

1) Função seno (definição)

2)Gráfico da função seno

3)Seno de alguns arcos importantes

4) Equações e inequações

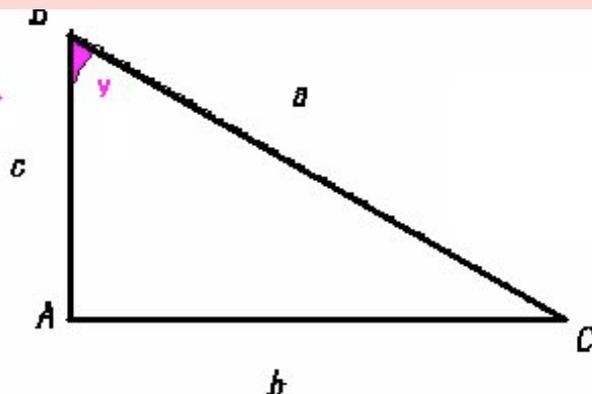
5) Resolução de exercícios

1) Função seno – definição.

Lembre – se:

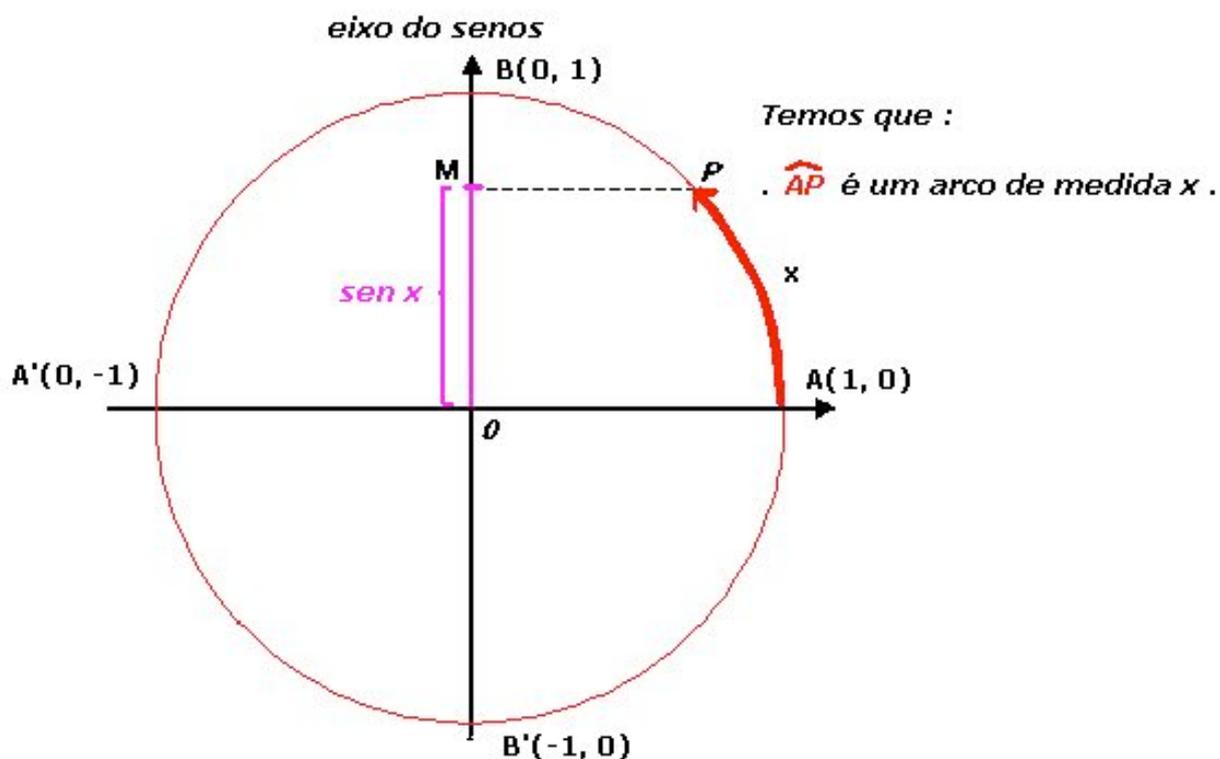
$$\text{sen } y = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{sen } y = \frac{b}{a}$$



Vamos ver então **seno** arco.

Considerando o ciclo trigonométrico abaixo:



Para arcos com medida x , o **seno de x** é numericamente igual ao segmento \overline{OM} , e indicamos por :

$$\text{sen } x = \overline{OM}$$

A função **seno** é obtida considerando uma volta completa no ciclo trigonométrico. Vamos formar uma tabela com a tangente dos arcos notáveis em um ciclo.

Ponto	Valor de x - rad	Coordenadas dos pontos	Valor do sen x
A	0	(1,0)	0
B	$\frac{\pi}{2}$	(0,1)	1
A'	π	(-1,0)	0
B'	$\frac{3\pi}{2}$	(0,-1)	-1
A	2π	(1,0)	0

Se observarmos a tabela anterior verificamos que o domínio da função **seno** é dado por:

$$D(f) = \mathfrak{R}$$

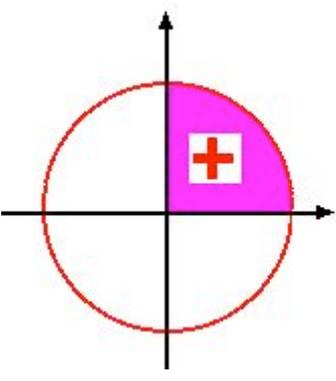
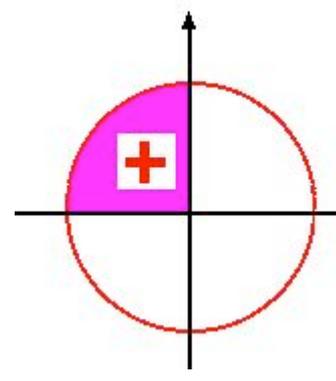
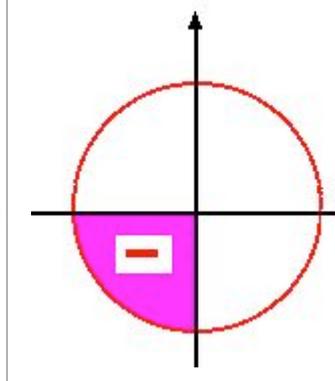
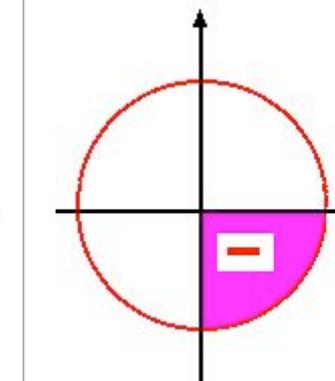
O conjunto imagem é dado por:

$$\text{Im}(f) = \{y \in \mathfrak{R} / -1 \leq y \leq 1\}$$

Então $\text{tg}(x)$ é uma função definida por:

$$f : \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}, \text{ tal que } f(x) = \text{sen}(x).$$

