

MATEMÁTICA

Aula 9

VÉRTICE DA PARÁBOLA

IMAGEM DA FUNÇÃO DE 2º GRAU

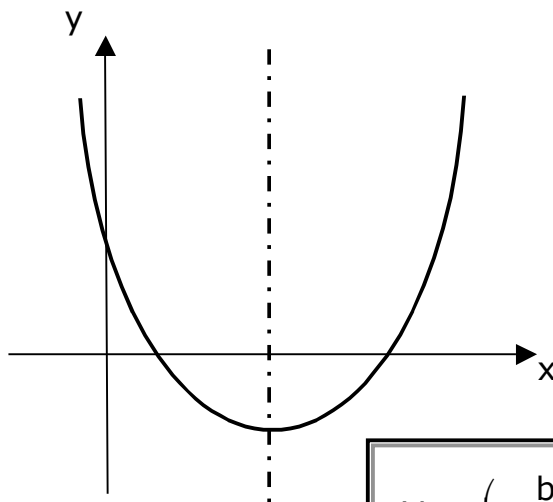
TÓPICOS

- OBTENÇÃO DO VÉRTICE
- OBTENÇÃO DA IMAGEM

Sendo a função
vértice V:

$$y = ax^2 + bx + c$$

, na figura temos em destaque o

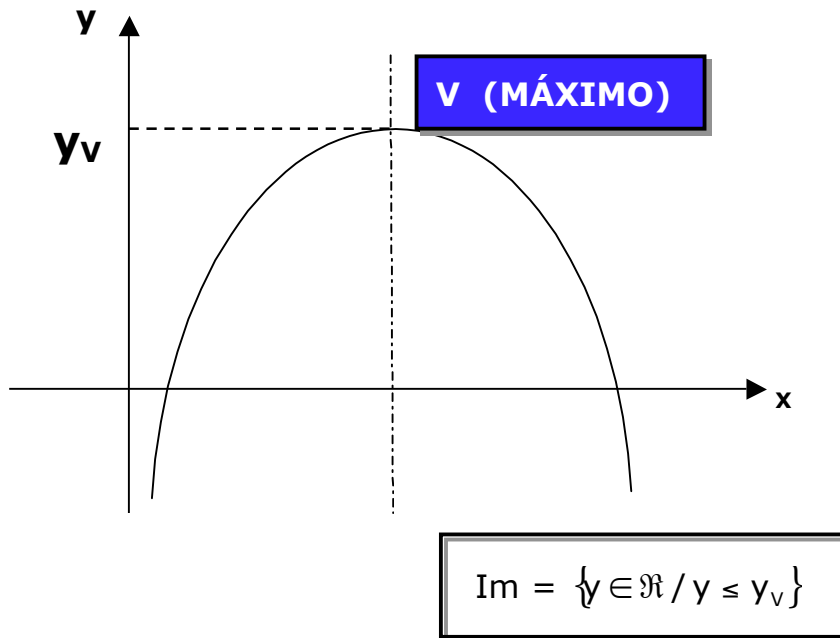


$$V = \left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a} \right)$$

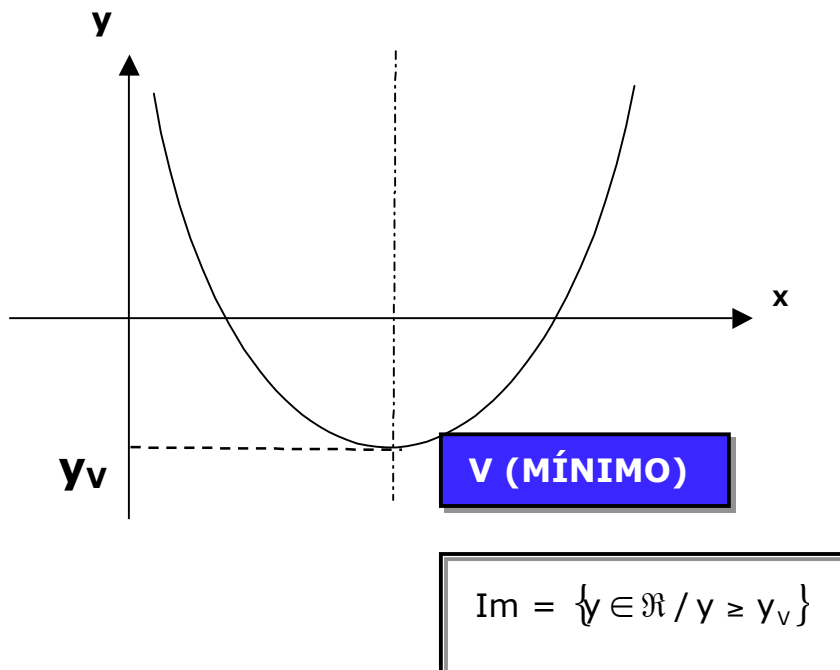
onde $\Delta = b^2 - 4ac$

Observe que dependendo do valor de a , podemos ter:

