Capítulo 1

01.
Dados $z_1 = 1 + i$; $z_2 = 2 - i$ e $z_3 = 2i$, então:
a) $z_1 + z_2 = z_3$
b) $2z_1 - z_2 = z_3$
c) $z_1 \cdot z_2 = z_3$
d) $z_1 \cdot z_2 \cdot z_3 = -2 + 6i$
e) $z_1 \cdot z_3 = z_2$

02.
Resolva em $\mathbb{C}$ as equações:
a) $x^2 - 2x + 5 = 0$
b) $a^4 - 81 = 0$

03.
Sabendo que $z = 8 + 3i$ e $w = 3 - 5i$, julgue os itens a seguir:
a) $z + w = 11 - 2i$
b) $2(z - w) = 7 + 3i$
c) $z \cdot w = 41 - 12i$
d) $\bar{z} + \bar{w} = 2i$

04.
Determine o valor de m, $m \in \mathbb{R}$, para que o número $z = (m - i)(3 + 2i)$ seja real.

05.
O valor de a que torna o produto $(3 + 2ai)(2 - i)$ um número imaginário puro é:
a) -3
b) -2
c) -1
d) 0
e) 1

06. Vunesp
Se $z = (2 + i) \cdot (1 + i) \cdot i$, então $\bar{z}$, o conjugado de z, será dado por:
a) $-3 - i$
b) $1 - 3i$
c) $3 - i$
d) $-3 + i$
e) $3 + i$

07. UFU-MG
Sejam os números complexos $z_1 = 2x - 3i$ e $z_2 = 2 + yi$, em que x e y são números reais. Se $z_1 = z_2$, então o produto $x \cdot y$ é:
a) 6
b) 4
c) 3
d) -3
e) -6

08. UFRGS-RS
O número $z = (m - 3) + (m^2 - 9)i$ será um número real não-nulo para:
a) $m = -3$
b) $m < -3$ ou $m > 3$
c) $-3 < m < 3$
d) $m = 3$
e) $m > 0$

09. UEL-PR
Seja o número complexo $z = x + yi$, no qual $x, y \in \mathbb{R}$. Se $z \cdot (1 - i) = (1 + i)^2$, então:
a) $x = y$
b) $x - y = 2$
c) $x \cdot y = 1$
d) $x + y = 0$
e) $y = 2x$

10. Unirio-RJ
O número complexo $z = a + bi$, $i = \sqrt{-1}$, com a e b inteiros, é tal que (a, b) pertence à reta $x - 2y + 1 = 0$. Dado que $z \cdot \bar{z} = 2$, determine z.

11. UFSC
Determine o valor de x para que o produto $(12 - 2i)[18 + (x - 2)i]$ seja um número real.

12. UFSM-RS
Se $(1 + ai)(b - i) = 5 + 5i$, como a e $b \in \mathbb{R}$, então a e b são raízes da equação:
a) $x^2 - x - 6 = 0$
b) $x^2 - 5x - 6 = 0$
c) $x^2 + x - 6 = 0$
d) $x^2 + 5x + 6 = 0$
e) $x^2 - 5x + 6 = 0$

13. UECE
Se $z = x + yi$ é um número complexo, em que x e y são números reais, define-se o conjugado de z como sendo o número $\bar{z} = x - yi$. Considerando os números $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 5 + 7i$ e $z_3 = 3 - 5i$, o resultado de $z_1 \cdot \bar{z}_2 + z_2 \cdot \bar{z}_3 - \bar{z}_1 \cdot z_3$ é:
a) $20 + 66i$
b) $10 - 66i$
c) $20 - 55i$
d) $10 + 55i$

14. UFSCar-SP
Sejam $x, y \in \mathbb{R}$ e $z = x + yi$ um número complexo.
a) Calcule o produto $(x + yi) \cdot (1 + i)$.
b) Determine x e y, para que se tenha $(x + yi) \cdot (1 + i) = 2$.

15. UFRJ
A soma de um número complexo z com seu conjugado é igual a 3 vezes a parte imaginária de z, e o produto de z pelo seu conjugado vale 52. Determine z, sabendo que sua parte real é positiva.

16. Vunesp

Considere os números complexos

$z_1 = (2 + i)$ e $z_2 = (x + 2i)$,

em que i é a unidade imaginária e x é um número real. Determine:

a) o número complexo $z_1 \cdot z_2$ em função de x;
b) os valores de x tais que $\text{Re}(z_1 \cdot z_2) \leq \text{Im}(z_1 \cdot z_2)$, em que Re denota a parte real e Im denota a parte imaginária do número complexo.

17. ITA-SP

Se z_1 e z_2 são números complexos nos quais $z_1 + z_2$ e $z_1 \cdot z_2$ são números reais, o que se pode concluir sobre z_1 e z_2?

18. Mackenzie-SP

Sendo $i^2 = -1$, o módulo do número complexo z, a solução da equação $2z + i\bar{z} = 6 + 9i$, é:

a) $\sqrt{17}$
b) $\sqrt{13}$
c) $\sqrt{15}$
d) $\sqrt{11}$
e) $\sqrt{19}$

19. UFR-RJ

Encontre o conjunto solução da equação

$(1 + i)x + (1 - i) = 0$ em que i é a unidade imaginária.

20. Unimontes-MG

Considere x, y $\in$ C satisfazendo, simultaneamente, as equações

$$\begin{cases} ix - (2+i)y = 2i - 4 \\ x + (2-i)y = 2 - 2i \end{cases}$$

Determine o conjunto-solução do sistema.

21. UFMS

Considere as seguintes informações sobre números complexos:

- Um número complexo z pode ser escrito sob a forma: $z = x + y\,i$, em que $x \in \mathbb{R}$ é a parte real, $y \in \mathbb{R}$ é a parte imaginária e $i = \sqrt{-1}$.
- O conjugado de um número complexo $z = x + yi$ é indicado e definido por $\bar{z} = x - yi$.

Sejam z_1 e z_2 números complexos tais que $z_1^2 - z_2^2 = 2 + 16i$ e $\bar{z}_1 + \bar{z}_2 = 5 + 1$. Calcule a soma da parte real com a parte imaginária do número complexo $26(z_1 - z_2)$.

22. Fuvest-SP

Sendo i a unidade imaginária ($i^2 = -1$) pergunta-se: quantos números reais a existem para os quais $(a + 1)^4$ é um número real?

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) Infinitos

23. Vunesp

Seja $z = x + yi$ um número complexo, com x e y números reais e i a unidade imaginária.

a) Determine, em função de x e y, a parte real e a parte imaginária de $2z - i + \bar{z}$, com $\bar{z}$ indicando o conjugado de z.
b) Determine z que seja solução da equação $2z - i + \bar{z} = 0$

24. UEL-PR

A forma algébrica do número complexo $z = \dfrac{1+3i}{2-i}$ é:

a) $\dfrac{1}{2} - 3i$
b) $\dfrac{5}{3} + \left(\dfrac{7i}{3}\right)$
c) $-\dfrac{1}{5} + \left(\dfrac{7i}{5}\right)$
d) $-\dfrac{1}{5} + 7i$
e) $\dfrac{3}{5} + \left(\dfrac{4i}{5}\right)$

25. Ulbra-RS

O valor da divisão $\dfrac{(1+i)^2}{2-i}$ é:

a) $-2 + 4i$
b) $-2 - 4i$
c) $\dfrac{-4+2i}{5}$
d) $\dfrac{4+2i}{5}$
e) $\dfrac{-2+4i}{5}$

26. UFRR

Considere $A = \dfrac{1-i}{1+i}$. O valor de A^3 é:

a) i
b) $-i$
c) $2\sqrt{2}\,(1+i)$
d) $8(1 - i)$
e) $2\sqrt{2}\,(1-i)$

27. UFMA

Encontre o valor de b, de modo que o quociente $\dfrac{2-bi}{1+i}$ seja um número real.

28. Unicentro-PR

Qual é o valor de a, real, para que $\dfrac{2+ai}{1-i}$ seja um imaginário puro?

a) -2
b) -1
c) 0
d) 1
e) 2

29. UEMS

Os valores reais de x que tornam a parte real do número complexo $z = \dfrac{x-i}{x+i}$ negativa são:

a) $-1 < x < 1$
b) $1 < x < -1$
c) $2 < x < 1$
d) $-2 < x < -1$
e) $-1 < x < 2$

30.

Calcule: $i^{26} - 2i^{21} + 3i^{35}$.

31. PUC-RS

Se n é um número natural par e $i = \sqrt{-1}$, então i^{6n} vale:

a) i
b) – 1
c) – i
d) 1
e) 0

32. Fatec-SP

Se i é a unidade imaginária, a soma

$2 + 4 \cdot i^2 + 6 \cdot i^4 + ... + 100 \cdot i^{98}$ é um número:

a) primo.
b) divisível por 4.
c) múltiplo de 6.
d) negativo.
e) quadrado perfeito.

33. Fatec-SP

O conjugado do número complexo $z = (1 - i^{-1})^{-1}$ é igual a:

a) 1 + i
b) 1 – i
c) (1/2) (1 – i)
d) (1/2) (1 + i)
e) i

34. UPF-RS

O valor da potência $(\sqrt{2} - \sqrt{2i})^6$ é:

a) um número real positivo.
b) um número real negativo.
c) um número complexo da forma z = a + bi, com a e b ≠ 0.
d) um número imaginário puro.
e) um número complexo da forma z = a + bi, com a > 0 e b < 0.

35. UPF-RS

A expressão $\dfrac{i^5 + i^6 - i^7}{i^{12} + i^{13} + i^{14}}$ corresponde a:

a) 2 – i
b) i
c) – i
d) 3 + i
e) 2 + i

36.

Calcule: $\sum_{n=25}^{63} i^n$

37. FEI-SP

Se a = 1 + 2i, b = 2 – i e (a/b) + (b/c) = 0 então o número complexo c é:

a) 2i
b) 1 – 2i
c) 2 – i
d) 1 + 2i
e) 3i

38. Mackenzie-SP

Se $i^2 = -1$, então $(1 + i) \cdot (1 + i)^2 \cdot (1 + i)^3 \cdot (1 + i)^4$ é igual a:

a) 2i
b) 4i
c) 8i
d) 16i
e) 32i

39. UFV-MG

Seja i a unidade imaginária $i = \sqrt{(-1)}$. O valor da expressão $[(1 + i)^5] / [(1 - i)^3]$ é:

a) 1
b) – 2
c) 2
d) – 2i
e) 2i

40. Fuvest-SP

Sabendo que α é um número real e que a parte imaginária do número complexo (2 + i) / (α + 2i) é zero, então α é:

a) – 4
b) – 2
c) 1
d) 2
e) 4

41. UFPR

O valor de a que torna real o quociente $\dfrac{3 - 2ai}{4 - 3i}$ é:

a) $-\dfrac{3}{2}$
b) $-\dfrac{9}{8}$
c) zero
d) $\dfrac{2}{3}$
e) $\dfrac{9}{8}$

42. F. M. Santos-SP

Seja a um número real tal que o número complexo $\dfrac{2 - ai}{1 + 2ai}$ é imaginário puro.

Portanto:

a) a = 1 ou a = – 1
b) a = 2 ou a = – 2
c) a = 0
d) $a = \sqrt{2}$
e) $a = -\sqrt{2}$

43. Fuvest-SP

Ache os valores reais de x de modo que a parte real do número complexo $z = \dfrac{x - i}{x + i}$ seja negativa (i é a unidade imaginária).

44. Unitau-SP

A expressão $i^{13} + i^{15}$ é igual a:

a) 0
b) i
c) – i
d) – 2i
e) 3i

45. Vunesp

Considere o número complexo z = i, onde i é a unidade imaginária. O valor de $z^4 + z^3 + z^2 + z + (1/z)$ é:

a) – 1
b) 0
c) 1
d) i
e) – i

46. Mackenzie-SP

$\left[\dfrac{(1\ +\ i)}{(1\ -\ i)}\right]^{102}$, $i = \sqrt{-1}$, é igual a:

a) i
b) – i
c) 1
d) 1 + i
e) – 1

47. Vunesp

Para o complexo i, a soma $i + i^2 + ...+ i^n$, n natural, n > 1, é zero, se e somente se:

a) n = 4
b) n é múltiplo de 4.
c) n > 4
d) $n = 4^k$, k = 1, 2, ...
e) n é par.

48. Vunesp

Considere os números complexos w = 4 + 2i e z = 3a + 4ai, onde *a* é um número real positivo e *i* indica a unidade imaginária. Se, em centímetros, a altura de um triângulo é |*z*| e a base é a parte real de *z.w*, determine *a* de modo que a área do triângulo seja 90 cm².

49.

Calcule o módulo dos números complexos abaixo:

a) z = 3 + 4i
b) z = –5 + 12 i

50. ITA-SP

Assinale a opção que indica o módulo do número complexo $\dfrac{1}{1 + i \cot g\ x}$, $x \neq k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

a) $|\cos x|$
b) (1 + sen x)/2
c) $\cos^2 x$
d) $|\operatorname{cossec} x|$
e) $|\operatorname{sen} x|$

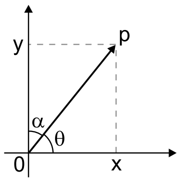
51.

Escreva na forma trigonométrica os seguintes números complexos:

a) $z_1 = \sqrt{3} + i$
b) $z_2 = -3i$

52.

O número complexo z = x + yi pode ser representado no plano, como abaixo:



Considere $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, o módulo de z.
O número complexo z pode ser escrito como:

a) z = r(cos α + i sen α)
b) z = r(cos α - i sen α)
c) z = r(sen θ + i cos θ)
d) z = r(sen α – i cos α)
e) z = r(cos θ + i sen θ)

53. PUC-MG

A forma trigonométrica do número complexo $y = 4\sqrt{3} + 4i$ é:

a) 8 (cos 30° + i sen 30°)
b) 8 (cos 45° + i sen 45°)
c) 8 (cos 60° + i sen 60°)
d) 8 (cos 120° + i sen 120°)
e) 8 (cos 150° + i sen 150°)

54. Mackenzie-SP

Dados os complexos z e w, tais que

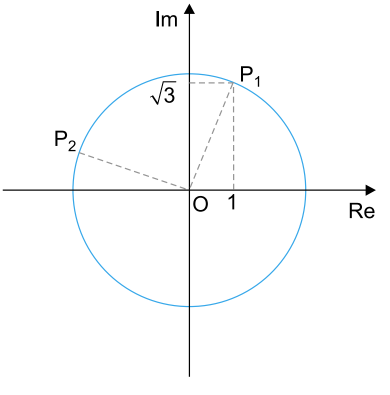
$2z + w = 2$ e $z + w = \dfrac{1 + 2i}{i}$, $i^2 = -1$,

o módulo de w é igual a:

a) 5
b) $2\sqrt{2}$
c) $\sqrt{3}$
d) $\sqrt{6}$
e) $3\sqrt{3}$

55. Acafe-SC

Todo número complexo Z = a + bi pode ser representado por um par ordenado (a, b). A esse par pode-se associar um ponto P(a, b) no plano de Argand-Gauss. O ponto P é chamado afixo de Z.
No gráfico abaixo, P_1 e P_2 são, respectivamente, os afixos de Z_1 e Z_2 e pertencem a uma mesma circunferência de centro O e $P_1\hat{O}P_2 = 90°$.