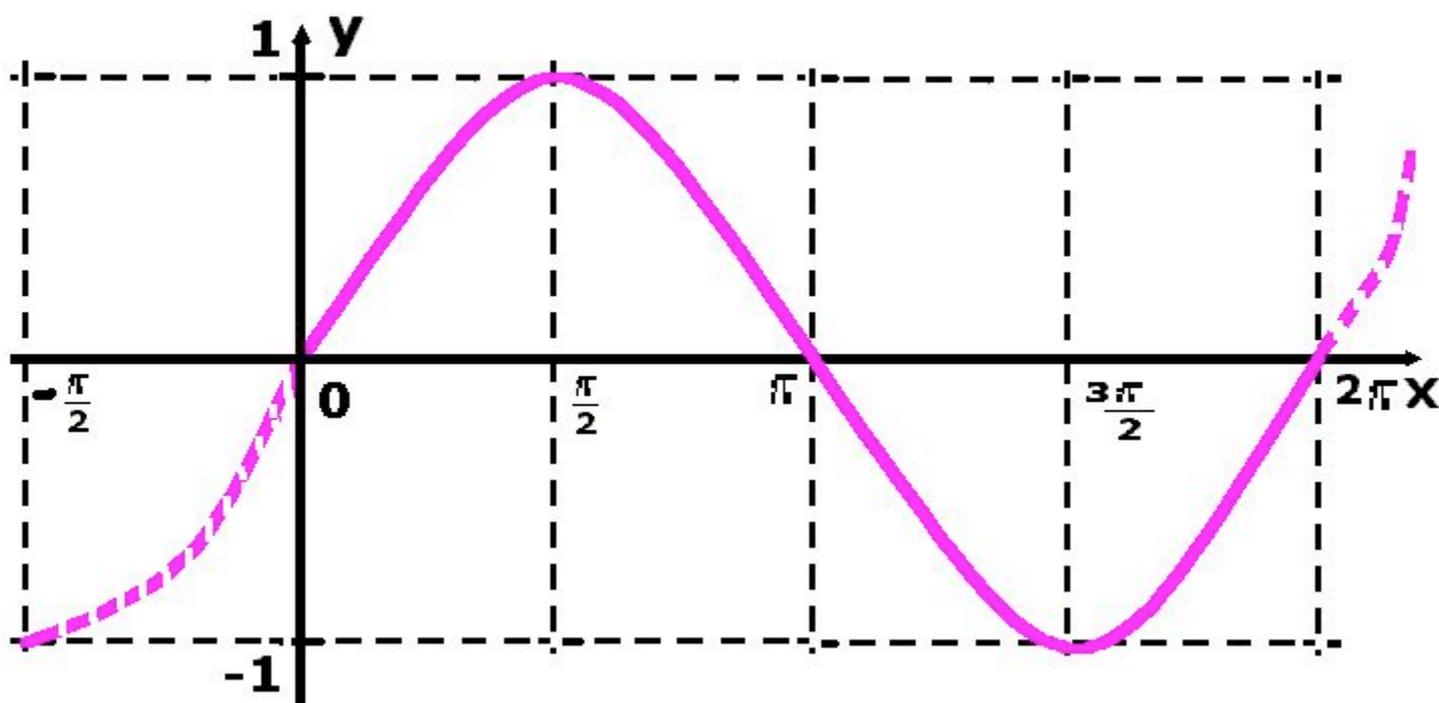
Sinais da função seno:

1º quadrante	2º quadrante	3º quadrante	4º quadrante
			
$\text{sen}(x) > 0$	$\text{sen}(x) > 0$	$\text{sen}(x) < 0$	$\text{sen}(x) < 0$

2) Gráfico da função seno

Para determinarmos o gráfico da função *seno*, usaremos o intervalo $[0, 2\pi]$

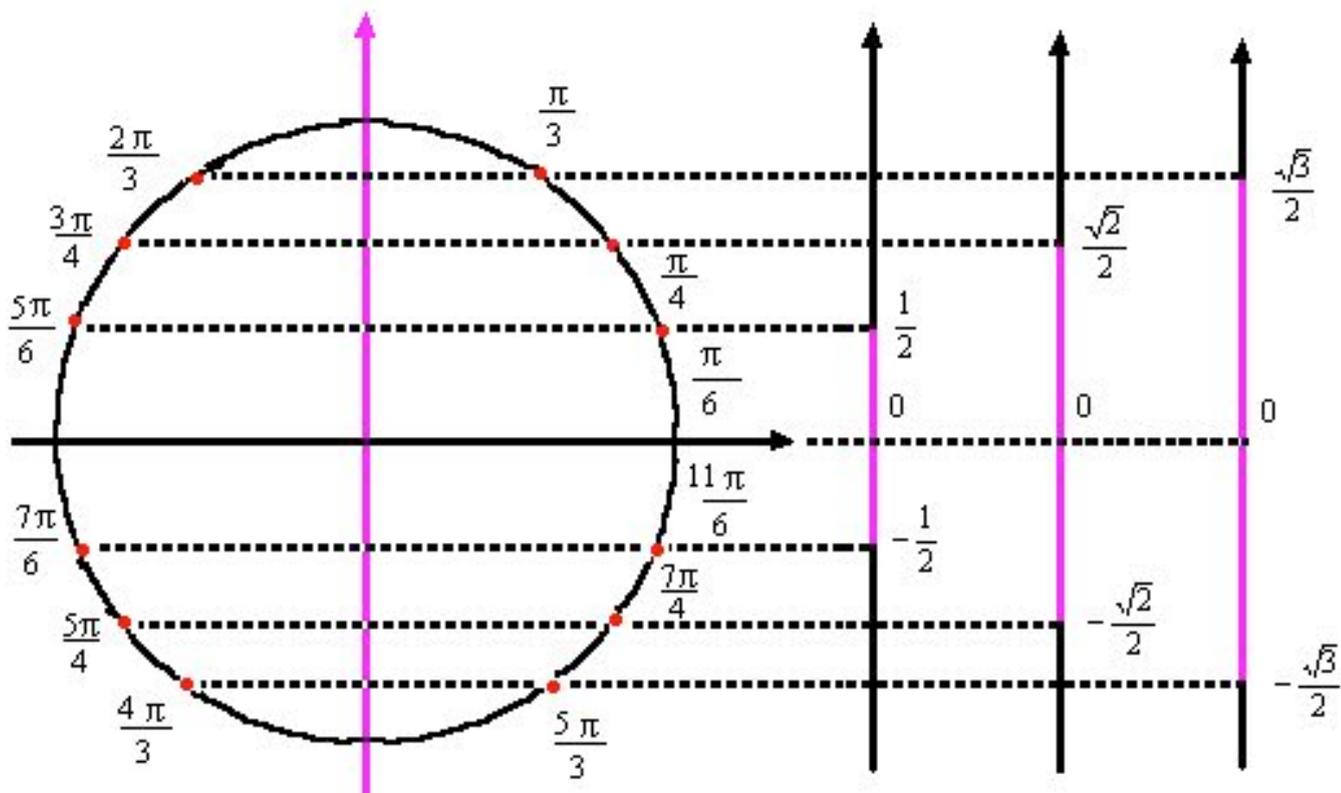
Valor de x - rad	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
Valor do $\text{sen } x$	0	1	0	-1	0



Período da função $f(x) = \text{sen}(x) = 2\pi$

3) Senos de alguns arcos importantes:

Verifique o ciclo trigonométrico abaixo:



Ao verificarmos os valores acima e os da tabela que usamos para fazer o gráfico podemos ver os **senos** que devemos ter na memória.

Arco	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
Seno	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0

4) equações e inequações.

Para resolvermos **equações trigonométricas** será conveniente desenharmos o ciclo; isto facilitará a solução do problema. Exemplo:

Resolver a equação $\text{sen}x = \frac{1}{2}$, para $0 \leq x \leq 2\pi$.

