# MECÂNICA

## MOVIMENTOS

### 1- INTRODUÇÃO

Estudaremos a seguir os **movimentos uniforme** e **uniformemente variado.** Veremos suas definições, equações, representações gráficas e aplicações.

Faremos o estudo de cada movimento separadamente.

## MOVIMENTO UNIFORME

### 2- DEFINIÇÃO.

Vimos na classificação de movimentos, que um movimento é dito uniforme quando sua função horária dos espaços **S=f(t) é de primeiro grau** e conseqüentemente sua **velocidade tem módulo constante** e não nula. Assim sendo a **aceleração** neste movimento será **constante e nula.**

### 3- FUNÇÃO HORÁRIA DOS ESPAÇOS.

Sendo o movimento uniforme, sua velocidade será constante e uma das formas de definirmos a função horária é através da equação da velocidade escalar média que para este movimento é exatamente igual à velocidade escalar instantânea.

$$V_m = V = \frac{\Delta S}{\Delta t} \Rightarrow V = \frac{S_f - S_i}{t_f - t_i}$$

como $S_0$ é a posição do corpo no instante $t_0 = 0$ e S é a posição do corpo no instante t, vem :

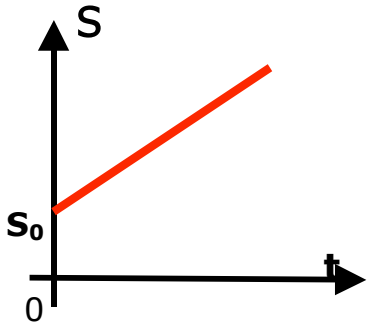
$$V = \frac{S - S_0}{t} \Rightarrow Vt = S - S_0 \Rightarrow Vt + S_0 = S$$

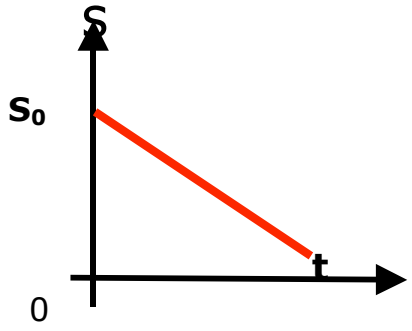
$$\boxed{S = S_0 + Vt}$$

### 4- REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DO MOVIMENTO UNIFORME

### 4.1- S = f(t)

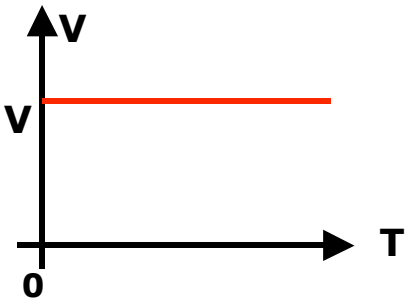
Como a função horária dos espaços é de 1º grau, seu gráfico será uma reta crescente se o movimento for progressivo (V>0) e uma reta decrescente se o movimento for retrógrado (V<0).

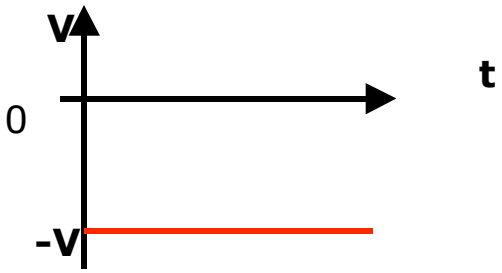



### 4.2- V = f(t)

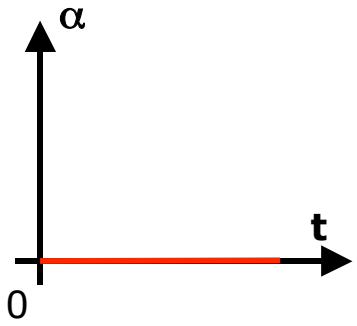
Como a velocidade é constante, seus valores médios e instantâneos serão iguais para qualquer instante. Sua representação gráfica será uma reta constante acima do eixo dos tempos se a velocidade for positiva e abaixo do eixo se for negativa.

