*Aula 25-**Funções trigonométricas no ciclo trigonométrico***

1) *Função tangente (definição)*

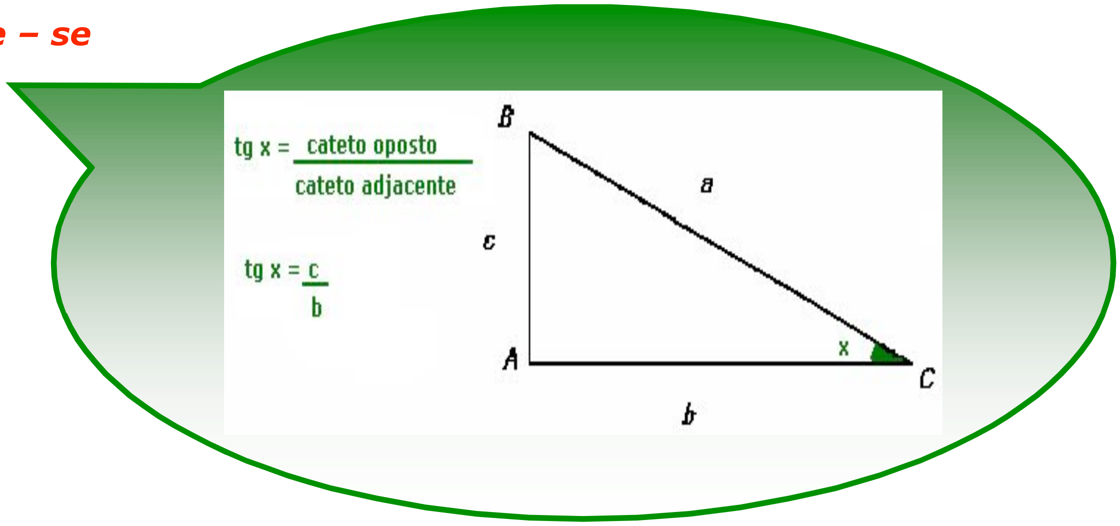
2)*Gráfico da função tangente*

3) *Equações e inequações*

4) *Resolução de exercícios*

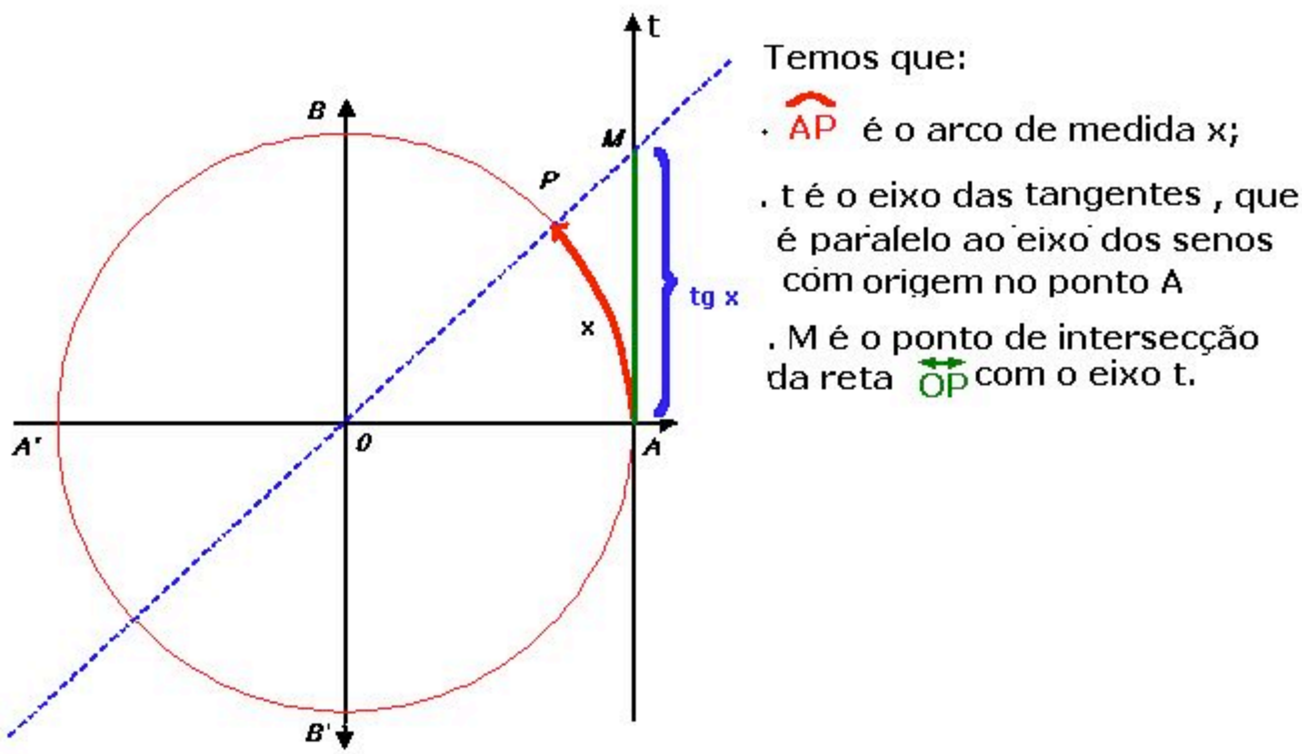
1) Função tangente – definição:

Lembre – se



Vamos ver então ***tangente*** de um arco.

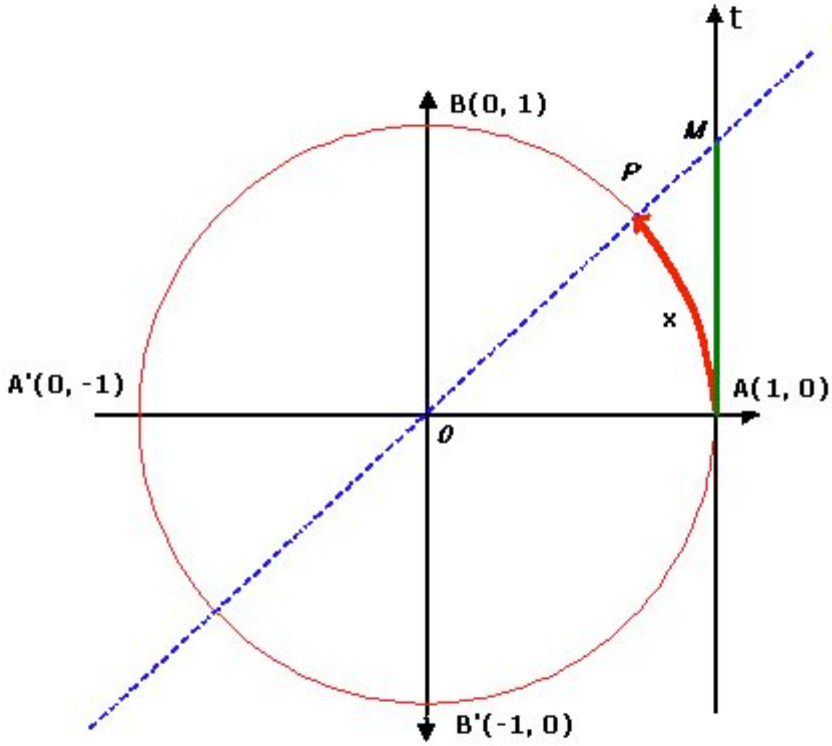
Considerando o ciclo trigonométrico abaixo:



Para arcos com medida $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$, com $K \in Z$, a tangente de x é numericamente igual ao segmento $\overline{AM}$, e indicamos por

$$tg\ x = \overline{AM}$$

A **função tangente** é obtida considerando uma volta completa no ciclo trigonométrico. Vamos formar uma tabela com a tangente dos arcos notáveis em um ciclo.