- Para $a > 0$:



-Para $a < 0$:



Exercício 1

O salto dado por um golfinho descreve uma trajetória parabólica representada pela função $y = x - 0,5x^2$, com x e y em metros. Qual é a altura máxima atingida pelo golfinho?

Exercício 2

Um criador resolve com 20m de tela, construir um cercado para seus animais. De todos os retângulos possíveis, o criador quer determinar aquele de maior área. Que dimensões deverá este retângulo ter?

Exercício 3

O lucro mensal, em reais, de uma empresa, pela venda de x máquinas é dada por $L(x) = 100(x-40)(100-x)$. Que quantidade deve-se vender, por mês, para obter lucro máximo? Qual o lucro máximo?

Exercício 4

Uma pérola é enfiada em um arame fino com o formato da parábola $y = x^2 - 4$. Deixa-se a pérola deslizar até chegar em seu ponto mais baixo. Quais as coordenadas desse ponto?

Exercício 5

Uma bola, ao ser chutada num tiro de meta por um goleiro, numa partida de futebol, teve sua trajetória descrita pela equação $h(t) = -2t^2 + 8t$, em que t é o tempo em segundos e $h(t)$ é a altura em metros da bola no instante t . Determine, após o chute:

- a) o instante em que a bola retornará ao solo;
- b) a altura máxima atingida pela bola.

Resolução exercício 1

$$\text{Se } y = ax^2 + bx + c \Rightarrow x_v = -\frac{b}{2a}$$

$$y = x - 0,5x^2$$

$$\Rightarrow x_v = -\frac{1}{2 \cdot (-0,5)}$$

$$\Rightarrow x_v = -\frac{1}{-1}$$

$$\Rightarrow x_v = 1$$

Como

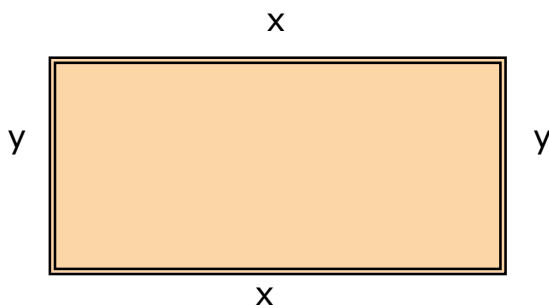
$$y_v = x_v - 0,5x_v^2$$

$$\Rightarrow y_v = 1 - 0,5 \cdot 1^2$$

$$\Rightarrow y_v = 1 - 0,5$$

$$\Rightarrow y_v = 0,5 \text{ m}$$

Resolução exercício 2



$$\text{I) Área} = x \cdot y$$

$$\text{II) Perímetro} = 20$$

$$\Rightarrow 2x + 2y = 20$$

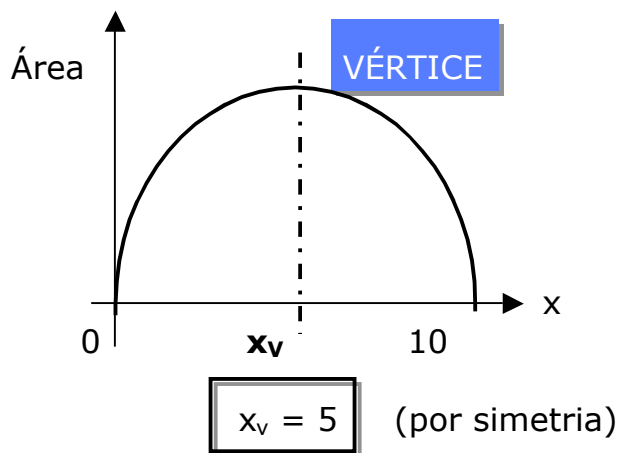
$$\Rightarrow x + y = 10$$

Assim temos:

$$\text{Área} = x \cdot (10 - x)$$

$$\text{Raízes: } x \cdot (10 - x) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{array}{l} x = 0 \\ \text{ou} \\ x = 10 \end{array}$$