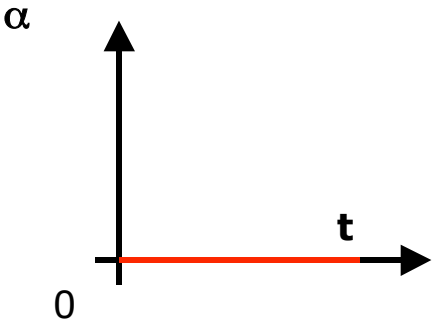



### 4.3- $\alpha$ = f(t)

Como a velocidade é constante, a aceleração para qualquer instante será nula independentemente do movimento ser progressivo ou retrógrado.




## 5- PROPRIEDADES GRÁFICAS DO MOVIMENTO UNIFORME.

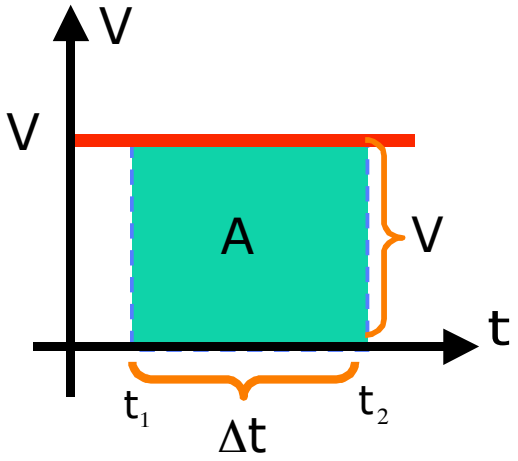
### 5.1- S=f(t)

$$tg\theta \overset{N}{=} \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

$$\boxed{tg\theta \overset{N}{=} V}$$

**A TANGENTE DO ÂNGULO θ É NUMERICAMENTE IGUAL A VELOCIDADE ESCALAR**

### 5.2- V=f(t)




$$A \overset{N}{=} \Delta t.V$$

$$A \overset{N}{=} \Delta t.\frac{\Delta S}{\Delta t}$$

$$\boxed{A \overset{N}{=} \Delta S}$$

**A ÁREA SOB A RETA É NUMERICAMENTE IGUAL AO DESLOCAMENTO ESCALAR NO INTERVALO DE TEMPO CONSIDERADO.**

# MOVIMENTO UNIFORMEMENTE VARIADO

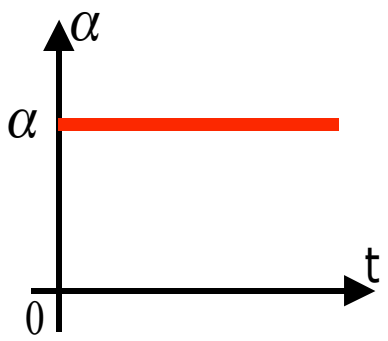
## 6- DEFINIÇÃO

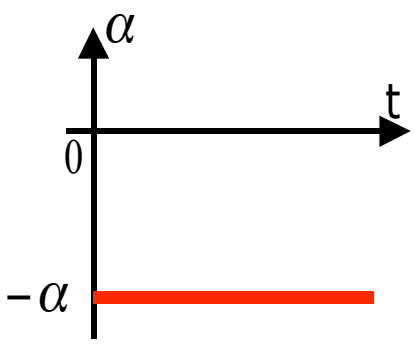
Vimos na classificação de movimentos que um movimento é dito uniformemente variado quando sua função horária dos espaços S=f(t) é de segundo grau, sua velocidade tem módulo variável e sua aceleração tem módulo constante e não nulo.

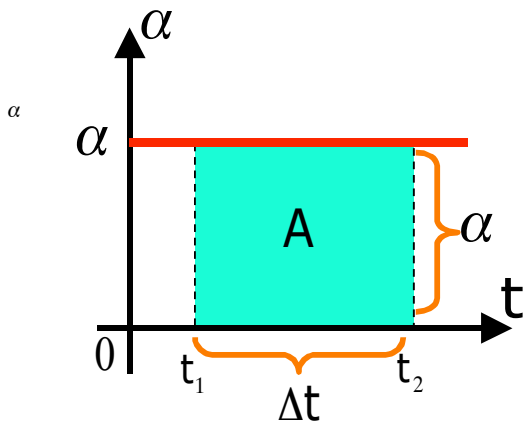
## 7- ACELERAÇÃO, SEUS GRÁFICOS E PROPRIEDADE GRÁFICA.

