

MATEMÁTICA

Aula 17

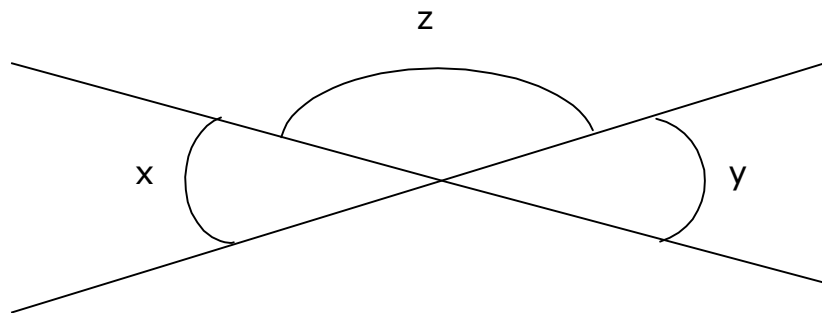
INTRODUÇÃO À GEOMETRIA PLANA

TÓPICOS

- Ângulos opostos pelo vértice
- Paralelismo entre retas
- Soma dos ângulos internos de um triângulo

ÂNGULOS OPOSTOS PELO VÉRTICE

São ângulos em que os lados de um são as semi-retas opostas dos lados do outro. É o caso de x e y na figura abaixo:



$$\begin{cases} x + z = 180^{\circ} \\ y + z = 180^{\circ} \end{cases} \Rightarrow \boxed{x = y}$$

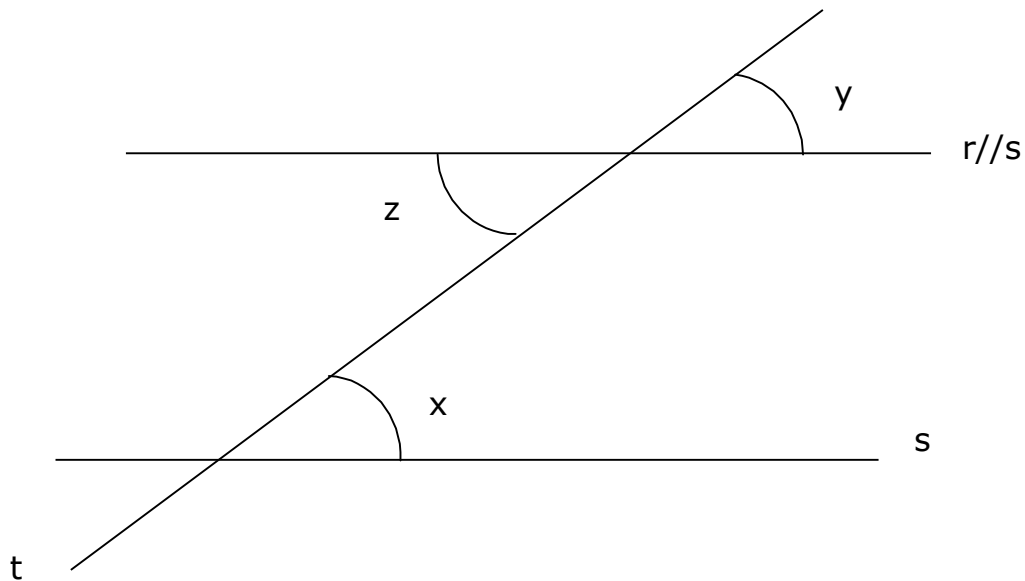
Chamando de z o ângulo entre x e y , concluímos do sistema acima que: x e y , ângulos opostos pelo vértice são congruentes, isto é, tem a mesma medida.

PARALELISMO ENTRE RETAS

Retas são paralelas quando formam com uma transversal, ângulos correspondentes congruentes, isto é, de mesma medida. É o caso do par x e y da figura abaixo, que formam um par de ângulos correspondentes e portanto são congruentes.

Como z e y são ângulos opostos pelo vértice, sabemos que também são congruentes.

Assim, surge um par de ângulos congruentes, x e z , que são chamados de alternos internos, exatamente por que cada um está de um lado da transversal (alternos) e estão compreendidos entre as transversais (internos).



