MATEMÁTICA

Aula 6
FUNÇÕES

TÓPICOS

- Sobrejetora, Injetora e Bijetora
- Função Composta
- Função Inversa

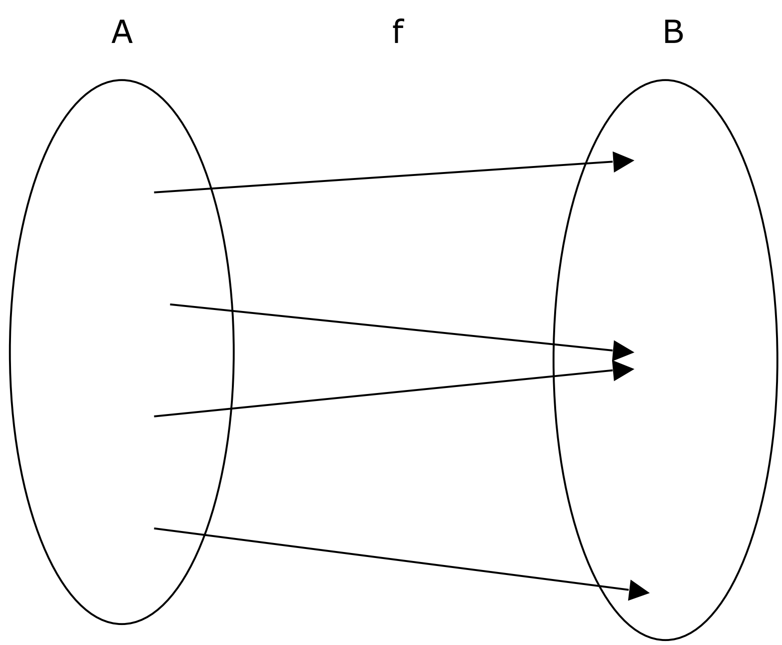
FUNÇÃO SOBREJETORA

Definição:

$f : A \rightarrow B$

f é sobrejetora $\Leftrightarrow \forall y \in B$, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$.

"Não sobram elementos no contradomínio B".



$Im(f) =$ contradomínio B

FUNÇÃO INJETORA

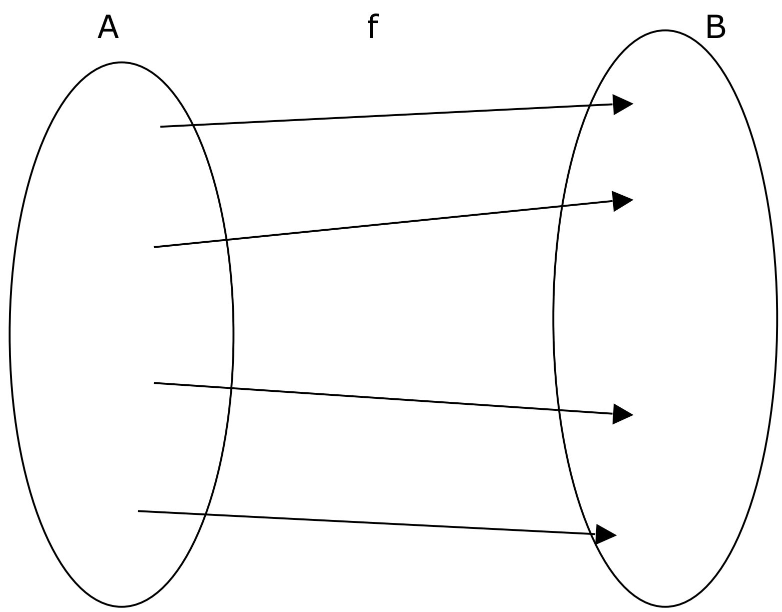
Definição:

$f : A \rightarrow B$

f é injetora $\Leftrightarrow \forall x_1, x_2 \in A$

se $x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$

"Elementos diferentes se associam a imagens diferentes".