Resolução:

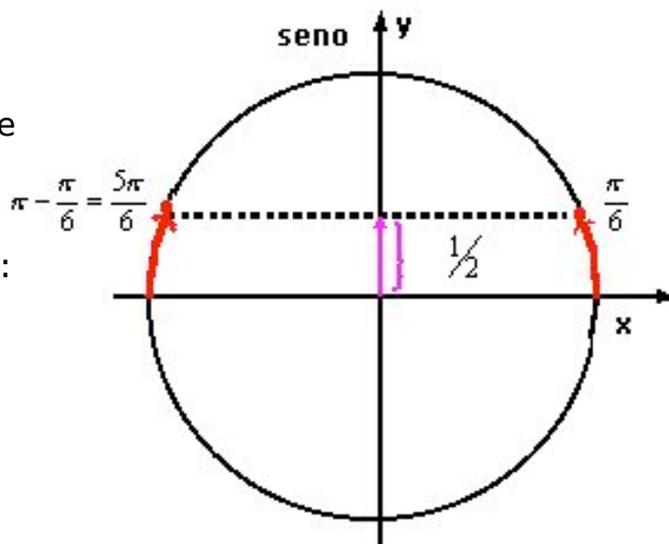
Devemos determinar no ciclo os arcos que tem ordenada igual a $\frac{1}{2}$

Os valores de x para os quais $\text{sen}x = \frac{1}{2}$ são:

$$x = \frac{\pi}{6} \text{ ou } x = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$$

logo:

$$V = \left\{ \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \right\}$$



Para resolvermos **inequações trigonométricas** faremos o mesmo procedimento. Exemplo:

Resolver a equação $\text{sen}x \geq \frac{1}{2}$, para $0 \leq x \leq 2\pi$.

Resolução:

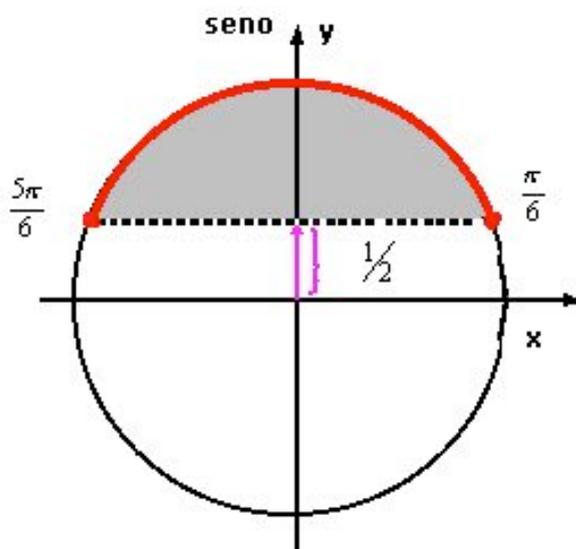
Devemos determinar no ciclo os arcos que tem ordenada maior ou igual a $\frac{1}{2}$

Os valores de x para os quais $\text{sen}x = \frac{1}{2}$ são:

$x = \frac{\pi}{6}$ ou $x = \frac{5\pi}{6}$, e os que têm ordenadas maiores do que $\frac{1}{2}$ são todos entre $\frac{\pi}{6}$ e $\frac{5\pi}{6}$.

Logo:

$$V = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{5\pi}{6} \right\}$$



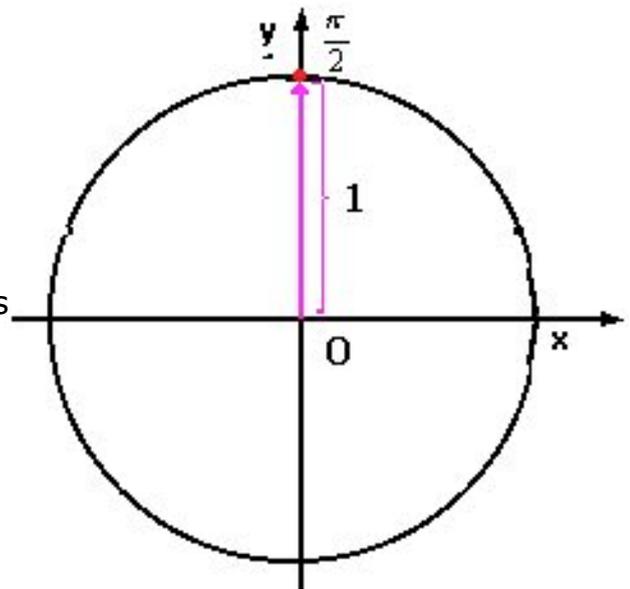
5) Resolução de exercícios

1) Resolver a equação $\text{sen } x = 1$ para $0 \leq x \leq 2\pi$.

Resolução:

Determinemos os pontos no ciclo cuja ordenada seja igual a 1. Verificando a figura só encontramos um único ponto que é $x = \frac{\pi}{2}$. Logo:

$$V = \left\{ \frac{\pi}{2} \right\}$$



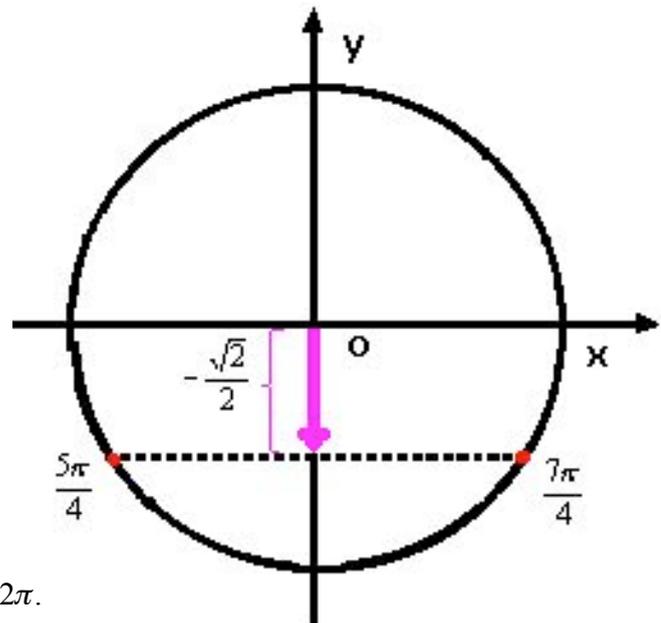
2) Resolver a equação $\text{sen } x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ para $0 \leq x \leq 2\pi$.

Resolução:

Verificando a figura encontramos os valores dos arcos cuja ordenada é $-\frac{\sqrt{2}}{2}$. Encontramos

$x = \frac{5\pi}{4}$ e $x = \frac{7\pi}{4}$. Logo:

$$V = \left\{ \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4} \right\}$$



3) Resolver a equação $\text{sen}^2 x = \frac{1}{2}$ para $0 \leq x \leq 2\pi$.

Resolução:

Temos que : $\text{sen}^2 x = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{sen } x = \pm \sqrt{\frac{1}{2}} \Rightarrow$

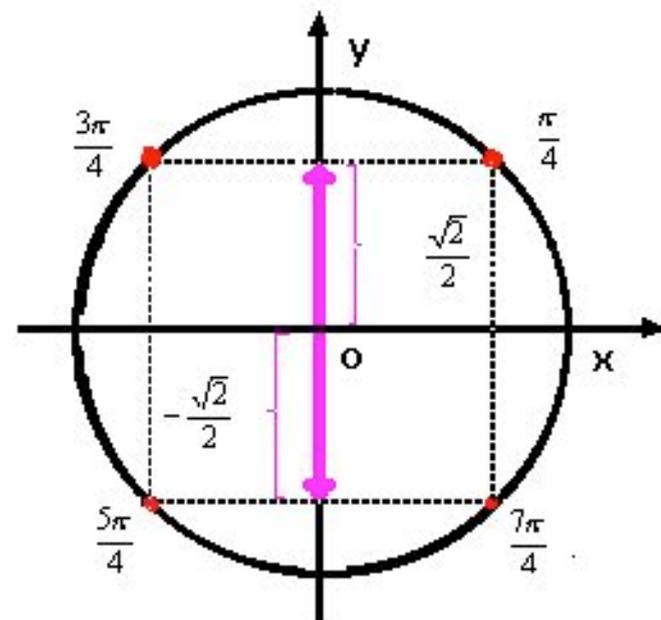
$$\text{sen } x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \text{sen } x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Verificando a figura encontramos os valores dos arcos cujas ordenadas são $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Encontramos