A forma trigonométrica de Z_2 é:

a) cos 2π/3 + i sen 2π/3
b) 4(cos 5π/3 + i sen 5π/3)
c) 2(cos 5π/3 + i sen 5π/3)
d) 2(cos 5π/6 + i sen 5π/6)
e) 2(cos 2π/3 + i sen 2π/3)

56.

Considere os números complexos z = 2 – i e w = – 3 – i, sendo i a unidade imaginária.

a) Determine z · w e |w – z|.
b) Determine $b \in \mathbb{R}$, $b \geq 0$, de modo que os números complexos z, w e t = bi sejam vértices de um triângulo, no plano complexo, cuja área é 20.

57. UERJ

João desenhou um mapa do quintal de sua casa, onde enterrou um cofre. Para isso, usou um sistema de coordenadas retangulares, colocando a origem O na base de uma mangueira, e os eixos OX e OY com sentidos oeste-leste e sul-norte, respectivamente. Cada ponto (x, y), nesse sistema, é a representação de um número complexo z = x + iy, $x \in \mathbb{R}$, $y \in \mathbb{R}$ e $i^2 = -1$.

Para indicar a posição (x_1, y_1) e a distância d do cofre à origem, João escreveu a seguinte observação no canto do mapa: $x_1 + iy_1 = (1 + i)^9$.

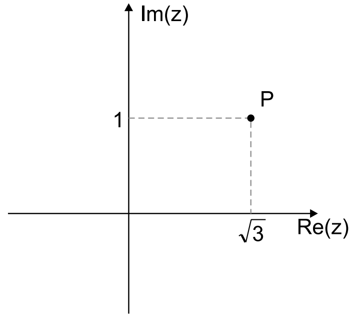
Calcule:

a) as coordenadas (x_1, y_1);
b) o valor de d.

58. Uneb-BA

Na figura abaixo, o ponto P é o afixo do número complexo z.

A forma trigonométrica de z^2 é:



a) 4 (cos 15° + i sen 15°)
b) 4 (cos 60° + i sen 60°)
c) 2 (cos 60° + i sen 60°)
d) 2 (cos 30° + i sen 30°)
e) cos 15° + i sen 15°

59. UFMA

Considerando o número complexo $z_1 = 1 + i$, em que $i = \sqrt{-1}$, encontre o complexo z_2 cujo módulo é 5 e cujo argumento é o dobro do argumento de z_1.

60. UFMT

Um quadrado ABCD está inscrito num círculo com centro na origem. O vértice A coincide com o afixo do número complexo 3 + 4i. Qual é o afixo de um dos outros três vértices?

a) 3 – 4i
b) –2 + i
c) – 4 + 3i
d) 2 – i
e) 1 – 2i

61. Unifesp

Quatro números complexos representam, no plano complexo, vértices de um paralelogramo. Três dos números são $z_1 = -3 - 3i$, $z_2 = 1$ e $z_3 = -1 + (5/2)i$. O quarto número tem as partes real e imaginária positivas. Esse número é:

a) 2 + 3i
b) 3 + (11/2)i
c) 3 + 5i
d) 2 + (11/2)i
e) 4 + 5i

62. Fuvest-SP

Dentre os números complexos z = a + bi, não-nulos, que têm argumento igual a π/4, aquele cuja representação geométrica está sobre a parábola $y = x^2$ é:

a) 1 + i
b) 1 – i
c) – 1 + i
d) $\sqrt{2} + 2i$
e) $-\sqrt{2} + 2i$

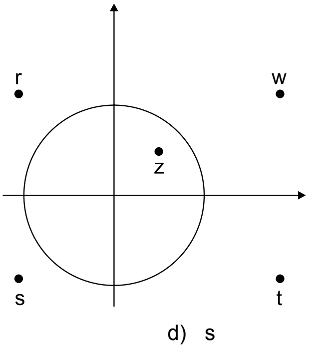
63. FGV-SP

Seja o número complexo $z = (x - 2i)^2$, no qual x é um número real. Se o argumento principal de z é 90°, então $\frac{1}{z}$ é igual a:

a) $-\frac{i}{8}$
b) – 8i
c) 4i
d) – 1 + 4i
e) 4 – i

64. Cesgranrio-RJ

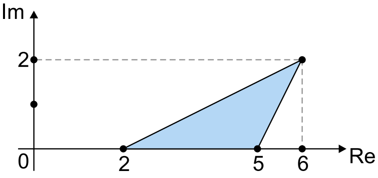
A figura mostra, no plano complexo, o círculo de centro na origem e de raio 1 e as imagens de cinco números complexos. O complexo 1/z é igual a:



a) z
b) w
c) r
d) s
e) t

65. Unifesp

Considere, no plano complexo, conforme a figura, o triângulo de vértices $z_1 = 2$, $z_2 = 5$ e $z_3 = 6 + 2i$.



A área do triângulo de vértices $w_1 = iz_1$, $w_2 = iz_2$ e $w_3 = 2iz_3$ é:

a) 8
b) 6
c) 4
d) 3
e) 2

66. Mackenzie-SP

Considere os complexos $u = 4 + i$, $v = 2 + 3i$ e $w = 6 + 4i$, cujos afixos, em relação a um sistema de eixos perpendiculares, são, respectivamente, P, Q e R. Sendo O a origem do sistema, a área do quadrilátero OPRQ é:

a) 8
b) 9
c) 15
d) 12
e) 10

67. ITA-SP

Determine o conjunto *A* formado por todos os números complexos *z* tais que:

$$\frac{\bar{z}}{z-2i} + \frac{2z}{\bar{z}+2i} = 3 \qquad \text{e} \qquad 0 < |z-2i| \le 1.$$

68. AFA-RJ

Analise as sentenças abaixo, classificando-as em verdadeira(s) ou falsa(s), considerando $i = \sqrt{-1}$. A seguir, assinale a alternativa que apresenta a seqüencia correta.

I. A representação geométrica dos números complexos z tais que $|z - (1 - i)| \le 2$ é um círculo de centro C(1, –1) e raio 2.

II. A forma trigonométrica de $z = \dfrac{1+i}{i}$ é:
$$z = \sqrt{2}\cdot\left(\cos\frac{7\pi}{4} + i\,\text{sen}\,\frac{7\pi}{4}\right)$$

III. Se $z = \cos\alpha + i\,\text{sen}\,\alpha$, então $z \cdot \bar{z} = -1^2$, $\forall\alpha$.

a) V, V, V
b) V, V, F
c) F, F, V
d) V, F, V

69. UFMG

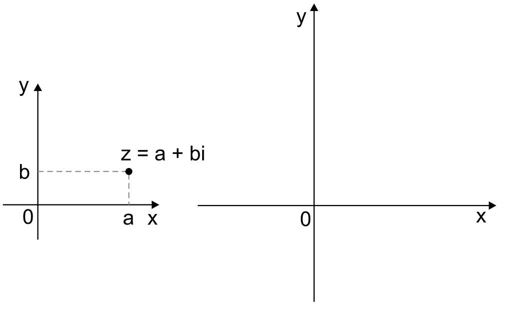
Seja z um número complexo.

Considere este sistema: $\begin{cases} |z| = 4 \\ |z - i| = \beta \end{cases}$

Determine β para que esse sistema tenha solução única.

70. UFRN

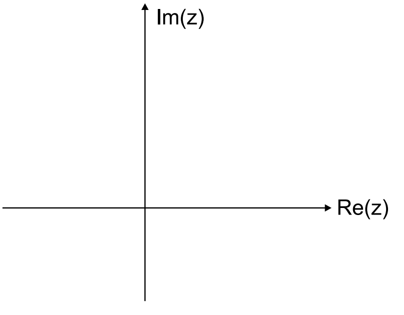
Os números complexos são representados geometricamente no plano XY por meio da correspondência biunívoca $z = a + bi \leftrightarrow$
P = (a, b), conforme ilustração a seguir.



a) Represente, no plano xy anterior, os números complexos $z_1 = 2 + 2i$ e $z_2 = -2 + 2i$.
b) Represente geometricamente, no mesmo plano, os segmentos de reta $0z_1$ e $0z_2$ e calcule o ângulo $z_1 0 z_2$.
c) Se $z = a + bi$, prove que $z' = iz$ é obtido girando-se z de 90° no sentido anti-horário, em torno da origem.

71. Fuvest-SP

a) Determine todas as soluções, no campo complexo, da equação $\bar{z} = iz^2$, em que i é a unidade imaginária, isto é, $i^2 = -1$ e $\bar{z}$ é o conjugado de z.
b) Represente essas soluções no plano complexo, usando o sistema de coordenadas desenhado a seguir.



72. Vunesp

Prove que o conjunto dos afixos dos números complexos pertencentes a $\{(2 + \cos t) + i\,\text{sen}\,t \mid t \in \mathbb{R}\}$, em que $i = \sqrt{-1}$ (unidade imaginária), é uma circunferência de raio 1, com centro no afixo do número 2.

73. ITA-SP

Sejam a e b dois números complexos não-nulos, tais que $a^2 + b^2 = 0$. Se $z, w \in \mathbb{C}$ satisfazem a:

$$\begin{cases} \bar{z}w + z\bar{w} = 6a \\ \bar{z}w - z\bar{w} = 8b \end{cases}$$

determine o valor de |a| de forma que |zw| = 1.

74.

Dados os números complexos: $z = 6\,(\cos 75° + i \operatorname{sen} 75°)$ e $w = 2\,(\cos 15° + i \operatorname{sen} 15°)$, é correto afirmar que:

a) $z + w = 8i$

b) $z \cdot w = 12$

c) $z \cdot w = -12i$

d) $\frac{z}{w} = \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i$

e) $\frac{z}{w} = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$

75.

Dado o número complexo $z = \sqrt{3} + i$:

a) escreva z na forma trigonométrica;

b) calcule z^n para n = 5;

c) determine o menor valor natural de n para que z^n seja imaginário puro.

76. UEL-PR

O produto dos números complexos $\cos(\pi/6) + i \cdot \operatorname{sen}(\pi/6)$ e $\cos(\pi/3) + i \cdot \operatorname{sen}(\pi/3)$ é igual a:

a) $\sqrt{(3) - i}$

b) $\sqrt{(2) + i}$

c) $\sqrt{(2) - i}$

d) 1

e) i

77. UFSCar-SP

Dado o número complexo $z = 1 + i\sqrt{3}$, então z^6 é igual a:

a) $1 - 3\sqrt{3}\,i$

b) $-64i$

c) $6 + 6\sqrt{3}\,i$

d) $1 + 3\sqrt{3}\,i$

e) 64

78. F. M. Jundiaí-SP

O módulo do número complexo $z = \frac{(2+2i)^8}{(4-4i)^4}$ é igual a:

a) $\sqrt{2}$

b) $2\sqrt{2}$

c) 4

d) $4\sqrt{2}$

e) 8

79. PUCCamp-SP

O módulo e o argumento do complexo $\left(\sqrt{3} + i\right)^8$ são, respectivamente:

a) 4^4 e $\frac{4\pi}{3}$

b) 2^8 e $\frac{8\pi}{3}$

c) 4^8 e $\frac{8\pi}{9}$

d) 3^8 e $\frac{5\pi}{4}$

80. Fuvest-SP

Dado o número complexo $z = \cos\frac{\pi}{16} + i \operatorname{sen}\frac{\pi}{16}$, o valor de z^{12} é:

a) $-\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}$

b) $-\frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}$

c) $-\sqrt{2} + i$

d) $-1 + i\sqrt{2}$

e) $-\sqrt{2} + i\sqrt{2}$

81. UEL-PR

A potência $(\cos 60° + i \operatorname{sen} 70°)^{601}$ é igual a:

a) $\frac{1}{2}\left(1 - i\sqrt{3}\right)$

b) $\frac{1}{2}\left(-1 + i\sqrt{3}\right)$

c) $\frac{1}{2}\left(1 + i\sqrt{3}\right)$

d) $\frac{1}{2}\left(\sqrt{3} + i\right)$

e) $\frac{1}{2}\left(\sqrt{3} - i\right)$

82.

Sendo $z_1 = 4\,(\cos 70° + i \operatorname{sen} 70°)$, $z_2 = 5\,(\cos 15° + i \operatorname{sen} 15°)$ e $z_3 = 2\,(\cos 40° + i \operatorname{sen} 40°)$, então $\frac{z_1 \cdot z_2}{z_3}$ é igual a:

a) $5\,(\cos 30° + i \operatorname{sen} 30°)$

b) $5\,(\cos 10° + i \operatorname{sen} 10°)$

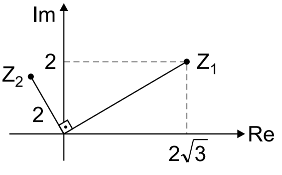
c) $10\,(\cos 15° + i \operatorname{sen} 15°)$

d) $10\,(\cos 45° + i \operatorname{sen} 45°)$

e) $5\sqrt{2}\,(1 - i)$

83. FGV-SP

A figura indica a representação dos números Z_1 e Z_2 no plano complexo.