f injetora : $x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$

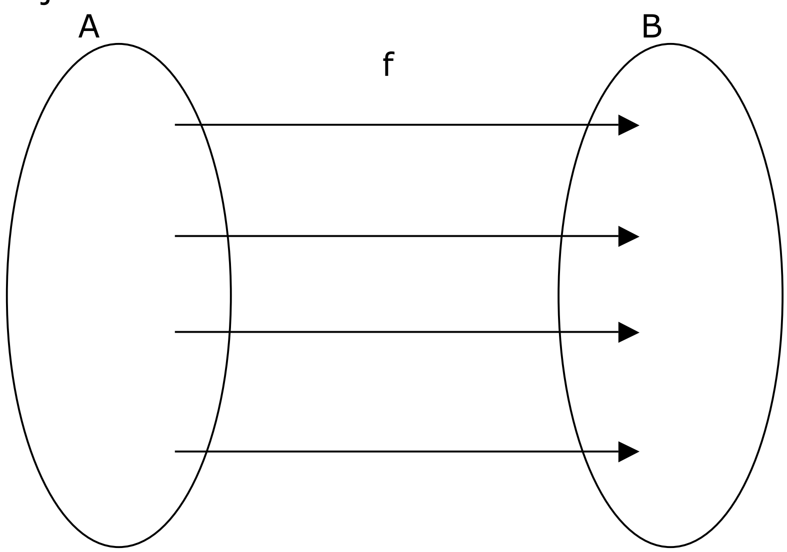
FUNÇÃO BIJETORA

Definição:

$f : A \rightarrow B$

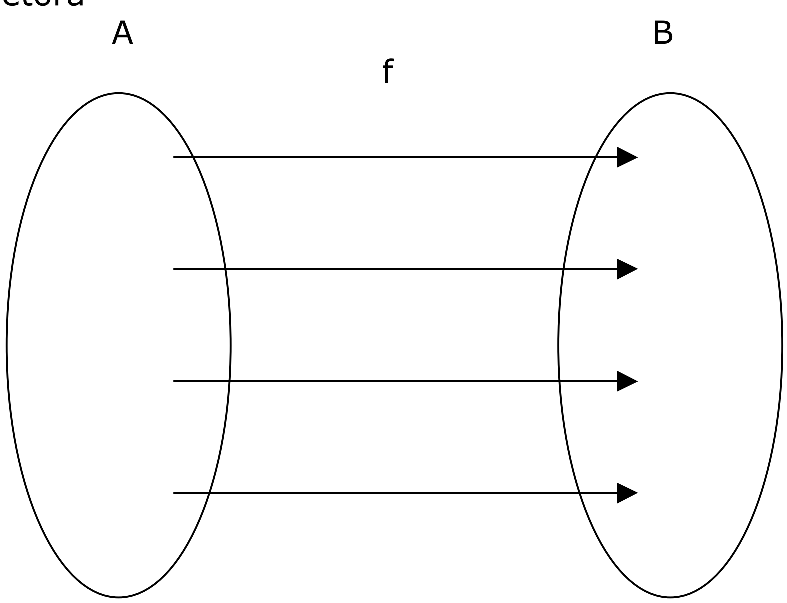
f é bijetora $\Leftrightarrow$ f é sobrejetora e injetora.