No movimento uniformemente variado a aceleração escalar é constante e, portanto, o seu valor médio é exatamente igual ao seu valor instantâneo. A representação gráfica é uma reta paralela ao eixo dos tempos.

$$\alpha_m = \alpha = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_f - V_i}{t_f - t_i}$$




$$A \overset{N}{=} \Delta t.\alpha \Rightarrow A \overset{N}{=} \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

$$\boxed{A \overset{N}{=} \Delta V}$$

**A ÁREA SOB A RETA É NUMERICAMENTE IGUAL À VARIAÇÃO DA VELOCIDADE NO INTERVALO DE TEMPO CONSIDERADO.**

## 8- FUNÇÃO HORÁRIA DAS VELOCIDADES

Sendo a aceleração constante neste movimento, os seus valores médios e instantâneos são iguais. Assim temos:

$$\alpha = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_f - V_i}{t_f - t_i}$$

como $V_0$ é a velocidade do corpo no instante $t_i = 0$ e V é avelocidade do corpo no instante t, vem :

$$\alpha = \frac{V - V_0}{t} \Rightarrow \alpha t = V - V_0 \Rightarrow \alpha t + V_0 = V$$

$$\boxed{V = V_0 + \alpha t}$$

## 9- PROPRIEDADE BÁSICA DO M.U.V.

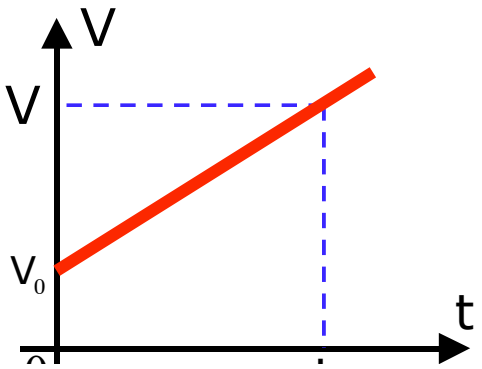
No movimento uniformemente variado a velocidade escalar é representada por uma
função de primeiro grau o que nos permite determinar o seu valor médio pela média aritmética entre seus valores inicial e final num determinado intervalo de tempo.

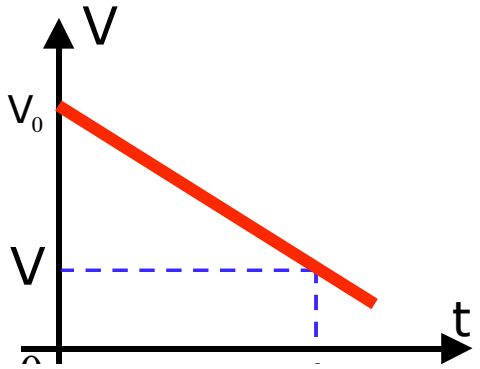
$$\boxed{V_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{V_1 + V_2}{2}}$$

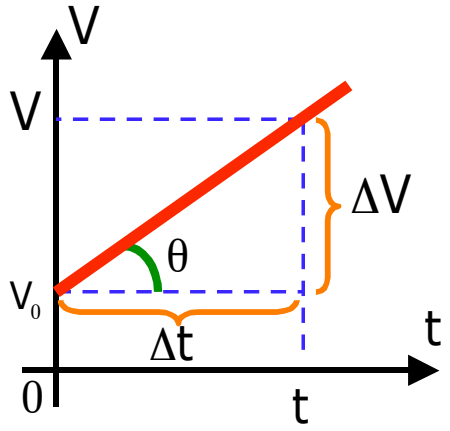
**"A velocidade escalar média entre dois instantes($t_1$ e $t_2$) é a media aritmética das velocidades escalares nestes instantes."**

## 10–GRÁFICOS DA VELOCIDADE E SUAS PROPRIEDADES.

Como a função horária da velocidade é de 1º grau, seu gráfico será uma reta crescente se o movimento for acelerado ($|V|$ crescente) e uma reta decrescente se o movimento for retardado ($|V|$ decrescente).