Se $Z_1 \cdot Z_2 = a + bi$, então $a + b$ é igual a:

a) $4\left(1 - \sqrt{3}\right)$

b) $2\left(\sqrt{3} - 1\right)$

c) $2\left(1 + \sqrt{3}\right)$

d) $8\left(\sqrt{3} - 1\right)$

e) $4\left(\sqrt{3} + 1\right)$

84. UPF-RS

Sendo o número complexo $z = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}\,i}{\sqrt{8}}$, as expressões de z^3 e z^6 são dadas, respectivamente, por:

a) i e – 1

b) i e + 1

c) – i e 1

d) – i e – 1

e) 1 e 1

85. Unicamp-SP

Um número complexo $z = x + iy$, $z \neq 0$ pode ser escrito na forma trigonométrica: $z = |z|\,(\cos q + i \operatorname{sen} q)$, em que $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\cos q = x/|z|$ e $\operatorname{sen} q = y/|z|$. Essa forma de representar os números complexos não-nulos é muito conveniente, especialmente para o cálculo de potências inteiras de números complexos, em virtude da fórmula de De Moivre:

$$\left[|z|(\cos\theta + i \operatorname{sen}\theta)\right]^k = |z|^k(\cos k\theta + i \operatorname{sen} k\theta)$$

que é válida para todo $k \in \mathbb{Z}$. Use essas informações para:

a) calcular $\left(\sqrt{3}+i\right)^{12}$;

b) sendo $z=\dfrac{\sqrt{2}}{2}+i\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, calcular o valor de

$1 + z + z^2 + z^3 + ... + z^{15}$

86. Fuvest-SP

a) Se $z_1 = \cos\theta_1 + i\,\text{sen}\,\theta_1$ e $z_2 = \cos\theta_2 + i\,\text{sen}\,\theta_2$, mostre que o produto z_1z_2 é igual a $\cos(\theta_1 + \theta_2) + i\,\text{sen}(\theta_1 + \theta_2)$.

b) Mostre que o número complexo $z = \cos 48° + i\,\text{sen}\,48°$ é raiz da equação $z^{10} + z^5 + 1 = 0$.

87. Mackenzie-SP

Que números complexos representam dois vértices de um triângulo equilátero inscrito numa circunferência de centro na origem, em que um dos três vértices do triângulo é dado por $V_1 = -2i$?

a) 2i e 2

b) $\sqrt{3}+i$ e $\sqrt{3}-i$

c) $-\sqrt{3}-i$ e $\sqrt{3}-i$

d) $\sqrt{3}+i$ e $-\sqrt{3}+i$

e) $-\sqrt{3}+i$ e $-\sqrt{3}-i$

88. ITA-SP

Sendo $z=(1+i)/\sqrt{2}$, calcule:

$$\left|\sum_{n=1}^{60} z^n\right| = \left|z+z^2+z^3+\ldots+z^{60}\right|$$

89. ITA-SP

A parte imaginária de $((1 + \cos 2x) + i\,\text{sen}\,2x)^b$, b inteiro positivo, x real, é:

a) $2 \cdot \text{sen}^b\,x \cdot \cos^b x$

b) $\text{sen}^b\,x \cdot \cos^b x$

c) $2b \cdot \text{sen}\,bx \cdot \cos^b x$

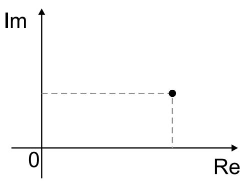
d) $2b \cdot \text{sen}^b\,x \cdot \cos^b x$

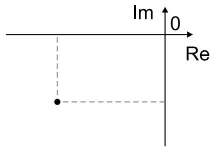
e) $\text{sen}\,bx \cdot \cos^b x$

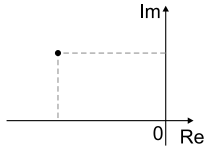
90. UFF-RJ

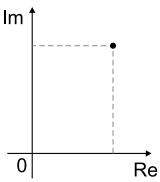
O número complexo z, $|z| > 1$, está representado geometricamente a seguir (figura 1).

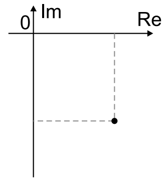
A figura que pode representar, geometricamente, o número complexo z^2 é:

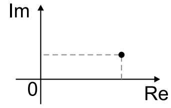


a)


b)


c)


d)


e)


91. ITA-SP

Considere, no plano complexo, um hexágono regular centrado em $z_0 = i$.

Represente por $z_1, z_2, ..., z_6$ seus vértices, quando percorridos no sentido anti-horário. Se $z_1 = 1$, então $2z_3$ é igual a:

a) 2 + 4i

b) $\left(\sqrt{3}-1\right)+\left(\sqrt{3}+3\right)i$

c) $\sqrt{6}+\left(\sqrt{2}+2\right)i$

d) $\left(2\sqrt{3}-1\right)+\left(2\sqrt{3}+3\right)i$

e) $\sqrt{2}+\left(\sqrt{6}+2\right)i$

92. ITA-SP

Seja z um único número complexo satisfazendo $\text{Re}(z) > 0$ e $(x + i)^2\,|\bar{z} + 1|^2 = 6$.

Se n é o menor natural para o qual z^n é um imaginário puro, então n é igual a:

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

93. ITA-SP

Considere os números complexos $z=\sqrt{2}+i\sqrt{2}$ e $w=1+i\sqrt{3}$.

Se $m=\left|\dfrac{w^6+3z^4+4i}{z^2+w^3+6-2i}\right|^2$, então m vale:

a) 34
b) 26
c) 16
d) 4
e) 1

94. Unicamp-SP

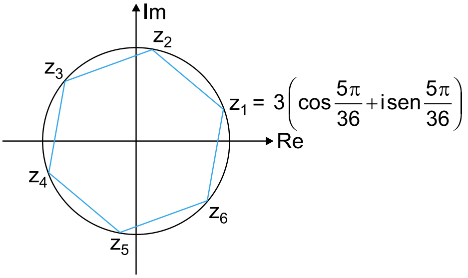
Um triângulo eqüilátero, inscrito em uma circunferência de centro na origem, tem como um de seus vértices o ponto do plano associado ao número complexo $\sqrt{3}+1$.

a) Que números complexos estão associados aos outros dois vértices do mesmo triângulo? Faça a figura desse triângulo.

b) Qual a medida do lado desse triângulo?

95. Cefet-PR

O número complexo, cujas raízes sextas estão representadas a seguir, é:



a) $729\left(\cos\frac{5\pi}{6}+i\,\text{sen}\frac{5\pi}{6}\right)$

b) $27\left(\cos\frac{5\pi}{216}+i\,\text{sen}\frac{5\pi}{216}\right)$

c) $729\left(\cos\frac{5\pi}{36}+i\,\text{sen}\frac{5\pi}{36}\right)$

d) $81\left(\cos\frac{5\pi}{6}+i\,\text{sen}\frac{5\pi}{6}\right)$

e) $27\left(\cos\frac{5\pi}{6}+i\,\text{sen}\frac{5\pi}{6}\right)$

96.

Represente num plano complexo as raízes cúbicas de $-i$.

97. UFC-CE

A área do polígono cujos vértices são as representações geométricas das raízes do polinômio
$p(x) = x^6 - 1$ é:

a) $(3\sqrt{3})/2$

b) $(2\sqrt{3})/3$

c) $(3\sqrt{2})/2$

d) $(3\sqrt{3})/4$

e) $(2\sqrt{2})/3$

98. UERJ

Um matemático, observando um vitral com o desenho de um polígono inscrito em um círculo, verificou que os vértices desse polígono poderiam ser representados pelas raízes cúbicas complexas do número 8. A área do polígono observado pelo matemático equivale a:

a) $\sqrt{3}$

b) $2\sqrt{3}$

c) $3\sqrt{3}$

d) $4\sqrt{3}$

Capítulo 2

99. UFMA

Um polinômio $F(x) = x^4 + px^2 + q$ satisfaz as seguintes condições: $F(-1) = 8$ e $F(2) = 35$.
Qual o valor de $p^2 + q^2$?

100. Mackenzie-SP

A função f polinomial e seu gráfico passa pelos pontos de coordenadas (–2; –1), (0; –3), (1; –2), (2; 0) e (3; 1). O termo independente de x no polinômio que define f é:

a) –1

b) –2

c) –3

d) 0

e) 1

101. FGV-SP

Seja o polinômio:

$(pq - 2)x^3 + (p^2 + q^2 - 5)x^2 + (p + q - 3)x + 2p - 5p + 1$

Se p e q são tais que o polinômio é identicamente nulo, então $p^3 + q^3$ é:

a) 8

b) 54

c) 72

d) 9

e) 35

102. UFRGS-RS

Se P(x) é um polinômio de grau 5, então o grau do polinômio $[P(x)]^3 + [P(X)]^2 + 2\,P(x)$ é:

a) 3

b) 8

c) 15

d) 20

e) 30

103. Mackenzie-SP

Se $\frac{ax}{x^2-1}+\frac{b}{x-1}=\frac{2x-1}{x^2-1}$ para todo x, $x \neq \pm 1$, então a – b vale:

a) 4

b) –2

c) 3

d) 0

e) –1

104. UFMG

Para que os polinômios

$$P(x) = (a^2 + b^2 - 109)x^3 + 7\,x^2 + cx$$

e

$$Q(x) = (a - b)\,x^2 + 9x$$

sejam idênticos, o produto abc deve ser igual a:

a) –540

b) –270

c) $9\sqrt{109}$

d) 270

e) 540

105. UFG-GO

Considere o polinômio:
$p(x) = (x – 1)(x – 3)^2 (x – 5)^3 (x – 7)^4 (x – 9)^5 (x – 11)^6$.
O grau de p(x) é igual a:

a) 6
b) 21
c) 36
d) 720
e) 1.080

106. Mackenzie-SP

Considere o polinômio:

$$P(x) = (m – 4)x^3 + (m^2 – 16)x^2 + (m + 4)x + 4$$

O grau de P(x) é 2 se, e somente se:

a) m = 4 ou m = – 4
b) m ≠ 4
c) m ≠ – 4
d) m = 4 ou m = – 4
e) para nenhum valor de m.

107. Esal-MG

Seja: $P(x) = (x – 2)(x^2 + bx + c)$.
Sabendo-se que P(–1) = 0 e P(0) = 6, os valores de b e c são, respectivamente:

a) – 2 e – 3
b) 0 e 1
c) 1 e 0
d) 1 e 1
e) – 3 e 4

108. Unifor-CE

Sejam os polinômios $f(x) = x^2 + 2px + q$ e $g(x) = (x– p)(x + q)$, com p e q reais não-nulos. Se f(x) é idêntico a g(x), então o valor de p + q é igual a:

a) –4
b) –3
c) –2
d) 0
e) 1

109.

Discuta em função de b o grau do polinômio
$P(x) = (b^2 – 5b + 6)x^2 + (b^2 – 4)x + (6 – 2b)$ com $b \in \mathbb{R}$.

110.

Dado o polinômio $P(x) = = x^3 – 2x^2 + mx –1$, em que $\in \mathbb{R}$, seja P(a) o valor de P(x) para x = a. Se P(2) = 3 · P(0), então P(m) é igual a:

a) –5
b) –3
c) –1
d) 1
e) 14

111. UFV-MG

Determine os polinômios P(x) do segundo grau que satisfazem a condição P(x) – P(x – 1) = x para todo número real.

112. UFRO

O polinômio $p(x) = (a + 2b)x^3 – (2b – 2)x^2 + (a^2 – 4)x$ é identicamente nulo. Logo, tem-se que:

a) a = ± 2 e b = 1
b) a = – 2 e b = 1
c) a = 2 e b = – 1
d) a = – 2 e b = – 1
e) a = ± 2 e b = – 1

113. Unicap-PE

Se $p(x) = q(x) + x^2 + x + 2$ e sabendo que 3 é raiz de p(x) e 2 é raiz de q(x), qual o valor de p(2) – q(3)?

114. PUC-RS

Dado o polinômio $P(x) = x^n + x^{n–1} + ... + x + 1$, em que n é ímpar, o valor de P(–1) é:

a) –2
b) –1
c) 0
d) 1
e) 2

115. Unifor-CE

Considere os polinômios $p = x^2 – 2x + 1$, $q = x^3 + x – 2$ e $r = –x^5 + 2x^4 – x^3 + x^2 – x + 1$. O grau do polinômio p · q + r é:

a) 5
b) 4
c) 3
d) 2
e) 1

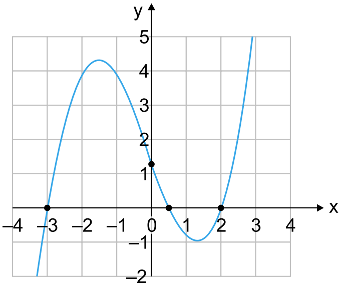
116. UFMG

Os polinômios $P(x) = px^2 + pq – 4$ e $Q(x) = x^2 + px + q$ são tais que P(x + 1) = Q(2x) para todo x real. Os valores de p e q são:

a) p = 1 e q = – 4
b) p = 2 e q = 4
c) p = 4 e q = – 4
d) p = 4 e q = 0
e) p = – 4 e q = 0

117. FGV-SP

Considere a função polinomial definidia por $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, com a, b, c, d sendo números reais, cuja representação gráfica é dada na figura.



É correto afirmar que:

a) –1 < a + b + c + d < 0.
b) 0 < d < 1.
c) para –1 ≤ x ≤ 1, P(x) > 0.
d) o produto de suas raízes é menor que – 6.
e) há uma raiz de multiplicidade 2.

118. Unifesp

Se $\frac{x}{x^2 – 3x + 2} = \frac{a}{x – 1} + \frac{b}{x – 2}$ é verdadeira para todo x real, x ≠ 1, x ≠ 2, então o valor de a · b é:

a) – 4
b) – 3
c) – 2
d) 2
e) 6

119. PUC-MG

Se o polinômio
$P(x) = (2m + 3n –p)x^2 + (m + 2n – 5p)x + (p – 2)$ é identicamente nulo, a soma m + n + p é:

a) – 3
b) – 6
c) 8
d) 5
e) 0

120. Fatec-SP

Temos $\dfrac{1}{x \cdot (x^2+2x+2)} = \dfrac{A}{x} + \dfrac{Bx+C}{x^2+2x+2}$,

para todo x real não-nulo. Determine A + B + C.

121.

Se os polinômios $f = (x - a)^3$ e $g = x^3 + (b - 1)x^2 + (c + 2)x + 1$, na indeterminada x, são iguais, então a + b + c é igual a:

a) 10
b) 8
c) 6
d) 4
e) 2

122. Fuvest-SP

O polinômio P é tal que $P(x) + x \cdot P(2-x) = x^2 + 3$, para todo x real.

a) Determine P(0), P(1) e P(2).
b) Demonstre que o grau de P é 1.