i) É sobrejetora

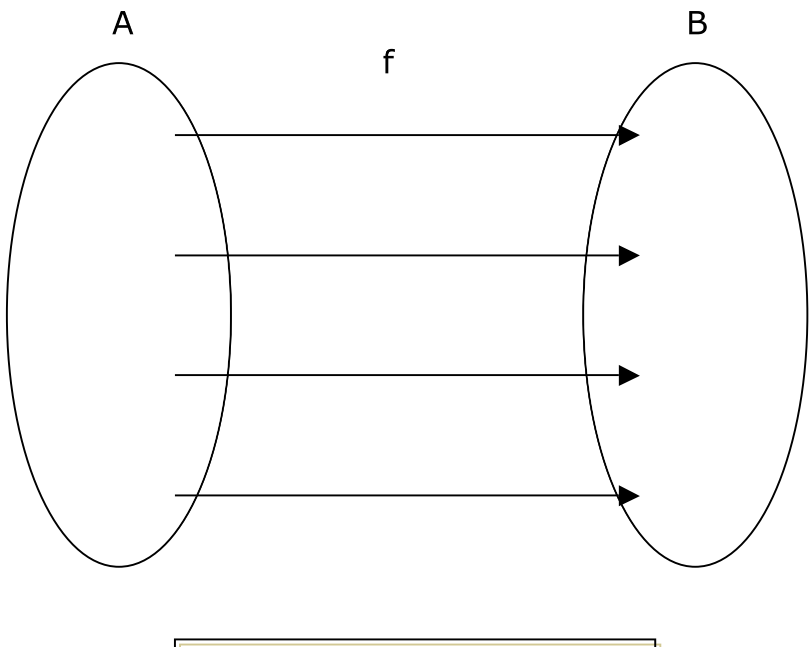


– $Im(f)$ = contradomínio B

ii) É injetora



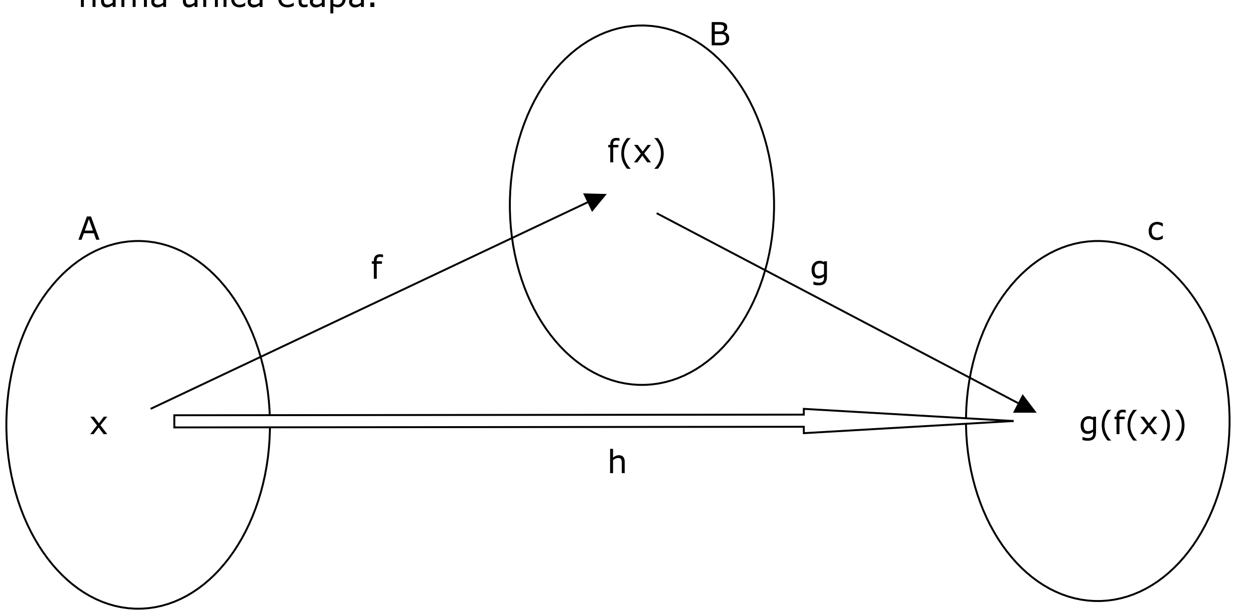
– Se $x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$