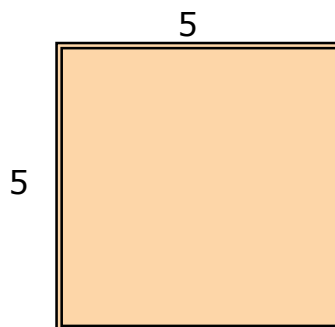


$$\text{Como } y = 10 - x$$

$$\Rightarrow y_v = 10 - x_v$$

$$\Rightarrow y_v = 10 - 5$$

$$\Rightarrow y_v = 5$$



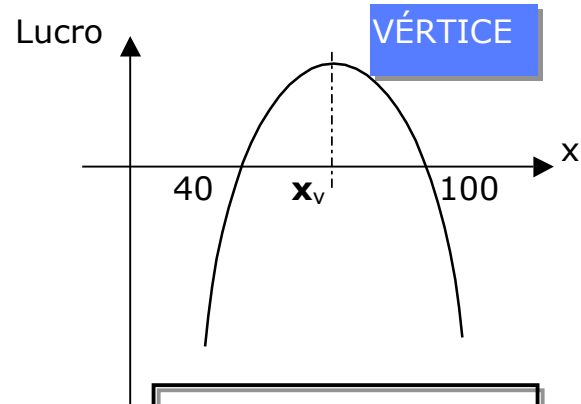
Assim, concluímos tratar-se de um quadrado de lados 5 que me dá área máxima.

Resolução exercício 3

$$L(x) = 100 \cdot (x-40) \cdot (100-x)$$

$$\text{Raízes: } 100 \cdot (x-40) \cdot (100-x) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{array}{l} x = 40 \\ \text{ou} \\ x = 100 \end{array}$$



Por simetria:

$$x_v = \frac{40 + 100}{2} = 70$$

Portanto deve-se vender 70 peças para obter lucro máximo.

$$\text{Como } L(x) = 100 \cdot (x-40) \cdot (100-x)$$

$$L(70) = 100 \cdot (70-40) \cdot (100-70)$$

$$L(70) = 100 \cdot 30 \cdot 30$$

$$\Rightarrow L(70) = 90.000 \text{ reais (valor do lucro máximo)}$$

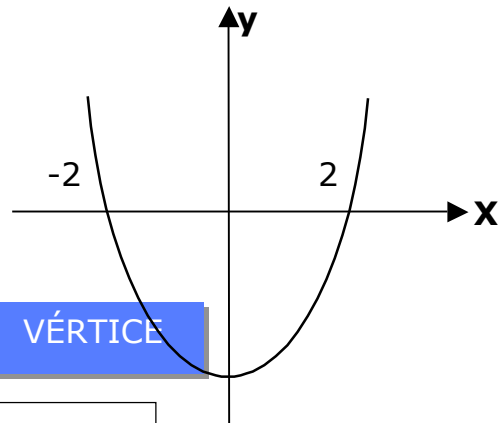
Resolução exercício 4

$$y = x^2 - 4$$

$$\text{Raízes : } x^2 - 4 = 0$$

$$x^2 = 4$$

$$\Rightarrow x = \pm 2$$



$$y = x^2 - 4$$

$$y_v = x_v^2 - 4$$

$$y_v = 0^2 - 4$$

$$y_v = -4$$

$$\Rightarrow V = (0; -4)$$

Resolução exercício 5

$$h(t) = -2t^2 + 8t$$

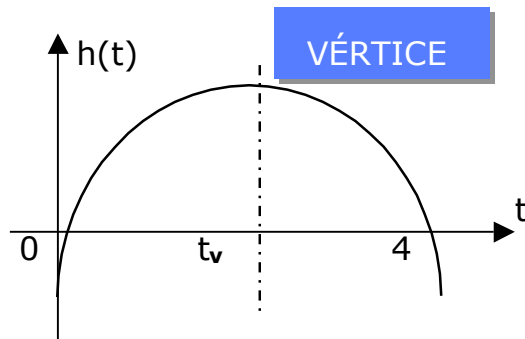
a) Retorna ao solo: $h(t) = 0$
 $-2t^2 + 8t = 0$
 $2t \cdot (-t + 4) = 0$

$$\Rightarrow \begin{array}{l} t = 0 \\ \text{ou} \\ -t + 4 = 0 \end{array} \Rightarrow t = 4s$$

Portanto, a bola retorna ao solo após 4 segundos.

$$h(t) = -2t^2 + 8t$$

b)



$$h(2) = -2 \cdot 2^2 + 8 \cdot 2$$

$$h(2) = -2 \cdot 4 + 16$$

$$h(2) = -8 + 16$$

$$h(2) = 8m$$