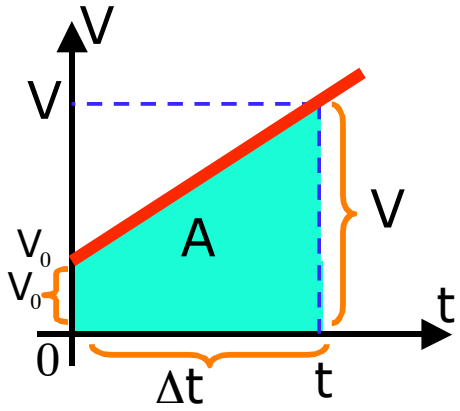





$$tg\theta \overset{N}{=} \frac{\Delta V}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{tg\theta \overset{N}{=} \alpha}$$

**A TANGENTE DO ÂNGULO θ É NUMERICAMENTE IGUAL A ACELERAÇÃO ESCALAR**




$$A \overset{N}{=} \frac{(V + V_0).\Delta t}{2} \Rightarrow A \overset{N}{=} \frac{\Delta S}{\Delta t}.\Delta t$$

$$\boxed{A \overset{N}{=} \Delta S}$$

**A ÁREA SOB A RETA É NUMERICAMENTE IGUAL À VARIAÇÃO DO ESPAÇO NO INTERVALO DE TEMPO CONSIDERADO.**

## 11– FUNÇÃO HORÁRIA DOS ESPAÇOS

A função horária dos espaços pode ser definida de várias formas, uma delas é usando a propriedade vista acima.

Como $A \overset{N}{=} \frac{(V + V_0).\Delta t}{2}$ e $A \overset{N}{=} \Delta S$, então :

$$\Delta S = \frac{(V + V_0).\Delta t}{2}, \text{ sabemos que } V = V_0 + \alpha t$$

$$\Delta S = \frac{(V_0 + \alpha t + V_0).\Delta t}{2} \Rightarrow S - S_0 = \frac{(2V_0 + \alpha t).(t - t_0)}{2}$$

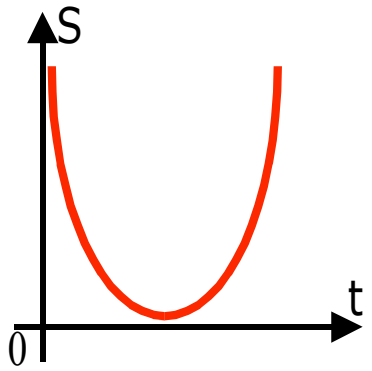
onde $V_0$ e $S_0$, são respectivamente, a velocidade e o espaço no instante $t_0 = 0$

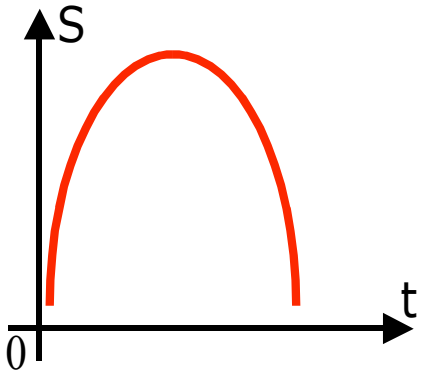
$$S - S_0 = \left(\frac{2V_0}{2} + \frac{\alpha t}{2}\right).t \Rightarrow S - S_0 = \left(V_0 + \frac{\alpha t}{2}\right)t$$

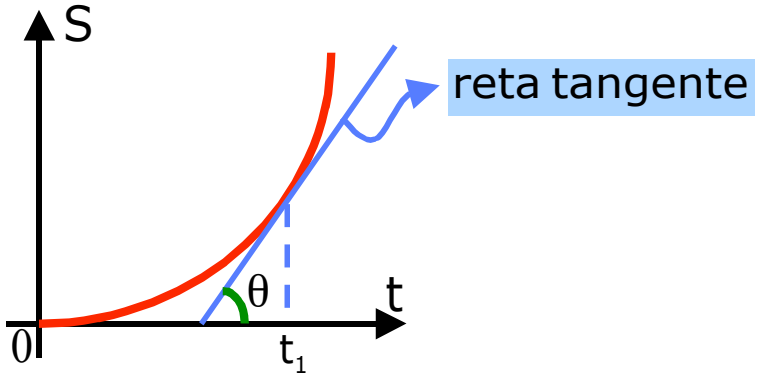
$$S - S_0 = V_0 t + \frac{\alpha t^2}{2} \Rightarrow \boxed{S = S_0 + V_0 t + \frac{\alpha t^2}{2}}$$