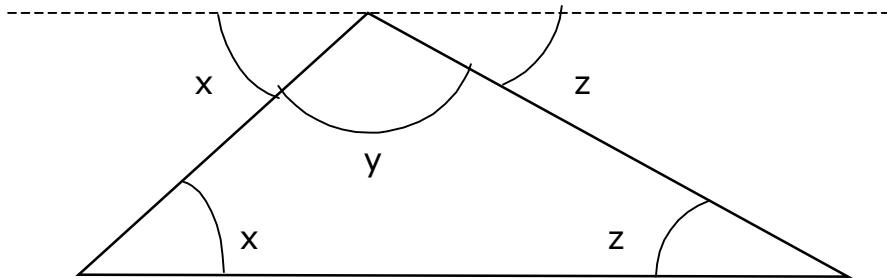
- Ângulos correspondentes : x e y

$$\Rightarrow \begin{cases} x = y \\ z = y \end{cases} \Rightarrow \boxed{x = z}$$

- Ângulos opostos pelo vértice: z e y

Soma dos Ângulos Internos de um Triângulo

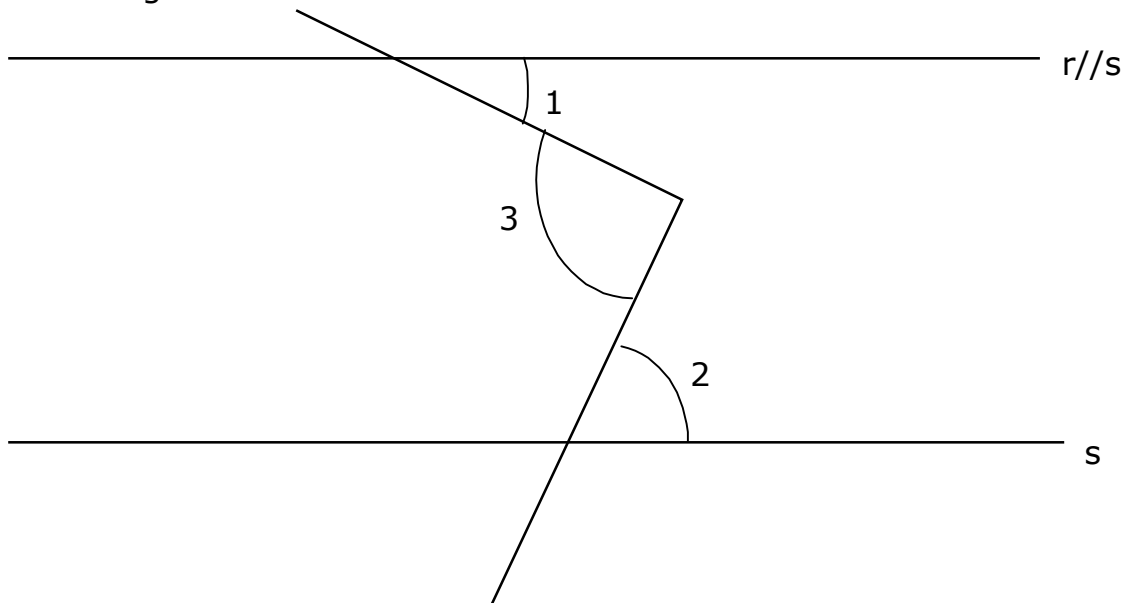
Demosttra-se por paralelismo, conforme você observa abaixo, que a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a um ângulo raso, isto é, 180° :



Pela figura: $x + y + z = 180^\circ$.

