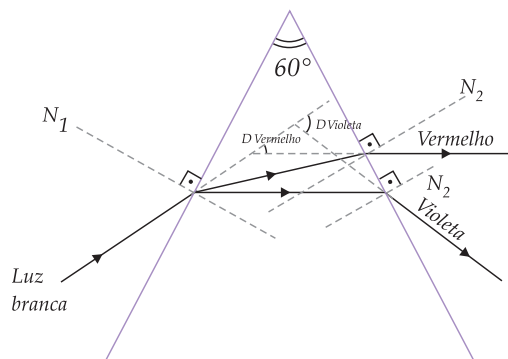
$$\text{Desvio angular: } D = i_1 + i_2 - A$$

$$D = 60^\circ + 60^\circ - 60^\circ$$

$$D = 60^\circ$$

Logo, a luz branca será decomposta, com a componente vermelha sofrendo um desvio angular de $32,3^\circ$ e a componente violeta com um desvio angular de 60° .

Note que as outras cores deverão estar entre as componentes vermelha e violeta.



Logo, o intervalo de variação do desvio angular total vai de $32,3^\circ$ (para a luz vermelha) a 60° (para a luz violeta).



Capítulo 06. Lentes Esféricas

1. Lentes Esféricas Delgadas

1.1. Definição

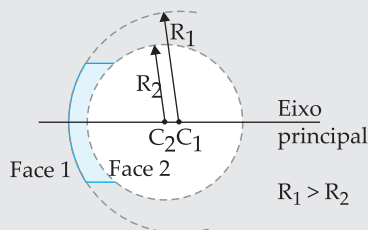
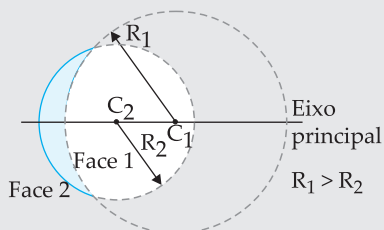
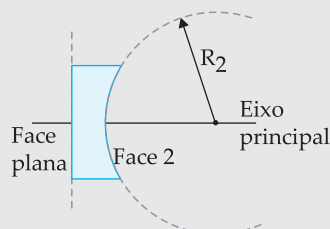
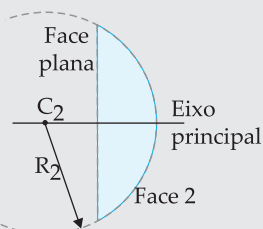
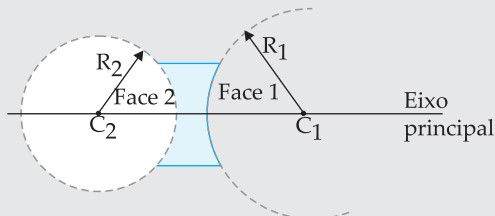
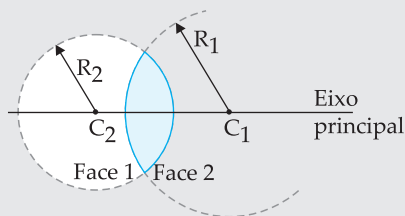
Denomina-se lente esférica uma associação de dois dióptros, dos quais um é necessariamente esférico, e o outro, esférico ou plano. Quando a espessura da lente for desprezível em comparação aos raios de curvatura dos dióptros, ela é dita delgada.

1.2. Forma das Lentes

Conforme os tipos de dióptros associados, podemos ter lentes de bordos finos e lentes de bordos grossos.

Bordos finos	Bordos grossos
Biconvexa 	Bicôncava 
Plano-convexa 	Plano-côncava 
Côncavo-convexa 	Convexo-côncava 
O nome da lente termina com a palavra convexe.	O nome da lente termina com a palavra côncava.

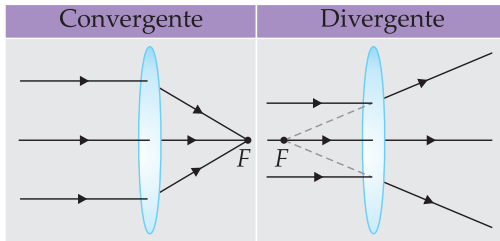
Detalhes construtivos das lentes



Na nomenclatura das lentes, denomina-se em primeiro lugar a face de maior raio de curvatura.

1.3. Comportamento Óptico

Quando um feixe cilíndrico de raios paralelos incide sobre uma lente esférica, esta pode ter dois comportamentos ópticos distintos.



A prática mostra que:

- I. Se o material de que é feita a lente for mais refringente do que o meio onde ela está imersa, são convergentes as lentes de bordos finos e divergentes as lentes de bordos grossos.
- II. Se o material de que é feita a lente for menos refringente que o meio onde ela está imersa, são convergentes as lentes de bordos grossos e divergentes as lentes de bordos finos.

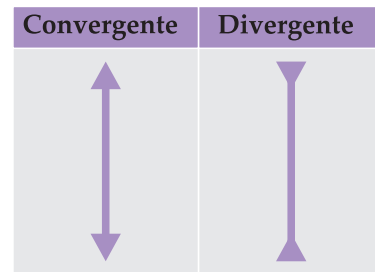
	Convergentes	Divergentes
Geral $n_L > n_{ext}$	Bordos finos	Bordos grossos
Raro $n_L < n_{ext}$	Bordos grossos	Bordos finos

1.4. Representação de uma Lente Delgada

Quando os raios de curvatura dos dioptrios que constituem a lente forem muito maiores do que a espessura da região central, dizemos que a lente é delgada.

REPRESENTAÇÃO DE GAUSS

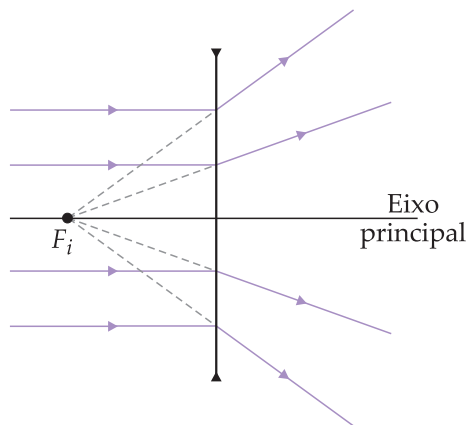
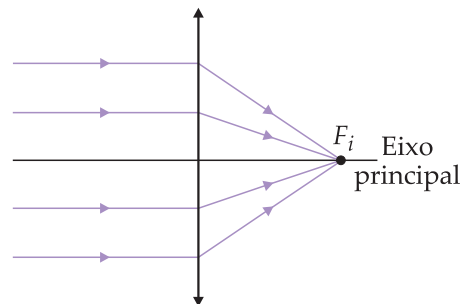
Em geral, o índice de refração de uma lente é maior do que o índice de refração do meio que a envolve. Nessas condições, as lentes de bordos finos são convergentes e as de bordos grossos divergentes. Por isso:



1.5. Elementos das Lentes Esféricas

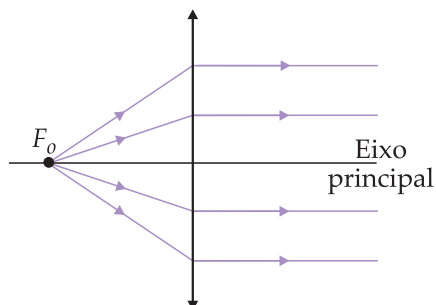
I. FOCOS PRINCIPAIS DE UMA LENTE ESFÉRICA DELGADA

Façamos incidir sobre uma lente esférica um pincel cilíndrico de luz monocromática paralelo ao eixo principal da lente. Ao ser refratado, a luz emerge ou converge para um ponto, se a lente for convergente; ou diverge de um ponto, se a lente for divergente. Este ponto do eixo principal, em relação ao qual a luz converge ou diverge, é chamado **foco principal imagem** (F_i).



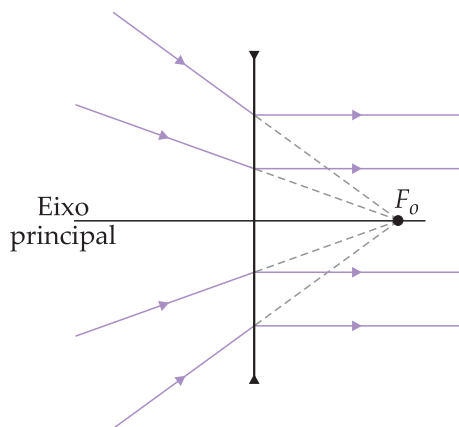


Façamos, agora, incidir um pincel de luz monocromática numa lente esférica, de tal modo que o pincel de luz emergente seja cilíndrico e paralelo ao eixo principal. Para tanto, na lente convergente, ele deverá ser um pincel cônico divergente.



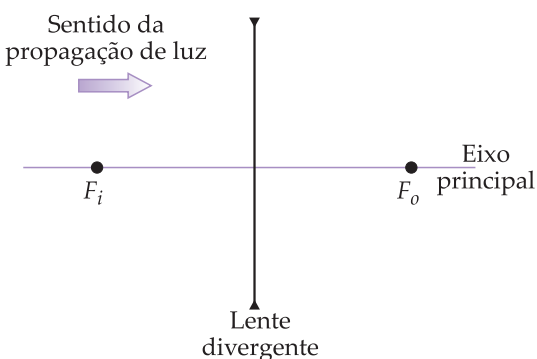
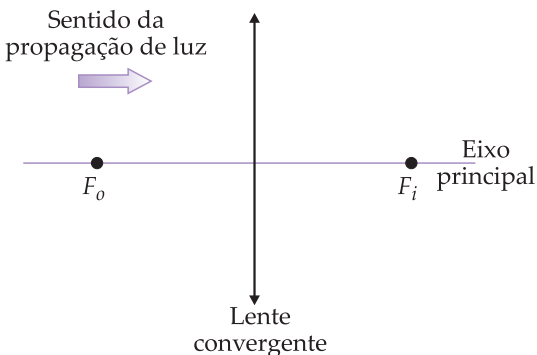
O ponto do eixo principal que coincide com o vértice do pincel cônico divergente é o foco principal objeto (F_o) da lente convergente.

A fim de obter um pincel de luz emergente cilíndrico na lente divergente, o pincel de luz incidente deverá ser cônico convergente.



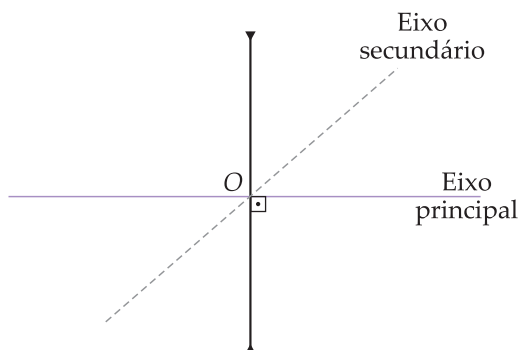
O ponto do eixo principal que coincide com o vértice do pincel cônico divergente é o foco principal objeto da lente divergente.

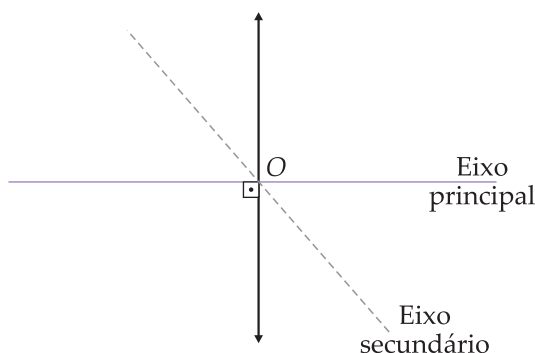
Portanto, uma lente esférica apresenta dois focos principais: o foco principal objeto (F_o) e o foco principal imagem (F_i).



II. Centro óptico

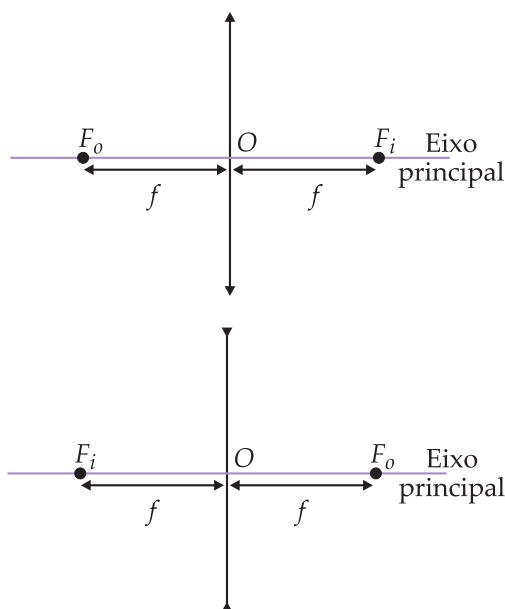
No caso de uma **lente delgada**, o **centro óptico** é encontrado pela intersecção da lente com o eixo óptico. O raio de luz que passa pelo centro óptico, ao ser refratado, não sofre desvio angular nem lateral. Uma reta que passe pelo **centro óptico O** é chamada de **eixo secundário**.





III. Distância Focal

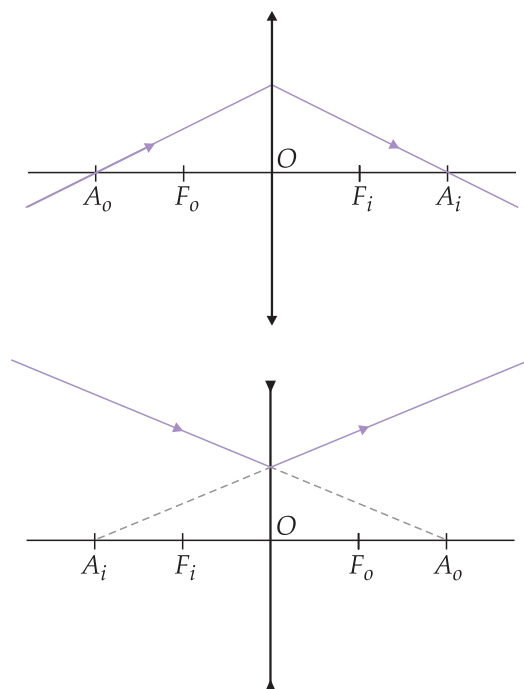
A distância entre o **centro óptico** e um **foco principal** de uma lente é chamada de distância focal (f).



IV. Pontos Antiprincipais

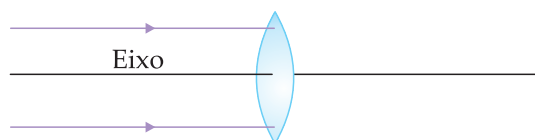
A uma distância igual ao dobro da distância focal do eixo óptico da lente, sobre o eixo principal, encontram-se dois pontos notáveis de uma lente esférica: são os pontos antiprincipais.

Um raio de luz incidente numa lente esférica que passe (ou o seu prolongamento) sobre o ponto antiprincipal objeto é refratado passando (ou seu prolongamento) pelo ponto antiprincipal imagem.



Exercícios Resolvidos

01. A figura representa uma lente de vidro delgada, biconvexa, situada no ar. Raios luminosos que incidam paralelamente ao eixo dessa lente, depois de retratados:



- convergem no centro geométrico da lente.
- divergem do centro geométrico da lente.
- convergem no foco da lente.
- convergem para um ponto a uma distância menor do que a metade da distância focal da lente.
- divergem de um ponto a uma distância igual à metade da distância focal.

Resposta C: Uma lente de bordos finos imersa no ar tem comportamento convergente. Os raios incidentes paralelos retratam-se, passando pelo foco imagem da lente.



02. Uma lente biconvexa de vidro de índice de refração 1,5 é usada em três experiências sucessivas A, B e C. Em todas elas, recebe um feixe de raios paralelos ao seu eixo principal. Na experiência A, a lente está imersa no ar; em B, na água de índice de refração 1,33; e, em C, imersa em bissulfeto de carbono líquido de índice de refração 1,64. O feixe de luz emergente:

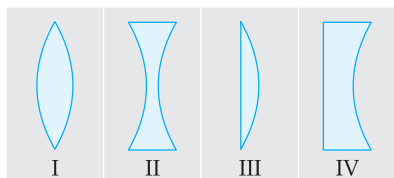
- é convergente nas experiências A, B e C.
- é divergente nas experiências A, B e C.
- é convergente em A e B e divergente em C.
- é divergente em A e B e convergente em C.
- é divergente em A e convergente em B e C.

Resolução

- Experimento A $n_L > n_{Ext}$ ($1,5 > 1,00$)
Bordos finos — convergente
- Experimento B $n_L > n_{Ext}$ ($1,5 > 1,33$)
Bordos finos — convergente
- Experimento C $n_L < n_{Ext}$ ($1,5 < 1,64$)
Bordos finos — divergente

Resposta: C

03. Um estudante deseja queimar uma folha de papel, concentrando, com apenas uma lente, um feixe de luz solar na superfície da folha. Para tal, ele dispõe de 4 lentes de vidro, cujos perfis são mostrados a seguir:



Para concluir seu intento, o estudante poderá usar as lentes:

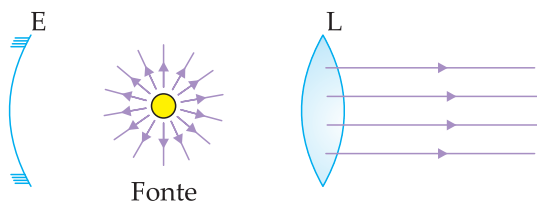
- I ou II somente.
- I ou III somente.
- I ou IV somente.
- II ou III somente.
- II ou IV somente.

Resolução

Para queimar o papel, é necessário que o foco seja real. Para que o foco seja real, é necessário que a lente seja convergente. Para que a lente seja convergente, é necessário que ela seja de bordos finos. Portanto, as lentes I ou III.

Resposta B

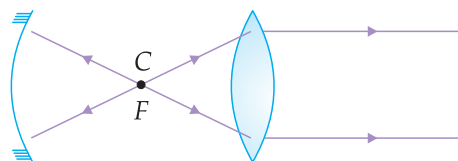
04. Uma lanterna é construída com um espelho esférico E e uma lente convergente L. A lâmpada, de filamento incandescente muito pequeno, deve ficar situada de modo que este coincida:



- com o foco da lente e com o foco do espelho.
- com o foco da lente e com o centro de curvatura do espelho.
- com o centro de curvatura do espelho e com o centro óptico da lente.
- com o centro óptico da lente e com o foco do espelho.
- com o foco do espelho simplesmente.

Resolução

A lâmpada deve ser colocada no centro do espelho e no foco objeto da lente, de tal forma que os raios de luz que incidam no espelho retornem sobre si mesmos.

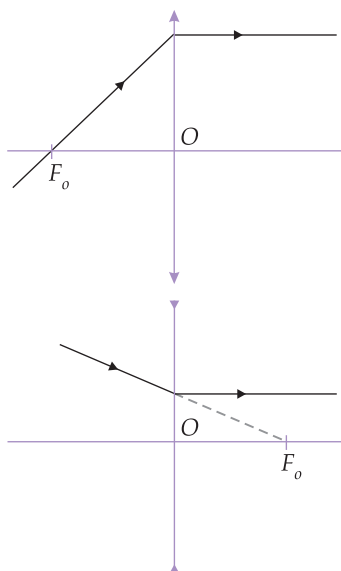


Resposta: B

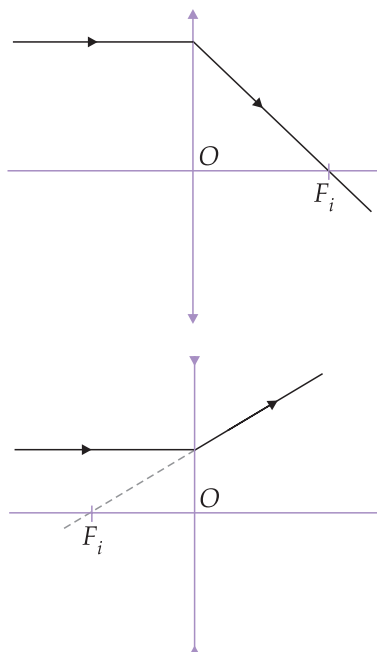
2. Raios de Luz Notáveis

Faz-se necessário, para a construção geométrica das imagens em uma lente esférica, o estudo da refração de alguns raios de luz notáveis:

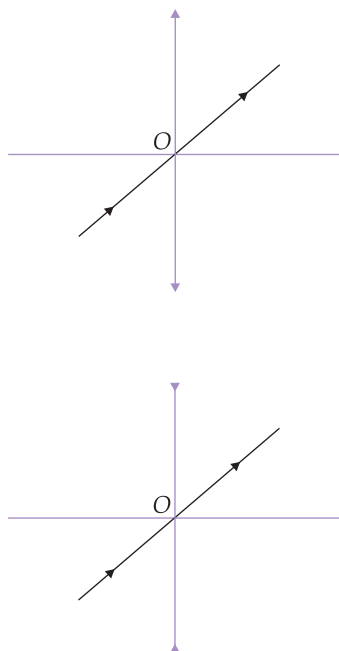
1º) Todo raio de luz incidente (ou seu prolongamento) que passe pelo foco objeto (F_o) de uma lente esférica é refratado paralelo ao eixo principal.