## 12-GRÁFICOS DO ESPAÇO E SUAS PROPRIEDADES

Como a função horária dos espaços é de 2º grau, seu gráfico será uma parábola com concavidade voltada para cima se $\alpha > 0$ e concavidade voltada para baixo se $\alpha < 0$.




$$\boxed{V_1^N = tg\theta}$$

**A TANGENTE DO ÂNGULO $\theta$ É NUMERICAMENTE IGUAL À VELOCIDADE ESCALAR PARA O INSTANTE $t_1$.**

## 13-EQUAÇÃO DE TORRICELLI

A equação de Torricelli pode ser demonstrada de várias maneiras. Veja uma demonstração onde se faz a fusão das funções horárias dos espaços e das velocidades.

$$V = V_0 + \alpha t \Rightarrow V - V_0 = \alpha t$$

$$\boxed{t = \frac{V - V_0}{\alpha}} \quad (I) \qquad \boxed{S = S_0 + V_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2} \quad (II)$$

substituindo (II) em (I), vem :

$$S = S_0 + V_0\left(\frac{V - V_0}{\alpha}\right) + \frac{\alpha}{2}\left(\frac{V - V_0}{\alpha}\right)^2$$

$$\Delta S = \frac{V_0 V - V_0^2}{\alpha} + \frac{\alpha}{2}\left(\frac{V^2 - 2VV_0 + V_0^2}{\alpha^2}\right)$$

$$\Delta S = \frac{V_0 V - V_0^2 + V^2 - 2V_0 V + V_0^2}{2\alpha}$$

$$\boxed{V^2 = V_0^2 + 2\alpha\Delta S}$$

# EXERCÍCIOS

**1. (UESPI) –** Um passageiro perdeu um ônibus que saiu da rodoviária há 5 minutos e pegou um táxi para alcança-lo.

O ônibus e o táxi descrevem a mesma trajetória e seus movimentos são uniformes.

A velocidade escalar do ônibus é de 60km/h e a do táxi é de 90km/h.

O intervalo de tempo necessário ao táxi para alcançar o ônibus é de:

a) 5 min b) 10 min c) 15 min d) 20 min e) 25 min

**2. (UNIP-SP) –** O gráfico a seguir representa o espaço **s** em função do tempo **t** para o movimento de um ciclista. Considere as proposições que se seguem:

I) A trajetória do ciclista é retilínea.

II) A velocidade escalar do ciclista é crescente.

III) O ciclista passa pela origem dos espaços no instante t = 2,0s.

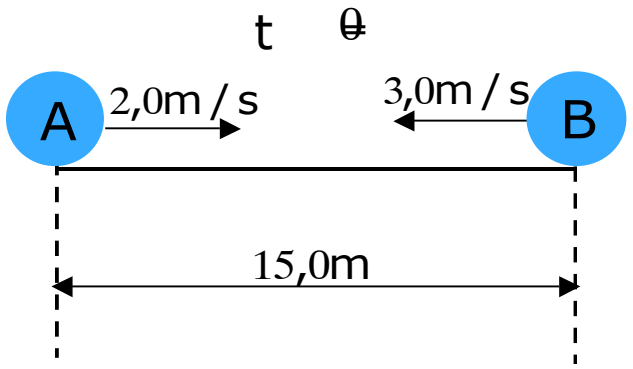
IV) O movimento do ciclista é uniforme e progressivo.

Estão corretas apenas:

a) III e IV b) I e II c) II e III d) I, III e IV e) I e IV

**3. (PUC-SP) –** Duas bolas, A e B, de dimensões desprezíveis se aproximam uma da outra, executando movimentos retilíneos e uniformes (veja a figura).