123. UFSCar-SP

A respeito das seguintes afirmações:

I. Se P(x) e Q(x) são polinômios de grau n, então P(x) + Q(x) é um polinômio de grau 2n.
II. O quociente de um polinômio de grau n por (x – a) é um polinômio de grau n – 1.
III. Se P(x) e Q(x) são polinômios de grau n, então o produto P(x)·Q(x) é de grau 2n.
IV. Se P(x) é um polinômio de grau n + 1 e Q(x) é um polinômio de grau n – 3, então P(x) + Q(x) é de grau 2n – 2.

Podemos afirmar que:

a) I e II são falsas.
b) I e III são falsas.
c) II e III são verdadeiras.
d) III e IV são verdadeiras.
e) I e III são falsas.

124.

Efetue, usando o método da chave, a divisão do polinômio: $x^4 + 4x^3 + 4x^2 + 10x - 7$ por $x^2 + 3x - 1$.

125. Unirio-RJ

Dividindo-se um polinômio P(x) por outro D(x), obtêm-se quociente $Q(x) = x^3 - 2x - 1$ e resto $R(x) = 5x + 8$. O valor de P(–1) é:

a) –1
b) 0
c) 2
d) 3
e) 13

126. ESPM-SP

Sejam Q(x) e R(x), respectivamente, o quociente e o resto da divisão do polinômio $x^4 - 4x^3 + 2x^2 + 13x - 16$ por $x^2 - 3$. Se m é o valor mínimo de Q(x), então R(m) vale:

a) – 2
b) – 3
c) 2
d) – 1
e) 0

127. UFAM

Dividindo-se o polinômio $p_1(x) = x^5$ pelo polinômio $p_2(x) = x^2 - 1$, obtêm-se quociente e resto, respectivamente, iguais a:

a) $x^3 - 1$ e x
b) $x^3 + x$ e x
c) $x^3 + x + 1$ e x
d) $x^3 + x$ e 1
e) $x^3 + x$ e –1

128. UEA-AM

Qual é o resto da divisão do polinômio $x^4 + 1$ por $x^2 + 1$?

a) –2x
b) –2
c) 0
d) 2
e) 2x

129. FGV-SP

Dividindo-se o polinômio P(x) por 3x –2, obtêm-se quociente $x^2 - 2x + 5$ e resto m. Se P(2) = 20, então m vale:

a) 0
b) 20
c) 4
d) 5
e) 3

130. Fuvest-SP

Dividindo-se o polinômio p(x) por $2x^2 - 3x + 1$, obtêm-se quociente $3x^2 + 1$ e resto $-x + 2$. Nessas condições, o resto da divisão de p(x) por x – 1 é:

a) 2
b) 1
c) 0
d) – 1
e) – 2

131. FGV-SP

Para que o polinômio $P(x) = x^3 + 4x^2 - px + 6$ seja divisível por x + 2, é necessário que p seja igual a:

a) 7
b) 15
c) –15
d) –7
e) 0

132. Facasper-SP

Para que valor de k o polinômio $P(x) = kx^3 + x^2 - 3$ é divisível por x – 1/2?

a) 22
b) –26
c) 42
d) 20
e) –32

133. Unifor-CE

No polinômio $f(x) = x^3 + 2x^2 - x + k$, o valor do número real k para que a divisão de f por x + 3 seja exata é:

a) –6
b) –5
c) 5
d) 6
e) 7

134. Mackenzie-SP

Observando a divisão dada de polinômios, podemos afirmar que o resto da divisão de P(x) por x + 1 é:

$$\begin{array}{l|l} P(x) & x^2 - x - 2 \\ \hline 2x - 1 & Q(x) \end{array}$$

a) –1
b) –2
c) 2
d) 3
e) –3

PV2D-07-MA74

135. UFPB

Determine os possíveis valores de a e b, com a, b $\in \mathbb{Z}$, de modo que o polinômio $p(x) = ax^2 + 3x - 7$ seja divisível por $q(x) = x - b$.

136. Mackenzie-SP

Se $p(x) = 2x^2 + kx + 2$ é divisível por $x + 2$, então 2^K vale:

a) 32
b) 16
c) 8
d) 64
e) 4

137. UEMS

Na divisão do polinômio $5x^5 + ax^3 + bx^2 + 3x + 1$ por $x - 2$ encontrou-se o quociente $5x^4 + cx^3 + dx^2 + ex + 115$. O resto é:

a) –229
b) 229
c) –231
d) 231
e) impossível determinar sem conhecer a, b, c, d, e.

138. UFMG

O polinômio $P(x) = 3x^5 - 3x^4 - 2x^3 + mx^2$ é divisível por $Q(x) = 3x^2 - 2x$. O valor de m é:

a) –2
b) $-\frac{3}{8}$
c) $\frac{16}{9}$
d) 2
e) 4

139. Fuvest-SP

Dividindo-se um polinômio P(x) por $(x - 1)^2$, obtém-se um resto que, dividido por (x – 1), dá resto 3. Ache P(1).

140. Cesgranrio-RJ

O polinômio $x^3 + 2x^2 + mx + n$ é divisível por $x^2 + x + 1$. O valor de m + n é:

a) – 3
b) – 1
c) 1
d) 2
e) 3

141. FGV-SP

Um polinômio p(x) do 4º grau é divisível por $(x - 3)^3$. Sendo p(0) = 27 e p(2) = – 1, então o valor de p(5) é:

a) 48
b) 32
c) 27
d) 16

142. Fameca-SP

Sejam $A = x^3 - 2x + 1$ e $B = x^2 + x + m$. Para que o resto da divisão de A · B por x – 2 seja positivo, deve-se ter:

a) m > –1
b) m > –2
c) m < –3
d) m > –6
e) m < –10

143. AFA-RJ

Sendo $P(x) = x + 3x^3 + 5x^5 + 7x^7 + 9x^9 + ... + 999x^{999}$, o resto da divisão de P(x) por (x – 1) é:

a) 249.500
b) 250.000
c) 250.500
d) 251.000

144. Mackenzie-SP

O resto da divisão de P(x) por (x – 1) (x + 1) (x – 2) é $R(x) = x^2 + 3x - 1$. Então, o resto da divisão de P(x) por (x – 2) é:

a) 3
b) 6
c) 9
d) 12
e) 15

145. FGV-SP

O polinômio $P(x) = x^3 + kx^2 + 6x + 5$ é divisível por x + 5. Então, a soma das raízes da equação P(x + 1) = 0 é:

a) – 6
b) – 7
c) 6
d) – 9
e) – 3

146. Fuvest-SP

Seja p(x) um polinômio divisível por x – 3. Dividindo p(x) por x – 1, obtemos quociente q(x) e resto 10. O resto da divisão de q(x) por x – 3 é:

a) – 5
b) – 3
c) 0
d) 3
e) 5

147. Mackenzie-SP

P(x) é um polinômio do 2º grau e k é um número real não nulo. Se P(k) = 0, $p(-k) = 2k^2$ e P(x) = p(k – x) para todo x real, então o resto da divisão de P(x) por x – 1 é igual a:

a) k
b) 2
c) –1 – 3k
d) 1 – k
e) – 2 – 4k

148. UFMG

Seja o polinômio:

$$P(x) = \sum_{i=1}^{n} (n+1-i), x^i = nx + (n-1)x^2 + (n-2)x^3 + \cdots + 2x^{n-1} + x^n,$$

em que o resto da divisão de P(x) por x – 1 é 55, determine o grau de P(x).

149. FCMSC-SP

Sabe-se que –1 é uma raiz do polinômio $f(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$. Esse polinômio é divisível por:

a) x + 2
b) x – 1
c) $(x - 2)^2$
d) $x^2 + 4$
e) $x^2 + 2$

150. PUC-PR

Na divisão do polinômio P(x) pelo binômio D(x) do 1º grau, usando o dispositivo de Briot-Ruffini, encontrou-se o seguinte:

	1	m	2m	– 2m	8
				– 4	0

Qual é o dividendo?

a) $x^4 + 3x^3 + 6x^2 - 12x + 8$
b) $x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 4x + 8$
c) x – 2
d) $x^4 - 2x^3 + 4x^2 + 4x - 8$
e) $x^4 - 2x^3 - 4x^2 + 4x + 8$

151. Unifor-CE

Dividindo-se o polinômio m = $x^3 - 2x^2 + 3x - 1$ pelo polinômio n = $x - 1$, obtém-se quociente q e resto r. Dividindo-se q por n, obtém-se:

a) quociente $x + 1$.
b) resto 0.
c) quociente $2x$.
d) resto 1.
e) quociente x.

152.

Seja Q(x) o quociente da divisão de x^3+1 por $x - 1$, então:

a) $Q(0) = 0$
b) $Q(-1) = -1$
c) $Q(1) = 1$
d) $Q(-2) = 10$
e) $Q(-1) = 1$

153. PUCCamp-SP

Se P(x) é um polinômio inteiro, em que $P(3) = -2$ e $P(-1) = 6$, então o resto da divisão de P(x) pelo produto $(x - 3) \cdot (x + 1)$ é:

a) 0
b) $-2x + 4$
c) $4x - 2$
d) $2x - 4$
e) $4x + 2$

154. FGV- SP

Para que o polinômio $x^3 - 8x + mx - n$ seja divisível por $(x + 1)(x - 2)$, o produto $m \cdot n$ deve ser igual a:

a) – 8
b) 10
c) – 10
d) 8
e) – 6

155.

Se a e b são determinados de forma que o polinômio $x^3 + ax^2 + bx + 20$ seja divisível por $x^2 - 5x + 4$, então a + b vale:

a) –21
b) –20
c) 15
d) 20
e) 21

156. UEL-PR

Considere os polinômios: $A(x) = x^4 + 2x^3 + 3x^2 + ax + b$ e $B(x) = x^2 - 1$. Suponha que A(x) seja divisível por B(x). Então, é correto afirmar:

a) $a^2 + b^2 = 20$
b) $a + b = 6$
c) a soma dos coeficientes de $[B(x)^2]$ é 4.
d) $a - b = 4$
e) $2a + b = 0$

157. UEMS

Os valores de m e n, de modo que

$p(x) = x^3 - 3x^2 + mx + n$ seja divisível por

$q(x) = -x^2 + x + 1$ são, respectivamente:

a) –3 e –2
b) –2 e –1
c) –1 e 0
d) 0 e 1
e) 1 e 2

158. Unifor-CE

Na divisão do polinômio $f = 2x^4 - 5x^2 + 5x + 1$ por $g = (x - 1)^2$, obtém-se:

a) quociente $2x^2 - 2x + 3$
b) resto $3x + 6$
c) quociente $2x^2 - 2x - 3$
d) resto $3x$
e) quociente $2x^2 + 2x - 3$

159. PUC-PR

Dado o polinômio $x^4 + x^3 - mx^2 - nx + 2$, determine m e n para que seja divisível por $x^2 - x - 2$.
A soma m + n é igual a:

a) 6
b) 7
c) 10
d) 9
e) 8

160. UFMS

Sabendo-se que o polinômio $p(x) = x^3 - x^2 + mx - n$ é divisível pelo polinômio $q(x) = x^2 + x - 2$, é correto afirmar que:

a) $m + n = 0$
b) $m = 2n$
c) $m = -\frac{4}{3}$
d) $m - 2n = 4$
e) $m = n + 1$

161. Mackenzie-SP

$P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ é divisível por $x - 1$ e por $x + 1$. Quando dividido por $x - 2$, deixa resto igual a 12. Nessas condições, a, b e c valem:

a) –2, 1 e 2
b) 2, –1 e –2
c) 1, 2 e –2
d) 2, 1 e 1
e) 2, 2 e 1

162. FGV-SP

Se o polinômio $P(x) = x^3 - kx^2 + 6x - 1$ for divisível por $(x - 1)$, ele também será divisível por:

a) $x^2 - 5x + 1$
b) $x^2 - 5x + 3$
c) $x^2 + 5x + 1$
d) $x^2 + 5x + 3$
e) $x^2 - 5x + 5$

163. Mackenzie-SP

Se o polinômio $p(x) = x^5 + 4ax^4 + 3x^3 + a^3$, $a \in \mathbb{R}$, é divisível por $x - a$, então $\sqrt{a^2 + 1}$ é:

a) $\sqrt{10}$
b) 1
c) 2
d) $\sqrt{2}$
e) $\sqrt{26}$

164. UFS-SE

Considere os polinômios

$f = (a^2 - 4)x^4 + (a + 2)x^3 + (a^2 + a - 2)x^2 + (a - 1)x + 6$ e $g = (x - a)^2$, nos quais a é um número real, para analisar as proposições seguintes.

0. Se a = –2, o grau de f é 2.
1. Se a = 2, a forma fatorada de f é $(x^2 + 2) \cdot (4x + 3)$.
2. Se a = –1, o quociente da divisão de f por g é $-3x^2 + 7x - 13$.
3. Se a = 2, f é divisível por 2x + 3.
4. Se a = –2, $f^2 - g$ é igual a $x^2 - 5x + 4$.

165. ITA-SP

Para algum número real r, o polinômio $8x^3 - 4x^2 - 42x + 45$ é divisível por $(x - r)^2$. Qual dos números abaixo está mais próximo de r?

a) 1,62
b) 1,52
c) 1,42
d) 1,32
e) 1,22

166. UFMG

Considere o polinômio $f(x) = x^3 + 3x^2 + ax + b$, em que **a** e **b** são números reais. Se f(x) + 1 é divisível por x + 1 e f(x) – 1 é divisível por x – 1, pode-se afirmar que os valores de a e b são, respectivamente:

a) 0 e 3
b) –2 e –3
c) –1 e –4
d) –1 e –2
e) 0 e –3

167. Fuvest-SP

Sejam R_1 e R_2 os restos das divisões de um polinômio P(x) por x – 1 e por x + 1, respectivamente. Nessas condições, se R(x) é o resto da divisão de P(x) por $x^2 - 1$, então o termo independente de x no resto R(x), é igual a:

a) $R_1 + R_2$
b) $\frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2}$
c) $R_1 - R_2$
d) $R_1 \cdot R_2$
e) $\frac{R_1 + R_2}{2}$

168. FEI-SP

O polinômio dado por $P(x) = 2x^3 + ax^2 + bx - 2$ é divisível pelo produto $(x + 2) \cdot (2x - 1)$. Os valores de a e b são:

a) 5 e 1
b) 1 e 1
c) 0 e 1
d) 0 e 0
e) 0 e 5

169. ITA-SP

Sendo c um número real a ser determinado, decomponha o polinômio $9x^2 - 63x + c$, numa diferença de dois cubos:

$$(x + a)^3 - (x + b)^3$$

Neste caso, $|a + |b| - c|$ é igual a:

a) 104
b) 114
c) 124
d) 134
e) 144

170.

