MECÂNICA

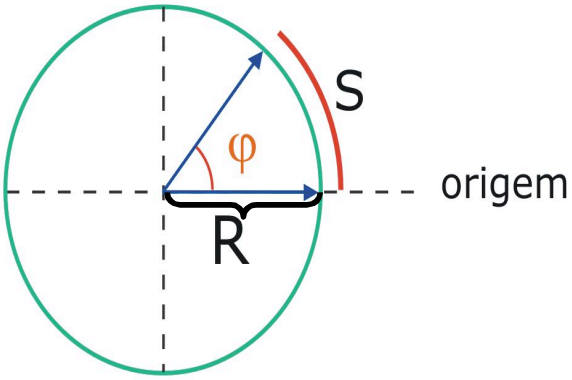
MOVIMENTO CIRCULAR E UNIFORME

1- INTRODUÇÃO

Na **Física** alguns movimentos são estudados sem levar em consideração o formato da trajetória. Neste movimento, vamos estudar propriedades específicas das trajetórias circulares, definindo grandezas importantes e relacionando-as através de equações para o movimento em questão.

2- ÂNGULO HORÁRIO, FASE OU ESPAÇO ANGULAR (φ)

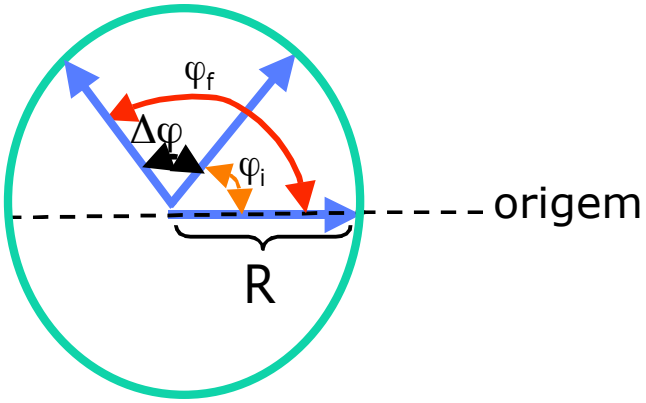
Imagine um corpo se deslocando em uma trajetória circular de raio **R**, partindo da origem com movimento no sentido **anti-horário**. Imagine um vetor com origem no centro da trajetória e extremidade no corpo estudado. Quando este corpo se desloca de uma distância **S**, o vetor posição gira varrendo um ângulo φ,que corresponde ao arco de trajetória **S**. A medida do **ângulo horário, fase ou espaço angular** no instante **t** considerado é dada em **radianos** e determinado pela relação entre o arco de trajetória **S** pelo raio da trajetória **R**.



$$\varphi = \frac{S}{R} \quad (\varphi \text{ em rad})$$

3- VELOCIDADE ESCALAR ANGULAR MÉDIA (ω_m).

A velocidade escalar angular média, mede a rapidez com que o espaço angular varia. Vamos adotar φ_i como fase inicial no instante t_i e φ_f como fase final no instante t_f. A variação angular é dada pela diferença entre fase final e fase inicial ($\Delta\varphi = \varphi_f - \varphi_i$).



$$\omega_m = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{\varphi_f - \varphi_i}{t_f - t_i} \quad (\text{rad}/\text{s})$$

4- VELOCIDADE ESCALAR ANGULAR INSTANTÂNEA (ω).

A velocidade escalar angular instantânea é o valor limite para o qual tende a velocidade escalar angular média quando o Δt tende a zero.

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \Rightarrow \omega = \frac{d\varphi}{dt} \quad (rad/s)$$

OBS: como o movimento estudado é uniforme, podemos considerar que os valores médios e instantâneos da velocidade escalar angular, são iguais ($\omega_m = \omega$).

5- PERÍODO (T)

Todo movimento repetitivo é dito periódico. O **período** é o menor intervalo de tempo para que o movimento comece a sua repetição. No **movimento circular e uniforme** o **período** é o intervalo de tempo para a realização de uma volta completa.

6- FREQÜÊNCIA (f)

A freqüência mede a rapidez com que determinado evento se repete. No movimento circular e uniforme, o evento é a volta completa o que nos permite concluir que no **movimento circular e uniforme** a freqüência é a relação entre o número de voltas (n) pelo intervalo de tempo gasto (Δt).

$$f = \frac{n}{\Delta t}$$

7- RELAÇÃO ENTRE FREQÜÊNCIA E PERÍODO.

