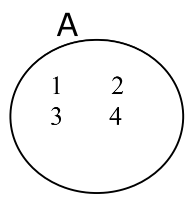
MATEMÁTICA – AULA 4
ÁLGEBRA
CONJUNTOS

1 - Conceito de Conjunto

Conjunto é um conceito primitivo, e portanto, não tem definição.

Representação
O conjunto pode ser representado de três maneiras diferentes:
Por uma propriedade, na forma tabular ou pelo diagrama de Venn-Euler.
Exemplo:
- Propriedade $A = \{ x \in \mathbb{N} / x \leq 3 \}$
- Forma tabular $A = \{ 0; 1; 2; 3 \}$
- Diagrama de Venn-Euler



2 – Elemento

Elemento é qualquer componente do conjunto

O símbolo $\in$ significa pertence (elemento)
"$x \in A$" (x pertence a A ou x é elemento de A)
O símbolo $\notin$ significa **não** pertence (**não** é elemento)
"$x \notin A$" (x **não** pertence a A ou x **não** é elemento de A)

Exemplo 1:
Dado o conjunto $B = \{ 2; 3; 7; 9 \}$
$2 \in B$ (2 pertence a B ou 2 é elemento de B)
$3 \in B$ (3 pertence a B ou 3 é elemento de B)
$4 \notin B$ (4 não pertence a B ou 4 não é elemento de B)

Exemplo 2:
Dado o conjunto $S = \{ 1; 2; \{2\} \}$
$1 \in S$
$\{ 1 \} \notin S$
$2 \in S$
$\{ 2 \} \in s$
Note que { 2 } é um dos elemento do conjunto S

3 - Subconjunto ou parte
Subconjunto é um conjunto formado com elementos do conjunto original.

O símbolo $\subset$ significa esta contido B $\subset$ A significa B esta contido em A (B é subconjunto de A) O símbolo $\not\subset$ significa **não** esta contido B $\not\subset$ A significa B **não** esta contido em A (B **não** é subconjunto de A)

Exemplo 1:
Dados os conjuntos
A = { 1; 2; 3; 6; 7}
B = { 1; 2; 3 }
C = { 1; 7 }
D = { 1; 5 }
B $\subset$ A (B esta contido em A ou B é subconjunto de A)
C $\subset$ A (C esta contido em A ou C é subconjunto de A)
D $\not\subset$ A (D **não** esta contido em A ou D **não** é subconjunto de A)
Obs.1: Podemos, também, representar A $\supset$ B (A contém B)
Obs.2:Conjunto vazio é um conjunto que não possui nenhum elemento e é representado por { } ou $\varnothing$
Exemplo 2:
Dado o conjunto S = { 1; 2; { 2 } }
{ 1 } $\subset$ S
{ 2 } $\subset$ S
{ { 2 } } $\subset$ S
{ 1; 2 } $\subset$ S
{ 1; { 2 } } $\subset$ S
Exemplo 3:
Dado o conjunto A { 1; 2; 3 }, escrever todos os subconjuntos de A.
Resolução:
{ 1 }, { 2 }, { 3 }, { 1; 2 }, { 1; 3 }, { 2; 3 }, { 1; 2; 3 }, { }
Obs.1: Todo conjunto é subconjunto dele próprio
Obs.2: O vazio é subconjunto de qualquer conjunto
4 – Conjunto das partes
Conjunto das partes é o conjunto formado pelos subconjuntos de um conjunto.
O conjunto das partes do conjunto A = { 1; 2; 3 } é:
P(A) ={{ 1 }; { 2 }; { 3 }; { 1; 2 }; { 1; 3 }; { 2; 3 }; { 1; 2; 3 };{}}
5 – Número de subconjuntos
Dado um conjunto com “n” elementos, o número de subconjuntos deste conjunto é dado por 2^n

Obs.: O número de elementos do conjunto das partes de um conjunto com “n” elementos também é dado por 2^n.