Na divisão do polinômio $3x^3 + ax^2 + bx + 1$ por x – 2, obteve-se quociente $3x^2 + 11x + 26$. Qual é o resto dessa divisão?

171. FGV-SP

Sejam Q(x) e R(x) o quociente e o resto da divisão de $5x^3 + (m - 12)x^2 + (m^2 - 2m)x - 2m^2 + p + 9$ por x – 2, respectivamente. Permutando-se os coeficientes de Q(x), obtém-se o polinômio Q'(x) tal que Q'(x) = R(x) para qualquer $x \in \mathbb{R}$. Se m e p são constantes reais positivas, então, m + p é igual a:

a) 8
b) 7
c) 6
d) 5
e) 4

172. ITA - SP

Um polinômio P(x) dividido por x + 1 dá resto –1, por x – 1, dá resto 1 e por x + 2, dá resto 1. Qual será o resto da divisão de P(x) por $(x + 1) \cdot (x - 1) \cdot (x + 2)$?

a) $x^2 - x + 1$
b) $x - 1$
c) $x^2 + x + 1$
d) $x^2 - x - 1$
e) $x^2 + x - 1$

173. UFC-CE

Na divisão do polinômio $p(x) = x^6$ por x + 1, o quociente é $q_1(x)$ e o resto é R_1. Se R_2 é o resto da divisão de $q_1(x)$ por x + 1, então R_2 é igual a:

a) – 4
b) – 5
c) – 6
d) – 7
e) – 8

Capítulo 3

174. Fatec-SP

Sendo o binômio do 1º grau (x + 2) um dos fatores do polinômio $P(x) = x^3 - 2x + 4$, determine as raízes de P(x).

175.

Sabe-se que o número real 2 é uma das raízes do polinômio $p(x) = x^3 + 4x - 16$. Pode-se afirmar que as outras raízes de p(x):

a) são iguais.
b) são opostas.
c) são recíprocas.
d) são inteiras.
e) não são reais.

176. PUC-SP

O nº de raízes reais do polinômio $p(x) = (x^2 + 1)(x - 1)(x + 1)$ é:

a) 0
b) 1
c) 2
d) 3
e) 4

177. PUC-SP

Na equação $x^4 - x^3 - 3x^2 + 5x - 2 = 0$, a multiplicidade da raiz x = 1 é:

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

178. PUC-RS

O conjunto das raízes do polinômio
$p(x) = (x - a)^2\ (x - b)\ (x + c)^5$, em que $a \neq b$, $a \neq c$ e $b \neq c$, é:

a) $\{a^2, b, c^5\}$
b) $\{a^2, b, (-c)^5\}$
c) $\{a, a^2, b, b^2, -c, (-c)^5\}$
d) $\{a, b, c\}$
e) $\{a, b, -c\}$

179. UFRGS-RS

Se a é uma raiz do polinômio p(x) e b é uma raiz do polinômio q(x), então:

a) $p(b) / q(a) = 1$
b) $p(a) \cdot q(b) = 1$
c) $p(a) + q(b) = 1$
d) $p(b) \cdot q(a) = 0$
e) $p(a) + q(b) = 0$

180. UFMA

Dado o polinômio $p(x) = x^3 - 2x^2 - 3x$, calcule todas as raízes de p(x).

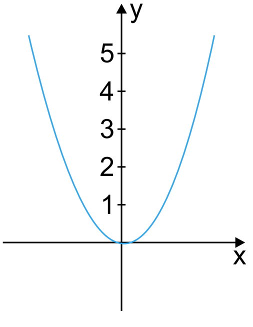
181. Unifor-CE

Sabe-se que a equação
$x^5 + 6x^4 + 10x^3 - 4x^2 - 24x - 16 = 0$;
admite a raiz -2 com multiplicidade 3. As demais raízes dessa equação são números:

a) inteiros e positivos.
b) racionais e não inteiros.
c) inteiros e de sinais contrários.
d) racionais e negativos.
e) irracionais.

182. UFRGS-RS

O gráfico de uma função polinomial $y = p(x)$ do terceiro grau com coeficientes reais está parcialmente representado na tela de um computador, como indica a figura abaixo.

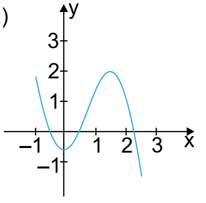


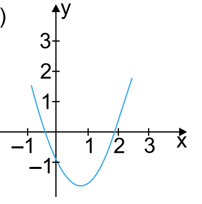
O número de soluções reais da equação $p(x) = 2$ é:

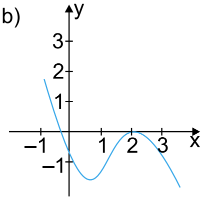
a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

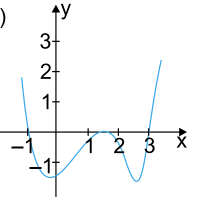
183. UEL-PR

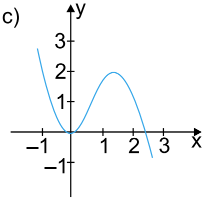
Qual dos gráficos a seguir é o gráfico de uma função f tal que a equação $f(x) = 1$ tenha exatamente 3 soluções e tal que a equação $f(x) = 0$ tenha exatamente 2 soluções?

a)


d)


b)


e)


c)


184. UFMG

O gráfico da função $p(x) = x^3 + (a + 3)x^2 - 5x + b$ contém os pontos $(-1,0)$ e $(2,0)$. Assim sendo, o valor de $p(0)$ é:

a) 1
b) -6
c) -1
d) 6

185. Unioeste-PR

Dados os polinômios $P(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ e $Q(x) = -x^2 + 2x + k$, é correto afirmar que:

01. -1 é raiz tripla de P(x).
02. se $k = 1$, $Q(-3) = 4$.
04. o produto $P(x) \cdot Q(x)$ tem grau 5, qualquer que seja o valor de k.
08. o resto da divisão de P(x) por $x - 2$ é 27.
16. para que $1 + i$ seja raiz de Q(x), é preciso ter $k = -2$.
32. para que Q(x) tenha duas raízes reais e diferentes é preciso ter $k > 0$.

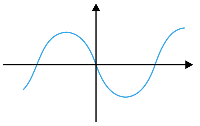
Some os números dos itens corretos.

186. Unicamp-SP

a) Qual é o valor de λ na equação $z^3 - 5z^2 + 8z - \lambda = 0$ de modo que $z = 3$ seja uma raiz dessa equação?
b) Para esse valor de λ, ache as três raízes z_1, z_2 e z_3 dessa equação.
c) Ache o volume do sólido obtido quando a região triangular, cujos vértices são pontos z_1, z_2 e z_3, gira em torno da reta de equação $x = 1$.

187. Fuvest-SP

O gráfico:



pode representar a função:

a) $f(x) = x\,(x - 1)$
b) $f(x) = x^2\,(x^2 - 1)$
c) $f(x) = x^3\,(x - 1)$
d) $f(x) = x\,(x^2 - 1)$
e) $f(x) = x^2\,(x - 1)$

188. Fuvest-SP

A equação $x^3 - 8px^2 + x - q = 0$ admite a raiz 1 com multiplicidade 2. Então, p vale:

a) 1/2
b) 1/3
c) 1/4
d) 1/5
e) 1/6

189. Cesgranrio-RJ

Se $x^3 - 2x^2 + 5x - 4 = 0$ tem uma raiz x = 1, então as outras raízes dessa equação são:

a) complexas não reais.
b) racionais.
c) positivas.
d) negativas.
e) reais de sinais contrários.

190. UFRGS-RS

Se os números – 3, a e b são raízes da equação polinomial $p(x) = x^3 + 5x^2 - 2x - 24 = 0$, então, o valor a + b é:

a) – 6
b) – 2
c) – 1
d) 2
e) 6

191. Fuvest-SP

Uma das raízes da equação
$x^3 + (m + 1)\,x^2 + (m + 9)\,x + 9 = 0$ é –1.
Determine o valor real de m para que as outras raízes sejam iguais.

192.

A soma e o produto das raízes da equação de segundo grau $(4m + 3n)x^2 - 5nx + (m - 2) = 0$ valem, respectivamente, $\frac{5}{8}$ e $\frac{3}{32}$. Então m + n é igual a:

a) 9
b) 8
c) 7
d) 6
e) 5

193. Fuvest-SP

O número de raízes complexas, que não são reais, do polinômio $p(x) = x + x^3 + x^5 + ... + x^{2n+1}$, n > 1, é:

a) 2n + 1
b) 2n
c) n + 1
d) n
e) 1

194. Unicamp-SP (modificado)

a) Qual é o valor de λ na equação: $z^3 - 5z^2 + 8z - \lambda = 0$ de modo que z = 3 seja uma raiz dessa equação?
b) Para esse valor de λ, ache as três raízes z_1, z_2, z_3 dessa equação.

195. FGV-SP

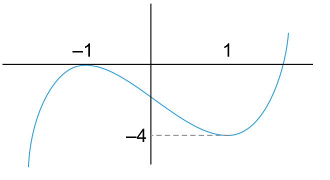
Sobre as raízes da equação $2x^3 - x^2 + 1 = 0$, é verdade que:

a) nenhuma delas é real.
b) exatamente duas delas são negativas.
c) somente uma delas é irracional.
d) as três são números inteiros.
e) pertencem ao intervalo [– 1, 1].

196. Fuvest-SP

A figura mostra parte do gráfico de uma função polinomial f(x) de grau 3. O conjunto de todos os valores reais de m para os quais a equação f(x) = m tem três raízes reais distintas é:

a) $-4 < m < 0$
b) $m > 0$
c) $m < 0$
d) $-1 < m < 1$
e) $m > -4$



197. ITA-SP

Dada a equação $x^3 + (m + 1)x^2 + (m + 9)\,x + 9 = 0$, em que m é uma constante real, considere as seguintes afirmações:

I. Se $m \in\,]-6, 6[$, então existe apenas uma raiz real.
II. Se m = –6 ou m = +6, então existe raiz com multiplicidade 2.
III. $\forall m \in \mathbb{R}$, todas as raízes são reais.

a) I
b) II
c) III
d) II e III
e) I e II

198. Unicamp-SP

Seja $p(x) = x^3 - 12x + 16$.

a) Verifique se x = 2 é raiz de p(x).
b) Use fatoração para mostrar que, se x é positivo e diferente de 2, então, p(x) > 0.
c) Mostre que, entre todos os prismas retos de bases quadradas que têm volume igual a 8 m^3, o cubo é o que tem menor área total.

199. Fuvest-SP

Sabendo que o número – 1 é uma das raízes da equação $x^3 + (m + 1)\,x^2 + (m + 9)x + 9 = 0$, para que as outras duas raízes sejam reais devemos ter:

a) $\{m \in \mathbb{R} \,/\, -6 \le m \le 6\}$
b) $\{m \in \mathbb{R} \,/\, m \ge 6 \text{ ou } m \le -6\}$
c) $\{\forall\, m \in \mathbb{R}\}$
d) $\{m \in \mathbb{R} \,/\, m = 6 \text{ ou } m = -6\}$
e) $\{m \in \mathbb{R} \,/\, m \ne 6 \text{ e } m \ne -6\}$

200. UPE

Se $x = 2$ é uma das raízes da equação $x^3 - 9x^2 + 26x - 24 = 0$, pode-se afirmar que as raízes da equações são:

a) números primos.
b) números pares.
c) números consecutivos.
d) divisores de 6.
e) divisores de 10.

201. ESPM-SP

Considere a equação $x^2 (x + 4) - (5x - 6) (x + 4) = 0$. Em vez de efetuar as multiplicações do primeiro membro é possível fatorá-lo, colocando $x + 4$ em evidência. Nesse caso, podem ser encontradas as três soluções da equação. A maior dessas soluções é:

a) 2
b) 3
c) 4
d) 5
e) 6

202. UFAM

O número de raízes reais do polinômio
$P(x) = (x^2 + 1) (x^2 + 4x - 12)$ é:

a) 0
b) 4
c) 1
d) 2
e) 3

203. UEM-PR

Considerando $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ funções definidas por

$$f(x) = (x + 1) (x - 4) (x^2 + 1)$$
$$\text{e } g(x) = x^3 - 4x^2 + 3x - 12,$$

assinale o que for correto.

01. Uma das raízes de g é $x = 4$.
02. A função g pode ser expressa por $g(x) = (x - 4)(x^2 + 3)$.
04. $\dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{(x+1)(x^2+1)}{x^2+3}$, para todo $x \in \mathbb{R}$.
08. $\text{Dom}\left(\dfrac{f}{g}\right) = \mathbb{R} - \{4\}$
16. $\dfrac{f(x)}{g(x)} \leq 0$ apenas se $x \geq -1$ e $x \neq -4$.
32. f é uma função injetora.

204. FGV-SP

A equação polinomial $(x - 1)(x^2 + 1) + (x + 1)(x^2 - 1) = 0$ apresenta:

a) 3 raízes inteiras.
b) uma raiz igual a -1.
c) duas raízes complexas conjugadas.
d) duas raízes irracionais.
e) 3 raízes irracionais.

205. Mackenzie-SP

Dada a equação $(x^3 - x^2 + x - 1)^{18} = 0$, é correto afirmar que a multiplicidade da raiz $x = 1$ é:

a) 1
b) 9
c) 18
d) 36
e) 54

206. Mackenzie-SP

Decomponha o polinômio $P(x) = - x^3 + 4x^2 + 7x - 10$ em um produto de fatores do 1º grau.

207. Unifesp

Se m, p, mp são as três raízes reais não nulas da equação $x^3 + mx^2 + mpx + p = 0$, a soma das raízes dessa equação será:

a) 3.
b) 2.
c) 1.
d) 0.
e) -1.

208.

Sendo z_1 e z_2 as raízes não reais da equação algébrica $x^3 + 5x^2 + 2x + 10 = 0$, o produto $z_1 \cdot z_2$ resulta em um número:

a) natural.
b) inteiro negativo.
c) racional não inteiro.
d) irracional.
e) complexo não real.