$x = \frac{\pi}{4}$, $x = \frac{3\pi}{4}$, $x = \frac{5\pi}{4}$ e $x = \frac{7\pi}{4}$. Logo:

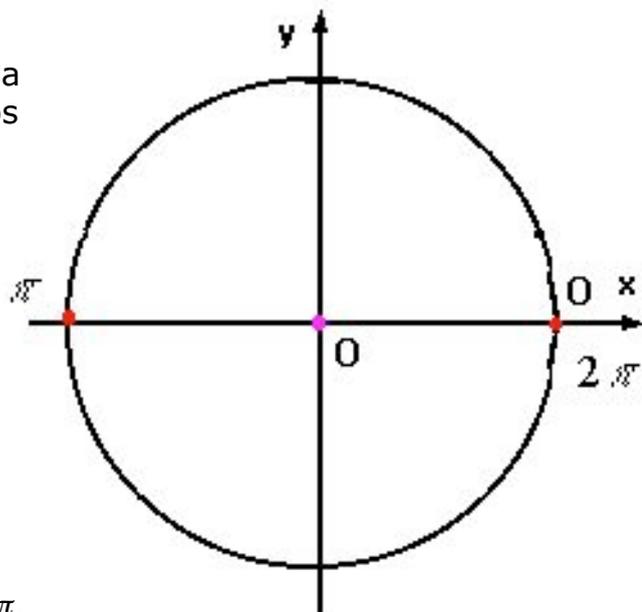
$$V = \left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4} \right\}$$



4) Resolver a equação $\text{sen } x = 0$ para $0 \leq x \leq 2\pi$.

Determinemos os pontos no ciclo cuja ordenada seja igual a 0. Verificando a figura encontramos três pontos que são $x = 0$, $x = \pi$ e $x = 2\pi$. Logo:

$$V = \{0, \pi, 2\pi\}$$



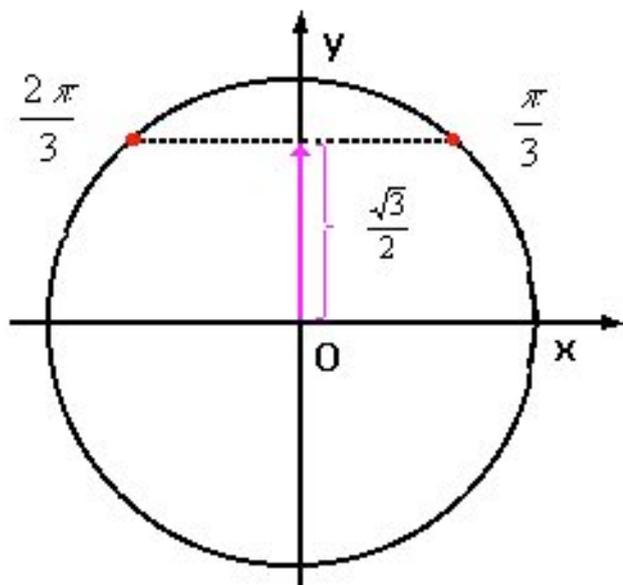
5) Resolver a equação $\text{sen } x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ para $0 \leq x \leq 2\pi$.

Resolução:

Verificando a figura encontramos os valores dos arcos cuja ordenada é $\frac{\sqrt{3}}{2}$. Encontramos

$x = \frac{\pi}{3}$ e $x = \frac{2\pi}{3}$. Logo:

$$V = \left\{ \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3} \right\}$$



6) Resolver a inequação $\text{sen } x \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$ para $0 \leq x \leq 2\pi$.

Resolução:

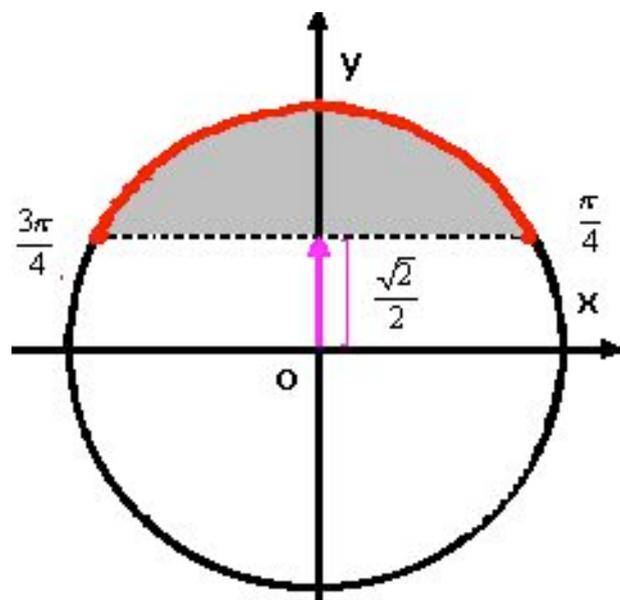
Verificando a figura encontramos os valores dos arcos cuja ordenada é $\frac{\sqrt{2}}{2}$. Encontramos

$x = \frac{\pi}{4}$ e $x = \frac{3\pi}{4}$, e os que têm ordenadas

maiores do que $\frac{\sqrt{2}}{2}$ são todos entre $\frac{\pi}{4}$ e $\frac{3\pi}{4}$.

Logo:

$$V = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{3\pi}{4} \right\}$$



7) Resolver a inequação $\text{sen } x < \frac{\sqrt{3}}{2}$ para $0 \leq x \leq 2\pi$.

Resolução:

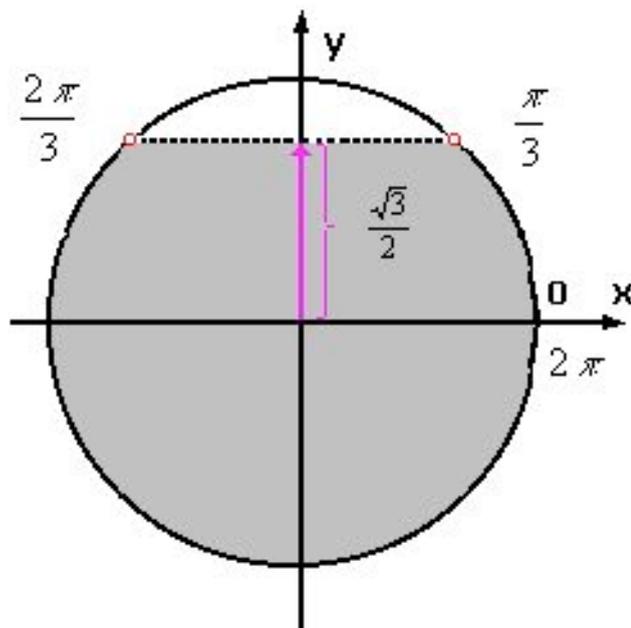
Verificando a figura encontramos os valores dos arcos cuja ordenada é $\frac{\sqrt{3}}{2}$. Encontramos

$x = \frac{\pi}{3}$ e $x = \frac{2\pi}{3}$, e os que têm ordenadas

menores do que $\frac{\sqrt{3}}{2}$ são todos entre

0 e $\frac{\pi}{3}$ e $\frac{2\pi}{3}$ e 2π . Logo:

$$V = \left\{ x \in \mathbb{R} / 0 \leq x \leq \frac{\pi}{3} \text{ ou } \frac{2\pi}{3} \leq x \leq 2\pi \right\}$$

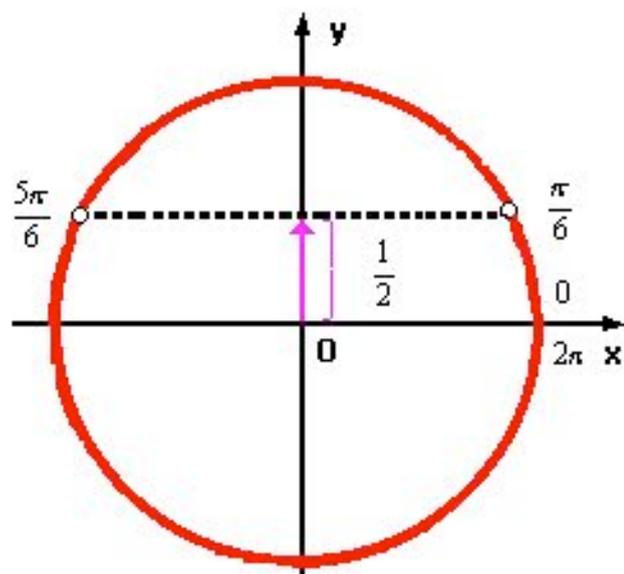


8) Resolver a inequação $\text{sen } x \neq \frac{1}{2}$ para $0 \leq x \leq 2\pi$.