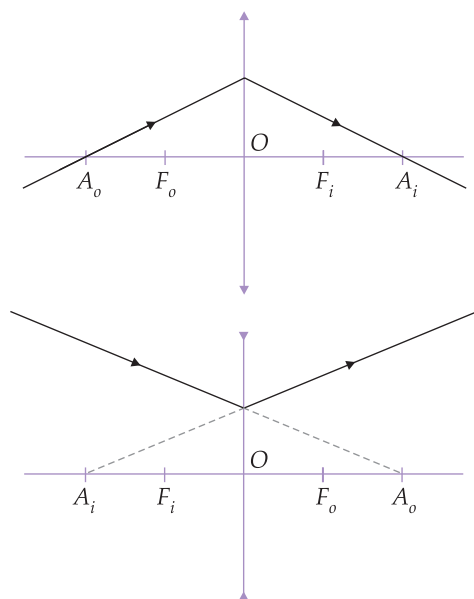
2º) Todo raio de luz incidente paralelo ao eixo principal é refratado passando (ou seu prolongamento) pelo foco imagem (F_i).



3º) Todo raio de luz incidente, numa lente esférica delgada, passando sobre o eixo óptico da lente não sofre desvio ao ser refratado.



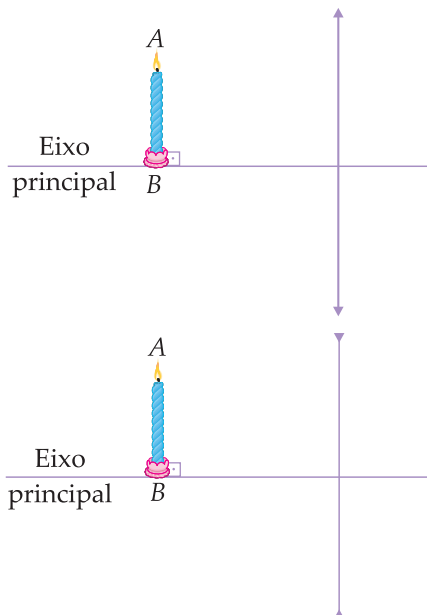
4º) Todo raio de luz incidente numa lente esférica que passe (ou seu prolongamento) pelo ponto antiprincipal objeto (A_o) é refratado passando (ou seu prolongamento) pelo ponto antiprincipal imagem (A_i).





3. Construção Geométrica das Imagens

Um objeto extenso, luminoso ou iluminado, é colocado perpendicularmente ao eixo principal de uma lente esférica.

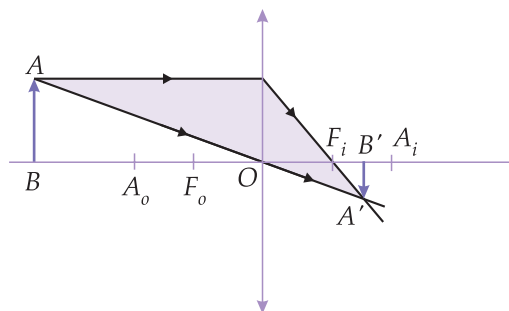


Para determinar a imagem desse corpo extenso, devemos encontrar a imagem do ponto A e a do ponto B. Para determinarmos a imagem do ponto A, utilizamos duas das propriedades apresentadas no item anterior. Já a imagem do ponto B, que está situada no eixo principal, pode ser determinada por uma perpendicular ao eixo principal que passa pela imagem do ponto A, uma vez que o objeto foi colocado perpendicularmente sobre o eixo principal.

Assim, considerando apenas objetos reais:

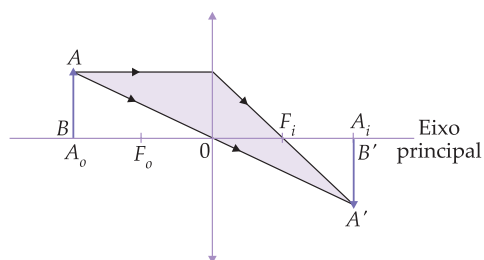
3.1. Lente Convergente

a) Objeto real colocado antes do ponto antiprincipal objeto.



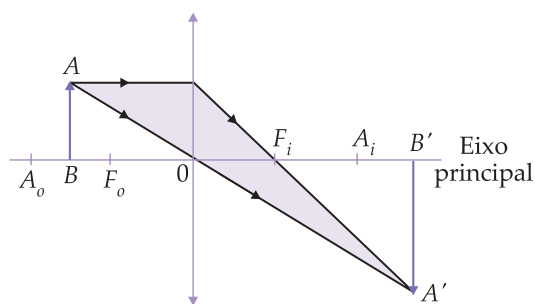
A imagem é menor, real e invertida.

b) Objeto real colocado no ponto antiprincipal objeto.



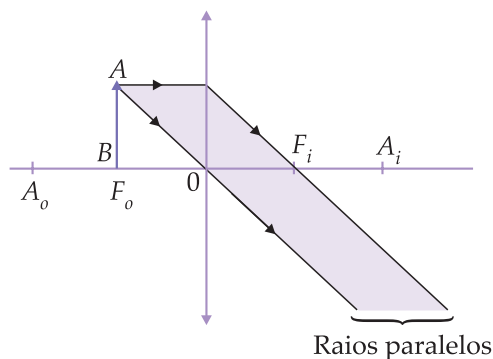
A imagem é igual, real e invertida.

c) Objeto real colocado entre o antiprincipal objeto (A_o) e o foco objeto (F_o).



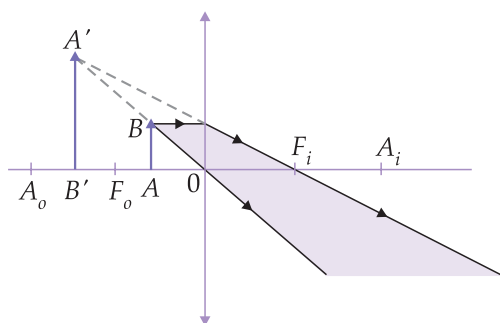
A imagem é maior, real e invertida.

d) Objeto real colocado sobre o foco principal objeto (F_o).



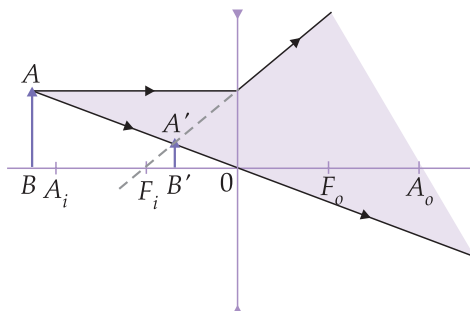
A imagem é imprópria.

e) Objeto real colocado entre o foco principal objeto (F_o) e o centro óptico (O).



A imagem é maior, virtual e direita.

3.2. Lente Divergente



A imagem é menor, virtual e direita.

Observação importante

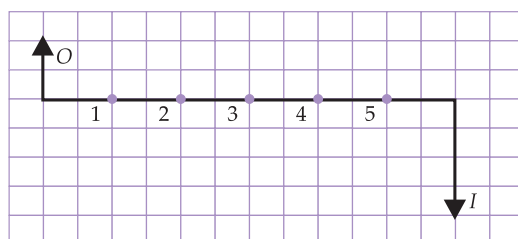
A imagem real de um objeto real é invertida, e a imagem virtual de um objeto real é direita.

Objeto e imagem de mesma natureza	$\Rightarrow$	Imagem invertida
Objeto e imagem de naturezas opostas	$\Rightarrow$	Imagem direita

Exercícios Resolvidos

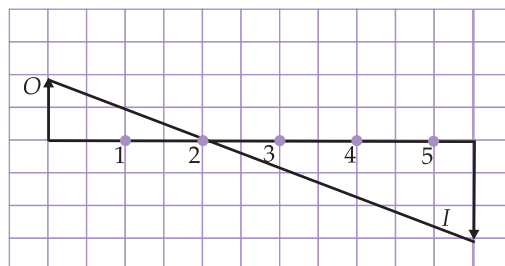
01. No esquema estão representados um objeto real O e sua imagem real I , conjugada por uma lente delgada. O centro óptico da lente coincide com a posição indicada pelo número:

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5



Resolução:

A extremidade do objeto, a extremidade da imagem e o centro óptico da lente estão sempre alinhados.

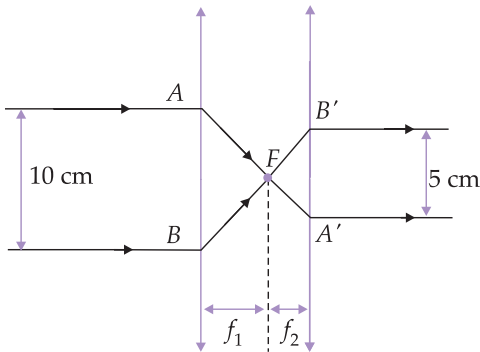


O centro óptico é o ponto 2.

Resposta B



02. A figura a seguir representa duas lentes esféricas delgadas com os seus eixos ópticos coincidentes.



Com base nessa informação, podemos afirmar que:

- a) $f_1 + f_2 = 10 \text{ cm}$
- b) $f_1 + f_2 = 15 \text{ cm}$
- c) $f_1 = 2 f_2$
- d) $f_2 = 2 f_1$
- e) $f_1 = 10 \text{ cm}$ e $f_2 = 5,0 \text{ cm}$.

Resolução

Os triângulos ABF e $A'B'F$ são semelhantes.

$$\frac{10}{f_1} = \frac{5}{f_2}$$

$$f_1 = 2 f_2$$

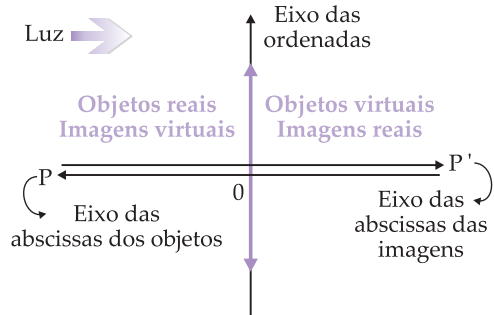
Resposta C

4. Estudo Analítico das Lentes Esféricas Delgadas

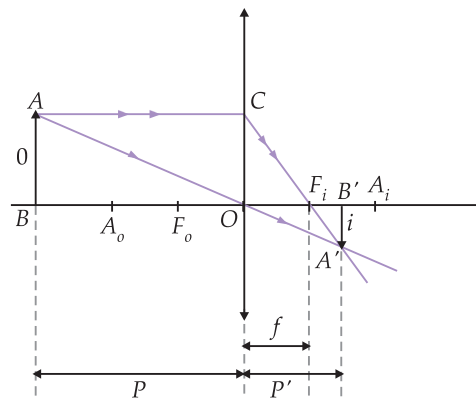
No Estudo Analítico das Lentes Delgadas, iremos utilizar um sistema de referência, o referencial de Gauss.

O referencial de Gauss consiste em três eixos: o eixo das ordenadas, o eixo das abscissas dos objetos e o eixo das abscissas das imagens. O eixo das ordenadas é colocado sobre a lente delgada. O eixo das abscissas dos objetos é colocado sobre o eixo principal da lente e orientado contra o sentido de propagação da luz. Já o eixo das abscissas das imagens, que também é colocado sobre o eixo principal, é orientado a

favor do sentido de propagação da luz. A origem dos eixos é o centro óptico da lente.



Consideremos para uma lente convergente, o objeto AB e a correspondente imagem conjugada $A'B'$.



Na figura acima, o triângulo ABO é semelhante ao triângulo $A'B'O$; e o triângulo COF_i é semelhante ao triângulo $A'B'F_i$.

Na semelhança $\Delta ABO \sim \Delta A'B'O$

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{B'O}}{\overline{BO}}, \text{ como,}$$

$\overline{A'B'} = -i$, $\overline{AB} = o$, $\overline{B'O} = p'$ e $\overline{BO} = p$, temos;

$$A = \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}$$

Equação do aumento linear transversal.

Na semelhança $\Delta COF_i \sim \Delta A'B'F_i$:

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{CO}} = \frac{\overline{F_i B'}}{\overline{F_i O}} \quad \text{ou} \quad \frac{-i}{o} = \frac{p'-f}{f}$$

Substituindo $\frac{i}{o}$ na equação do aumento, vem:

$$\frac{p'}{p} = \frac{p' - f}{f} \Rightarrow p' f = p' p - p f \quad (\text{equação 3})$$

Dividindo ambos os membros da equação 3 por $p \cdot p' \cdot f$:

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p'}$$

ou seja:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

Equação de conjugação de Gauss.

As equações acima deduzidas são válidas com a convenção de sinais de Gauss.

Elemento real	abscissa positiva
Elemento virtual	abscissa negativa
Imagem direita	$\frac{i}{o} > 0$
Imagem invertida	$\frac{i}{o} < 0$

Exercícios Resolvidos

01. (ITA-SP) Um objeto tem altura $h_o = 20$ cm e está situado a uma distância $d_o = 30$ cm de uma lente. Esse objeto produz uma imagem virtual de altura $h_i = 4,0$ cm. A distância da imagem à lente, a distância focal e o tipo de lente são, respectivamente:

- 6,0 cm; 7,5 cm; convergente
- 1,7 cm; 30 cm; divergente
- 6,0 cm; -7,5 cm; divergente
- 6,0 cm; 5,0 cm; divergente
- 1,7 cm; -5,0 cm; convergente

Resolução

$$A = \frac{i}{o} \Rightarrow A = \frac{4}{20} \Rightarrow A = \frac{1}{5}$$

$$A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{-p'}{30} \Rightarrow p' = -6 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{30} + \frac{1}{-6} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1-5}{30}$$

$$f = -7,5 \text{ cm} \Rightarrow \text{lente divergente}$$

Resposta: C

02. (EfeS) Um objeto de altura $AB = 10$ cm é colocado a uma distância de 20 cm de uma lente. Verifica-se a formação de uma imagem virtual do objeto, com altura $A'B' = 5$ cm.

- Qual a distância da imagem à lente?
- Qual é a distância focal e o tipo da lente?

Resolução

$$\left. \begin{array}{l} i = 5 \text{ cm} \\ o = 10 \text{ cm} \end{array} \right\} A = \frac{i}{o} \Rightarrow A = \frac{5}{10} \Rightarrow A = \frac{1}{2}$$

$$A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{-p'}{20} \Rightarrow p' = -10 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{20} + \frac{1}{-10}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1-2}{20} \Rightarrow \frac{1}{f} = -\frac{1}{20} \Rightarrow f = -20 \text{ cm}$$

Resposta:

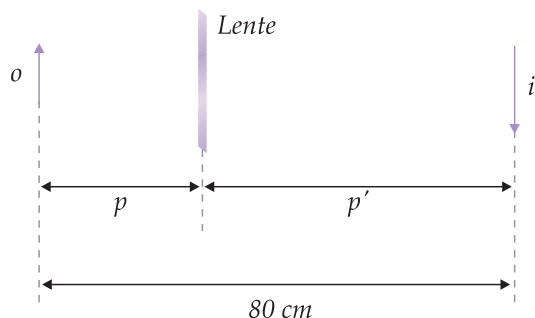
- A distância da imagem à lente é 10 cm.
- A distância focal é -20 cm e a lente é divergente.

03. (Fuvest-SP) A distância entre um objeto e uma tela é de 80 cm. O objeto é iluminado e, por meio de uma lente delgada posicionada adequadamente entre o objeto e a tela, uma imagem do objeto, nítida e ampliada três vezes, é obtida sobre a tela. Para que isto seja possível, a lente deve ser:

- convergente, com distância focal de 15 cm, colocada a 20 cm do objeto.
- convergente, com distância focal de 20 cm, colocada a 20 cm do objeto.
- convergente, com distância focal de 15 cm, colocada a 60 cm do objeto.
- divergente, com distância focal de 15 cm, colocada a 60 cm do objeto.
- divergente, com distância focal de 20 cm, colocada a 20 cm do objeto.



Resolução



Para que a imagem seja projetada, ela deve ser real. Quando objeto e imagem são reais, a imagem é invertida. Portanto:

$$A = \frac{-p'}{p} \Rightarrow -3 = \frac{-p'}{p} \Rightarrow p' = 3p$$

$$\text{mas, } p + p' = 80 \text{ cm}$$

$$p + 3p = 80 \text{ cm}$$

$$p = 20 \text{ cm}$$

$$p' = 60 \text{ cm}$$

Da equação dos pontos conjugados de Gauss, temos:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{20} + \frac{1}{60}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{3+1}{60} \Rightarrow f = 15 \text{ cm}$$

Sendo $f = 15 \text{ cm}$ um valor positivo, concluímos que a lente é convergente.

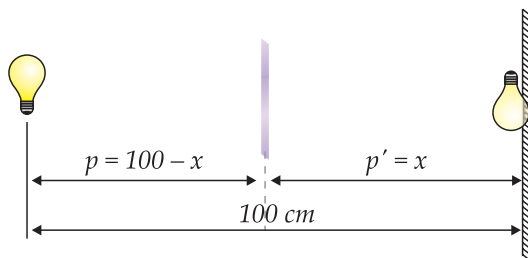
Sendo $p = 20 \text{ cm}$, concluímos que o objeto deve ser posicionado a 20 cm da lente.

Resposta: A

04. (ITA-SP) Uma pequena lâmpada é colocada a 1,0 m de distância de uma parede. Pedese a distância a partir da parede em que deve ser colocada uma lente de distância focal 22,0 cm, para produzir, na parede, uma imagem nítida e ampliada da lâmpada.

- a) 1,40 cm
- b) 26,2 cm
- c) 32,7 cm
- d) 67,3 cm
- e) 70,0 cm

Resolução



Da equação de conjugação de Gauss, vem:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{22,0} = \frac{1}{100 - x} + \frac{1}{x}$$

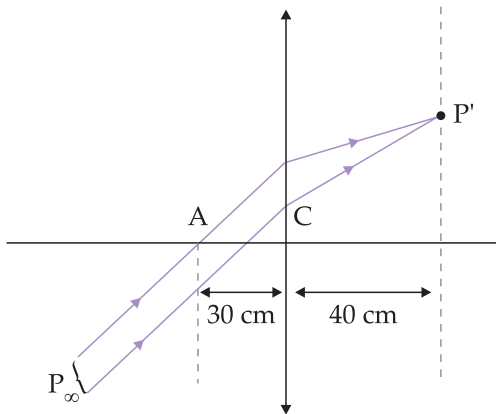
$$\frac{1}{22,0} = \frac{100 - x + x}{x(100 - x)} \Rightarrow 100x - x^2 = 2200$$

$$x^2 - 100x + 2200 = 0 \begin{cases} x_1 = 67,3 \text{ cm} \\ x_2 = 32,7 \text{ cm} \end{cases}$$

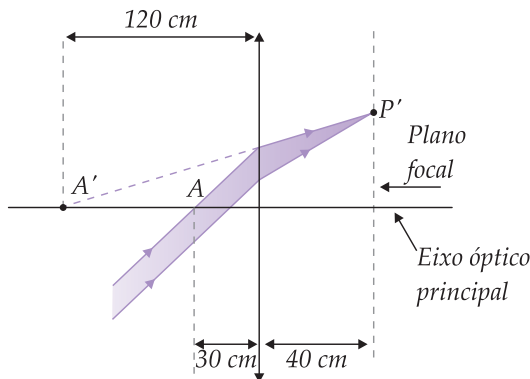
O enunciado pede que a imagem seja ampliada. Portanto, devemos ter $p' > p$ e a alternativa correta é 67,3 cm.