Sabendo-se que as bolas possuem velocidades escalares de módulos 2,0m/s e 3,0m/s e que, no instante t = 0, a distancia entre elas é de 15,0m, podemos afirmar que o instante da colisão é:




a) 1,0s b) 2,0s c) 3,0s d) 4,0s e) 5,0s

**4. (PUC-SP) –** Alberto saiu de casa para o trabalho exatamente às 7,0 h, filho, percebe imediatamente que o pai esqueceu sua pasta com documentos e, após 1,0 min de hesitação, sai para encontrá-lo, movendo-se também com velocidade escalar constante, percorrendo a mesma trajetória descrita pelo pai. Excelente aluno em Física, calcula

que, como saiu 1,0 min após o pai, demorará exatamente 3,0 min para alcançá-lo.
Para que isso seja possível, qual a velocidade escalar do carro de Pedro?
a) 60,0 km/h b) 66,0 km/h c) 72,0 km/h d) 80,0 km/h e) 90,0 km/h

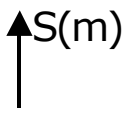
5. **(UNITAU-SP) –** Uma motocicleta com velocidade escalar constante de 20,0m/s ultrapassa um trem de comprimento 100m e velocidade escalar constante de 15,0m/s. A duração da ultrapassagem é:
a) 5s b) 15s c) 20s d) 25s e) 30s

6. **(UNICAMP) –** As faixas de aceleração das auto-estradas devem ser longas o suficiente para permitir que um carro, partindo do repouso, atinja a velocidade escalar de 108km/h em uma estrada horizontal. Um carro popular é capaz de acelerar de 0 a 108km/h em 15s. Suponha que a aceleração escalar seja constante.
a) Qual o valor da aceleração escalar?
b) Qual a distancia percorrida em 10s?
c) Qual deve ser o comprimento mínimo da faixa de aceleração?

7. **(VUNESP) –** Um motorista, dirigindo seu veículo à velocidade escalar constante de 72,0 km/h, numa avenida retilínea, vê a luz vermelha do semáforo acender quando está a 35,0 metros do cruzamento, suponha que entre o instante em que ele vê a luz vermelha e o instante em que aciona os freios decorra um intervalo de tempo de 0,50 segundo. Admitindo-se que a aceleração escalar produzida pelos freios seja constante, para que o carro pare exatamente no cruzamento, o modulo dessa aceleração escalar deve ser, em $m/s^2$, de:
a) 2,0 b) 4,0 c) 6,0 d) 8,0 e) 10,0

8. **(FUVEST) –** Um carro viaja com velocidade escalar de 90km/h (ou seja, 25m/s) num trecho retilíneo de uma rodovia quando, subitamente, o motorista vê um animal parado na pista. Entre o instante em que o motorista avista o animal e aquele em que começa a frear, o carro percorre 15,0m. Se o motorista frear o carro à taxa constante de $5,0m/s^2$, mantendo-o em sua trajetória retilínea, ele só evitará atingir o animal, que permanece imóvel todo o tempo, se o tiver percebido a uma distancia de, no mínimo:
a) 15,0m b) 31,25m c) 52,5m d) 77,5m e) 125,0m

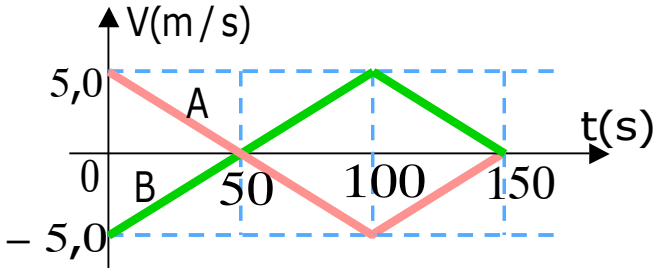
9. **(AFA) –** O gráfico espaço x tempo para uma partícula que descreve um a trajetória retilínea, com aceleração escalar constante, é dado na figura a seguir:



A velocidade escalar inicial ($V_0$) e a aceleração escalar ($\alpha$) são, respectivamente, iguais a :

a) 6,0m/s e –2,0m/s$^2$
b) 6,0m/s e –3,0m/s$^2$
c) 9,0m/s e –3,0m/s$^2$
d) 6,0m/s e 6,0m/s$^2$
e) 9,0m/s e 6,0m/s$^2$