Resolução:

Verificando a figura determinamos os pontos no ciclo que têm ordenadas diferentes de $\frac{1}{2}$.

$$V = \left\{ x \in \mathbb{R} / 0 \leq x \leq 2\pi \text{ e } x \neq \frac{\pi}{6} \text{ e } x \neq \frac{5\pi}{6} \right\}$$



1) Função cosseno (definição)

2)Gráfico da função cosseno

3)Cosseno de alguns arcos importantes

4) Equações e inequações

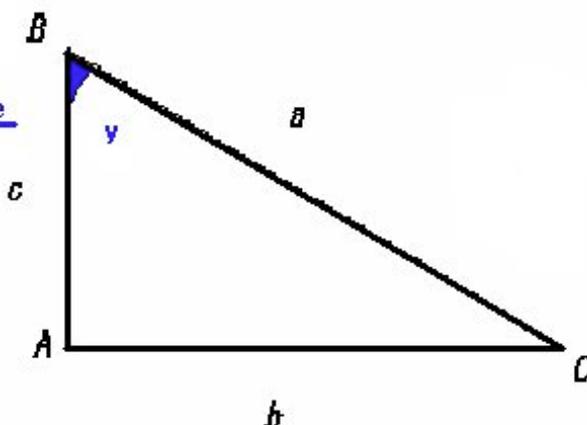
5) Resolução de exercícios

1) Função cosseno - definição

Lembre - se:

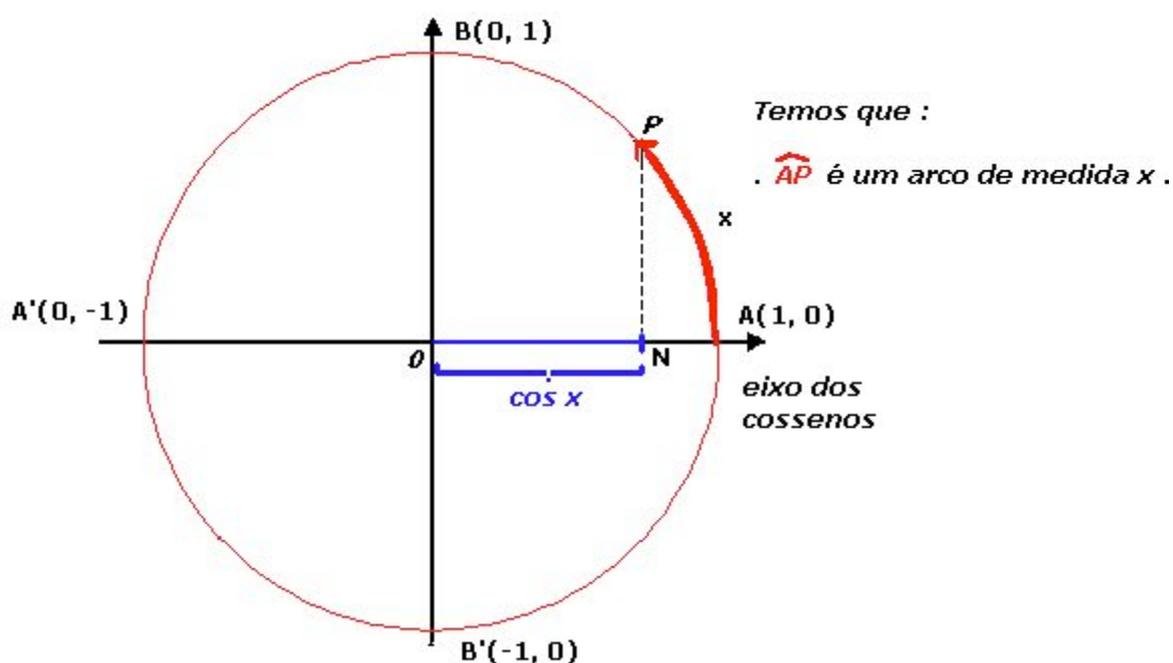
$$\cos y = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\cos y = \frac{c}{a}$$



Vamos ver então **cosseno** de um arco.

Considerando o ciclo trigonométrico abaixo:



Para arcos com medida x , o **cosseno de x** é numericamente igual ao segmento \overline{ON} , e indicamos por :

$$\cos x = \overline{ON}$$

A função **cosse** é obtida considerando uma volta completa no ciclo trigonométrico. Vamos formar uma tabela com a tangente dos arcos notáveis em um ciclo.

Ponto	Valor de x - rad	Coordenadas dos pontos	Valor do cos x
A	0	(1,0)	1
B	$\frac{\pi}{2}$	(0,1)	0
A'	π	(-1,0)	-1
B'	$\frac{3\pi}{2}$	(0,-1)	0
A	2π	(1,0)	1

Se observarmos a tabela anterior verificamos que o domínio da função **cosse** é dado por:

$$D(f) = \mathbb{R}$$

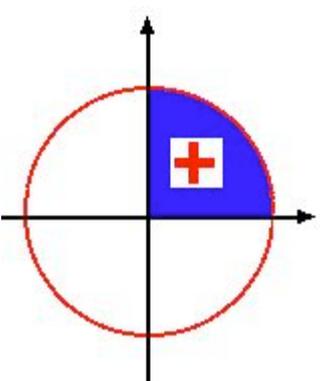
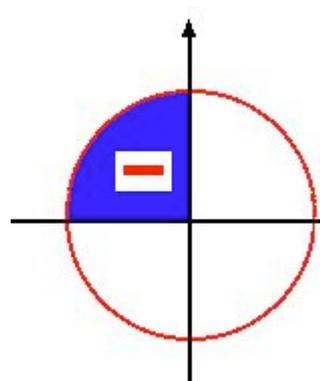
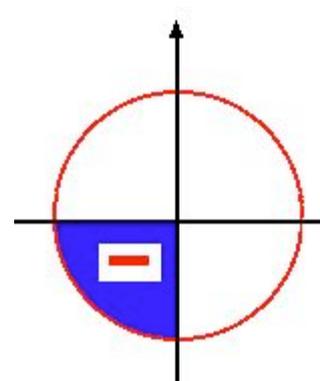
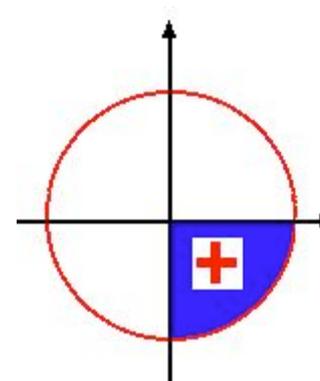
O conjunto imagem é dado por:

$$\text{Im}(f) = \{y \in \mathbb{R} / -1 \leq y \leq 1\}$$

Então $\cos(x)$ é uma função definida por:

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \text{ tal que } f(x) = \cos(x).$$