Resposta: D

05. (FEI-SP) É dada a lente delgada indicada na figura. Para o ponto objeto A, determinar a posição e natureza da imagem A'.



Resolução



O ponto objeto P_∞ é impróprio, o ponto p' será, conseqüentemente, um foco imagem secundário e, portanto, a distância focal da lente é $f = 40$ cm.

Assim:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{30} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{40}$$

$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{40} - \frac{1}{30} = \frac{3,0 - 4,0}{120}$$

$$\frac{1}{p'} = \frac{-1,0}{120} \Rightarrow p' = -120 \text{ cm}$$

A imagem é virtual e se encontra a 120 cm da lente, do mesmo lado que o objeto e sobre o eixo óptico principal.

5. Convergência ou Vergência de uma Lente Delgada

Define-se **convergência** ou **vergência** de uma lente esférica delgada como o inverso da distância focal:

$$V = \frac{1}{f}$$

A unidade da convergência no SI é a dioptria (di).

$$[V] = \frac{1}{[f]} \Rightarrow [V] = \frac{1}{m} = m^{-1} \Rightarrow [V] = \text{di}$$

A **convergência** ou **vergência** mede a capacidade de uma lente de convergir ou divergir os raios de luz incidentes. Assim, quanto maior for a **distância focal** f , menor será a convergência V da lente.

$$\text{Lente convergente} \Leftrightarrow V > 0 \Leftrightarrow C > 0$$

$$\text{Lente divergente} \Leftrightarrow V < 0 \Leftrightarrow C < 0$$

6. Equação dos Fabricantes de Lentes (Equação de Halley)

A relação existente entre os raios das superfícies de uma lente, os índices de refração dos meios que envolvem a lente e que a constituem, e a distância focal da lente é dada pela equação:

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

Em que:

- a) R_1 e R_2 são os raios de curvatura das faces da lente.



- b) n é o índice de refração relativo da lente em relação ao meio externo.

$$n = \frac{n_{\text{lente}}}{n_{\text{externo}}}$$

Convenção de sinais

Lente convergente	→	$f > 0$
Lente divergente	→	$f < 0$
Face convexa	→	$R > 0$
Face côncava	→	$R < 0$

7. Justaposição de Lentes

Um modo de diminuir as aberrações cromáticas provocadas por uma lente é justapor duas lentes esféricas. A associação de lentes se comporta como uma única lente, chamada de **lente equivalente**.

A convergência dessa lente equivalente é dada pela soma das convergências das lentes que compõe a associação:

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + \dots + C_n$$

em que:

C_{eq} : é a convergência da lente equivalente.

C_1 : é a convergência da primeira lente.

C_n : é a convergência da última lente que compõe a associação.

Na prática, o uso da associação de lentes tem grande utilidade para atenuar as aberrações cromáticas.

Exercícios Resolvidos

01. Determine a vergência de uma lente plano-convexa de raio 5,0 cm feita de vidro, de índice de refração 1,5 imersa no ar, cujo índice de refração é 1,0.

Resolução

De acordo com a convenção de sinais vem:

$$R_1 = +5,0 \text{ cm (face convexa)}$$

$$\frac{1}{R_2} = 0 \text{ (face plana)}$$

O índice de refração relativo é n .

$$n = 1,5$$

Aplicando-se a equação dos fabricantes:

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\frac{1}{f} = (1,5-1) \frac{1}{5} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{10}$$

$$f = 10 \text{ cm} = 0,10 \text{ m}$$

$$V = \frac{1}{f} = \frac{1}{0,10} = 10 \text{ di}$$

A lente é convergente porque a distância focal resultou positiva.

02. Calcular a distância focal de uma lente de vidro de índice de refração 1,5 imersa no ar, sabendo-se que a face convexa tem raio 10 cm e face côncava, 20 cm.

Resolução

De acordo com a convenção de sinais vem:

$$R_1 = 10 \text{ cm (face convexa)}$$

$$R_2 = -20 \text{ cm (face côncava)}$$

O índice de refração relativo da lente em relação ao meio externo é n .

$$n = \frac{1,5}{1} = 1,5$$

Aplicando-se a equação dos fabricantes:

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\frac{1}{f} = (1,5-1) \left(\frac{1}{-20} + \frac{1}{10} \right)$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(-1+2)}{20} = \frac{1}{40} \Rightarrow f = 40 \text{ cm}$$

A lente é convergente porque a distância focal resultou positiva.

03. Qual a vergência de uma lente divergente de distância focal $-4,0$ cm

Resolução

A vergência ou potência de uma lente é dada por:

$$V = \frac{1}{f}$$

$$f = -4,0 \text{ cm} = -0,04 \text{ m}$$

$$\text{Portanto: } V = -\frac{1}{0,04} = -25 \Rightarrow V = -25 \text{ di}$$

04. Mediante uma lente delgada, um estudante acende uma chama numa folha de papel situada a 20 cm da lente, aproveitando a luz solar. Qual a distância focal e qual a vergência da lente?

Resolução

Para acender a chama na folha de papel, é necessário que o foco seja real e, conseqüentemente, a lente convergente com o foco situado a 20 cm do centro óptico.

$$f = 20 \text{ cm} = 0,20 \text{ m}$$

$$V = \frac{1}{f}$$

$$V = \frac{1}{0,20} = 5,0 \text{ di}$$



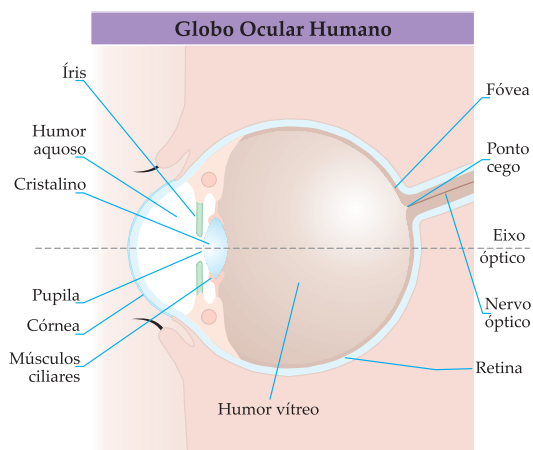
Capítulo 07. Óptica da Visão

1. O Mecanismo da Visão

A óptica da visão é o capítulo da Óptica que estuda a formação de imagens no olho humano, os defeitos da visão, bem como o modo de corrigi-los.

1.1. O olho humano

O olho humano é uma câmara escura de orifício cujo comportamento é bastante semelhante ao de uma câmara fotográfica.



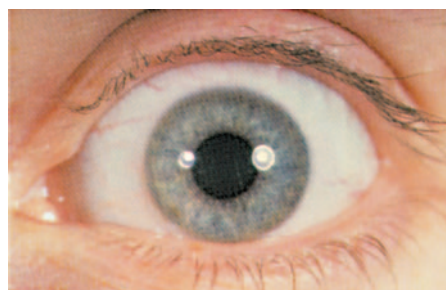
O exame do globo ocular mostra que ele é constituído por um conjunto de meios transparentes, separados uns dos outros por superfícies aproximadamente esféricas, envolvidas por uma membrana branca e opaca denominada **esclerótica**.

A **córnea** é uma membrana transparente com índice de refração próximo de 1,33. O **cristalino** é uma lente biconvexa convergente e a **retina** uma membrana sensível à luz. Os **músculos ciliares** comprimem e relaxam o cristalino, alterando-lhe a distância focal.

1.2. Adaptação Visual

A quantidade de luz que penetra no olho deve ser, dentro de certos limites, praticamente constante. Para tanto, a pupila assume aber-

turas convenientes, dilatando-se em recintos pouco iluminados e contraindo-se em recintos de muita luz. Esse trabalho realizado pela pupila é denominado **adaptação visual**.



Olho adaptado a locais escuros

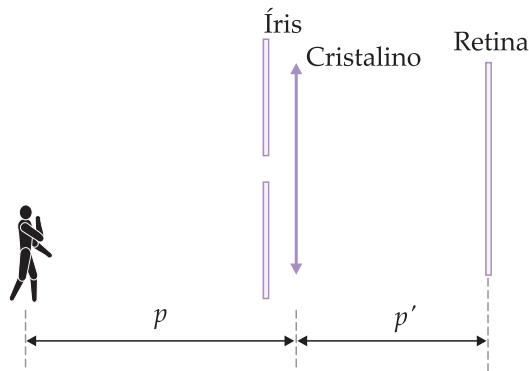


Olho adaptado a locais claros

1.3. Acomodação Visual

Normalmente, podemos enxergar objetos situados desde uma distância média (convencional) de 25 cm até o infinito. À medida que visualizamos objetos cada vez mais afastados, o olho humano realiza o mecanismo de focalização, denominado de acomodação visual. Neste processo, o cristalino, que é constituído de material flexível, tem a sua curvatura alterada pelos músculos ciliares e, com isto, a distância focal do cristalino se altera para que a imagem seja formada sempre na retina.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$



Para cada posição do objeto o cristalino assume uma distância focal conveniente de modo a acomodar a imagem sobre a retina.

Para efeito de cálculo, vamos adotar como iguais os raios da curvatura das faces R_1 e R_2 (em realidade são diferentes).

Sabe-se que:

$$\frac{1}{f} = (n_{2,1} - 1) \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} \right)$$

Fazendo-se:

$$R_1 = R_2 = R$$

vem:

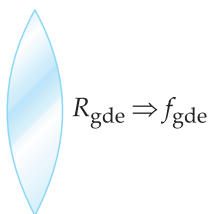
$$\frac{1}{f} = (n_{2,1} - 1) \frac{2}{R}$$

$$f = \left(\frac{R}{2(n_{2,1} - 1)} \right)$$

A equação acima evidencia o fato de que f diminui à medida que R diminui.

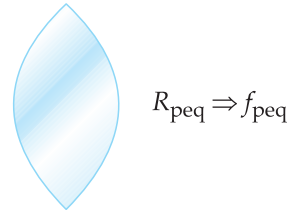
Objeto Afastado

$R_{gde} \Rightarrow$ cristalino relaxado = olho acomodado para ver de longe.



Objeto Próximo

$R_{peq} \Rightarrow$ cristalino comprimido = olho acomodado para ver de perto.



1.4. Ponto Próximo e Ponto Remoto

Para o objeto afastado (situado no infinito) a imagem se forma nítida sobre a retina, com os músculos ciliares relaxados. A distância focal do cristalino é máxima, igual à distância entre a retina e o cristalino, sendo esta a situação de menor esforço visual.

Aproximando-se cada vez mais o objeto, a distância focal vai diminuindo em virtude de uma compressão cada vez maior do cristalino e, portanto, o esforço visual é cada vez mais intenso.

Existirá então uma posição do objeto para a qual os músculos ciliares realizam sua máxima compressão sobre o cristalino, correspondente a uma distância focal mínima e máximo esforço visual.

Se ainda aproximarmos o objeto, como a distância focal não pode diminuir mais, a imagem não ficará nítida, pois não se formará na retina.

O ponto mais próximo da vista para o qual a imagem ainda é nítida é denominado **ponto próximo** e a sua distância do olho é a **distância mínima de visão distinta**.

Para o olho normal, o ponto mais afastado que pode ser visto com nitidez está no infinito; porém, para olhos anormais esse ponto pode estar a distâncias finitas, sendo então denominado **ponto remoto** e a sua distância ao olho, **distância máxima de visão distinta**.



1.5. Amplitude de Acomodação

É a grandeza a definida pela expressão

$$a = \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{D} \right)$$

Sendo d a distância mínima de visão distinta e sendo D a distância máxima de visão distinta.

Para um observador normal

$$D \rightarrow \infty \quad e \quad a = 1/d$$

Observe que a tem dimensão de inverso do comprimento, costumando ser medido em dioptrias (inverso do metro).

Sendo de aproximadamente 25 cm a distância mínima de visão distinta, teremos:

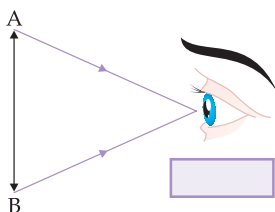
$$d = 25 \text{ cm} = 1/4 \text{ m}$$

$$a = 4 \text{ di}$$

1.6. Acuidade Visual

Para que dois pontos objetos A e B sejam vistos distintamente, eles devem ser observados sob um ângulo mínimo, da ordem de um minuto, denominado **acuidade visual**.

$$\alpha \cong 1 \text{ minuto}$$



Se o ângulo visual for inferior ao de acuidade visual, as imagens A' e B' formar-se-ão numa mesma célula sensitiva da retina e teremos a impressão de um ponto único.

1.7. Zona de Acomodação

Para que um ponto objeto possa ser visto com nitidez, ele deve situar-se entre o ponto máximo e o ponto remoto do olho.

A região do espaço compreendida entre tais pontos é denominada **zona de acomodação** ou **intervalo de visão distinta**.

1.8. A Cor dos Corpos

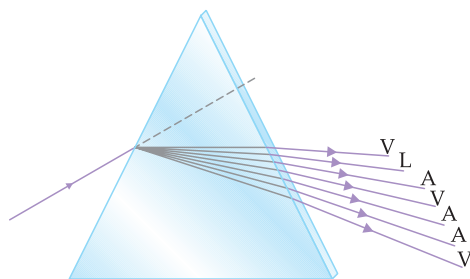
A percepção das cores, pelo olho humano, está associada a três fatores: uma fonte de luz, a capacidade do olho humano em diferenciar os estímulos produzidos por diferentes cores de luz e os materiais que apresentam cores distintas.



A luz branca é uma mistura ou o resultado da presença concomitante de luz nas seguintes cores:

VLAVAAV – Vermelho – Laranja – Amarelo – Verde – Azul – Anil – Violeta

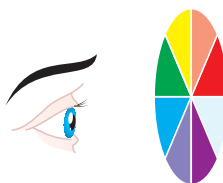
Prisma – decomposição da luz branca



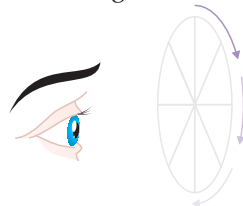
Disco de Newton – composição da luz branca

Disco em repouso

Disco girando

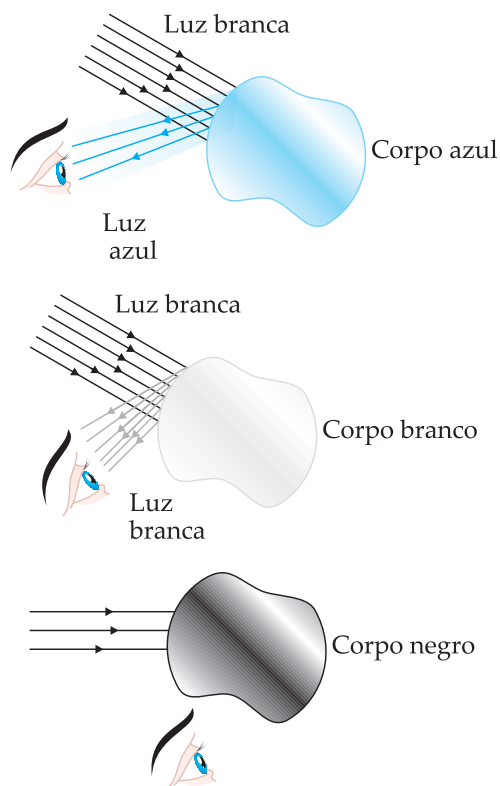


"Gomos" coloridos



Branco

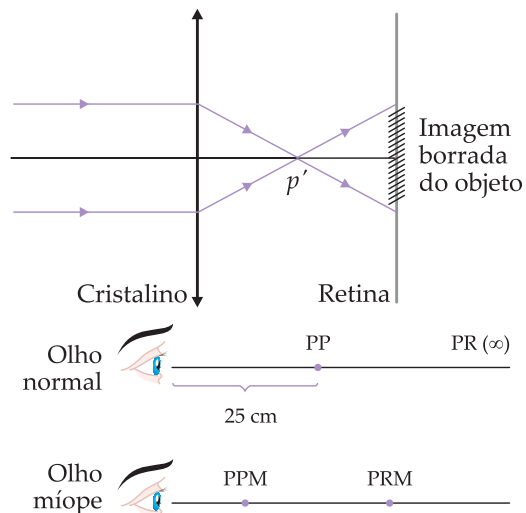
A cor que um corpo apresenta por reflexão é determinada pelo tipo de luz que ele reflete difusamente. Assim, por exemplo, um corpo, ao ser iluminado pela luz branca, se apresenta azul porque reflete difusamente a luz azul e absorve as demais. Um corpo iluminado pela luz branca se apresenta branco porque reflete difusamente as luzes de todas as cores. Um corpo negro absorve-as totalmente.



2. Defeitos da Visão

2.1. Miopia

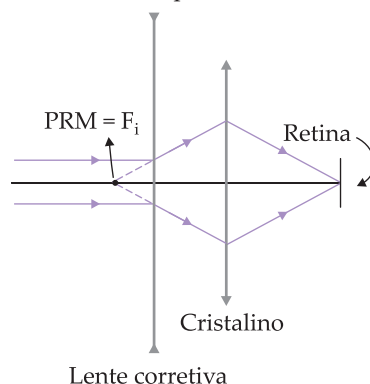
A miopia constitui uma anomalia em razão de um alongamento do globo ocular, fazendo com que a imagem de um objeto se forme antes da retina. Para uma pessoa míope, a posição mais afastada em que ela pode ver um objeto, sem esforço de acomodação (ponto remoto), localiza-se a uma distância finita e não infinita como no olho normal. No olho míope o ponto próximo aproxima-se do olho, ou seja, a sua distância até o olho passa a ser menor do que 25 cm.



Observação

Para o olho míope, o ponto próximo está mais próximo da vista do que para o olho normal.

A correção da miopia é feita com lente divergente. Esta lente, colocada na frente do cristalino, faz com que os raios provenientes de um objeto no infinito atinjam o cristalino como se partissem do ponto remoto. Assim, a lente divergente associa, a um objeto no infinito, uma imagem no ponto remoto do olho, e esta pode ser vista nitidamente pelo olho, sem esforço.



O foco imagem da lente divergente (lente corretora) deve coincidir com o ponto remoto do olho. Portanto, a distância focal da lente corretora da miopia deve ser negativa e, em módulo, igual à abscissa PR do ponto remoto do olho.

$$f = -\text{PRM} \Rightarrow V = -\frac{1}{\text{PRM}}$$



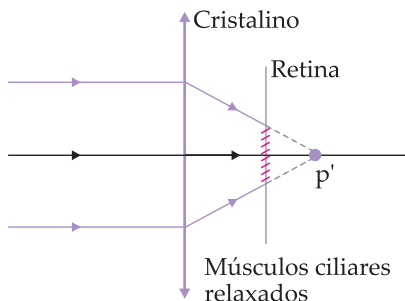
Exemplo

Consideremos um míope cuja distância máxima de visão distinta seja 50 cm. A distância focal da lente é -50 cm ou $-0,5$ m; logo, a vergência

$$V = \frac{1}{f} = -2 \text{ di}$$

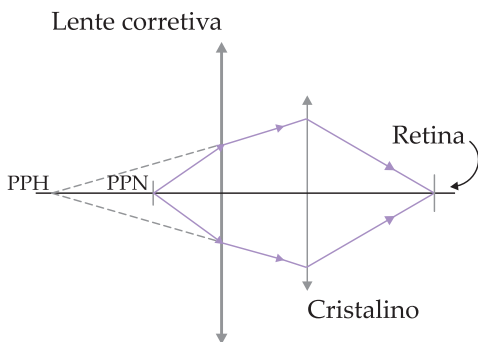
2.2. Hipermetropia

A hipermetropia é uma anomalia em razão de um encurtamento do globo ocular, fazendo com que a imagem de um objeto se forme atrás da retina. Para que uma pessoa hipermetrope possa ver um objeto no infinito, ela precisa realizar esforço de acomodação. É um defeito oposto à miopia.



