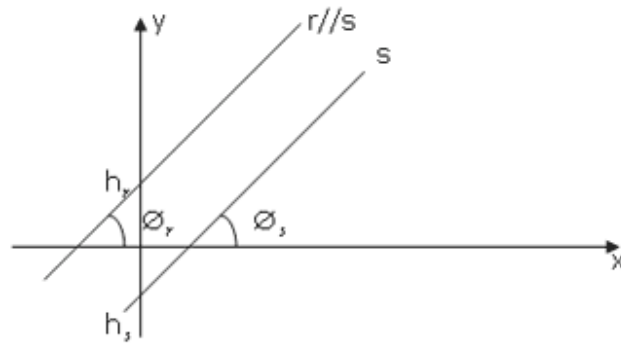


Aula 34
POSIÇÃO RELATIVA ENTRE RETAS



$$m_r = \text{tg}(\varphi_r)$$

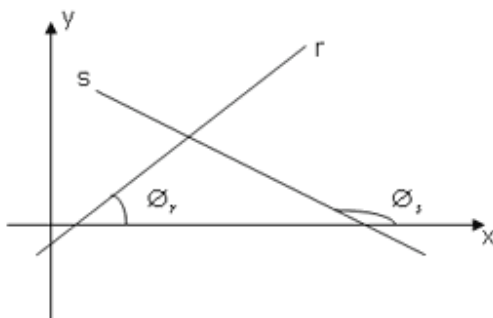
$$m_s = \text{tg}(\varphi_s)$$

Como $r//s$ (r paralela a s) $\Rightarrow \varphi_r = \varphi_s$,

Portanto $m_r = m_s$,

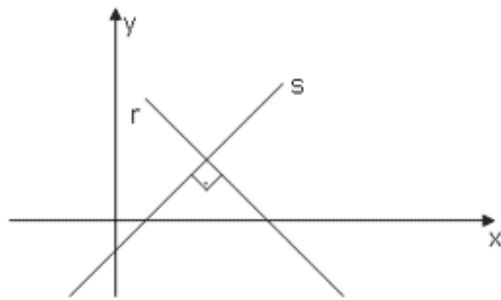
Se $h_r \neq h_s$ - distintas

Se $h_r = h_s$ - coincidentes



$$\varphi_r \neq \varphi_s$$

$m_r \neq m_s \Rightarrow r \times s$ (r concorrente com s)



Se $m_r \cdot m_s = -1 \Rightarrow r \perp s$ (r perpendicular a s)

Exemplo:

Se $m_r = -3$ e $m_s = \frac{1}{3} \Rightarrow r \perp s$,

Pois $m_r \cdot m_s = -3 \cdot \frac{1}{3} = -1$

Portanto:

1 - Se $m_r = m_s \Rightarrow r // s$

1.1 - Se $h_r \neq h_s$ - distintas

1.2 - Se $h_r = h_s$ - coincidentes

2 - Se $m_r \neq m_s \Rightarrow r \times s$

2.2 - Se $m_r \cdot m_s = -1 \Rightarrow r \perp s$

Exemplos:

Calcule a posição relativa entre as retas

(r) $2x + 3y - 4 = 0$

(s) $4x + 6y - 12 = 0$

Resolução:

(r) $2x + 3y - 4 = 0$

$3y = -2x + 4$

$y = \frac{-2}{3} \cdot x + \frac{4}{3}$

$m_r = \frac{-2}{3}$

$h_r = \frac{4}{3}$

(s) $4x + 6y - 12 = 0$

$6y = -4x + 12$

$y = \frac{-2}{3}x + 2$

$m_s = \frac{-2}{3}$

$h_s = 2$

como $m = m$ e $h \neq h$ - Paralelas distintas

Calcule a posição relativa entre as retas

(r) $2x + 3y - 4 = 0$

(s) $3x - 2y + 7 = 0$

Resolução:

$$(r) 2x + 3y - 4 = 0$$

$$(s) 3x - 2y + 7 = 0$$

$$3y = -2x + 4$$

$$y = \frac{-2}{3} \cdot x + \frac{4}{3}$$

$$m_r = \frac{-2}{3}$$

$$-2y = -3x - 7$$

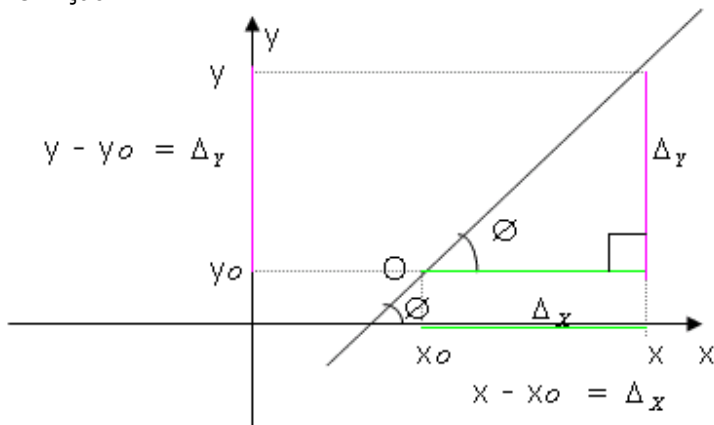
$$y = \frac{3}{2} \cdot x + \frac{7}{2}$$

$$m_s = \frac{3}{2}$$

$$\text{como } m_1 \cdot m_2 = \frac{-2}{3} \cdot \frac{3}{2} = -1 \Rightarrow \text{rls (perpendiculares)}$$

Montando a equação da reta, conhecido um ponto e o coeficiente angular.