Ponto	Valor de x – rad	Coordenadas dos pontos	Valor da tg x
A	0	(1,0)	0
B	$\frac{\pi}{2}$	(0,1)	$\nexists$
A’	π	(-1,0)	0
B’	$\frac{3\pi}{2}$	(0, -1)	$\nexists$
A	2π	(1,0)	0

Observação: $\nexists$ significa “ não existe”

Se observarmos a tabela anterior verificamos que o domínio da função ***tangente*** é dado por:

$$D(f) = \mathrm{D} = \left\{ \mathrm{x} \in \mathrm{R} /\ \mathrm{x} \neq \frac{\pi}{2} + \mathrm{k}\pi \text{ , com } \mathrm{K} \in \mathrm{Z} \right\}$$

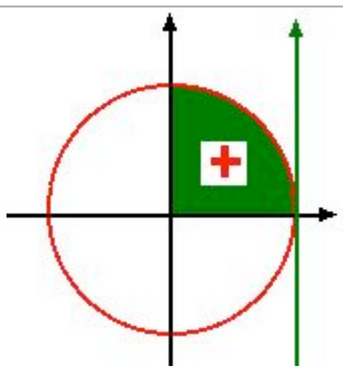
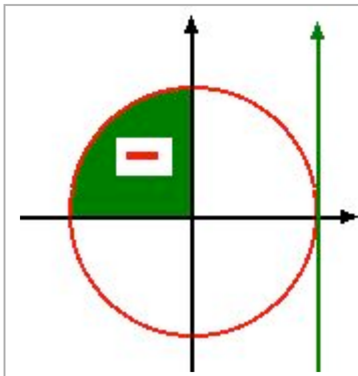
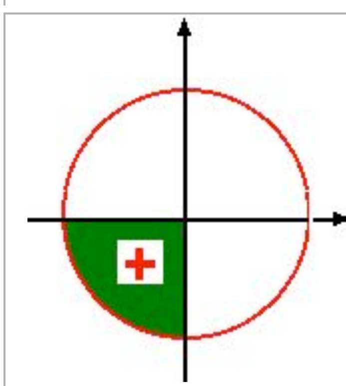
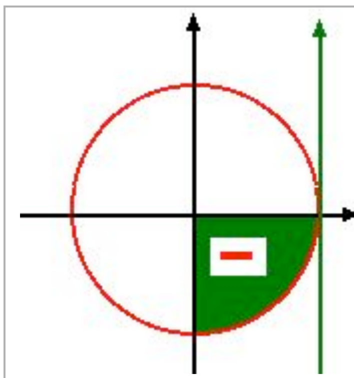
O conjunto imagem é dado por:

$$\mathrm{Im}(f) = \Re$$

Então ***tg(x)*** é uma função definida por:

$$f : D \rightarrow \Re \text{ , tal que } \mathrm{f(x)} = \mathrm{tg(x)}.$$

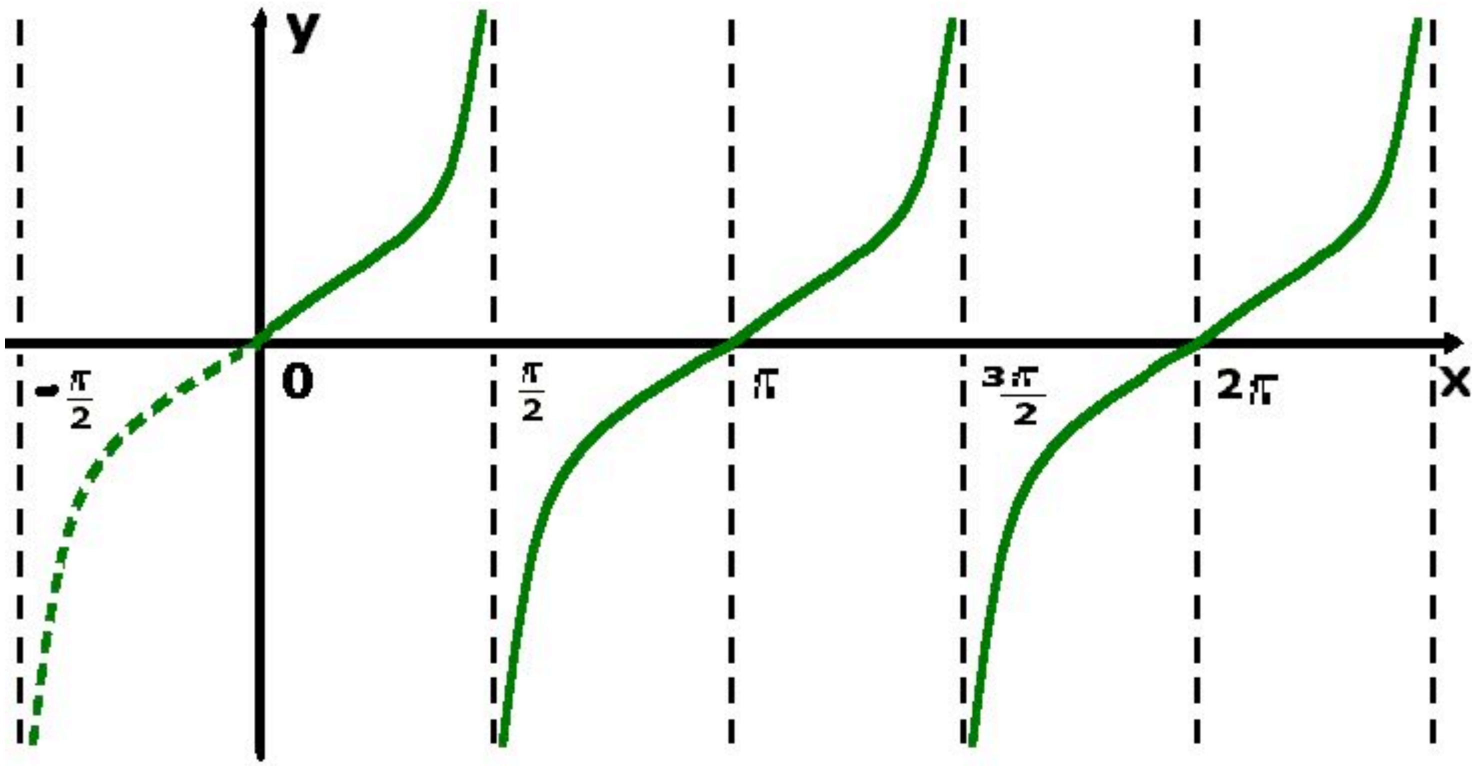
Sinais da função *tangente:*

1º quadrante	2º quadrante	3ºquadrante	4º quadrante
			
tg(x) > 0	**tg(x) < 0**	**tg(x) > 0**	**tg(x) < 0**

2) *Função tangente – gráfico.*

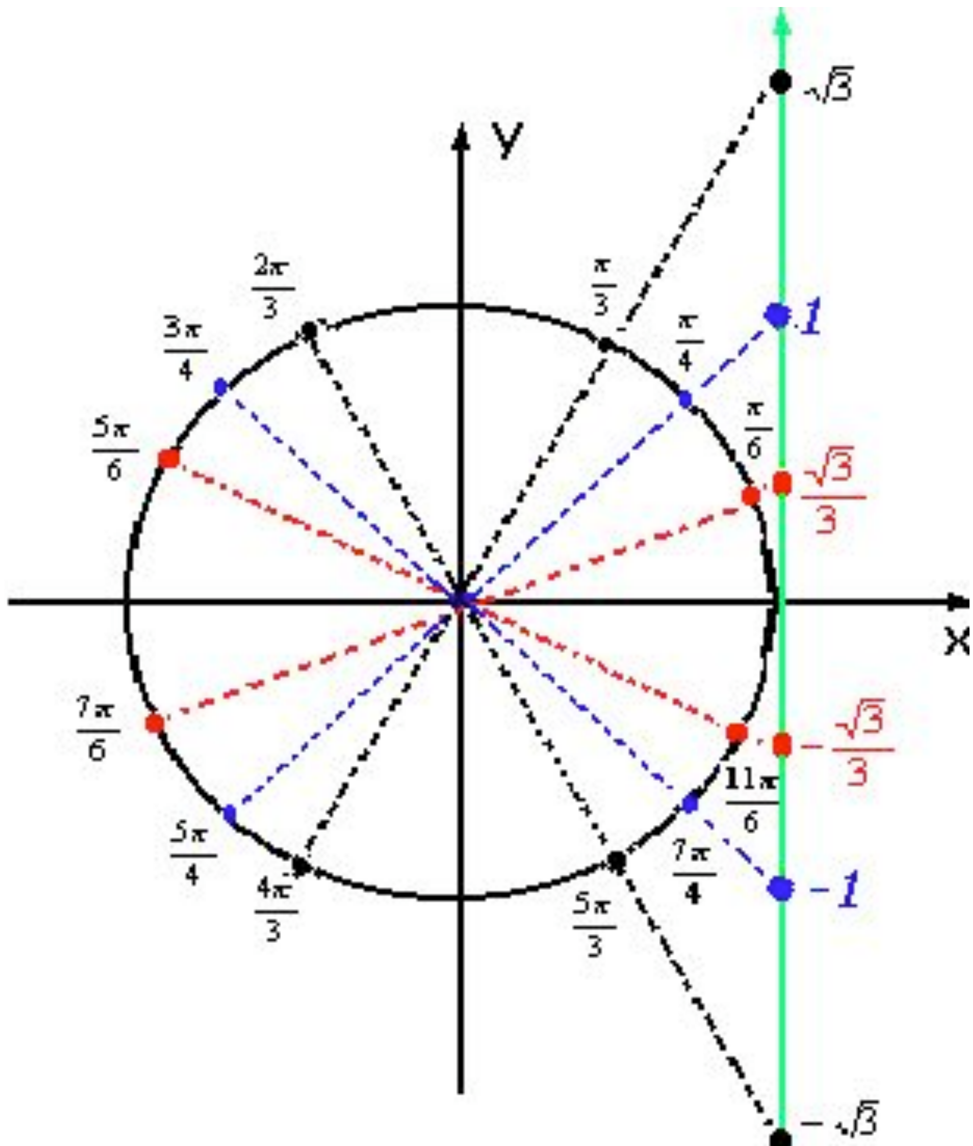
Para determinarmos o gráfico da função **tangente** , usaremos o intervalo $[0, 2\pi]$

Valor de x – rad	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
Valor da tg x	0	$\nexists$	0	$\nexists$	0



Período da função f(x) = tg(x) = π

3) *Tangentes de alguns arcos importantes:*



Ao verificarmos os valores da tabela acima e os da tabela que usamos para fazer o gráfico podemos ver as **tangentes** que devemos ter na memória.