f bijetora : – Sobrejetora
– Injetora

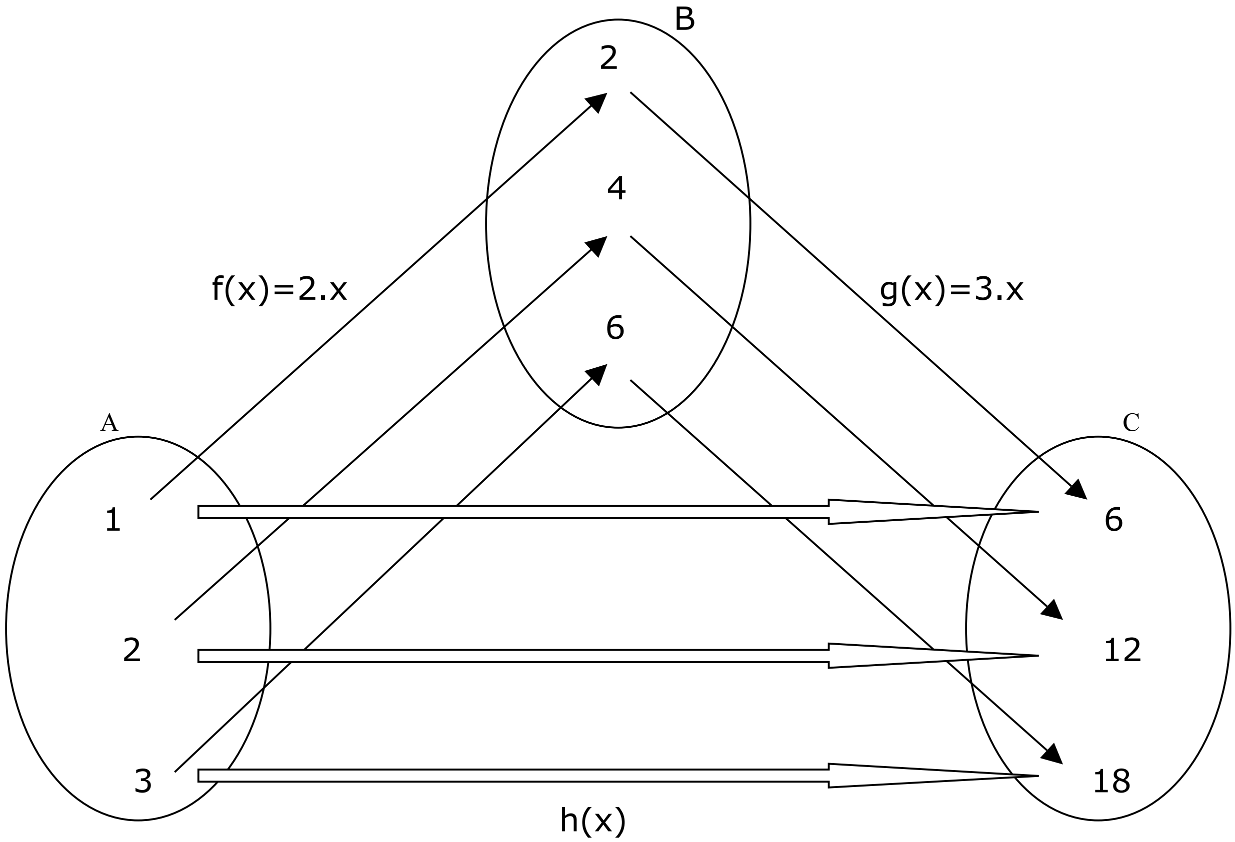
FUNÇÃO COMPOSTA

Função h capaz de levar diretamente de A para C, sem passar por B, isto é, numa única etapa.



Notação: $\boxed{h(x) = g(f(x)) = (g \circ f)(x)}$ lê-se "g" de "f" de x ou g bola f(x).