Para o olho hipermetrope ocorre um afastamento do ponto próximo, que passa a situar-se a uma distância superior a 25 cm.

A correção da hipermetropia é realizada com lente convergente. A lente convergente (lente corretora), colocada na frente do cristalino, deve associar, a um objeto colocado a 25 cm do olho, uma imagem situada no ponto próximo do olho.



A convergência da lente corretora é dada por:

$$V = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow C = \frac{1}{0,25} - \frac{1}{PPH}$$

Consideremos um hipermetrope cuja distância mínima de visão distinta seja 50 cm, isto é, esse hipermetrope lê jornal a 50 cm de seus olhos. A distância focal de suas lentes corretivas será :

$$p = 25 \text{ cm}$$

$p' = -50$ cm (imagem virtual e direita no ponto próximo hipermetrope)

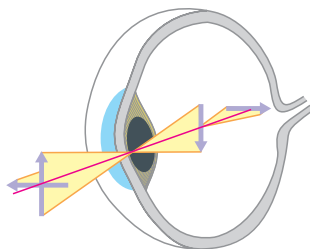
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{25} - \frac{1}{50} = \frac{2-1}{50}$$

$$f = 50 \text{ cm}$$

$$V = \frac{1}{f} = \frac{1}{0,50} = 2,0 \text{ di}$$

2.3. Astigmatismo

O astigmatismo refere-se ao defeito no qual a superfície da córnea não é esférica, sendo mais curva em um plano que em outro. Como resultado, linhas horizontais tem suas imagens formadas em planos diferentes das imagens de linhas verticais. O astigmatismo torna impossível, por exemplo, focar claramente as barras horizontais e verticais de uma janela, simultaneamente.



Trata-se, portanto, de uma falta de simetria de revolução em torno do eixo óptico. A correção é feita com o uso de lentes cilíndricas capazes de compensar tais diferenças entre os raios de curvatura.

2.4. Presbiopia ou vista cansada

Em vista do envelhecimento da pessoa, os músculos ciliares, que realizam o trabalho de acomodação visual, perdem um pouco da sua elasticidade; com isso, a zona de acomodação diminui e o ponto máximo se afasta da vista.

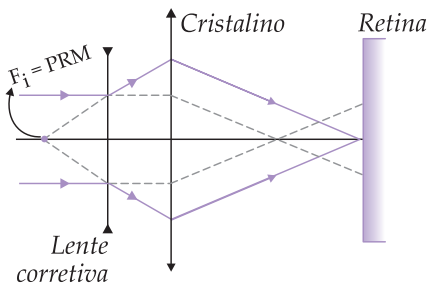
O problema da visão do presbíope é análogo ao do hipermetrópe, sendo a correção feita com o uso de lentes convergentes.

Entretanto, quando a perda de elasticidade dos músculos ciliares é aumentada, a presbiopia pode também afetar o ponto remoto, aproximando-o do olho. Neste caso, o indivíduo deve também usar uma lente divergente para enxergar de longe, ou ainda existe o recurso de lentes bifocais.

Exercícios Resolvidos

01. Fazer um esquema mostrando a trajetória da luz corrigida por lentes divergentes para um olho míope.

Resolução



02. O ponto remoto de um olho míope encontra-se a 2,0 m. Quais os óculos necessários para a visão a distância ?

Resolução

A distância focal das lentes corretivas, em módulo, deve ser igual à distância máxima de visão distinta do míope.

Logo:

$$f = -2,0 \text{ m}$$

Cálculo da vergência

$$V = \frac{1}{f} = \frac{1}{-2,0} = -0,5 \text{ di}$$

Observação: esse míope tem 0,5 grau de mioopia.

03. Para defeito da visão denominado mioopia :

01) a imagem de um objeto impróprio forma-se aquém da retina.

02) a correção é feita com o uso de lentes divergentes.

04) o ponto remoto está a uma distância finita.

08) o ponto remoto é virtual.

Resposta

01 - Correta

02 - Correta

04 - Correta

08 - Errada

A mioopia é caracterizada por uma dificuldade em ver de longe e a correção é feita com o uso de lentes divergentes.

04. Um amigo seu tem dificuldade em enxergar de longe. Ele vai ao oftalmologista e após algum tempo aparece de óculos. Ao olharmos para o nosso amigo agora, seus olhos parecem menores, iguais ou maiores do que quando ele está sem óculos?

Resposta

Dificuldade para ver de longe é característica da mioopia. A correção é feita com o uso de lentes divergentes, que diminuem a imagem.

05. Para um hipermetrópe, o ponto próximo dista 40 cm do olho. Podemos afirmar que:

a) a lente corretiva usada tem vergência 6,0 di.

b) a lente corretiva usada tem vergência 1,5 di.

c) a lente corretiva usada é cilíndrica.

d) a distância máxima de visão distinta vale 40 cm.

Resolução

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{25} - \frac{1}{40}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{8 - 5}{200} = \frac{3}{200}$$

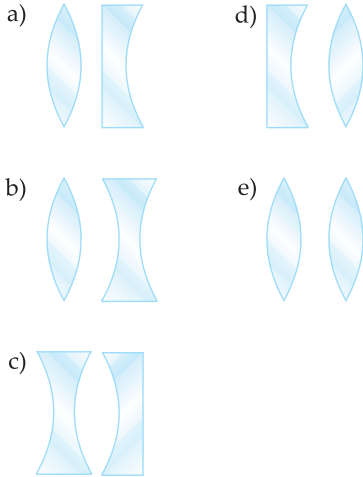
$$f = 66,7 \text{ cm}$$

$$V = \frac{1}{0,667} = 1,5 \text{ di}$$



Resposta: B

06. Um vestibulando sofre de miopia e outro de hipermetropia. As formas de suas lentes corretoras podem ser, respectivamente:



Resposta: D

A miopia é corrigida com o uso de lentes divergentes, portanto, de bordos grossos; a hipermetropia, com o uso de lentes convergentes, portanto, de bordos finos.

07. Onde se encontra o ponto próximo de um olho para o qual foi prescrita uma lente de + 3 dioptrias?

Resolução

Leitura normal: $p = 25 \text{ cm}$

Leitura de perto: $p' = ?$

Distância focal:

$$f = \frac{1}{V} \Rightarrow f = \frac{1}{3} \text{ m} = 0,33 \text{ m} = 33 \text{ cm}$$

Pela equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{0,25} + \frac{1}{p'}$$

$$3 = 4 + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{p'} = -1$$

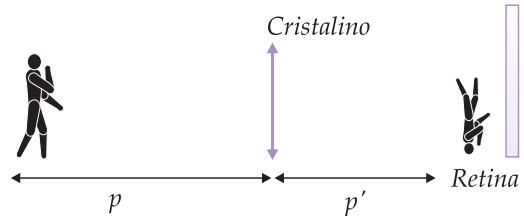
$$p' = -1 \text{ m} = -100 \text{ cm}$$

Resposta: a 100 cm do olho.

08. Descreva o processo de acomodação visual.

Resposta

A distância entre o cristalino e a retina não varia, porém a distância do objeto ao olho é variável. Assim, para cada objeto visado, a distância focal do cristalino deve assumir um valor que satisfaça a equação de Gauss.



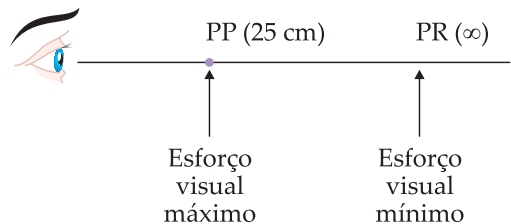
$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}$$

Esse trabalho é efetuado pelos músculos ciliares.

09. O que são os pontos próximo e remoto?

Resposta

O trabalho de acomodação visual é realizado pelos músculos ciliares, que comprimem e relaxam o cristalino, alterando-lhe a distância focal. Com os músculos ciliares comprimidos totalmente, o ponto visado corresponde ao ponto próximo e o cristalino assume a distância focal mínima. Com os músculos ciliares totalmente relaxados, o ponto visado é o ponto remoto e o cristalino assume a distância focal máxima.



10. Descreva o processo de adaptação visual.

Resposta

A retina é uma membrana sensível à luz, constituída por células em forma de cone e bastões. Tais células, quando iluminadas, decompõem uma substância denominada queratina, fato que produz no nervo óptico um estímulo nervoso. Se a quantidade de luz é muito pequena, não há decomposição suficiente para gerar o estímulo nervoso. Se a quantidade de luz é muito grande, a célula entra em colapso e o olho torna-se cego temporariamente. A pupila é um diafragma que regula a quantidade de luz que penetra no olho. Num lugar claro ela se contrai e num lugar escuro ela se dilata.

11. Um observador de visão normal encontra-se num recinto à prova de luz externa. Diversos objetos distintos, constituídos por pigmentos puros, são iluminados com diversas luzes, e notamos as características descritas na tabela a seguir. Complete as lacunas.

Objeto	Luz incidente			
	Branca	Vermelha	Azul	Amarela
A	Vermelho			
B	Branco			
C	Azul			
D	Amarelo			
E	Verde			

Resposta

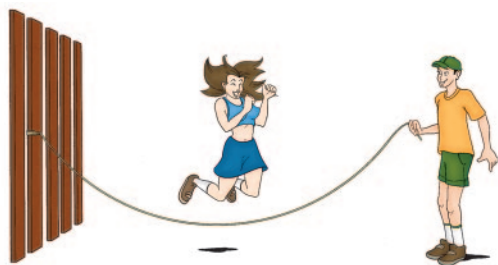
Objeto	Luz incidente			
	Branca	Vermelha	Azul	Amarela
A	Vermelho	Vermelho	Preto	Preto
B	Branco	Vermelho	Azul	Amarelo
C	Azul	Preto	Azul	Preto
D	Amarelo	Preto	Preto	Amarelo
E	Verde	Preto	Preto	Preto



Capítulo 08. Fundamentos da Ondulatória

1. Introdução

Você já deve ter brincado alguma vez de pular corda, com uma extremidade da corda presa num suporte e a outra na mão de seu amigo. O seu amigo produz na extremidade da corda um pulso, ou seja, uma perturbação, que vai se propagar por todos os pontos da corda.



Outro exemplo que podemos citar é o de uma gota lançada na superfície das águas calmas e tranqüilas. Nota-se que, a partir daquele ponto, pulsos se movimentam em círculo, afastando-se dele e vibrando todos os pontos do meio.



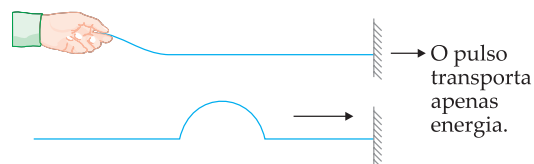
Os fenômenos vistos são chamados de **pulsos** e consistem em perturbações dadas a um meio, que serão objeto de estudo neste capítulo.

A onda é uma sucessão de pulsos.

2. Pulso

É uma perturbação dada num meio, que vai se propagar através deste, sem carregar matéria, apenas transportando energia.

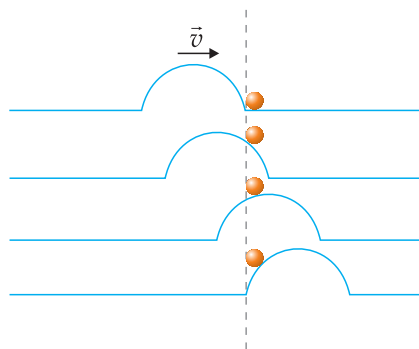
Quando provocamos uma perturbação no meio, estamos fornecendo energia que, de alguma forma, precisa se manifestar, e esta manifestação se dá através do pulso.



Os pontos da corda oscilam, porém não são carregados pelo pulso.

Podemos verificar isso fazendo um barquinho de papel e colocando-o num recipiente contendo água.

Ao produzirmos uma onda na superfície da água, notamos que quando essa onda passar pelo barco, este vai apenas subir e descer, porém não será arrastado pela água, porque ela não se movimenta horizontalmente e sim oscila verticalmente, para permitir a passagem da perturbação.



3. Ondas

A onda é uma sucessão periódica de pulsos, ou seja, quem produz o pulso (fonte de onda) o faz continuamente e no mesmo ritmo.



A onda transporta energia e não a matéria do meio.

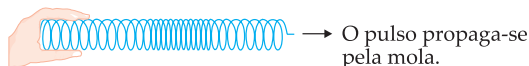
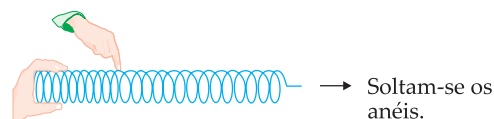
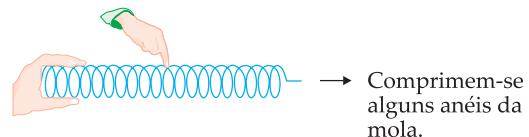
A onda é uma perturbação que se propaga.

4. Formas de Ondas

Podemos classificar as ondas, quanto à forma, em dois tipos: longitudinal e transversal.

4.1. Onda Longitudinal

É a onda que se propaga num meio de forma que a direção de vibração coincide com a direção de propagação.

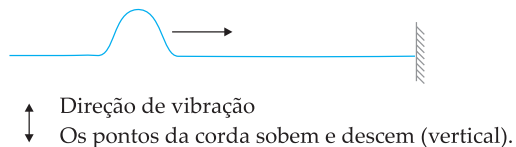


- ↔ Direção de vibração
→ Direção de propagação

Podemos citar como exemplo as ondas audíveis (ondas sonoras) que entram pela cavidade dos nossos ouvidos, vindas pela vibração das moléculas de ar.

4.2. Onda Transversal

É a onda que se propaga de forma que a sua direção de propagação é perpendicular à direção de vibração.



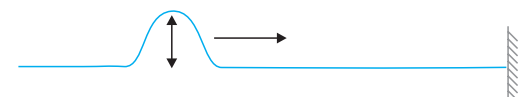
5. Natureza das Ondas

Podemos classificar as ondas quanto à sua natureza em: mecânica e eletromagnética.

5.1. Onda Mecânica

A onda é dita mecânica, quando só se propaga em meios materiais, de forma a vibrar os pontos deste meio. Ela pode ser longitudinal ou transversal.

Por exemplo, a onda que se movimenta numa corda.



O som é uma onda mecânica.

5.2. Onda Eletromagnética

A onda é dita eletromagnética, quando se propaga tanto no vácuo quanto em certos meios materiais, sem vibrar os pontos do meio. Por exemplo, a luz ou as ondas de rádio e TV, que podem propagar-se no vácuo, ar, água etc.



Exercícios Resolvidos

01. A propagação de ondas envolve, obrigatoriamente:

- a) transporte de energia.
- b) transformação de energia.
- c) produção de energia.
- d) movimento de matéria.
- e) transporte de matéria e energia.

Resolução

Toda onda transporta energia sem deslocar matéria.

Resposta: A

02. Em qual dos fenômenos abaixo as ondas são longitudinais?

- a) Raios X.
- b) Luz de laser.
- c) Raios gama.
- d) Vibração de uma corda de piano.
- e) Propagação sonora no ar.

Resolução

Raios X, laser e raios gama são ondas eletromagnéticas, portanto, transversais. A onda na corda é transversal. O som no ar é uma onda longitudinal.

Resposta: E

03. Os raios X são ondas:

- a) mecânicas transversais.
- b) mecânicas longitudinais.
- c) eletromagnéticas puntiformes.
- d) eletromagnéticas transversais.
- e) eletromagnéticas mistas.

Resolução

Os raios X são ondas eletromagnéticas, portanto, transversais.

Resposta: D

04. Com relação às proposições abaixo, assinale falso (F) ou verdadeiro (V).

- I. () Toda onda eletromagnética é luz visível.
- II. () Toda onda mecânica é sonora.
- III. () As ondas emitidas por um morcego são transversais.
- IV. () Ondas de TV são transversais.
- V. () Ondas de sonar são transversais.
- VI. () Terremotos propagam-se por meio de ondas mecânicas.
- VII. () Raios laser são ondas eletromagnéticas.

Resolução

- I. F II. F III. F IV. V
V. F VI. V VII. V

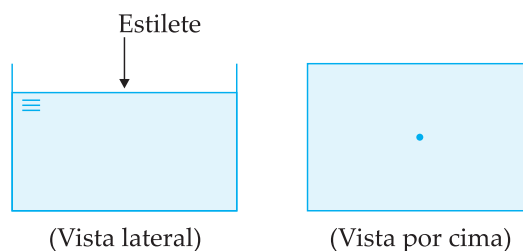
05. Assinale com um "X" a interseção coerente.

Resolução

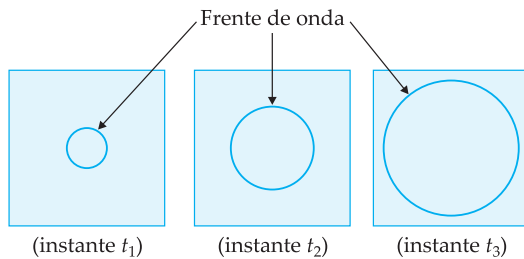
	Onda mecânica	Onda eletromagnética	Onda longitudinal	Onda transversal
Som no ar	X		X	
Luz		X		X
Onda na corda	X			X
Radar		X		X
Sonar	X		X	

6. Formação do Trem de Ondas

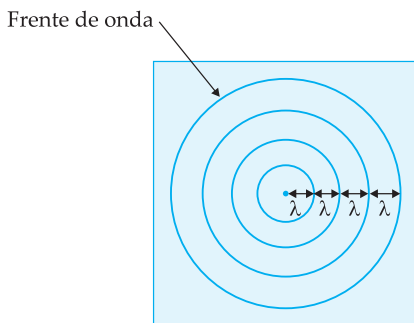
Por meio de um estilete, provocamos uma perturbação no centro da superfície livre da água contida em um recipiente.



A perturbação propaga-se ao longo da superfície, conforme ilustram as figuras a seguir:



Se, no entanto, por meio do mesmo estilete, produzirmos perturbações periódicas sobre a superfície da água, observaremos frentes de ondas concêntricas, constituindo um trem de ondas periódicas.



7. Equação Fundamental da Ondulatória

- **Período (T)** – Chama-se período o intervalo de tempo entre duas perturbações consecutivas.
- **Frequência (f)** – Chama-se frequência o número de perturbações produzidas na unidade de tempo, ou seja:

$$f = \frac{\text{nº de perturbações}}{\text{unidade de tempo}} = \frac{n}{\Delta t}$$

Portanto:

$$f = \frac{1}{T}$$

Observação

Quando o tempo for medido em segundos, a frequência será o inverso do segundo, que é denominado **hertz (Hz)**.

$$\frac{1}{\text{segundo}} = \text{hertz}$$

- **Comprimento de Onda (λ)** – Chama-se comprimento de onda a distância percorrida pela perturbação, durante um intervalo de tempo igual a um período. Portanto, sendo v a velocidade de propagação da onda, temos:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f$$

A expressão $v = \lambda \cdot f$ é denominada equação fundamental da ondulatória.