Arco	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
Cos.	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\nexists$	0	$\nexists$	0

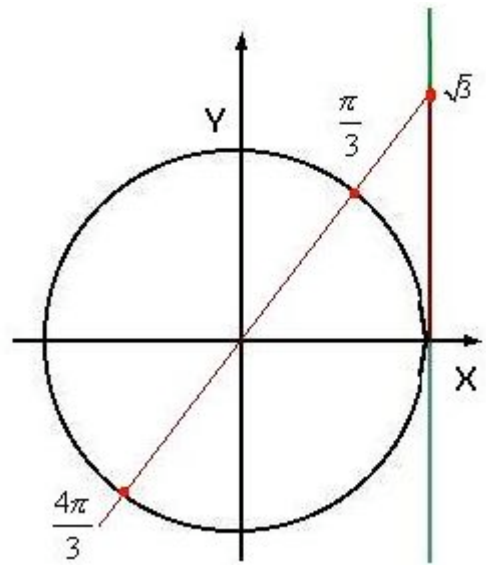
4) equações e inequações:

Para resolvermos **equações trigonométricas** será conveniente desenharmos o ciclo; isto facilitará a solução do problema. Exemplo:

Resolver a equação √ , para $0 \leq x \leq 2\pi$.

Resolução:

Marcamos no eixo das tangentes o ponto de ordenada igual a √ .



Por esse ponto traçamos a reta que passa Pelo centro do ciclo. Esta reta intercepta o ciclo em dois pontos. Os valores dos arcos são as raízes da equação.