Exemplo:



Obtenção da composta: $g(x) = 3.x$

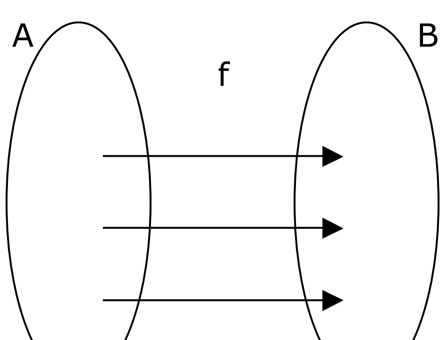
$g(f(x)) = 3.f(x)$

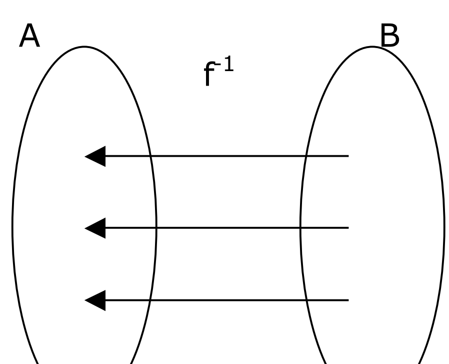
$g(f(x)) = 3.2x$

$g(f(x)) = 6.x \Rightarrow \boxed{h(x) = 6.x}$

FUNÇÃO INVERSA

Seja f uma função bijetora de A em B.
Existe uma função capaz de nos levar de B para A. Essa função é a inversa.

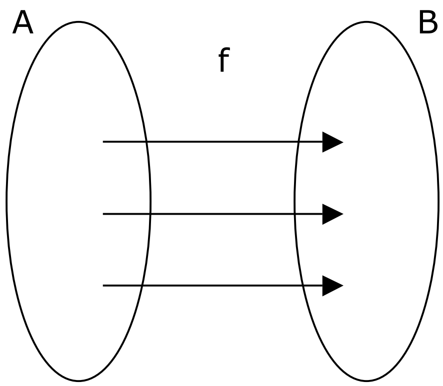


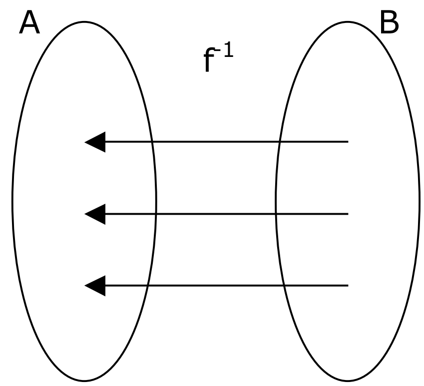


$f : A \rightarrow B$

Notação: $\boxed{f^{-1} : B \rightarrow A}$

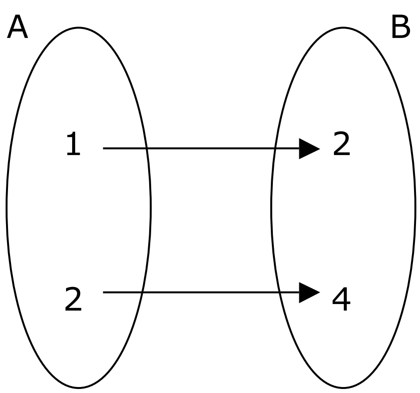
Observações:

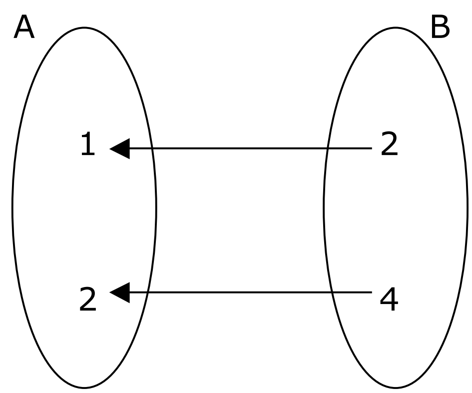




D = A	D = B
Im = B	Im = A

Exemplo:





$$f : A \to B$$
$$x \mapsto y = 2.x$$

$$f^{-1} : B \to A$$
$$x \mapsto y = \frac{x}{2}$$

“Se a função dobra um número do domínio, a inversa dividi por dois”.