Exercícios Resolvidos

01. Uma onda periódica é produzida numa corda tensa mediante uma fonte vibratória de frequência 2,0 Hz. Sabendo-se que o comprimento das ondas produzidas é 10 cm, podemos afirmar que a velocidade de propagação dessas ondas é:

- 5,0 cm/s
- 8,0 cm/s
- 10 cm/s
- 12 cm/s
- 20 cm/s

Resolução

$$v = \lambda \cdot f$$

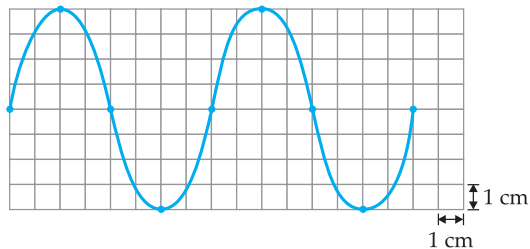
$$v = 10 \cdot 2$$

$$v = 20 \text{ cm/s}$$

Resposta: E



02. Um trem de ondas propaga-se ao longo de uma corda tensa. A figura a seguir representa a corda 8,0 segundos após o início do movimento. Determine, para essas ondas:



- a) o comprimento de onda
- b) a frequência
- c) o período
- d) a velocidade de propagação
- e) a amplitude.

Resolução

- a) Da figura $\lambda = 8,0 \text{ cm}$
- b) Na figura, temos dois pulsos completos:

$$f = \frac{n}{\Delta t}$$

$$f = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 0,25 \text{ Hz}$$

- c) $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{0,25} = 4,0 \text{ s}$

- d) $v = \lambda \cdot f = 8 \cdot 0,25 = 2,0 \text{ cm/s}$

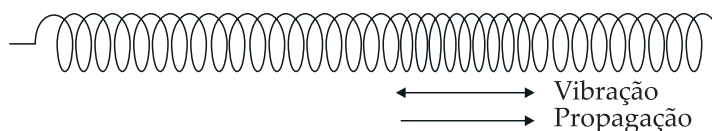
- e) Da figura $a = 4,0 \text{ cm}$

Capítulo 09. Fenômenos Ondulatórios

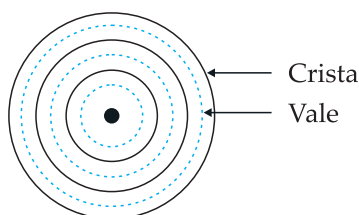
1. Reflexão de Ondas

A propagação das ondas num meio pode ser unidimensional, bidimensional e tridimensional, de acordo com a forma da onda e o seu meio de propagação.

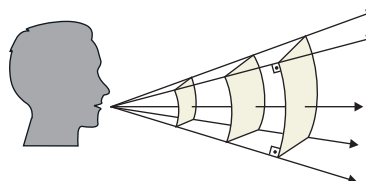
Onda unidimensional: uma onda longitudinal se propagando numa mola



Onda bidimensional: uma onda transversal produzida na superfície da água.

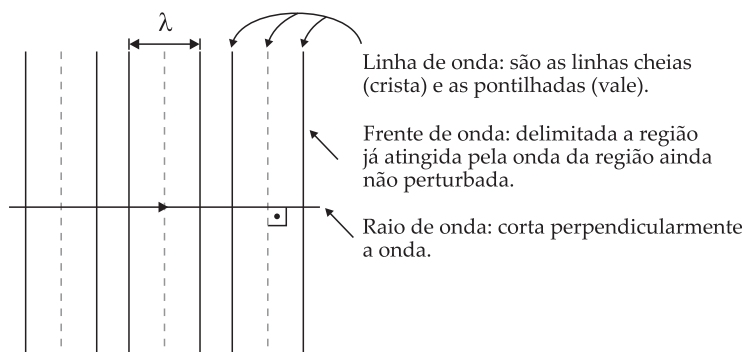


Onda tridimensional: o som se propagando no ar.



Onda bidimensional plana:

F (fonte de onda) $\Rightarrow$ pode ser uma régua batendo na água.

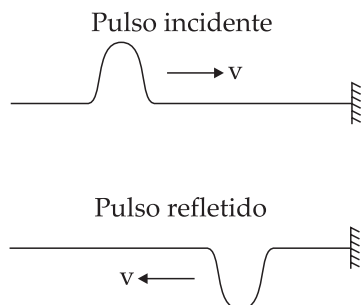


Vamos considerar um pulso emitido por uma fonte de onda em uma corda. Ele vai se movimentar até a extremidade final da corda onde sofre reflexão e retorna para o início da mesma.

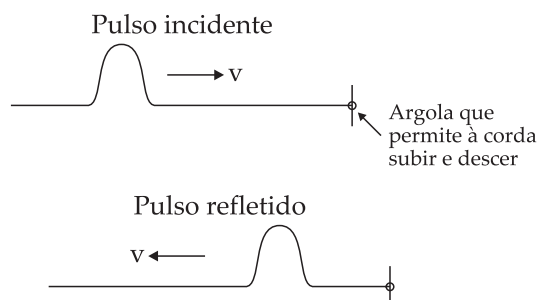


A reflexão na extremidade da corda pode ocorrer de duas formas:

1º) Se a extremidade da corda se encontrar fixa no suporte, o pulso sofre reflexão com inversão de fase.

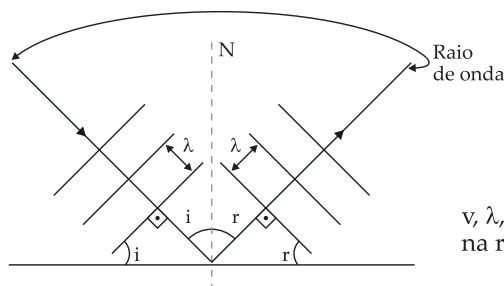


2º) Se a extremidade da corda se encontrar livre para correr no suporte, o pulso sofre reflexão sem inversão de fase.



2. Reflexão de Ondas Bidimensionais

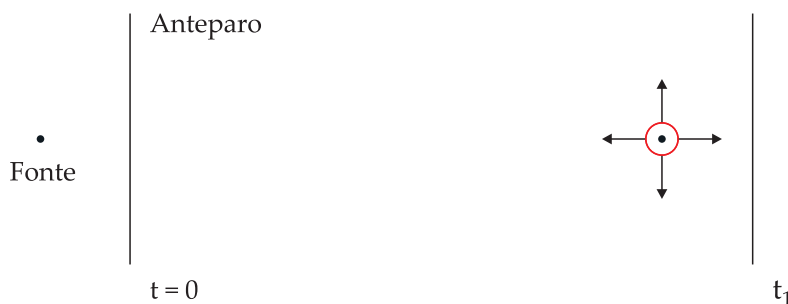
Dada uma onda plana incidindo numa superfície refletora de ondas, conforme a figura abaixo, o ângulo de reflexão é igual ao ângulo de incidência e eles são medidos entre o raio de onda e a reta normal.

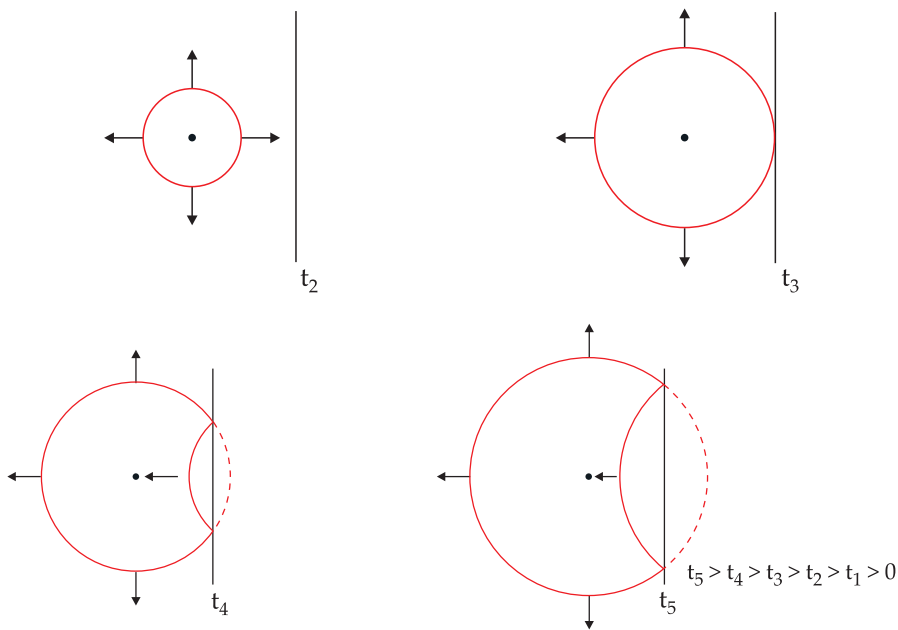


$$i = r$$

v, λ, f são constantes na reflexão

Um pingo d'água, ao cair numa superfície de água contida num tanque, torna-se fonte de uma frente de onda bidimensional circular. Essa onda sofrerá reflexão ao chocar-se com um anteparo da seguinte maneira:





Exercícios Resolvidos

1) Uma corda tensa tem uma de suas extremidades fixa a uma parede rígida. Uma onda periódica, produzida na outra extremidade, propaga-se ao longo da corda com velocidade de $2,0 \cdot 10^{-1} \text{ m/s}$ e apresenta comprimento de onda igual a $5,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}$. Após certo tempo, essa onda reflete-se na extremidade rígida. Para a onda refletida, calcule:

- a velocidade de propagação;
- o comprimento de onda;
- a frequência.

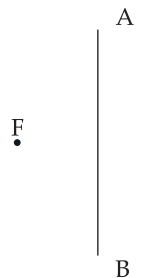
Resolução

a) $v_1 = v_2 = 2,0 \cdot 10^{-1} \text{ m/s}$

b) $\lambda_1 = \lambda_2 = 5,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

c) $v = \lambda \cdot f \Rightarrow f = \frac{v}{\lambda} = \frac{2 \cdot 10^{-1}}{5 \cdot 10^{-2}} = 0,4 \cdot 10$
 $f = 4,0 \text{ Hz}$

2) Uma gota cai no ponto F da superfície da água contida em um tanque. O ponto F dista 5,0 cm da parede AB. A queda da gota produz uma onda circular com velocidade 50 cm/s. Represente a onda observada na superfície 0,12 s depois da queda da gota.

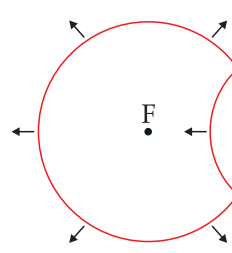


Resolução

Como a velocidade da onda é constante, temos:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow 50 = \frac{\Delta s}{0,12} \Rightarrow \Delta s = 6,0 \text{ cm}$$

Como a distância da fonte F até a parede AB é de 5,0 cm e a onda percorreu 6,0 cm, ela sofreu reflexão e uma parte dela está voltando:





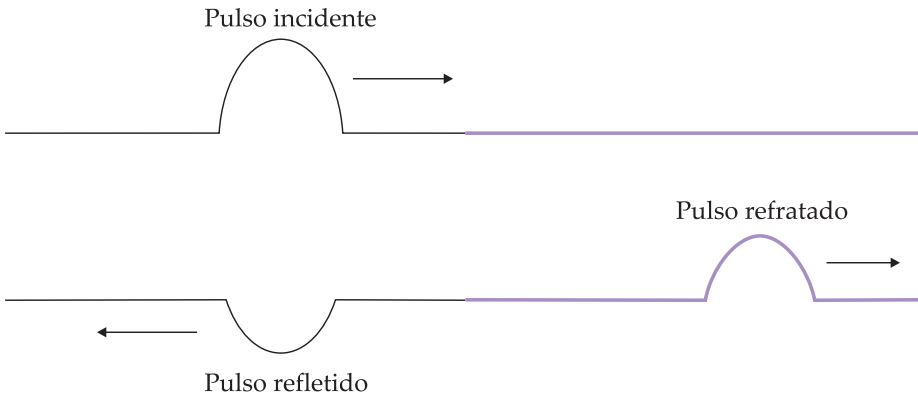
3. Refração de Ondas

Consideramos duas cordas de densidades diferentes. A corda fina é menos densa e a grossa é mais densa, ligadas entre si.

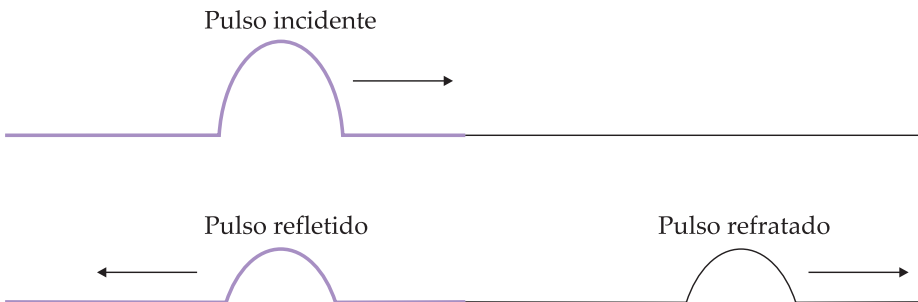


Chamamos de refração à passagem da onda de uma corda para a outra, que pode ser da menos densa para a mais densa, ou vice-versa. É bom lembrar do conceito de óptica em que toda refração vem sempre acompanhada de uma reflexão.

Se o pulso sofrer refração da corda menos densa para a mais densa, ocorre reflexão com inversão de fase.



Se o pulso sofrer refração da corda mais densa para a menos densa, a reflexão ocorre sem inversão de fase.



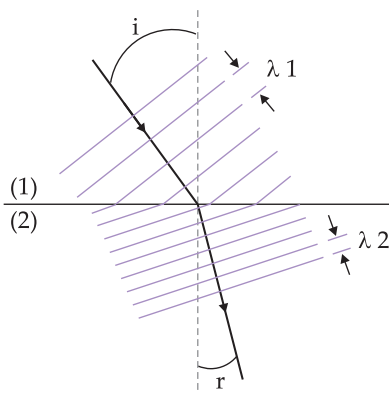
4. Refração de Ondas Bidimensionais

A refração consiste na mudança do meio de propagação da onda de forma que sua velocidade e o seu comprimento de onda se modificam. A frequência não muda durante a refração da onda.

$$v_1 = \lambda_1 \cdot f \Rightarrow f = \frac{v_1}{\lambda_1}$$

$$v_2 = \lambda_2 \cdot f \Rightarrow f = \frac{v_2}{\lambda_2}$$

$$\frac{v_1}{\lambda_1} = \frac{v_2}{\lambda_2}$$

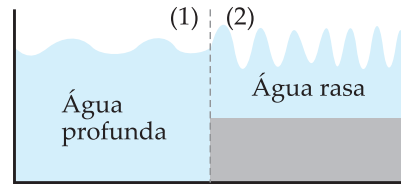


Ao sofrer a refração, a frequência não muda, mas a velocidade é uma característica do meio, portanto a velocidade de propagação da onda no meio (1) é diferente da velocidade no meio (2). Pela relação acima, onde a velocidade é maior, o comprimento de onda também será maior. Na figura acima:

$$\lambda_1 > \lambda_2 \Rightarrow v_1 > v_2$$

Num tanque de ondas, podemos alterar a velocidade de propagação da onda, mudando a profundidade do tanque. Verifica-se que na parte mais profunda a velocidade é maior, enquanto na parte mais rasa a velocidade é menor. Na figura acima, como $v_1 > v_2$, a parte 1 é mais profunda enquanto a parte 2 é mais

rasa. Visto de perfil, esse tanque de ondas poderia ser como na figura abaixo:



Quando as ondas bidimensionais chegam inclinadas a uma superfície de separação de dois meios, ao sofrer refração o raio de onda sofre um desvio. Da mesma maneira que na refração das ondas luminosas, esse desvio será dado pela lei de Snell-Descartes:

$$n_1 \cdot \sin i = n_2 \cdot \sin r$$

Como $n = \frac{c}{v}$, podemos escrever a lei de Snell-Descartes da seguinte maneira:

$$\frac{c}{v_1} \cdot \sin i = \frac{c}{v_2} \cdot \sin r \Rightarrow \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2}$$

Exercícios Resolvidos

01. Em um tanque de ondas, as frentes de ondas são retas e ao passarem de uma parte rasa a outra profunda os raios de onda fazem com a normal ângulos de incidência i e de refração r . Sendo a velocidade de propagação no meio 1 igual a 30 cm/s, calcule:

- a velocidade de propagação no meio 2;
- a relação entre os comprimentos de onda em 1 e 2.

Dados: $\sin i = 0,6$ e $\sin r = 0,8$.

Resolução

a) Pela lei de Snell-Descartes:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{0,6}{0,8} = \frac{30}{v_2}$$

$$v_2 = \frac{30 \cdot 0,8}{0,6}$$

$$v_2 = 40 \text{ cm/s}$$



b) Como a frequência não muda na refração, temos:

$$\frac{v_1}{\lambda_1} = \frac{v_2}{\lambda_2} \Rightarrow \frac{30}{\lambda_1} = \frac{40}{\lambda_2}$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{30}{40} \Rightarrow \lambda_1 = \frac{3}{4} \lambda_2$$

02. Uma onda mecânica apresenta, num meio x , comprimento de onda igual a 5,0 cm e, num meio y , comprimento de onda igual a 7,5 cm. Sendo 4,0 Hz a frequência da fonte que produziu essa onda, determine:

- a frequência da onda nos meios x e y ;
- o período da onda nos meios x e y ;
- a velocidade de propagação da onda nos meios x e y .

Resolução

a) A frequência é a grandeza que caracteriza a onda, portanto, é a mesma nos dois meios.

$$f_x = f_y = 4,0 \text{ Hz}$$

$$b) T_x = T_y = \frac{1}{f} = \frac{1}{4}$$

$$T_x = T_y = 0,25 \text{ s}$$

c) Considerando-se que nos dois meios a onda tem a mesma frequência:

$$v = \lambda \cdot f$$

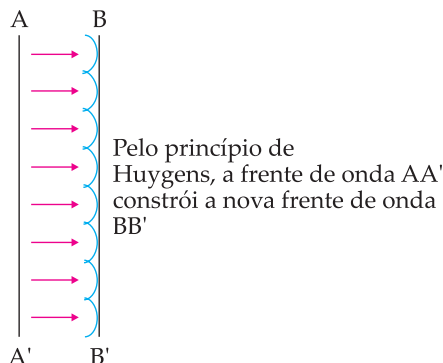
$$v_x = \lambda_x \cdot f = 5 \cdot 4 \Rightarrow v_x = 20 \text{ cm/s}$$

$$v_y = \lambda_y \cdot f = 7,5 \cdot 4 \Rightarrow v_y = 30 \text{ cm/s}$$

5. Princípio de Huygens

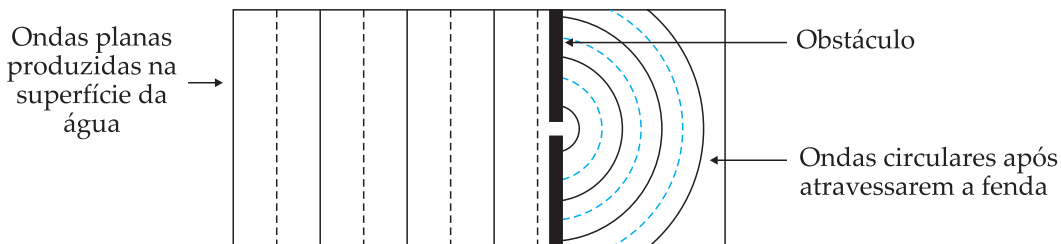
O físico, astrônomo e matemático Huygens (Christiaan Huygens – 1629-1695), ao estudar as ondas, descobriu que:

Cada ponto de uma frente de onda pode ser considerado fonte de uma pequena onda que propaga-se em todas as direções com velocidade igual a velocidade de propagação da onda. Decorrido um intervalo de tempo Δt , a nova linha de onda será tangente às ondas secundárias emitidas por esses pontos



6. Difração

Com base no princípio de Huygens, podemos explicar a difração da onda, que consiste no fenômeno da onda contornar um obstáculo ou fenda.



A difração é mais perceptível quanto mais próximo for o comprimento de onda do tamanho da fenda ou obstáculo.