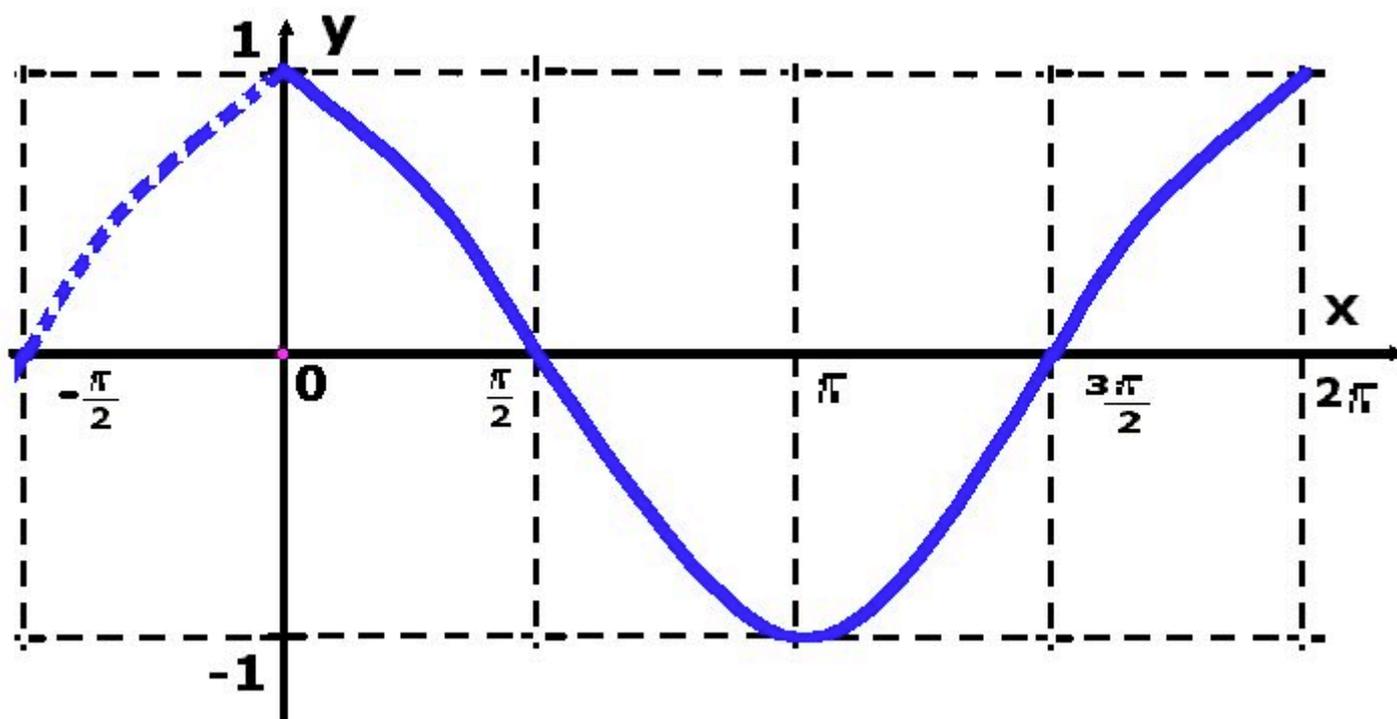
Sinais da função **coseno**:

1º quadrante	2º quadrante	3º quadrante	4º quadrante
			
$\cos(x) > 0$	$\cos(x) < 0$	$\cos(x) < 0$	$\cos(x) > 0$

2) Gráfico da função **coseno**

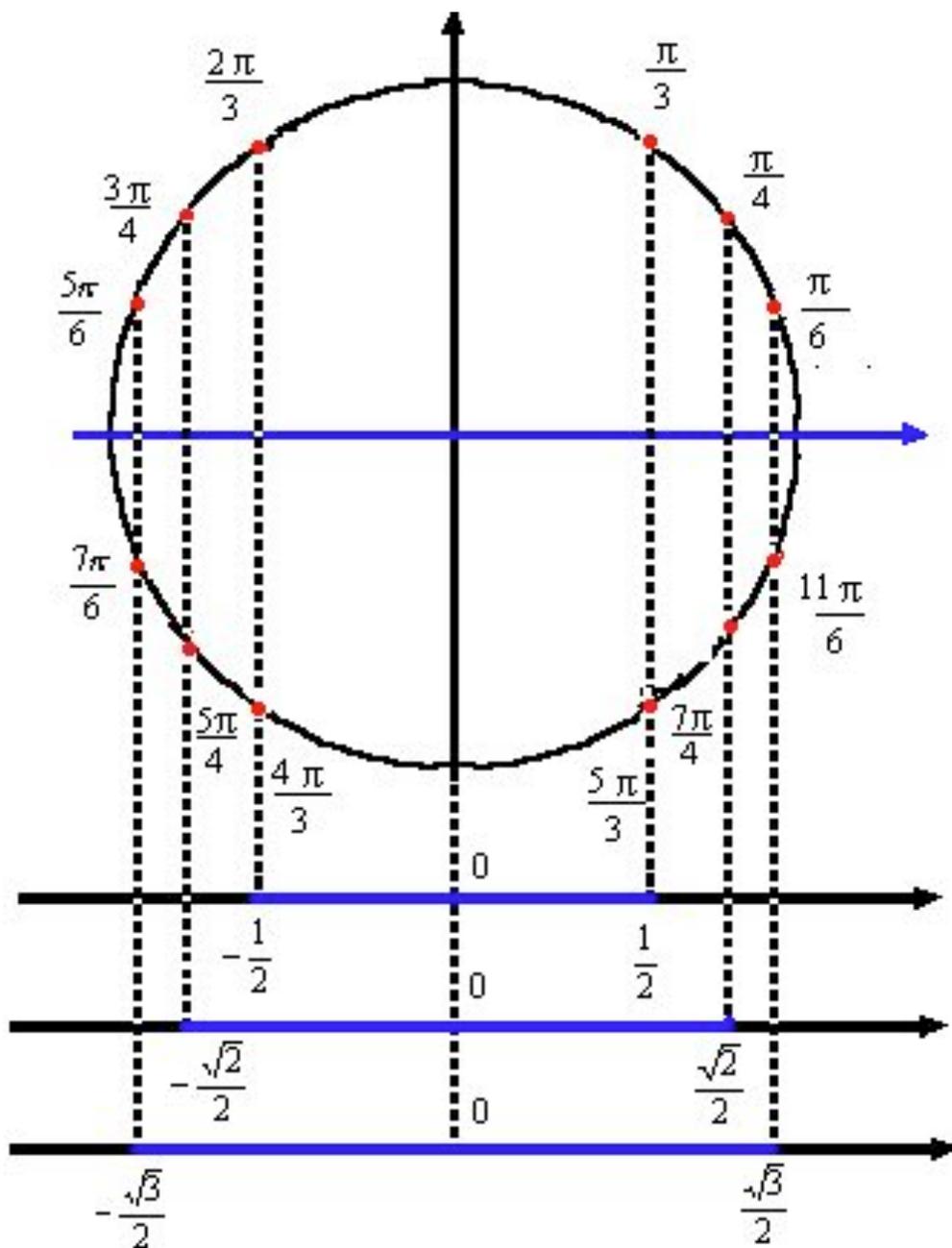
Para determinarmos o gráfico da função **seno**, usaremos o intervalo $[0, 2\pi]$

Valor de x - rad	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
Valor do $\cos x$	1	0	-1	0	1



Período da função $f(x) = \cos(x) = 2\pi$

3) Cossenos de alguns arcos importantes:



Ao verificarmos os valores da tabela acima e os da tabela que usamos para fazer o gráfico podemos ver os **cossenos** que devemos ter na memória.

Arco	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
Cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1

4) equações e inequações.

Para resolvermos **equações trigonométricas** será conveniente desenharmos o ciclo; isto facilitará a solução do problema. Exemplo:

Resolver a equação $\cos x = \frac{1}{2}$, para $0 \leq x \leq 2\pi$.