OPERAÇÕES ENTRE CONJUNTOS:

1 – UNIÃO

A união de dois ou mais conjuntos é o conjunto formado pela junção de todos os elementos dos conjuntos.

Exemplo:

Dados os conjuntos

$A = \{1; 2; 3\}$ e $B = \{2; 3; 4; 5\}$

$A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 5\}$

2 – INTERSECÇÃO

A intersecção de dois ou mais conjuntos é o conjunto formado pelos elementos comuns à todos os conjuntos.

Exemplo:

Dados os conjuntos

$A = \{1; 2; 3\}$ e $B = \{2; 3; 4; 5\}$

$A \cap B = \{2; 3\}$

3 – SUBTRAÇÃO OU DIFERENÇA

A diferença entre dois conjuntos é o conjunto formado por todos os elementos que estão no primeiro conjunto e não estão no segundo, ou seja, por todos os elementos que estão “somente” no primeiro conjunto.

Exemplo:

Dados os conjuntos

$A = \{1; 2; 3\}$ e $B = \{2; 3; 4; 5\}$

$A - B = \{1\}$

$B - A = \{4; 5\}$

Obs.

Representando por:

$n(A)$ o número de elementos do conjunto A

$n(B)$ o número de elementos do conjunto B

$n(A \cup B)$ o número de elementos do conjunto $A \cup B$

$n(A \cap B)$ o número de elementos do conjunto $A \cap B$

Temos:

$$\mathbf{n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)}$$

4 – PRODUTO CARTESIANO

O produto de dois conjuntos (PRODUTO CARTESIANO) é um conjunto formado por pares ordenados, em que, o primeiro elemento de cada par ordenado (x) sai do primeiro conjunto e o segundo elemento (y) sai do segundo conjunto.

Obs.: O produto cartesiano pode ser representado de três maneiras:

1) Forma tabular
2) Diagrama de flechas
3) Diagrama cartesiano

Exemplo:

Dados os conjuntos A = {1; 2; 3} e B = {4; 5}, represente AxB e BxA

a) Na forma tabular

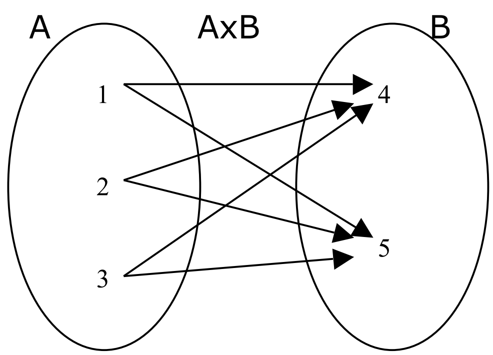
Resolução:

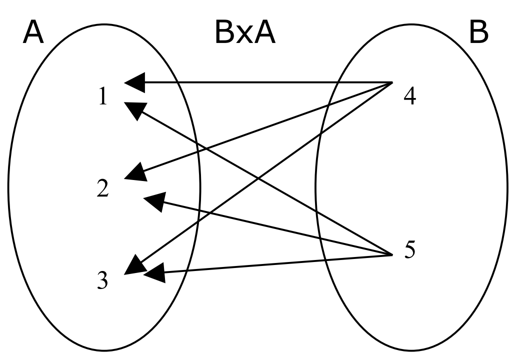
AxB = {(1; 4); (1; 5); (2; 4); (2; 5); (3; 4); (4; 5)}

BxA = {(4; 1); (4; 2); (4; 3); (5; 1); (5; 2); (5; 3)}

b) Pelo diagrama de flechas

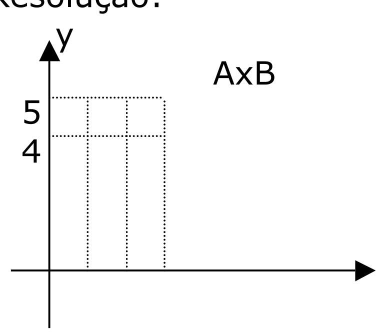
Resolução:

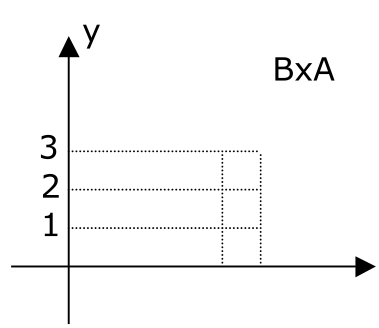




c) Pelo diagrama cartesiano

Resolução:





X 1 2 3 x 4 5 x

EXERCÍCIOS:

1) Dado um conjunto A com 7 elementos, o número de subconjuntos **não vazios** de A é:
a) 64 b) 63 c) 128 d) 127 e) 256

2) Uma pesquisa sobre o consumo dos produtos A e B, num grupo de 150 pessoas, revelou que: 70 consumiam o produto A, 80 o produto B e 40 os dois produtos. O número de pessoas que não consomem nenhum dos produtos é:
a) 40 b) 50 c) 60 d) 70 e) 80

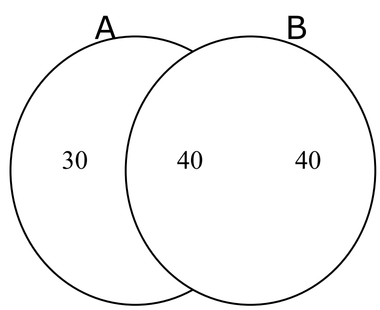
3) Dado o conjunto A = {1; 2; {3}; 4; {5; 6} }, assinale (V) ou (F) conforme as sentenças sejam verdadeiras ou falsas:
a) – ( ) $1 \in A$
b) – ( ) $3 \in A$
c) – ( ) $5 \in A$
d) – ( ) $\{1\} \in A$
e) – ( ) $\{3\} \in A$
f) – ( ) $\{2\} \notin A$
g) – ( ) $\{1\} \subset A$
h) – ( ) $\{5; 6\} \subset A$
i) – ( ) $\{\{5; 6\}\} \subset A$
j) – ( ) $\{1; 2; \{3\}\} \subset A$
k) – ( ) $\{1; 2; 3\} \not\subset A$

4) Se A é um conjunto com 10 elementos e B um conjunto com 7 elementos e sabendo-se que $A \cap B$ possui 3 elementos, então o número de elementos de $A \cup B$ é:
a) 20 b) 17 c) 13 d) 14 e) 19

Resolução:

1) O número de subconjuntos de um conjunto com 7 elementos é $2^7 = 128$.
Retirando-se o conjunto vazio 128 – 1 = 127
Resposta **d**

2) $n(A) = 70$
$n(B) = 80$
$n(A \cap B) = 40$



$n(A \cup B) = 30 + 40 + 40 = 110$
O número de pessoas que não consomem nenhum dos produtos é
$150 - 110 = 40$
Resposta **a**

3) $A = \{1; 2; \{3\}; 4; \{5; 6\} \}$,

a) – (V) $1 \in A$
b) – (F) $3 \in A$
c) – (F) $5 \in A$
d) – (F) $\{1\} \in A$
e) – (V) $\{3\} \in A$
f) – (V) $\{2\} \notin A$
g) – (V) $\{1\} \subset A$
h) – (F) $\{5; 6\} \subset A$
i) – (V) $\{\{5; 6\}\} \subset A$
j) – (V) $\{1; 2; \{3\}\} \subset A$
k) – (V) $\{1; 2; 3\} \not\subset A$

4) $n(A) = 10$
$n(B) = 7$
$n(A \cap B) = 3$
$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
$n(A \cup B) = 10 + 7 - 3 = 14$
Resposta **d**