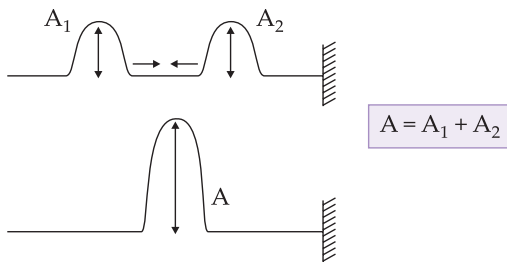
O som consegue contornar facilmente os obstáculos porque o seu comprimento de onda varia de alguns centímetros até alguns metros, que acaba se aproximando do tamanho de muitas fendas e obstáculos.

Já a luz apresenta um comprimento de onda muito pequeno, da ordem de $4 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ a $7 \cdot 10^{-7} \text{ m}$. A difração da luz só é nítida para fendas ou obstáculos muito pequenos.

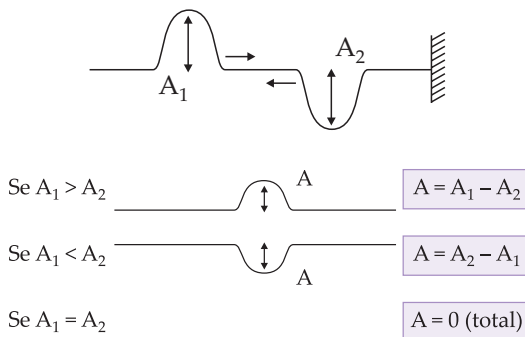
7. Interferência de Ondas

A interferência de ondas acontece devido ao cruzamento delas, quando se movimentam no mesmo meio. A interferência pode ser construtiva ou destrutiva.

Na interferência construtiva, os pulsos se encontram em concordância de fases (crista com crista ou vale com vale).



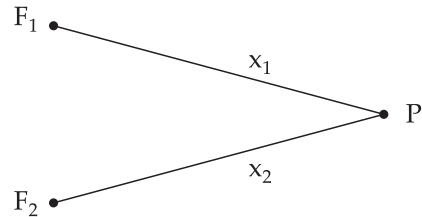
Na interferência destrutiva, os pulsos se encontram com fases invertidas (crista com vale).



8. Cálculo da Diferença de Marcha

Consideremos duas ondas emitidas pelas fontes F_1 e F_2 , na mesma frequência e em concordância de fases, quer dizer, F_1 e F_2 emitem cristas e vales no mesmo instante, cujas ondas são de mesmo comprimento de onda.

A interferência dessas ondas no espaço ao redor das fontes pode ser: construtiva (crista com crista ou vale com vale), destrutiva (crista com vale) ou parcial, quando a crista não coincidir com crista ou vale.



Seja P o ponto onde se quer estudar o tipo de interferência sofrida.

$$\Delta x = |x_1 - x_2|$$

$\Delta x \rightarrow$ diferença de marcha (defasagem)

$$\Delta x = n \cdot \frac{\lambda}{2}$$

9. Determinação do Tipo de Interferência

Dada a diferença de marcha:

$$\Delta x = n \cdot \frac{\lambda}{2}$$

Se n for par, a interferência das ondas em P é construtiva e:

$$A = A_1 + A_2$$

Se n for ímpar, a interferência das ondas em P é destrutiva e:

$$A_1 = A_2 \Rightarrow A = 0 \text{ (totalmente destrutiva)}$$

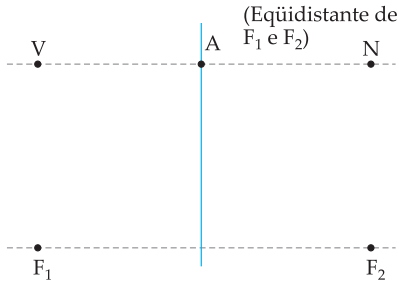
Se n não for inteiro, a interferência das ondas em P é parcial:

$$A_1 \neq A_2 \Rightarrow A = |A_1 - A_2| \text{ (parcialmente destrutiva)}$$



Exercícios Resolvidos

01. Duas fontes F_1 e F_2 oscilam em fase na superfície da água contida em um tanque, com frequência de 30 Hz.



O ponto N é o ponto mais próximo de A, em que a superfície da água permanece em repouso. Medindo-se as distâncias $\overline{NF_1}$ e $\overline{NF_2}$, temos a relação:

$$|\overline{NF_1} - \overline{NF_2}| = 0,50 \text{ m}$$

Determine:

a) A velocidade de propagação das ondas na superfície da água.

b) Sendo V o ponto mais próximo de A que oscila com máxima amplitude, calcule a diferença.

$$\overline{VF_2} - \overline{VF_1}$$

Resolução

No ponto A tem-se:

$$|\overline{F_1A} - \overline{F_2A}| = 0 = n \cdot \frac{\lambda}{2} \Rightarrow n = 0 \text{ (par)}$$

Logo, ocorre interferência construtiva.

Como N é o ponto mais próximo de A em que a superfície da água permanece em repouso, indicando uma interferência destrutiva, escolhe-se $n = 1$ e:

$$|\overline{F_1N} - \overline{F_2N}| = n \cdot \frac{\lambda}{2}$$

$$0,50 = 1 \cdot \frac{\lambda}{2}$$

$$\lambda = 1 \text{ cm}$$

Assim, a velocidade da onda é:

$$v = \lambda \cdot f$$

$$v = 1 \cdot 30$$

$$v = 30 \text{ cm/s}$$

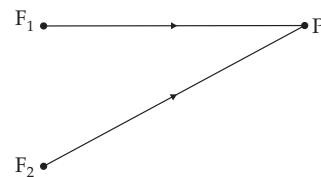
b) V é o ponto mais próximo de A que oscila com máxima amplitude. Logo, $n = 2$:

$$|\overline{F_1V} - \overline{F_2V}| = n \cdot \frac{\lambda}{2}$$

$$|\overline{F_1V} - \overline{F_2V}| = 2 \cdot \frac{1}{2}$$

$$|\overline{F_1V} - \overline{F_2V}| = 1 \text{ cm}$$

02. Em um tanque de ondas, duas fontes F_1 e F_2 oscilam com a mesma frequência e sem diferença de fase, produzindo ondas que se superpõem no ponto P, como mostra a figura. entre F_1 e P é de 80 cm e entre F_2 e P é de 85 cm. Para qual dos valores de comprimento de onda das ondas produzidas por F_1 e F_2 ocorre um mínimo de intensidade (interferência destrutiva) no ponto P?



a) 1,0 cm

d) 10 cm

b) 2,5 cm

e) 25 cm

c) 5,0 cm

Resolução

A diferença de percurso é:

$$\Delta x = 85 - 80 = 5 \text{ cm}$$

Para ocorrer interferência destrutiva em P, faz-se $n = 1$ e:

$$\Delta x = n \cdot \frac{\lambda}{2}$$

$$5 = 1 \cdot \frac{\lambda}{2}$$

$$\lambda = 10 \text{ cm}$$

Resposta: D

03. O princípio de Huygens estabelece que:

- a) cada ponto de uma frente de onda serve de fonte para ondas secundárias.
- b) as frentes de ondas primárias e secundárias são sempre paralelas.
- c) o som é uma onda transversal.
- d) a luz é constituída de partículas e ondas.
- e) a luz é uma onda longitudinal.

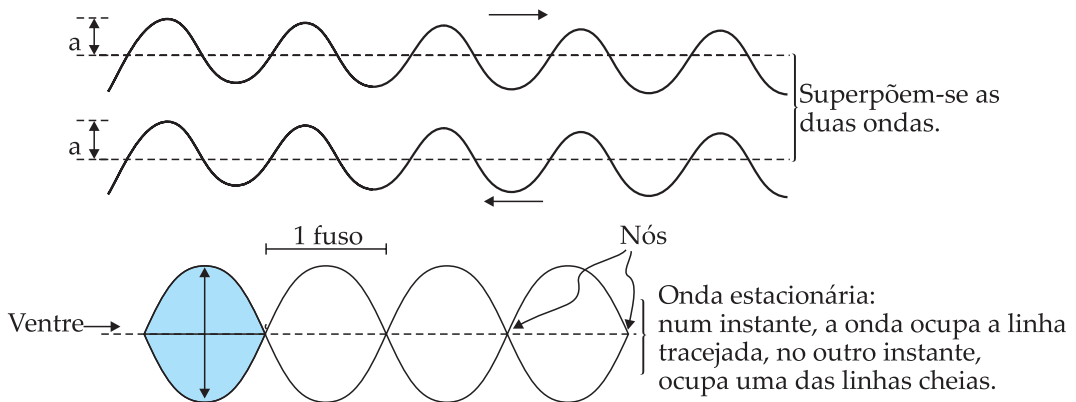
Resolução

O princípio de Huygens explica o fenômeno da difração. Quando os pontos de uma fenda ou um obstáculo são atingidos pela frente de onda, eles se tornam fontes de ondas secundárias, que mudam a direção de propagação da onda principal, contornando obstáculos.

Resposta: A

10. Ondas Estacionárias

Uma onda estacionária é obtida pela superposição (interferência) de duas ondas iguais (mesmo comprimento de onda e frequência), que se movimentam na mesma direção e em sentidos contrários. Geralmente acontece na superposição de uma onda com a sua respectiva onda refletida.



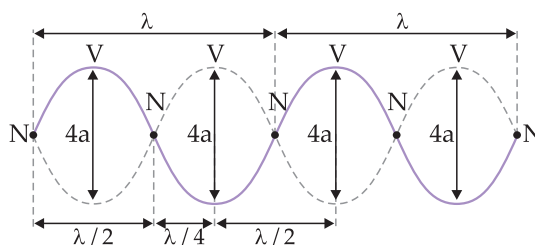
A distância entre dois nós consecutivos é de $1 \text{ fuso} = \frac{\lambda}{2}$.

Ventres são pontos onde ocorre sempre **interferência construtiva**. Esses pontos vibram com amplitude máxima A_v , dada por:

$$A_v = a + a \Rightarrow \boxed{A_v = 2a}$$

Nós são pontos onde ocorre sempre **interferência destrutiva**. Esses pontos vibram com amplitude A_n nula.

$$A_n = a - a \Rightarrow \boxed{A_n = 0}$$





Observações

1. Ventres vibram com amplitude $2a$.
2. Nós não vibram (amplitude de vibração nula).
3. Pontos intermediários entre nós e ventres com amplitude entre 0 e $2a$.
4. A velocidade de propagação de uma onda estacionária é nula. Por isso, embora tenham energia, as ondas estacionárias não propagam essa energia.
5. Distância entre:
 - nós consecutivos: $\lambda/2$
 - ventres consecutivos: $\lambda/2$
 - ventres e nós consecutivos: $\lambda/4$

11. Polarização de Ondas

A polarização de uma onda que se propaga numa corda, ocorre quando ela atravessa uma fenda após a qual só é possível oscilar num plano.

Tomemos uma corda cuja fonte movimenta círculos, formando uma onda tridimensional.



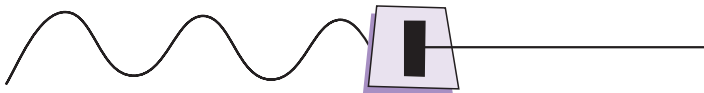
Após a fenda (F), a onda oscila num plano (bidimensional).

Dizemos, então, que a onda foi polarizada.

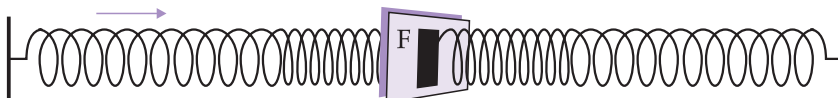
Se a onda na corda for bidimensional e a fenda for paralela à direção de vibração da onda, não ocorrerá polarização.



Se a fenda for perpendicular à direção de vibração da onda, ela será anulada.



Só é possível polarizar ondas transversais; as longitudinais não sofrem polarização.



A luz é uma onda tridimensional que pode sofrer polarização quando atravessar determinados cristais, como, por exemplo, a calcita.

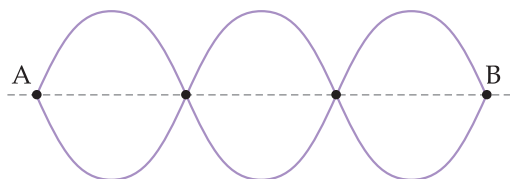
Exercícios Resolvidos

01. A figura representa um trem de ondas estacionárias ao longo de uma corda cujas extremidades são fixas.

Dados

Velocidade da onda na corda: 200 cm/s.

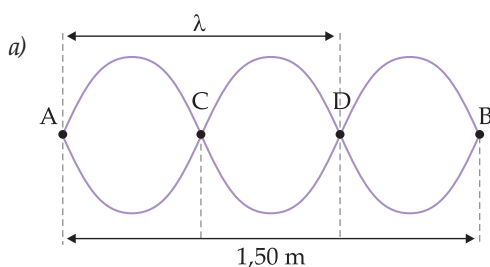
Distância entre os pontos A e B: 1,5 m.



Determine:

- a distância entre ventres consecutivos;
- a frequência da onda.

Resolução



Os pontos C e D constituem **nós** da onda estacionária, portanto:

$$\overline{AC} = \overline{CD} = \overline{DB} = \frac{\lambda}{2}$$

$$3 \cdot \frac{\lambda}{2} = 1,50$$

$$\lambda = 1,0 \text{ m}$$

A distância entre ventres é $\frac{\lambda}{2}$

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{1,0}{2}$$

$$\frac{\lambda}{2} = 0,50 \text{ m}$$

b) Para obtermos a frequência da onda, basta aplicarmos a relação.

$$v = \lambda \cdot f$$

$$\lambda = 1,0 \text{ m}$$

$$v = 200 \text{ cm/s} = 2,0 \text{ m/s}$$

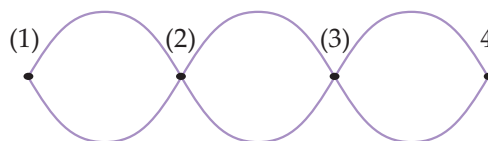
$$2,0 = 1,0 \cdot f$$

$$f = 2,0 \text{ Hz}$$

02. Uma corda de comprimento ℓ vibra continuamente entre dois extremos fixos. Observa-se ao longo de todo o seu comprimento quatro nós e três ventres. Qual a relação entre o comprimento da corda e o comprimento da onda estacionária formada na corda.

Resolução

Formaram-se quatro nós e três ventres:



A distância entre dois nós é $\frac{\lambda}{2}$.

Portanto:

$$3 \cdot \frac{\lambda}{2} = \ell \Rightarrow \frac{\ell}{\lambda} = \frac{3}{2}$$

03. O fenômeno que melhor caracteriza uma onda transversal e a distingue de uma onda longitudinal é a:

- difração.
- interferência.
- polarização.
- reflexão.
- refração.

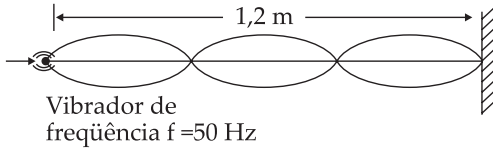
Resposta: C

Apenas as ondas transversais podem sofrer polarização.



04. A figura mostra ondas estacionárias produzidas numa corda que tem uma extremidade fixa e outra extremidade presa a um vibrador elétrico de frequência $f = 50$ Hz.

Podemos dizer que a velocidade de propagação das ondas nessa corda, em m/s, é de:



- | | |
|-------|-------|
| a) 10 | d) 60 |
| b) 20 | e) 80 |
| c) 40 | |

Resolução

Da figura, notamos que:

$$3 \frac{\lambda}{2} = 1,2$$

$$\lambda = 0,8 \text{ m}$$

Aplicando-se a relação $v = \lambda \cdot f$ vem

$$v = 0,8 \cdot 50$$

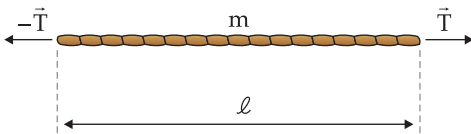
$$v = 40 \text{ m/s}$$

Resposta: C

Capítulo 10. Som

1. Velocidade da Onda na Corda

As cordas vibrantes são fios flexíveis e tracionados nos seus extremos. São utilizados nos instrumentos musicais de corda como a guitarra, o violino, o violão e o piano.

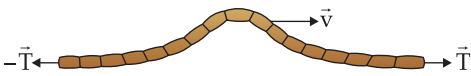


$A \rightarrow$ área de secção transversal da corda.
 $m \rightarrow$ massa da corda.

$\ell \rightarrow$ comprimento na corda.

$T \rightarrow$ tração na corda.

A velocidade com que um pulso se movimenta na corda foi determinada por Brook Taylor (1683-1731) e ficou conhecida como equação de Taylor.



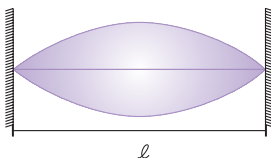
$\mu \rightarrow$ densidade linear de massa

$$\mu = \frac{m}{\ell} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \Rightarrow \text{equação de Taylor}$$

2. Cordas Sonoras

2.1. Primeiro Harmônico ou Frequência Fundamental

Forma-se, na corda, 1 fuso com 2 nós.

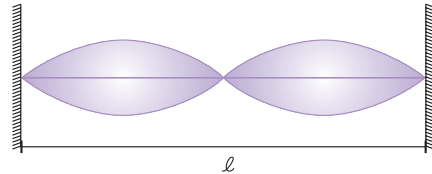


$$\ell = \frac{\lambda_1}{2} \Rightarrow \lambda_1 = 2 \cdot \ell$$

$$v = \lambda \cdot f \Rightarrow f_1 = \frac{v}{\lambda_1} \Rightarrow f_1 = \frac{v}{2 \cdot \ell}$$

2.2. Segundo Harmônico

Formam-se, na corda, dois fusos com 3 nós.

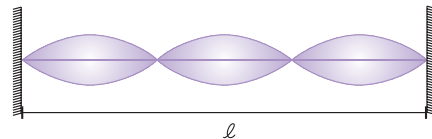


$$\ell = 2 \cdot \frac{\lambda_2}{2} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{2 \cdot \ell}{2}$$

$$f_2 = \frac{v}{\lambda_2} \Rightarrow f_2 = \frac{v}{\frac{2 \cdot \ell}{2}} \Rightarrow f_2 = \frac{2v}{2 \cdot \ell}$$

2.3. Terceiro Harmônico

Formam-se, na corda, três fusos com 4 nós.



$$\ell = \frac{3\lambda_3}{2} \Rightarrow \lambda_3 = \frac{2 \cdot \ell}{3}$$

$$f_3 = \frac{v}{\lambda_3} = \frac{v}{\frac{2 \cdot \ell}{3}} \Rightarrow f_3 = \frac{3v}{2 \cdot \ell}$$

As cordas sonoras emitem todos os harmônicos do som fundamental tanto os de ordem par como os de ordem ímpar.

Generalizando para qualquer harmônico:

$$f_1 = \frac{1 \cdot v}{2 \cdot \ell} \quad f_2 = \frac{2 \cdot v}{2 \cdot \ell} \quad f_3 = \frac{3 \cdot v}{2 \cdot \ell}$$

Para o enésimo harmônico:

$$f_n = \frac{n \cdot v}{2 \cdot \ell}$$

Comparando com o 1º harmônico:

$$f_n = n \cdot f_1$$



Exercícios Resolvidos

01. Uma corda de 50 cm de comprimento e densidade linear $1,0 \cdot 10^{-5} \text{ kg/m}$ tem suas extremidades fixas. Determinar a frequência do primeiro harmônico emitido pela corda quando submetida a uma força de tração de intensidade 6,4 N.

Resolução

$$\ell = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 2\ell \rightarrow \lambda = 2 \cdot 0,50 = 1,0 \text{ m}$$

A velocidade de propagação é dada pela equação de Taylor:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{6,4}{10^{-5}}} \Rightarrow v = 800 \text{ m/s}$$

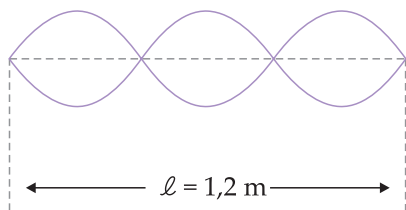
$$v = \lambda \cdot f \Rightarrow f = \frac{v}{\lambda}$$

$$f = \frac{800}{1,0} = 800 \Rightarrow \boxed{f_1 = 8,0 \cdot 10^2 \text{ Hz}}$$

02. Uma corda de massa $m = 240 \text{ g}$ e de comprimento $\ell = 1,2 \text{ m}$ vibra com frequência de 150 Hz, no estado estacionário esquematizado. Determine a velocidade de propagação da onda na corda.