Resolução:

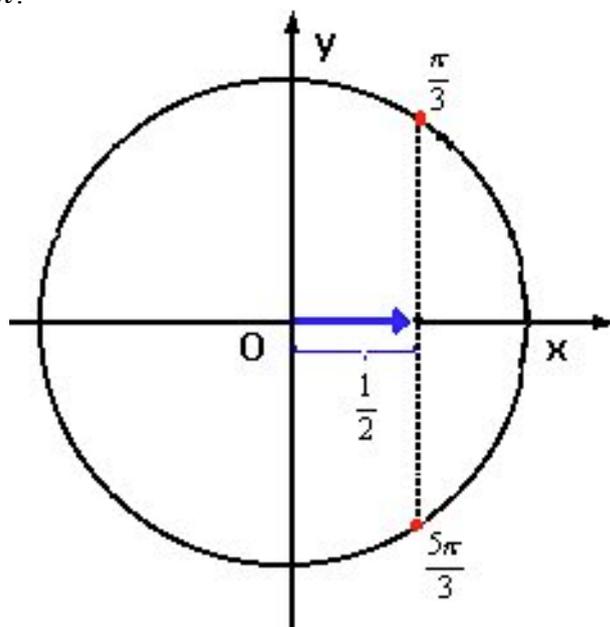
Devemos determinar no ciclo os arcos que tem abscissa igual a $\frac{1}{2}$

Os valores de x para os quais $\cos x = \frac{1}{2}$ são:

$$x = \frac{\pi}{3} \text{ ou } x = 2\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$$

logo:

$$V = \left\{ \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \right\}$$



Para resolvermos **inequações trigonométricas** faremos o mesmo procedimento. Exemplo:

Resolver a equação $\cos x \geq \frac{1}{2}$, para $0 \leq x \leq 2\pi$.

Resolução:

Devemos determinar no ciclo os arcos que tem abscissa maior ou igual a $\frac{1}{2}$

Os valores de x para os quais $\cos x = \frac{1}{2}$ são:

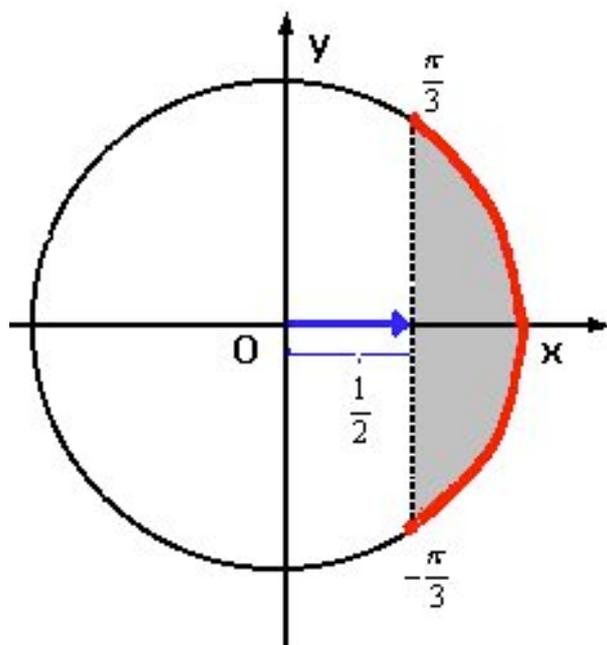
$$x = \frac{\pi}{3} \text{ ou } x = -\frac{\pi}{3}, \text{ e os que têm ordenadas}$$

maiores do que $\frac{1}{2}$ são todos entre $-\frac{\pi}{3}$ e $\frac{\pi}{3}$.

Logo:

$$V = \left\{ x \in \mathbb{R} / -\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{3} \right\}$$

Observação : $\frac{5\pi}{3} = -\frac{\pi}{3}$



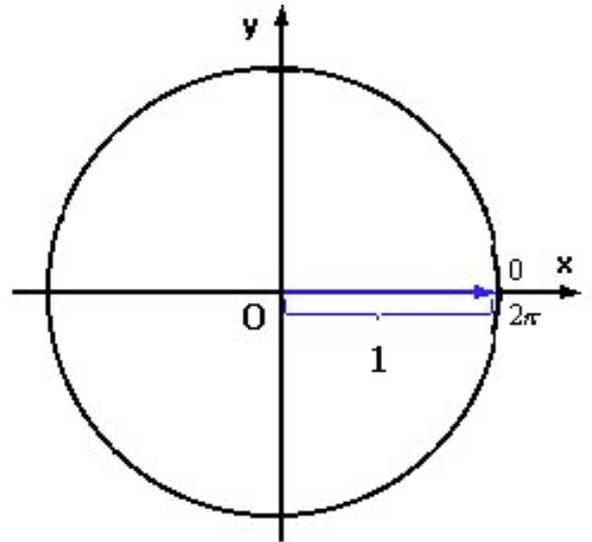
5) Resolução de exercícios

1) Resolver a equação $\cos x = 1$ para $0 \leq x \leq 2\pi$.

Resolução:

Determinemos os pontos no ciclo cuja abscissa seja igual a 1. Verificando a figura encontramos os pontos que são $x = 0$ e $x = 2\pi$. Logo:

$$V = \{0, 2\pi\}$$



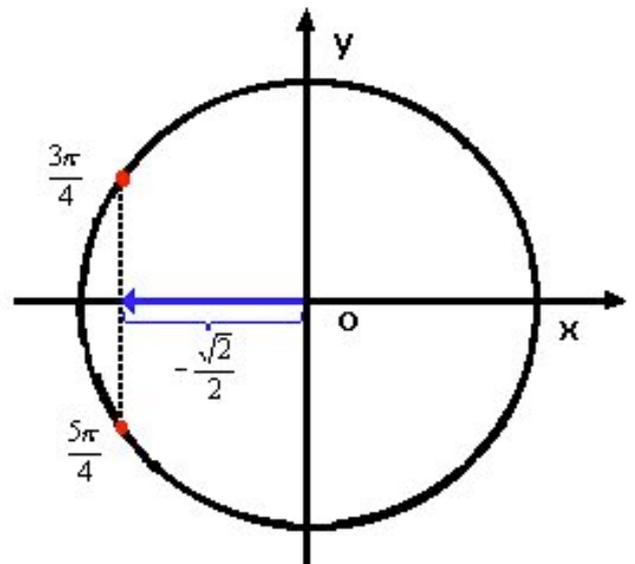
2) Resolver a equação $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ para $0 \leq x \leq 2\pi$.

Resolução:

Verificando a figura encontramos os valores dos arcos cuja abscissa é $-\frac{\sqrt{2}}{2}$. Encontramos

$x = \frac{3\pi}{4}$ e $x = \frac{5\pi}{4}$. Logo:

$$V = \left\{ \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \right\}$$



3) Resolver a equação $\cos^2 x = \frac{1}{2}$ para $0 \leq x \leq 2\pi$.