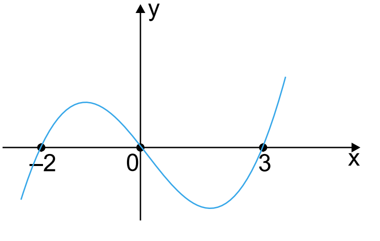
209. Vunesp

É dado o polinômio cúbico $P(x) = x^3 + x^2 - 2x$, com $x \in \mathbb{R}$.

a) Calcule todas as raízes de P(x).
b) Esboce, qualitativamente, o seu gráfico no plano (x, P(x)), fazendo-o passar por suas raízes.

210. Mackenzie-SP

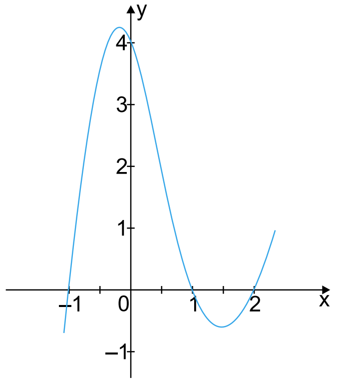
Na figura, temos o esboço do gráfico da função $y = p(x)$, sendo p(x) um polinômio. Pode-se afirmar que p(x) é divisível por:



a) $x - 2$
b) $(x + 2) (x + 3)$
c) $(x + 2) (x - 3)$
d) $x + 3$
e) $(x + 3) (x - 2)$

211. FURG-RS

O polinômio $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ é de grau 3, tem como raízes $x = -1$, $x = 1$ e $x = 2$, e seu gráfico está indicado na figura a seguir. Assinale a alternativa que apresenta os coeficientes desse polinômio.



a) $a = 2, b = 4, c = -2, d = -4$
b) $a = -2, b = -4, c = 2, d = 4$
c) $a = 1, b = -2, c = -1, d = 2$
d) $a = 2, b = -4, c = -2, d = 4$
e) $a = 1, b = -2, c = 1, d = 2$

212.

Quando se constrói o gráfico da função $y = 2x^3 - x^2 - 8x + A$, observa-se que, além de cortar o eixo x no ponto de abscissa 2, ele passa pelo ponto $P(1, -3)$. Determine os demais pontos onde ele corta o eixo x.

213.

Um polinômio P(x) do terceiro grau, em x, é tal que $P(1) = 0$, $P(3) = 0$ e $P(-2) = 0$. Então, P(x) pode ser:

a) $P(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$
b) $P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$
c) $P(x) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$
d) $P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$
e) $P(x) = x^3 - 7x - 6$

214.

Escreva na forma fatorada o polinômio $P(x) = 4x^3 - 36x^2 + 132x - 100$, observando que a soma de seus coeficientes é igual a zero.

215.

Escreva na forma fatorada o polinômio $P(x) = 2x^3 - 6x^2 - 50x - 42$, sabendo que o número 7 é uma de suas raízes.

216.

Escreva o polinômio $p(x) = 3x^3 - 15x^2 - 3x + 15$ na forma fatorada, sabendo que suas raízes são os números -1, 1 e 5.

217.

Resolva a equação $x^4 + 4x^3 + 7x^2 + 16x + 12 = 0$, sabendo que duas de suas raízes são os números -1 e -3.

218. Fuvest-SP

As três raízes de $9x^3 - 31x - 10 = 0$ são p, q e z. O valor de $p^2 + q^2$ é:

a) $\frac{5}{9}$
b) $\frac{10}{9}$
c) $\frac{20}{9}$
d) $\frac{26}{9}$
e) $\frac{31}{9}$

219.

Indicando por m, n e p, respectivamente, o número de raízes racionais, raízes irracionais e raízes não reais do polinômio $P(x) = x^5 - x^3 + 2x^2 - 2$, temos:

a) $m = 1, n = 1$ e $p = 3$
b) $m = 1, n = 2$ e $p = 2$
c) $m = 2, n = 1$ e $p = 2$
d) $m = 2, n = 2$ e $p = 1$
e) $m = 1, n = 3$ e $p = 1$

220. Unicamp-SP

Ache todas as raízes (reais e complexas) da equação $x^6 - 7x^3 - 8 = 0$.

221. ITA-SP

Considere o polinômio

$p(z) = z^6 + 2z^5 + 6z^4 + 12z^3 + 8z^2 + 16z$

Sobre as raízes da equação $p(z) = 0$, podemos afirmar que:

a) apenas uma é real.
b) apenas duas raízes são reais e distintas.
c) apenas duas raízes são reais e iguais.
d) quatro raízes são reais, sendo duas a duas distintas.
e) quatro raízes são reais, sendo apenas duas iguais.

222. Fuvest-SP

O polinômio $P(x) = x^5 + x^4 - 5x^3 - 5x^2 + 4x + 4m$ tem uma raiz igual a -1.

a) Determine m.
b) Fatore o polinômio num produto de binômios de 1º grau.

223. ITA-SP

Seja S o conjunto de todas as raízes da equação $2x^6 - 4x^5 + 4x - 2 = 0$.

Sobre os elementos de S, podemos afirmar que:

a) todos são números reais.
b) 4 são números reais positivos.
c) 4 não são números reais.
d) 3 são números reais positivos e 2 não são reais.
e) 3 são números reais negativos.

224. FGV-SP

A soma das raízes da equação:

$\left(x^2 - 2\sqrt{2}x + \sqrt{3}\right)\left(x^2 - \sqrt{2}x - \sqrt{3}\right) = 0$ vale:

a) 0
b) $2\sqrt{3}$
c) $3\sqrt{2}$
d) $5\sqrt{6}$
e) $6\sqrt{5}$

225.

Seja a equação $2x^3 + x^2 - 4x + K = 0$, cujas raízes são a, b e c e na qual k é uma constante real. Se $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2$, então, k é igual a:

a) – 4
b) – 2
c) – 1
d) 2
e) 4

226. UFRJ

Encontre as raízes de $x^3 + 15x^2 + 66x + 80 = 0$, sabendo que são reais e estão em progressão aritmética.

227.

Se a equação $x^3 + 2x^2 - x + a = 0$ admite duas raízes opostas, então o produto de todas as suas raízes é:

a) –2
b) –1
c) $\frac{1}{2}$
d) 1
e) 2

228. FGV-SP

Dada a equação $x^3 - 7x + p = 0$, determine p de modo que uma das raízes seja o dobro da outra.

a) $p = \pm 6$
b) $p = \pm 3$
c) $p = \pm 5$
d) $p = 10$
e) $p = 0$

229. FCMSC-SP

A equação $x^5 - 2x^4 - 5x^3 + 10x^2 + 4x - 8 = 0$ admite a raiz 2 de multiplicidade 2. A soma das demais raízes dessa equação é:

a) 2
b) 1
c) 0
d) –1
e) –2

230. FEI-SP

As raízes da equação $2x^3 - 5x^2 - (m - 1)x + 3 = 0$, indicadas por a, b e c, verificam a relação a + b = 4c. Então:

a) m = 0
b) m = 1
c) m = 2
d) m = 3
e) m = 5

231. FGV-SP

A soma de duas raízes da equação $x^3 - 10x + m = 0$ é 4. O valor de m é, então, igual a:

a) 6
b) 12
c) 18
d) 24
e) 30

232. FEI-SP

Sendo a, b e c as raízes da equação $x^3 - 4x^2 + 5x + 3 = 0$, o valor da expressão $\frac{a}{bc} + \frac{b}{ac} + \frac{c}{ab}$ é:

a) – 3
b) $\frac{4}{5}$
c) $-\frac{16}{3}$
d) – 2
e) 2

233. Mackenzie-SP

A equação $x^3 - 4x^2 - 4x + 16 = 0$ tem raízes reais a, b e c tais que a = b + c. O valor de $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{b}{ac}$ é:

a) –16
b) – 4
c) 4
d) $\frac{1}{4}$
e) $-\frac{1}{4}$

234.

A equação polinomial $4x^5 + 5x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 4x + 3 = 0$ tem conjunto solução S = {a, b, c, d, e}. O valor numérico da expressão $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + \frac{1}{e}$ é:

a) $-\frac{4}{3}$
b) $-\frac{3}{4}$
c) $\frac{3}{4}$
d) $\frac{1}{4}$
e) $\frac{4}{3}$

235. FCMSC-SP

As raízes da equação $x^3 + tx^2 + mx + t = 0$, em que m e t são números reais, são três números naturais sucessivos. Os valores de m e t são, respectivamente:

a) –11 e 6
b) 6 e 11
c) 11 e –3
d) 11 e –6
e) 11 e 6

236. Fuvest-SP

Se a equação $8x^3 + kx^2 - 18x + 9 = 0$ tem raízes reais iguais a **a** e **– a**, então o valor de k é:

a) $\frac{9}{4}$
b) 2
c) $\frac{9}{8}$
d) – 2
e) – 4

237. Fuvest-SP

As raízes do polinômio $p(x) = x^3 - 3x^2 + m$, em que m é um número real, estão em progressão aritmética. Determine:

a) o valor de m,
b) as raízes desse polinômio.

238. Fuvest-SP

P(x) é um polinômio cujas raízes formam uma progressão geométrica de razão 2 e primeiro termo 2. O coeficiente do termo de mais alto grau de P(x) é 1 e o termo independente é igual a 2^{21}. O grau do polinômio é:

a) 4
b) 5
c) 6
d) 7
e) 8

239. UFSM-RS

Dada a equação $2^{3x} - 7 \cdot 2^{2x} + 14 \cdot 2^x - 8 = 0$, determine a soma das suas raízes.

240.

As raízes da equação $x^3 - 19x^2 + 96x - 144 = 0$ são as medidas das arestas de um paralelepípedo retângulo. Com relação a esse poliedro, determine:

a) a soma das medidas de todas as suas arestas;
b) seu volume;
c) sua área total;
d) a medida da sua diagonal.

241.

Resolva a equação $x^3 - 18x^2 + 104x - 192 = 0$, sabendo que suas raízes são números pares consecutivos.

242. IME-RJ

Se r_1 e r_2 são raízes distintas de $x^2 + px + 8 = 0$, é correto afirmar que:

a) $|r_1 + r_2| > 4\sqrt{2}$
b) $|r_1 + r_2| < \sqrt{2}$
c) $|r_1| \geq 2$ e $|r_2| \geq 2$
d) $|r_1| \geq 3$ e $|r_2| \leq 1$
e) $|r_1| < 1$ e $|r_2| < 2$

243.

As raízes da equação $x^3 - 13x^2 + 54x - 72 = 0$ são os valores dos catetos e da área de um triângulo retângulo. Determine o valor dessa área.

244. Fuvest-SP

Sabe-se que o produto de duas raízes da equação algébrica $2x^3 - x^2 + kx + 4 = 0$ é igual a 1. Então o valor de k é:

a) – 8
b) – 4
c) 0
d) 4
e) 8

245. ITA-SP

Sabendo-se que $4 + i\sqrt{2}$ e $\sqrt{5}$ são raízes do polinômio $2x^5 - 22x^4 + 74x^3 + 2x^2 - 420x + 540$, então a soma dos quadrados de todas as raízes reais é:

a) 17
b) 19
c) 21
d) 23
e) 25

246. ITA-SP

As raízes da equação de coeficientes reais $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ são inteiros positivos consecutivos. A soma dos quadrados dessas raízes é igual a 14. Então $a^2 + b^2 + c^2$ é igual a:

a) 190
b) 191
c) 192
d) 193
e) 194

247. ITA-SP

Considere $a, b \in \mathbb{R}$ e a equação $2e^{3x} + ae^{2x} + 7e^x + b = 0$. Sabendo que as três raízes x_1, x_2, x_3 desta equação formam, nesta ordem, uma progressão aritmética cuja soma é igual a zero, então a – b vale:

a) 5
b) –7
c) –9
d) –5
e) 9

248. ITA-SP

Se a, b e c são as raízes da equação $x^3 - rx + 20 = 0$, em que r é um número real, podemos afirmar que o valor de $a^3 + b^3 + c^3$ é:

a) –60
b) 62 + r
c) $62 + r^2$
d) $62 + r^3$
e) 62 – r

249.

Os números complexos $z_1 = 1 + i$ e $z_2 = -3 + 2i$ são raízes da equação $x^4 + Ax^3 + Bx^2 + Cx + D = 0$. Sabendo que A, B, C e D são números reais, o valor de A é:

a) 4
b) – 4
c) 5
d) – 5
e) 0

250. UFIt-MG

Sabe-se que uma das raízes da equação:
$3x^2 - 14x^2 + 47x - 26 = 0$ r = 2 + 3i, em que $i = \sqrt{-1}$.
Quais são as outras raízes dessa equação?

251. UFU-MG

Determine os coeficientes a, b, c e d do polinômio: $P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ de modo que $P(i) = P(1+i) = 1$.

252. Fuvest-SP

Resolva a equação $x^4 - 5x^3 + 13x^2 - 19x + 10 = 0$, sabendo que o número complexo z = 1 + 2i é uma das suas raízes.

253. Fuvest-SP

O polinômio $x^4 + x^2 - 2x + 6$ admite 1 + i como raiz, em que $i^2 = -1$. O número de raízes reais desse polinômio é:

a) 0
b) 1
c) 2
d) 3
e) 4

254. Ibmec-SP

Um polinômio de 7º grau *p(x)*, com coeficientes reais, é divisível pelos polinômios $q(x) = 2x^2 - 9$ e $r(x) = x^2 + 3x + 4$. Se n é o número de raízes reais do polinômio *p(x)*, então:

a) n = 3 ou n = 5
b) $2 \leq n \leq 4$
c) $n \geq 5$
d) n = 4 ou n = 6
e) $n \leq 3$

255.

A equação algébrica com coeficientes reais, de menor grau possível, que possui a raiz complexa i e a raiz 1 com multiplicidade 2 é:

a) $x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1 = 0$
b) $x^3 + x^2 - x - 1 = 0$
c) $x^4 - 1 = 0$
d) $x^3 + 2x^2 + 2x + 1 = 0$
e) $x^4 - 2x^2 + 1 = 0$

256. Fuvest-SP

A equação $x^3 + mx^2 + 2x + n = 0$, em que m e n são números reais, admite 1 + i (i sendo a unidade imaginária) como raiz. Então, m e n valem, respectivamente:

a) 2 e 2
b) – 2 e 0
c) 0 e 2
d) 2 e – 2
e) – 2 e 2

257. FCMSC-SP

Seja a equação $x^3 + x^2 + kx + t = 0$, em que k e t são números reais. Se o complexo 1 – 2i é uma das raízes dessa equação, o produto das três raízes é:

a) – 15
b) – 12
c) – 9
d) 9
e) 15

258.