Definição:



$$m = \text{tg}(\theta) = \frac{\text{Cat.oposto}}{\text{cat.adjacente}} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$m = \frac{y - y_0}{x - x_0} \text{ (multiplicando em cruz)}$$

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

Exemplos:

Escreva a equação da reta paralela à reta $(r) y = 3x - 2$ e que passa pelo ponto $P(-5; 0)$

Resolução:

$$(r) y = 3x - 2$$

$$y = mx + h$$

$$m = 3$$

$$\text{como } s // r \ m_s = m_1 = 3$$

$$P(-5; 0)$$

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$y - 0 = 3[x - (-5)]$$

$$y = 3(x + 5)$$

$$y = 3x + 15$$

Escreva a equação geral da reta que passa pelo ponto $P(1; 5)$ e é perpendicular à reta $(r) y = -2x + 4$.

Resolução:

$$\begin{aligned}(r) \quad y &= -2x + 4 \\ y &= mx + h \\ m_r &= -2 \\ \text{como } r \perp s &\Rightarrow m_r \cdot m_s = -1 \\ m_s &= \frac{1}{2} \\ P(1; 5) \\ y - y_p &= m(x - x_p) \\ y - 5 &= \frac{1}{2}(x - 1) \\ 2(y - 5) &= x - 1 \\ 2y - 10 &= x - 1 \\ -10 &= x - 1 - 2y \\ 0 &= x - 1 - 2y + 10 \\ (s) \quad x - 2y + 9 &= 0\end{aligned}$$

Dados os pontos A(1; 5) e B(-3; 3), escreva a equação geral da reta perpendicular \overline{AB} à no ponto B.

Resolução

$$\begin{aligned}A(1; 5) \\ B(-3; 3) \\ m_{\overline{AB}} &= \frac{3-5}{-3-1} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2} \\ \text{Como } r \perp \overline{AB} &\Rightarrow m_r \cdot m_{\overline{AB}} = -1 \\ m_r &= -2 \\ y - y_p &= m(x - x_p) \\ y - 3 &= -2 \cdot [x - (-3)] \\ y - 3 &= -2x - 6 \\ 2x + y - 3 + 6 &= 0 \\ 2x + y + 3 &= 0\end{aligned}$$

Exercícios:

- 1) Escrever a equação da reta **s**, perpendicular à reta **r** de equação $3x - 5y + 6 = 0$ e que passa pela origem do sistema.
- 2) As retas **r** e **s** se cruzam no ponto P(2, 1). Se a reta **s** passa pelo ponto Q(3, 3). A equação da reta **r** é:
- 3) Calcule o valor de n para que as retas **r**: $2x + 3y - 4 = 0$ e **s**: $4x - ny + 8 = 0$ sejam paralelas.

RESOLUÇÃO:

- 1) Escrever a equação da reta **s**, perpendicular à reta **r** de equação $3x - 5y + 6 = 0$ e que passa pela origem do sistema.

Resolução:

$$m_r = \frac{-a}{b} = \frac{-3}{-5} = \frac{3}{5}$$

$$\text{como } r \perp s \Rightarrow m_r \cdot m_s = -1$$

$$\text{portanto } m_s = -\frac{5}{3}$$

s passa por $(0, 0)$

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

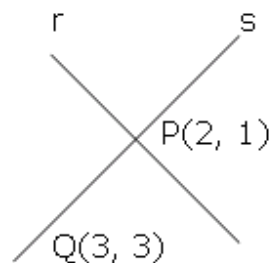
$$y - 0 = -\frac{5}{3} \cdot (x - 0)$$

$$3y = -5x$$

$$5x + 3y = 0$$

Resposta: s: $5x + 3y = 0$

2) As retas **r** e **s** se cruzam no ponto $P(2, 1)$. Se a reta **s** passa pelo ponto $Q(3, 3)$. A equação da reta **r** é:
Resolução



$$m_s = \frac{\Delta_y}{\Delta_x} = \frac{3-1}{3-2} = \frac{2}{1} = 2$$

$$\text{como } r \perp s \Rightarrow m_r \cdot m_s = -1$$

$$\text{portanto } m_r = -\frac{1}{2}$$

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$y - 1 = -\frac{1}{2} \cdot (x - 2)$$

$$2y - 2 = -x + 2$$

$$x + 2y - 4 = 0$$

Resposta: r: $x + 2y - 4 = 0$

3) Calcule o valor de **n** para que as retas **r**: $2x + 3y - 4 = 0$ e **s**: $4x - ny + 8 = 0$ sejam paralelas.

Resolução:

$$m_r = \frac{-a}{b} = \frac{-2}{3}$$

$$m_s = \frac{-a}{b} = \frac{-4}{-n} = \frac{4}{n}$$

como r//s $\Rightarrow m_r = m_s$

Portanto

$$\frac{-2}{3} = \frac{4}{n}$$

$$-2n = 12 \quad .(-1)$$

$$2n = -12$$

$$n = \frac{-12}{2}$$

$$n = -6$$

Resposta: $n = -6$