Vamos imaginar um movimento circular e uniforme onde se realizou uma única volta (n=1). Podemos ainda dizer que o tempo gasto para realizar tal volta foi de um período (Δt=T). Substituindo os dados na equação da freqüência, temos:

$$f = \frac{1}{T}$$

As unidades de freqüência e período no sistema internacional são:

unid(T) = s

$$unid(f) = 1/s = hertz\ (Hz)$$

8- RELAÇÕES FUNDAMENTAIS.

Lembrando que no movimento circular e uniforme o tempo para dar uma volta completa é de um período (T), que o espaço percorrido em uma volta completa pode ser calculado com sendo o perímetro da trajetória ($\Delta S = 2.\pi.R$) e que ao se completar uma volta o vetor posição varreu um ângulo de $2.\pi$ radianos, substituindo estes dados nas equações das velocidades escalares linear e angular,obteremos as seguintes relações:

$$\boxed{V = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi R f}$$

$$\boxed{\omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f}$$

$$V = \boxed{\frac{2\pi}{T}}.R \Longrightarrow \boxed{V = \omega.R}$$

$\boxed{\frac{2\pi}{T}} \rightarrow \boxed{\omega}$

$\omega \rightarrow$ escalar angular

$V \rightarrow$ escalar linear

9- FUNÇÕES HORÁRIAS.

Já definimos a função horária para o movimento uniforme no aspecto escalar e sendo assim ela representará todo movimento uniforme independente do formato de sua trajetória. Então vale a relação:

$$\boxed{S = S_0 + Vt}$$

Sendo $\varphi = \frac{S}{R}$ e $\omega = \frac{V}{R}$, ao dividirmos todos os termos da função acima por R, obteremos a função horária do movimento circular uniforme no aspecto angular.

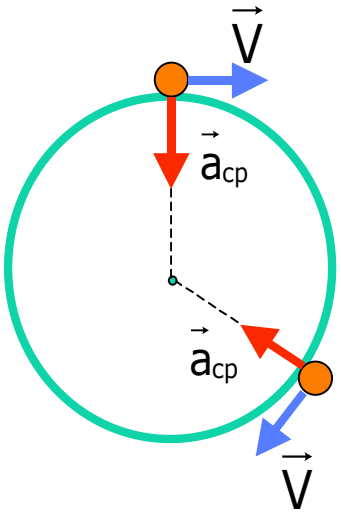
$$\frac{S}{R} = \frac{S_0}{R} + \frac{V}{R}t \Longrightarrow \boxed{\varphi = \varphi_0 + \omega t}$$

10- VELOCIDADE E ACELERACAO NO ASPETO VETORIAL

A velocidade no movimento circular e uniforme terá módulo constante, mas direção e sentido variáveis, portanto, neste movimento ela é variável.

O seu módulo é o mesmo da velocidade escalar linear, sua direção e sempre tangente à trajetória e o seu sentido concorda com o sentido do movimento.

A aceleração no movimento circular e uniforme tem a função exclusiva de curvar o movimento uma vez que a velocidade tem módulo constante. Por este motivo neste movimento só está presente a componente centrípeta da aceleração.



$$\boxed{\vec{a}_{cp} = \frac{V^2}{R}}$$

Como $V = \omega.R$, vem :

$$\vec{a}_{cp} = \frac{\omega^2.R^2}{R} \Rightarrow \boxed{\vec{a}_{cp} = \omega^2.R}$$

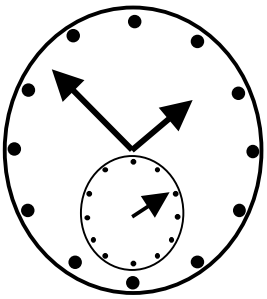
Como $R = \frac{V}{\omega}$, vem :

$$\vec{a}_{cp} = \omega^2.\frac{V}{\omega} \Rightarrow \boxed{\vec{a}_{cp} = \omega.V}$$

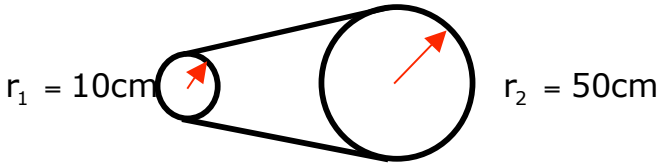
EXERCÍCIOS

1. (UELON-PR) – Um antigo relógio de bolso tem a forma mostrada na figura abaixo, com o ponteiro dos segundos separado dos outros dois.
   A velocidade escalar angular do ponteiro dos segundos, cujo comprimento é 0,50cm, em rad/s, e a velocidade escalar linear de um ponto na extremidade de tal ponteiro, em cm/s, são respectivamente iguais a:

   a) 2π e π b) 2π e 4π c) $\frac{\pi}{30}$ e $\frac{\pi}{15}$ d) $\frac{\pi}{30}$ e $\frac{\pi}{60}$ e) $\frac{\pi}{60}$ e 2π

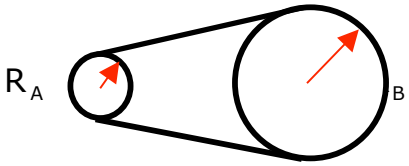


2. (FUVEST) –Uma cinta funciona solidária com duas polias de raios r_1=10cm e r_2=50cm. Supondo-se que a polia maior tenha uma freqüência de rotação f_2 igual a 60 rpm:
   a) qual a freqüência f_1 da polia menor?
   b) qual o módulo da velocidade linear da cinta? Adote π=3



3. (VUNESP-UNIUBE-MG) – Duas engrenagens de uma máquina estão acopladas segundo a figura. A freqüência da engrenagem A é cinco vezes maior que a de B, portanto a relação entre os raios de A e B (R_A/R_B) vale:

   a) 2 b) 1 c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{1}{4}$ e) $\frac{1}{5}$



4. (FUVEST) – Uma criança, montada em um velocípede, se desloca, em trajetória retilínea, com velocidade constante em relação ao chão. A roda dianteira descreve uma volta completa em um segundo. O raio da roda dianteira vale 24cm e os raios das rodas traseiras valem 16cm. Podemos afirmar que as rodas traseiras do velocípede completam uma volta em, aproximadamente:

   a) (1/2)s b) (2/3)s C) 1,0s d) (3/2)s e) 2,0s

5. (FEI – SP) – Em uma bicicleta com roda de 1,0m de diâmetro, um ciclista necessita dar uma pedalada para que a roda gire duas voltas. Quantas pedaladas por minuto deve dar o ciclista para manter a bicicleta com velocidade escalar constante de 6π km/h?

   a) 300 b) 200 c) 150 d) 100 e) 50

6. (AFA) – Duas partículas partem da mesma posição, no mesmo instante e descrevem a mesma trajetória circular de raio R. Supondo-se que elas girem no mesmo sentido com movimentos uniformes e freqüências iguais a 0,25 rps e 0,20 rps, após quantos segundos estarão juntas novamente na posição de partida?

a) 5,0 b) 10,0 c) 15,0 d) 20,0

7. (UFES) – Uma pessoa está em repouso na superfície terrestre, sobre a linha do equador. Considerando-se que o raio da Terra mede $6{,}4.10^6$m e adotando $\pi=3$, a velocidade linear da pessoa, devido ao movimento de rotação da Terra, tem módulo, em km/h, igual a:

a) 24 b) $2{,}5.10^2$ c) $8{,}0.10^2$ d) $1{,}6.10^3$ e) $6{,}0.10^3$

8. (EsPC-SP) – Um ciclista percorre uma pista circular de 200m de diâmetro, com movimento circular e uniforme, efetuando 20 voltas em 40 minutos. Os valores das velocidades escalares angular e linear são, respectivamente:

a) $3\pi/20$ rad/s e $7\pi/10$ m/s
b) $\pi/60$ rad/s e $5\pi/3$ m/s
c) $\pi/40$ rad/s e $3\pi/4$ m/s
d) $2\pi/13$ rad/s e $7\pi/8$ m/s
e) $6\pi/17$ rad/s e $7\pi/8$ m/s

9. (FEI-SP) – Suponha que um elétron se movimenta em uma trajetória circular em torno de um núcleo, com velocidade escalar constante de 2.10^6 m/s.

Sabendo-se que o raio desta órbita é de 0,5 Å, qual o módulo da aceleração do elétron?

Dados: 1 Å $=10^{-10}$ m

a) a=0
b) $a=1.10^{16}m/s^2$
c) $a=4.10^{16}m/s^2$
d) $a=8.10^{20}m/s^2$
e) $a=8.10^{22}m/s^2$

10. (UDESC) – Considere uma serra circular de 20cm de raio. Sabe-se que um ponto da periferia tem velocidade escalar linear igual a 500cm/s.

a) calcule o módulo da velocidade angular da serra circular.
b) calcule a velocidade escalar linear de um ponto situado a 10cm do centro da serra circular.

Respostas

1. ALTERNATIVA D

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{60} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{30} rad/s$$

$$V = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{2.\pi.R}{T} = \frac{2.\pi.0{,}50}{60} \Rightarrow V = \frac{\pi}{60} cm/s$$

2. a) Para que não haja escorregamento as polias devem ter velocidades iguais.

$$V_1 = V_2$$
$$2.\pi.R_1.f_1 = 2.\pi.R_2.f_2 \Rightarrow 10.f_1 = 50.60 \Rightarrow f_1 = 300rpm$$

b) $V = 2.\pi.R_2.f_2 \Rightarrow V = 2.3.0{,}50.\frac{60}{60} \Rightarrow V = 3{,}0m/s$

3. ALTERNATIVA E

Para que não haja escorregamento as polias devem ter velocidades iguais.

$$V_A = V_B$$
$$2.\pi.R_A.f_A = 2.\pi.R_B.f_B \Rightarrow R_A.5.f_B = R_B.f_B \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{f_B}{5.f_B} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{1}{5}$$

4. ALTERNATIVA B

$$V_D = V_T$$
$$2.\pi.R_D.f_D = \frac{2.\pi.R_T}{T_T} \Rightarrow R_D.f_D = \frac{R_T}{T_T} \Rightarrow 24.1 = \frac{16}{T_T} \Rightarrow 24.T_T = 16 \Rightarrow T_T = \frac{16}{24}$$
$$T_T = \frac{2}{3}S$$

5. ALTERNATIVA E

$$V = \frac{\Delta S}{\Delta t} \Rightarrow 6\pi = \frac{\Delta S}{1} \Rightarrow \Delta S = 6\pi\ km = 6000.\pi\ m$$
$$\Delta S = n.2.\pi.R \Rightarrow 6000.\pi = n.2.\pi.0{,}50 \Rightarrow n = 6000 \text{ voltas/hora}$$

1h = 60min

60min → 6000 voltas

1min → X $\Rightarrow X = \frac{6000}{60} = 100$ voltas/minuto

1 pedalada → 2 voltas

X pedaladas → 100 voltas $\Rightarrow X = \frac{100}{2} = 50$ pedaladas/minuto

6. ALTERNATIVA D

O tempo necessário para que os corpos estejam juntos outra vez no ponto de partida, é um múltiplo inteiro dos períodos. Para estarem juntos pela primeira vez após a partida, o tempo necessário será o mínimo múltiplo comum entre os períodos.

$$T_A = \frac{1}{f_A} \Rightarrow T_A = \frac{1}{0,25} \Rightarrow T_A = 4,0\ s$$

$$T_B = \frac{1}{f_B} \Rightarrow T_B = \frac{1}{0,20} \Rightarrow T_B = 5,0\ s$$

O m.m.c entre 4,0 e 5,0 é 20,0

então : $T_E = 20,0\ s$

7. ALTERNATIVA D

Sendo o raio da terra igual a $6,4.10^3$ km e o período de rotação da terra igual a 24 h, temos:

$$V = \frac{2.\pi.R}{T} \Rightarrow V = \frac{2.3.6,4.10^3}{24} \Rightarrow V = 1,6.10^3 km/h$$

8. ALTERNATIVA B

20 voltas → 40 minutos

1 volta → T $\Rightarrow T.20 = 40 \Rightarrow T = 2\ min = 120\ s$

$$\omega = \frac{2.\pi}{T} = \frac{2.\pi}{120} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{60} rad/s$$

$$V = \omega.R \Rightarrow V = \frac{\pi}{60}.100 \Rightarrow V = \frac{10.\pi}{6} \Rightarrow V = \frac{5\pi}{3} m/s$$

9. ALTERNATIVA E

$$a_{cp} = \frac{V^2}{R} = \frac{(2.10^6)^2}{0,5.10^{-10}} \Rightarrow a_{cp} = \frac{4.10^{12}}{0,5.10^{-10}} \Rightarrow a_{cp} = 8,0.10^{22} m/s^2$$

10. a) $V = \omega.R \Rightarrow \frac{V}{R} = \omega \Rightarrow \omega = \frac{500}{20} \Rightarrow \omega = 25 rad/s$

b) $V_P = \omega.R_P \Rightarrow V_P = 25.10 \Rightarrow V_P = 250 cm/s$ ou $V_P = 2,5 m/s$