Determine os valores reais de m e n, sabendo que a equação $x^3 + mx^2 + 16x + n = 0$ admite 5 + i como raiz.

259.

Apresente o polinômio p(x) de 3º grau com coeficientes reais, sabendo que p(2) = p(2 + i) = 0 e p(3) = 10.

260. UFSCar-SP

Considere a equação algébrica

$$-x^4 + kx^3 - kx^2 + kx - 4 = 0,$$

na variável x, com $k \in \mathbb{C}$.

a) Determine k = a + bi, com a e b reais, para que o número complexo 2i seja uma das raízes da equação.
b) Determine todas as raízes da equação quando k = 5.

261. FGV-SP

O polinômio $p(x) = x^3 - 5x^2 - 52x + 224$ tem três raízes inteiras. Se a primeira delas é o dobro da terceira e a soma da primeira com a segunda é 1, então, o produto da primeira e da segunda é:

a) – 224
b) – 167
c) – 56
d) 28
e) 5

262.

Apresente o polinômio $p(x) = 2x^3 - 14x^2 + 14x + 30$ na forma fatorada.

263. Unicamp-SP

Considere a equação: $2\left(x_2 + \frac{1}{x^2}\right) + 7\left(x + \frac{1}{x}\right) + 4 = 0$

a) Mostre que x = i é raiz dessa equação.
b) Encontre as outras raízes da mesma equação.

264. FGV-SP

a) Um polinômio P do 3º grau com coeficientes reais é tal que P(2) = 0 e P(2 + i) = 0, em que i é a unidade imaginária. Obtenha P sabendo que P(1) = 4.
b) A equação polinomial $x^3 + x^2 + x + k = 0$ tem raiz igual a –1. Obtenha o valor de k e as outras raízes.

265. Vunesp

Considere o polinômio $p(x) = x^3 - mx^2 + m^2x - m^3$, em que $m \in \mathbb{R}$.

Sabendo que 2i é raiz de p(x), determine:

a) os valores que m pode assumir;
b) dentre os valores de m encontrados em a, o valor de m tal que o resto da divisão de p(x) por (x – 1) seja –5.

266. ITA-SP

Sendo 1 e 1 + 2i raízes da equação $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$, em que a, b e c são números reais, então:

a) b + c = 4
b) b + c = 3
c) b + c = 2
d) b + c = 1
e) b + c = 0

267. Vunesp

Sabe-se que a unidade imaginária i é raiz do polinômio real $p(x) = x^4 - 3x^3 + 3x^2 + ax + 2$. Nessas condições:

a) determine o valor de a;
b) encontre o conjunto solução da equação p(x) = 0.

268. FGV-SP

Os números complexos 1 + i e 1 – 2i são raízes de um polinômio com coeficientes reais, de grau 8.

O número de raízes reais deste polinômio, no máximo, é:

a) 2
b) 3
c) 4
d) 5
e) 6

269. Mackenzie-SP

Se as três raízes reais, não necessariamente distintas, do polinômio $p(x) = x^3 - a^3x^2 + ax - 1$, $a \in \mathbb{R}$, formam uma progressão geométrica, então o valor de $a - a^3$ é:

a) – 2
b) – 1
c) 0
d) 1
e) 2

270. ITA-SP

Seja P(x) um polinômio de grau 5, com coeficientes reais; admitindo 2 e i como raízes. Se P(1) P(–1) < 0, então o número de raízes reais de P(x) pertencentes ao intervalo] –1, 1 [é:

a) 0
b) 1
c) 2
d) 3
e) 4

271. ITA-SP

Sabendo-se que $z_1 = i$, z_2 e z_3 são raízes da equação polinomial de coeficientes reais $z^3 + az^2 + bz + c = 0$, é correto afirmar que:

a) z_1, z_2 e z_3 são imaginários puros.
b) z_2 e z_3 são reais.
c) $z_1 \cdot z_2 \cdot z_3 = c$
d) $z_1 + z_2 + z_3 = a$
e) pelo menos uma das raízes é real.

272. PUC-SP

Sabe-se que a equação $x^4 + x^3 - 4x^2 + x + 1 = 0$ admite raízes inteiras. Se m é a maior das raízes não inteiras dessa equação, então o valor de $m + \frac{1}{m}$.

a) –6
b) –3
c) 0
d) $\sqrt{5}$
e) $2\sqrt{5}$

273. Fatec-SP

Se $x = 2$ é uma das raízes da equação $x^3 - 4x^2 + mx - 4 = 0$, $m \in \mathbb{R}$, então suas outras raízes são números:

a) negativos.
b) inteiros.
c) racionais não inteiros.
d) irracionais.
e) não reais.

274.

Resolva a equação $5x^3 - 37x^2 + 90x - 72 = 0$, sabendo que admite raízes inteiras.

275. Unicamp-SP

a) Resolva a equação: $x^4 - 5x - 6 = 0$.
b) Mostre que, se a e b são números reais e se não são ambos nulos, então as raízes da equação $x^4 + ax + b = 0$ não podem ser todas reais.

276. Fuvest-SP

Sabendo que os polinômios $x^4 + 5x^3 + 7x^2 - 3x - 10$ e $x^3 + 3x^2 + x - 5$ têm uma raiz comum, determine todas as raízes comuns desses polinômios.

277. Fuvest-SP

A equação $x^3 - 2x^2 - x + 14 = 0$ tem uma raiz inteira r e duas raízes imaginárias s e t.

a) Determine as raízes r, s e t.
b) Escreva a equação cujas raízes são $\frac{1}{r}, \frac{1}{s}$ e $\frac{1}{t}$.
c) Determine a equação cujas raízes são rs, rt e st.

278. IME-RJ

Considere o polinômio
$p(x) = x^5 - 3x^4 - 3x^3 + 27x^2 - 44x + 30$.
Sabendo que o produto de duas de suas raízes complexas é igual a $3 - i$ e que as partes reais e imaginárias de todas as suas raízes complexas são inteiras e não-nulas, calcule todas as raízes do polinômio.

279. Unicamp-SP

Considere o polinômio $p(x) = x^3 - 2x^2 + 5x + 26$.

a) Verifique se o número complexo $2 + 3i$ é raiz desse polinômio.
b) Prove que $p(x) > 0$ para todo número real $x > -2$.

280.

A equação $x^3 - 2x^2 + 3x + k = 0$ admite uma única raiz real e esta raiz pertence ao intervalo $[-1; 1]$. Pode-se afirmar que:

a) $k > 0$
b) $k < 2$ ou $k \geq 6$
c) $-2 \leq k \leq 6$
d) $k \leq -2$
e) $2 \leq k \leq 6$

281. Unicamp-SP

Encontre os valores inteiros de m para os quais a equação polinomial $x^3 - mx^2 + mx - m^2 = 1$ tem pelo menos uma raiz real inteira. Para cada um desses valores de m, ache as raízes das equações (do terceiro grau) correspondentes.

282. FGV-SP

Considere a equação polinomial de coeficientes reais, $P(x) = 0$. Se $P(-1) = 5$ e $P(2) = -4$, podemos concluir que:

a) o grau de P(x) é, no mínimo, 2.
b) $P(0) > 0$
c) $P(1) = 1$
d) existe uma raiz real no intervalo $]-1 ; 2[$
e) $P(x) = 0$ não admite raiz real.

283.

Resolva a equação $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$ sabendo que as raízes formam um progressão aritmética.

284. E. E. Mauá-SP

Determine as raízes da equação
$3x^3 - 16x^2 + 23x - 6 = 0$ sabendo que o produto de duas delas é igual à unidade.

285.

Resolva a equação $x^3 - 4x^2 + x + 6 = 0$ sabendo que uma raiz é a soma das outras duas.

286. Fuvest-SP

A equação $x^3 + mx^2 + 2x + n = 0$, em que m e n são números reais, admite $1 + i$ como raiz. Então, m e n valem, respectivamente:

a) 2 e 2
b) 2 e 0
c) 0 e 2
d) 2 e – 2
e) – 2 e 0

287. FGV-SP

Considere o polinômio $P(x) = x^3 - 4x^2 + 6x + m$.

a) Para $m = -4$, o polinômio tem uma raiz racional. Encontre-a.
b) Para $m = -24$, resolva a inequação $P(x) \geq 0$.

288.

a) Quais são as raízes internas do polinômio
$$P(x) = x^3 - x^2 - 4?$$
b) Decomponha o polinômio P(x) em um produto de dois polinômios, um de grau 1 e outro de grau 2.
c) Resolva a inequação: $P(x) < 4(x - 2)$.

289. FGV-SP

Considere a seguinte equação polinomial:

$$x^4 + 2x^3 + x^2 - x - 6 = 0$$

a) Mostre que esta equação tem uma raiz racional e encontre esta raiz.

b) Mostre que esta equação tem uma raiz irracional.

290. Vunesp

Os coeficientes do polinômio $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 3$ são números inteiros. Supondo que f(x) tenha duas raízes racionais positivas distintas:

a) encontre todas as raízes desse polinômio;

b) determine os valores de a e b.

291. FGV-SP

a) Considere a equação polinominal $x^3 + x - 5 = 0$. Prove que ela tem uma raiz irracional entre 1 e 2.

b) A equação polinominal $x^3 - 7x - 6 = 0$ tem uma raiz igual a – 1. Encontre as outras raízes.

292.

Resolva a equação $3x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 3x + 2 = 0$, sabendo que uma de suas raízes é $1+\sqrt{2}$.

Observação: Se uma equação polinomial de coeficientes inteiros admite como raiz o número irracional $a+\sqrt{b}$, então o número $a-\sqrt{b}$ também é raiz.

293.

Sendo $P(x) = x^3 + 3x^2 - 4$, então o conjunto de valores de x para os quais a expressão $\dfrac{1}{\sqrt{P(x)}}$ está definida é:

a) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq -2\}$

b) $\{x \in \mathbb{R} \mid x > -1\}$

c) $\{x \in \mathbb{R} \mid x > 1\}$

d) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq -2 \text{ e } x \neq 1\}$

e) $\{x \in \mathbb{R} \mid x > -2\}$

Matemática 7 – Gabarito

01. D

02. a) S = {1 – 2i, 1 + 2i}

b) S = {– 3i, – 3, 3, 3i}

03. a) V, b) F, c) F, d) V

04. $m = \frac{3}{2}$

05. A **06**. A **07**. D

08. A **09**. D

10. z = 1 + i **11**. x = 5 **12**. E

13. A

14. a) (x – y) + (x + y)i

b) x = 1 e y = –1

15. z = 6 + 4i

16. a) (2x – 2) + (4 + x)i

b) $\{x \in \mathbb{R} / x \leq 6\}$

17. z_1 e z_2 são reais ou z_1 e z_2 são conjugados.

18. A **19**. S = {i}

20. S = {(1 + i; 1 – i)}

21. 76 **22**. C

23. a) Re (w) = 3x e Im (z) = y – 1

b) z = i

24. C **25**. E **26**. A

27. b = – 2 **28**. E **29**. A

30. – 1 – 5i **31**. D **32**. D

33. D **34**. D **35**. E

36. – 1 **37**. D **38**. E

39. C **40**. E **41**. E

42. A **43**. – 1 < x < 1

44. A **45**. E **46**. E

47. B **48**. a = 3

49. a) 5

b) 13

50. E

51. a) $z = 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\,\text{sen}\frac{\pi}{6}\right)$

b) $z = 3\left(\cos\frac{3\pi}{2} + i\,\text{sen}\frac{3\pi}{2}\right)$

52. E **53**. A **54**. B

55. D

56. a) – 7 + i e 5

b) 7

57. a) (16, 16)

b) $16\sqrt{2}$

58. B

59. z_2 = 5i

60. C

61. B **62**. A **63**. A

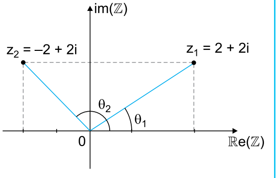
64. E **65**. B **66**. E

67. A = {i}

68. A

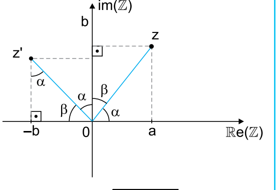
69. β = 3

70. a)



b) 90°

c) z = a + bi e z' = iz = – b + ai



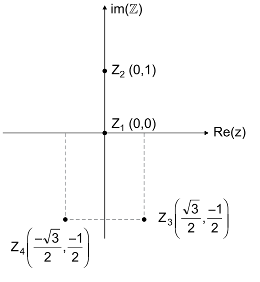
oz = oz' = $\sqrt{a^2 + b^2}$

α + β = 90° ⇒ zoz'= 90°

Assim, z é obtido girando-se z de 90° no sentido anti-horário.

71. a) $S = \{0; i; \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\,; -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\}$

b)



72. Seja P(x, y) o afixo de:

z = 2 + cos t + i sen t. Então:

$$\begin{cases} x = 2 + \cos t \Rightarrow x - 2 = \cos t \\ y = \text{sen}\,t \end{cases}$$

Substituindo em $\cos^2 t + \text{sen}^2 t = 1$, obtemos: $(x – 2)^2 + y^2 = 1$, que representa a circunferência de centro C(2, 0) e raio r = 1.