Resolução

$$\begin{cases} m = 240 \text{ g} = 0,24 \text{ kg} \\ \ell = 1,2 \text{ m} \\ f = 150 \text{ Hz} \end{cases}$$



Como a distância que separa dois nós consecutivos vale $\frac{\lambda}{2}$, temos: $3 \cdot \frac{\lambda}{2} = 1,20 \Rightarrow \lambda = 0,8 \text{ m}$

Como:

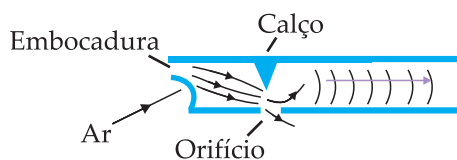
$$v = \lambda \cdot f \Rightarrow v = 0,80 \cdot 150 \Rightarrow \boxed{v = 1,2 \cdot 10^2 \text{ m/s}}$$

3. Tubos Sonoros

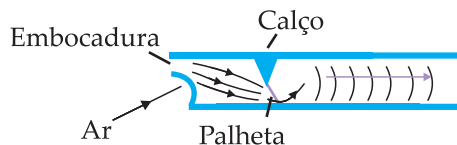
Os tubos sonoros são os instrumentos musicais de sopro, constituídos de cilindros nos quais uma porção gasosa é posta a vibrar.

A região na qual o ar é soprado é chamada de embocadura.

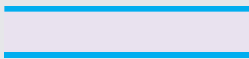
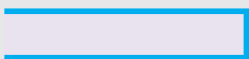
Quando na embocadura houver apenas o calço com uma abertura lateral, temos a embocadura tipo flauta.



Quando na embocadura houver o calço com uma palheta, sem corte lateral, temos então a embocadura tipo palheta.



Os tubos sonoros podem ser abertos ou fechados.

Tubo sonoro aberto	as duas extremidades são abertas 
Tubo sonoro fechado	uma extremidade é fechada e a outra aberta 

3.1. Tubo Aberto

As duas extremidades do tubo são abertas, uma na embocadura onde o ar é soprado, e a outra para o meio externo. Ao soprarmos um tubo aberto, produz-se então uma onda que vai da embocadura para a outra extremidade e, ao atingi-la, a onda encontra um meio diferente (devido à diferença de temperatura, pressão, densidade) de forma a sofrer reflexão e refração. A onda refletida retorna e

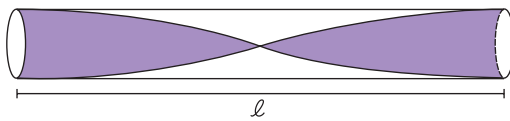
pode formar, com a incidente, uma onda estacionária, emitindo, assim, o som de maior intensidade.

O tubo pode formar um número n inteiro e positivo de fusos.

Quando se formar no tubo um único fuso, temos a onda estacionária de menor frequência possível, denominada de primeiro harmônico ou frequência fundamental.

I. Primeiro Harmônico ou Frequência Fundamental

Forma-se 1 fuso com 1 nó.

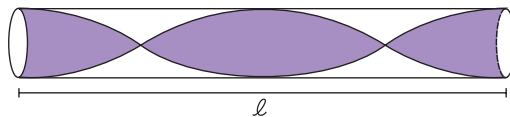


$$\ell = \frac{\lambda_1}{2} \Rightarrow \lambda_1 = 2\ell$$

$$v = \lambda \cdot f \Rightarrow f_1 = \frac{v}{\lambda_1} \Rightarrow f_1 = \frac{v}{2\ell}$$

II. Segundo Harmônico

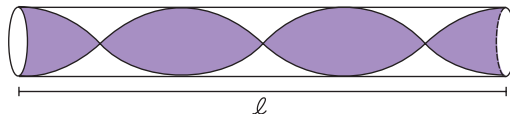
Formam-se 2 fusos com 2 nós.



$$\ell = 2 \cdot \frac{\lambda_2}{2} \quad f_2 = \frac{v}{\lambda_2} \Rightarrow f_2 = \frac{v}{\ell} \Rightarrow \frac{2v}{2\ell}$$

III. Terceiro Harmônico

Formam-se 3 fusos com 3 nós.



$$\ell = \frac{3\lambda_3}{2} \Rightarrow \lambda_3 = \frac{2\ell}{3}$$

$$f_3 = \frac{v}{\lambda_3} = \frac{v}{\frac{2\ell}{3}} \Rightarrow f_3 = \frac{3v}{2\ell}$$

Portanto, para tubos sonoros abertos, aplicamos:

$$f_n = \frac{nv}{2\ell}, \text{ para } n \text{ inteiro e positivo. Em relação}$$

ao 1º harmônico, podemos escrever: $f_n = n \cdot f_1$.

3.2. Tubos Fechados

Uma extremidade do tubo é aberta, onde está a embocadura, e a outra é fechada.

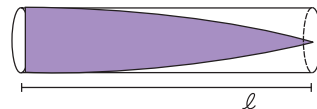
Ao soprarmos um tubo fechado, pode ocorrer a formação de uma onda estacionária, de forma a emitir o som mais intenso.

Para formar a onda estacionária, na extremidade fechada do tubo, a onda deve terminar em nó.

O som de menor frequência (primeiro harmônico ou frequência fundamental) acontece para uma onda estacionária de meio fuso e, a seguir, para um e meio fuso, ou seja, de frequência três vezes maior do que a fundamental. Nos tubos fechados, não se formam harmônicos de ordem par, apenas ímpar.

I. Primeiro Harmônico ou Frequência Fundamental

Forma-se $\frac{1}{2}$ fuso e 1 nó.

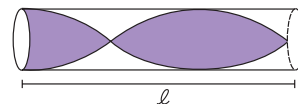


$$\ell = \frac{\lambda_1}{4} \Rightarrow \lambda_1 = 4\ell$$

$$v = \lambda \cdot f \Rightarrow f_1 = \frac{v}{\lambda_1} \Rightarrow f_1 = \frac{v}{4\ell}$$

II. Terceiro Harmônico

Formam-se 1,5 fuso e 2 nós



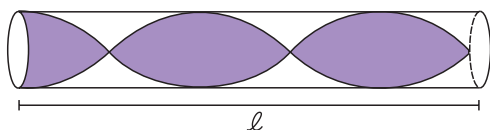
$$\ell = \frac{3}{4}\lambda_3 \Rightarrow \lambda_3 = \frac{4\ell}{3}$$

$$f_3 = \frac{v}{\lambda_3} = \frac{v}{\frac{4\ell}{3}} \Rightarrow f_3 = \frac{3v}{4\ell}$$



III. Quinto Harmônico

Formam-se 2,5 fusos e 3 nós.



$$l = \frac{5\lambda_5}{4} \Rightarrow \lambda_5 = \frac{4l}{5}$$

$$f_5 = \frac{v}{\lambda_5} = \frac{v}{\frac{4l}{5}} \Rightarrow f_5 = \frac{5v}{4l}$$

Portanto, para tubos sonoros fechados, aplicamos:

$$f_n = \frac{nv}{4l}, \text{ para } n \text{ ímpar e positivo.}$$

Em relação ao primeiro harmônico:

$$f_n = n \cdot f_1$$

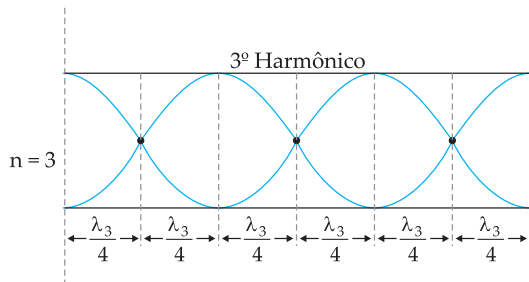
Exercícios Resolvidos

01. Um tubo sonoro aberto, de comprimento igual a 0,75 m, está a emitir sons de frequência igual a 680 Hz. Sabendo que a velocidade de propagação do som, no ar do tubo, é de 340 m/s, pede-se o nome do harmônico correspondente.

Resposta:

$$v = \lambda \cdot f \Rightarrow 340 = \lambda \cdot 680 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{2} m$$

$$\lambda_n = \frac{2l}{n} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{2 \cdot 0,75}{n} \Rightarrow n = 3$$

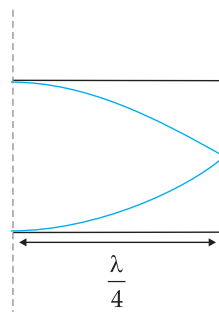


02. Um tubo fechado, de 0,4 m de comprimento, está emitindo som. Considerando-se a velocidade do som, no ar do tubo, igual a 340 m/s, pede-se a frequência do som do:

- primeiro harmônico;
- terceiro harmônico.

Resposta:

a) Som fundamental; forma-se a onda:



$$l = \frac{\lambda}{4}$$

$$0,4 = \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \lambda = 1,6 m$$

Aplicando-se a equação fundamental, vem:

$$v = \lambda f \quad f = \frac{v}{\lambda}$$

$$f = \frac{340}{1,6} \quad f_1 = 212,5 \text{ Hz}$$

b) O terceiro harmônico.

$$f_3 = 3 \cdot f_1$$

$$f_3 = 3 \cdot 212,5$$

$$f_3 = 637,5 \text{ Hz}$$

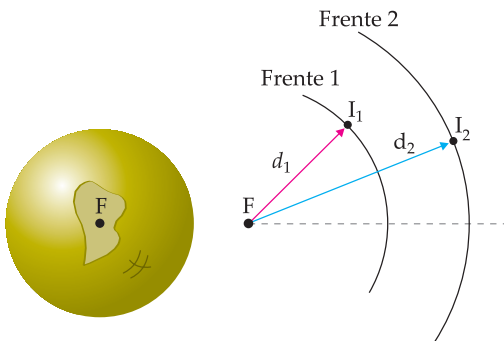
4. Características do som

As fontes sonoras (cordas, membranas vibrantes, etc.) provocam em suas proximidades uma perturbação caracterizada por um aumento de pressão no meio que as envolve. Essa perturbação viaja constituindo uma onda sonora. O som é uma onda mecânica, tridimensional, cujas frentes de onda são superfícies esféricas.

O som se propaga no ar, a 20 °C, com velocidade de 344 m/s. Na água o som se propaga com velocidade de quase 1500 m/s e nos sólidos um valor típico da velocidade do som é da ordem de 3000 m/s.

Podemos definir intensidade de uma onda esférica, num determinado ponto, como sendo a grandeza definida pela relação:

$$\text{Intensidade} = \frac{\text{potência da fonte}}{\text{área da frente de onda no ponto considerado}}$$



Da definição de intensidade, podemos escrever que:

$$I = \frac{\text{Pot}}{4\pi d^2}$$

Para a frente (1)

$$I_1 = \frac{\text{Pot}}{4\pi d_1^2}$$

Para a frente (2)

$$I_2 = \frac{\text{Pot}}{4\pi d_2^2}$$

Comparando (1) e (2), vem:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{d_2^2}{d_1^2}$$

As intensidades de onda são inversamente proporcionais aos quadrados das distâncias à fonte.

5. Qualidades fisiológicas do som

O ouvido humano consegue distinguir no som três qualidades, que são chamadas, por isso, de qualidades fisiológicas. São elas:

- altura
- timbre
- sonoridade ou intensidade

5.1. Altura

A **altura** ou **tom** é a qualidade do som que permite ao ouvido distinguir um som agudo (alta frequência) de um som grave (baixa frequência). Portanto:

- **Som agudo = Som alto = Som de alta frequência**
- **Som grave = Som baixo = Som de baixa frequência**

O som mais grave audível por um ouvido humano é de aproximadamente 20 Hz e o mais agudo é de aproximadamente 20 000 Hz.

Para que dois sons distintos possam ser comparados, em relação às suas alturas, define-se entre eles o **intervalo acústico**, da forma a seguir:

Som A – frequência f_A

Som B – frequência f_B

$$I_A = \frac{f_A}{f_B}$$

I_A = intervalo acústico

Intervalos acústicos definidos formam uma escala musical.

A respeito do intervalo acústico, é importante conhecer:

Uma oitava – Corresponde ao intervalo acústico $I = 2$, isto é, um som tem frequência igual ao dobro do outro.

Sustenir – Sustenir um som é suspender sua frequência, multiplicando-a por 25/24.

Bemolizar – Bemolizar um som é baixar sua frequência, multiplicando-a por 24/25.



5.2. Timbre

O **timbre** é a qualidade do som que permite ao ouvido distinguir sons de mesma frequência, provenientes de diferentes instrumentos musicais.

Consideremos um violino e um piano, emitindo a mesma nota musical, por exemplo a nota Lá. A onda sonora emitida pelo violino é constituída pelo som fundamental e por todos os harmônicos que a corda do violino é capaz de produzir. Analogamente, a onda sonora emitida pelo piano é composta pela onda fundamental acompanhada de todos os harmônicos que a corda do piano pode vibrar. Entretanto, o número de harmônicos emitido pelo violino é diferente do número de harmônicos emitido pelo piano. Essa diferença provoca no ouvido sensações distintas, possibilitando-lhe distingui-las.

É interessante ressaltar o fato de que, quando uma pessoa imita a voz de outra, a imitação é parecida com a original porque o imitador consegue emitir a mesma onda fundamental. Entretanto, seu aparelho fonador não consegue reproduzir todos os harmônicos do som fundamental, o que acarreta a diferença.

5.3. Sonoridade ou Intensidade

A **sonoridade** ou **intensidade** auditiva é a qualidade do som que permite ao ouvinte distinguir um som fraco (pequena intensidade) de um som forte (grande intensidade).

Ao adiantarmos o botão de volume de um sistema de som, estamos aumentando a potência do aparelho, conseqüentemente aumentando a intensidade da onda sonora emitida pelos alto-falantes. Quanto maior a intensidade da onda, mais forte o som se apresenta para nossos ouvidos. Sons de pequena intensidade produzem pequenos aumentos de pressão, e sons de grande intensidade produzem grandes aumentos de pressão sobre o tímpano do ouvinte. As diferentes pressões sobre o tímpano é que permitem ao ouvinte comparar sons fortes e sons fracos.

Som fraco	Onda de pequena intensidade
Som forte	Onda de grande intensidade

A sensibilidade de cada ouvido varia com a frequência do som, ou seja, um ouvido é mais sensível para uma determinada frequência, e menos sensível para outras. O modo com o qual o ouvido percebe um som é quantificado pela lei de Weber e Fechner:

“A magnitude de sensação auditiva é proporcional ao logaritmo do agente excitador”

$$N = K \cdot \log \frac{I}{I_0}$$

Em que:

N – Nível de intensidade sonora

I – Intensidade física do som considerado

I_0 – Intensidade física do som de referência

A constante K é arbitrária.

I) Para $K = 1$, o nível de intensidade é expresso em Bel

II) Para $K = 10$, o nível de intensidade é expresso em Decibel (dB)

Observação

A intensidade física do som de referência é $I_0 = 10^{-16} \text{ W/cm}^2$.

Alguns exemplos de nível sonoro, em dB:

Liminar de audibilidade	0
Murmúrio	20
Música suave	40
Conversa comum	65
Rua barulhenta	90
Avião próximo	100

O nível sonoro de 120 dB corresponde ao limiar de sensação dolorosa.

Exercícios Resolvidos

01. Se ouvirmos dois Fa_3 tocados por uma flauta e por um clarinete, podemos distingui-los:

- a) pela intensidade.
- b) pela altura.
- c) pelo timbre.
- d) pela velocidade.

Resposta: C

Sons de mesma frequência, produzidos por instrumentos diferentes, são distinguidos pelo ouvido humano em virtude do número de harmônicos produzidos pelos instrumentos, ou seja, pelo timbre.

02. O timbre de uma nota musical depende:

- a) da frequência.
- b) da altura do som.
- c) dos harmônicos que acompanham o som fundamental.
- d) da intensidade sonora.

Resposta: C

O timbre está ligado ao número de harmônicos emitidos.

03. A intensidade do som, em W/m^2 , em um jardim sossegado, é da ordem de 10^{-4} . Em um restaurante, é de 10^{-1} . O limiar da audição se dá a 10^{-6} nas mesmas unidades.

Calcular a sonoridade, em dB, no jardim e no restaurante.

Resolução

No jardim.

$$N = K \cdot \log \frac{I}{I_0}$$

$$N = 10 \cdot \log \frac{10^{-4}}{10^{-6}}$$

$$N = 10 \log 10^2$$

$$N = 10 \cdot 2$$

$$N = 20 \text{ dB}$$

No restaurante

$$N = K \cdot \log \frac{I}{I_0}$$

$$N = 10 \cdot \log \frac{10^{-1}}{10^{-6}}$$

$$N = 10 \cdot \log 10^5$$

$$N = 10 \cdot 5$$

$$N = 50 \text{ dB}$$

04. Um equipamento mede o nível de ruído de uma rua em dB. Às 16 horas mediu-se 20 dB. Às 18 horas o aparelho acusou 80 dB.

Calcular quantas vezes aumentou a intensidade da onda sonora.

Resolução

Para $N = 20 \text{ dB}$, tem-se:

$$N = 10 \cdot \log \frac{I_1}{I_0}$$

$$20 = 10 \cdot \log \frac{I_1}{I_0}$$

$$2 = \log \frac{I_1}{I_0}$$

$$I_1 = 10^2 \cdot I_0 \quad (1)$$

Analogamente, para $N = 80 \text{ dB}$:

$$I_2 = 10^8 \cdot I_0 \quad (2)$$

Dividindo-se (2) por (1), tem-se:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{10^8 \cdot I_0}{10^2 \cdot I_0} \Rightarrow I_2 = 10^6 \cdot I_1$$

6. Efeito Doppler

Quando uma fonte sonora se aproxima de um observador parado, nota-se que a frequência do som por ele recebida é maior do que se a fonte estivesse em repouso, e, quando a fonte se afastar do observador parado, a frequência é menor do que se ela estivesse em repouso.

Você pode verificar esse fato ao se posicionar numa rua ou avenida. Preste atenção no barulho do motor dos veículos, ou buzina, ou sirene. Você vai notar que, na aproximação, o som é mais agudo e, no afastamento, mais grave.

A diferença entre a frequência percebida e a frequência real do som foi estudada pelo físico austríaco Christian Jonhann Doppler (1803-1853), e seu estudo ficou conhecido como Efeito Doppler.





Chamando de f_{ap} a frequência aparente, isto é, a frequência percebida pelo observador, podemos concluir que:

Quando há aproximação entre o observador e a fonte, o observador recebe mais ondas do que receberia se estivesse parado e, neste caso, $f_{ap} > f_F$.

Quando há afastamento entre o observador e a fonte, o observador recebe menos ondas do que receberia se estivesse parado e, neste caso, $f_{ap} < f_F$.

Resumindo:

Aproximação: $f_{ap} > f_F$

Afastamento: $f_{ap} < f_F$

O comprimento de onda aparente é obtido pela expressão:

$$v = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda_{ap} = \frac{v}{f_{ap}}$$

É claro que:

Aproximação: $\lambda_{ap} < \lambda_F$

Afastamento: $\lambda_{ap} > \lambda_F$

Qualquer que seja o movimento relativo entre observador e fonte, podemos calcular a frequência aparente pela relação:

$$\frac{f_{ap}}{v \pm v_0} = \frac{f_F}{v \pm v_F}$$

Onde:

f_{ap} : frequência aparente, percebida pelo observador.

f_F : frequência real do sinal (som) emitido pela fonte.

v : velocidade do sinal (som).

v_0 : velocidade do observador.

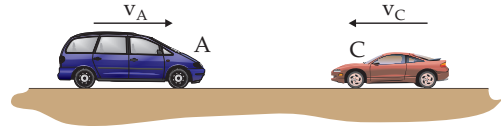
v_F : velocidade da fonte.