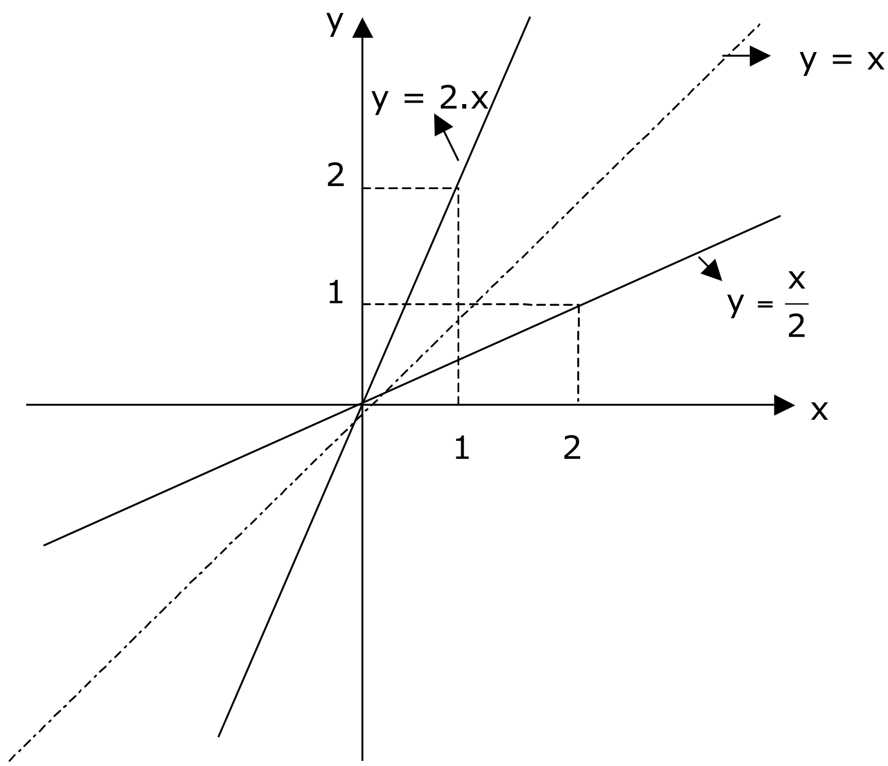
Obtenção formal da inversa:

Seja a função $\boxed{y = 2.x}$

I) Trocar x por y e y por x: $x = 2.y$

II) Isola-se o y: $2.y = x \Rightarrow \boxed{y = \dfrac{x}{2}}$ → INVERSA f^{-1}

Graficamente verifica-se uma simetria entre o gráfico da função e o gráfico da inversa. São simétricos em relação à bissetriz dos quadrantes ímpares, isto é, a reta y=x.



Exercícios:

1)Dadas as funções f e g de $\Re$ de $\Re$, sendo g(x) = 4x − 5 e f(g(x)) = 13 − 8x, obter f(x).

2)Obtenha a inversa da função bijetora y = 2.x − 3, e represente num mesmo diagrama função e inversa.

Resoluções:

1)

$$g(x) = 4x - 5$$

$$g(x) + 5 = 4x$$

$$4x = g(x) + 5$$

$$x = \frac{g(x) + 5}{4}$$

$$f(g(x)) = 13 - 8.x$$

$$f(g(x)) = 13 - 8.\left[\frac{g(x) + 5}{4}\right]$$

$$f(g(x)) = 13 - 2.[g(x) + 5]$$

$$f(g(x)) = 13 - 2.g(x) - 10$$

$$f(g(x)) = 3 - 2.g(x)$$

$$\boxed{f(x) = 3 - 2.x}$$

2)

$$y = 2.x - 4$$

I) $x = 2.y - 4$

II) $x + 4 = 2.y$

$$2.y = x + 4$$

$$y = \frac{x + 4}{2}$$

$$\boxed{f^{-1} = \frac{x + 4}{2}}$$

x	f
0	-4
2	0