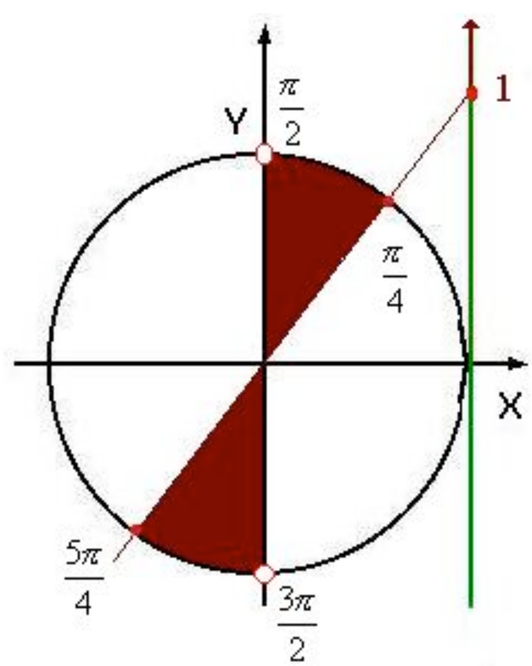
Logo: — ——

— ——

Para resolvermos **inequações trigonométricas** faremos o mesmo procedimento. Exemplo:

Resolver a equação , para $0 \leq x \leq 2\pi$.

Resolução:



Determinemos os arcos que têm tangente igual a 1.

Demarcamos todos os pontos, do eixo das tangentes que têm ordenadas maiores que 1. Os pontos determinados formam o conjunto verdade da inequação.

Logo — — —— ——

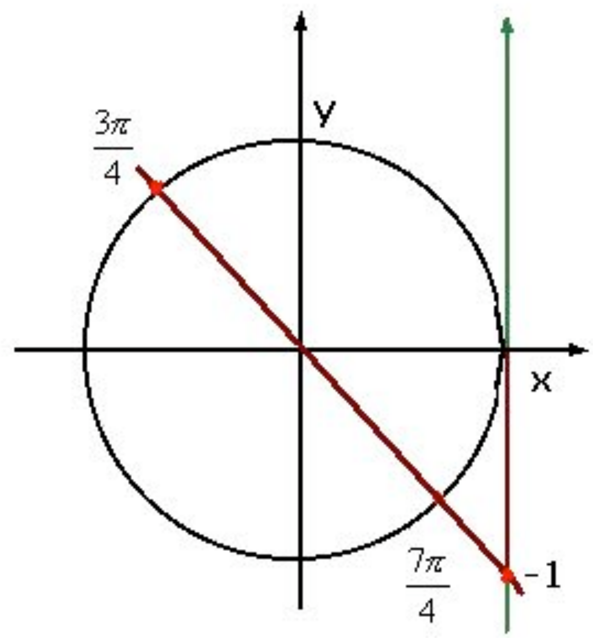
5) Resolução de exercícios

1) Resolver a equação para $0 \le x \le 2\pi$.

Resolução:

Marcamos no eixo das tangentes o ponto de ordenada igual a 1. Traçamos a reta que passa pelo centro do ciclo, determinando dois arcos que são as raízes da equação.

Logo:

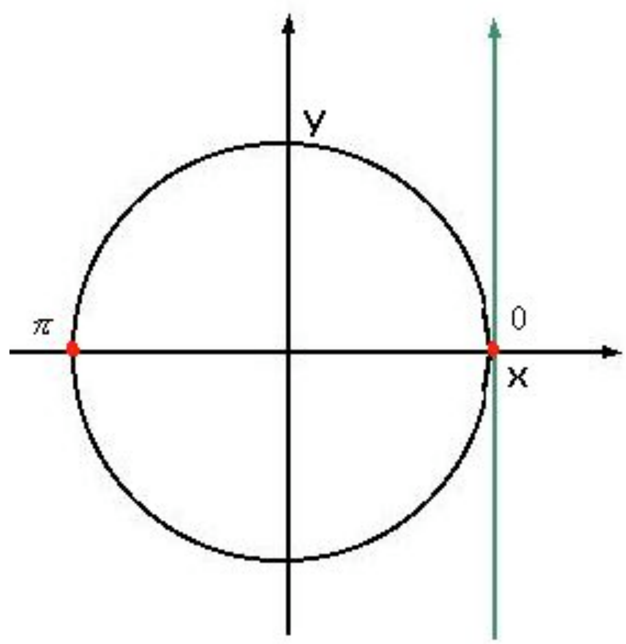


2) Resolver a equação para $0 \le x \le 2\pi$.