O sinal + ou - para as velocidades v_0 e v_F é sempre dado orientando-se a trajetória positivamente do observador para a fonte.



Exercícios Resolvidos

01. No esquema abaixo, A é uma ambulância que se move a 108 km/h e C é um carro que se move opostamente à ambulância a uma velocidade de 36 km/h.



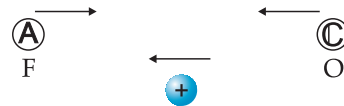
A ambulância, tocando sirene, emite um som de frequência 900 Hz. Se a velocidade do som no ar (supostamente parado) é de 330 m/s, calcule a frequência aparente do som ouvido pelo motorista de C:

a) antes do cruzamento de seu carro com a ambulância;

b) depois do cruzamento de seu carro com a ambulância.

Resolução

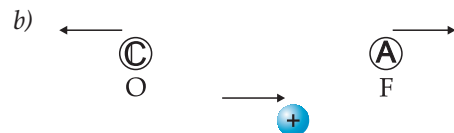
$$a) \frac{108 \text{ km}}{h} = 30 \text{ m/s} \quad v_0 = 36 \frac{\text{km}}{h} = 10 \text{ m/s}$$



$$\frac{f_{ap}}{v \pm v_0} = \frac{f_F}{v \pm v_F}$$

$$\frac{f_{ap}}{330 + 10} = \frac{900}{330 - 30}$$

$$f_{ap} = 1\,020 \text{ Hz}$$



$$\frac{f_{ap}}{v \pm v_0} = \frac{f_F}{v \pm v_F}$$

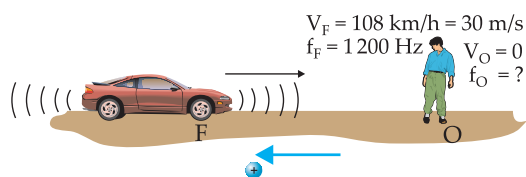
$$\frac{f_{ap}}{330 - 10} = \frac{900}{330 + 30}$$

$$f_{ap} = 800 \text{ Hz}$$

02. Um automóvel, deslocando-se à velocidade de 108 km/h, toca sua buzina, cujo som é uma senóide pura de frequência igual a 1 200 Hz. Um homem parado ao lado da estrada percebe uma variação brusca no som, no instante em que o automóvel passa pelo ponto onde se encontra. Qual a variação de frequência percebida pelo observador?

Resolução

Antes do cruzamento

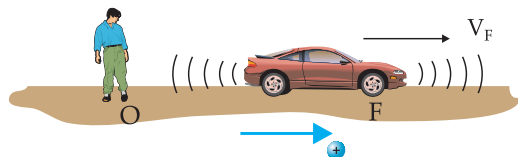


$$\frac{f_{ap}}{v \pm v_O} = \frac{f_F}{v \pm v_F}$$

$$\frac{f_{ap}}{340} = \frac{1200}{340 - 30}$$

$$f_{ap} = 1\,316,13 \text{ Hz}$$

Depois do cruzamento:



$$\frac{f_{ap}}{v \pm v_O} = \frac{f_F}{v \pm v_F}$$

$$\frac{f'_{ap}}{340} = \frac{1200}{340 + 30}$$

$$f'_{ap} = 1\,102,70 \text{ Hz}$$

$$\Delta f = f_{ap} - f'_{ap} = 1\,316,13 - 1\,102,70$$

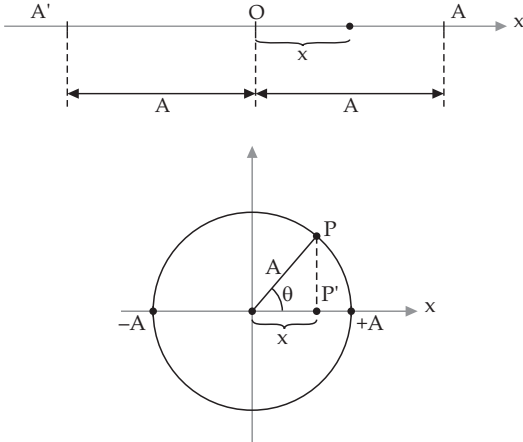
$$\Delta f = 213,43 \text{ Hz}$$



Capítulo 11. Movimento Harmônico Simples (MHS)

1. Cinemática do MHS

Consideremos um ponto material em MHS.



O ponto material P descreve um M.C.U. dado por:

$$\theta = \theta_0 + \omega \cdot t$$

A distância da projeção de P sobre o eixo x até o centro O é:

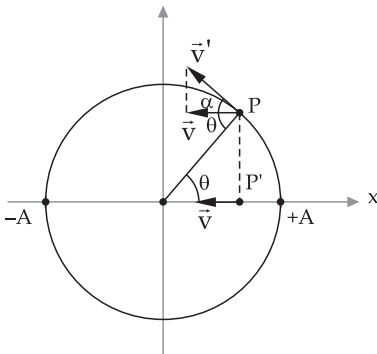
$$x = A \cdot \cos \theta$$

Portanto, a função horária da elongação é:

$$x = A \cdot \cos (\theta_0 + \omega \cdot t)$$

1.1. Equação da Velocidade

O ponto P realiza um MHS de amplitude A e pulsação ω .



A componente de $\vec{v}'$ na direção do eixo x é:

$$v = -v' \cdot \cos \alpha = -\omega \cdot A \cdot \cos \alpha$$

Mas, α e θ são complementares:

$$\cos \alpha = \sin \theta$$

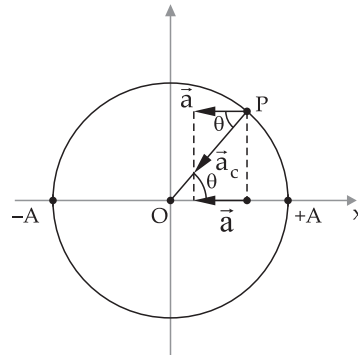
Logo, a função horária da velocidade é:

$$v = -\omega \cdot A \cdot \sin \theta$$

$$v = -\omega \cdot A \cdot \sin (\theta_0 + \omega \cdot t)$$

1.2. Equação da Aceleração

No MCU, a aceleração é centrípeta e, portanto, radial no sentido para o centro.



A componente da $\vec{a}_c$ (aceleração centrípeta) na direção do eixo x é:

$$a = -a_c \cdot \cos \theta$$

$$\text{Mas, } a_c = \frac{v'^2}{r} = \omega^2 \cdot A$$

Assim, a função horária da aceleração é:

$$a = -\omega^2 \cdot A \cdot \cos (\theta_0 + \omega \cdot t)$$

1.3. Relação entre x e a

No MHS:

$$x = A \cos(\omega t + \theta_0)$$

e

$$a = -A\omega^2 \cos(\omega t + \theta_0)$$

Dividindo as expressões acima membro e membro, vem:

$$\frac{x}{a} = -\frac{1}{\omega^2}$$

$$a = -\omega^2 x$$

Exercício Resolvido

01. Um MHS tem por função horária dos espaços a expressão:

$$x = 0,6 \cos 4\pi t \quad (\text{USI})$$

Determine, para esse movimento, as funções horárias da velocidade e da aceleração.

Resolução

$$x = A \cos(\omega t + \theta_0)$$

$$v = -A\omega \sin(\omega t + \theta_0)$$

$$a = -A\omega^2 \cos(\omega t + \theta_0)$$

Velocidade

$$v = -0,6 \cdot 4\pi \cdot \sin 4\pi t$$

$$v = -2,4\pi \sin 4\pi t \quad (\text{SI})$$

Aceleração

$$a = -0,6(4\pi)^2 \cos 4\pi t$$

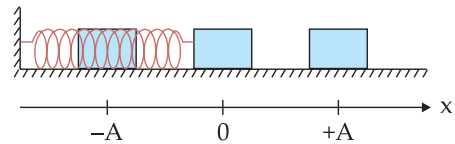
$$a = -9,6\pi^2 \cos 4\pi t (\text{SI})$$

2. Dinâmica do MHS

2.1. Período de um Sistema Massa-Mola

Entende-se por sistema massa-mola o conjunto de um corpo de massa m com uma mola de constante elástica k . Prende-se o corpo numa extremidade da mola e a outra extre-

midade num suporte fixo, e o conjunto é posto a oscilar, de modo que esse corpo realize um Movimento Harmônico Simples (MHS).



A força elástica é a resultante das forças aplicadas no corpo, uma vez desprezados o atrito entre o corpo e a superfície e a energia dissipada na deformação da mola.

$$F = F_R$$

Como : $F = k \cdot x$ e $F_R = m \cdot |a|$, então:
 $k \cdot x = m \cdot |a|$

Do MHS, temos: $a = -\omega^2 \cdot x$ e $\omega = \frac{2\pi}{T}$, então:

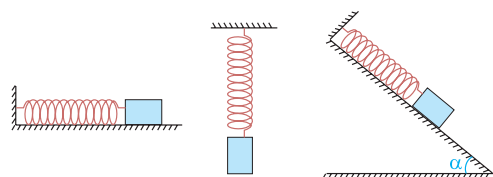
$$k \cdot x = m \cdot |-\omega^2 \cdot x|$$

$$k \cdot x = m \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot x$$

$$k \cdot T^2 = m \cdot (2\pi)^2$$

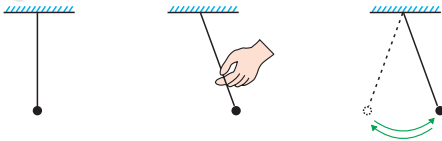
$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot m}{k}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

O período do sistema massa-mola depende da massa do corpo e da constante de mola. O período não depende da amplitude do MHS e nem do plano de vibração, ou seja, o período é o mesmo se o corpo oscilar na horizontal, vertical ou plano inclinado.

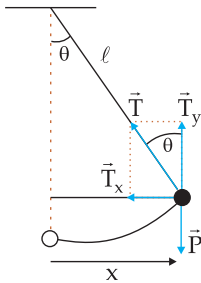


2.2. Período de um Pêndulo Simples

Prende-se num suporte (teto) um fio e na extremidade deste um corpo de massa m que pende verticalmente. A seguir, afasta-se esse corpo da vertical de equilíbrio, abandonando-o, de modo a iniciar um movimento de vaivém, ou seja, um MHS.



Durante a oscilação do pêndulo, estão aplicadas no corpo duas forças: peso ($\vec{P}$) e tração ($\vec{T}$), onde $\vec{P}$ é vertical e $\vec{T}$ está aplicada na direção do fio.



$$T_y = T \cdot \cos \theta$$

$$T_x = T \cdot \sin \theta$$

$$F_R = T_x = T \cdot \sin \theta \Rightarrow m \cdot a = T \cdot \sin \theta$$

$$P = T_y = T \cdot \cos \theta \Rightarrow m \cdot g = T \cdot \cos \theta$$

$$\frac{m \cdot |a|}{m \cdot g} = \frac{T \cdot \sin \theta}{T \cdot \cos \theta}$$

$$|a| = g \cdot \tan \theta$$

Do MHS, temos $a = -\omega^2 \cdot x$

Para ângulos pequenos: $\sin \theta \cong \tan \theta$

$$|a| = g \cdot \tan \theta = g \cdot \sin \theta$$

$$\sin \theta = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{x}{\ell}$$

$$\omega^2 \cdot x = g \cdot \frac{x}{\ell} \left(\omega = \frac{2\pi}{T} \right)$$

$$\left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 = \frac{g}{\ell} \Rightarrow (2\pi)^2 \cdot \frac{\ell}{g} = T^2 \Rightarrow T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

O período depende do comprimento do fio e da aceleração da gravidade. O período não depende da massa do corpo que oscila.

Note que ao fazermos a aproximação $\sin \theta \cong \tan \theta$, estamos restringindo nossa fórmula do período apenas para pequenos ân-

gulos de abertura (θ no máximo 5°).

O período do pêndulo se distancia do período encontrado na fórmula à medida que aumentamos o ângulo θ .

Para acertarmos um relógio de pêndulo que adianta ou atrasa, utilizamo-nos da fórmula acima.

Por exemplo, se um relógio está adiantado, devemos aumentar o seu período, para que ele demore mais para ir e voltar.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

Para aumentar o período, devemos aumentar o comprimento do fio.

Exercícios Resolvidos

01. Um corpo de 500 g, preso a uma mola ideal vertical, é vagarosamente baixado até o ponto em que fica em equilíbrio, distendendo a mola em 20 cm. Admitindo que $g = 10 \text{ m/s}^2$, quando o corpo é afastado de sua posição de equilíbrio e em seguida abandonado, o período de oscilação do sistema será aproximadamente de:

- a) 281 s
- b) 44,5 s
- c) 8,0 s
- d) 4,0 s
- e) 0,9 s

Resolução

Dados:

$$x = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m}$$

$$m = 500 \text{ g} = 0,5 \text{ kg}$$

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

No equilíbrio temos:

$$F_e = P \Rightarrow k \cdot x = m \cdot g$$

$$k \cdot 0,2 = 0,5 \cdot 10 \Rightarrow k = 25 \text{ N/m}$$

O período do sistema é dado por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{0,5}{25}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{50}}$$

$$T = 0,9 \text{ s}$$

Resposta: E

02. Um pêndulo simples executa quarenta oscilações em 10 s. O período e a frequência são iguais a:

- a) 4 s e 25 Hz.
- b) 2,5 s e 4 Hz.
- c) 0,25 s e 0,25 Hz.
- d) 0,25 s e 4 Hz.
- e) 4 s e 0,25 Hz.

Resolução

A frequência é dada pela relação:

$$f = \frac{n^{\circ} \text{ de oscilações}}{\text{unidade de tempo}} = \frac{40}{10} = 4$$

$$f = 4 \text{ Hz}$$

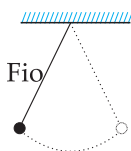
O período é dado pela relação:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$T = 0,25 \text{ s}$$

Resposta: D

03. O sistema abaixo é o de um pêndulo simples. O fio de comprimento ℓ é ideal, m é a massa suspensa e T é o período do pêndulo nestas condições. Dobrando a massa suspensa, o período será de:



- a) 4 T
- b) 2 T
- c) T
- d) $\frac{T}{2}$
- e) $\frac{T}{4}$

Resolução

O período de um pêndulo simples, é dado pela expressão:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

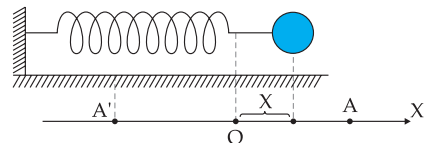
Nessas condições, observamos que o período depende apenas do comprimento do pêndulo e da aceleração da gravidade local. O período do pêndulo não depende da massa. Portanto, dobrando-se a massa o período não se altera.

Resposta C

3. A Energia do MHS

3.1. Energia Potencial

Consideremos o sistema massa-mola esquematizado a seguir.

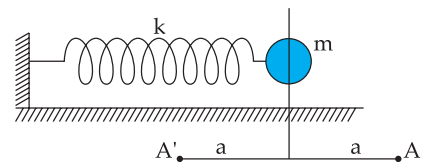


A energia potencial ou de posição é dada por:

$$E_{pe} = \mathcal{E}_{F_{elast}} = \frac{kx^2}{2}$$

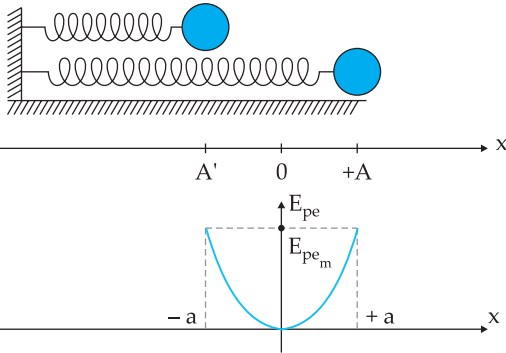
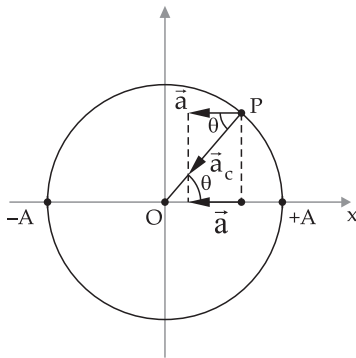
$$E_{pe} = \frac{kx^2}{2}$$

3.2. Energia Mecânica



Supondo que, no sistema oscilante, o trabalho das forças não-conservativas seja nulo, teremos a conservação da energia mecânica.

Na posição de alongação máxima ($x = +a$), o sistema possui energia potencial máxima. Quando o corpo de massa m passa pela posição natural da mola ($x = 0$), a energia potencial é nula. Assim,



Logo, a máxima energia potencial é

$$E_{pe} = \frac{kx^2}{2} \text{ para } x = A \Rightarrow E_{pe_m} = \frac{kA^2}{2}$$

Como na posição $x = +A$ o objeto de massa m tem velocidade nula, podemos concluir que:

$$E_m = E_c + E_{pe_m} \text{ (em } x = +A)$$

$$E_m = \frac{kA^2}{2}$$

3.3. Energia Cinética

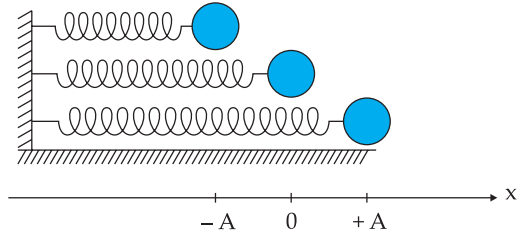
Deste modo, levando em consideração a conservação da energia mecânica do sistema, determinamos a energia cinética do sistema massa-mola.

$$E_m = E_c + E_{pe}$$

$$E_c = E_m - E_{pe}$$

$$E_c = \frac{kA^2}{2} - \frac{kx^2}{2} \Rightarrow E_c = \frac{k}{2}(A^2 - x^2)$$

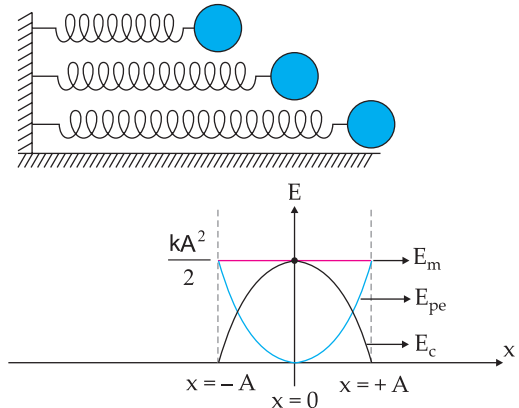
Para os pontos $x = +A$, $x = -A$ e $x = 0$, temos:



Para uma posição qualquer, x :

$$E_{pe} = \frac{kx^2}{2}, E_m = \frac{kA^2}{2}, E_c = \frac{k}{2}(A^2 - x^2)$$

Gráfico das energias



Exercícios Resolvidos

01. Um corpo de massa m está ligado a uma mola e oscila com a amplitude de 10 cm. Considerando a constante elástica da mola igual a 25 N/m, determine a energia total do movimento.

Resolução

A energia total do sistema é dada pela energia potencial máxima.

Portanto:

$$E_m = \frac{k \cdot A^2}{2}$$

$$E_m = \frac{25 \cdot (0,1)^2}{2}$$

$$E_m = 0,125 \text{ Joules}$$

02. Certa massa de 0,2 kg é sustentada verticalmente por uma mola, cuja constante elástica é de 40 N/m. Posta a oscilar, a frequência de movimento do sistema, em hertz, é de aproximadamente:

- a) 2,3.
- b) 3,2.
- c) 8.
- d) 10.
- e) 14.

Resolução

Dados:

$$m = 0,2 \text{ kg}$$

$$k = 40 \text{ N/m}$$

O período do movimento é:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{0,2}{40}} = 0,444 \text{ s}$$

A frequência do movimento é:

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = \frac{1}{0,444}$$

$$f = 2,3 \text{ Hz}$$

Resposta: A