73. $\frac{1}{5}$ **74**. D

75. a) z = 2 · (cos 30° + sen 30° · i)

b) $z^5 = -16\sqrt{3} + 16i$

c) n = 3

76. E **77**. E **78**. C

79. A **80**. A

81. C

82. D

83. A

84. A

85. a) 4.096

b) 0

86. a) $z_1 = \cos\theta_1 + i\,\text{sen}\,\theta_1$ e

$z_2 = \cos\theta_2 + i\,\text{sen}\,\theta_2$

$z_1 \cdot z_2 = (\cos\theta_1 + i\,\text{sen}\,\theta_1) \cdot$

$\cdot (\cos\theta_2 + i\,\text{sen}\,\theta_2)$

$z_1 \cdot z_2 = \cos\theta_1 \cdot \cos\theta_2 +$

$+ i\,\text{sen}\,\theta_2 \cos\theta_1 +$

$+ i\,\text{sen}\,\theta_1 \cos\theta_2 + i^2 \cdot \text{sen}\,\theta_1 \cdot$

$\cdot\,\text{sen}\,\theta_2$

$z_1 \cdot z_2 = (\cos\theta_1 \cdot \cos\theta_2 -$

$- \text{sen}\,\theta_1 \cdot \text{sen}\,\theta_2) + i\,(\text{sen}\,\theta_1 \cdot$

$\cdot \cos\theta_2 + \text{sen}\,\theta_2 \cos\theta_1)$

$z_1 \cdot z_2 = \cos(\theta 1 + \theta_2) +$

$i\,\text{sen}\,(\theta_1 + \theta_2)$

b) z = cos 48° + i sen 48°

z^{10} = cos 480° + i sen 480° =

= cos 120° + i sen 120° =

$= -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

z^5 = cos 240° + i sen 240° =

$= -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

$Z^{10} + Z^5 + 1 =$

$= \left(-\frac{1}{2} + \cancel{\frac{\sqrt{3}}{2}}i\right) + \left(-\frac{1}{2} - \cancel{\frac{\sqrt{3}}{2}}i\right) + 1 = 0$

87. D

88. $\sqrt{4 + 2\sqrt{2}}$

89. C

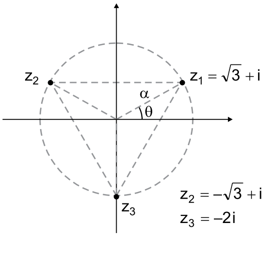
90. C

91. B

92. B

93. A

94. a)



b) $2\sqrt{3}$

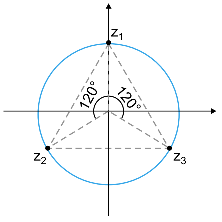
95. A

96. $z = -i = (\cos 270° + i \operatorname{sen} 270°)$

$z_1 = \sqrt[3]{z} = \left(\cos \dfrac{270°}{3} + i \operatorname{sen} \dfrac{270°}{3}\right)$

Assim:

$z_1 = \cos 90° + i \operatorname{sen} 90° = i$



$z_2 = \cos 210° + i \operatorname{sen} 210°$

$z_2 = -\dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{i}{2}$

$z_3 = \cos 330° + i \operatorname{sen} 330°$

$z_3 = +\dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{i}{2}$

97. A **98.** C **99.** 25
100. C **101.** D **102.** C
103. A **104.** D **105.** B
106. E **107.** A **108.** A

109. • $b \neq 2$ e $b \neq 3 \Rightarrow Gp = 2$
• $b = 2 \Rightarrow Gp = 0$
• $b = 3 \Rightarrow Gp = 1$

110. B

111. $P(x) = \dfrac{1}{2}x^2 + \dfrac{1}{2}x + C$, em que C é uma constante qualquer.

112. B **113.** 22 **114.** C
115. C **116.** D **117.** A
118. C **119.** B
120. – 1 **121.** D

122. a) $P(0) = 3$
$P(1) = 2$
$P(2) = 1$

b) $P(x) + x \cdot P(2 - x) = x^2 + 3$
Logo, $x \cdot P(2 - x)$ é do 2º grau.
Sendo x um polinômio do 1º grau e sabendo-se que o grau de um produto de polinômios é a soma dos graus desses polinômios, concluiu-se que P(x) é um polinômio do 1º grau.

123. C

124. $Q(x) = x^2 + x + 2$ e
$R(x) = 5x - 5$

125. D **126.** E **127.** B
128. D **129.** A **130.** B
131. D **132.** A **133.** D
134. E

135. $a = 4$ e $b = 1$ ou
$a = -4$ e $b = -1$

136. A **137.** D **138.** C
139. $P(1) = 3$ **140.** E **141.** B
142. D **143.** B **144.** C
145. D **146.** A **147.** D
148. 10º grau **149.** A
150. E **151.** E **152.** E
153. B **154.** C **155.** A
156. A **157.** E **158.** D
159. E **160.** D **161.** B
162. A **163.** B
164. F, F, V, V, F **165.** B
166. E **167.** E **168.** A
169. B **170.** $R(x) = 53$
171. C **172.** E **173.** C
174. $V = \{-2;\ 1 - i;\ 1 + i\}$
175. E **176.** C **177.** C
178. E **179.** E
180. $S = \{-1, 0, 3\}$ **181.** E
182. C **183.** C **184.** B
185. 29 (01 + 04 + 08 + 16)

186. a) $\lambda = 6$
b) $V = \{3;\ 1 - i;\ 1 + i\}$
c) $V = \dfrac{8\pi}{3}$

187. D **188.** C **189.** A
190. B **191.** $m = \pm 6$
192. A **193.** B

194. a) $\lambda = 6$
b) $z_1 = 3$, $z_2 = 1 + i$
e $z_3 = 1 - i$

195. E **196.** A **197.** E

198. a) $p(2) = 2^3 - 12 \cdot 2 + 16 = 0$
$p(2) = 0 \Rightarrow x = 2$ é raiz de p(x)

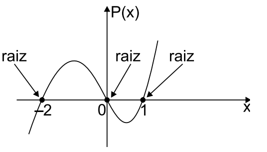
b) Para $x > 0$ e $x \neq 2$, tem-se $(x - 2)^2 > 0$ e $(x + 4) > 0$.
Assim, $p(x) > 0$.

c) Sendo $x > 0$, AT é mínima quando $P(x) = 0$, ou seja, se $x = 2$
Assim, $y = \dfrac{8}{2^2} = 2$
Portanto, tem-se área total mínima para $x = y = 2$ (cubo).

199. B **200.** C **201.** B
202. D **203.** V, V, V, F, F, F
204. C **205.** C
206. $P(x) = (1 - x)(x + 2)(x - 5)$
207. E **208.** A

209. a) As raízes de P(x) são – 2, 0 e 1

b)



210. C **211.** C

212. A função intercepta o eixo x também nos pontos de abscissas $\dfrac{1}{2}$ e -2.

213. D

214. $P(x) = 4(x - 1) \cdot (x - 4 - 3i) \cdot (x - 4 + 3 \cdot i)$

215. $P(x) = 2(x - 7) \cdot (x + 1) \cdot (x + 3)$

216. $P(x) = 3 \cdot (x + 1) \cdot (x - 1) \cdot (x - 5)$

217. $S = \{-1, -3, -2i, +2i\}$

218. D **219.** C

220. $2;\ -1;\ -1 + i\sqrt{3};$
$-1 - i\sqrt{3};\ \dfrac{1 + i\sqrt{3}}{2};$
$\dfrac{1 - i\sqrt{3}}{2}$

221. B

222. a) $m = 1$
b) $P(x) = (x - 1)(x - 2)(x + 1)^2 \cdot (x + 2)$

223. D **224.** C **225.** D
226. $V = \{-8, -5, -2\}$ **227.** E
228. A **229.** E **230.** E
231. D **232.** D **233.** E
234. A **235.** D **236.** E

237. a) $m = 2$
b) $V = \{1,\ 1 + i,\ 1 - i\}$

238. C **239.** 3

240. a) 76 c) 192
b) 144 d) 13

241. $S = \{4, 6, 8\}$ **242.** A
243. 6 **244.** A **245.** B
246. D **247.** D **248.** A
249. A **250.** $2 - 3i$ e $\dfrac{2}{3}$
251. $a = -2$; $b = 3$; $c = -2$ e $d = 3$
252. $V = \{1;\ 2;\ 1 - 2i;\ 1 + 2i\}$
253. A **254.** A **255.** D
256. B **257.** A
258. $m = 9$, $n = 26$
259. $P(x) = 5(x - 2)(x - 2 - i) \cdot (x - 2 + i)$

260. a) $k = \dfrac{20}{13} + \dfrac{20}{13}i$
b) Raízes: 1, 4, i, – i

261. C
262. $p(x) = 2(x - 3)(x - 5)(x + 1)$

263. a) Vamos substituir x = i na equação dada para mostrar que é raiz dela:

$$2\left(i^2+\frac{1}{i^2}\right)+7\left(i+\frac{1}{i}\right)+4\overset{?}{=}0$$

$$2(-1-1)+7\left(i+\frac{1}{i}\cdot\frac{-i}{-i}\right)+4\overset{?}{=}0$$

$$-4+7(i-i)+4\overset{?}{=}0$$

$$-4+4+7\cdot 0=0$$

$$0=0 \text{ (verdade)}$$

b) $-i; \dfrac{-7+\sqrt{33}}{4}; \dfrac{-7-\sqrt{33}}{4}$

264. a) $P(x) = -2x^3 + 12x^2 - 26x + 20$

b) k = 1; raízes i e –i.

265. a) m = ± 2 b) m = 2

266. C

267. a) a = – 3

b) S = {– i, i, 1, 2}

268. C **269**. C **270**. B

271. E **272**. B **273**. E

274. $V=\left(2;3;\frac{12}{5}\right)$

275. a) $S=\left(-1;2;\frac{-1}{2}+\frac{\sqrt{11}\,i}{2};\frac{-1}{2}-\frac{\sqrt{11}\,i}{2}\right)$

b) $x^4 + ax + b = 0$

Utilizando as relações de Girard para as raízes x_1, x_2, x_3 e x_4, temos:

(I) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0$

(II) $x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4 = 0$

(III) $x_1x_2x_3x_4 = 0$

Fazendo $(I)^2$ temos:

$(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)^2 = 0$

ou seja

$$x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2+2\underbrace{(x_1x_2+x_1x_3+x_1x_4+x_2x_3+x_2x_4+x_3x_4)}_{=0\,(I)}=0$$

$\therefore x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = 0$

Supondo que as quatro raízes, x_1, x_2, x_3 e x_4 sejam reais, temos que $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 0$, o que não é possível, pois, neste caso, a = b = 0, o que contradiz a conclusão inicial do problema.

Então, as raízes não podem ser todas reais.

276. 1, – 2 – i e – 2 + i

277. a) r = – 2, $s=2-\sqrt{6}i$ e $t=2+\sqrt{6}i$

b) $14x^3 - x^2 - 2x + 1 = 0$

c) $x^3 + x^2 - 28x - 196 = 0$

278. S = {– 3, 1 – i, 1 + i, 2 – i, 2 + i}

279. a) 2 + 3i é raiz de p(x)

b) $p(x) = (x + 2)(x^2 - 4x + 13)$

$(x^2 - 4x + 13) > 0$ para β x ∈ ℝ

Logo, p(x) > 0 para (x + 2) > 0

Assim, p(x) > 0 para x > – 2

280. C

281. m = –3

$$S=\left\{-2, \frac{-1-i\sqrt{3}}{2}, \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right\}$$

m = 0

$$S=\left\{1, \frac{-1-\sqrt{21}}{2}, \frac{-1+\sqrt{21}}{2}\right\}$$

282. D **283**. V = {1; 2; 3}

284. $\left\{\frac{1}{3}; 2; 3\right\}$

285. V = {–1; 2; 3} **286**. E

287. a) 2

b) S = {x ∈ ℝ / x ≥ 4}

288. a) Razões: $2, \dfrac{-1+\sqrt{7}\,i}{2}, \dfrac{-1-\sqrt{7}\,i}{2}$

b) $P(x) = (x - 2) \cdot (x^2 + x + 2)$

c) S = { x ∈ ℝ | x < – 2 ou 1 < x < 2}

289. a) Se $p(x) = 1x^4 + 2x^3 + x^2 - x - 6 = 0$ admite raiz racional p/q

(p ∈ ℤ, q ∈ ℤ, p e q primos entre si) então p é divisor de – 6 e q é divisor de 1.

Temos: p ∈ {±1, ±2, ±3, ±6}, q ∈ {±1} e $\frac{p}{q}$ ∈ {±1, ±2, ±3, ±6}.

Verificando uma por uma, percebemos que α = – 2 é a única raiz racional de P(x):

P(1) = 1 + 2 + 1 – 1 – 6 ≠ 0

P(–1) = 1 – 2 + 1 + 1 – 6 ≠ 0

P(2) = 16 + 16 + 4 – 2 – 6 ≠ 0

P(– 2) = 16 –16 + 4 + 2 – 6 = 0 (é raiz de P(x))

P(3) = 81 + 54 + 9 – 3 – 6 ≠ 0

P(– 3) = 81 – 54 + 9 + 3 – 6 ≠ 0

P(6) ≠ 0

P(–6) ≠ 0

b) Como os coeficientes de P(x) são reais então as eventuais raízes complexas não-reais (α = a + bi, a, b ∈ ℝ e b ≠ 0) ocorrem em número par, pois se α = a + bi é raiz então $\bar{\alpha}$ = a – bi também é. Teremos, então, uma das situações seguintes (P(x) tem 4 raízes complexas):

Número de raízes não-reais	Número de raízes reais
0	4
1	não pode
2	2
3	não pode
4	não pode

Ora, se P(x) admite apenas uma raiz racional e tem 2 ou 4 raízes então as outras (1 ou 3) serão reais e não racionais e, então, está demonstrando que a equação dada tem pelo menos uma raiz irracional (ℝ – Q).

290. a) S = {1, 3, – 1}

b) a = – 3 e b = – 1

291. a) Se a equação (que tem coeficientes internos) $\overbrace{1x^3+x-5=0}^{P(x)}$, admite raiz racional $\frac{p}{q}$, então p = – 5 e q = 1, portanto:

p ∈ {± 1, ± 5}, q ∈ {1} e

$\frac{p}{q}$ ∈ {± 1, ± 5}

P(1) ≠ 0

P(–1) ≠ 0

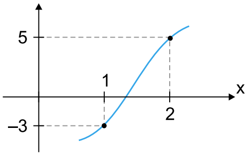
P(5) ≠ 0

P(–5) ≠ 0

Concluímos, então, que P(x) não admite raiz racional. Por outro lado:

P (1) = 1 + 1 – 5 = – 3 < 0

P (2) = 8 + 2 – 5 = 5 > 0



Observando o gráfico, podemos concluir que P(x) admite pelo menos uma raiz real no intervalo I =]1,2[. Como essa raiz real não é racional (pois P(x) não admite raízes racionais), então está provado que P(x) admite uma (pelo menos uma) raiz irracional no intervalo I =]1,2[.

b) 3 e –2

292. $V=\left\{1+\sqrt{2}; 1-\sqrt{2}; -1; \frac{2}{3}\right\}$

293. C