**10. (FUVEST) –** Dois trens, A e B, fazem manobra em uma estação ferroviária deslocando-se paralelamente sobre trilhos retilíneos, no instante t = 0s eles estão lado a lado. O gráfico representa as velocidades escalares dos dois trens a partir do instante t = 0s até t = 150s, quando termina a manobra. A distancia dos dois trens no final da manobra é:




a) 0m b) 50m c) 100m d) 250m e) 500m

RESPOSTAS

1. **ALTERNATIVA B**

$$\Delta S_{ônibus} = \Delta S_{taxi}$$
$$V_{ônibus}.(t + 5) = V_{taxi}.t$$
$$60.(t + 5) = 90.t$$
$$t + 5 = \frac{90}{60}.t \Rightarrow t + 5 = 1{,}5.t$$
$$5 = 1{,}5.t - t \Rightarrow 5 = 0{,}5.t$$
$$t = \frac{5}{0{,}5} \Rightarrow \boxed{t = 10s}$$

**2. ALTERNATIVA A**

(I) FALSA

indeterminada pois o gráfico nos mostra apenas uma coordenada de posição.

(II) FALSA

como a curva gráfica é uma reta, o movimento é uniforme e sua velocidade é constante.

(III) VERDADEIRA

$$V = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{20 - (-10)}{6 - 0} \Rightarrow V = \frac{30}{6} \Rightarrow V = 5m/s$$

$$S = S_0 + V.t \Rightarrow 0 = -10 + 5.t \Rightarrow 10 = 5.t \Rightarrow t = \frac{10}{5} \Rightarrow t = 2s$$

(IV) VERDADEIRO

**3. ALTERNATIVA C**

**A e B se encontram quando estiverem na mesma posição.**
**Para resolver este exercício vamos adotar a posição inicial de A como sendo ZERO (0) e conseqüentemente a posição inicial de B será 15m.**

$$S_A = S_B$$
$$S_{0_A} + V_A.t = S_{0_B} + V_B.t$$
$$0 + 2.t = 15 - 3.t$$
$$2.t + 3.t = 15$$
$$5.t = 15$$
$$t = \frac{15}{5} \Rightarrow t = 3s$$

**4. ALTERNATIVA C**

Como o tempo que o filho leva para alcançar o pai é de 3 minutos (180s), o movimento do pai desde que saiu de casa até ser alcançado pelo filho é de 4 minutos (240s).

$$\Delta S_{pai} = \Delta S_{filho}$$
$$V_{pai}.\Delta t_{pai} = V_{filho}.\Delta t_{filho}$$
$$15.240 = V_{filho}.180$$
$$\frac{15.240}{180} = V_{filho} \Rightarrow V_{filho} = 20m/s$$
$$V_{filho} = 20.3{,}6 \Rightarrow V_{filho} = 72km/h$$

**5. ALTERNATIVA C**

A distância que a motocicleta percorre para ultrapassar o trem, é de 100m somados à distancia que trem percorreu até ser ultrapassado.

$$\Delta S_{moto} = \Delta S_{trem} + 100$$
$$V_{moto}.\Delta t = V_{trem}.\Delta t + 100$$
$$20.\Delta t = 15.\Delta t + 100$$
$$20.\Delta t - 15.\Delta t = 100$$
$$5.\Delta t = 100 \Rightarrow \Delta t = \frac{100}{5}$$
$$\Delta t = 20s$$

**6.**

a) $\alpha = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{30}{15}$

$\alpha = 2{,}0 m/s$

b) $S = S_0 + V_0.t + \frac{\alpha}{2}.t^2$

$S - S_0 = \frac{\alpha}{2}.t^2$

$\Delta S = \frac{2}{2}.(10)^2 \Rightarrow \boxed{\Delta S = 100m}$

c) $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{V_0 + V}{2}$

$\frac{\Delta S}{15} = \frac{30}{2} \Rightarrow \Delta S = 15.15$

$\boxed{\Delta S = 225m}$

**7. ALTERNATIVA D**

**Entre o instante que o motorista vê a luz vermelha e o instante que ele começa a frear o carro percorre uma distância $\Delta S_R$ com velocidade constante de 72,0km/h (20m/s).**