Resolução:

Marcamos no eixo das tangentes os pontos de ordenada igual a 1. Traçamos a reta que passa pelo centro do ciclo, determinando dois arcos que são as raízes da equação.

Logo:

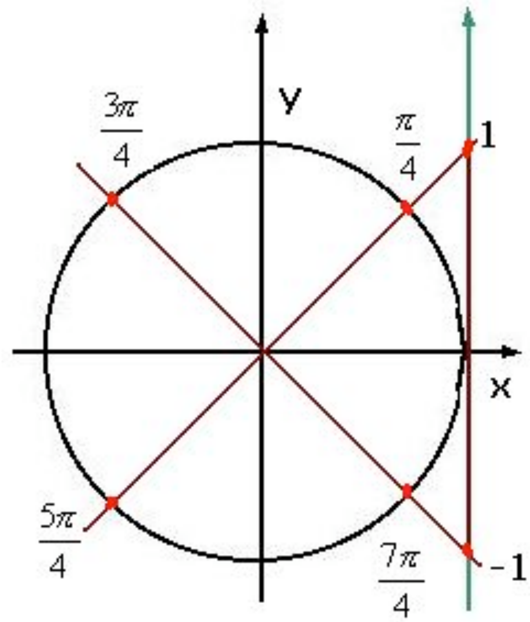


3) Resolver a equação para $0 \le x \le 2\pi$.

Resolução:

Temos que :

$\sqrt{\ }$

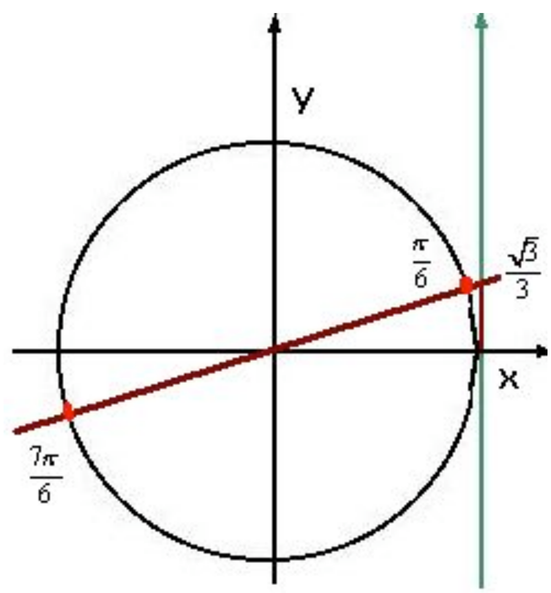


Marcamos no eixo das tangentes os pontos de ordenadas igual a 1 e −1 . Traçamos as retas que passam pelo centro do ciclo, determinando quatro que são as raízes da equação. Encontramos:

$x = \frac{\pi}{4}, \mathrm{x} = \frac{3\pi}{4}, \mathrm{x} = \frac{5\pi}{4}$ e $\mathrm{x} = \frac{7\pi}{4}$. Logo:

$$\boxed{V = \left\{\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right\}}$$

4) Resolver a equação $\frac{\sqrt{\ }}{\ }$ para $0 \le x \le 2\pi$.



Marcamos no eixo das tangentes o ponto de ordenada igual a $\frac{\sqrt{\ }}{\ }$. Traçamos a reta que passa pelo centro do ciclo, determinando dois arcos que são as raízes da equação. Encontramos:

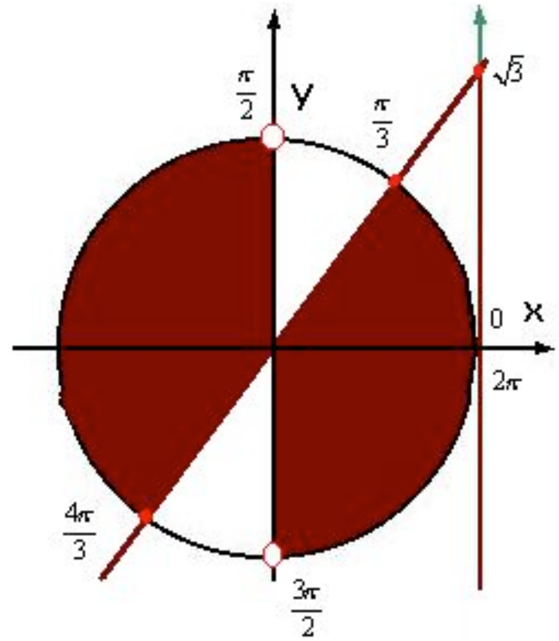
, logo :

5) Resolver a inequação $\sqrt{\ }$ para $0 \leq x \leq 2\pi$.