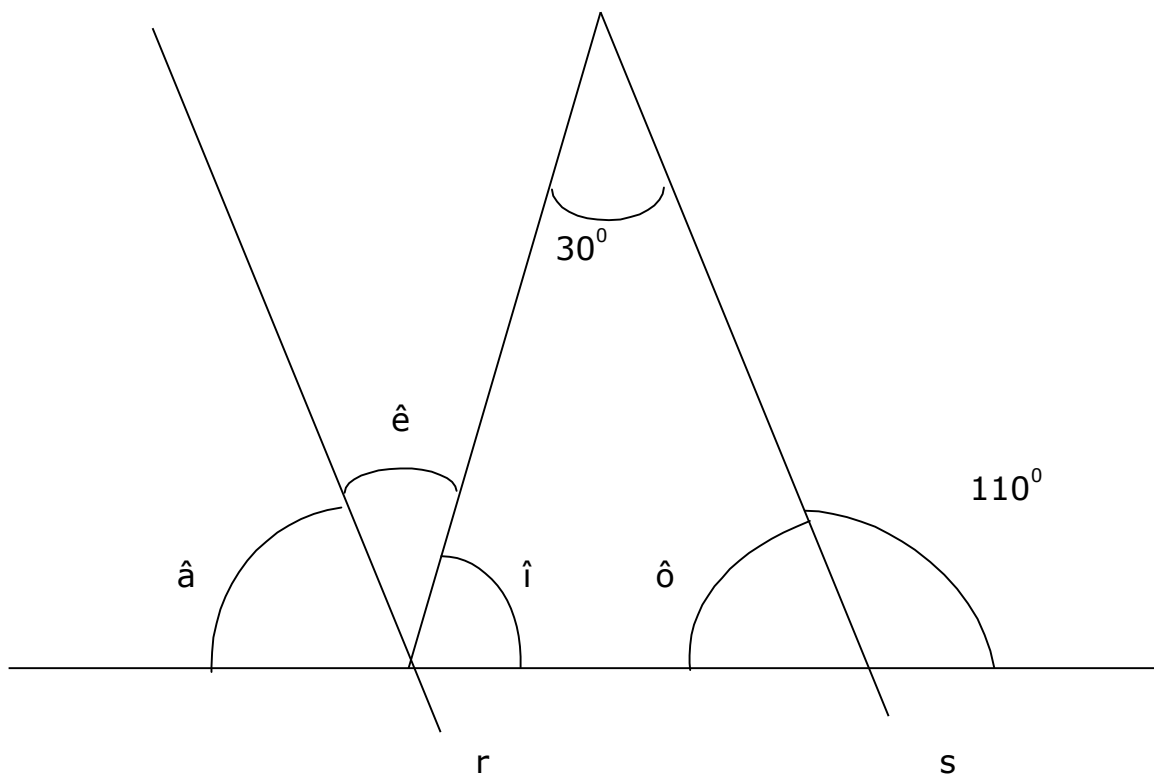
EXERCÍCIOS

- (FUVEST-Modificado) Calcular a medida, em graus, do ângulo "3", sabendo que as medidas dos ângulos "1" e "2" são, respectivamente, 45 e 55 graus?



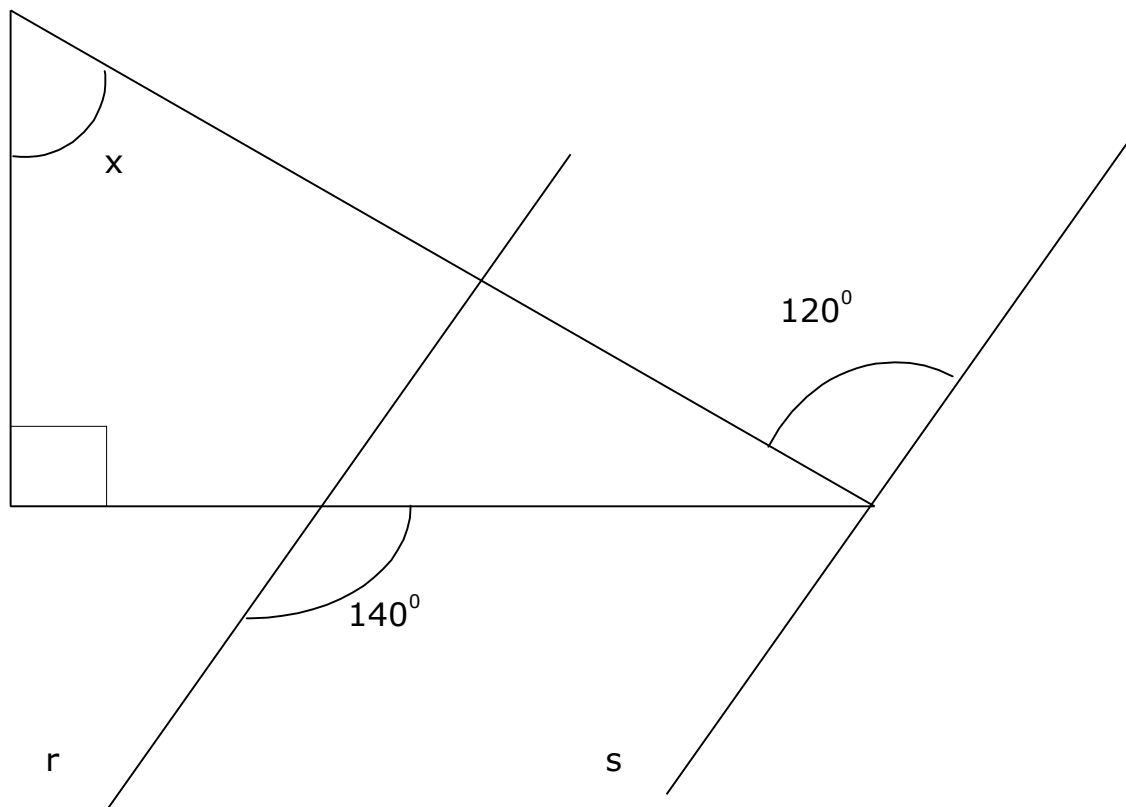
- a) 45 b) 55 c) 100 d) 125 e) 155

- (PUC-Modificado) Na figura, **r** e **s** são paralelas. Obter as medidas, em graus, dos ângulos \hat{a} , \hat{e} , \hat{i} e \hat{o} :



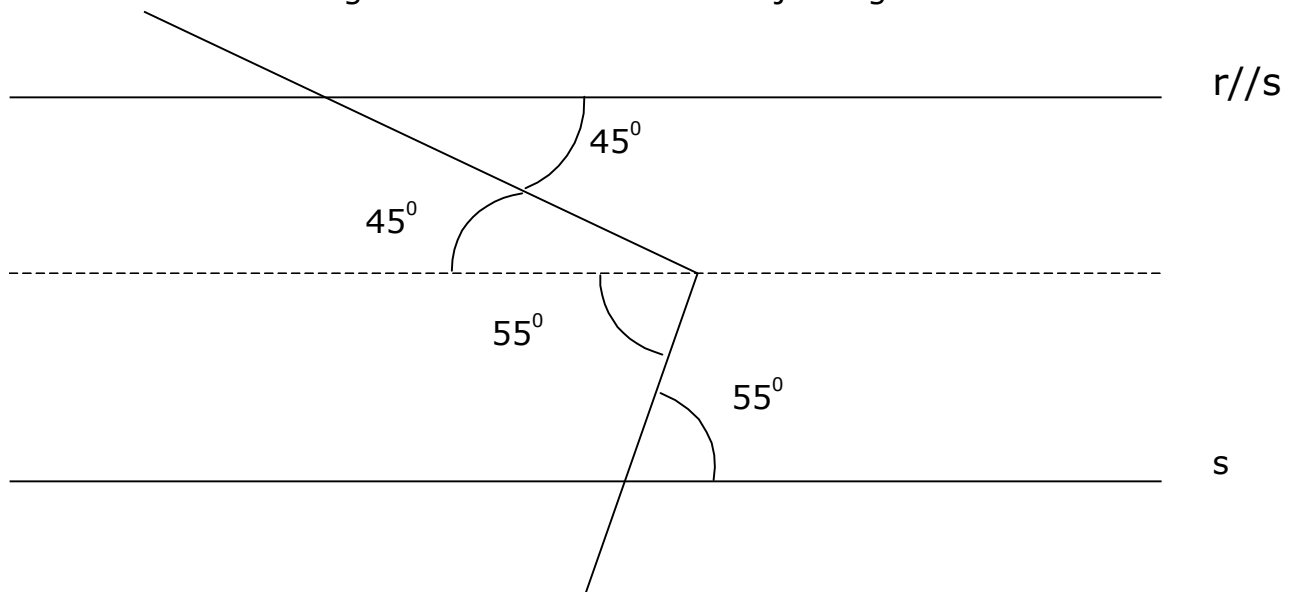
- (FUVEST) As retas **r** e **s** são paralelas. A medida do ângulo **x**, em graus, é:

- a)30 b)40 c)50 d)60 e)70



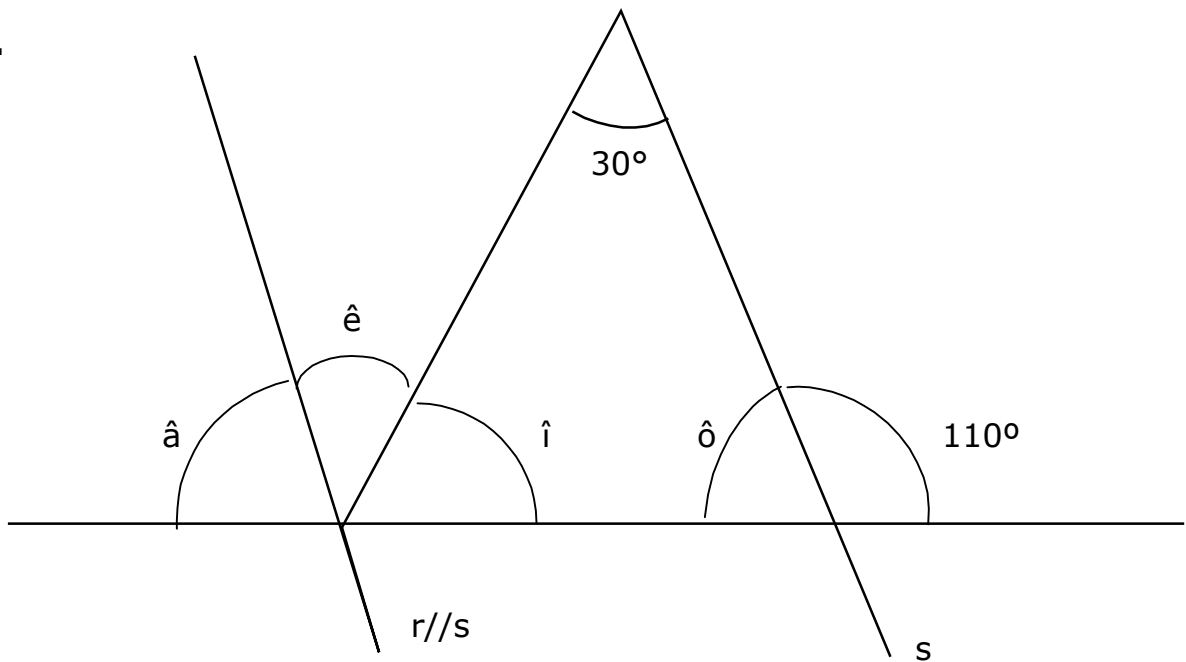
Resoluções

1. Traçando uma reta auxiliar paralela às retas dadas r e s , usamos duas vezes a idéia de ângulos alternos internos. Veja a figura abaixo:



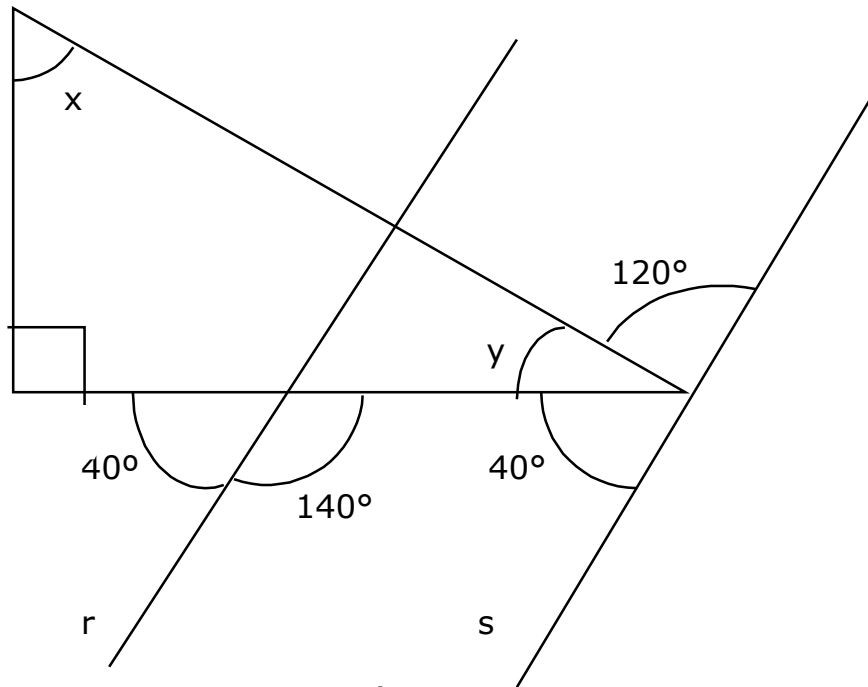
$$\hat{3} = 45^\circ + 55^\circ = 100^\circ$$

2.



- (I) med $\hat{o} = 70^\circ$ (suplemento de 110°)
- (II) med $\hat{a} = 70^\circ$ (correspondentes)
- (III) med $\hat{e} = 30^\circ$ (alternos internos)
- (IV) med $\hat{i} = 80^\circ$ (soma dos internos de um triângulo)

3.



(1) $y + 40^\circ + 120^\circ = 180^\circ$ (ângulo de meia volta)
 $y = 20^\circ$

(2) $x + 20^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ (internos de um triângulo).

$x = 70^\circ$