$V = \frac{\Delta S_R}{\Delta t_R} \Rightarrow \Delta S_R = V.\Delta t_R$

$\Delta S_R = 20.0{,}5 \Rightarrow \boxed{\Delta S_R = 10m}$

**Para chegar ao cruzamento ele tem 25m.**

$V^2 = V_0^2 + 2.\alpha.\Delta S$

$0 = 20^2 + 2.\alpha.25 \Rightarrow 0 = 400 + 50.\alpha$

$-400 = 50.\alpha \Rightarrow \frac{-400}{50} = \alpha$

$\alpha = -8{,}0 m/s^2 \Rightarrow \boxed{|\alpha| = 8{,}0 m/s^2}$

**8. ALTERNATIVA D**

**Entre o instante que o motorista vê o animal e o instante que ele começa a frear o carro percorre uma distância $\Delta S_R$ com velocidade constante de 90,0km/h.**

$\Delta S_R = 15m$

**Durante o retardamento do movimento, temos:**

$$V^2 = V_0^2 + 2.\alpha.\Delta S$$

$$0 = 25^2 + 2.(-5).\Delta S \Rightarrow 0 = 625 - 10.\Delta S$$

$$10.\Delta S = 625 \Rightarrow \Delta S = \frac{625}{10}$$

$$\Delta S = 62{,}5m$$

$$\Delta S_{total} = \Delta S + \Delta S_R$$

$$\Delta S_{total} = 62{,}5 + 15$$

$$\boxed{\Delta S_{total} = 77{,}5m}$$

**9. ALTERNATIVA A**

-No instante 3,0s, a velocidade é nula (V=0), pois aí ocorre a inversão de movimento.

**-Do gráfico temos que para 3,0s de movimento o deslocamento é**

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{V_0 + V}{2}$$

$$\frac{9{,}0}{3{,}0} = \frac{V_0}{2} \Rightarrow 3{,}0.2{,}0 = V_0$$

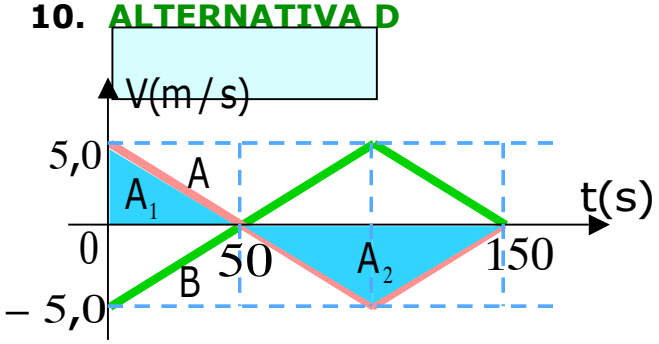
$$V_0 = 6{,}0m/s$$

**9,0m**

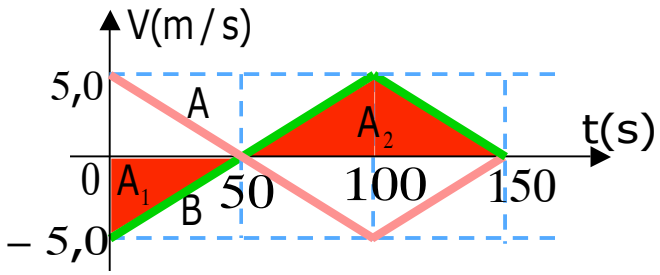
$$\alpha = \frac{\Delta V}{\Delta t} \Rightarrow \alpha = \frac{0 - 6{,}0}{3{,}0 - 0}$$

$$\alpha = -2{,}0m/s^2$$

**10. ALTERNATIVA D**




$$\Delta S_A \overset{N}{=} A_1 + A_2$$




$$\Delta S_B \overset{N}{=} A_1 + A_2$$

$$\Delta S_B = \frac{50.(-5)}{2} + \frac{100.5}{2}$$

$$\Delta S_B = -125 + 250$$

$$\Delta S_B = 125\text{m}$$

**Como o trem A deslocou 125m em um sentido e o trem B deslocou 125m em sentido oposto, a distância entre eles é de 250m.**