Resolução:

Temos que : $\cos^2 x = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos x = \pm \sqrt{\frac{1}{2}} \Rightarrow$

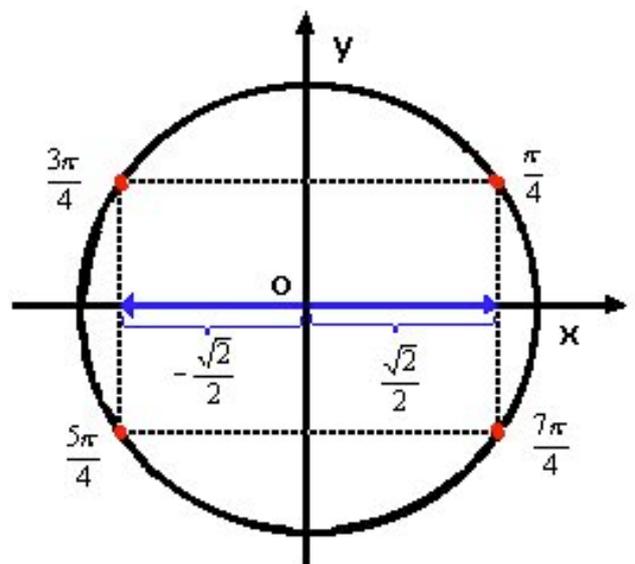
$$\cos x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \cos x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Verificando a figura encontramos os valores dos arcos cujas abscissas são $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Encontramos

$x = \frac{\pi}{4}, x = \frac{3\pi}{4}, x = \frac{5\pi}{4}$ e $x = \frac{7\pi}{4}$. Logo:

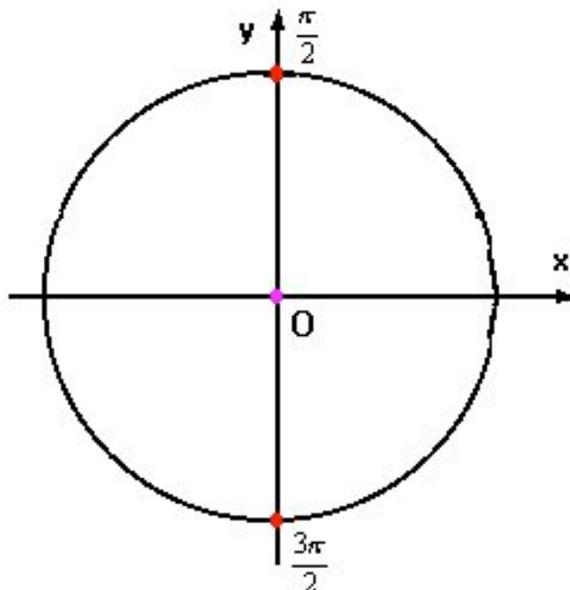
$$V = \left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4} \right\}$$



4) Resolver a equação $\cos x = 0$ para $0 \leq x \leq 2\pi$.

Determinemos os pontos no ciclo cuja abscissa seja igual a 0. Verificando a figura encontramos dois pontos que são $x = \frac{\pi}{2}, x = \frac{3\pi}{2}$. Logo:

$$V = \left\{ \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right\}$$



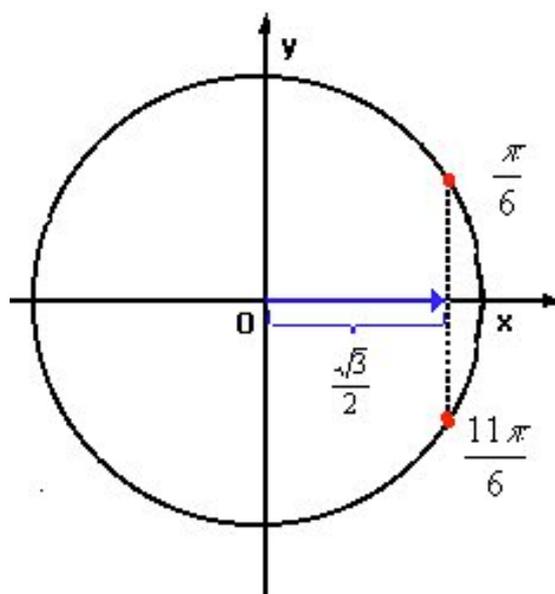
5) Resolver a equação $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ para $0 \leq x \leq 2\pi$.

Resolução:

Verificando a figura encontramos os valores dos arcos cuja abscissa é $\frac{\sqrt{3}}{2}$. Encontramos

$x = \frac{\pi}{6}$ e $x = \frac{11\pi}{6}$. Logo:

$$V = \left\{ \frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{6} \right\}$$



6) Resolver a inequação $\cos x \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}$ para $0 \leq x \leq 2\pi$.

Resolução:

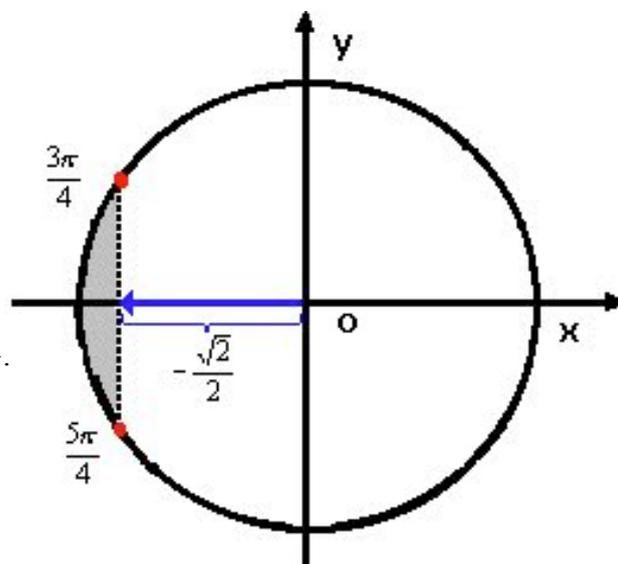
Verificando a figura encontramos os valores dos arcos cuja ordenada é $\frac{\sqrt{2}}{2}$. Encontramos

$x = \frac{\pi}{4}$ e $x = \frac{3\pi}{4}$, e os que têm abscissas

menores do que $\frac{\sqrt{2}}{2}$ são todos entre $\frac{3\pi}{4}$ e $\frac{5\pi}{4}$.

Logo:

$$V = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{3\pi}{4} \leq x \leq \frac{5\pi}{4} \right\}$$



7) Resolver a inequação $\cos x > -\frac{\sqrt{3}}{2}$ para $0 \leq x \leq 2\pi$.

Resolução:

Verificando a figura encontramos os valores dos arcos que têm abscissas iguais a $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

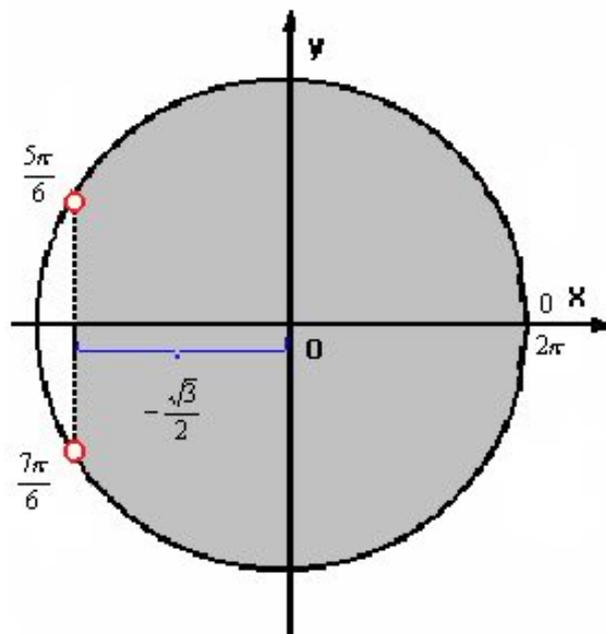
Encontramos $x = \frac{5\pi}{6}$ e $x = \frac{7\pi}{6}$, e os que têm

abscissas maiores do que $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ são todos

entre 0 e $\frac{5\pi}{6}$ e $\frac{7\pi}{6}$ e 2π .

Logo:

$$V = \left\{ x \in \mathbb{R} / 0 \leq x \leq \frac{5\pi}{6} \text{ ou } \frac{7\pi}{6} \leq x \leq 2\pi \right\}$$



8) Resolver a inequação $\cos x \neq -1$ para $0 \leq x \leq 2\pi$.

Resolução:

Verificando a figura determinamos os pontos no ciclo que têm abscissas diferentes de -1 .

$$V = \left\{ x \in \mathbb{R} / 0 \leq x \leq 2\pi \text{ e } x \neq \pi \right\}$$