Resolução:

Determinemos os arcos que têm tangente igual a $\sqrt{\ }$.
Demarcamos todos os pontos, do eixo das tangentes que têm ordenadas menores ou igual a $\sqrt{\ }$. Os pontos determinados formam o conjunto verdade da inequação.

Logo



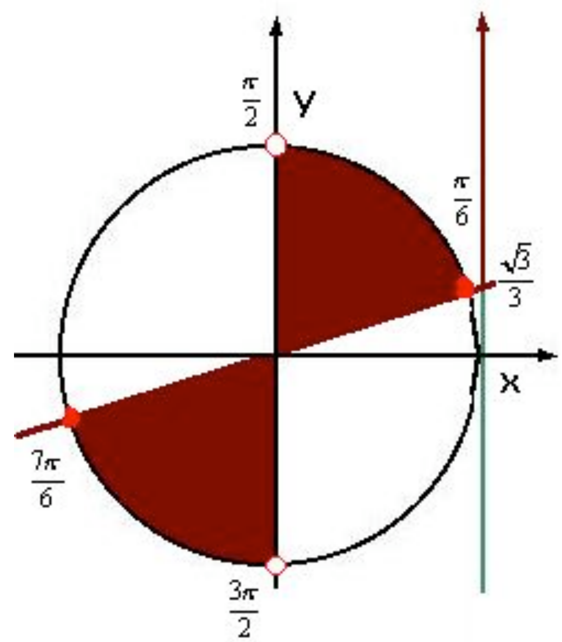
6) Resolver a inequação $\frac{\sqrt{\ }}{\ }$ para $0 \leq x \leq 2\pi$.

Resolução:

Determinemos os arcos que têm tangente igual a $\frac{\sqrt{\ }}{\ }$.

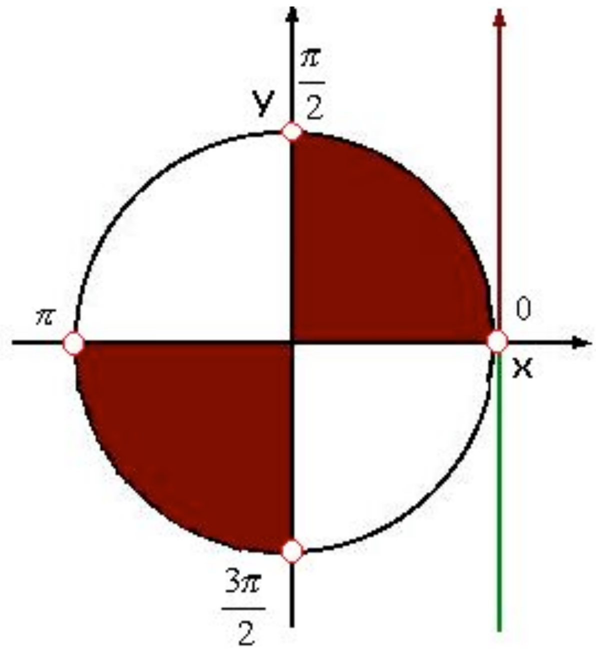
Demarcamos todos os pontos, do eixo das tangentes que têm ordenadas maiores ou iguais a $\sqrt{\ }$. Os pontos determinados formam o conjunto verdade da inequação.

Logo



7) Resolver a inequação para $0 \leq x \leq 2\pi$.

Resolução:



Determinemos os arcos que têm tangente igual a .
Demarcamos todos os pontos, do eixo das tangentes que têm ordenadas maiores que . Os pontos determinados formam o conjunto verdade da inequação.

Logo: